

Betul Rief og Kristine Bakken Seljord

Diagnostisk testing

*Hva kreves av en diagnostisk-brøk test for at den skal
identifisere reelle misoppfatninger*

Mastergradavhandling

2024

Fakultet for humaniora, idretts- og
utdanningsvitenskap

Institutt for matematikk og
naturfag

Universitetet i Sørøst-Norge

Fakultet for humaniora, idretts- og utdanningsvitenskap

Institutt for matematikk og naturfag

Postboks 4

3199 Borre

<http://www.usn.no>

© 2024 Betul Rief og Kristine Bakken Seljord

Denne avhandlingen representerer 45 studiepoeng

Sammendrag

Denne masteroppgaven undersøker presisjonen til en skriftlig diagnostisk test. For å gjøre dette vil vi se på presisjonen til hver oppgave separat før vi ser på presisjonen til oppgavene i sammenheng. Målet med dette er å kunne si besvare problemstillingen som er «*Hva kreves av en diagnostisk-brøk test for at den skal identifisere reelle misoppfatninger?*». Den diagnostiske testen som er benyttet i denne studien er utviklet for å identifisere misoppfatninger i brøk.

Vi har tatt i bruk en metode som kalles mixed methods. Den kvantitative dataen er samlet inn ved en gjennomføring av en diagnostisk test. Den kvalitative dataen er samlet inn ved etterfølgende intervju. Hensikten med å gjennomføre intervju var å la elevene redegjøre for sine tankemønster under gjennomføringen av prøven for å kunne bekrefte om elevene har misoppfatning eller ikke. Etter datainnsamlingen analyserte vi sammenhengen mellom testresultatene og intervjuresultatene for å videre kunne si noe om testens nøyaktighet og presisjon gjennom, blant annet, sensitivitet og spesifisitet.

Vi valgte å begrense utvalget i studien til elever på 7. trinn. Elever på dette trinnet har, ut ifra læreplanen (LK20), opparbeidet kunnskap om brøk. Likevel er misoppfatninger fremdeles vanlig på dette trinnet. Det er gjennomført et bekvemmelighetsutvalg hvor 30 elever på 7. trinn fordelt på to skoler ønsket å delta i studien.

Resultatene i denne studien viser veldig ulik prestasjon på de ulike oppgavene i oppgavesettet. Enkelte oppgaver viser stor presisjon for å avdekke misoppfatninger. Andre oppgaver gir mer usikre svar. Dette kan skyldes blant annet oppgavens utforming, selve formuleringen eller oppgavetyper for eksempel flervalgs- kontra åpne oppgaver. Disse funnene peker på betydningen av nøye utforming av diagnostiske oppgaver.

Studien fremhever behovet for kontinuerlig utvikling og evaluering av diagnostiske metoder innen utdanningsfeltet.

Forord

Denne masteroppgaven markerer slutten på vår studietid ved Universitetet i Sørøst-Norge og er et resultat av flere års arbeid og læring. Det har vært lærerike år, og vi har tilegnet oss mye nyttig og verdifull kunnskap som vi vil ta med oss videre i vår lærerpraksis. Gjennom studiet har vi begge fått prøvd oss som vikarlærere ved siden av, noe som har bidratt til et stort læringsutbytte da vi har fått anvendt en del teori i praksis.

Vi ønsker å benytte anledningen til å uttrykke vår takknemlighet til de som har støttet oss gjennom denne prosessen.

Først og fremst vil vi takke våre veiledere, Ali Ghaderi og Dan Roaldsøy, for uvurderlig veiledning, innsikt og oppmuntring gjennom hele forskningsprosessen. Deres faglige kunnskap og støtte har vært avgjørende for gjennomføringen av denne oppgaven. Vi vil også takke lærere og elever som har bidratt i studien vår. Deres positive innstilling til å delta gjorde det mulig for oss å få et godt utvalg elever til vår datainnsamling. Vi vil også takke våre familiemedlemmer for deres uforbeholdne støtte, forståelse og tålmodighet gjennom hele studietiden. Uten deres oppmuntring hadde denne reisen vært mye vanskeligere. Til slutt vil vi takke hverandre for det utmerkede samarbeidet og støtten gjennom hele arbeidet med oppgaven. Nå ser vi frem til den nye hverdagen som ferdigutdannede lærere.

Notodden, mai 2024

Betul Rief og Kristine Bakken Seljord

Innholdsfortegnelse

Sammendrag	2
Forord	3
1 Innledning	7
1.1 Bakgrunn for valg av tema	7
1.2 Problemstilling	8
1.3 Oppgavens disposisjon	8
2 Teori	10
2.1 Hva sier forskning om misoppfatninger i matematikk?	10
2.2 Hvorfor kartlegger lærere misoppfatninger?	11
2.3 Hva er diagnostisk undervisning?	12
2.3.1 Hvorfor er diagnostisk undervisning er viktig?	13
2.4 Hvordan utvikles diagnostiske verktøy for kartlegging?	13
2.4.1 Intervjuer	15
2.4.2 Tester med åpne svar	15
2.4.3 Diagnostiske flervalgs-tester	16
2.4.4 Flernivå-tester	17
2.4.5 Digitale diagnostisk-tester	18
2.5 Hvordan kan pålitelighet og gyldighet av diagnostiske tester måles?	19
2.6 Hva er misoppfatninger i brøk?	23
2.6.1 Brøk i matematikkundervisning	23
2.6.2 Misoppfatninger i brøk	23
3 Metode	25
3.1 Forskningsdesign	25
3.2 Utvalg	26
3.2.1 Utvalg til testen	26
3.2.2 Utvalg til intervju	26

3.3 Datainnsamling	28
3.3.1 Test som metode	28
3.3.2 Intervju som metode	44
3.3.3 Gjennomføring	45
3.4 Analyse av data	48
3.5 Studiens kvalitet, reliabilitet og validitet	48
3.6 Forskningsetiske vurderinger	50
4 Analyseprosess og resultater	52
4.1 Notasjoner	54
4.2 Overordnet analyseprosess med elevenes resultater etter diagnostisk test	54
4.3 Vurdering av representativiteten til utvalg av intervjuobjekter	59
4.4 Resultater fra hver oppgave	61
4.4.1 Oppgave 1	62
4.4.2 Oppgave 2	64
4.4.3 Oppgave 3	66
4.4.4 Oppgave 4	68
4.4.5 Oppgave 5	70
4.4.6 Oppgave 6	72
4.4.7 Oppgave 7	74
4.4.8 Oppgave 8	75
4.5 Positiv prediktiv verdi og negativ prediktiv verdi	77
4.6 Effekten av å endre grensen for identifisering av misoppfatninger	77
5 Analyse og Drøfting	83
5.1 Analyse og drøfting av hver enkelt oppgave	85
5.1.1 Oppgave 1	85
5.1.2 Oppgave 2	91
5.1.3 Oppgave 3	95
5.1.4 Oppgave 4	97
5.1.5 Oppgave 5	99
5.1.6 Oppgave 6	101
5.1.7 Oppgave 7	103
5.1.8 Oppgave 8	106
5.2 Drøfting av funnene i hele testen	109

5.2.1 Hva var grunnene til at testens spesifisitet og falsk positiv rate var så skjevt fordelt mellom oppgaver?	109
5.2.2 Hvordan kan vi få elevene å reflektere mer i flervalgs-tester?	110
5.2.3 Hvilke oppgaver er «gode» diagnostiske oppgaver?	112
5.2.4 Hvor effektive ble oppgavene når vi endret grensen for identifisering av misoppfatninger?	113
5.2.5 Noen siste ord til drøftingskapittelet	114
5.2.6 Drøfting av metode og studiens bidrag til forskningsfeltet	114
6 Konklusjon og videre forskning	116
6.1 Konklusjon	116
6.2 Videre forskning	118
<i>Referanser</i>	119
<i>Oversikt over figurer</i>	122
<i>Oversikt over tabeller</i>	124
<i>Oversikt over formler</i>	127
<i>Vedlegg</i>	128
Vedlegg 1. Oppgavesettet	129
Vedlegg 2. Oppfølgingsspørsmål	137
Vedlegg 3. Informasjonsskriv	141
Vedlegg 4. Vurdering fra Sikt	147
Vedlegg 5. Kartleggingsresultater som viser antall k-feil av alle elevene	148
Vedlegg 6. Diagrammer som viser antall gjennomsnittlig svar per oppgave	149

1 Innledning

1.1 Bakgrunn for valg av tema

Noe vi begge brenner for er å kunne hjelpe elever, og å veilede de videre på områder de selv syntes er utfordrende. Vi tok dermed utgangspunkt matematikkvansker som påvirker elevenes læring da vi skulle gå i gang med å finne tema for vår masteroppgave. Vi kom så inn på temaet misoppfatninger. Forskning viser at dersom grunnleggende begreper ikke er forstått riktig kan det være til hinder for videre komplekse ideer dersom de ikke er forstått riktig (Brekke, 2000). Swan trekker frem at konseptuelle hindringer er en uunngåelig del av læringsprosessen (Swan 2006, s.87), og vi opplever derfor at det er viktig å kunne avdekke disse misoppfatningene for å kunne veilede elevene videre i deres matematiske forståelse. Av den grunn endte vi opp med dette temaet. Vi valgte å avgrense ytterligere ved å gå i dybden på misoppfatninger i temaet brøk.

Brøk er et svært samfunnsrelevant tema innenfor matematikk og brukes i flere ulike situasjoner i dagliglivet slik som innenfor økonomi, helsevesen og i byggeprosjekter. Brøkene kan representeres gjennom andeler av pris, dosering av medisiner eller ressurser. Forståelse for brøker er derfor viktig for å kunne håndtere praktiske og realistiske utfordringer i samfunnet. Til tross for brøkens viktige rolle i samfunnet viser tidligere forskning at misoppfatninger i brøk er et utbredt problem blant elever, og flere studier har forsøkt å kartlegge disse misoppfatningene for å utvikle bedre undervisningsmetoder (Brekke, 2002; Swan, 2006). Vår studie bygger videre på dette arbeidet da vi ønsker å undersøke hva som kreves av en diagnostisk test for at den skal avdekke reelle misoppfatninger presist. Dersom testene ikke diagnostisere elevenes misoppfatninger riktig, vil dette føre til problemer for læreren fremfor å være et effektivt verktøy som fremmer elevens læring. Ved å forbedre presisjonen av diagnostiske tester, kan lærere lettere identifisere og adressere elevenes misoppfatninger tidlig i læringsprosessen. Dette kan bidra til å forhindre at misoppfatninger blir forankret og hindrer videre læring.

Som fremtidige lærere har vi et stort ønske om å forbedre elevenes læringsopplevelse. Vår ambisjon er at studien vår ikke bare bidrar til akademisk litteratur, men også gir innsikt og konkrete verktøy lærere kan bruke i klasserommet.

1.2 Problemstilling

«Hva kreves av en diagnostisk-brøk test for at den skal identifisere reelle misoppfatninger?».

I denne studien vil vi utforske hva som kreves for at en diagnostisk- brøk test skal, presist, kunne identifisere elever som har misoppfatning. Dette vil belyses gjennom en dyptgående analyse av testens presisjon. Testens presisjon vil vurderes gjennom sensitivitet, spesifisitet, falsk positiv rate, falsk negativ rate, positiv predikativ verdi og negativ predikativ verdi til de oppgavene testen består av. Videre vil vi sammenligne presisjonen til de ulike oppgavene og se testens presisjon i helhet. Vi vil bruke denne informasjonen til å kunne si noe om hva som kreves for å presist kunne identifisere reelle misoppfatninger. Dette vil igjen bidra til å effektivisere lærerens arbeid med å avdekke elevenes misoppfatning i en ellers travel lærerhverdag.

Ved å integrere kvalitative og kvantitative forskningsmetoder vil vi ikke bare identifisere hvorvidt elevene har eller ikke har misoppfatninger, men også hvor reelle misoppfatningene som avdekkes er. Denne tilnærmingen forventes å gi innsikt i hvilke oppgavetyper, og utforminger som er mest presise for å avdekke de reelle misoppfatningene, og hvordan allerede eksisterende tester kan justeres for å oppnå en høyere presisjon.

1.3 Oppgavens disposisjon

Denne masteroppgaven består av seks kapitler. Etter innledningen presenteres først teorikapittelet. Her vil vi ta for oss hva tidligere forskning sier om misoppfatning i brøk, hvor vi går inn på årsaken til den økte interessen for å diagnostisere elever. Videre vil vi presentere hensikten med hvorfor lærere kartlegger misoppfatninger. Deretter vil vi greie ut om hva diagnostisk undervisning er, og hvorfor det er viktig. Vi vil så redegjøre for hvordan

diagnostiske verktøy utvikles. I vår oppgave ønsker vi å undersøke hva som kreves av et diagnostisk verktøy, som kalles diagnostisk test. Vi trekker derfor frem hvordan man kan undersøke påliteligheten og gyldigheten til slike tester. Temaet vi har valgt for oppgaven vår er brøk, og vi har dermed valgt å presentere hvilke utfordringer elever møter ved dette temaet og hvilke misoppfatninger som ofte oppstår.

Kapittel tre presenterer metoden og fremgangsmåten vi har brukt. Her forklarer vi hva mixed-methods er, og hvordan denne metoden er brukt i vår forskning. Vi vil så redegjøre for hvordan elevene er valgt ut, hvordan dataen er samlet inn og hvordan den diagnostiske testen og intervjuene er gjennomført, samt kort redegjøre for hvordan dataene er analysert. Dette kapittelet avrundes med å vise hvordan vi har sikret reliabilitet og validitet, og hvilke forskningsetiske vurderinger som er tatt i studien.

Kapittel fire presenterer analyseprosessen og hvilke resultater som ble funnet i denne prosessen både fra den diagnostiske testen og intervjuene.

Kapittel fem tar for seg analyse og drøfting av de åtte oppgavene den diagnostiske testen består av, separat. Vi fortsetter med å drøfte funnene på tvers av oppgavene hvor vi inkluderer en drøfting av hvorfor spesifisitet og falsk positiv rate var så skjevt fordelt mellom oppgavene. Videre vil si undersøke hva som skal til for å få elever til å reflektere mer under gjennomføringen av slike tester, samt hva som gjør at noen oppgaver er mer presise enn andre. Deretter vil vi komme med noen justeringer som vil kunne bidra til å utvikle enda bedre tester i fremtiden. Vi avrunder dette kapitelet med å drøfte studiens metode og dens bidrag til forskningsfeltet.

Til slutt avsluttes masteroppgaven med en konklusjon og videre forskning på feltet.

2 Teori

Vi tar sikte på å besvare problemstillingen: «*Hva kreves av en diagnostisk-brøk test for at den skal identifisere reelle misoppfatninger?*». For å gjøre dette, vil vi dykke ned i historien og se på hva tidligere forskning sier om misoppfatninger i matematikk. Vi vil deretter gi en oversikt over hvorfor lærere kartlegger misoppfatninger før vi forklarer hva diagnostisk undervisning er og hvorfor det er viktig. Videre vil vi se på hvordan diagnostiske verktøy er utviklet for å kartlegge misoppfatninger og hvordan man kan måle påliteligheten og gyldigheten av disse verktøyene. Til slutt vil vi fokusere på hva misoppfatninger i brøk er, og hvilke misoppfatninger som er mest vanlige innenfor dette temaet. Teorien i dette kapitlet i masteroppgaven vil vi bruke som et grunnlag for å utforske og analysere hva som kreves av en diagnostisk test for at den skal identifisere reelle misoppfatninger i brøk.

2.1 Hva sier forskning om misoppfatninger i matematikk?

Fra 1960-tallet begynte man med systematiske undersøkelser av matematikkundervisningen, hvor man stilte spørsmål relatert til matematikklæring og undervisningsmetoder (Hinna 2012, s.751). Sentrale spørsmål omhandlet elevenes læringsprosesser og hvordan lærere kan legge til rette for mer effektiv læring. For å finne svar på hvordan elever lærer matematikk best, utforsket forskere ulike læringsteorier, som behaviorisme, konstruktivisme, og sosiokulturell teori (Swan 2006, s.53). Blant dem, fokuserte teorier som kognitivisme og konstruktivisme på elevenes feil, basert på oppfatningen om at læring innebærer endring av mentale strukturer (Hinna 2012, s.890). Dette skiftet motiverte en økt interesse for å kartlegge og systematisere elevenes feil og de underliggende misoppfatningene som forklarer disse feilene (Swan 2006, s.80).

Interessen for matematikdidaktikk og kartlegging av elevenes feil vokste på 1980-tallet, og forskere begynte å bruke begreper som «feil», «misoppfatninger», og «diagnostisering» aktivt (Swan 2006, s.81). Noen forskere argumenterte for at det er bedre å forebygge enn å rette opp i misoppfatninger (Swan 2006, s.81), men forskningen viste at konseptuelle hindringer er en uunngåelig del av læringsprosessen. Dermed ble det klart at hvis disse hindringene ikke kan forebygges, må de avdekkes og korrigeres (Swan 2006, s.87).

I Norge ble denne forskningen introdusert gjennom KIM-prosjektet (Kvalitet i Matematikkundervisningen) i 2002. Gard Brekke ved Telemarksforskning-Notodden skrev et introduksjonshefte med mål om å utvikle diagnostisk kartleggingsmaterieell og undersøke elevenes holdninger til matematikk (Brekke 2002). I disse heftene definerer Brekke (2002, s.10) misoppfatninger som ufullstendige eller feilaktige ideer relatert til et konsept og poengterer hvor viktig det er å skille mellom elevenes feil og de misoppfatningene som ligger bak. Videre forteller Brekke at (2002, s.10) at en feil kan skje på grunn av tilfeldigheter og uoppmerksomhet ved at eleven for eksempel ikke leser oppgaven godt nok. Imidlertid er ikke misoppfatninger tilfeldige, men heller at elevene har en systematisk feiltenkning om konseptet, og gjør konsekvent samme type feil (Brekke, 2002, s.10).

En vanlig misoppfatning er for eksempel at elevene tenker «multiplikasjon gjør alltid svaret større» (Brekke, 2002, s.11). Når elever lærer multiplikasjon, kan de utvikle en oppfatning av multiplikasjon som «gjentatt addisjon», noe som fører til en naturlig, men feilaktig tro på at «multiplikasjon alltid gjør tall større». Denne misoppfatningen blir utfordrende når elever senere møter negative eller rasjonelle tall. Misoppfatninger av denne typen er uunngåelige ettersom elever først blir introdusert for multiplikasjon med hele tall. Det er ikke hensiktsmessig for læreren å påpeke at denne forståelsen kun gjelder midlertidig, det kan potensielt skape større forvirring.

2.2 Hvorfor kartlegger lærere misoppfatninger?

Formålet med å kartlegge, eller diagnostisere, elevenes misoppfatninger i matematikk er å gi læreren informasjon om hvordan elevene forstår de forskjellige konseptene. Dette gir muligheter til å undersøke hva elevene oppfatter som vanskelig og hvilke konseptuelle barrierer de har, og det kan støtte læreren i undervisningsplanleggingen, som Brekke (2000, s.6) påpeker i sin rapport. Lærere får dermed mulighet til å hjelpe elevene med å endre tankesettet sitt og forstå egne tanker før de generaliserer det til andre matematiske områder. I teorien kalles det å endre elevenes systematiske tenkning om et bestemt tema «kognitiv konflikt». Dette fenomenet, å skape en kognitiv konflikt, har sitt utspring i konstruktivismen som bygger på ideen om at kunnskap er noe som blir konstruert (Alnes 2023). Det innebærer at gjennom sosial interaksjon, eller samtaler, forsøker barn å forstå og justere ideene sine i lys av andres, og lærer gjennom

logisk vurdering av avvikende synspunkter (Swan 2006,s.85). Dette betyr at når elever oppdager at tankemønstret deres ikke er fullstendig eller tilstrekkelig, oppstår et behov for å gå gjennom det på nytt, noe som gir de en mulighet til å reflektere over feilene de har gjort. På denne måten konstruerer elevene kunnskapen sin. Swan (2006, s.83) nevner at i de fleste av disse tilfellene er den eneste feilen elevene gjør i oppgaven å ikke reflekterte nøye nok. Når elevene gis mulighet til å reflektere, korrigerer de ofte feilene sine.

Bruken av metoden «diagnostisk undervisning» for å fremprovosere kognitiv konflikt er grunnleggende i denne sammenheng. Metoden har stor betydning i diskusjonene rundt misoppfatninger, og vi vil derfor gå gjennom hvordan den anvendes i undervisningen før vi diskuterer forskningens funn angående sammenhengen mellom diagnostisk undervisning og elevenes læring.

2.3 Hva er diagnostisk undervisning?

For å forstå begrepet diagnostisk undervisning må vi se nærmere på hva «diagnostisk» betyr. Botten (2009, s.101) refererer til Magne og Kilborn (1997) som beskriver diagnostisering som en metode hvor man tar hensyn til elevenes forutsetninger, forkunnskaper og potensiale når elevene lærer begreper i matematikk.

Swan (2006, s.88) fremhever fem nøkkelfaser i diagnostisk undervisning:

1. Utforske elevenes eksisterende forståelse gjennom tester og intervjuer: Læreren identifiserer elevenes misforståelser og delvis utviklede begreper.
2. Gå gjennom eksisterende konsepter og metoder i klasserommet: Læreren gjør elevene oppmerksom på akkurat disse misoppfatningene.
3. Skape kognitiv konflikt: Læreren konfronterer elevene med tankegangene deres for å skape kognitiv konflikt gjennom ulike måter, for eksempel ved å be dem sammenligne svarene deres med andre elever, eller ved å be dem gjenta oppgaven med alternative metoder.
4. Oppfordre til diskusjon og refleksjon for å løse kognitive konflikter: Læreren legger til rette for helklassesamtaler hvor elevene oppfordres til å komme frem til riktig tankesett.

5. Gå gjennom hvordan man kan anvende nye begreper i nye kontekster: Læreren veileder mot å bruke en ny forståelse i ulike sammenhenger effektivt.

2.3.1 Hvorfor er diagnostisk undervisning er viktig?

For å undersøke effektiviteten av diagnostisk undervisning, er det gjennomført forskjellige studier som sammenligner denne metoden med andre, som «guided discovery» (veiledet utforskning) (Swan 2006, s.89) og «exposition» (ekspositorisk undervisning) (Swan 2006, s.95).

Veiledet utforskning legger vekt på at elever utforsker og reflekterer over problemstillinger individuelt, mens diagnostisk undervisning fokuserer mer på å uttrykke og utfordre ideer. Studiene viste at selv om læringsmålene ble oppnådd med begge metoder, tenderer elever i veiledet utforskning til å falle tilbake til tidligere misoppfatninger etter å ha fullført oppgavene (Swan 2006, s.92).

Ekspositorisk undervisning, som legger vekt på direkte forklaring og øvelser uten elevdiskusjon, ble også sammenlignet. De fant at konflikt- og diskusjonsbaserte metoder hadde en mer varig effekt på elevenes forståelse, spesielt i unngåelse av vanlige misforståelser (Swan 2006, s.103).

Disse funnene understreker hvor viktig det er å føre aktive diskusjoner og konfrontasjoner med egne feil og misoppfatninger for å fremme dypere forståelse og langvarig læring av matematisk kunnskap.

2.4 Hvordan utvikles diagnostiske verktøy for kartlegging?

Diagnostiske vurderingsverktøy, som skiller seg fra tradisjonelle kartleggingsmetoder, er essensielle for å gi læreren innsikt i elevenes tenkemåter og misoppfatninger i et spesifikt område.

Det finnes ulike diagnostiske vurderingsverktøy for å identifisere elevenes misoppfatninger. I en doktorstudie har Gurel et al. undersøkt 273 artikler på dette området, som avdekker hvilke diagnostiske verktøy lærere bruker for å avdekke elevenes misoppfatninger, i tillegg til analyser av styrkene og svakhetene ved disse verktøyene. Studien viste at det mest vanlige diagnostiske verktøyet var intervjuer, med en andel på 53 %. Det nevnes at flere studier viser at ulike diagnostiske verktøy ofte brukes i kombinasjon, derfor summerer ikke det totale prosentantallet til 100 %. Av alle studiene som presenteres, viser det seg at 42 % bruker en enkelt metode, mens 58 % bruker en kombinasjon av to eller flere metoder. De ulike vurderingsverktøyene som lærere bruker for å avdekke misoppfatninger inkluderer:

- Intervju
- Tester med åpne svar
- Vanlige flervalgs-tester
- To-nivå flervalgs-tester
- Tre-nivå flervalgs-tester
- Fire-nivå flervalgs-tester

I tillegg til disse vurderingsverktøyene har vi også valgt å inkludere vurderingsverktøyet «digitale tester» som er utviklet for å avdekke misoppfatninger i andre land (Mathspace 2022; McGraw, 2024). Grunnet økt interesse og digitaliseringens betydning i norske skoler (Kunnskapsdepartementet u.å., s.12), vil vi også ta opp hvordan digitale tester er designet og brukes for å avdekke misoppfatninger.

- Digitale tester

På grunn av oppgavens omfang vil vi fokusere mest på de verktøyene vi har brukt i vår studie: «intervjuer» og «vanlige flervalgs-tester», og deres styrker og svakheter for å identifisere misoppfatninger. Vi vil også kort omtale «flernivåtester», ettersom mange forskningsprosjekter også benytter disse testene for å identifisere og adressere misoppfatninger, for å se hvordan vår metode sammenligner seg med andre metoder. Til slutt vil vi også nevne hvordan digitale verktøy brukes for å kartlegge elevenes tanker og misoppfatninger.

2.4.1 Intervjuer

Formålet med diagnostisk intervju er å få innsikt i hva elever tenker om et konsept (Van de Walle 2013, s.90). Som nevnt tidligere (kap. 2.4) er intervju det verktøyet som oftest brukes for å avdekke misoppfatninger (Gurel 2015, s.992). Gurel et al. (2015, s.992) refererer til Hestenes, Wells, og Swackhamer (1992) og Botten (2009, s.101) refererer til Magne (1998) som alle påpeker at når intervju utføres på en god måte, er det en av de mest effektive metodene for å håndtere misoppfatninger. Metoden har flere fordeler, som for eksempel fleksibilitet og evnen til å gi dyp innsikt i elevenes forståelse, men den krever også tid (Gurel et al., 2015, s.1001). Relasjonen mellom læreren og eleven kan også påvirke resultatene (Gurel et al., 2015, s.1001). Veiledningen for en kartleggingsmetode fra Statped, hvor kartleggingen skjer gjennom samtaler for å avdekke misoppfatninger, understreker at det er elevens lærer som bør utføre kartleggingen (Astrup 2013b, s.4). Dette begrunnes med at kartleggeren bør kjenne eleven godt og forstå hvordan eleven uttrykker seg i det daglige. I tillegg er det viktig å skape en trygg testsituasjon der gode relasjoner mellom elev og lærer kan bidra positivt (Astrup, 2013,s.4).

2.4.2 Tester med åpne svar

Tester med åpne svar er også vanlig å bruke i diagnostisk undervisning (Gurel et al., 2015, s.992). Gurel et al. (2015, s.993) refererer til at Al-Rubeyea (1996) som trekker frem at tester med åpne svar for å avdekke misoppfatninger har en fordel ved at disse testene gir elever mer tid til å reflektere. Til tross for fordelene med åpne spørsmål, påpeker Gurel et al. (Gurel et al. 2015, s.1001) påpeke disse ulempene ved åpne oppgaver:

- Tar tid å analysere svar.
- Evaluering er et problem.
- Responsraten er relativt liten (elever er motvillige til å skrive sitt svar og begrunnelse tydelig).

2.4.3 Diagnostiske flervalgs-tester

Diagnostisk testing beskrives som:

«Diagnostisk testing er en grundig test for å oppdage bestemte styrker, svakheter og vanskeligheter en elev opplever, og er utformet for å avdekke årsaker og spesifikke områder av svakhet eller styrke. Dette krever ofte at testen inkluderer flere spørsmål om det samme trekket, slik at for eksempel flere typer vanskeligheter i elevens forståelse blir avdekket; en diagnostisk test krever deloppgaver som fokuserer på hver av en rekke veldig spesifikke vanskeligheter som elever kan oppleve, for å identifisere de eksakte problemene de har fra et spekter av mulige problemer.» (Cohen, Morrison, og Manion 2018, s.570).

Dette vil si at oppgavene i disse testene må utformes på en spesiell måte for å gi korrekt informasjon til læreren, og at en må unngå å lage oppgaver der elevene kan komme med riktig svar selv om de har misoppfatning på dette området (Brekke, 2002, s.16). Brekke (2000, s.6) påpeker derfor at utvikling av «gode» diagnostiske oppgaver er kritisk for å avdekke konsekvent brukte feilaktige eller forenklete ideer.

Gurel et al. nevner (2015, s.993) at disse testene er veldig vanlige, og ofte brukes de enten sammen med intervjuer eller alene. En fordel med testene er at resultatene blir tydelige for læreren, og de er enkle å gjennomføre. Til tross for fordelene med disse testene, refererer Gurel et al. (Gurel et al. 2015, s.993) til Chang, Yeh, og Barufaldi (2010) samt Bork (1984) for å påpeke begrensninger og ulemper ved flervalgsspørsmål:

- Elevenes gjetting bidrar til feilvarians og reduserer testens pålitelighet.
- Alternativene som eleven har krysset av på gir ikke dyp innsikt i ideene eller den konseptuelle forståelsen deres
- Elevene tvinges til å velge hvert svar fra en svært begrenset liste over alternativer, noe som hindrer dem i å konstruere, organisere og presentere sine egne svar.
- Det er spesielt vanskelig å utforme gode flervalgsspørsmål.

Den mest utbredte kritikken er at elevene kan velge riktige svar av feil grunner (Gurel et al., 2015, s.994). Dette betyr at når en elev svarer riktig, er det ikke nødvendigvis fordi eleven tenkte riktig, men kanskje var det tilfeldig (Gurel et al., 2015, s.994). Samtidig betyr det ikke

at en elev som svarer feil nødvendigvis mangler kunnskap om emnet. Gurel et al. (2015, s.994) refererer videre til Hestenes et al. (1992) som introduserer begrepene «falsk negativ» og «falsk positiv» for å fremheve nøyaktigheten i målinger i en flervalgs-test.

Falsk negativ betyr at elever ikke avgir svar som er karakteristiske ved misoppfatning, men har misoppfatning bak svaret, og falsk positiv det motsatte, hvor elever som ikke har misoppfatning, men svarer som om de har misoppfatning. Falske positive i en test kan ofte skyldes at eleven er uoppmerksom, ikke tenker godt nok gjennom svaret, eller gjør en tilfeldig feil (Gurel et al., 2015, s.994).

Gurel et al. (2015, s.994) påpeker at den største utfordringen med å utvikle flervalgs-tester er å minimere de falske positive og falske negative. De refererer (2015, s.994) til en studie av Tamir (1990), hvor elever ble bedt om å begrunne svarene sine på en flervalgstest hvor resultatene viste at elever som svarte riktig ofte ikke kunne begrunne svarene sine. Av disse grunnene ble flernivåtester utviklet, som vi vil se nærmere på i neste avsnitt.

2.4.4 Flernivå-tester

Litteraturen viser at to-, tre-, og fire-nivåtester er vanlige verktøy for å avdekke elevenes misoppfatninger. I to-nivåtester blir elevene bedt om å begrunne sitt valgte svar i en begrunnelses boks (Gurel et al 2015, s.995). Et svar anses som riktig dersom eleven både velger det riktige svaret og avgir en korrekt begrunnelse (Gurel et al., 2015, s.995). Disse testene er nyttige for lærere fordi de kan avdekke om svaret er basert på gjetting. Imidlertid har testene begrensninger da de ikke kan skille om feilsvarene fra elevene er forårsaket av mangel på kunnskap eller misoppfatninger. Testene kan heller ikke avgjøre om det riktige svaret skyldes faktisk kunnskap eller gjetting (Gurel et al., 2015, s.996). Derfor ble det nødvendig å utvikle nye tester for å avdekke om feil skyldes misoppfatninger eller mangel på kunnskap, noe som førte til utviklingen av tre-nivåtester.

Tre-nivåtester består av tre deler: en flervalgsoppgave, en del hvor elever skal begrunne svaret, og en del hvor elevene angir sitt «confidence level» – hvor sikre de er på svaret de har avgitt, på en skala fra «veldig sikker» til «usikker» (Gurel et al., 2015, s.997). Dette gir lærere bedre

innsikt i om en elev har misoppfatninger eller kunnskapsmangler. For eksempel anses et elevsvar som riktig hvis eleven har svart korrekt på første del, begrunnet svaret riktig, og markert «veldig sikker» på tredje del. På samme måte indikerer et feil svar på de to første delene og «veldig sikker» på tredje del en misoppfatning. Andre kombinasjoner kan tyde på kunnskapsmangel (Gurel et al., 2015, s.997).

Tre-nivåtester kan enten over- eller undervurdere elevenes misoppfatninger eller korrekte forståelser basert på hvordan de uttrykker tilliten til svaret sitt på hvert nivå. Fire-nivåtester adresserer dette ved å gi en separat vurdering av tilliten for hvert nivå (Gurel et al., 2015, s.998). For eksempel kan en elev som svarer korrekt og er «sikker» på første nivå, men «ikke sikker» på begrunnelsen, indikere en kunnskapsmangel, selv om svaret er riktig. Fire-nivåtester er utviklet for å gi en mer nøyaktig vurdering av elevenes misforståelser og kunnskapsmangler. Mens tre-nivåtester fokuserer på elevenes svar, forståelsen av konsepter, og begrunnelse og sikkerhet for de to første nivåene sammen, legger fire-nivåtester til en ekstra dimensjon ved å vurdere elevenes tillit til hver del separat (Gurel et al., 2015, s.998). Derfor gir fire-nivåtester en mer detaljert vurdering av elevenes kunnskap og misforståelser, men også disse testene har sine begrensninger.

2.4.5 Digitale diagnostisk-tester

I tillegg til intervju og skriftlige tester, har også interessen for digitale ressurser økt for å forstå bedre hvordan elevene tenker og hvilke misoppfatninger de har. I en studie (Klingbeil et al. 2024) som ser på gyldigheten til en flervalgs-digitaltest som er utviklet for å avdekke elevens tanker, konkluderer de med at testen kan gi nyttige diagnoser av elevenes misoppfatninger. Klingbeil et al. (2024) henviser Akhtar & Steinle (2013) som skriver om at digitale flervalgsoppgaver er designet på en måte som avdekker elevenes systematisk feil gjennom automatisk analyse og ser etter mønsteret i svarene i sanntid.

På grunn av støy og tilfeldige feil som ofte dukker opp i flervalgs-tester har en annen digital test (Baker 2004, s.122) anvendt kunstig intelligens og utnytter en probabilistisk teori for å utvikle en digital test. Probabilistisk teori handler om at systemet benytter sannsynlighetsbaserte metoder for å vurdere og justere for feil og støy i elevenes svar (Baker

2004, s.122) . Testen har et adaptivt system som gjør at elevene får nytt svar ut fra besvarelsen fra forrige oppgave (Baker, 2004, s.19). Dette bidrar til at dersom eleven svarer feil, og svaret tyder på misoppfatning, får eleven et nytt spørsmål som er nært knyttet til det forrige. På den måten kan testen, for eksempel, avgjøre at en elev ikke har misoppfatning, til tross for feilsvar, på grunn av at eleven mester andre områder knyttet til tema (Baker 2004, s.122).

Målet med digitale tester er å oppdage mønstre i elevenes feil gjennom kontinuerlige vurderinger og analyser av elevenes svar. Dersom disse mønstrene er like for en type oppgave, kan disse testene gi informasjon om elevene har misoppfatning eller ikke.

2.5 Hvordan kan pålitelighet og gyldighet av diagnostiske tester måles?

Å utvikle effektive tester med kvalitetsdiagnostiske oppgaver, som nevnt tidligere, er utfordrende og krever en metodisk og godt strukturert prosess (Gurel et al., 2015, s.990). Dette sikrer at gyldigheten og påliteligheten av bevisene er tilstrekkelige for å støtte konklusjonene trukket fra testresultatene (Gurel et al., 2015, s.990). Gurel et al. (2015, s. 990) trekker paralleller til Hammar (2006), som sammenligner diagnostiske tester i utdanning med diagnoser i medisin, for å understreke nødvendigheten av presisjon i diagnostiseringen av elevenes misoppfatninger. En korrekt diagnose lar en lege behandle en sykdom effektivt; på samme måte må lærere forstå elevenes tanker og misoppfatninger for å fremme bedre læring.

For å evaluere hvor effektive diagnostiske tester er til å avdekke korrekte misoppfatninger hos elever, er det nyttig å se på nøkkelkarakteristikker som: sensitivitet, spesifisitet, falsk positiv, falsk negativ og prediktive verdier. Disse begrepene, ofte brukt i medisin, vil bli anvendt i analyse og drøftingskapittelet av masteroppgaven vår for å vurdere oppgavens evne til å identifisere elevenes misoppfatninger.

Sensitiviteten til en test måler sannsynligheten for å korrekt identifisere de som faktisk har tilstanden den tester for (Lydersen 2017). Spesifisiteten måler testens evne til å korrekt identifisere de som ikke har tilstanden (Lydersen 2017). Falsk positiv eller falsk negativ er i medisinsk sammenheng en måte å avgjøre om en test viser at en syk person er frisk eller

omvendt. (Lydersen 2017). For å kunne si noe om sannsynligheten for at testens resultat er korrekt, brukes predikative verdier (Lydersen 2017). For å måle nøyaktigheten til en diagnostisk test, er derfor prediktive verdier et endelig resultat som viser sannsynligheten for hvor stor sjanse det er for at testen viser riktig når den viser positiv eller negativ (Lydersen 2017). Det finnes to prediktive verdier, positiv prediktiv verdi (PPV) og negativ prediktiv verdi (NPV).

Ideelt sett bør en test kunne identifisere både de som er syke og de som er friske. En perfekt test er urealistisk, men vi kan beskrive hvor nøyaktig den er ved hjelp av sannsynligheter vi nevnte ovenfor. For at en test skal anses som spesielt god, bør både sensitiviteten og spesifisiteten ligge nær 1. Og verdiene for falsk positiv og falsk negativ må være 0. Det kan også være nyttig å vite sannsynligheten for den positive predikative verdien uttrykt ved $P(B|A)$, altså sjansen for at en person faktisk er syk hvis testen indikerer dette. Ved å kjenne til sensitiviteten, spesifisiteten, og basisraten, kan vi bruke Bayes' teorem for å beregne den positive prediktive verdien $P(B|A)$.

- Testens evne til å avgjøre om en person er syk kalles testens sensitivitet. Den uttrykkes ved sannsynligheten $P(A|B)$.
- Testens evne til å avgjøre om en person er frisk kalles testens spesifisitet. Den uttrykkes ved sannsynligheten $P(\bar{A} | \bar{B})$.
- Vi må også vite hvor stor del av populasjonen som lider av den aktuelle sykdommen. Dette kalles basisraten $P(B)$.

I vår sammenheng vil sykdommen representerer når eleven har misoppfatning. Ut fra disse kan vi bruke formelen (Formel 1) for å beregne positiv prediktiv verdi (PPV).

$$PPV = P(I = 1|T = 1) = \frac{P(T = 1|I = 1)P(I = 1)}{P(T = 1|I = 1) + P(T = 1|I = 0)P(I = 0)}$$

Formel 1 Positiv prediktiv verdi $P(I = 1|T = 1)$: Sannsynligheten for at intervju $P(I)$ viser eleven har misoppfatning (1) når testen $P(T=1)$ viser eleven har misoppfatning (1)

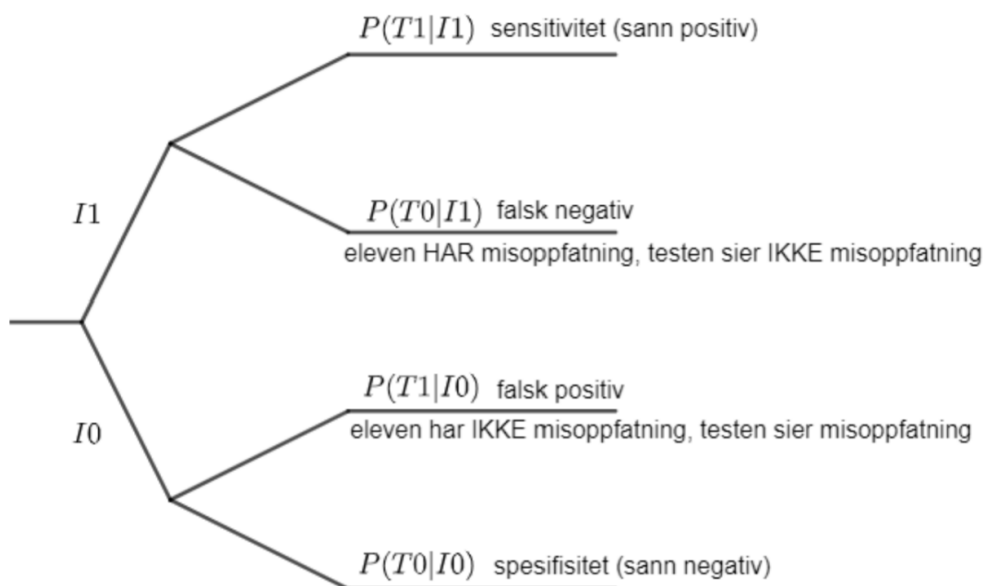
På samme måte beregnes negativ predikativ verdi (NPV), altså sannsynligheten for at en person faktisk er frisk hvis testen indikerer dette. Det er samme struktur på regningen, vi bytter bare om på 0-ere og 1-ere:

$$NPV = P(I = 0|T = 0) = \frac{P(T = 0|I = 0)P(I = 0)}{P(T = 0|I = 0) + P(T = 0|I = 1)P(I = 1)}$$

Formel 2 Negativ prediktiv verdi $P(I=0|T=0)$: Sannsynligheten for at intervju $P(I=0)$ viser eleven ikke har misoppfatning (0) når testen $P(T=0)$ viser eleven ikke har misoppfatning (0)

Vi vil fremheve at dette vil beregne estimatet for basisraten ut fra det relativt lille utvalget vårt (10 elever). Dette er ikke å anse som tilstrekkelig i en streng vitenskapelig sammenheng.

Nedenfor vil vi presenterer et hendelsestre som viser hvordan ulike tilfellene kommer til syne i en diagnostisk test (Figur 1).



Figur 1 Hendelsestre som viser hvordan ulike tilfellene kommer til syne i en diagnostisk test.

- Dersom eleven har misoppfatning (I1): Kan to ting skje. Enten bekrefter testen misoppfatningen, eller så konkluderer testen feilaktig med at det ikke foreligger misoppfatning.
- Dersom eleven ikke har misoppfatning (I0): Kan to ting kan skje. Enten bekrefter testen ikke misoppfatning, eller så konkluderer testen med at det foreligger misoppfatning.

For å presentere disse sannsynlighetene vil vi utnytte et statistisk fremstillingsverktøy som kalles «forvirringsmatrise». En forvirringsmatrise brukes i statistikk for å visualisere ytelsen til en klassifiseringsmodell. De grunnleggende komponentene til en forvirringsmatrise inkluderer sann positiv, falsk positiv, sann negativ og falsk negativ. Verdiene brukes for å vurdere presisjon og nøyaktighet (Bhandari 2024). Forvirringsmatrisen er godt egnet for å visualisere resultatene våre, ettersom vi ønsker å undersøke hvor god og nøyaktig den diagnostiske testen er og hvordan de ulike komponentene ser ut. I den forstand vil matrisen vise disse:

Forvirringsmatrise

SP: Antall sann positive
FN: Antall falsk negative
FP: Antall falsk positive
SN: Antall sann negative

FNR: Falsk negativ rate
FPR: Falsk positiv rate

0: Ikke-misoppfatning
1: Misoppfatning

		<u>Skriftlig test</u>	
		0	1
Intervju	0	$Spesifisitet = \frac{SN}{SN + FP}$	$FPR = \frac{FP}{SN + FP}$
	1	$FNR = \frac{FN}{FN + SP}$	$Sensitivitet = \frac{SP}{FN + SP}$

Figur 2 Forvirringsmatrise og formlene som blir brukt ved utregning.

2.6 Hva er misoppfatninger i brøk?

2.6.1 Brøk i matematikkundervisning

Solem et al. (2017, s.221) viser til matematikdidaktikeren Streefland (1991) som påpeker at brøk er et av de mest problematiske områdene i matematikkopplæringen. Dette skyldes brøkens sammensatte natur, som inkluderer ulike aspekter som del av en helhet, resultat av en deling, tall og måling, operator, og forhold (Solem et al. 2017, s.222). Brøk kan illustreres ved hjelp av ulike modeller, som areal-, mengde-, og lengdemodeller, der hver modell fremhever ulike sider ved brøkbegrepet og bidrar til å styrke forståelsen av brøkbegreper hos elever (Solem et al. 2017, s.222). Derfor understreker Tokle et al. (2018, s.3) hvor viktig det er at elever arbeider med alle disse aspektene for å utvikle et godt brøkbegrep. For eksempel møter elever ofte brøk som del av en helhet gjennom visuelle modeller, som oftest en arealmodell som et rektangel delt i fire deler, hvor én del er fargelagt for å representere brøken $\frac{1}{4}$. Et ensidig fokus på arealmodeller kan imidlertid lede elever til å feilaktig knytte brøk ene og alene til telling innenfor en rektangulær modell, noe som kan føre til misoppfatninger ved møte med andre figurer (Solem et al. 2017, s.226). Dette krever at læreren må ha solid faglig kunnskap i tillegg til pedagogisk kunnskap (Kleve 2010, s.13).

I en studie som undersøkte hvordan læreres matematiske kunnskap kommer til uttrykk i brøkundervisningen, viste det seg at det var svært lite, spesielt under matematiske samtaler (Kleve 2010, s.12). I studien vår er dette poenget viktig å nevne fordi diagnostisk undervisning og det å skape kognitiv konflikt er nært knyttet til samtaler mellom lærer og elev. Uten lærernes matematiske kunnskap er det vanskelig å oppnå dette.

2.6.2 Misoppfatninger i brøk

I artikkelen «Misoppfatninger knyttet til brøk» fra Realfagsløyper (Tolke et al., 2018), som også ligger til grunn for den diagnostiske testen vår, nevner Tokle et al. (2018) seks vanlige misoppfatninger elever har om brøk. De gjennomgår også oppgaver, utviklet av Matematikksenteret, for å avdekke disse misoppfatningene, som vi også benytter i vår test.

De seks vanlige misoppfatningene i brøk (Tolke et al., 2018):

- Nevner representerer antall deler uavhengig av størrelse: Elever forstår brøk som del av en helhet men overser at delene må være like store (Tolke et al., 2018, s.4).
- Jo større nevner (eller teller), jo større brøk: Elever forenkler erfaringer med hele tall til brøker, uten å vurdere forholdet mellom teller og nevner. For eksempel vil elever med denne misoppfatningen si at $1/5$ er større enn $1/4$, fordi 5 er større enn 4 (Tolke et al., 2018, s.7).
- Brøkestrek er lik desimalkomma: Elever forveksler brøkestrek med desimalkomma, og behandler teller og nevner som uavhengige heltall. For eksempel svarer elevene spørsmålet med 1,6 når de skal å skrive brøken $1/6$ som desimaltall (Tolke et al., 2018, s.12).
- Differansen mellom teller og nevner avgjør brøkens størrelse: Elever ser på teller og nevner som uavhengige størrelser og misforstår brøkens relative verdi. For eksempel kan noen elever tenke at $4/5$ er større enn $7/9$ fordi forskjellen mellom 4 og 5 er mindre enn forskjellen mellom 7 og 9. Dette kan også påvirke når elever skal avgjøre hvilke brøker som er likeverdige. For eksempel kan elevene tenke at $2/3$ er samme som $7/8$ fordi forskjellene mellom teller og nevner er det samme i begge brøkene (Tolke et al., 2018, s.15).
- Teller og nevner er isolerte tall: Elever fokuserer kun på telleren eller nevneren uten å vurdere brøken som en helhet. For eksempel svarer eleven 3 når de blir spurt om hvor mange pizzastykker Kari har spist når hun har spist $3/5$ deler av pizzaen. Eleven ser kun tallet som står i teller uten å vurdere forholdet til nevner (Tolke et al., 2018, s.19).
- Tar ikke hensyn til helheten: Elever forstår ikke brøk som en relativ størrelse, noe som fører til misforståelser om brøkens forhold til helheten den representerer. Eleven tenker ulike brøker som en del av den samme helheten og at brøkene alltid har samme forhold til hverandre, uavhengig av brøkens helhet (Tolke et al., 2018, s.23). Disse elevene tenker at halvparten av et eple er like stort som halvparten av en vannmelon, fordi de tenker at halvparten av noe alltid er like stort. De har i tillegg problemer med å se at helheten endrer seg når den øker eller minker (Tolke et al., 2018, s.23), for eksempel i en ungdomsklubb øker medlemstallet $1/10$ eller minker antall medlemmer $1/10$. Elevene som har den type misoppfatning vil si da at medlemstallet er samme.

3 Metode

I dette kapitlet vil vi presentere detaljer rundt forskningsdesignet vårt og metodiske vurderinger. Videre vil vi beskrive utvalget i studien. Vi vil deretter forklare metodene som er benyttet i datainnsamlingsprosessen før vi presenterer gjennomføringen i prosessen. Etter dette vil vi gi en kort redegjørelse for hvordan dataen ble samlet inn. Vi avslutter kapitlet med å gå igjennom studiens kvalitet, reliabilitet og validitet, og hvilke forskningsetiske vurderinger vi har tatt hensyn til.

3.1 Forskningsdesign

I denne masteroppgaven anvender vi et «mixed methods» -forskningsdesign for å kombinere styrkene til både kvalitativ og kvantitativ forskning. Dette gir oss mulighet til en mer omfattende analyse av problemstillingen: *«Hva kreves av en diagnostisk-brøk test for at den skal identifisere reelle misoppfatninger?»*

Vi benytter en sequential explanatory (sekvensielt utforskende) utforming, hvor den kvantitative fasen av datagenerering og analyse etterfølges av en kvalitativ fase for å dypere utforske og forklare de innledende resultatene (Brevik og Mathé 2022; Creswell 2009). Gjennom en diagnostisk test med flervalgsoppgaver samler vi inn kvantitative data, mens påfølgende intervjuer gir kvalitativ innsikt i elevenes tankeprosesser under gjennomføringen av testen. Vi valgte denne todelte tilnærmingen for å utforske korrelasjonen mellom testresultatene og intervjuene, med mål om å vurdere testens spesifisitet, sensitivitet, falsk positiv rate, falsk negativ rate og prediktive verdier. Gjennom statistisk analyse av forvirringsmatriser og tolkning av resultatene, forsøker vi å identifisere eventuelle konsistenser eller avvik som kan indikere hvor effektiv testen er.

I denne tilnærmingen er det viktig å vurdere hvordan balansen mellom den kvalitative og kvantitative delen vektlegges. Forskeren kan selv tilpasse vektleggingen basert på personlig interesse og formålet med studien (Ivankova et al., 2006, s.9-10). Grunnet vårt mål som er å finne ut hva som kreves av en diagnostisk test for at den skal kunne avdekke reelle

misoppfatninger, undersøker vi presisjonen gjennom blant annet sensitivitet og spesifisitet. Av den grunn har vi valgt å legge størst vekt på den kvantitative delen. De kvalitative dataene som samles inn, vil bli konvertert til kvantitative data. Dette gjøres ved å kode intervjuene med tall som indikerer om elevene har misoppfatning eller ikke. Dersom elevenes forklaringer og tankemønster under intervju tyder på misoppfatning ble dette notert ved 1, og dersom elevenes forklaringer og tankemønster ikke tydet på misoppfatning ble dette notert ved 0. Dette gir oss anledning til å generere funnene gjennom statistiske beregninger. Disse beregningene gjør det mulig å identifisere mønstre, trender og korrelasjoner som gir grunnlag for å trekke konklusjoner om effektiviteten og nøyaktigheten til diagnostiske tester (Blikstad-Balas og Dalland 2022).

3.2 Utvalg

3.2.1 Utvalg til testen

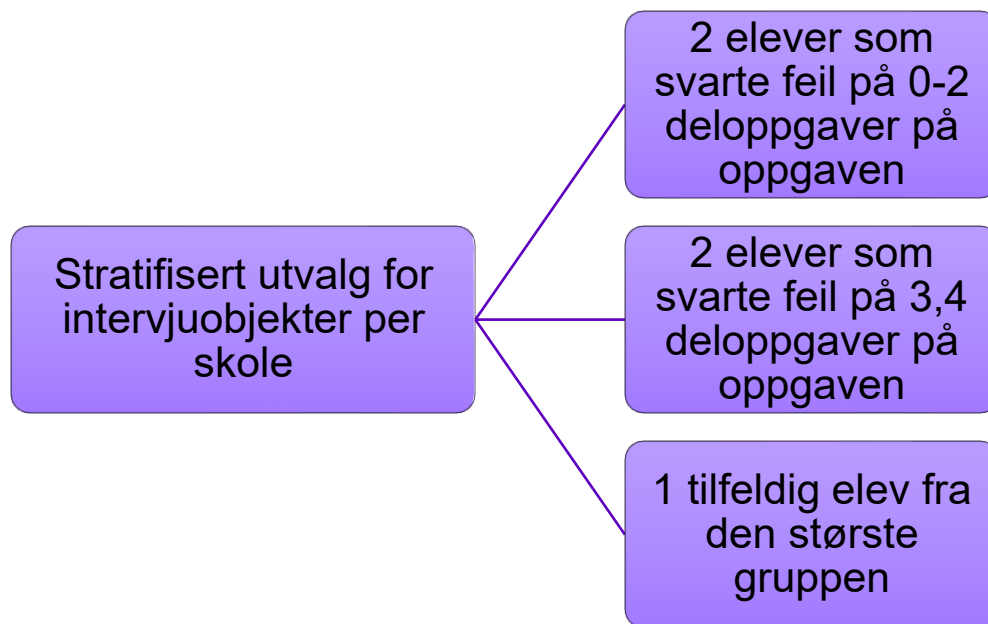
Vi har valgt å avgrense studien til elever på 7. trinn, selv om brøkundervisning er vektet fra 5. trinn ifølge den nye læreplanen (Utdanningsdirektoratet 2020b). På dette trinnet har elevene gjerne har fått en grunnleggende forståelse av brøk, men misoppfatninger er fortsatt vanlige.

Alle elever i studien ble rekruttert fra skoler hvor vi begge har vært vikarlærere, og som ligger i forskjellige geografiske områder. Ved å benytte et bekvemmelighetsutvalg, altså et utvalg bestående av informanter man har kjennskap til (Blikstad-Balas & Dalland, 2022, s.40), kontaktet vi skolens ledelse, som igjen henvendte seg til lærerne for de aktuelle 7. klassene. Disse lærerne informerte elevene og deres foresatte om prosjektet. 16 elever fra skole 1 og 14 elever fra skole 2 valgte å delta. Til sammen hadde vi 30 deltakere i studien.

3.2.2 Utvalg til intervju

Etter gjennomført test med alle de 30 deltakerne, brukte vi et stratifisert utvalg for å skaffe informanter til andre del av datainnsamlingen. I et stratifisert utvalg blir populasjonen først delt inn i grupper basert på spesifikke egenskaper (strata), og deretter blir det trukket et tilfeldig utvalg elever fra hver gruppe for å sikre representativitet (Nyeng, 2021, s.119).

For hver oppgave i testen delte vi elevene inn i to grupper basert på følgende kriterier: elever som avga rett svar på 0, 1 eller 2 av de 4 deloppgavene ble plassert i gruppe 1. Elever som avga rett svar på 3 eller 4 av deloppgavene ble plassert i gruppe 2. Deretter valgte vi to tilfeldige elever fra hver gruppe, i tillegg til en tilfeldig femte elev fra den største gruppen for å sikre at utvalget vårt var representativt. Dette tiltaket bidro til å korrigere for skjevfordelingen mellom gruppene og sikret at utvalget bedre reflekterte den faktiske fordelingen av elever i populasjonen. Dette utvalget ble gjennomført blant elever på både skole 1 og skole 2. Til sammen var det 10 elever som ble intervjuet per oppgave.



Figur 3 Kategoriene i det stratifiserte utvalget vårt

Hovedmålet med forskningen vår er å undersøke hva som kreves av en diagnostisk test for at de skal kunne identifisere reelle misoppfatninger. Begrensninger i datasettet vårt, som følge av at få elever avga svar som er karakteristiske ved misoppfatning i alle oppgaver førte til at det var det mer praktisk å basere utvalget på antall feilsvar. Hvordan dette har påvirket studien vil vi ta opp i analyse og drøftingskapittelet (kap. 5.2.6).

3.3 Datainnsamling

Første fase av datainnsamlingen	Mellomfase	Andre fase av datainnsamlingen	Slutfase
Gjennomføre diagnostisk test Bestående av alle elevene som på 7. trinn som leverte sitt samtykke.	Alle elevenes resultater legges inn i et Excel-dokument, analysere resultater og gjennomføre et stratifisert utvalg blant elever til gjennomføring av intervju.	Intervju Bestående av et utvalg elever som ble hentet ut gjennom et stratifisert utvalg	Analyse av all data. Se diagnostisk test og intervju i sammenheng og undersøke testens presisjon.

Figur 4 Modell av progresjonen i gjennomføringen av datainnsamlingen

3.3.1 Test som metode

Test er en velkjent datainnsamlingsmetode i kvalitativ forskning fordi det er spesielt effektivt til å samle data fra mange informanter samtidig (Cohen et al. 2018, s.563). I denne studien har vi samlet inn data fra 30 informanter gjennom en diagnostisk test. Dette formatet gir en omfattende evaluering av informantenes kunnskapsnivå og gir objektive, målbare data som egner seg for statistisk analyse for å identifisere mønstre og sammenhenger (Blikstad-Balas og Dalland 2022).

Ulempen ved å bruke tester som innsamlingsmetode er at det gir færre muligheter til å gå i dybden på de individuelle informantenes tanker og perspektiver som ligger til grunn for testsvarene (Gurel, Eryilmaz, og McDermott, 2015, s.994). Vi valgte derfor å gjennomføre intervjuer med et utvalg av elevene i etterkant av testen (Tjora, 2023, s. 128).

3.3.1.1 Den diagnostiske testens utforming


Oppgavene i den diagnostiske testen er hovedsakelig hentet fra Tokle, Bondø og Åsenhus' artikkel om misoppfatninger knyttet til brøk fra 2018 (Tolke et al., 2018). I tillegg til disse

oppgavene ønsket vi å undersøke bredere utvalg av oppgaver, derfor tok vi noen oppgaver fra nasjonale prøver som kan ha sammenheng med ulike misoppfatninger, dette gjelder blant annet oppgave 2c og 2d. Testen inneholder 8 brøkoppgaver hvor hver oppgave består av fire deloppgaver. Til sammen utgjør dette 32 deloppgaver som elevene skal igjennom. Oppgavene 1-7 er knyttet til hver sin misoppfatning innen temaet. Oppgave 8 skiller seg ut fra de syv andre oppgavene, den ser på elevenes generelle forståelse innen temaet brøk. Oppgave 8 undersøker forståelsen deres for brøk når de får den oppgitt som tekst og hvordan elevene abstraherer matematikk. Hensikten med å inkludere denne oppgaven i testen er å undersøke om det er noen sammenheng mellom elevenes misoppfatninger og deres evne til å håndtere abstrakte begreper i brøk.

Prinsipielt sett er de 4 deloppgavene i hver av de 8 oppgavene «like» i utformingen, med forskjellige tall, men med lik struktur i hver deloppgave. Hensikten med denne tilnærmingen er å undersøke om elevene konsistent anvender en bestemt tilnærming i løsningene sine, og om denne tilnærmingen antyder en spesifikk misoppfatning (Cohen, Morrison, og Manion 2018, s.570). Vanskelighetsgraden på oppgavene er utformet for å være så lik som mulig, men med en variabilitet som gir innsikt i hvordan elevene håndterer oppgavetypen uavhengig av tall eller figurers utforming.


3.3.1.1.1 Oppgave 1

a) Hvor stor brøkdel av Colombias flagg er blått?




Svar: $\frac{\square}{\square}$


b) Sett kryss ved den eller de av figurene hvor $\frac{1}{4}$ er fargelagt:



c) Sett kryss ved den eller de av figurene hvor $\frac{1}{3}$ er fargelagt rød:



d) Sett kryss ved den eller de av figurene som viser $\frac{1}{4}$:



Figur 5 Oppgavene 1a, 1b, 1c og 1d fra den diagnostiske prøven.

Figur 5 viser den første oppgaven, Oppgave 1, som har til hensikt å avdekke om elevene har misoppfatningen *nevneren representerer antall deler, uavhengig av størrelsen* (Tolke et al. 2018). I den første deloppgaven presenteres et flagg som er delt inn i tre deler, hvor én del er like stor som summen av de to gjenværende delene. Oppgaven ønsker å få elevene til å fastslå størrelsen på den blå delen, for å undersøke om de identifiserer den som $\frac{1}{4}$, eller om de kun ser den tredelte inndelingen og derfor antar at den blå delen utgjør $\frac{1}{3}$.

Den andre deloppgaven viser tre ulike geometriske figurer som er delt opp på tre ulike måter, men alle figurene er delt i fire deler. I figur 1 og 3 er én del fargelagt, mens figur 2 har to deler fargelagt. Oppgaven ber elevene om å krysse av for den eller de av figurene hvor $\frac{1}{4}$ er fargelagt. I denne oppgaven ønsker vi å undersøke om elevene krysser av for figur 1, hvor alle delene er like store og hvor kun en av de fire delene er fargelagt, eller om elevene ikke tar hensyn til størrelsen på delene og velger å krysse av på figur 3.

Deloppgave 1c ønsker å undersøke om elevene krysser av på den eller de av figurene som hvor $\frac{1}{3}$ er fargelagt. Her ønsker man å undersøke om elevene velger figur 2 som er delt inn i tre, hvor en del er fargelagt og hvor alle de tre delene er like store. Et svar som er karakteristisk ved misoppfatning er figur 3 som er delt inn i tre hvor en del er fargelagt, men hvor delene ikke er like store.

I oppgave 1d presenteres det to rektangler, en sirkel og et kvadrat. Alle figurene er delt inn i fire deler, men de er delt opp på ulike måter. Figur 1 og 2 har et område som er fargelagt, mens på figur 3 og 4 er det ingen områder som er fargelagt. I denne oppgaven blir elevene bedt om å huke av på den eller de av figurene som viser $\frac{1}{4}$. I denne oppgaven ønsker man å undersøke om elevene krysser av figur 1 hvor én del er fargelagt og hvor alle delene er like store, eller om de krysser av på figur 2 som også har én farget del men hvor delene ikke er like store.

3.3.1.1.2 Oppgave 2

Oppgave 2

a) sorter disse brøkene etter verdi fra minst til størst:

$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{2}$
_____	_____	_____	_____	_____
Minst				Størst

b) Sett ring rundt den største brøken:

$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{11}$
---------------	---------------	----------------

c) Hvilken av disse brøkene er halvparten så stor som $\frac{1}{6}$?
Sett ring rundt riktig svar:

$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{2}{12}$
---------------	---------------	----------------	----------------

d) Skriv en brøk som har dobbelt så høy verdi som $\frac{1}{4}$:
Skriv svaret her:

Figur 6 Oppgavene 2a, 2b, 2c og 2d fra den diagnostiske testen.

Figur 6 viser den andre oppgaven i den diagnostiske prøven, Oppgave 2, som har til hensikt å avdekke om elevene har misoppfatningen *jo større nevner (eller teller), jo større brøk* (Tolke et al., 2018). Den første deloppgaven består av fem brøker plassert ved siden av hverandre i tilfeldig rekkefølge, samt fem tomme plasser hvor brøkene skal sorteres fra minst til størst. For å løse denne oppgaven må elevene ha kunnskap om at høyeste siffer på teller og/eller nevner nødvendigvis ikke betyr at det er den største brøken. Telleren i alle brøkene er lik i alle brøkene for å teste elevenes forståelse av størrelsen på nevner. Dersom elevene har misoppfatningen *jo større nevner (eller teller), jo større brøk* vil de kunne svare at $\frac{1}{6}$ er den største brøken, og videre ned til $\frac{1}{2}$ som er den minste brøken. Elevene vil da tenkte at sifferet 6 er større enn 2, mens det i virkeligheten er $\frac{1}{2}$ som er størst og $\frac{1}{6}$ som er minst.

I deloppgave 2b er det satt opp tre brøker med lik teller og ulike nevner. Oppgaven ber elevene om å sette ring rundt den største brøken. I denne oppgaven ønsker man å undersøke om elevene vet at større nevner ikke betyr større brøk. Dersom elevene har misoppfatningen vil de kunne si at $\frac{1}{11}$ er større enn $\frac{1}{8}$ på grunn av at sifferet 11 er større enn 8, mens det i virkeligheten er $\frac{1}{8}$ som er den største brøken og $\frac{1}{11}$ som er den minste.

I den tredje deloppgaven er det satt opp fire brøker med to og to like nevner. I denne oppgaven skal elevene sette ring rundt den brøken som er halvparten så stor som $\frac{1}{6}$. For å undersøke om elevene har forståelse for oppgaven er det lagt inn nevner som er halvparten (3) og det dobbelte (12) av tallet 6 som er nevneren i oppgaven. En misoppfatning som kommer til syne i denne oppgaven er at elevene svarer $\frac{1}{3}$, da 3 er halvparten av 6. Dersom elevene har rett tankegang vil de ende opp med $\frac{1}{12}$.

På oppgave 2d skal elevene skrive en brøk som har dobbelt så stor verdi som $\frac{1}{4}$. Det er lagt inn plass til at elevene kan skrive den brøken de mener stemmer. På denne oppgaven vil det være flere svar som er riktig. Både $\frac{1}{2}$ og $\frac{2}{4}$ vil være gode svar som viser forståelse av oppgaven. Dersom elevene gir nevneren verdien 8, altså $\frac{1}{8}$, er det en tydelig misoppfatning, fordi den er dobbelt så stor som nevneren i oppgaven som er 4.

3.3.1.1.3 Oppgave 3

<p>a) Skriv $\frac{1}{4}$ som desimaltal:</p> $\frac{1}{4} =$
<p>b) Skriv en brøk som har samme verdi som 0,46:</p> $0,46 =$
<p>c) Skriv $\frac{5}{4}$ som desimaltal:</p> $\frac{5}{4} =$
<p>d) Skriv en brøk som har samme verdi som 1,3:</p> $1,3 =$

Figur 7 Oppgavene 3a, 3b, 3c og 3d fra den diagnostiske testen.

Figur 7 viser den tredje oppgaven i den diagnostiske testen. Denne oppgaven har til hensikt å avdekke om elevene har misoppfatningen *Brøkstrek er lik desimalkomma* (Tolke et al., 2018). På oppgave 3a skal elevene gjøre en omgjøring fra brøk til desimaltall. Elevene blir spurt om å skrive et desimaltall som tilsvarer brøken $\frac{1}{4}$. Dersom elevene har denne misoppfatningen ville det være naturlig å skrive et komma mellom teller og dermed endt opp med å skrive 1,4, i stedet for 0,25.

På den neste deloppgaven skal elevene gjøre en motsatt omgjøring, altså å gå fra desimaltall til brøk. Elevene blir spurt om å skrive desimaltallet 0,46 som brøk. En mulig løsning på denne vil være å skrive $\frac{46}{100}$. Dersom eleven har denne typen misoppfatning vil en mulig løsning kunne være å skrive $\frac{4}{6}$.

På oppgave 3c blir elevene bedt om å omgjøre fra brøk til desimaltall og ligner på oppgave 3a. Det som skiller disse to oppgavene fra hverandre er at brøken i denne oppgaven er en uekte

brøk. Det er ønskelig å undersøke om elevene er klar over at de vil ende opp med et heltall foran desimalkommaet. Brøken som er oppgitt i oppgaveteksten, og som elevene skal omgjøre er $\frac{5}{4}$. Gjennom denne oppgaven ønsker man å undersøke om elevene skriver 1,25, eller om de har en misoppfatning og dermed ender opp med å svare for eksempel 5,4. En annen karakteristisk feil ved misoppfatningen som kan opptå på denne oppgaven kan være ved at elevene vet at dette er en uekte brøk. De kan dermed tenke at de får «en hel» for de de vet at $\frac{4}{4}$ er det samme som «en hel», og ender derfor opp med å svare f.eks. 1,4 slik som på oppgave 3a, selv om disse brøkene ikke er like.

På den fjerde og siste deloppgaven skal elevene omgjøre fra desimaltall til brøk, slik som i oppgave 3b. Forskjellen mellom disse to oppgavene er at i denne oppgaven er det et heltall foran desimalkommaet. Elevene skal gjøre om 1,3 til brøk. Her er en mulig løsning å skrive $\frac{13}{10}$. Dersom eleven har en bevisst tanke om at brøkstreken er det samme som desimalkomma, altså at de har en misoppfatning, vil en mulig løsning være å skrive $1\frac{0}{3}$.

3.3.1.1.4 Oppgave 4

a) Skriv en brøk som har samme verdi som $\frac{4}{5}$:

$\frac{4}{5} =$

b) Hvilket tall skal stå over brøkstreken?

$\frac{3}{9} = \frac{\quad}{6}$

c) Hvilken av disse brøkene er størst? Sett ring rundt riktig svar.

$\frac{2}{3}$ $\frac{8}{10}$ $\frac{3}{6}$

d) Sorter disse brøkene fra minst til størst:

$\frac{3}{5}$ $\frac{5}{8}$ $\frac{2}{7}$

_____ _____ _____

Minst Størst

Figur 8 Oppgavene 4a, 4b, 4c og 4d fra den diagnostiske testen.

Figur 8 viser oppgave 4 fra den diagnostiske testen. Misoppfatningen som denne oppgaven har til hensikt å avdekke er *Differansen mellom teller og nevner avgjør størrelsen på brøken* (Tolke et al. 2018). I oppgave 4a blir elevene spurt om å skrive en brøk som har samme verdi som brøken $\frac{4}{5}$. På denne oppgaven ønsker man å undersøke om elevene har en bevisst tanke om at de skal utvide brøken like mye i både teller og nevner. Dersom de gjør dette vil de kunne svare, for eksempel, $\frac{8}{10}$ ved å multiplisere både teller og nevner med 2. Elever som har denne misoppfatningen vil kunne skrive at $\frac{5}{6}$ har lik verdi som $\frac{4}{5}$ fordi differansen mellom teller og nevner er lik 1 i begge brøkene, og dermed tenke at de er like store.

På den neste deloppgaven skal elevene fylle inn tallet som skal stå over brøkstreken for at disse to brøkene skal ha lik verdi $\frac{3}{9} = \frac{\quad}{6}$. For at disse brøkene skal ha lik verdi skal tallet 2 plasseres


på det tomme feltet. Dersom elevene har en bevisst tanke om at det er differansen mellom teller og nevner som avgjør størrelsen på brøken vil de kunne skrive tallet 0 i det tomme feltet fordi differansen mellom teller og nevner da vil være 6 i begge brøkene, og dermed vil brøkene være like med denne tankegangen.

I den tredje deloppgaven står det oppgitt tre brøker, $\frac{2}{3}$, $\frac{8}{10}$ og $\frac{3}{6}$. Elevene skal sette ring rundt den brøken som er størst. Rett svar på denne oppgaven er $\frac{8}{10}$, mens elevene som har denne misoppfatningen vil kunne svare $\frac{2}{3}$. En bevisst tanke vil da kunne være at differansen mellom teller og nevner i brøk 1 er lik 1, differansen mellom teller og nevner i brøk 2 er lik 2 og differansen mellom teller og nevner i brøk 3 er lik 3. Det er minst differanse mellom teller og nevner i brøk 1 og dermed vil de kunne tenke at denne brøken er størst.

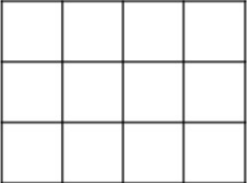
I oppgave 4d står det oppgitt tre brøker, $\frac{3}{5}$, $\frac{5}{8}$ og $\frac{2}{7}$. Elevene skal i denne oppgaven sortere brøkene fra størst til minst. Rett svar på denne oppgaven er at $\frac{2}{7}$ er minst, fulgt av $\frac{3}{5}$ og til slutt $\frac{5}{8}$. En elev med misoppfatningen om at det er differansen mellom teller og nevner avgjør størrelsen på brøken vil de skrive at $\frac{2}{7}$ er den minste brøken fordi differansen er 5 og dette er den største differansen mellom teller og nevner av de gitte brøkene, neste brøken vil være $\frac{5}{8}$ fordi differansen her er 3, og den største brøken vil være $\frac{3}{5}$ fordi her er differansen mellom teller og nevner 2 og dette er den minste differansen mellom teller og nevner av de gitte brøkene.

3.3.1.1.5 Oppgave 5


a) Fargelegg/skraver $\frac{1}{4}$ av rutene nedenfor:



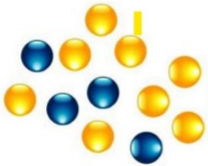
b) Sett kryss i $\frac{3}{4}$ av rutene nedenfor:



c) Sett ring rundt $\frac{1}{6}$ av prikkene:



d) Hvor stor brøkdeler av disse klinkekulene er blå?



Sett ring rundt riktig svar:

$\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{4}{8}$

Figur 9 Oppgavene 5a, 5b, 5c og 5d fra den diagnostiske testen

Figur 9 viser oppgave 5 fra den diagnostiske testen. Misoppfatningen som denne oppgaven har til hensikt å avdekke er *Teller (eller nevner) er et isolert tall* (Tolke et al., 2018). På oppgave 5a er det et rutenett på 2 x 6 ruter. Oppgaveteksten ber elevene om å fargelegge/skravere $\frac{1}{4}$ av rutene nedenfor. Elevene som har denne misoppfatningen vil kun se teller (eller nevner) som det tallet det er, og ikke se på det som en del av helheten. Elevene vil da kunne fargelegge kun

en rute på grunn av telleren i brøken er 1, mens den riktige løsningen ville vært å fargelegge tre ruter fordi dette tilsvarer $\frac{1}{4}$ av 12.

Den neste deloppgaven viser også et rutenett på 3 x 4 ruter. Elevene blir bedt om å sette kryss i $\frac{3}{4}$ av rutene nedenfor. Dette tilsvarer 9 ruter. Elevene som har denne misoppfatningen, vil kunne fargelegge 3 ruter fordi telleren i denne brøken er 3.

På den tredje deloppgaven er det tegnet opp 12 klinkekuler. 8 av klinkekulene er gule og 4 av klinkekulene er blå. Elevene får tre svaralternativer og skal sette ring rundt den brøken de mener representerer brøkdelen av klinkekulene som er blå. Svaralternativene som er oppgitt i oppgaveteksten er $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{3}$ og $\frac{4}{8}$. Dersom elevene har denne misoppfatningen, og ser på telleren eller nevner som et isolert tall vil det være naturlig å svare $\frac{4}{8}$ eller $\frac{1}{4}$. En tanke bak disse valgene kan være at det er 4 klinkekuler som er blå slik som telleren i brøken $\frac{4}{8}$ og i brøken $\frac{1}{4}$ er tallet 4 i nevner. Begge disse brøkene er feil. Det riktige svaret er $\frac{1}{3}$. Denne brøken har ikke antallet blå klinkekuler oppgitt i hverken teller eller nevner.

3.3.1.1.6 Oppgave 6

a) Gunnar har 80 kr i en utenlandsk valuta. En uke øker verdien av denne valutaen med $\frac{1}{4}$. Uken etter synker plutselig verdien av valutaen igjen med $\frac{1}{4}$. Hva er verdien på Gunnars utenlandske valuta nå? Sett ring rundt riktig svar.		
80 kr	100 kr	75 kr
b) På en skole var det 100 elever som begynte på 8. trinn et år. Når de startet i 9.klasse, hadde antallet elever økt med $\frac{1}{5}$. Når de startet på 10. trinn, hadde $\frac{1}{5}$ av niendeklassingene begynt på en annen skole. Hvor mange elever starter i 10.klasse? Sett ring rundt riktig svar.		
120 elever	96 elever	100 elever
c) En dag var dieselprisen 16 kr per liter. Dagen etter økte dieselprisen med $\frac{1}{8}$. Dagen etter det igjen gikk dieselprisen ned med $\frac{1}{8}$. Hva var prisen per liter da?		
18 kr	15,75 kr	16 kr
d) Tor bruker 25 minutter hjemmefra til skolen. Henrik bruker $\frac{1}{5}$ mer tid enn Tor, mens Are bruker $\frac{1}{5}$ mindre tid enn Henrik. Hvor lang tid bruker Are hjemmefra og til skolen?		
20 min	24 min	25 min

Figur 10 Oppgavene 6a, 6b, 6c og 6d fra den diagnostiske testen

Figur 10 viser oppgave 6 fra den diagnostiske testen. Misoppfatningen som denne oppgaven har til hensikt å avdekke er *Tar ikke hensyn til helheten* (Tolke et al. 2018). På oppgave 6a er det en tekstopp-gave elevene skal gjennom. Det handler om Gunnar som har 80 kr i utenlandske valuta. Verdien av denne øker med $\frac{1}{4}$ før den så synker med $\frac{1}{4}$. Elevene får dermed tre alternativer og skal sette ringt rundt det rette svaret. Alternativene elevene får oppgitt er 80kr, 100kr og 75kr. Rett svar på denne oppgaven er 75kr. For elever som har denne typen misoppfatning vil det være naturlig å svare at rett svar er 80kr som ved start fordi verdien har økt og minsket med den samme brøken.

På oppgave 6b er det en tekstopp-gave som handler om antall elever på en skole. På 8. trinn var det 100 elever, og da de begynte i 9. hadde antallet økt med $\frac{1}{5}$. I løpet av skoleåret begynte $\frac{1}{5}$ av elevene på en annen skole. Spørsmålet er da: «Hvor mange elever startet i 10. klasse»? De tre alternativene elevene får oppgitt er 120 elever, 96 elever og 100 elever. Elevene skal sette ring rundt det antallet med elever de mener begynner i 10. klasse. Rett svar på denne

oppgaven er 96 elever, men en vanlig misoppfatning på denne oppgaven vil være å svare 100 elever på grunn av at de tenker at antall elever har steget og minsket med likt antall elever.

På den tredje deloppgaven er det en tekstoppgave som omhandler dieselpris. Dieselprisen er oppgitt til 16 kroner per liter. Dagen etter stiger prisen med $\frac{1}{8}$ før den dagen etter synker med $\frac{1}{8}$. Elevene får tre alternativer der de skal sette ring rundt hvor mye dieselprisen nå koster. Alternativene elevene får oppgitt er 18 kr, 15,75 kr og 16 kr. Rett svar på denne oppgaven er 15,75 kr, mens elever som har denne misoppfatningen vil svare 16 kr på grunn av at prisen øker og synker med den samme brøken.

På den siste deloppgaven er det en tekstoppgave hvor det står at Tor bruker 25 minutter hjemmefra til skolen. Henrik bruker $\frac{1}{5}$ mer tid enn Tor, mens Are bruker $\frac{1}{5}$ mindre tid enn Henrik. Elevene får tre svaralternativer og skal sette ring rundt det svaret som oppgir hvor lang tid Are bruker hjemmefra til skolen. Svaralternativene elevene får oppgitt er 20 min, 24 min og 25 min. Rett svar på denne oppgaven er 24 min, mens en elev med denne misoppfatningen vil svare 25 min og vil da tenke at Tor og Are bruker like lang tid.

3.3.1.1.7 Oppgave 7

Legg sammen brøkene			
a) $\frac{1}{3} + \frac{1}{2} =$	b) $\frac{2}{3} + \frac{2}{2} =$	c) $\frac{1}{3} + \frac{3}{1} =$	d) $\frac{5}{6} + \frac{1}{7}$

Figur 11 Oppgavene 7a, 7b, 7c og 7d fra den diagnostiske testen

Figur 11 viser oppgave 7 fra den diagnostiske testen. Denne oppgaven har til hensikt å avdekke om elevene har misoppfatningen som omhandler *Overgeneralisering av addering* av brøker (Tolke 2018). På oppgave 7a blir elevene bedt om å addere brøkene $\frac{1}{3}$ og $\frac{1}{2}$. Disse brøkene har ulik nevner så for å kunne addere disse sammen må man finne en fellesnevner, for eksempel 6, som gir løsningen $\frac{5}{6}$. Dersom elevene har denne misoppfatningen vil de addere tellerne med

hverandre og nevnerne med hverandre, uten å finne fellesnevner, og dermed komme frem til løsningen $\frac{2}{5}$.

På den neste deloppgaven er det brøkene $\frac{2}{3}$ og $\frac{2}{2}$ som skal adderes. Disse brøkene har ulik nevner. For å kunne addere disse brøkene sammen må man finne en fellesnevner, for eksempel 6. Da vil man komme frem til løsningen $\frac{10}{6}$. Dette er en uekte brøk som kan gjøres om til blandede tall, slik at vi får $1\frac{4}{6}$. Elever som har denne misoppfatningen vil addere tellerne med hverandre og nevnerne med hverandre, uten å finne fellesnevner, og komme frem til løsningen $\frac{4}{5}$.

I deloppgave 7c blir elevene bedt om å addere $\frac{1}{3}$ og $\frac{3}{1}$. På denne oppgaven må man finne en fellesnevner før man adderer, for eksempel 3. Da vil man ende opp med løsningen $\frac{10}{3}$. Denne uekte brøken kan gjøres om til blandede tall slik at vi får $3\frac{1}{3}$. Dersom elever har denne misoppfatningen vil de regne sammen brøkene uten å finne fellesnevner og dermed komme frem til løsningen $\frac{4}{4}$ som også kan skrives som 1.

På den siste deloppgaven skal brøkene $\frac{5}{6}$ og $\frac{1}{7}$ adderes. Også i denne oppgaven er det viktig å finne fellesnevner for å komme frem til løsningen. En fellesnevner som kan brukes i dette tilfelle er 42. Løsningen vil da være $\frac{41}{42}$. Elevene som har denne misoppfatningen vil addere brøkene uten å finne fellesnevner og dermed komme frem til løsningen $\frac{5}{13}$.

3.3.1.1.8 Oppgave 8

a) Hvor mye tilsvarer fem hundredeler av 100? Sett ring rundt riktig svar: 20 25 5
b) Hvor mye tilsvarer en femdel av 20? Sett ring rundt riktig svar: 1 4 5
c) Hvor mye tilsvarer en femdel av 100? Sett ring rundt riktig svar: 1 5 20
d) Hvor mye tilsvarer fem hundredeler av 20? Sett ring rundt riktig svar: 0,2 1 5

Figur 12 Oppgavene 8a, 8b, 8c og 8d fra den diagnostiske testen

Figur 12 viser oppgave 8 fra den diagnostiske testen. Denne oppgaven har ikke til hensikt å avdekke en bestemt misoppfatning men heller hvordan elevene håndterer brøkbegrepet skriftlig. Dersom elevene mestrer disse oppgavene er det rimelig å si at de har kommet et stykke på vei med hensyn til å abstrahere brøkbegrepet. På oppgave 8a får elevene tre svaralternativer og skal ringe rundt det svaret som tilsvarer fem hundredeler av 100. Svaralternativene elevene får oppgitt er 20, 25 og 5. Den rette løsningen er 5, men feil som kan komme til syne i denne oppgaven er at elevene tenker at det blir $\frac{1}{5}$ av 100 når de leser fem hundredeler. Dermed vil de kunne ende opp med å sette ring rundt 20.

På oppgave 8b blir elevene bedt om å sette ring rundt det svaret som tilsvarer en femdel av 20. Også på denne oppgaven får elevene tre svaralternativer 1, 4 og 5. Rett svar på denne oppgaven er 4. Når elevene leser en femdel så leser de tallene en og fem. Både 1 og 5 er svaralternativer i denne oppgaven, men begge disse er feil. Deres forståelse vil dermed bli testet for om de forstår at $\frac{1}{5}$ her tilsvarer 4.

På oppgave 8c skal elevene finne ut hvor mye en femdel av 100 tilsvarer. Svaralternativene som blir oppgitt på denne oppgaven er 1, 5 og 20. Denne oppgaven ligner veldig på oppgave b, altså at elevene leser tallet en og fem i oppgaveteksten og hvor begge tallene blir oppgitt som svaralternativer, men ingen av disse er rett denne gangen heller. Riktig svar på denne oppgaven er 20.

På den siste deloppgaven skal elevene sette ring rundt det svaralternativet som tilsvarer fem hundredeler av 20. Svaralternativene de får oppgitt i denne oppgaven er 0.2, 1 og 5. Når elevene leser denne oppgaven vil en feil være at de svarer 5 fordi tallet 5 står i oppgaveteksten. Rett svar på denne oppgaven er 1.

3.3.2.1 Oppgavesettets validitet

Validitet i en forskningskontekst refererer til hvor godt et måleinstrument, som for eksempel en diagnostisk test, måler det det faktisk skal måle (Cohen et al., 2011, s.180). Med andre ord handler det om hvor nøyaktig og gyldig resultatene fra testen er til å vurdere det ønskede fenomenet eller egenskapen.

Cohen et al. (2011, s.179) trekker frem at det finnes mange typer validitet. Når det kommer til validitet for tester trekker han frem en rekke punkter som vil bidra til å øke testens validitet. Blant disse finner vi «construct validity» som kan oversettes til konstruktvaliditet og «content validity» altså innholdsvaliditet (Cohen et al., 2011, s.213-214) som vi vil gå nærmere inn i nedenfor.

Konstruktvaliditet vurderer hvor godt testen reflekterer den foreslåtte uobserverbare kvaliteten den skal måle (Cohen 2011, s. 214). For studien vår, må oppgavesettet identifisere misoppfatninger innenfor brøk for å være ansett som valid. Dersom testen ikke dekker alle relevante deler eller inneholder overflødig informasjon som skaper variasjon i resultatene, kan det gå ut over konstruktvaliditeten (Cohen et al., 2011, 214). Vi har gått gjennom oppgavesettet for å eliminere mangler og unødvendig innhold. Selve oppgavesettet er konstruert og prøvd ut av Matematikksenteret for å avdekke misoppfatninger i brøk som gjør at oppgavesettet er faglig spisset mot en rekke misoppfatninger (Tolke 2018).

Innholdsvaliditet oppnås ved at innholdet i testen, nøyaktig og representativt, gjenspeiler det aktuelle faglige område eller det fenomenet den er ment til å måle (Cohen et al., 2011, s. 214). I de fleste tilfeller vil ikke en test kunne måle alle aspekter av fenomenet, rett og slett fordi en slik test ville bli for omfattende. Derfor må det tas noen valg og avveininger for å avgjøre hva som skal inkluderes og hva som er tilstrekkelig. Denne delen av innholdsvaliditeten blir delvis ivaretatt ved at vi har gått igjennom alle oppgavene på testen. Her er det åtte oppgaver totalt,

hvor syv av de dekker hver sin misoppfatning i matematikk innenfor emnet brøk. På den måten får vi dekket en relativt stor omgang av misoppfatninger.

I tillegg handler innholdsvaliditet om testens relevans for de som skal gjennomføre den, eller at elevene har tilstrekkelig kompetanse innenfor det testen måler (Cohen et al., 2011, s.214). Hver oppgave i den diagnostiske testen er validert ut ifra kompetansemålene i LK20 (Utdanningsdirektoratet 2020b). Lærerne fra skole 1 og skole 2 har bekreftet at temaene som tas opp i testen er temaer som er gått igjennom i begge klasser tidligere i studieløpet.

3.3.2 Intervju som metode

Kvalitative forskningsintervjuer kan beskrives som strukturerte samtaler med et definert formål (Kvale & Brinkmann, 2015, s. 22). Vårt mål med dette forskningsintervjuet er å undersøke korrelasjon mellom testsvar og tankemønstre under intervju. Dette vil igjen kunne gi oss et svar på hvilke oppgaver som er effektive til å avdekke misoppfatninger og hva som kreves av diagnostiske tester for å sikre at de presist avdekker reelle misoppfatningene. Ifølge Kvale og Brinkmann (2015, s. 22) er intervju en arena der kunnskap skapes gjennom utveksling av synspunkter mellom deltakerne. Det som blir sagt, og den underliggende meningen, må tolkes av intervjueren.

Som datagrunnlag for denne studien har vi gjennomført intervju med 29 elever på to forskjellige skoler på to ulike geografiske områder. Intervjuene tok til sammen tre dager. Under intervjuene ble det benyttet lydopptak, som ga oss mulighet til å holde fokuset på samtalen og elevene for å skape god flyt og kommunikasjon (Tjora, 2023, s. 180). Lydopptak gjør det også mulig å legge merke til små detaljer som kanskje ikke ble oppdaget under selve gjennomføringen.

Vi ønsket at tidsrommet mellom den diagnostiske testen og intervju skulle være maks 2 uker for at elevene skulle ha tankene de hadde under testen friskt i minnet. For skole 1 kartla vi elever i uke 46 og intervjuet elever i uke 49. For skole 2 ble kartleggingen gjennomført i uke 48 og intervjuet elever i uke 50.

3.3.2.1 Intervjueguide

I eksplorative studier er intervjuguiden som oftest ustrukturert. Forskeren har en oversikt over temaer, men ikke ferdig formulerte spørsmål (Svenkerud, 2022, s.95). Som nevnt ovenfor benyttet vi en sekvensielt utforskende utforming i denne studien, noe som tilsier at det ikke var nødvendig med en strukturert intervjuguide. En utfordring med ustrukturerte intervjuer, og med intervju generelt, er at intervjueren må ta raske beslutninger, noe som krever kunnskap og kompetanse på det området det blir forsket på (Svenkerud, 2022, s. 97).

Før gjennomføringen av intervjuene forberedte vi oss dermed ved å jobbe med temaet brøk. Vi ønsket å skaffe en oversikt over hva brøk innebærer, typiske misoppfatninger i brøk og hva faglitteraturen sier om hvordan elevene oppfatter brøk. Dette bidro til at vi kunne stille bedre spørsmål under intervjuet og det hjalp oss med å forstå elevenes tankemønster. Vi gikk så igjennom testen og de ulike spørsmålene og svaralternativene for å skaffe bedre innsikt i om elevenes svar tydet på misoppfatning, mangel på kunnskap eller tilfeldige feil. I tillegg forberedte vi «oppfølgingsspørsmål» (se vedlegg 2 for oppfølgingsspørsmålene) til hver oppgave. I tilfeller der elever hadde glemt tankemønsteret bak besvarelsen, eller for å være helt sikre på at eleven har misoppfatningen eller ikke, kunne oppfølgingsspørsmålene hjelpe oss med å avgjøre dette (Tjora 2023, s.160)

3.3.3 Gjennomføring

3.3.3.1 Forberedelser diagnostisk test

For å sikre optimal gjennomføring av den diagnostiske testen gjennomførte vi samtaler med elevenes lærere om når, hvor og hvordan testen skulle utføres for å maksimere elevenes prestasjoner. Etter samtalene ble det besluttet å gjennomføre testen i kjente klasserom der elevene tilbringer mesteparten av sin tid, ettersom dette vil bidra til forutsigbarhet og trygghet i selve testsituasjonen (Utdanningsdirektoratet 2020a). Testen ble gjennomført med alle elevene i klassen tilstede for å bevare en normal og trygg testsituasjon.

Tidspunktet for gjennomføring ble basert på lærernes erfaring med når elevene er mest oppmerksomme og produktive. For skole 1 ble testen gjennomført fra 8:30 til 10:00 og for skole 2 fra 9:45 til 10:45.

Vi adresserte også potensielle faktorer som kunne påvirke prestasjonene, som klassemiljø, hjemmeforhold og helse, samt elevens motivasjon og testangst. Informasjon fra lærerne om elevenes forhold til brøk og deres tidligere eksponering for temaet ble også vurdert. Vi planla og tilpasset testsituasjonen for å minimere ytre distraksjoner og sikre at miljøet var optimalt for konsentrasjon. Det at elevene hadde takket ja til å delta på dette prosjektet kan tyde på at de var motiverte til å gjennomføre testen på best mulig måte.

En vesentlig ting som dukket opp i samtalen med lærerne var hvor mye de hadde jobbet med temaet brøk. Skole 1 hadde arbeidet med temaet på 5. trinn og hadde hatt en ny runde på temaet tidligere dette skoleåret, mens skole 2 ikke hadde hatt brøk siden de gikk i 5. klasse. Dette var nyttig informasjon for å tolke elevenes resultater.

Denne tilnærmingen sikret at vi var godt forberedt på å håndtere variabler som kunne påvirke datainnsamlingen, og hjalp oss å legge til rette for at elevene kunne yte sitt beste under testen, selv om det aldri vil være mulig å eliminere alt støy fra gjennomføringen.

3.3.3.2 Gjennomføring diagnostisk test

Læreren til elevene startet dagen på vanlig vis for å skape forutsigbarhet for elevene (Utdanningsdirektoratet 2020). For å hindre at elever så på hverandres svar under testen, ble pultene deres skjøvet så langt fra hverandre som mulig.

Da alle hadde funnet sin plass, informerte vi dem om testen. Vi understreket at det var viktig at de gjorde sitt beste, og at det var tomme sider i testen der de kunne notere, dersom det var ønskelig. Vi fortalte også at vi ville gjennomføre intervjuer i etterkant av testen for å forstå deres tankemønster under testen, og oppfordret dem til å svare på alle oppgavene på testen.

I en slik situasjon forventes det at elevene blir påvirket av observatørene, såkalt «observator effekten» (Andersson-Bakken, Bjørnstad, og Dalland 2022. s.130) . Det vil si at to forskere til

stede kan påvirke elevenes presentasjoner, det ble derimot ikke observert noen påvirkning hos elevene av deres lærer.

Mellom gjennomføringen på skole 1 og skole 2 hadde vi en uke til å reflektere og justere tilnærmingen basert på erfaringene fra gjennomføringen på skole 1. Likevel var vi fornøyde med resultatet etter den første gjennomføringen og konkluderte med å gjøre få justeringer. Vi introduserte oppgaven på samme måte og gjennomføringen var tilnærmet lik på skole 2. Elevene på skole 2 virket heller ikke påvirket av vår tilstedeværelse under testen.

3.3.3.3 Gjennomføring av intervjuene

To-tre uker etter testen startet vi med intervjuene. I et intervju er det viktig å skape trygghet hos informantene for at de ikke skal føle press til å sette ord på hva de tenker (Utdanningsdirektoratet 2020a). Tjora (2023, s.160) foreslår derfor en oppvarmingsfase for å gjøre settingen uformell og ufarlig. Vi startet intervjuet derfor ved å by på pepperkaker til elevene, og brukte humor for å lette på stemningen. Vi informerte tydelig om at deres deltakelse var frivillig og at fokuset ikke var på å vurdere dem, men å forstå deres tanker og strategier for å kunne vurdere presisjonen i testen, vi takket dem både før og etter intervju for deres deltakelse da dette betyr mye for vår forskning.

Under intervjuet satt vi i en trekantformasjon rundt bordet for å understreke likeverdighet og sikre at alle følte seg involvert og sett (Olsen og Arneberg (red.) 2023, s.12, 27). Rommet var valgt for sin nærhet til klasserommet og var lydisolert for å minimere distraksjoner.

Vi minnet elevene om at samtalen ble tatt opp for nøyaktighetens skyld og forsikret om konfidensialitet og anonymisering, som allerede var godkjent gjennom informasjonsskrivet. Under intervjuene unngikk vi ledende spørsmål og tilpasset språket vårt til elevenes nivå.

Svenkerud (2022, s.97) påpeker viktigheten av intervjuerens raske beslutningstaking når det kommer til å følge opp et spørsmål, be om utdypninger, søke bekreftelse, eller gå videre til neste spørsmål og teoretisk forståelse under intervjuet. Vi valgte å være to forskere tilstede under intervjuet slik at vi hadde mulighet til å utfylle hverandre under intervjusituasjonen. Vi mener også at erfaring med å intervjuer elever og lede samtaler er essensielt for å trekke ut

ønsket informasjon. Til tross for grundige forberedelser, opplevde vi likevel situasjoner under intervjuene hvor vi følte oss uforberedte eller usikre. Dette ble tydelig da vi lyttet til lydopptakene; for eksempel spurte vi intuitivt elever om de var 'sikre' på sitt svar når de vekslet mellom alternativer, noe som kunne øke deres usikkerhet. Vi tok hensyn til dette i vår tolkning av resultatene for å kvalitetssikre studien.

Videre avslørte lydopptakene at noen spørsmålsstillinger fungerte bedre enn andre. Denne innsikten var verdifull og ble vektlagt i tolkningen av dataene.

3.4 Analyse av data

Etter datainnsamlingen hadde vi to typer data: elevenes testsvar og lydopptakene. Lydopptakene ble lagret elektronisk på Nettskjema, et kraftig og sikkert verktøy for datainnsamling som tilbyr en rekke funksjoner for å samle inn, lagre og analysere data (Nettskjema u.å.). Elevene ble anonymisert ved at vi tildelte de numre. Vi lyttet til opptakene flere ganger for å fange opp ytterligere informasjon. Deretter avgjorde vi i fellesskap om en elev hadde misoppfatninger, basert på om intervjuet samsvarte med testsvarene. Vi noterte også ulike tendenser og observasjoner for de forskjellige oppgavene fra både test og intervju. Vi brukte Excel for disse kategoriseringene (se kap. 4).

3.5 Studiens kvalitet, relabilitet og validitet

Blikstad-Balas og Pedersen Dalland (2022, s.43) fremhever at troverdighet i forskning må sikres i alle ledd – fra planlegging og datainnsamling til analyse og presentasjon av funnene. I metodekapittelet har vi beskrevet utførelsen av forskningen i detalj for å sikre størst mulig åpenhet for leserne. Vi har også på ulike steder påpekt faktorer og utfordringer som potensielt vil kunne påvirke funnene våre.

For å vurdere en forskning er det viktig å se på reliabiliteten, det vil si hvor pålitelig dataene er (Christoffersen og Johannessen 2018, s.23). Christoffersen beskriver begrepet reliabilitet, som at det sier noe om hvor nøyaktig forskningens data er; hvilke data forskeren bruker, hvordan

den samles inn og hvordan det analyseres i etterkant. Hun nevner også at for å kunne teste reliabiliteten kan man utføre liknende forsøk for å se om resultatet blir det samme (Christoffersen og Johannessen 2018, s.23). Vi håper at gjennom å beskrive metoden vår i detalj, vil vi øke reproduserbarheten dersom andre skulle ønske å utforske samme tema i fremtiden. I studien vår samlet vi dataene gjennom en diagnostisk test og påfølgende intervju. Selv om vi har kontrollert og redigert testen for å sikre at elevene forstår det godt, kunne vi muligens fått en ekstra fordel av å gjennomføre pilot-tester. Dette ville ha hjulpet oss med å bekrefte at alle oppgavene ble riktig forstått. Dessverre måtte vi hoppe over dette steget på grunn av tidsmangel.

For å sikre at datainnslingsprosessen blir så lik som mulig for alle elevene, gjennomførte vi testen på samme måte for begge skolene. Vi tok hensyn til potensielle forstyrrelser eller faktorer som kunne ha påvirket svarene under testen og intervjuene (se kap.3.3.3). Dette bidrar til å øke påliteligheten til dataene våre.

Et annet punkt som kan påvirke påliteligheten til studien vår er om utvalget er skjevt eller ikke representativt for populasjonen. Vi benyttet oss av et bekvemmelighetsutvalg for den innledende utvelgelsen av deltakere til studien. Deltakere valgt basert på tilgjengelighet eller bekvemmelighet, i stedet for et tilfeldig utvalg kan ha introdusert en skjevhet i forskningen. Årsaker til dette kan være at disse skolene kan ha andre ressurser, utfordringer eller særegne egenskaper enn andre skoler. Skjevheter på bakgrunn av bekvemmelighetsutvalg kan også skyldes systematiske forskjeller som inkluderer forskjeller i sosioøkonomisk status, lærerkvalitet, skolefasiliteter osv. Disse årsakene kan igjen føre til at utvalget ikke er representativt for den bredere populasjonen (Christoffersen og Johannessen 2018, s.52). Imidlertid har vi valgt skoler som ligger på to forskjellige geografiske områder. Det er likevel viktig å merke seg at disse skolene også kan ha ulikheter som kan ha påvirket resultatene og generaliserbarheten. Vi observerte at for noen av oppgavene var resultatene fra de to skolene veldig like, mens for andre oppgaver var det merkbare forskjeller (se kap. 4). Likheter mellom to skoler kan bidra positivt til hvor pålitelige dataene våre er, mens forskjeller mellom de to skolene vil ha motsatt effekt.

Antall intervjuobjekter kan også påvirke generaliserbarheten av funnene. Vi har kun intervjuet 29 elever, som gir en begrenset datamengde. Resultatene kunne potensielt ha vært annerledes og mer pålitelige med et større utvalg. Imidlertid skriver Nyeng (2021, s.118) at representativiteten ikke primært bestemmes av antallet, men av utvalgsmetoden, derfor er det viktig å vurdere metoden for utvalget for å snakke om generaliserbarhet. For utvalget av elever til intervju benyttet vi oss av et stratifisert utvalg (Nyeng, 2021, s.119) (se kap. 3.2). Dette kan styrke reliabiliteten.

Vi vil også kort gå inn på temaet bekreftelsesskjevhet, som handler om tendensen til å legge merke til eller søke etter informasjon som bekrefter egne forhåndsoppfatninger. Dette kan også påvirke målingene (Svartdal 2019). En fordel med å utforske en problemstilling sammen som to forskere er at det kan bidra til å redusere slike skjevheter. Vi var begge til stede under intervjuene, arbeidet sammen da vi notere og kodet resultatene og ble enige om analysen av resultatene. Dette hjalp oss med å sette våre egne forventninger til side som kan bidra til å øke påliteligheten til vår studie.

Validitet i forskning sikrer at man måler det man faktisk ønsker å måle, og ikke noe annet (Nyeng 2021, s. 109). Nyeng (2021, s.109) påpeker at mange faktorer kan påvirke resultatene. For eksempel kan elevenes prestasjoner under testen ha blitt påvirket av faktorer som lav motivasjon eller søvnunderskudd, noe som kan ha svekket elevenes evne til å prestere optimalt. Under intervjuene kan tilstedeværelsen av to ukjente voksne skape stress, som igjen kan påvirke elevenes respons. Et annet viktig aspekt ved studien med tanke på validitet, er valideringen av den diagnostiske testen vi brukte. Dette har vi tatt opp under avsnittet «oppgavesettets validitet» (kap. 3.3.2.1).

3.6 Forskningsetiske vurderinger

Når en forskning involverer barn, en sårbar gruppe, er det viktig at forskerne reflekterer godt over hva de skal ta hensyn til når det gjelder etiske retningslinjer (Tangen 2010). Denne studien har derfor fått etisk godkjenning fra SIKT (Kunnskapssektorens tjenesteleverandør), noe som bekrefter at den oppfyller nødvendige etiske standarder for forskning med mennesker, inkludert

samtykkeprosedyrer, konfidensialitet og personvern (Sikt u.å.). Denne godkjenningen garanterer at deltakernes rettigheter og velferd er ivaretatt (Sikt u.å.).

Informasjonsskriv om studiens formål og prosedyrer ble utdelt via skolens rektorer til lærere og deretter til elever og deres foresatte. Både foresatte og elever ga sitt informerte samtykke til deltakelse som sikret frivillighet uten press eller tvang. Elevene ble påminnet at det var frivillig deltakelse gjentatte ganger, både før testen og under intervjuene.

All innsamlet data behandles konfidensielt i tråd med gjeldende lovverk og forskrifter. Informasjonen anonymiseres for å skille data fra deltakernes identitet, og lagres sikret i et nettskjema med kryptert tilgang kun for autoriserte forskningsmedlemmer, som slettes etter prosjektets slutt (Nettskjema u.å.).

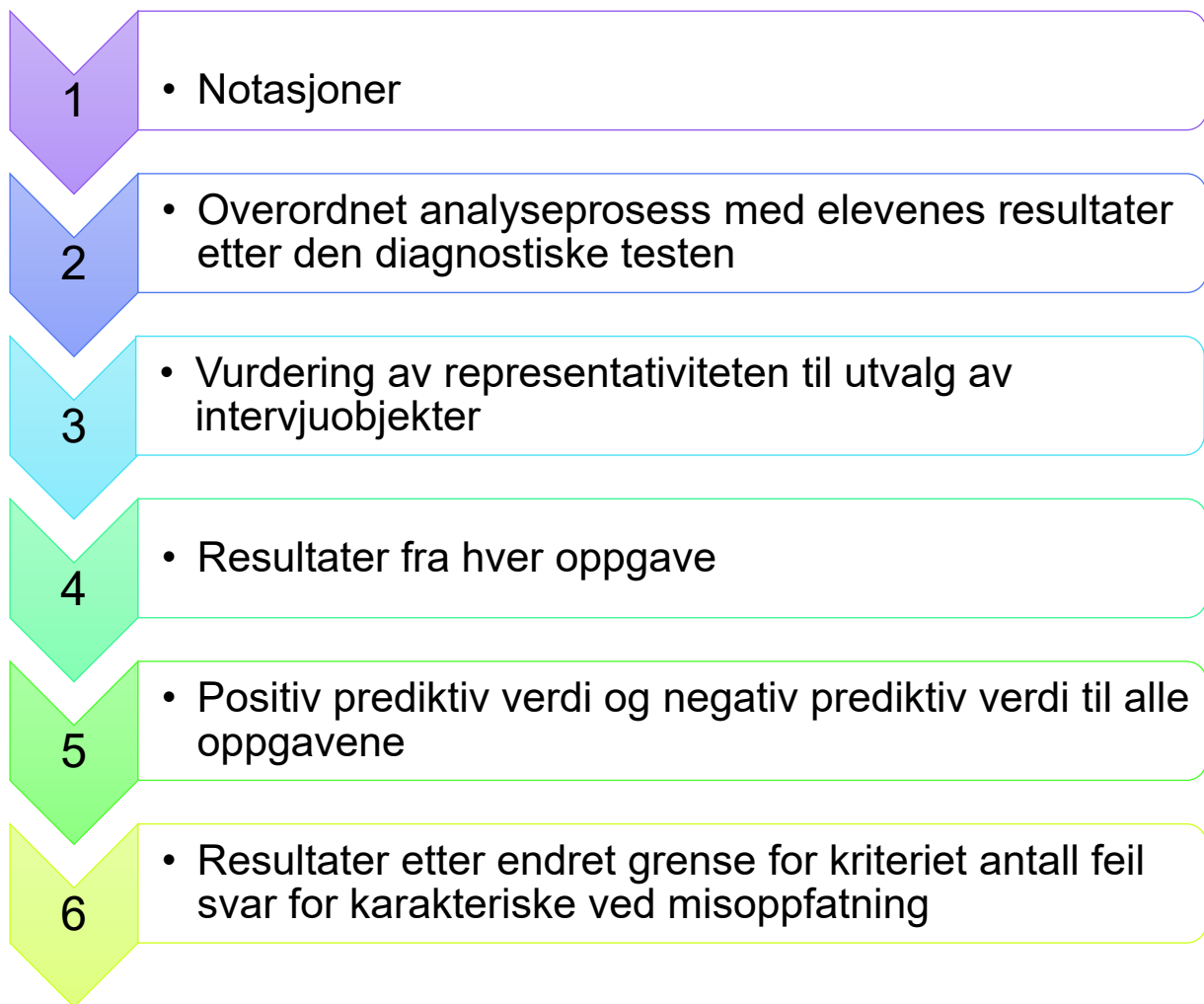
Ved å følge disse prosedyrene sikrer vi konfidensialitet og ivaretar personvernet gjennom hele forskningsprosessen, som støttet av Tjora (2023, s.54). Forskning utføres med høy grad av profesjonalitet, integritet og i henhold til etiske retningslinjer. Intervjuene gjennomføres med empati, og alle forskningsdeltakere behandles med respekt og verdighet. Eventuelle interessekonflikter håndteres åpent og ærlig for å opprettholde forskningens integritet og objektivitet.

4 Analyseprosess og resultater

I dette kapitlet går vi gjennom analyseprosessen og hvilke resultater som oppsto i denne prosessen. Vi valgte å integrere analyseprosess og resultater for å gi en helhetlig oversikt over prosessen. Videre vil vi presentere en vurdering av representativiteten til utvalget av intervjuobjekter før vi tar for oss resultatene fra hver oppgave i den diagnostiske testen. Deretter vil vi presentere resultatene som oppsto da vi bestemte oss for å undersøke om endret grense for identifisering av misoppfatning ville påvirke testens presisjon. I dette kapitlet vil vi kun presentere resultater uten noen form for tolkning. Detaljerte analyser, tolkninger og diskusjoner rundt disse resultatene vil bli utført i analyse og drøftingskapitlet. Kapitlet er strukturert kronologisk i den rekkefølgen studien har blitt gjennomført. Alle de 30 oppgavesettene og 29 lydopptakene er inkludert.

Før vi går videre, tenker vi at det er nyttig å presisere hva vi mener med rett og feil svar samt svar som er karakteristiske ved misoppfatning. Når vi snakker om rett og feil svar, er det ut fra testens resultater, altså om eleven svarte riktig eller feil på den aktuelle oppgaven. Her kan feil for eksempel være tilfeldige feil oppstått ved gjetting, regnefeil eller svar som forventet, eller karakteristiske, ved misoppfatning. Når vi nevner svar som er karakteristiske ved misoppfatning, betyr dette spesifikke svar som tyder på misoppfatning.

Figur 13 nedenfor viser oppbygningen til dette kapitlet.



Figur 13 Oppbygningen til analyseprosess og resultater kapittelet

4.1 Notasjoner

Underveis i kapittelet bruker vi flere notasjoner og terminologier for å bearbeide datagrunnlaget, som kan være nyttig å forklare innledningsvis.

Forkortelser	Betydning
O1, O2, O3 ...	Oppgave 1, Oppgave 2 ...
1a,1b,1c,1d,2a,2b ...	Deloppgave 1a, Deloppgave 1b ...
Elev nr. 1-17	Elever som tilhører skole 1
Elev nr. 20-33	Elever som tilhører skole 2
K-feil	Feil som er karakteristiske ved misoppfatning.

Tabell 1 Forkortelser som vil bli brukt i denne masteroppgaven, samt deres betydning

4.2 Overordnet analyseprosess med elevenes resultater etter diagnostisk test

I denne studien har vi gjennomført en diagnostisk test bestående av 8 oppgaver. Hver oppgave inneholder 4 deloppgaver. Testen ble gjennomført i en gruppe med elever fra 7. klasse, hvor svarene ble registrert og analysert. For å sikre anonymitet ovenfor elevene fikk alle elevene hvert sitt nummer som vi vil bruke for å referere til elevene i stedet for å bruke navn.

I analyseprosessen valgte vi å benytte oss av programmet Excel. Excel er et brukervennlig program som tillater en enkel organisering av data i tabellform som gjør det enkelt å håndtere store datasett. Excel tilbyr også en rekke funksjoner og verktøy for å gjennomføre analyser. Gjennom programmet får vi mulighet til å lage visuelle fremstillinger av resultatene gjennom tabeller og diagrammer som bidrar til en bedre lesbarhet av resultatene (Christoffersen & Johannessen 2018). En kjent ulempe ved bruk av Excel er at ved store datasett kan tilfeller av feil i datainnskrivningen, formatering eller formler forekomme som fører til feilaktige resultater.

Dataen fra testen ble dermed samlet i et Excel-ark, hvor hvert av elevenes svar på de ulike deloppgavene ble notert. Dersom elevene svarte rett på en deloppgavene ble det markert med 1. Dersom elevene svarer feil på en deloppgave ble det markert med 0. Tabellen på neste side viser det samlede resultatet for de 4 deloppgavene hver oppgave består av (tabell 2).

Elev nr.	O1	O2	O3	O4	O5	O6	O7	O8
1	1	2	2	2	4	0	3	2
2	4	4	4	2	4	0	4	3
3	0	2	1	2	2	0	1	2
4	1	4	4	3	4	4	4	3
5	0	2	1	2	3	0	4	2
6	2	4	4	3	4	4	4	3
7	4	2	2	3	3	1	3	2
8	2	2	4	3	4	0	4	2
9	1	4	2	3	4	3	0	4
10	3	2	2	2	3	1	4	2
12	2	2	0	2	4	0	0	3
13	1	2	1	2	4	3	2	2
14	2	3	0	2	4	0	0	2
15	1	2	0	2	1	1	0	3
16	3	2	0	3	3	0	4	2
17	1	4	3	2	3	0	4	4
20	4	4	2	3	3	0	4	3
21	4	2	0	1	3	1	0	3
22	4	3	3	2	4	3	0	0
23	4	1	0	2	4	0	3	3
24	4	2	0	2	3	0	0	1
25	2	2	0	3	3	1	2	2
26	4	2	0	1	4	0	0	2
27	4	2	0	2	4	0	0	2
28	4	2	1	3	2	2	0	2
29	3	2	2	2	2	0	0	2
30	4	2	1	4	4	2	0	2
31	4	2	0	2	4	1	0	3
32	1	2	0	1	2	0	0	0
33	0	0	0	0	3	0	0	4

Tabell 2 Summert antall riktig og feil svar på deloppgavene for alle elevene i studien på hver oppgave. 1 riktig svar på en oppgave, notert som 1 og 2 riktige svar på en oppgave, notert som 2, osv.

Etter å ha summert alle deloppgavene ønsket vi å dele elevene inn i to grupper for å gjennomføre et stratifisert utvalg (se kap. 3.2.2). I tabell 3 på neste side presenteres en oversikt over de elevene som ble valgt ut til intervju.

Utvalgte elever fra gruppe 1 er markert med blått og utvalgte elever fra gruppe 2 er markert med rødt. For eksempel, ser vi at elev 1 var en del av utvalget for oppgave 5 hvor eleven svarte 0 riktige. Dermed havner elev 1 i gruppe 1 i oppgave 5 som er markert med blått. Det samme ser vi for elev 6 oppgave 6. Eleven svarer rett på alle fire deloppgaver og havner i gruppe 2 i oppgave 6 som er markert med rødt.

Elev nr.	O1	O2	O3	O4	O5	O6	O7	O8
1	1	2	2	2	4	0	3	2
2	4	4	4	2	4	0	4	3
3	0	2	1	2	2	0	1	2
4	1	4	4	3	4	4	4	3
5	0	2	1	2	3	0	4	2
6	2	4	4	3	4	4	4	3
7	4	2	2	3	3	1	3	2
8	2	2	4	3	4	0	4	2
9	1	4	2	3	4	3	0	4
10	3	2	2	2	3	1	4	2
12	2	2	0	2	4	0	0	3
13	1	2	1	2	4	3	2	2
14	2	3	0	2	4	0	0	2
15	1	2	0	2	1	1	0	3
16	3	2	0	3	3	0	4	2
17	1	4	3	2	3	0	4	4
20	4	4	2	3	3	0	4	3
21	4	2	0	1	3	1	0	3
22	4	3	3	2	4	3	0	0
23	4	1	0	2	4	0	3	3
24	4	2	0	2	3	0	0	1
25	2	2	0	3	3	1	2	2
26	4	2	0	1	4	0	0	2
27	4	2	0	2	4	0	0	2
28	4	2	1	3	2	2	0	2
29	3	2	2	2	2	0	0	2
30	4	2	1	4	4	2	0	2
31	4	2	0	2	4	1	0	3
32	1	2	0	1	2	0	0	0
33	0	0	0	0	3	0	0	4

Tabell 3 Utvalget for intervju. Blå er gruppe 1. Rød er gruppe 2

Det ble valgt ut 10 elever fra hver oppgave til intervju. På oppgave 3, 4 og 6 endte vi opp med et begrenset utvalg på kun 9 elever. Dette skyldtes at det ikke var nok elever som svarte 3 eller 4 riktig på oppgave 3 og 6. Når det kommer til oppgave 4 endte vi opp med et begrenset utvalg på grunn av at vi noterte feil i Excel i første omgang. Dette førte til at en elev hadde færre feil enn det vi hadde notert. Denne eleven ble dermed eliminert fra intervjuprosessen og alle resultater i Excel ble nøye gått igjennom for å sikre at de andre dataene i datamaterialet var notert rett.

4.3 Vurdering av representativiteten til utvalg av intervjuobjekter

For å vurdere hvor representativt utvalget vårt av intervjuobjekter er, har vi sett på gjennomsnittlig antall feil per elev i intervju-utvalget og hvordan disse ligger i forhold til gjennomsnittlig antall feil per elev i hele klassen. Dette ga oss disse resultatene og observasjonene som fremstilles i tabell 4:

Skole	Diagrammer	Observasjoner
Skole 1	<p>Skole 1</p> <p>Gjennomsnittlig antall feil per elev i intervju-utvalget</p> <p>Gjennomsnittlig antall feil per elev i hele klassen</p> <p>Legend:</p> <ul style="list-style-type: none"> ● O1 ■ O2 ◆ O3 ▲ O4 ▼ O5 ○ O6 □ O7 ◇ O8 	<ul style="list-style-type: none"> • Generelt er gjennomsnittlig antall feil per oppgave i intervju-utvalget ganske likt gjennomsnittet i klassen for skole 1. • Oppgavene 5 og 6 i utvalget viser betydelig avvik for skole 1.

<p>Skole 2</p>		<ul style="list-style-type: none"> • Generelt avviker gjennomsnittlig antall feil per oppgave i intervju-utvalget noe fra gjennomsnittet i klassen for skole 2 • Oppgavene 1, 3, 5 og 7 i utvalget viser betydelig avvik.
<p>Begge skolene</p>		<ul style="list-style-type: none"> • Generelt er gjennomsnittlig antall feil per oppgave i intervju-utvalget ganske likt gjennomsnittet i klassen. • Oppgavene 5 i utvalget viser et betydelig avvik.

Tabell 4 Viser gjennomsnittlige feil per skole og hvordan disse feilene ligger i forhold til hele populasjonen

4.4 Resultater fra hver oppgave

I studien vår ble elevenes brøkforståelse og mulige misoppfatninger vurdert gjennom en totrinnsprosess: Først via en diagnostisk test og deretter gjennom oppfølgingsintervju. Begge metodene ble utformet for å identifisere tilstedeværelsen av misoppfatninger innenfor spesifikke områder i brøk. Dette ble gjort for å undersøke hva som kreves av en diagnostisk test for at den skal kunne avdekke reelle misoppfatninger.

Etter gjennomført intervju satt vi igjen med en idé om hvilke elever som faktisk hadde misoppfatninger og ikke basert på deres forklaringer og tankemønster. Når vi nå skulle undersøke korrelasjonen mellom intervju og testsvar var det ikke like aktuelt å skille mellom rett og feil svar på testen. Vi laget derfor nye kriterier. Dersom en elev avga svar som er karakteristiske ved misoppfatning på 2 eller flere av deloppgavene per oppgave på testen vil dette tyde på at eleven har misoppfatning. Dersom en elev avga svar som er karakteristiske ved misoppfatning på ingen eller 1 av deloppgavene per oppgave på testen vil dette bety at eleven ikke har misoppfatning.

Videre vil vi ta for oss hver enkelt oppgave der vi ser på hvor mange karakteristiske feil ved misoppfatning elevene avga på oppgavene testen består av, før vi går videre og ser på kategoriseringen av intervjuobjektene basert på deres svar på testen. Resultatene etter intervju blir så presentert. Deretter presenterer vi forvirringsmatrisene, basert på korrelasjonen mellom test og intervju, som viser oppgavens sensitivitet og spesifisitet samt falsk positiv rate og falsk negativ rate. Til slutt vil vi presentere eventuelle interessante observasjoner knyttet til hver oppgave.

4.4.1 Oppgave 1

Når vi ser på alle elevene i studien, observerer vi at omtrent 50 % av elevene avga svar som er karakteristiske ved misoppfatning på 2 eller flere av deloppgavene i oppgave 1 (Tabell 14).



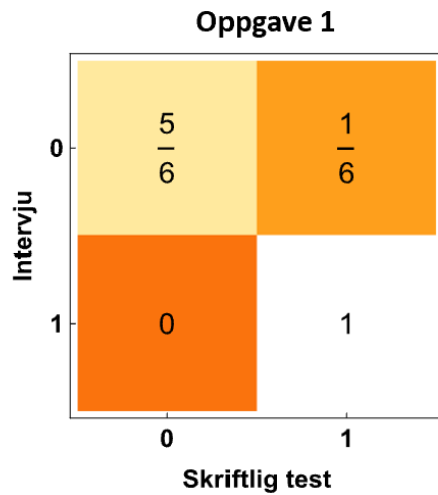
Figur 14 Antall karakteristiske feil på alle elevene i oppgave 1 på testen

I tabell 5 ser vi resultatene til elevene som ble valgt ut til intervju. Resultatene (sum) viser at 5 elever ble kategorisert til å ikke ha misoppfatning og 5 elever ble kategorisert til å ha misoppfatning.

Elevnr	1a	1b	1c	1d	Sum
4	0	1	1	0	2
5	1	1	1	1	4
7	0	0	0	0	0
9	0	1	1	0	2
10	0	0	1	0	1
32	1	1	1	0	3
33	1	1	1	1	4
21	0	0	0	0	0
28	0	0	0	0	0
30	0	0	0	0	0

Tabell 5 Svar som er karakteristiske ved misoppfatning er markert med 1. Rett svar og andre feilsvar er markert med 0 (oppgave1). $Sum \geq 2 = misoppfatning$. $Sum < 2 = ikke misoppfatning$.

Etter gjennomført intervju ble det bekreftet at kun 4 av disse hadde misoppfatning. Det ble bekreftet at elev 9 ikke har misoppfatning, selv om testen indikerte at eleven hadde det. Resultatene for oppgave 1 er vist i forvirringsmatrisen nedenfor (Figur 15)



Figur 15 Forvirringsmatrisen for oppgave 1 som viser spesifisitet 5/6, Sensitivitet 1, Falsk positiv rate 1/6 og falsk negativ rate 0

En interessant observasjon ved oppgaven 1 er den relativt store gjennomsnittsforskjellen på antall rette svar mellom skolene, 3.29 for skole 2 og 1.75 for skole 1, Figur 16.



Figur 16 Antall gjennomsnittlig riktig svar på oppgave 1 for skole 1 og skole 2 i studien

4.4.2 Oppgave 2

Når vi ser på alle elevene i studien, observerer vi at ingen av elevene avga svar som er karakteristiske ved misoppfatning på 3 eller 4 deloppgaver i oppgave 2, mens omtrent 25% avga svar som er karakteristiske ved misoppfatning på 2 av deloppgavene (Figur 17).



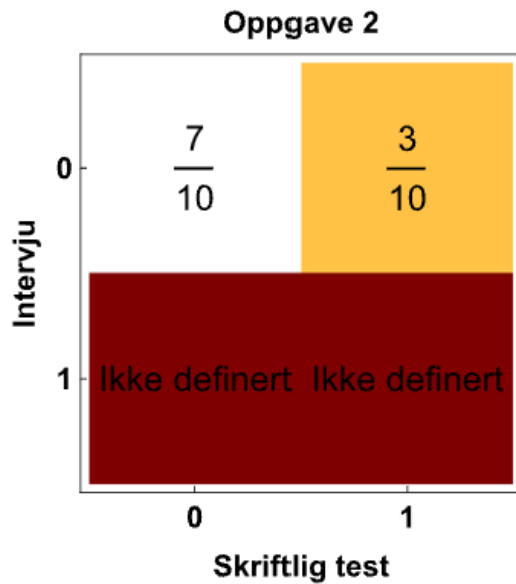
Figur 17 Antall karakteriske feil på alle elevene i oppgave 2

I tabell 6 ser vi resultatene til elevene som ble valgt ut til intervju. Resultatene (sum) viser at 7 elever ble kategorisert til å ikke ha misoppfatning og 3 elever ble kategorisert til å ha misoppfatning.

Elevnr	2a	2b	2c	2d	Sum
2	0	0	0	0	0
5	0	0	0	1	1
8	0	0	1	1	2
12	0	0	1	1	2
13	0	0	0	1	1
20	0	0	0	0	0
22	0	0	0	0	0
23	0	0	0	1	1
25	0	0	0	1	1
29	0	0	1	1	2

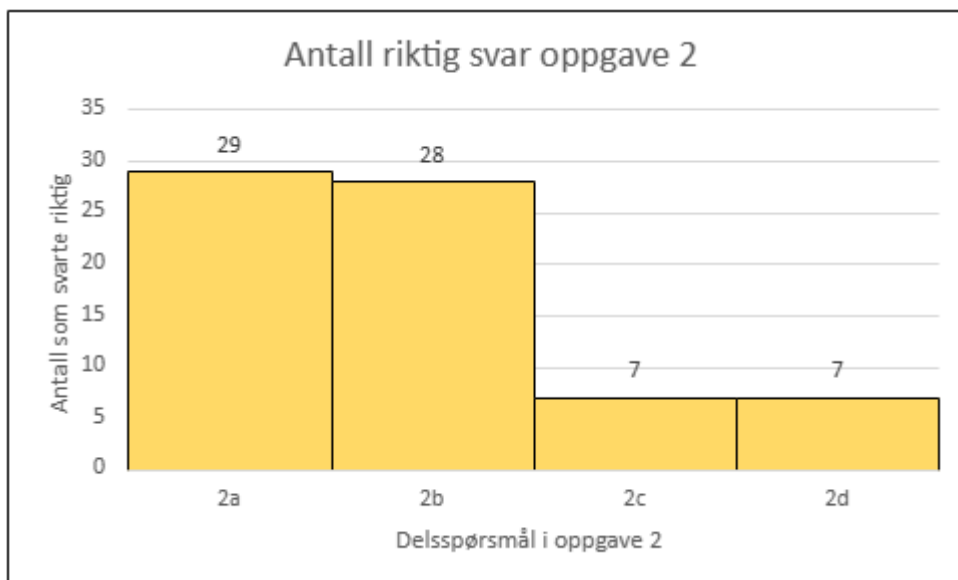
Tabell 6 Svar som er karakteristiske ved misoppfatning er markert med 1. Rett svar og andre feilsvar er markert med 0 (oppgave 2). $Sum \geq 2 = misoppfatning$. $Sum < 2 = ikke misoppfatning$.

Etter gjennomført intervju ble ingen av elevene ble bekreftet å ha misoppfatning. Vi har ingen tilfeller an sann positiv og av den grunn får vi ikke definert sensitiviteten eller falsk positiv rate. Resultatene for oppgave 2 er vist i forvirringsmatrisen nedenfor i Figur 18.



Figur 18 Forvirringsmatrisen for oppgave 2 som viser spesifisitet $7/10$ og falsk positiv rate $3/10$. Sensitivitet og falsk negativ rate er ikke definert

En interessant observasjon ved denne oppgaven er at når vi ser på hele datainnsamlingen fra alle elevene i studien, var det kun 7 elever som svarte riktig på deloppgave 2c og 2d (Figur 19) på neste side).



Figur 19 Diagrammet som viser antall riktig svar i deloppgave 2 i studien

4.4.3 Oppgave 3

Når vi ser på alle elevene i studien, observerer vi omtrent 20 % av elevene avga svar som er karakteristiske ved misoppfatning på 2 eller flere av deloppgavene i oppgave 3 (Figur 20).



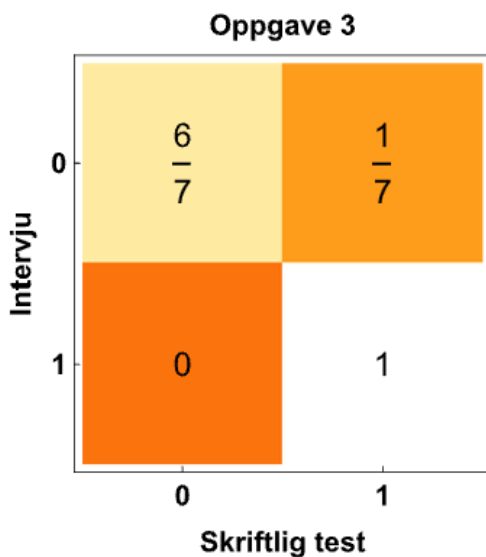
Figur 20 Antall karakteriske feil på alle elevene i oppgave 3 på testen

I tabell 7 ser vi resultatene til elevene som ble valgt ut til intervju. Resultatene (sum) viser at 6 elever ble kategorisert til å ikke ha misoppfatning og 3 elever ble kategorisert til å ha misoppfatning.

Elev nr.	3a	3b	3c	3d	Sum
2	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0
12	1	1	1	1	4
14	0	0	0	0	0
20	0	0	0	0	0
21	1	1	0	1	3
22	0	0	0	0	0
24	1	1	1	1	4

Tabell 7 Svar som er forventet ved misoppfatning er markert med 1. Rett svar og andre feilsvar er markert med 0. Sum ≥ 2 = misoppfatning. Sum < 2 = ikke misoppfatning.

Testen kategoriserte at 3 elever hadde misoppfatning og etter intervju ble det bekreftet at kun 2 av disse hadde misoppfatning. Dette gir oss et tilfelle av falsk positiv rate. Resultatene for oppgave 3 er vist nedenfor i forvirringsmatrisen (Figur 21).



Figur 21 Forvirringsmatrisen for oppgave 3 som viser spesifisitet $\frac{6}{7}$, Sensitivitet 1, Falsk positiv rate $\frac{1}{7}$ og falsk negativ rate 0

4.4.4 Oppgave 4

Når vi ser på alle elevene i studien, observerer vi omtrent 20 % av elevene avga svar som er karakteristiske ved misoppfatning på 2 eller flere av deloppgavene i oppgave 4 (Figur 22).



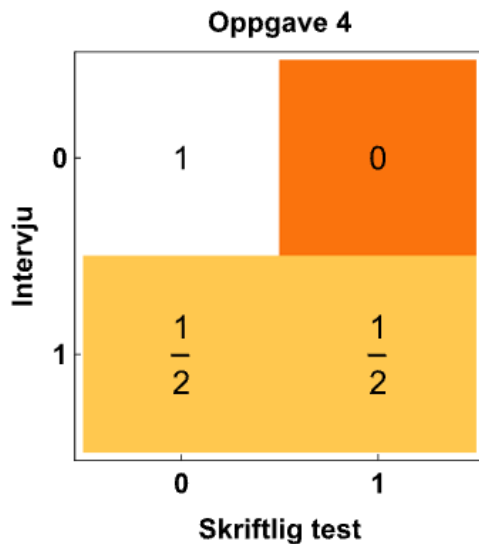
Figur 22 Antall karakteriske feil på alle elevene i oppgave 4 på testen

I tabell 8 ser vi resultatene til elevene som ble valgt ut til intervju. Resultatene (sum) viser at 8 elever ble kategorisert til å ikke ha misoppfatning og 1 elev ble kategorisert til å ha misoppfatning.

Elev nr	4a	4b	4c	4d	Sum
4	0	0	0	0	0
8	0	0	1	0	1
13	0	0	1	0	1
14	0	0	0	0	0
15	0	0	1	0	1
21	0	0	1	0	1
26	1	0	1	1	3
27	0	0	1	0	1
30	0	0	0	0	0

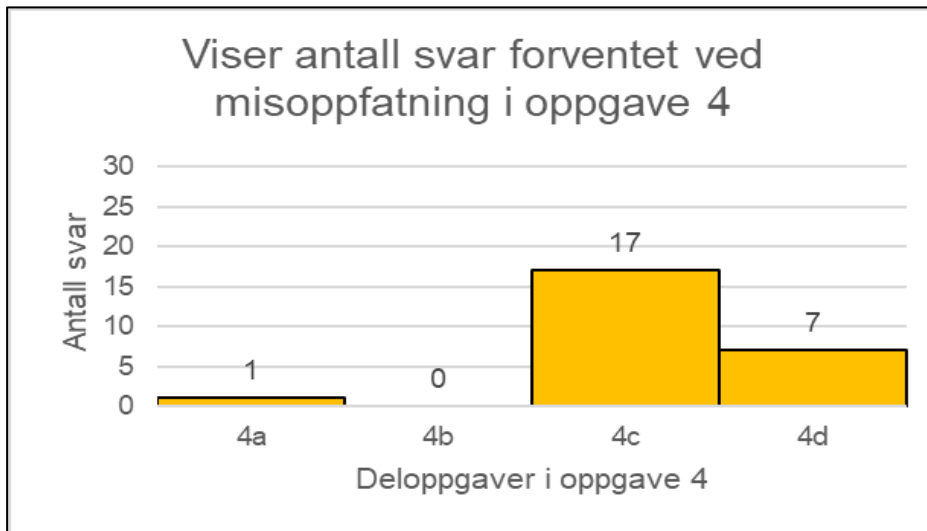
Tabell 8 Svar som er forventet ved misoppfatning er markert med 1. Rett svar og andre feilsvar er markert med 0. $Sum \geq 2 =$ misoppfatning. $Sum < 2 =$ ikke misoppfatning.

Etter intervju ble både elev 26 og elev 27, kategorisert til å ha misoppfatning ut ifra sine forklaringer. Elev 27 ble ikke identifisert til å ha misoppfatning etter intervju og vi endte dermed opp med et tilfelle av falsk positiv rate. Dette ga oss resultater slik vi ser på forvirringsmatrisen nedenfor (Figur 23).



Figur 23 Forvirringsmatrisen for oppgave 4 som viser spesifisiteten til oppgave 4 er 1, sensitiviteten er $\frac{1}{2}$, falsk positiv rate er på 0 og falsk negativ rate er på $\frac{1}{2}$.

En interessant observasjon på denne oppgaven er at når vi ser på datainnsamlingen fra alle elevene i studien ser vi at det er svært få elever som avga svar som er karakteristiske ved misoppfatning på oppgave 4a og 4b. På 4d og særlig 4c ser vi en betraktelig større andel av elevene som avgir svar som er karakteristiske ved misoppfatning. Dette er vist ved diagrammet nedenfor (Figur 24).



Figur 24 Alle elevene i studien som avga svar som er karakteriske ved misoppfatning i oppgave 4.

4.4.5 Oppgave 5

Når vi ser på alle elevene i studien, observerer vi at ingen av elevene avga svar som er karakteristiske ved misoppfatning på 3 eller 4 av deloppgavene i oppgave 5. Omtrent 5% avga svar som er karakteristiske ved misoppfatning på 2 av deloppgavene (Figur 25).



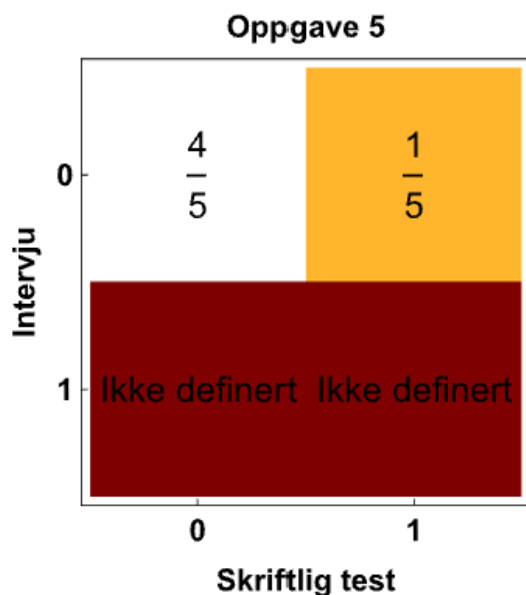
Figur 25 Antall karakteriske feil på alle elevene i oppgave 5 på testen

I tabell 9 ser vi resultatene til elevene som ble valgt ut til intervju. Resultatene (sum) viser at 8 elever ble kategorisert til å ikke ha misoppfatning og 2 elever ble kategorisert til å ha misoppfatning.

Elevnr	5a	5b	5c	5d	Sum
1	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0
14	0	0	0	0	0
15	1	0	0	1	2
16	0	0	0	0	0
20	0	0	0	0	0
24	0	0	0	0	0
27	0	0	0	0	0
28	0	0	0	1	1
29	1	0	0	1	2

Tabell 9 Svar som er forventet ved misoppfatning er markert med 1. Rett svar og andre feilsvar er markert med 0 i oppgave 5. Sum ≥ 2 = misoppfatning. Sum < 2 = ikke misoppfatning.

Etter gjennomført intervju ble det bekreftet at ingen av disse hadde misoppfatning. Resultatene for oppgave 5 er vist i forvirringsmatrisen nedenfor (Figur 26).



Figur 26 Forvirringsmatrisen for oppgave 5 som viser spesifisiteten er $4/5$, falsk negativ rate er på $1/5$, falsk positiv rate og sensitiviteten er ikke definert.

Sensitiviteten og falsk positiv rate er ikke definert i matrisen for oppgave 5 som Figur 26 viser. Dette skyldes at vi ikke hadde noen tilfeller av sann positiv, det vil si at etter gjennomført intervju ble det bekreftet at ingen av elevene i utvalget hadde denne misoppfatningen.

4.4.6 Oppgave 6

Når vi ser på alle elevene i studien, observerer vi at omtrent 80 % av elevene avga svar som er karakteristiske ved misoppfatning på 2 eller flere av deloppgavene i oppgave 6 (Figur 26).



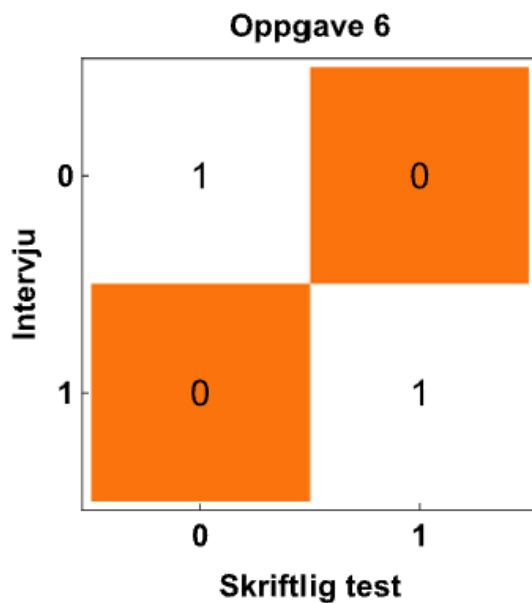
Figur 27 Antall karakteriske feil på alle elevene i oppgave 6

I tabell 10 ser vi resultatene til elevene som ble valgt ut til intervju. Resultatene (sum) viser at 3 elever ble kategorisert til å ikke ha misoppfatning og 6 elever ble kategorisert til å ha misoppfatning.

Elev nr	6a	6b	6c	6d	Sum
4	1	1	1	1	4
6	0	0	0	0	0
13	0	0	0	0	0
15	1	0	0	1	2
16	1	1	1	1	4
20	1	1	1	1	4
22	0	0	0	0	0
23	0	1	1	0	2
27	1	1	1	0	3

Tabell 10 Svar som er forventet ved misoppfatning er markert med 1. Rett svar og andre feilsvar er markert med 0. $Sum \geq 2 = misoppfatning$. $Sum < 2 = ikke misoppfatning$.

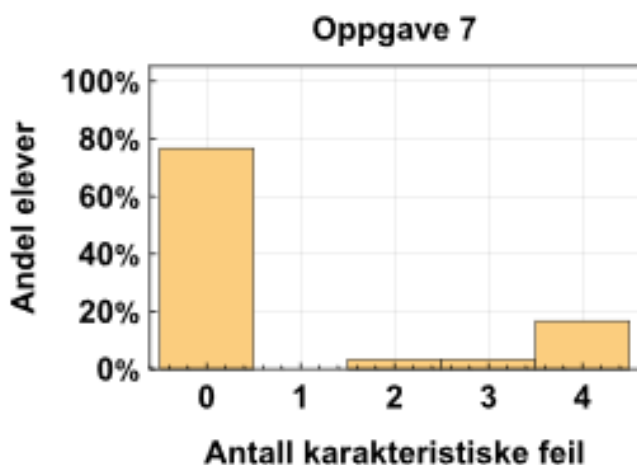
Etter gjennomført intervju ble det bekreftet at alle disse hadde misoppfatning. Dette ga oss resultater slik vi ser på forvirringsmatrisen nedenfor (Figur 28).



Figur 28 Forvirringsmatrisen for oppgave 6 som viser spesifisiteten er 1, falsk negativ rate er på 0, falsk positiv rate er 0 og sensitiviteten er 1.

4.4.7 Oppgave 7

Når vi ser på alle elevene i studien, observerer vi omtrent 20 % av elevene avga svar som er karakteristiske ved misoppfatning på 2 eller flere av deloppgavene i oppgave 7 (Figur 29).



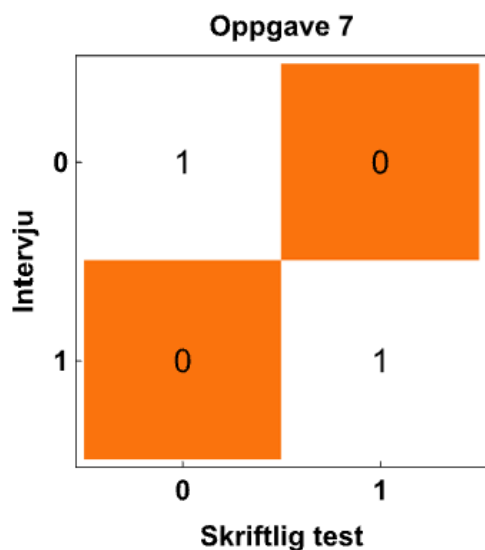
Figur 29 Antall karakteriske feil på alle elevene i oppgave 7 på testen

I tabell 11 ser vi resultatene til elevene som ble valgt ut til intervju. Resultatene (sum) viser at 8 elever ble kategorisert til å ikke ha misoppfatning og 2 elever ble kategorisert til å ha misoppfatning.

Elev nr	7a	7b	7c	7d	Sum
3	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0
13	0	0	0	0	0
15	0	1	1	1	3
16	0	0	0	0	0
20	0	0	0	0	0
23	0	0	0	0	0
25	0	0	0	0	0
28	1	1	1	1	4
31	0	0	1	0	1

Tabell 11 Svar som er forventet ved misoppfatning er markert med 1. Rett svar og andre feilsvar er markert med 0. Sum ≥ 2 = misoppfatning. Sum < 2 = ikke misoppfatning.

Testen kategoriserte 2 elever til å ha misoppfatning, dette ble bekreftet etter intervju. Dette ga oss resultater at slik vi ser på forvirringsmatrisen (Figur 30).



Figur 30 Forvirringsmatrisen for oppgave 7 som viser spesifisiteten er 1, falsk negativ rate er på 0, falsk positiv rate er 0 og sensitiviteten er 1.

4.4.8 Oppgave 8

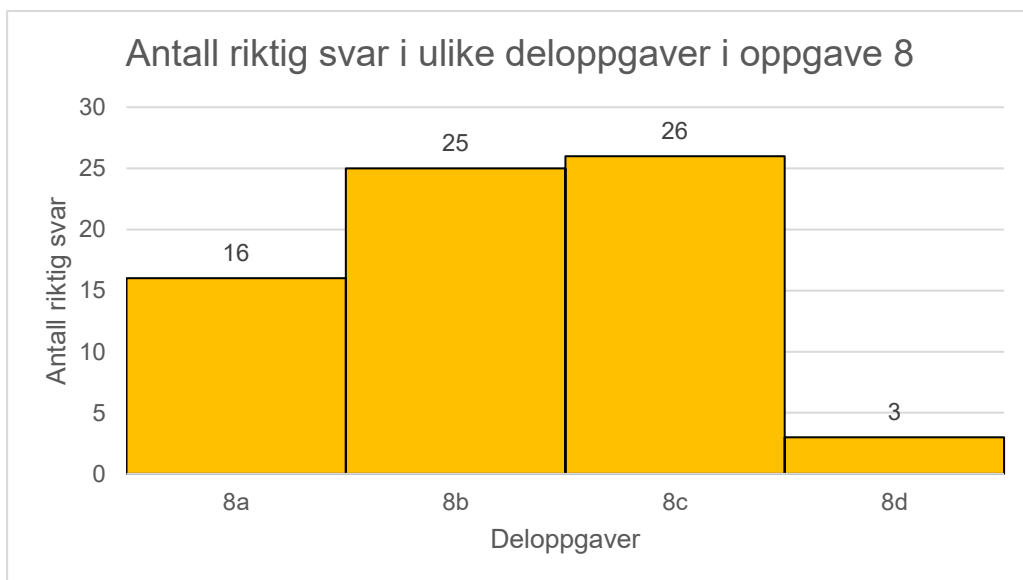
Oppgave 8 er ikke en diagnostisk oppgave. Målet med denne oppgaven er å undersøke hvordan elevene håndterer brøkbegrepet skriftlig. For å se om det noen sammenheng mellom oppgave 8 og andre oppgaver i oppgavesettet har vi undersøkt korrelasjon mellom disse. Korrelasjon er et mål som brukes for å se hvor mye to målbare størrelser henger sammen med hverandre. Når resultatet er nært -1 eller 1, betyr det sterk sammenheng mellom de to størrelsene, 0 betyr at det ikke er noen sammenheng. Imidlertid betyr ikke en sterk korrelasjon umiddelbart at det er en årsakssammenheng mellom dem (Frøslie 2023). Resultatene (tabell 12 på neste side) viser at ingen av oppgavene i den diagnostiske testen viser en sterk sammenheng med oppgave 8. En korrelasjonskoeffisient på -0,21 for eksempel indikerer en svak negativ korrelasjon mellom resultatene på oppgave 1 og oppgave 8.

Oppgaver	Korrelasjon
O1-O8	-0,21
O2-O8	0,20
O3-O8	0,12
O4-O8	0,00
O5-O8	0,13
O6-O8	0,06
O7-O8	0,20

Tabell 12 Korrelasjonskoeffisient mellom oppgave 8 og de andre oppgavene i oppgavesettet

Vi så også på gjennomsnittlig antall feil per oppgave for å undersøke om det kan noe sammenheng mellom oppgave 8 og de andre oppgavene (se vedlegg 6). Dette viste at fordeling av gjennomsnittlig antall feil i oppgave 8 har likheter med oppgave 2 og oppgave 4.

En interessant observasjon på denne oppgaven, som figur 31 viser, er at på oppgave 8a og 8d har elevene betydelig færre antall riktig svar sammenlignet med oppgavene 8b og 8c.



Figur 31 Antall riktig svar i prøven på oppgave 8

4.5 Positiv prediktiv verdi og negativ prediktiv verdi

For å undersøke hvor stor sannsynlighet det er for at resultatet stemmer når en oppgave indikerer at en elev har misoppfatning, har vi beregnet PPV og NPV. Når vi *ser* tabell 13, observerer vi at for oppgave 1 har en PPV på 80 %. Dette tilsier at når oppgaven indikerer at en elev har misoppfatning, er det 80 % sjanse at det stemmer. Oppgave 1 har en NPV på 100 % som betyr at når testen ikke indikerer at en elev har misoppfatning, er det 100 % sikkert at det stemmer.

Oppgave	PPV	NPV
O1	80%	100%
O2	0 %	100%
O3	67 %	100 %
O4	50 %	87,5 %
O5	0 %	100 %
O6	100 %	100 %
O7	100 %	100 %

Tabell 13 PPV og NPV for alle diagnostiske oppgaver i den diagnostiske testen

4.6 Effekten av å endre grensen for identifisering av misoppfatninger

Når grensen for identifisering av misoppfatning har vært på å avgi svar som er karakteristiske feil ved misoppfatning på 2 eller flere deloppgaver, slik vi har tatt utgangspunkt i, er det mange faktorer som påvirker på elevens svar, blant annet gjetting og lite refleksjon. Med denne grensen observerte vi at oppgavene gir varierende prestasjon i å avdekke misoppfatninger. På grunn av dette, ønsket vi å undersøke om testen ville oppnå en høyere presisjon dersom vi endret grensen til at elevene må avgi svar som er karakteristiske ved misoppfatning på 3 eller 4 av deloppgavene per oppgave. På neste side i tabell 14, presenteres resultatene av denne endringen.

Kriterier	Tabeller
2 eller flere k-feil	<p>2 eller flere k-feil = Misoppfatning (Rød = misoppfatning, Blå = ikke misoppfatning)</p>
3 eller 4 k-feil	<p>3 eller 4 k-feil = Misoppfatning (Rød = misoppfatning, Blå = ikke misoppfatning)</p>

Tabell 14 Tabeller som viser identifisert misoppfatning når grensen 2 eller flere k-feil og 3-4 k-feil i oppgavene. Misoppfatning markert med rød, ikke misoppfatning markert med blå

Når vi endret grensen fra «2 eller flere k-feil» til «3 eller 4 k- feil», observerte vi at dette kan redusere antallet elever klassifisert med misoppfatninger (se røde fargen tabell 14). Det vil si at det blir færre elever som blir fanget opp i de fleste oppgavene. På oppgave 1 og oppgave 2 observerer vi at antall elever kvalifisert til å ha misoppfatning halveres ved endret grense. Samtidig observerer vi at det ikke skjer store endringer i oppgave 5, 6 og 7 med tanke på antall elever med misoppfatninger.

For å undersøke nærmere hva dataene forteller oss når vi endret grensen, og for å håndtere endringene på en systematisk måte, etablerte vi følgende retningslinjer:

- Hvis en elev gir null eller én karakteristisk feil, klassifiseres dette som 'ingen misoppfatning'. Dette indikerer at eleven stort sett forstår konseptet.
- Tre eller fire karakteristiske feil klassifiseres dette som 'misoppfatning'.
- To karakteristiske feil betraktes som en indikasjon på en mer sammensatt årsakssammenheng bak responsen. Det kan hende at eleven delvis forstår det aktuelle matematiske begrepet, men det er noe uklart om det kan være andre forhold som gjør at eleven bare svarer riktig på halvparten av deloppgavene.

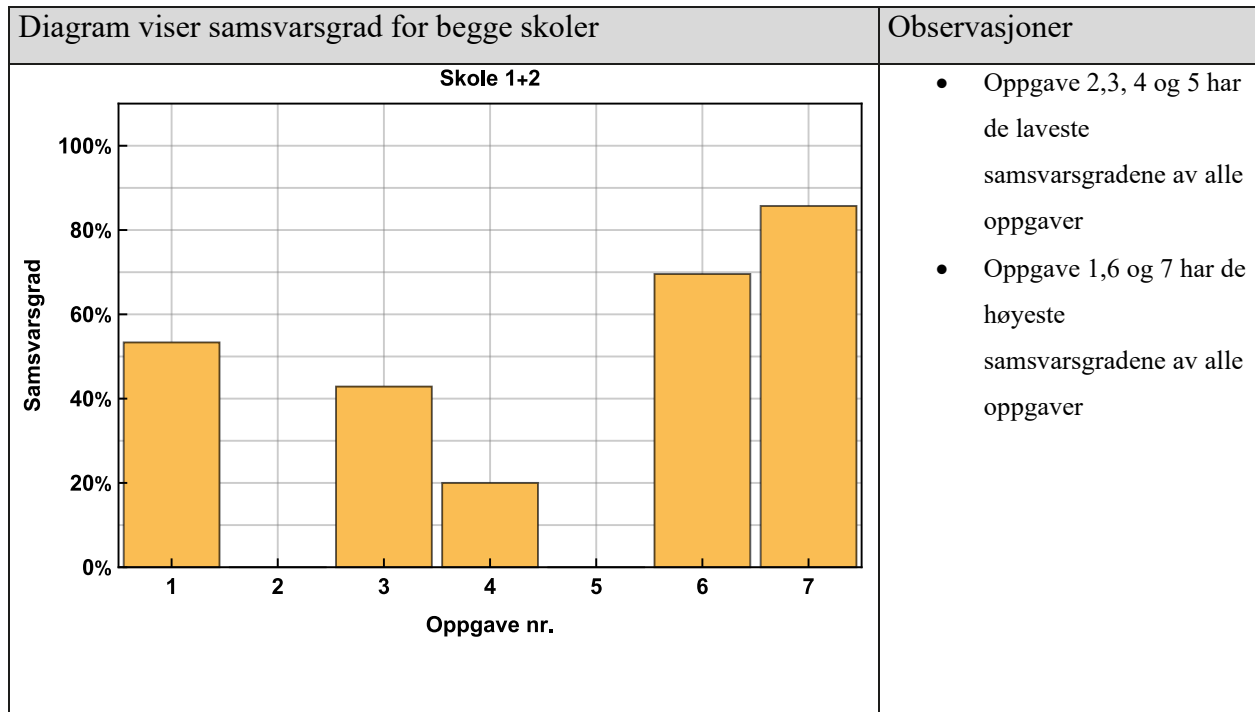
Med disse retningslinjene har vi beregnet samsvarsgraden til oppgavene. Samsvarsgraden refererer til graden av overensstemmelse mellom to sett av data (Bobbitt 2021). En høy samsvarsgrad tyder på at oppgavene er godt kalibrerte og nøyaktige i å identifisere bestemte misoppfatninger, mens en lav samsvarsgrad kan indikere at oppgavene varierer i hvor effektive de er til å avdekke misoppfatninger eller at de tester for ulike ferdigheter.

For å beregne samsvarsgraden bruker vi følgende formel.

$$\text{Samsvarsgrad} = \frac{\text{Antall elever med } \geq 3 \text{ k - feil}}{\text{Antall elever med } \geq 2 \text{ k - feil}}$$

Formel 3 Formel for samsvarsgrad

Denne formelen sikrer at samsvarsgraden alltid vil ligge mellom 0 og 1, siden vi deler antall elever med en sterk indikasjon på misoppfatning (≥ 3 k-feil) med det totale antallet elever som har nok k-feil til at det kan være en indikasjon på misoppfatning (≥ 2 k-feil).

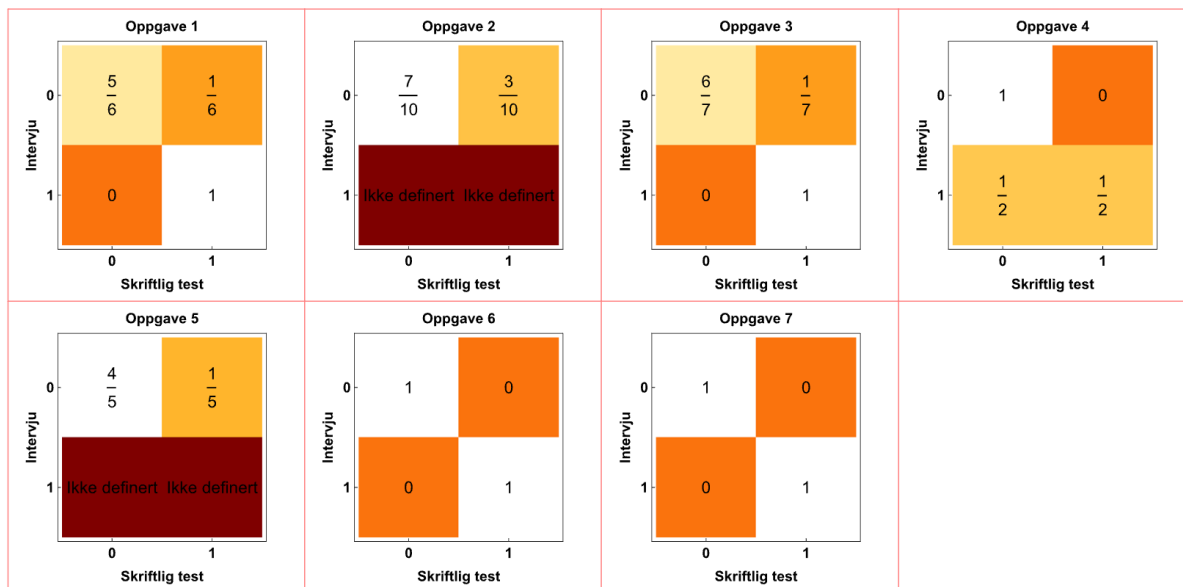


Tabell 15 Samsvarsgrad for begge skoler

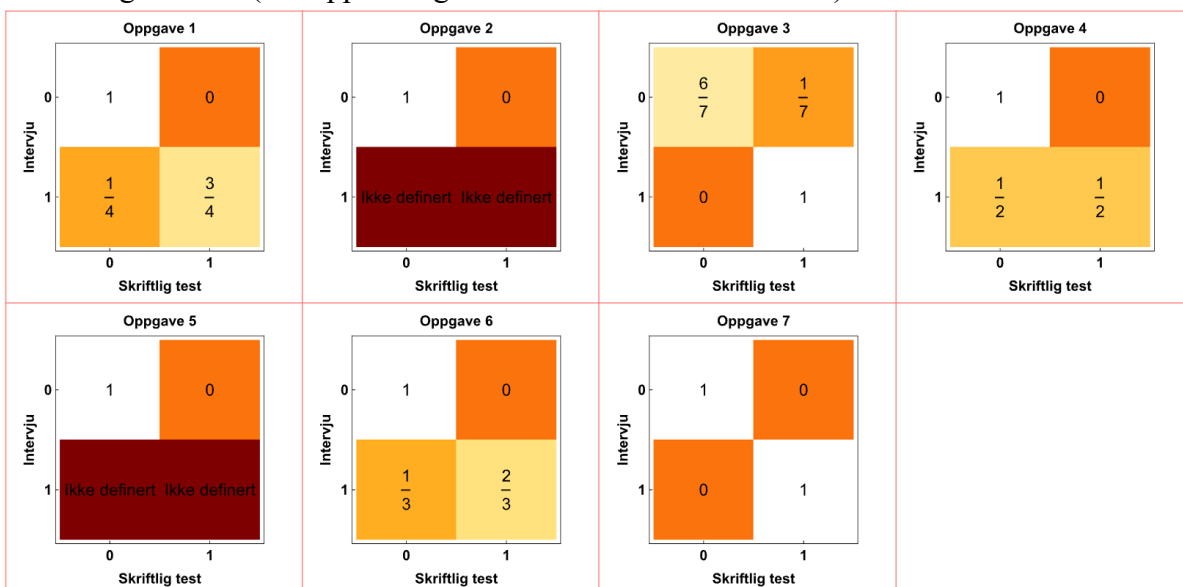
Diagrammet og observasjonene i tabell 15 reiser flere spørsmål, blant annet hva er det som gjør at oppgavene skiller seg ut, og om høy samsvarsgrad kan brukes som et mål på hvor diagnostisk en oppgave er. Disse spørsmålene vil bli diskutert mer inngående i analyse og drøftingskapittelet.

For å undersøke om endring av grensen for misoppfatning påvirker oppgavens sensitivitet og spesifisitet, har vi laget nye forvirringsmatriser (Tabell 16).

Forvirringsmatrise (Misoppfatning = 2 eller flere karakteristiske feil)



Forvirringsmatrise (Misoppfatning = 3 eller 4 karakteristiske feil)



Tabell 16 Viser forvirringsmatrisene først når grensen for misoppfatning er 2 eller flere feil, og sist når grensen for misoppfatning er 3 eller 4 feil

Disse endringene blir presentert i tabell 17 nedenfor.

Oppgave	Endringer
Oppgave 1	<ul style="list-style-type: none"> • Sensitivitet reduseres fra 100% til 75%. Dette viser at testen ikke lenger fanger opp alle faktiske tilfeller av misoppfatning, ettersom en elev ikke ble korrekt identifisert å ha en misoppfatning under de strengere kriteriene (elev 4). • Spesifisitet øker til 100%, noe som viser at alle de som er klassifisert til å ha misoppfatninger faktisk har misoppfatninger. • Falsk negativ rate (FNR) øker til 25% som indikerer at testen ikke klarer å identifisere en tredjedel av elevene (elev 4) som faktisk har misoppfatninger under dette strengere kriteriet.
Oppgave 2- oppgave 5	<ul style="list-style-type: none"> • Strengere kriterier gir høy spesifisitet. • Resultatet blir misvisende fordi oppgave 2 og 5 ikke har noen sanne positive.
Oppgave 3, 4, 7	<ul style="list-style-type: none"> • Ingen endringer
Oppgave 6	<ul style="list-style-type: none"> • Sensitiviteten reduseres til ca. 67%, noe som viser at testen ikke lenger fanger opp alle faktiske tilfeller av misoppfatning, fordi noen elever (elev 15 og elev 23) ikke ble korrekt identifisert til å ha en misoppfatning under de strengere kriteriene. • Spesifisiteten opprettholdes på 100%, noe som betyr at når testen viser at en elev ikke har en misoppfatning, er det korrekt. • Falsk negativ rate (FNR) på 33% betyr at testen ikke klarer å identifisere en tredjedel av elevene (elev 15 og elev 23) som faktisk har misoppfatninger under dette strengere kriteriet.

Tabell 17 Endringer som følge av endret grense for identifisering av misoppfatninger.

Som vi ser av tabell 17 betyr en endring av grensen for misoppfatning ingenting for oppgave 3, 4 og 7. Imidlertid observerer vi at ved oppgave 1, 2 og 5 øker spesifisiteten, men dette går bekostning av oppgavens sensitivitet. Disse funnene kan være problematiske når det kommer til å tolke presisjonen til oppgavene fordi vi sitter igjen uten tilfeller av sann positiv i oppgave 2 og oppgave 5. Dette vil bli diskutert mer inngående i analyse og drøftingskapittelet.

5 Analyse og Drøfting

I dette kapitlet vil vi analysere og diskutere resultatene knyttet til den diagnostiske testen, som har som mål å identifisere misoppfatninger blant elever knyttet til brøkbegrepet. For å sikre en sammenhengende fremstilling, kontinuitet og flyt har vi bestemt oss for å integrere diskusjonen av funnene direkte i den relevante analysen for hver oppgave. Vi har vurdert at drøfting av funnene samtidig som vi analyserer vil gi bedre forståelse av problemstillingen vi prøver å besvare, ikke minst vil dette bidra til en mer sammenhengende tolkning av resultater.

Analysen vil først adressere hver oppgave individuelt. Her vil vi begynne med å presentere elevens feilsvar på testen. Dette gjøres for å sikre at elevene har kunnskap på det området som testes. En viktig ting å huske på når man gjennomfører slike tester er at dersom elevene ikke har noen forkunnskaper om temaet som testes, kan vi heller ikke påstå at elevene har misoppfatning dersom de svarer feil. I slike tilfeller handler det om manglende kunnskap fremfor misoppfatning. Dersom elevene avgir feil svar på 2-4 av deloppgavene en oppgave består av kan det tyde på at eleven har manglende kunnskap. Dersom elevene avgir feil svar på 0-1 av deloppgavene kan dette tyde på at elevene har kunnskap på dette området. Videre vil vi se på sammenhengen mellom testresultatene og forklaringer under intervju for å kunne si noe om testens presisjon gjennom å presentere en detaljert analyse oppgavens sensitivitet, spesifisitet, falsk positiv rate (FPR) og falsk negativ rate (FNR), før vi diskuterer disse observasjonene knyttet til hver oppgave. Deretter vil vi drøfte funnene på tvers av oppgaver og se testen som helhet. Vi vil avslutte kapitlet med en drøfting av metoden vi har brukt og si noe om studiens bidrag til forskningsfeltet.

Figur 32 på neste side viser oppbygningen til analyse og drøftingskapitlet.



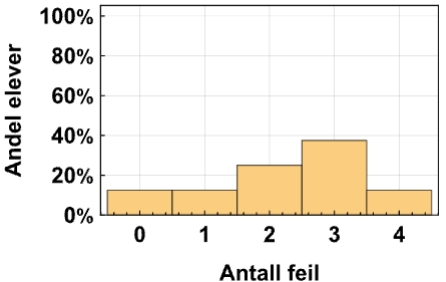

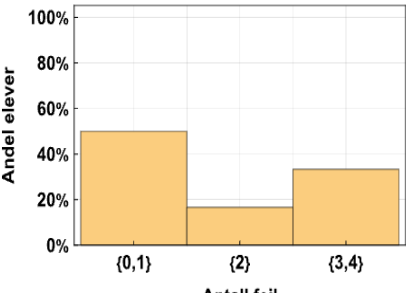
Figur 32 Oppbygningen i analyse og drøftingskapittelet

5.1 Analyse og drøfting av hver enkelt oppgave

5.1.1 Oppgave 1

Oppgave 1 er utformet for å avdekke misoppfatningen *nevneren representerer antall deler, uavhengig av størrelsen*. En interessant observasjon ved oppgave 1 er at skole 2 har et høyere gjennomsnitt når det kommer til antall rette svar (3.29) sammenlignet med skole 1 (1.75). Dette kan tyde på at skole 2 hadde bedre forutsetninger for å løse denne oppgaven. Kontaktlæreren til skole 2 nevnte i førsamtalene at de hadde brukt god tid på å jobbe med arealmodeller da de jobbet med temaet brøk i matematikktimene. I vår sammenheng kan dette vise at oppgaven passer bedre for skole 2: elevene var forberedt på tester av denne typen, og de hadde bedre forutsetninger for å løse denne oppgaven.

Når vi ser på gjennomsnittlig antall feil for skole 1 og 2 (Tabell 18 på neste side), ser vi at det er en markant forskjell i hvor mange elever som svarte 2 eller flere feil. For å vurdere oppgavens sensitivitet og spesifisitet, kan disse resultatene ha betydning.

Diagrammer	Observasjoner
<p style="text-align: center;">Oppgave 1</p> 	<p>Skole 1</p> <p>Antall gjennomsnittlige feil for skole 1 viser at omtrent 80 % av elevene svarte feil på 2 eller flere av deloppgavene i oppgave 1.</p>
<p style="text-align: center;">Oppgave 1</p> 	<p>Skole 2</p> <p>Antall gjennomsnittlige feil for skole 2 viser at omtrent 20 % av elevene svarte feil på 2 eller flere av deloppgavene i oppgave 1.</p>
<p style="text-align: center;">Oppgave 1</p> 	<p>Begge skoler</p> <p>Når vi ser på skole 1 og 2 sammen ser vi at omtrent 53% av elevene svarte feil på 2 eller flere av deloppgavene i oppgave 1.</p>

Tabell 18 Gjennomsnittlig antall feilsvar for skole 1 og 2

På oppgave 1 intervjuet vi 10 elever hvor testen avslørte at halvparten hadde misoppfatning. Derimot ble det bekreftet at kun 4 elever hadde misoppfatning etter intervju, elev 9 var altså falsk positiv.

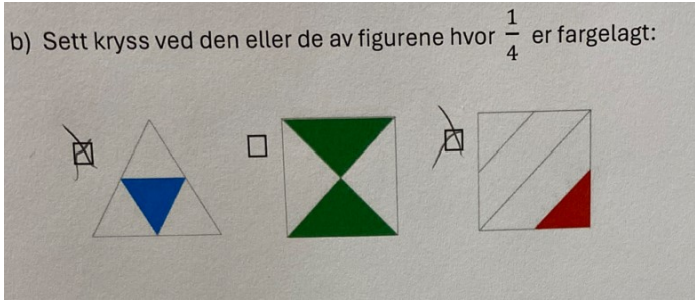
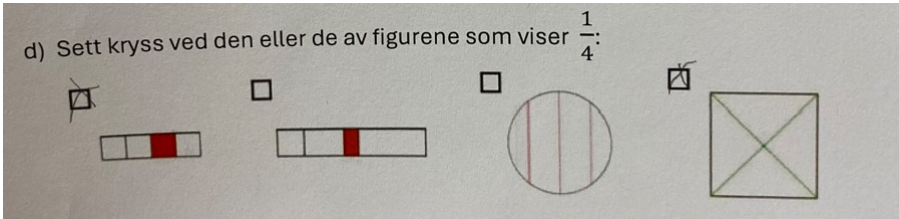
Elev nr.	4	5	7	9	10	21	28	30	32	33
Test	1	1	0	1	0	0	0	0	1	1
Intervju	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1
	SP	SP	SN	FP	SN	SN	SN	SN	SP	SP

Tabell 19 viser om elevene har misoppfatning ifølge test og intervju. '1' representerer misoppfatning, mens '0' representerer ikke misoppfatning. Nederste rad viser om det er sann positiv (SP), sann negativ (SN), falsk positiv (FP) eller falsk negativ

Ut ifra tabell 19 beregnet vi resultatet i forvirringsmatrisen (Figur 15), med formelen vi presenterte i teorikapittelet (kap.2.5). I sammenheng med de prediktive verdiene, PPV på 80 % og NPV på 100 % (Tabell 13), viser matrisen (Figur 15) en sensitivitet på 1. Dette indikerer at oppgave 1 er svært pålitelig når den identifiserer elever som har, og ikke har, misoppfatninger. I en studie gjennomført i Norge (Vinje 2019, s.53), ble det funnet at 31 % av elever på 7. trinn har misoppfatningen vi undersøkte i oppgave 1. Hvis vi tar utgangspunkt i basisraten fra denne studien, som har et større utvalg enn i vår studie, kan vi beregne en PPV på 82 % med formel 1. Dette samsvarer bra med studien vår gitt vårt relativt lave utvalg.

Som vi nevnte i resultatkapittelet, viser forvirringsmatrisen (Figur 15) en høy prestasjon med en spesifisitet på 5/6. Likevel er det fortsatt rom for feilidentifiseringer der testen indikerte en misoppfatning som ikke ble bekreftet etter intervju. I dette tilfellet er det interessant å se nærmere på elev 9.

Elev 9 avga svar som er karakteristiske ved misoppfatning på oppgave 1b og 1c (Tabell 5). Under intervjuet forklarte eleven riktig fremgangsmåte for oppgave 1a, men i 1b og 1c ble det ikke tatt hensyn til størrelsen på delene. Når eleven skulle forklare oppgave 1d ble det lagt merke til at delene i figurene var ujevne. Eleven svarte korrekt på to lignende oppfølgingsspørsmål. Under intervjuet observerte vi at eleven raskt avga forklaringer som er karakteristiske ved misoppfatning på deloppgave 1b og 1c. Dette tolker vi som at eleven ikke reflekterte nøye verken under test eller intervju. Eleven tenkte langsomt og brukte lengere tid på å avgi en forklaring på oppgave 1d. Dette førte til at eleven ble usikker på de ujevne størrelsene og korrigererte seg selv uten påvirkning fra oss (se tabell 20 på neste side)

Oppgave	Svar på testen og intervju
1b	<p>b) Sett kryss ved den eller de av figurene hvor $\frac{1}{4}$ er fargelagt:</p>  <p>«Dette er to deler som er fargelagt (peker midterste figuren i 1b). Disse to er en (peker første og siste figuren). Alle har fire deler. Så disse to er riktige.»</p>
1d	<p>d) Sett kryss ved den eller de av figurene som viser $\frac{1}{4}$:</p>  <p>«Elev: Dette var for en fjerdedel (peker på første figur). Dette har ... Jeg vet ikke helt hvorfor jeg svarte den (peker på siste figur). Nei. Disse to er ... Denne var ujevne på størrelser. Så det er som det er det. Nei. Og denne her ... Den var rar.»</p>


Tabell 20 Tabellen viser elev 9 sitt svar på deloppgave 1b og 1d på testen, samt elevens forklaring under intervju

Som vi kommenterte i teorikapittelet (kap. 2.2), sier Swan (2006, s.83) at hvis elevene gis mulighet til å reflektere over feilene sine og korrigerer dem, er den eneste feilen elevene gjør å ikke reflektere godt nok over oppgaven.

I tillegg til elev 9 ser vi også at elev 10, som var også med i intervjuutvalget, gir svar som er karakteristiske ved misoppfatning på deloppgave 1c selv om de ikke har denne misoppfatningen (Tabell 5). Disse tilfellene viser at flervalgs-tester ikke gir dyp nok innsikt i elevenes ideer og tvinger elevene til å velge svar (Gurel 2015, s.993). Dette kan føre til at elever tilfeldigvis velger svar som en elev med misoppfatning forventes å avgi, noe som fører til en økning av tilfeller med falsk positiv og falsk negativ (Gurel 2015, s.994) .

Dette fremhever behovet for å effektivisere flervalgs-tester for å sikre korrekt identifisering av elever med misoppfatning. Justering av oppgaver kan være nyttig i denne sammenheng, for

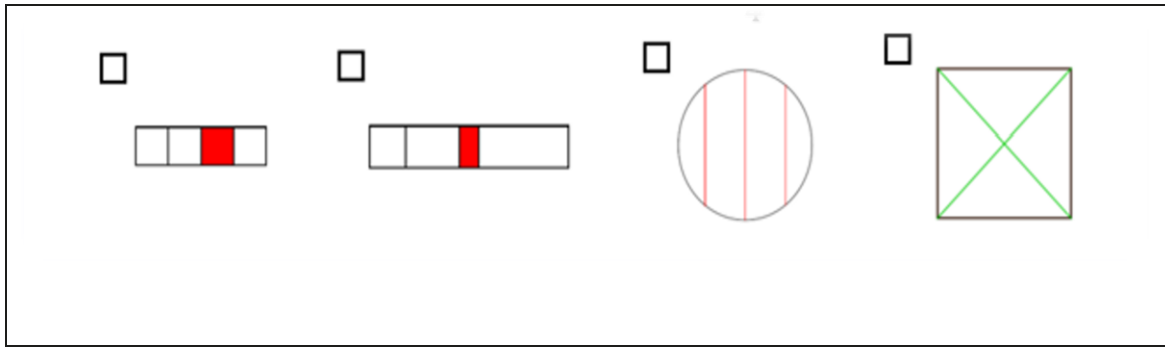
eksempel på oppgave 1c, hvor både elev 9 og 10 valgte en figur de mente hadde «nesten like» deler (Tabell 21). Dette er ikke en misoppfatning som ble bekreftet, men kan skyldes et synsbedrag (Sandvig 2023), hvor elevene intuitiv opplever figuren som tredelt uten å vurdere grundig. Dette er et typisk eksempel på en oppgave som kan fremprovosere misoppfatning på grunnlag av at elevene ikke opplever at det trengs grundigere gjennomgang av oppgaven.

	<p style="text-align: center;">Elev 10:</p> <p style="text-align: center;">«[...] men den er litt større uti her.»</p>
---	--

Tabell 21 Feil representasjon av brøk $1/3$ i oppgave 1c

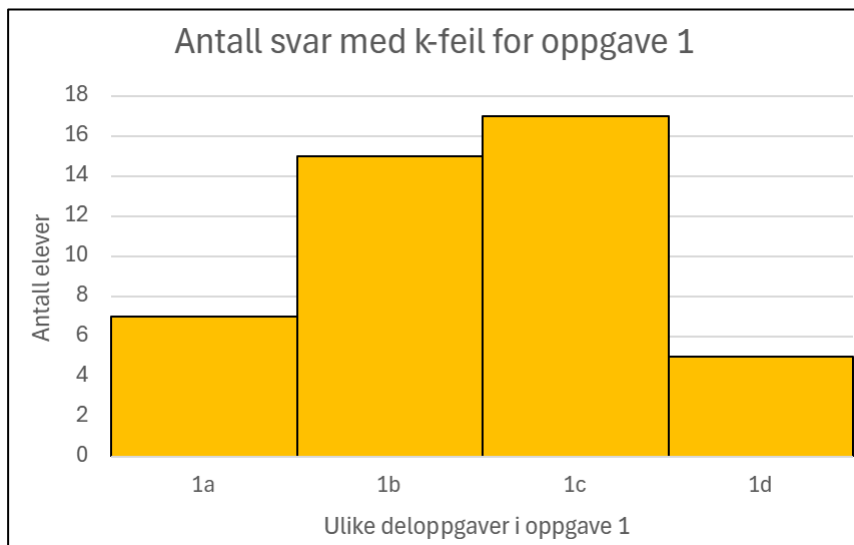
I motsetning til oppgave 1c, viser oppgaven i figur 33 (1d) et godt eksempel på hvordan man kan dele opp figurer på en tydeligere måte i de to første svaralternativene (fra venstre). En elev med denne misoppfatningen vil med stor sannsynlig krysse av for nummer 2 fra venstre uten å ha tvil.

I tillegg observerte vi at ingen av elevene som krysset av for de to siste figurene hadde misoppfatning. Elev 9 krysset av for én av disse, men misoppfatning ble avfeid under intervjuet, (Tabell 20). En mulig tolkning er at disse to siste figurene ikke var målrettede alternativer.



Figur 33 Svaralternativer som skal representere av brøk $\frac{1}{4}$ i oppgave 1d

Funnene våre kan dermed være med på å understreke hvor viktig det er å gjøre oppgavene gode, ettersom vi tydelig ser at oppgave 1d er mye bedre til å avdekke misoppfatninger når figurene ikke har rom for intuitive tolkninger. På denne deloppgaven ser vi et betraktelig færre antall karakteristiske feil ved misoppfatning sammenliknet med de andre deloppgavene, slik som 1c hvor det oppstår tilfeller av synsbedrag (Figur 34).

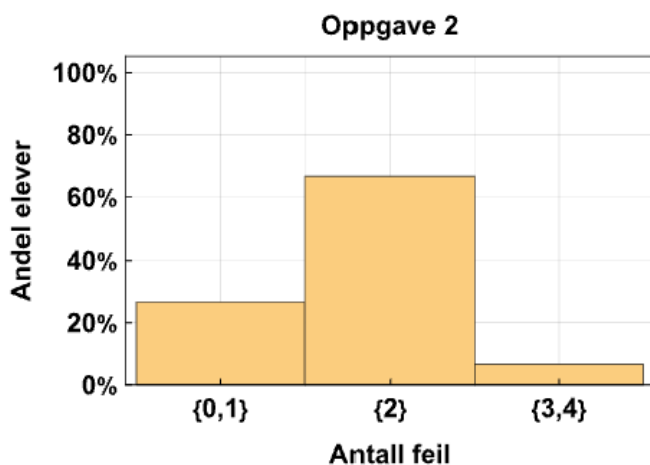


Figur 34 Antall karakteristiske svar ved misoppfatning i de ulike deloppgavene i oppgave 1 for alle elevene i studien..

Intervju viste seg å være en god kontrollmekanisme for å avdekke korrekt identifisert misoppfatning, slik som i tilfellet med elev 9.

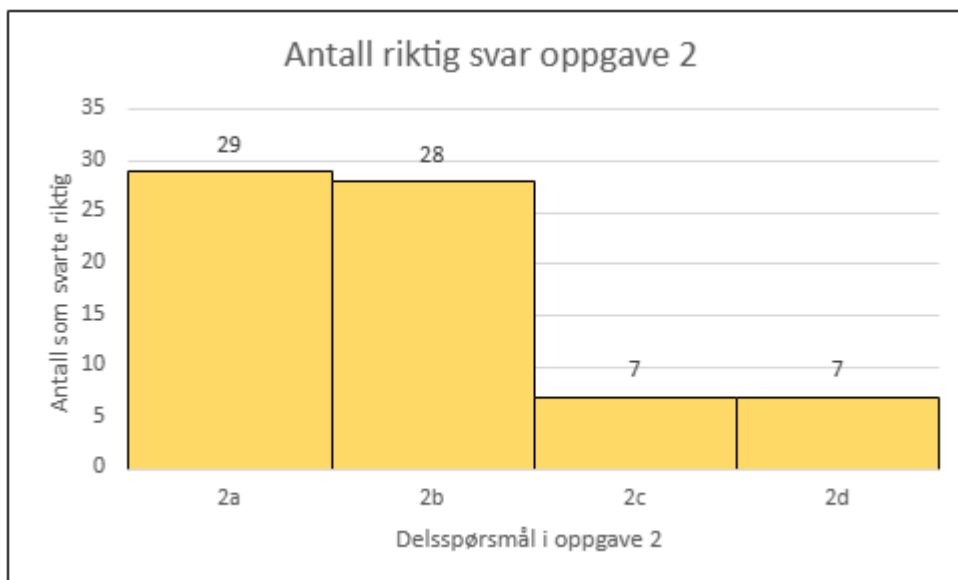
5.1.2 Oppgave 2

Oppgave 2 er utformet for å avdekke misoppfatningen *Jo større nevner (eller teller), jo større brøk*. En interessant observasjon ved oppgave 2 er at omtrent 70 % av elevene i studien svarte feil på 2 av deloppgavene (Figur 35), derimot ser vi at det er en svært liten andel av elevene som svarte feil på 3 eller 4 av deloppgavene.



Figur 35 Antall gjennomsnittlig feil for skole 1 og 2 på den diagnostiske testen. (0,1): 0 eller 1 feil, (2): 2 feil, (3,4): 3 eller 4 feil

Når vi observerer at det er en så stor kontrast mellom antall feilsvar på 2 deloppgaver kontra 3-4 deloppgaver ønsker vi å se nærmere på fordelingen av antall feilsvar i de ulike deloppgavene, som vist i figuren nedenfor (Figur 36). Feilsvar i deloppgave 2c og 2d dominerer fremfor deloppgavene 2a og 2b.



Figur 36: Antall elever som svarte riktig på deloppgavene i oppgave 2.

Figur 36 viser at kun 7 av 30 elever svarte riktig på deloppgavene 2c og 2d i oppgave 2. Dette kan tyde på at det er en skjevhet i oppgaven som fører til at elevene har forutsetninger for å løse oppgave 2a og 2b, men møter utfordringer når det kommer til oppgave 2c og 2d.

Tabellen nedenfor viser en oversikt over elevene som ble valgt ut til intervju. Her ser vi at testen indikerer at 3 elever har misoppfatning. Dette ble ikke bekreftet i noen av tilfellene etter gjennomført intervju. Vi får dermed tre tilfeller av falsk positiv.

Elev nr.	2	5	8	12	13	20	22	23	25	29
Test	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1
Intervju	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	SN	SN	FP	FP	SN	SN	SN	SN	SN	FP

Tabell 22 Viser om elevene har misoppfatning ifølge test og intervju. '1' representerer misoppfatning, mens '0' representerer ikke misoppfatning. Nederste rad viser om det er sann positiv (SP), sann negativ (SN), falsk positiv (FP) eller falsk negativ (FN)

Tabell 22 er grunnlaget for forvirringsmatrisen, med formelen vi presenterte i teorikapittelet (kap.2.5). Forvirringsmatrisen viser at oppgave 2 har en spesifisitet på 7/10 som tilsier at testen er relativt god til å avdekke elever som ikke har misoppfatninger. Den har en falsk positiv rate

på 3/10 som tyder på at en del elever blir identifisert til å ha misoppfatning, selv om dette ikke alltid er tilfellet. Vi observerte ingen tilfeller av sann positiv etter intervju, som førte til at vi ikke kunne definere oppgavens sensitivitet eller falsk negativ verdi. I sammenheng med observasjonene av en samsvarsgrad på 0 % (Tabell 15) og PPV som også er 0 % (Tabell 13), tyder dette på oppgave 2 likevel er problematisk når det kommer til å avdekke misoppfatninger. Det er derfor interessant å se nærmere hva problemet med denne oppgaven kan være.

Etter gjennomføringen av intervjuene ble det observert at ingen av elevene i utvalget avga forklaringer som er karakteristiske ved misoppfatning på deloppgave 2a og 2b. I tabellen nedenfor vises to av elevsvarene på deloppgave 2a:

Elev nr.	Forklaring oppgave 2a
Elev 13	«Og hvis man har en sånn sjokoladeplate, og man deler den i halv, så har man mer enn hvis man deler den i, eller hvis man tar en sjettedel»
Elev 25	«Det er samme teller på alle sammen, så det er den største av nevnerne, som er minst. Fordi da er det mindre biter»

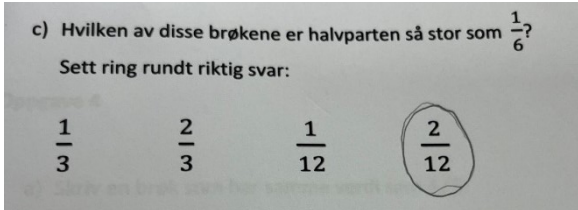
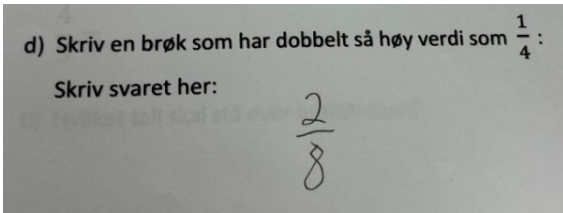
Tabell 23 Elevsvarene på deloppgave 2a

Når vi ser elevforklaringene i tabell 23, viser dette at elevene har forstått konseptet med brøkstørrelse. De svarer riktig på testen og forklarer med konkrete eksempler. Andre elever i intervjuutvalget svarer også på lignende måte som elev 13 og elev 25. Imidlertid observerer vi at halvparten av elevene i utvalget avga svar som er karakteriske ved misoppfatning på deloppgave 2c og alle elevene i utvalget avga svar som er karakteriske ved misoppfatning på oppgave 2d (Tabell 6). Samtidig svarte alle elevene riktig på oppfølgingsspørsmålene. På bakgrunn av elevforklaringene på oppgave 2a og 2b samt at elevene avgir rett svar på oppfølgingsspørsmålene kan vi konkludere med at disse elevene ikke har denne misoppfatningen.

Med utgangspunkt i disse observasjonene kan vi dermed tolke at oppgave 2c og 2d er problematiske når det kommer til å avdekke misoppfatningen *jo større teller (eller nevner), jo større brøk*. Som vi kommenterte i teorikapittelet (kap. 2.4.3), sier Cohen et al. (2018, s.570) at

diagnostiske oppgaver må utformes ut fra lignende struktur. Oppgave 2c og 2d ligner på verken oppgave 2a, 2b eller oppfølgingsspørsmålene.

Når vi ser nærmere på oppgave 2c og 2d blir elevene bedt om å finne brøker som tilsvarer «halvparten så stor» og «dobbelte så høy» som de brøkene som er nevnt i oppgaveteksten. Under intervjuene observerte vi at elevene hadde vanskeligheter med å sette ord på hvordan de tenkte da de løste disse oppgavene. Flere av elevene kom med forklaringer slik som: «fordi.. jeg vet ikke» (elev 13), «nei, jeg vet ikke» (elev 20). Elev 23 var en av få elever som satte ord på hvilke tanker som oppsto rundt oppgave 2c og 2d (Se tabell 24):

Elev nr.	Oppgave
23	<p>2c</p>  <p>«Fordi vi skal ha halvparten så stor som den, så da blir det liksom dobbelt opp, så da må vi gange det med to.»</p>
23	<p>2d</p>  <p>«Nei. Skal man, det var det jeg skjønner ikke helt, når det der er størst og det der er minst, så, hva mener du med høy da?»</p>

Tabell 24 Elevforklaring på deloppgave 2c og 2d

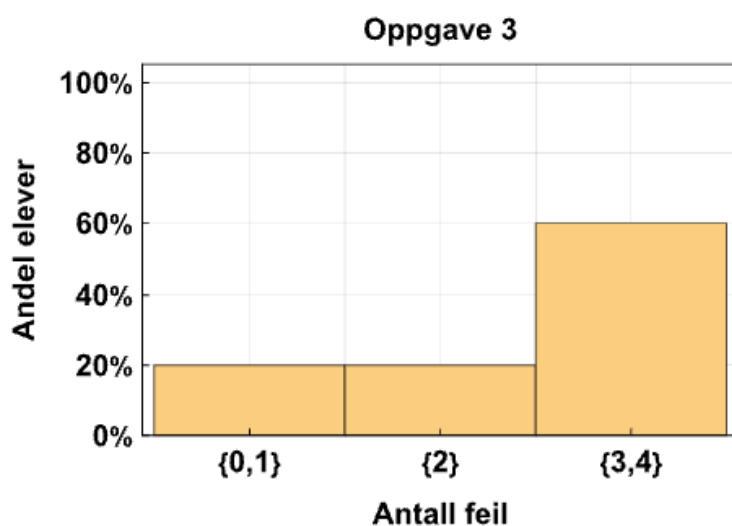
Disse forklaringene tolker vi som at begrepene «halvparten så stor» og «dobbelte så høy» byr på problemer. For en del av elevene blir disse begrepene for abstrakt og skaper forvirring. Begreper som «halvparten» og «stor» blir benyttet i samme setning og kan påvirke elevenes forståelse av oppgaveformuleringen.

Dette understreker kompleksiteten ved å bruke tester som verktøy for å avdekke misoppfatninger, og bekrefter teorien om at valg av alternativer i flervalgs-tester ikke nødvendigvis gir dyp innsikt i elevenes konseptuelle forståelse (Gurel et al. 2015, s.993). Disse observasjonene og tolkningene reiser spørsmål om oppgavens struktur, for eksempel hvis oppgavene ikke kan varieres innenfor samme struktur for å være en god diagnostisk oppgave (Cohen 2018, s.570), kan det være nok med 2 deloppgaver fremfor 4 ulike deloppgaver.

En annen problematikk her var at elevene ikke var engasjerte i å forklare sine tankemønstre under intervjuet. En mulig løsning på dette kunne vært, som vi kommenterte teorikapittelet (kap. 2.4.1), at kartleggeren er en person som kjenner elevene fremfor to ukjente forskere (Astrup 2013, s.4). Dette kan gi elevene trygghet til å dele tankene sine, selv om de er usikre på deres tankemønstre.

5.1.3 Oppgave 3

Oppgave 3 er utformet for å avdekke misoppfatningen *brøkstrek er lik desimalkomma*. Gjennomsnittlig antall feil på deloppgavene i oppgave 3 (Figur 37) viser at omtrent 60 % av elevene i studien svarte feil på 3 eller 4 deloppgaver. Et gjennomsnittlig høyt antall feilsvar kan tyde på elevene ikke var forberedt til denne type oppgave, og at oppgave 3 var ikke relevant for dem.



Figur 37 Antall gjennomsnittlig feil for skole 1 og 2 på den diagnostiske testen. (0,1): 0 eller 1 feil, (2): 2 feil, (3,4): 3 eller 4 feil

I oppgave 3 ble 9 elever intervjuet. Testen indikerte at 3 av dem har misoppfatning. Derimot ble det bekreftet at kun to av disse hadde misoppfatningen etter gjennomført intervju. Vi har dermed ett tilfelle av falsk positiv ved elev 12.

Elev nr.	2	4	10	12	14	20	21	22	24
Test	0	0	0	1	0	0	1	0	1
Intervju	0	0	0	0	0	0	1	0	1
	SN	SN	SN	FP	SN	SN	SP	SN	SP

Tabell 25 Viser om elevene har misoppfatning ifølge test og intervju. '1' representerer misoppfatning, mens '0' representerer ikke misoppfatning. Nederste rad viser om det er sann positiv (SP), sann negativ (SN), falsk positiv (FP) eller falsk negativ

Ut ifra tabell 25 beregnet vi resultatet i forvirringsmatrisen (Figur 21), med formelen vi presenterte i teorikapittelet (kap.2.5) (Figur 2). Matrisen viser en sensitivitet på 1, som i sammenheng med en relativt høy PPV på 67 %, og NPV på 100 % (Tabell 13) indikerer at oppgave 3 er pålitelig når det gjelder å avdekke misoppfatninger. Disse observasjonene understreker at testen effektivt identifiserer elever med og uten misoppfatninger. Selv om testen har en høy spesifisitet på 6/7, viser tilfellet med, elev 12, at det fremdeles er rom for feilidentifiseringer der testen indikerte en misoppfatning som ikke ble bekreftet etter intervjuet. I dette tilfellet er det interessant å se nærmere på elev 12.

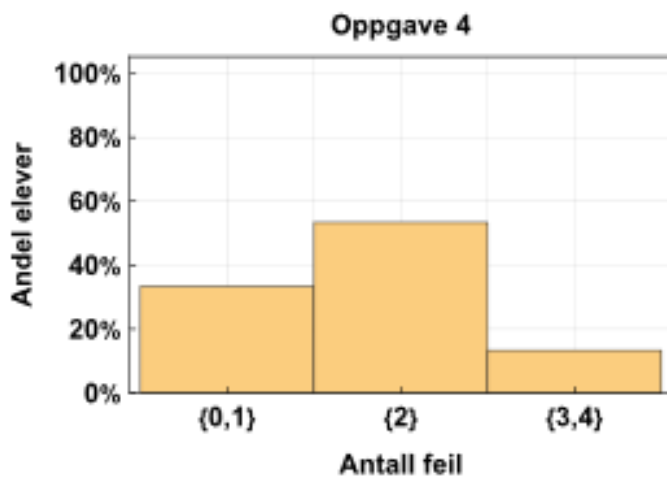
Under intervju kommer det frem at Elev 12 ikke hadde ikke kjennskap til desimaltall. Likevel har eleven avgitt svar som er karakteristiske ved misoppfatning. Disse svarene er basert på gjetting. Dette bekrefter det vi kommenterte i teorikapittelet (kap. 2.4.3) at i flervalgs-tester kan elevene avgi svar som er karakteriske ved misoppfatning og dermed feilaktig identifiseres som å ha misoppfatning (Gurel et al. 2015, s.994). Dette funnet indikerer en utfordring knyttet til utforming av diagnostiske oppgaver. Elever som mangler fast kunnskap kan ty til gjetning (Gurel et al. 2015, s.994), noe som skaper en falsk indikasjon på forståelsesnivået deres.

Selv om deloppgavene er utformet på lik måte, kan en justering av oppgave 3 være å introdusere en begrunnelsesboks hvor elevene skal begrunne svaret sitt, slik som hos flernivåtester (Gurel et al. 2015, s.997), være nyttig. Dette vil kunne gi oss en dypere innsikt i elevenes forståelse og

vil kunne avsløre om elevens svar er basert på gjetting eller ikke, som igjen vil kunne bidra til å øke påliteligheten til oppgave 3.

5.1.4 Oppgave 4

Oppgave 4 er utformet for å avdekke om misoppfatningen *differansen mellom teller og nevner avgjør størrelsen på brøken*. En interessant observasjon i denne studien er at omtrent 70% av elevene svarte feil på 2-4 av deloppgavene. Et gjennomsnittlig høyt antall feilsvar kan tyde på at elevene ikke hadde forutsetninger for å løse denne oppgaven og ikke var forberedt denne type oppgave.



Figur 38 Antall gjennomsnittlig feil for skole 1 og 2 på den diagnostiske testen. (0,1): 0 eller 1 feil, (2): 2 feil, (3,4): 3 eller 4 feil

På oppgave 4 ble 9 elever intervjuet (Tabell 26). Testen indikerte at 1 av elevene, elev 26, hadde misoppfatning. Dette ble bekreftet etter intervju. Etter gjennomført intervju ble det også bekreftet at enda en elev, elev 27, hadde denne misoppfatningen selv om testen ikke indikerte dette (se tabell 26 på neste side). Dette gir oss et tilfelle av falsk positiv rate.

Elev nr.	4	8	13	14	15	21	26	27	30
Test	0	0	0	0	0	0	1	0	0
Intervju	0	0	0	0	0	0	1	1	0
	SN	SN	SN	SN	SN	SN	SP	FN	SN

Tabell 26 Viser om elevene har misoppfatning ifølge test og intervju. '1' representerer misoppfatning, mens '0' representerer ikke misoppfatning. Nederste rad viser om det er sann positiv (SP), sann negativ (SN), falsk positiv (FP) eller falsk negativ

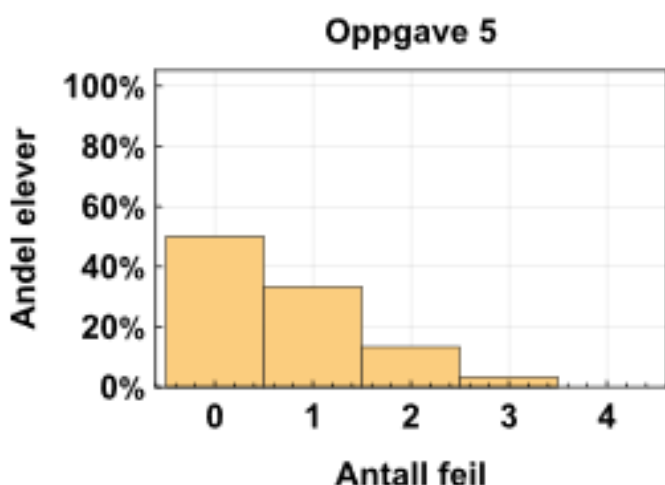
Ut ifra tabell 26 beregnet vi resultatet i forvirringsmatrisen, med formelen vi presenterte i teorikapittelet (kap.2.5) (Figur 2), som viser en høy spesifisitet på 1 og en sensitivitet på $\frac{1}{2}$. Oppgavens PPV er beregnet til 50 %, og NPV til 87,5 % (Tabell 13). I sammenheng med de prediktive verdiene og en lav samsvarsgrad på 20% (Tabell 15), indikerer dette at oppgave 4 er ikke pålitelig, verken når det gjelder å identifisere elever med eller uten misoppfatninger.

Som vi kommenterte i teorikapittelet (kap. 2.4.3) sier Cohen et al. (2018, s.570) at diagnostiske oppgaver må ha en lik struktur for å kunne avdekke en bestemt tenkning. Ser vi på strukturen til oppgave fire ser vi at de fire deloppgavene tester ulike ferdigheter hos elevene. Deloppgavene varierer fra å omskrive brøker til å sammenligne dem. Dette kan føre til at elevene gjør feil av ulike grunner.

En elev kan ha kunnskap om hvordan man omskriver brøker, eller hvordan man utvider brøk, men kanskje ikke hvordan man sammenligner to brøkstørrelser, eller motsatt. Dette kan resultere i at eleven gjør feil på noen av deloppgavene, men ikke andre, noe som også kan bekreftes med den lave samsvarsgraden på 20 %. Dette kan tyde på at oppgaven må utformes på nytt for å være mer målrettet. Dette kan gjøres ved å for eksempel ved å eliminere deloppgavene 4c og 4d som omhandler å sortere brøker ut fra størrelse. Oppgave 4a og 4b inneholder åpne spørsmål med en tilnærmet lik struktur. Dette kan være nok for å avgjøre om elevene har misoppfatning eller ikke.

5.1.5 Oppgave 5

Oppgave 5 er utformet for å avdekke om misoppfatningen *Teller (eller nevner) er et isolert tall*. Når vi ser på gjennomsnittlig antall feil i oppgave 5 (Figur 39) ser vi at ingen av elevene i studien svarte feil på alle fire deloppgaver, og svært få elever svarte feil på 2 eller 3 av deloppgavene. Dette tyder på at elevene har god kunnskap på dette området, og har forutsetninger for å løse oppgavene.



Figur 39 Antall gjennomsnittlig feil for skole 1 og 2 på den diagnostiske testen. (0,1): 0 eller 1 feil, (2): 2 feil, (3,4): 3 eller 4 feil

På oppgave 5 ble 10 elever intervjuet (Tabell 27). Testen indikerte at 2 elever hadde denne misoppfatningen. Derimot ble ingen bekreftet å ha misoppfatning etter gjennomført intervju.

Elev nr.	1	3	14	15	16	20	24	27	28	29
Test	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1
Intervju	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	SN	SN	SN	FP	SN	SN	SN	SN	SN	FP

Tabell 27 Viser om elevene har misoppfatning ifølge test og intervju. '1' representerer misoppfatning, mens '0' representerer ikke misoppfatning. Nederste rad viser om det er sann positiv (SP), sann negativ (SN), falsk positiv (FP) eller falsk negativ.

Ut ifra tabell 27 beregnet vi resultatet i forvirringsmatrisen med formelen vi presenterte i teorikapittelet (kap. 2.5) (Figur 2). Forvirringsmatrisen viser at testen har en relativt høy spesifisitet med 4/5, likevel ser vi at det er rom for feilidentifiseringer da testen identifiserte to elever til å ha misoppfatning som ikke ble bekreftet etter intervju. Testen har en NPV på 100% og en PPV på 0 % (Tabell 13). Vi observerte ingen tilfeller av sann positiv rate etter intervju som fører til at vi ikke kunne definere oppgavens sensitivitet og falsk negativ verdi. Dette gjør vanskelig å tolke oppgavens pålitelighet. I sammenheng med oppgavens samsvarsgrad som er 0 kan disse observasjonene tyde på at oppgaven er problematisk.

Som vi kommenterte i teorikapittelet (kap. 2.4.3), sier Cohen et al. (2018, s.570) at diagnostiske oppgaver må ha en lik struktur for å kunne avdekke en bestemt tenkning. Ser vi nærmere på oppgavesettets utforming ser vi at oppgave 5 ble utformet med to ulike representasjoner bestående av arealmodell og mengdemodell. Forskjellige representasjoner kan forvirre noen elever, spesielt hvis de ikke har blitt undervist i å overføre forståelsen sin fra én representasjon til en annen.

Et annet problematisk aspekt ved disse oppgavene kan være at noen elever gjør noen feil som ikke er knyttet til misoppfatninger av brøker, men heller skyldes uoppmerksomhet (Gurel et al. 2015, s.994) eller andre misoppfatninger. Disse feilene kan omhandle hvordan man teller objekter og forholder seg til oppgavens format. Våre funn med elev 15 (falsk positiv) og elev 29 (falsk positiv) kan bekrefte dette. Under intervjuet forklarer elev 15 oppgave 5b slik:

«Da tenkte jeg at dette er 1del, 2 del, 3del, 4del, og så fargelegget 1, 2, 3, deler av 4 deler.»
(viser tre ruter som en hel)

Elev 29 forklarer oppgave 5a slik:

Elev: «Jeg vet ikke. Feil, tror jeg.»

Forsker: «Har du tatt feil? Hvorfor det?»

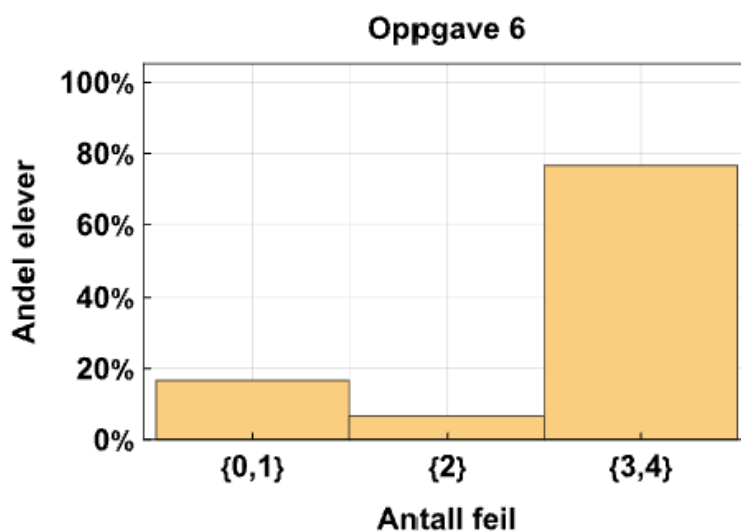
Elev «Fordi at hvis jeg skulle tatt fire, så måtte det være en tredel og ikke en firedel».

Disse forklaringene bekrefter at elevene ikke nødvendigvis har en misoppfatning, men at de teller objektene på en uoppmerksom måte. Dette bekrefter en svakhet med flervalgs-tester som vi kommenterte i teorikapittelet (kap. 2.1), falske positiver skyldes at elevene er uoppmerksomme (Gurel et al. 2015, s.994)

En interessant observasjon ved denne studien er at det er relativt få elever som har denne misoppfatningen. I vår studie indikerte testen på at 2 av de 10 elevene i utvalget hadde misoppfatning, dette ble derimot ikke bekreftet etter intervju. Ser vi på utbredelsen av misoppfatningen kan vi se at 19 % av elevene ble bekreftet å ha misoppfatning i en studie gjennomført med 143 elever på mellomtrinnet (Vinje 2019, s.65).

5.1.6 Oppgave 6

Oppgave 6 er utformet for å avdekke misoppfatningen *Tar ikke hensyn til helheten*. Når vi ser på gjennomsnittet for antall feil ved skolene ser vi at omtrent 80% av elevene svarer 3 eller 4 feil på testen (Figur 40). Dette kan tyde på at elevene har manglende kunnskap på dette området.



Figur 40 Antall gjennomsnittlig feil for skole 1 og 2 på den diagnostiske testen. (0,1): 0 eller 1 feil, (2): 2 feil, (3,4): 3 eller 4 feil

I oppgave 6 intervjuet vi 9 elever. Testen indikerte at 6 av dem har denne misoppfatningen. Dette ble bekreftet i alle tilfeller etter gjennomført intervju (Tabell 28).

Elev nr.	4	6	13	15	16	20	22	23	27
Test	1	0	0	1	1	1	0	1	1
Intervju	1	0	0	1	1	1	0	1	1
	SP	SN	SN	SP	SP	SP	SN	SP	SP

Tabell 28 Viser om elevene har misoppfatning ifølge test og intervju. '1' representerer misoppfatning, mens '0' representerer ikke misoppfatning. Nederste rad viser om det er sann positiv (SP), sann negativ (SN), falsk positiv (FP) eller falsk negativ

Ut ifra tabell 28 beregnet vi resultatet i forvirringsmatrisen, med formelen vi presenterte i teorikapittelet (kap. 2.5) (Figur 2). Forvirringsmatrisen viser at oppgave 6 har en spesifisitet på 1, FPR på 0, FNR på 0 og sensitivitet på 1. Disse resultatene i sammenheng med en PPV på 100 % og en NPV på 100% samt en samsvarsgrad på 70% tyder dette på at oppgaven er svært effektiv når det kommer til å avdekke misoppfatninger og de som ikke har misoppfatninger.

Dette kan være et resultat av flere faktorer, blant annet god utforming. Oppgaven var tydelig formulert og presist utformet for å måle det spesifikke aspektet av elevenes forståelse den var ment å teste. De 4 delspørsmålene på oppgave 6 er utformet med en lik struktur. Som kommentert i teorikapittelet (kap. 2.4.3) er dette et godt eksempel på en diagnostisk oppgave (Cohen et al. 2018, s.570). Deloppgavene er basert på problemstillinger med samme logiske bakgrunn (prosentvis økning og reduksjon), men hvor det benyttes ulike tall som krever at elevene utfører bestemte beregninger. Dette kan ha bidratt til at elevene forsto oppgaven godt og svarte i tråd med deres faktiske forståelse. Hvis en elev har denne misoppfatningen er det sannsynlig at de vil gjøre feil på alle delspørsmålene.

En annen faktor kan være kvaliteten på intervjuet. Intervjuet ble gjennomført på en trygg måte og tillot en grundig vurdering av elevenes forståelse. Dette kan ha inkludert klare og presise spørsmål som hjalp til med å avdekke eventuelle misoppfatninger, samt en god forståelse av elevenes resonnement og tankeprosesser.

5.1.7 Oppgave 7

Oppgave 7 er utformet for å avdekke om misoppfatningen *Overgeneralisering av addering av brøk* er tilfelle hos elevene. En interessant observasjon ved oppgave 7 er at skole 2 har et høyere gjennomsnitt når det kommer til antall feilsvar (35%) sammenlignet med skole 1 (85%). Dette kan tyde på at skole 1 hadde bedre forutsetninger for å løse denne oppgaven. Dette ble også bekreftet under intervjuene hvor vi observerte at det var mange elever på skole 2 som var usikre på sine testsvar og forklaringer under intervjuet, samt viste tegn til manglende kunnskap. Vi ser blant annet elev 31 som forklarte hvordan oppgave 7a ble løst, under intervjuet:

«Da tenkte jeg.. Bare fordi jeg visste ikke om det da, så jeg bare tenkte at det var, hvis det høyeste ... At det (den) høyeste (nevneren) var det som var felles».

Dette kan ha en sammenheng med at det er et par år siden klassen har hatt temaet brøk i matematikktimene og dermed er noe av kunnskapen fraværende. Vi kan tolke dette som at skole 1 var mer forberedt på tester av denne typen, og at de hadde høyere forutsetninger til å løse denne oppgaven, se tabell 29 på neste side.

Diagrammer	Observasjoner												
<p style="text-align: center;">Oppgave 7</p> <table border="1"> <caption>Data for Skole 1</caption> <thead> <tr> <th>Antall feil</th> <th>Andel elever (%)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>0</td> <td>50</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>10</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>5</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>5</td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>25</td> </tr> </tbody> </table>	Antall feil	Andel elever (%)	0	50	1	10	2	5	3	5	4	25	<p>Skole 1</p> <p>Omtrent 35% av elevene svarte feil på 2-4 av deloppgavene i oppgave 7</p>
Antall feil	Andel elever (%)												
0	50												
1	10												
2	5												
3	5												
4	25												
<p style="text-align: center;">Oppgave 7</p> <table border="1"> <caption>Data for Skole 2</caption> <thead> <tr> <th>Antall feil</th> <th>Andel elever (%)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>0</td> <td>5</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>5</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>5</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>5</td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>80</td> </tr> </tbody> </table>	Antall feil	Andel elever (%)	0	5	1	5	2	5	3	5	4	80	<p>Skole 2</p> <p>Omtrent 85 prosent av elevene svarte feil på 2-4 av deloppgavene i oppgave 7.</p>
Antall feil	Andel elever (%)												
0	5												
1	5												
2	5												
3	5												
4	80												
<p style="text-align: center;">Oppgave 7</p> <table border="1"> <caption>Data for Begge skoler</caption> <thead> <tr> <th>Antall feil</th> <th>Andel elever (%)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>{0,1}</td> <td>40</td> </tr> <tr> <td>{2}</td> <td>5</td> </tr> <tr> <td>{3,4}</td> <td>55</td> </tr> </tbody> </table>	Antall feil	Andel elever (%)	{0,1}	40	{2}	5	{3,4}	55	<p>Begge skoler</p> <p>Omtrent 60 prosent av elevene svarte feil på 2-4 av deloppgavene i oppgave 7.</p>				
Antall feil	Andel elever (%)												
{0,1}	40												
{2}	5												
{3,4}	55												

Tabell 29 Gjennomsnittlig antall feilsvar for skole 1 og 2

På oppgave 7 ble 10 elever intervjuet. Prøven indikerte på at 2 av dem hadde misoppfatning. Etter intervjuet ble det bekreftet at begge av elevene hadde misoppfatning (se tabell 30 på neste side).

Elev nr.	3	6	13	15	16	20	23	25	28	31
Test	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0
Intervju	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0
	SN	SN	SN	SP	SN	SN	SN	SN	SP	SN

Tabell 30 Viser om elevene har misoppfatning ifølge test og intervju. '1' representerer misoppfatning, mens '0' representerer ikke misoppfatning. Nederste rad viser om det er sann positiv (SP), sann negativ (SN), falsk positiv (FP) eller falsk negativ

Ut ifra tabell 30 beregnet vi resultatet i forvirringsmatrisen, med formelen vi presenterte i teorikapittelet (kap. 2.5) (Figur 2). Matrisen viser en høy sensitivitet på 1 og en høy spesifisitet på 1. I sammenheng med de predikative verdiene der både PPV og NPV er 100%, og en høy samsvarsgrad på 85% gir dette et perfekt resultat, slik som i oppgave 6, som er svært sjeldent å se på diagnostiske prøver.

Oppgave 7 har noen sterke sider som kan ha en sammenheng med den høye sensitiviteten og spesifisiteten. Oppgaven består ikke av gitte svaralternativer som begrenser elevenes mulighet til å konstruere, presentere og organisere sine egne svar, samt fremprovoserer gjetting (Gurel et al. 2015, s.993). I denne oppgaven tvinges elevene derimot til å utføre regneoperasjonene selv. Dette kan medføre at elevene tvinges til å reflektere over fremgangsmåten og svarene de avgir (Gurel et al. 2015, s.992).

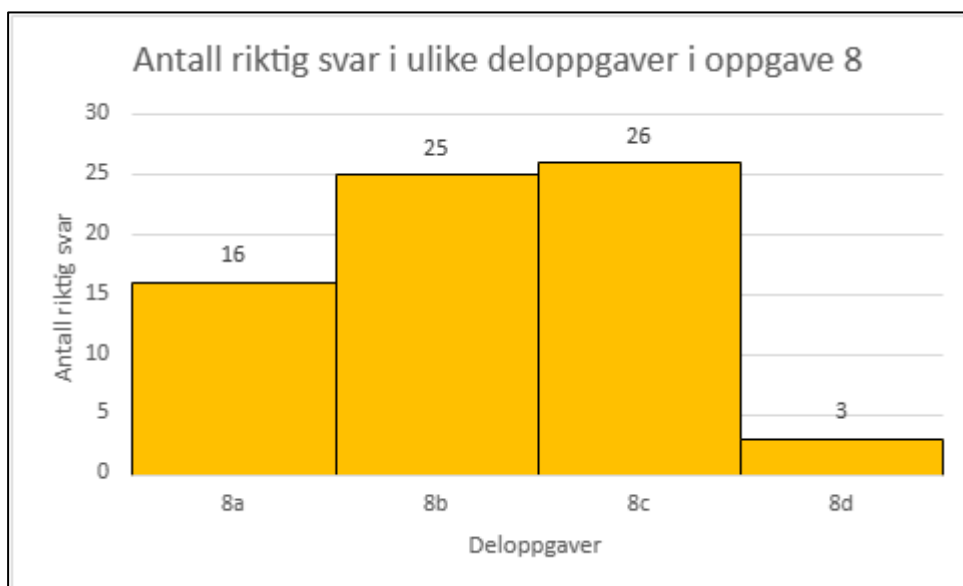
En annen sterk side ved denne oppgaven er at den gir relativt god innsikt i elevenes ideer eller konseptuelle forståelse ut ifra deres prøvesvar (Gurel et al. 2015, s.993). Ser man nærmere på prøvesvarene kan man avdekke om elevene har funnet fellesnevner før de gjennomførte addisjonen eller om det har oppstått andre feil under utregningen, for eksempel regnefeil. For å få en enda dypere innsikt i den virkelige feilen som har oppstått vil intervju være et godt alternativ slik at elevene kan få forklart seg.

I tillegg har oppgave 7, i likhet med oppgave 6, også deloppgaver med lik struktur. Dette bekrefter også at det vi kommentert i teorikapittelet (kap. 2.4.3), diagnostiske oppgaver må utformes med likt struktur (Cohen et al. 2018, s.570).

5.1.8 Oppgave 8

Målet med denne oppgaven er ikke å identifisere spesifikke misforståelser, men heller å utforske hvordan elevene generaliserer matematiske konsepter og demonstrerer forståelse av brøk når det blir presentert i tekstform. Av den grunn vil vi ikke presentere en forvirringsmatrise for oppgave 8, men heller analysere hva slags feil elevene gjør og om det er en sammenheng mellom de feilene de gjør i oppgave 8 og oppgave 1-7. Deretter vil vi drøfte om disse kan ha en sammenheng med elevenes prestasjon på andre oppgaver i testen.

En interessant observasjon på oppgave 8 er at det er veldig få elever som svarte riktig i oppgave 8d, kun 3 elever, i oppgave 8a er det 16 elever, og for oppgave 8b og 8c er det et ganske jevnt resultat når det kommer til antall riktige svar (Figur 41).



Figur 41 Antall riktige svar på de ulike deloppgavene oppgave 8 består av

Ser vi nærmere på oppgaveformuleringen til disse fire deloppgavene ser vi at deloppgave 8b og 8c omhandler femdelere. I disse oppgavene blir elevene bedt om å sette ring rundt brøker som tilsvarer en femdel av et tall som er oppgitt i oppgaveteksten. Under intervjuet viste elevene at de hadde god kontroll på disse to oppgavene. Forklaringene til elevene kom relativt raskt og riktig. De hadde lite behov for betenkningstid. Et eksempel på dette er elev 29: «4. Fordi 4 ganger 5 er 20».

Deloppgave 8a og 8d omhandler fem hundredeler. I disse oppgavene blir elevene bedt om å sette ring rundt brøker som tilsvarer fem hundredeler av et tall som er oppgitt i oppgaveteksten. Under intervjuene er elevene mer usikre på forklaringene sine når de skal forklare disse deloppgavene. De trengte lengre betenkningstid når de skulle forklare. De hadde vanskeligheter med å forklare deres tankemønster og svar som «jeg vet ikke» og «det virket mest logisk» er typiske. Dette kan vi tolke som at hundredeler blir for abstrakt for elevene. Likevel er det vanskelig å si noe med sikkerhet da svar som «vet ikke» gir oss lite innsikt i elevenes ideer og konseptuelle forståelse.

Under intervjuet ønsket vi å undersøke deres forståelse for begrepet «fem hundredeler». Vi ba elevene om å skrive fem hundredeler som brøk. Også her er det en del av elevene som svarer «jeg vet ikke». Elev 29 skriver det slik:

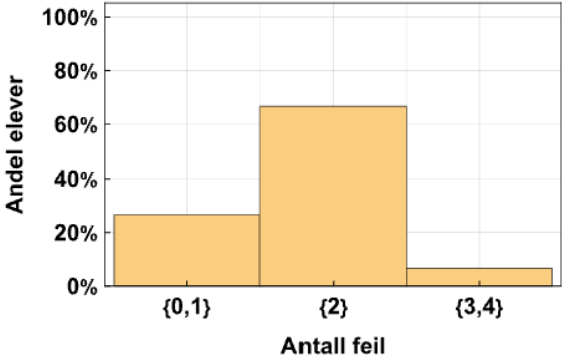
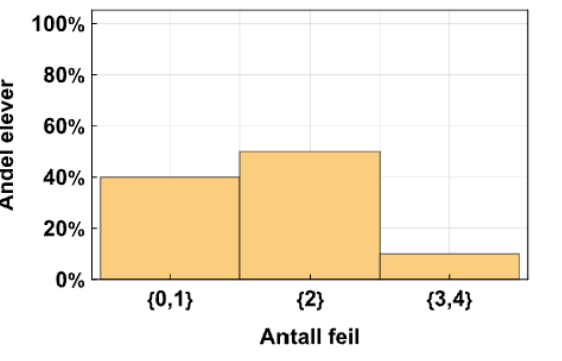
Elev nummer	Elevsvar
Elev 29	Skriver $\frac{500}{1000}$

Tabell 31 viser elevenes svar på spørsmålet om å skrive «fem hundredeler» som brøk.

Dette understreker at elevene har forståelse for hvor mye en femdel tilsvarer, men fem hundredeler blir for abstrakt.

Sammenligning mellom oppgave 1-7 og oppgave 8:

Når vi sammenligner antall gjennomsnittlige feil i de ulike oppgavene i oppgavesettet vårt, observerer vi et lignende resultater for oppgave 2 og 8. Begge oppgavene har en høy andel av elever som svarer feil på to av deloppgavene, mens det derimot er svært få som svarer feil på 3 eller fire av deloppgavene.

Diagrammer som viser gjennomsnittlige feil	Observasjoner								
<p style="text-align: center;">Oppgave 2</p>  <table border="1" data-bbox="231 264 794 622"> <caption>Data for Oppgave 2</caption> <thead> <tr> <th>Antall feil</th> <th>Andel elever</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>{0,1}</td> <td>~28%</td> </tr> <tr> <td>{2}</td> <td>~68%</td> </tr> <tr> <td>{3,4}</td> <td>~4%</td> </tr> </tbody> </table>	Antall feil	Andel elever	{0,1}	~28%	{2}	~68%	{3,4}	~4%	<p>Viser at omtrent 60 prosent av elevene svarte gjennomsnittlig feil på 2 av deloppgavene på oppgave 2.</p>
Antall feil	Andel elever								
{0,1}	~28%								
{2}	~68%								
{3,4}	~4%								
<p style="text-align: center;">Oppgave 8</p>  <table border="1" data-bbox="231 689 794 1048"> <caption>Data for Oppgave 8</caption> <thead> <tr> <th>Antall feil</th> <th>Andel elever</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>{0,1}</td> <td>~40%</td> </tr> <tr> <td>{2}</td> <td>~50%</td> </tr> <tr> <td>{3,4}</td> <td>~10%</td> </tr> </tbody> </table>	Antall feil	Andel elever	{0,1}	~40%	{2}	~50%	{3,4}	~10%	<p>Viser at omtrent 50 prosent av elevene svarte gjennomsnittlig feil på 2 av deloppgavene på oppgave 8.</p>
Antall feil	Andel elever								
{0,1}	~40%								
{2}	~50%								
{3,4}	~10%								

Tabell 32 Viser gjennomsnittlige feil i oppgave 2 og 8 og observasjonene

Når vi ser nærmere på disse to oppgavene observerer vi at de begge består av en todeling i strukturen. I oppgave 2 finner vi deloppgave 2a og 2b som omhandler å identifisere de største brøkene. Deloppgave 2c og 2d omhandler dobling og halvering hvor elevene blir bedt om å avkode en skriftlig tekst til matematiske notasjoner. Oppgave 2c og 2d har en utfordrende oppgaveformulering der den inneholder begreper som «halvparten så stor» og «dobbel så høy». Dette gjør at oppgaven blir for abstrakt for elevene.

Oppgave 8 handler om avkodning fra skriftlig tekst til matematiske notasjoner. Deloppgave 8a og 8d som omhandler fem hundredeler og deloppgave 8b og 8c som omhandler femdeler. Elevene viser god kontroll på deloppgave b og c når det er snakk om femdeler, men opplever utfordringer med at det blir for abstrakt når de skal arbeide med fem hundredeler.

5.2 Drøfting av funnene i hele testen

5.2.1 Hva var grunnene til at testens spesifisitet og falsk positiv rate var så skjevt fordelt mellom oppgaver?

En viktig forutsetning for å fremme elevenes læring gjennom diagnostisk undervisning er å presist forstå deres misoppfatninger (Brekke 2000, s.6). Forventningen til diagnostiske vurderingsverktøy er at de skal gi lærerne innsikt i elevenes tankeprosesser, dermed deres misoppfatninger. Våre funn indikerer at prøven generelt identifiserer elever som ikke har misoppfatninger korrekt, det vil si at testen har en høy spesifisitet. Dette bidrar til et viktig aspekt for lærere ved at de kan bruke disse testene på en effektiv måte for å eliminere elever som ikke har misoppfatning og fokusere på elever der testen indikerer misoppfatning.

Sensitiviteten varierte derimot mellom oppgavene, noe som reflekterer forskjeller i hver av oppgaves evne til å identifisere elever som har misoppfatning korrekt. En slik skjevhet mellom oppgaver kan være problematisk i en undervisningssammenheng, det er viktig å identifisere og korrigere misoppfatninger riktig. Årsakene til disse skjevhetene presenteres i tabell 33:

Oppgaver	Grunnen til avvikene
Oppgave 1, 2, 3, 4, 5	<ul style="list-style-type: none">• Eleven tvinges å velge mellom alternativer.• Eleven reflekterer lite, vi observerer en god del gjetting.• Vanskelig å utforme gode diagnostiske spørsmål.• Testen gir ikke dyp innsikt i elevens tankemønstre.
Oppgave 6, 7	Ingen avvik som kan skyldes: <ul style="list-style-type: none">• God utforming av oppgaver• God kvalitet på intervju

Tabell 33 Tabellen viser at avvikene ofte skyldes at testen ikke gir dyptgående informasjon om eleven, sammen med elevenes tendens til å gjette eller mangle refleksjon under prøven

Disse funnene peker på en mulig begrensning ved bruk av flervalgs-tester, som tidligere forskning har vist- og som også våre funn støtter. Flervalgs-tester brukes gjerne for å effektivisere lærernes kartleggingsmetoder. Med et gjennomsnitt på 22 elever per klasse (Reiling 2023, s.50), er det ikke uvanlig at lærere foretrekker flervalgs-tester fremfor mer tidkrevende metoder slik som intervju (Gurel 2015, s.1001). Imidlertid, hvis disse testene ikke diagnostiserer elevenes misoppfatninger riktig, vil dette føre til problemer for lærere fremfor å være et effektivt verktøy som fremmer elevenes læring. Det blir derfor nyttig å se på årsakene til hvorfor disse oppgavene ikke fungerer optimalt, samt fremheve nødvendigheten av å utvikle og å tilpasse flere metoder for å nøyaktig identifisere misoppfatninger.

Etter gjennomføringen av intervju observerte vi at tilfellene som ofte oppstår (Tabell 33), er at i flervalgs-tester tvinges elevene å velge mellom alternativer, de gjetter og reflekterer ikke godt nok over svarene de avgir. Vi ønsker derfor å se nærmere på hvordan vi kan få elevene reflektere mer i flervalgs-tester.

5.2.2 Hvordan kan vi få elevene å reflektere mer i flervalgs-tester?

Som tidligere nevnt i teorikapittelet (kap. 2.2), understreker Swan (2006, s.83) at feil ikke nødvendigvis indikerer på misoppfatninger, men også kan skyldes mangel på tilstrekkelig refleksjon fra elevenes side som våre funn også støtter. Vi observerte at når elevene ble bedt om å begrunne sine svar kom mange frem til det riktige svaret på egen hånd, selv om de hadde svart feil på testen. I tillegg kunne de svare rett på oppfølgingsspørsmålene, hvor de fikk tid til å reflektere over fremgangsmåter og løsninger.

For å få elevene til å reflektere mer i diagnostiske tester kan to-nivåstester, som krever at elevene begrunner sine svar, være effektive (Gurel et al. 2015, s.995). Ved å få elevene til å måtte begrunne svarene sine blir de nødt til å reflektere over fremgangsmåtene de benytter, fremfor å velge et svaralternativ tilfeldig. Samtidig kan dette bidra til å øke påliteligheten til diagnostiske tester og effektivisere lærernes tidsbruk. På den måten kan lærere fokusere på de elevene som enten ikke begrunner valgene tilstrekkelig, eller der begrunnelser inneholder misoppfatninger.

En annen justering som også kan utføres på oppgavesettet, er å benytte flere åpne spørsmål som fremmer refleksjon fremfor å begrense muligheten til å konstruere sine egne tanker (Gurel et al. 2015, s.993). Et eksempel som benytter seg av åpne spørsmål er oppgave 7. Denne oppgaven viser til svært god presisjon når det gjelder å avdekke misoppfatninger.

For å få elevene til å reflektere mer på diagnostiske oppgaver, kan ett alternativ være at lærere integrerer disse oppgavene muntlig i undervisningen, slik metoden «diagnostisk undervisning» anbefaler (Swan 2006, s.88). Lærerne kan for eksempel stille disse oppgavene i plenum før de begynner på temaet brøk. Deretter kan læreren gi elevene refleksjonstid hvor de må tenke før de svarer, og deretter kan elevene komme med sine svar. På denne måten kan læreren få elevene til å reflektere mer. En utfordring som kan oppstå ved denne justeringen er manglende deltakelse fra elevene. Elevene kan være motvillige til å delta på muntlige aktiviteter av ulike grunner, for eksempel frykt for å svare feil eller mangel på selvtillit. I teorikapittelet (kap. 2.4.1) kommenterte vi at for å få frem elevenes tanker, må det være trygge omgivelser hvor de har gode relasjon til læreren og til de andre elevene (Astrup 2013b, s.4).

Et annet alternativ for å få elevene reflektere mer, kan være å ta i bruk digitale tester. En digital test som vi beskrev i teorikapittelet (kap. 2.4.5) (Baker, 2004, s.19) med et adaptivt system med diagnostiske oppgaver, kan minimalisere elevenes manglende refleksjon når de svarer på en oppgave. Hvis eleven svarer feil, vil de automatisk få samme type oppgaver om og om igjen. På et tidspunkt, må eleven svare riktig dersom eleven ikke har misoppfatning.

Et helhetlig resultat fra en stor mengde oppgaver, og mønstret i elevenes feil, kan gi lærere en mer nøyaktig informasjon enn med en test i papirformat som har begrenset antall oppgaver. En annen fordel med digitale oppgaver er at karleggingen kan fordeles på flere undervisningstimer. Testen kan gjennomføres på forskjellige dager og tidspunkter, og dermed minimalisere tilfeldige feil som kan være knyttet til ulike støykilder, som elevenes dagsform eller tidspunkt for gjennomføring.

Ved å fokusere på hvordan tester kan utformes og gjennomføres for å fremme refleksjon og innsikt, samt tilrettelegge for at elevene føler seg trygge nok til å vise hvordan de tenker, understreker vi viktigheten av å tilpasse vurderingsmetodene for å støtte elevenes læring mer effektivt.

5.2.3 Hvilke oppgaver er «gode» diagnostiske oppgaver?

I resultatkapittelet presenterte vi samsvarsgraden for oppgavene i oppgavesettet (kap. 4.6, tabell 15). Et spørsmål som reiste seg var hvorfor noen oppgaver har lav samsvarsgrad og andre høysamsvarsgrad, og om høy samsvarsgrad kan brukes som et mål på hvor diagnostisk en oppgave er.

Som vi kommenterte i teorikapittelet (kap. 2.4.3) vil en diagnostisk test bestå av flere deloppgaver av samme type, med noe variasjon (Cohen et al., 2018, s.570). Vi forventer dermed at elever som har den bestemte misoppfatningen vil avgi besvarelser som er karakteriske ved misoppfatningen i alle deloppgavene en oppgave består av. Imidlertid viser funnene våre i oppgave 2 og 5 (Tabell 15), at ingen av elevene avga svar som er karakteristiske ved misoppfatning på 3 eller 4 av deloppgavene. På oppgave 4 er det kun en elev som avga svar som er karakteristiske ved misoppfatning på 3 av deloppgavene blant de 30 elevene i studien (Figur 24). Dette fører til at disse oppgavene får en lav samsvarsgrad. Et annet fellestrekk med disse oppgavene er at vi enten har ingen eller kun få tilfeller der intervjuet indikerte at elevene hadde misoppfatning. Dette kan tyde på at vi ikke hadde noen eller svært få elever med denne type misoppfatning i utvalget vårt.

Samtidig observerer vi at på oppgaver som har høy samsvarsgrad, er antall karakteristiske feil ved misoppfatning på 3 og/eller 4 av deloppgavene høyere enn det oppgavene med lav samsvarsgrad oppnådde. En annen årsak som bidrar til høyere samsvarsgrad kan være at deloppgavene er strukturert tilnærmet likt, slik Cohen beskriver (2018, s.570). Oppgave 6 og 7 er eksempler på dette.

Vi observerer at på oppgave 3, hvor samsvarsgraden er omtrent 40 % (Tabell 15). Til tross for den relativt lave samsvarsgraden, viste intervjuene at omtrent 60 % av elevene gjorde 3 eller 4 feil (Figur 37), og mange av disse elevene uttrykte at de har manglende kunnskaper om desimaltall. Dette indikerer at selv oppgaver med lav samsvarsgrad kan være effektive til å avdekke spesifikke misoppfatninger når de sees i sammenheng med andre faktorer, for eksempel om elevene kan konseptet eller ikke.

Med disse observasjonene og en detaljert analyse og drøfting av oppgavene i oppgavesettet, kan vi si at samsvarsgrad kan brukes som et mål på hvor diagnostiske oppgavene er. Likevel er det vanskelig å konkludere at samsvarsgrad alene kan brukes for å bestemme hvor god en oppgave er diagnostisk. Det er viktig å være oppmerksom på at samsvarsgrad ikke fanger opp alle aspekter av en god diagnostisk oppgave. Andre faktorer, som struktur, innhold i oppgavene og om elevene kan konseptet, spiller også en viktig rolle. Når samsvarsgrad brukes som et verktøy for å bestemme om diagnostiske oppgaver er gode, må det sees i sammenheng med flere faktorer.

5.2.4 Hvor effektive ble oppgavene når vi endret grensen for identifisering av misoppfatninger?

Resultatene vi observerte i denne studien er beregnet med utgangspunkt i at prøven identifiserte at elever har misoppfatning dersom de som avgir svar som er karakteristiske ved misoppfatning på 2 eller flere av deloppgavene en oppgave består av. Ved å endre denne grensen til at elevene må avgi svar som er karakteristiske ved misoppfatning på 3 eller 4 av deloppgavene for å bli identifisert til å ha misoppfatning observerer vi noen endringer i resultatene.

Slik vi kommenterte i resultatkapittelet (kap.4.6) vil en elev som avgir svar som er karakteristiske på 2 av deloppgavene kunne ha en sammensatt årsakssammenheng bak responsen. I en ideell verden forventer vi også at elever med misoppfatninger må avgi 3 eller 4 karakteristiske svar i en diagnostisk oppgave. Derfor ønsket vi å undersøke hvordan en endret grense ville påvirke prøvens presisjon.

Ved endret grensen observerer vi noen interessante resultater. Det skjer ingen endring i oppgavens presisjon på oppgave 3, 4 og 7, mens i oppgave 1 og 6 øker antallet falske negative tilfeller. Sensitiviteten for oppgave 1 og 6 vil dermed bli redusert. Dette viser at en endring av grensen kan føre til at noen som faktisk har misoppfatning blir oversett. Eksempler på dette er elev 4, 15 og 23 (Tabell 17). Alle disse elevene avga svar som er karakteristiske ved misoppfatning på 2 av deloppgavene, likevel ble det bekreftet etter intervju at disse elevene har misoppfatning. Når det kommer til oppgave 2 og 5 ser vi at spesifisiteten øker, men at det likevel er vanskelig å tolke hvordan det vil påvirke sensitiviteten grunnet ingen tilfeller av sanne positive.

I tillegg til at elever blir oversett ved en endret grense ser vi også, som vi kommenterte i teorikapittelet (kap. 2.4.3), at det er uunngåelig å hindre at elever avgir svar basert på tilfeldig valg i en flervalgs-test (Gurel et al. 2015, s.994). En endret grense vil dermed ikke kunne eliminere disse tilfellene og vil heller ikke kunne bidra til å øke påliteligheten til diagnostiske oppgaver bestående av flervalgsoppgaver.

5.2.5 Noen siste ord til drøftingskapittelet

For å bedre prøvens presisjon kan en annen løsning være å endre antall deloppgaver innenfor hver oppgave. I denne studien har vi observert at det er begrenset hvor mye deloppgavene kan variere fra hverandre innenfor samme misoppfatning før det går utover oppgavens sensitivitet og spesifisitet. Ved å ha færre deloppgaver, med en utforming som er tilnærmet lik, vil dette kunne bidra til å påvirke prøvens presisjon.

Generelt sett har testen vist en sensitivitet som er 100% i de fleste oppgaver, med unntak av oppgave 2, 4 og 5. Den høyere spesifisiteten sammenlignet med sensitiviteten kan være spesielt nyttig i utdanningskontekster hvor ressursene for oppfølging og intervensjon er begrenset, og det er viktig å identifisere de elevene som mest sannsynlig vil dra nytte av ytterligere hjelp. Den høye spesifisiteten indikerer at testen er svært pålitelig for å utelukke elever som korrekt forstår konseptet med brøk, noe som er viktig for å sikre at intervensjoner er målrettet mot de som trenger dem.

5.2.6 Drøfting av metode og studiens bidrag til forskningsfeltet

Denne studien har belyst ulike aspekter ved bruk av diagnostiske tester for å identifisere misoppfatninger i brøk hos elever på 7. trinn. Gjennom bruken av en blandet metodisk tilnærming har vi kunnet utforske både kvantitative og kvalitative aspekter ved elevenes misoppfatninger. Imidlertid reiser gjennomføringen og utformingen av studien en rekke kritiske punkter som må adresseres for å styrke forskningens bidrag til feltet.

Først vil vi ha et kritisk blikk på testen vi har brukt. Utformingen av testen var en av utfordringene våre. Selv om testen er utformet og utprøvd for å avdekke misoppfatninger, kunne vi ha gjort noen endringer. For eksempel kunne vi bruke en pilot-testing for å evaluere om oppgavene er relevante for å avdekke den spesifikke misoppfatningen og justere oppgavene ut fra det. Dette ble ikke gjennomført på grunn av begrensede ressurser.

En annen kritisk faktor ved studien var at den ble begrenset av et relativt lite utvalg, noe som igjen begrenser generaliserbarheten av funnene. Med et større og mer variert utvalg kunne vi ha oppnådd mer robuste data som bedre reflekterer populasjonen. En økning i utvalgsstørrelsen kan potensielt avdekke flere nyanserte innsikter om effekten av diagnostiske tester og hva som kreves for å utvikle tester som presist avdekker elevenes reelle misoppfatninger. I tillegg ble utvalget av intervjuobjekter basert på antall riktig eller feil svar. Videre i studien tok vi utgangspunkt i hvor mange av intervjuutvalget som avga karakteristiske feil på prøven. Dette førte til at det oppsto tilfeller der få elever i utvalget ble indikert til å ha misoppfatning på enkelte oppgaver. Med et større utvalg basert på elever som faktisk har misoppfatninger, kunne vi fått en bedre forståelse av hvor godt oppgavesettet fungerer til å indikere elever med misoppfatninger.

Til tross for disse begrensningene, bidrar denne studien til forskningsfeltet ved å fremheve problematikken ved bruk av flervalgs-tester for å avdekke misoppfatninger. For å adressere denne problematikken, understreker studien vår viktigheten av nøye utforming og evaluering av diagnostiske oppgaver for å sikre testenes pålitelighet, og eventuell utforsking av nye effektive metoder som kan være alternativer for flervalgs-tester, som for eksempel åpne-spørsmål, flernivåtester hvor elever kan uttrykke sin forståelse presist og på flere måter.

Ved å adressere disse kritiske områdene, kan fremtidige forskere bygge videre på funnene våre og utvikle effektive flervalgsoppgaver.

6 Konklusjon og videre forskning

6.1 Konklusjon

Denne masteroppgaven har utforsket hva som kreves av en diagnostisk test som brukes til å identifisere misoppfatninger i brøk blant elever på 7. trinn for å belyse problemstillingen: «*Hva kreves av en diagnostisk-brøk test for at den skal identifisere reelle misoppfatninger?*». Valg av tema brøk er ikke tilfeldig. Dette temaet er et av de mest utfordrende områdene i matematikkundervisningen med sine ulike aspekter som fører til flere misoppfatninger (Solem et al. 2017, s.222). For å veilede elevene videre i sin matematiske forståelse trenger lærere kunnskap om hvordan elevene tenker, og om de har misoppfatninger eller ikke. I en travel lærerhverdag er effektive metoder svært viktige, og diagnostiske tester er en av dem. Dersom disse testene ikke gir riktig informasjon, mister metoden effektivitet. Derfor ønsket vi undersøke presisjonen av en diagnostisk test og hva som kreves av slike tester.

I vår forskning har vi brukt en diagnostisk test bestående av 8 oppgaver hvor hver av oppgavene inneholder 4 deloppgaver som hovedsakelig er formet og testet av Matematikksenteret. I tillegg til disse oppgavene ønsket vi å undersøke et bredere utvalg av oppgaver. Vi valgte dermed å legge til noen oppgaver fra blant annet nasjonale prøver som kan ha sammenheng med ulike misoppfatninger (oppgave 2c og 2d). I tillegg tok vi med én oppgave (oppgave 8) som ikke har til hensikt å avdekke misoppfatninger hos elevene. Formålet med å inkludere denne oppgaven var å undersøke om det er en sammenheng mellom elevenes misoppfatninger og evnen til å håndtere abstrakte begreper i brøk.

Vi kombinerte kvantitative og kvalitative metoder for å vurdere testens presisjon gjennom, blant annet, sensitivitet og spesifisitet, med fokus på hva som kreves av slike tester for at de skal kunne avdekke reelle misoppfatninger. Denne informasjonen vil kunne fortelle oss hvordan slike tester kan forbedres med tanke på nøyaktighet og presisjon. Resultatene viser en varierende presisjon i de forskjellige oppgavene i testen, noe som indikerer at noen oppgaver effektivt avdekket misoppfatninger, men andre oppgaver viser større usikkerhet. Disse usikkerhetene kan skyldes blant annet oppgavens utforming og oppgaveformuleringer. Vi vil også fremheve at presisjonen til testen vi har brukt i studien vår er avhengig av ulike premisser

som gjennomføring og utvalg. På enkelte oppgaver har vi ingen tilfeller av elever som ble bekreftet å ha denne type misoppfatningen, noe som kan påvirke sensitiviteten og spesifisiteten til oppgaven. Vi undersøkte elevenes gjennomsnittlige antall feil per oppgave for å se om elevene i studien vår har forkunnskaper og forutsetninger for å løse oppgaven, hvis de gjør flere feil, kan dette tyde på at de har manglende kunnskap på dette området som igjen påvirker oppgavens styrker og svakheter.

Vi observerte at oppgavene som fungerte optimalt, og dermed har en høy presisjon for å avdekke fravær eller tilstedeværelse av misoppfatninger, er oppgaver hvor deloppgavene er tilnærmet likt strukturert. Dette bidrar at elevene som har bestemte misoppfatningen gjør samme feil på alle deloppgavene som igjen bidrar at lærere får en sterk indikasjon på at eleven har denne misoppfatningen. Vi observerer også at oppgaver der deloppgavene ikke har en tilnærmet lik struktur, for eksempel ved at deloppgavene inkluderer ulike representasjoner, har en lavere prestasjon. Med disse observasjonene kan vi konkludere med at hvis en oppgave skal være en god diagnostisk oppgave, bør alle deloppgavene ha en lik struktur, som innebærer like representasjoner, tilnærmet lik vanskelighetsgrad hvor kun tallene er forskjellige.

En annen observasjon i studien er at elevene reflekterer lite i flervalgs-tester ved flere anledninger. For å hjelpe elevene med misoppfatningene de har, må lærere ha reell informasjon om deres tanker. Målet med diagnostiske tester er at lærere skal finne ut hvilke tanker elevene har. Når det gjelder flervalgs-tester blir elevene begrenset av svaralternativer, de gjetter og reflekterer lite. Dette fører til at flervalgs-tester mister sin diagnostiske verdi, noe som gjør at det blir vanskelig å stole på resultatene til slike tester.

Dette viser nødvendigheten av å utvikle bedre diagnostiske oppgaver med alternative oppgaveformuleringer enn flervalgs-tester.

6.2 Videre forskning

Denne studien har et lite utvalg på 30 elever fra 2 ulike skoler som ligger i to ulike geografiske områder. Likevel har funnene bidratt til å forstå hva som kreves av til diagnostiske tester for å kunne avdekke reelle misoppfatninger. Spørsmålet vårt er hvordan dette ville sett ut med et større utvalg. Fremtidige studier bør derfor inkludere et bredere utvalg av elever for å styrke generaliseringen av resultatene. Dette kan omfatte elever fra forskjellige nivåer og regioner for å utforske om det er variabler som påvirker testenenes effektivitet.

På grunn av usikkerhetene rundt presisjonen som ble avdekket i noen av oppgavene, kan det være nyttig å utvikle og teste nye diagnostiske oppgaver. En utforskning av hvordan teknologiske verktøy kan integreres i utforming og gjennomføring av diagnostiske tester for å forbedre presisjon og brukervennlighet, samt muliggjøre mer detaljerte analyser av elevenes svar, kan bidra til å effektivisere lærernes tidsbruk og forbedre presisjonen. Vi har sett ulike digitale ressurser i ulike land hvor noen av dem nevnt vi i teorikapittelet (kap. 2.4.5). Vi fant ingen digitale læringsressurser i Norge som er utviklet for å avdekke elevenes misoppfatninger i matematikk. Gitt diagnostiseringens betydning for langtidslæring og flervalgs-testenes effektivitet for lærerens hverdag, hadde det vært veldig nyttig å forske på digitale løsninger av diagnostiske tester ved hjelp av, for eksempel, kunstig intelligens.

Det ville også være nyttig å gjennomføre lignende studier som ser på effekten av forskjellige typer diagnostiske tester (f.eks., flervalg kontra åpne svar eller flernivåtester) for å bestemme hvilke metoder som er mest effektive for å avdekke og adressere misoppfatninger i matematikk. Disse forslagene vil ikke bare bidra til å forbedre kvaliteten på diagnostiske verktøy, men også øke forståelsen av pedagogiske metoder som, mest effektivt, kan motvirke og korrigere misoppfatninger i matematikk blant elever.

Referanser

- Alnes, Jan Harald. 2023. «konstruktivisme – filosofi». *Store norske leksikon*. Hentet 2. mai 2024 (https://snl.no/konstruktivisme_-_filosofi).
- Andersson-Bakken, Emilia, Elisabeth Bjørnstad, og Cecilie Dalland. 2022. «Observasjon som metode i barnehage- og klasseromsforskning». S. 125–49 i *Metoder i klasseromsforskning forskningsdesign, datainnsamling og analyse*, redigert av C. Dalland. Universitetsforlaget.
- Astrup, Svein. 2013. «Dynamisk kartleggingsprøve i matematikk». Hentet 2. mai 2024 (<https://www.statped.no/laringsressurser/sammensatte-larevansker/dynamisk-kartleggingsprøve-i-matematikk/>).
- Baker, Harold D. 2004. «Aleks». *Aleks teacher guide*. Hentet (<https://www.aleks.com/manual/pdf/educators.pdf>).
- Bhandari, Aniruddha. 2024. «Confusion Matrix in Machine learning». *Analyticsvidhya*. Hentet 2. mai 2024 (<https://www.analyticsvidhya.com/blog/2020/04/confusion-matrix-machine-learning/>).
- Blikstad-Balas, Marte, og Cecilie Dalland. 2022. «Forskningsdesign- hva må du tenke på når du skal planlegge et forskningsprosjekt?» i *Metoder i klasseromsforskning. Forskningsdesign, datainnsamling og analyse*. Oslo: Universitetsforlaget.
- Bobbitt, Zach. 2021. «Cohen's Kappa Statistic: Definition & Example». *Statology*. Hentet 15. mai 2024 (<https://www.statology.org/cohens-kappa-statistic/>).
- Botten, Geir. 2009. *Meningsfylt matematikk: nærhet og engasjement i læringen*. 3. utg. Bergen: Caspar forl.
- Brekke, Gard. 2000. *Diagnostic assessment. Assessment tools developed on the basis of the KIM project. Working paper*. 19/00. Telemarksforskning Notodden.
- Brekke, Gard. 2002. *Introduksjon til diagnostisk undervisning i matematikk*. redigert av Læringscenteret. Oslo: Læringscenteret.
- Brevik, Lisbeth M., og Nora Elise Heseby Mathé. 2022. «Mixed methods som forskningsdesign». i *Metoder i klasseromsforskning. Forskningsdesign, datainnsamling og analyse*. Oslo: Universitetsforlaget.
- Christoffersen, Line, og Johannessen, Asbjørn. 2018. *Forskningsmetode for lærerutdanningene*. 2. utg. Oslo: Abstrakt forl.

- Cohen, Louis, Lawrence Manion, og Keith Morrison. 2011. *Research methods in education*. 7. utg. New York: Routledge.
- Cohen, Louis, Keith Morrison, og Lawrence Manion. 2018. *Research Methods in Education*. Eighth edition. London, New York: Routledge.
- Creswell, John, M. 2009. *Research design: Qualitative, quantitative, and mixed methods approaches*. 3. utg. Inc: Sage Publications.
- Frøslie, Kathrine Frey. 2023. «korrelasjon». *Store norske leksikon*. Hentet 22. mai 2024 (<https://snl.no/korrelasjon>).
- Gurel, Derya Kaltakci, Ali Eryilmaz, og Lillian C. McDermott. 2015. «A Review and Comparison of Diagnostic Instruments to Identify Students' Misconceptions in Science». *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education* 11(5):989–1008. doi: 10.12973/eurasia.2015.1369a.
- Hinna, Kristin. 2012. *QED 1-7: matematikk for grunnskolelærerutdanningen: B. 1*. Bd. B. 1. Kristiansand: Høyskoleforl.
- Ivankova, Nataliya V., John W. Creswell, og Sheldon L. Stick. 2006. «Using mixed-methods sequential explanatory design: From theory to practice.»
- Kleve, Bodil. 2010. «Brøkundervisning på barnetrinnet - aspekter av en lærers matematikkunnskap». *Acta Didactica Norge* 4(1):(Art. 5-14 sider). doi: 10.5617/adno.1049.
- Klingbeil, Katrin, Fabian Rösken, Bärbel Barzel, Florian Schacht, Kaye Stacey, Vicki Steinle, og Daniel Thurm. 2024. «Validity of Multiple-Choice Digital Formative Assessment for Assessing Students' (Mis)Conceptions: Evidence from a Mixed-Methods Study in Algebra». *ZDM – Mathematics Education*. doi: 10.1007/s11858-024-01556-0.
- Kunnskapsdepartementet. u.å. «Framtid, fornyelse og digitalisering. Digitaliseringsstrategi for grunnopplæringen 2017–2021». Hentet (https://www.regjeringen.no/contentassets/dc02a65c18a7464db394766247e5f5fc/kd_framtid_fornyelse_digitalisering_net.pdf).
- Kvale, Steinar, og Svend Brinkmann. 2015. *Det kvalitative forskningsintervju*. 3. utg. Oslo: Gyldendal.
- Lydersen, Stian. 2017. «Hva er sannsynligheten for riktig resultat av en diagnostisk test?» *Tidsskrift for Den norske legeforening*. doi: 10.4045/tidsskr.17.0409.
- Mathspace. 2022. «Mathspace». Hentet 29. mai 2024 (<https://mathspace.co/au/educators>).
- Nettskjema. u.å. «Nettskjema».
- Nyeng, Frode. 2021. *Nøkkelbegreper i forskningsmetode og vitenskapsteori*. 4. utg. Bergen: Fagbokforlaget.

- Olsen, Mirjam Harjestad, og Per Arneberg(red.). 2023. *Samtaler i skolen*. Oslo: Cappelen Damm akademisk.
- Reiling, Rune Borgan. 2023. *Organisering av klasser og undervisning i grunnskolen. Arbeidsnotat*. 2023:6.
- Sandvig, Kjell. 2023. «synsbedrag». *Store medisinske leksikon*. Hentet 13. mai 2024 (<https://sml.snl.no/synsbedrag>).
- Sikt. u.å. «Sikt- Kunnskapssektorens tenesteleverandør».
- Solem, Ida Heiberg, Bjørnar Alseth, Elisabeta Eriksen, og Bjørn Smestad. 2017. *Tall og tanke 2: matematikkundervisning på 5. til 7. trinn*. Oslo: Gyldendal akademisk.
- Svartdal, Frode. 2019. «bekreftelsestendens». *Store norske leksikon*. Hentet 3. mai 2024 (<https://snl.no/bekreftelsestendens>).
- Svenkerud, Sigrun Wessel. 2022. «Intervjuer i klasseromsforskning». i *Metoder i klasseromsforskning. Forskningsdesign, datainnsamling og analyse*. Oslo: Universitetsforlaget.
- Swan, Malcolm. 2006. *Collaborative Learning in Mathematics: A Challenge to Our Beliefs and Practices*. Leicester: NIACE.
- Tangen, Reidun. 2010. «'Beretninger om beskyttelse' – Ethiske dilemmaer i forskning med sårbare grupper – barn og ungdom». *Norsk pedagogisk tidsskrift* 94(4):318–29. doi: 10.18261/ISSN1504-2987-2010-04-07.
- Tjora, Aksel. 2023. *Kvalitative forskningsmetoder i praksis*. 4. utg. Oslo: Gyldendal.
- Tokle, Olav Dalsegg, Astrid Bondø, og Roberth Åsenhus. 2018. «Misoppfatninger knyttet til brøk».
- Utdanningsdirektoratet. 2020a. «Klasseledelse».
- Utdanningsdirektoratet. 2020b. «Kompetansemål og vurdering».
- Van de Walle, John A. 2013. *Elementary and Middle School Mathematics: Teaching Developmentally: The Professional Development Edition for Mathematic Coaches and Other Teacher Leaders*. 8th ed. Boston: Pearson.
- Vinje, Bård. 2019. «Misoppfatninger tilknyttet brøk på mellomtrinnet». Master thesis, NTNU.

Oversikt over figurer

Figur 1 Hendelsestre som viser hvordan ulike tilfellene kommer til syne i en diagnostisk test.	21
Figur 2 Forvirringsmatrise og formlene som blir brukt ved utregning.	22
Figur 3 Kategoriene i det stratifiserte utvalget vårt.....	27
Figur 4 Modell av progresjonen i gjennomføringen av datainnsamlingen	28
Figur 5 Oppgavene 1a, 1b, 1c og 1d fra den diagnostiske prøven.	30
Figur 6 Oppgavene 2a, 2b, 2c og 2d fra den diagnostiske testen.	31
Figur 7 Oppgavene 3a, 3b, 3c og 3d fra den diagnostiske testen.	33
Figur 8 Oppgavene 4a, 4b, 4c og 4d fra den diagnostiske testen.	35
Figur 9 Oppgavene 5a, 5b, 5c og 5d fra den diagnostiske testen.....	37
Figur 10 Oppgavene 6a, 6b, 6c og 6d fra den diagnostiske testen.....	39
Figur 11 Oppgavene 7a, 7b, 7c og 7d fra den diagnostiske testen.....	40
Figur 12 Oppgavene 8a, 8b, 8c og 8d fra den diagnostiske testen.....	42
Figur 13 Oppbygningen til analyseprosess og resultater kapittelet.....	53
Figur 14 Antall karakteriske feil på alle elevene i oppgave 1 på testen.....	62
Figur 15 Forvirringsmatrisen for oppgave 1 som viser spesifisitet $5/6$, Sensitivitet 1, Falsk positiv rate $1/6$ og falsk negativ rate 0	63
Figur 16 Antall gjennomsnittlig riktig svar på oppgave 1 for skole 1 og skole 2 i studien	63
Figur 17 Antall karakteriske feil på alle elevene i oppgave 2	64
Figur 18 Forvirringsmatrisen for oppgave 2 som viser spesifisitet $7/10$ og falsk positiv rate $3/10$. Sensitivitet og falsk negativ rate er ikke definert.....	65
Figur 19 Diagrammet som viser antall riktig svar i deloppgave 2 i studien	66
Figur 20 Antall karakteriske feil på alle elevene i oppgave 3 på testen.....	66
Figur 21 Forvirringsmatrisen for oppgave 3 som viser spesifisitet $6/7$, Sensitivitet 1, Falsk positiv rate $1/7$ og falsk negativ rate 0	67
Figur 22 Antall karakteriske feil på alle elevene i oppgave 4 på testen.....	68
Figur 23 Forvirringsmatrisen for oppgave 4 som viser spesifisiteten til oppgave 4 er 1, sensitiviteten er $1/2$, falsk positiv rate er på 0 og falsk negativ rate er på $1/2$	69
Figur 24 Alle elevene i studien som avga svar som er karakteriske ved misoppfatning i oppgave 4.	70

Figur 25	Antall karakteriske feil på alle elevene i oppgave 5 på testen	70
Figur 26	Forvirringsmatrisen for oppgave 5 som viser spesifisiteten er $4/5$, falsk negativ rate er på $1/5$, falsk positiv rate og sensitiviteten er ikke definert	71
Figur 27	Antall karakteriske feil på alle elevene i oppgave 6	72
Figur 28	Forvirringsmatrisen for oppgave 6 som viser spesifisiteten er 1, falsk negativ rate er på 0, falsk positiv rate er 0 og sensitiviteten er 1.	73
Figur 29	Antall karakteriske feil på alle elevene i oppgave 7 på testen	74
Figur 30	Forvirringsmatrisen for oppgave 7 som viser spesifisiteten er 1, falsk negativ rate er på 0, falsk positiv rate er 0 og sensitiviteten er 1.	75
Figur 31	Antall riktig svar i prøven på oppgave 8	76
Figur 32	Oppbygningen i analyse og drøftingskapittelet	84
Figur 33	Svaralternativer som skal representere av brøk $\frac{1}{4}$ i oppgave 1d	90
Figur 34	Antall karakteristiske svar ved misoppfatning i de ulike deloppgavene i oppgave 1 for alle elevene i studien.	90
Figur 35	Antall gjennomsnittlig feil for skole 1 og 2 på den diagnostiske testen. (0,1): 0 eller 1 feil, (2): 2 feil, (3,4): 3 eller 4 feil	91
Figur 36:	Antall elever som svarte riktig på deloppgavene i oppgave 2.....	92
Figur 37	Antall gjennomsnittlig feil for skole 1 og 2 på den diagnostiske testen. (0,1): 0 eller 1 feil, (2): 2 feil, (3,4): 3 eller 4 feil	95
Figur 38	Antall gjennomsnittlig feil for skole 1 og 2 på den diagnostiske testen. (0,1): 0 eller 1 feil, (2): 2 feil, (3,4): 3 eller 4 feil	97
Figur 39	Antall gjennomsnittlig feil for skole 1 og 2 på den diagnostiske testen. (0,1): 0 eller 1 feil, (2): 2 feil, (3,4): 3 eller 4 feil	99
Figur 40	Antall gjennomsnittlig feil for skole 1 og 2 på den diagnostiske testen. (0,1): 0 eller 1 feil, (2): 2 feil, (3,4): 3 eller 4 feil	101
Figur 41	Antall riktige svar på de ulike deloppgavene oppgave 8 består av	106

Oversikt over tabeller

Tabell 1 Forkortelser som vil bli brukt i denne masteroppgaven, samt deres betydning.....	54
Tabell 2 Summert antall riktig og feil svar på deloppgavene for alle elevene i studien på hver oppgave. 1 riktig svar på en oppgave, notert som 1 og 2 riktige svar på en oppgave, notert som 2, osv.	56
Tabell 3 Utvalget for intervju. Blå er gruppe 1. Rød er gruppe 2	58
Tabell 4 Viser gjennomsnittlige feil per skole og hvordan disse feilene ligger i forhold til hele populasjonen.....	60
Tabell 5 Svar som er karakteristiske ved misoppfatning er markert med 1. Rett svar og andre feilsvar er markert med 0 (oppgave1). $\text{Sum} \geq 2 = \text{misoppfatning}$. $\text{Sum} < 2 = \text{ikke misoppfatning}$	62
Tabell 6 Svar som er karakteristiske ved misoppfatning er markert med 1. Rett svar og andre feilsvar er markert med 0 (oppgave 2). $\text{Sum} \geq 2 = \text{misoppfatning}$. $\text{Sum} < 2 = \text{ikke misoppfatning}$	64
Tabell 7 Svar som er forventet ved misoppfatning er markert med 1. Rett svar og andre feilsvar er markert med 0. $\text{Sum} \geq 2 = \text{misoppfatning}$. $\text{Sum} < 2 = \text{ikke misoppfatning}$	67
Tabell 8 Svar som er forventet ved misoppfatning er markert med 1. Rett svar og andre feilsvar er markert med 0. $\text{Sum} \geq 2 = \text{misoppfatning}$. $\text{Sum} < 2 = \text{ikke misoppfatning}$	68
Tabell 9 Svar som er forventet ved misoppfatning er markert med 1. Rett svar og andre feilsvar er markert med 0 i oppgave 5. $\text{Sum} \geq 2 = \text{misoppfatning}$. $\text{Sum} < 2 = \text{ikke misoppfatning}$	71
Tabell 10 Svar som er forventet ved misoppfatning er markert med 1. Rett svar og andre feilsvar er markert med 0. $\text{Sum} \geq 2 = \text{misoppfatning}$. $\text{Sum} < 2 = \text{ikke misoppfatning}$	73
Tabell 11 Svar som er forventet ved misoppfatning er markert med 1. Rett svar og andre feilsvar er markert med 0. $\text{Sum} \geq 2 = \text{misoppfatning}$. $\text{Sum} < 2 = \text{ikke misoppfatning}$	74
Tabell 12 Korrelasjonskoeffisient mellom oppgave 8 og de andre oppgavene i oppgavesettet	76
Tabell 13 PPV og NPV for alle diagnostiske oppgaver i den diagnostiske testen.....	77
Tabell 14 Tabeller som viser identifisert misoppfatning når grensen 2 eller flere k-feil og 3-4 k-feil i oppgavene. Misoppfatning markert med rød, ikke misoppfatning markert med blå ...	78
Tabell 15 Samsvarsgrad for begge skoler	80

Tabell 16 Viser forvirringsmatrisene først når grensen for misoppfatning er 2 eller flere feil, og sist når grensen for misoppfatning er 3 eller 4 feil.....	81
Tabell 17 Endringer som følge av endret grense for identifisering av misoppfatninger.....	82
Tabell 18 Gjennomsnittlig antall feilsvar for skole 1 og 2.....	86
Tabell 19 viser om elevene har misoppfatning ifølge test og intervju. '1' representerer misoppfatning, mens '0' representerer ikke misoppfatning. Nederste rad viser om det er sann positiv (SP), sann negativ (SN), falsk positiv (FP) eller falsk negativ.....	87
Tabell 20 Tabellen viser elev 9 sitt svar på deloppgave 1b og 1d på testen, samt elevens forklaring under intervju	88
Tabell 21 Feil representasjon av brøk $1/3$ i oppgave 1c.....	89
Tabell 22 Viser om elevene har misoppfatning ifølge test og intervju. '1' representerer misoppfatning, mens '0' representerer ikke misoppfatning. Nederste rad viser om det er sann positiv (SP), sann negativ (SN), falsk positiv (FP) eller falsk negativ (FN).....	92
Tabell 23 Elevsvarene på deloppgave 2a	93
Tabell 24 Elevforklaring på deloppgave 2c og 2d	94
Tabell 25 Viser om elevene har misoppfatning ifølge test og intervju. '1' representerer misoppfatning, mens '0' representerer ikke misoppfatning. Nederste rad viser om det er sann positiv (SP), sann negativ (SN), falsk positiv (FP) eller falsk negativ.....	96
Tabell 26 Viser om elevene har misoppfatning ifølge test og intervju. '1' representerer misoppfatning, mens '0' representerer ikke misoppfatning. Nederste rad viser om det er sann positiv (SP), sann negativ (SN), falsk positiv (FP) eller falsk negativ.....	98
Tabell 27 Viser om elevene har misoppfatning ifølge test og intervju. '1' representerer misoppfatning, mens '0' representerer ikke misoppfatning. Nederste rad viser om det er sann positiv (SP), sann negativ (SN), falsk positiv (FP) eller falsk negativ.....	99
Tabell 28 Viser om elevene har misoppfatning ifølge test og intervju. '1' representerer misoppfatning, mens '0' representerer ikke misoppfatning. Nederste rad viser om det er sann positiv (SP), sann negativ (SN), falsk positiv (FP) eller falsk negativ.....	102
Tabell 29 Gjennomsnittlig antall feilsvar for skole 1 og 2.....	104
Tabell 30 Viser om elevene har misoppfatning ifølge test og intervju. '1' representerer misoppfatning, mens '0' representerer ikke misoppfatning. Nederste rad viser om det er sann positiv (SP), sann negativ (SN), falsk positiv (FP) eller falsk negativ.....	105
Tabell 31 viser elevenes svar på spørsmålet om å skrive «fem hundredeler» som brøk.	107
Tabell 32 Viser gjennomsnittlige feil i oppgave 2 og 8 og observasjonene	108

Tabell 33 Tabellen viser at avvikene ofte skyldes at testen ikke gir dyptgående informasjon om eleven, sammen med elevenes tendens til å gjette eller mangle refleksjon under prøven 109

Oversikt over formler

Formel 1 Positiv prediktiv verdi $PI = 1T = 1$: Sannsynligheten for at intervju $P(I)$ viser eleven har misoppfatning (1) når testen $P(T=1)$ viser eleven har misoppfatning (1)	20
Formel 2 Negativ prediktiv verdi $P(I=0 T=0)$: Sannsynligheten for at intervju $P(I=0)$ viser eleven ikke har misoppfatning (0) når testen $P(T=0)$ viser eleven ikke har misoppfatning (0)	21
Formel 3 Formel for samsvarsgrad	79

Vedlegg

Vedlegg 1: Oppgavesettet

Vedlegg 2: Oppfølgingsspørsmål

Vedlegg 3: Informasjonsskrift

Vedlegg 4: Vurdering fra Sikt

Vedlegg 5: Kartleggingsresultater som viser antall k-feil av alle elevene

Vedlegg 6: Diagrammer som viser antall gjennomsnittlig svar per oppgave

Oppgavesett – Brøk



😊 Les oppgaveteksten nøye.

😊 Svar så godt du kan på alle oppgavene. Om du er usikker på hva du

skal svare, så er det supert om du prøver å svare likevel.

Navn:

Oppgave 1

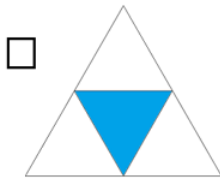
a) Hvor stor brøkdel av Colombias flagg er blått?



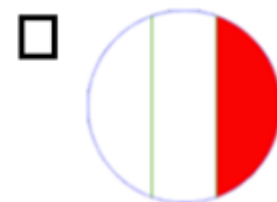
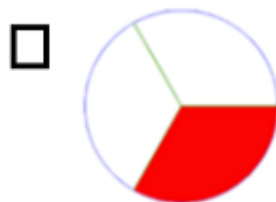
Svar:

$$\frac{\square}{\square}$$

b) Sett kryss ved den eller de av figurene hvor $\frac{1}{4}$ er fargelagt:



c) Sett kryss ved den eller de av figurene hvor $\frac{1}{3}$ er fargelagt rød:



d) Sett kryss ved den eller de av figurene som viser $\frac{1}{4}$:



Oppgave 2

a) sorter disse brøkene etter verdi fra minst til størst:

$$\frac{1}{5} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{1}{4} \quad \frac{1}{6} \quad \frac{1}{2}$$

Minst Størst

b) Sett ring rundt den største brøken:

$$\frac{1}{8} \quad \frac{1}{9} \quad \frac{1}{11}$$

c) Hvilken av disse brøkene er halvparten så stor som $\frac{1}{6}$?

Sett ring rundt riktig svar:

$$\frac{1}{3} \quad \frac{2}{3} \quad \frac{1}{12} \quad \frac{2}{12}$$

- d) Skriv en brøk som har dobbelt så høy verdi som $\frac{1}{4}$:
Skriv svaret her:

Oppgave 3

- a) Skriv $\frac{1}{4}$ som desimaltall:

$$\frac{1}{4} =$$

- b) Skriv en brøk som har samme verdi som 0,46:

$$0,46 =$$

- c) Skriv $\frac{5}{4}$ som desimaltall:

$$\frac{5}{4} =$$

- d) Skriv en brøk som har samme verdi som 1,3:

$$1,3 =$$

Oppgave 4

- a) Skriv en brøk som har samme verdi som $4/5$:

$$\frac{4}{5} =$$

- b) Hvilket tall skal stå over brøkstreken?

$$\frac{3}{9} = \frac{\quad}{6}$$

- c) Hvilken av disse brøkene er størst? Sett ring rundt riktig svar.

$$\frac{2}{3} \qquad \frac{8}{10} \qquad \frac{3}{6}$$

- d) Sorter disse brøkene fra minst til størst:

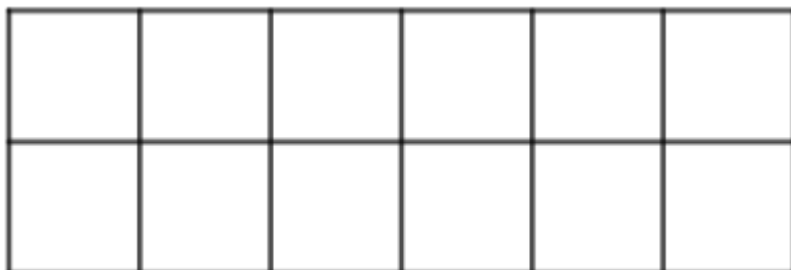
$$\frac{3}{5} \qquad \frac{5}{8} \qquad \frac{2}{7}$$

Minst

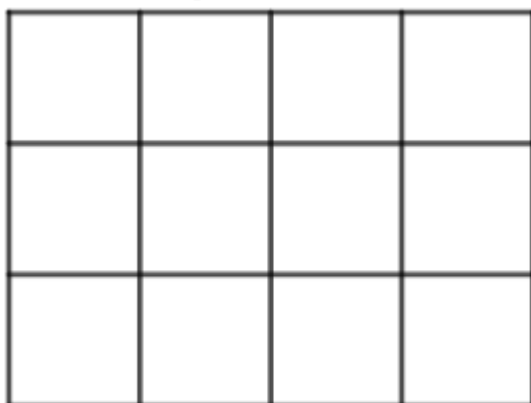
Størst

Oppgave 5

a) Fargelegg/skraver $\frac{1}{4}$ av rutene nedenfor:



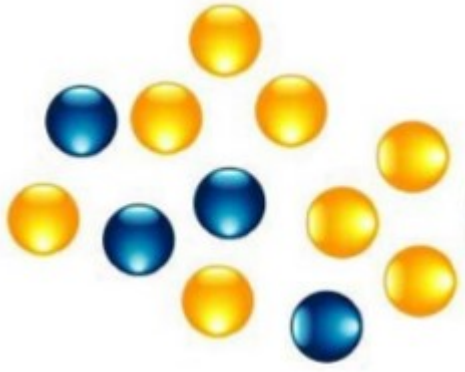
b) Sett kryss i $\frac{3}{4}$ av rutene nedenfor:



c) Sett ring rundt $\frac{1}{6}$ av prikkene:



d) Hvor stor brøkdel av disse klinkekulene er blå?



e) Sett ring rundt riktig svar:

$$\frac{1}{4} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{4}{8}$$

Oppgave 6

a) Gunnar har 80 kr i en utenlandsk valuta. En uke øker verdien av denne valutaen med $\frac{1}{4}$. Uken etter synker plutselig verdien av valutaen igjen med $\frac{1}{4}$. Hva er verdien på Gunnars utenlandske valuta nå? Sett ring rundt riktig svar.

80 kr

100 kr

75 kr

b) På en skole var det 100 elever som begynte på 8. trinn et år. Når de startet i 9.klasse, hadde antallet elever økt med $\frac{1}{5}$. Når de startet på 10. trinn, hadde $\frac{1}{5}$ av niendeklassingene begynt på en annen skole. Hvor mange elever starter i 10.klasse? Sett ring rundt riktig svar.

120 elever

96 elever

100 elever

c) En dag var dieselprisen 16 kr per liter. Dagen etter økte dieselprisen med $\frac{1}{8}$. Dagen etter det igjen gikk dieselprisen ned med $\frac{1}{8}$. Hva var prisen per liter da?

18 kr

15,75 kr

16 kr

- d) Tor bruker 25 minutter hjemmefra til skolen. Henrik bruker $\frac{1}{5}$ mer tid enn Tor, mens Are bruker $\frac{1}{5}$ mindre tid enn Henrik. Hvor lang tid bruker Are hjemmefra og til skolen?

20 min

24 min

25 min

Oppgave 7

Legg sammen brøkene

a) $\frac{1}{3} + \frac{1}{2} =$

b) $\frac{2}{3} + \frac{2}{2} =$

c) $\frac{1}{3} + \frac{3}{1} =$

d) $\frac{5}{6} + \frac{1}{7}$

Oppgave 8

- a) Hvor mye tilsvare fem hundredeler av 100? Sett ring rundt riktig svar:

20

25

5

- b) Hvor mye tilsvare en femdel av 20? Sett ring rundt riktig svar:

1

4

5

- c) Hvor mye tilsvare en femdel av 100? Sett ring rundt riktig svar:

1

5

20

- d) Hvor mye tilsvare fem hundredeler av 20? Sett ring rundt riktig svar:

0,2

1

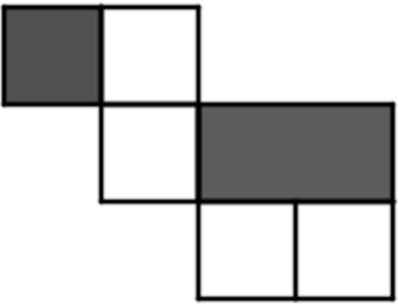
5

Vedlegg 2. Oppfølgingsspørsmål

Oppgave 1

(misoppfatning: ignorer det innbyrdes størrelsesforholdet mellom delene i en figur)

	<p>Oppgave</p> <p>Hvor stor del av denne figuren er fargelagt?</p> <p>(Svarer eleven $2/4$?)</p>
---	--

	<p>Oppgave</p> <p>Hvor stor del av figuren er fargelagt?</p>
---	---

Oppgave 2

Oppgave: Sett en ring rundt det største tallet

$$\frac{3}{5} \text{ eller } \frac{5}{4}$$

$$\frac{3}{10} \text{ eller } \frac{2}{5}$$

$$\frac{3}{5} \text{ eller } \frac{1}{5}$$

Oppgave 3

Oppgave: Skriv $1/5$ som desimaltall og $0,6$ som brøk

Oppgave: Skriv $3/10$ som desimaltall og $1,84$ som brøk

Oppgave: Skriv $2/7$ som desimaltall og $2,33$ som brøk

Oppgave 4

Oppgave

Er det riktig at $2/3$ er det samme som $3/4$?

Oppgave

Hvilken av disse brøkene er størst: $2/5$ eller $3/6$?

Oppgave

Kan du skrive en brøk som har samme verdi som $3/5$?

Oppgave 5

(Misoppfatning: Ignorerer nevneren og svarer $1/5$)

Oppgave

I en eggekartong er det plass til 12 egg. 5 av eggene er knust.



Hvor stor del av eggene er knust?

Oppgave

Kari spiser $\frac{1}{3}$ av disse karamellene. Tegn en ring rundt det antall karameller hun har spist.



Oppgave 6

1. Temperaturen en dag er 15 grader. Neste dag stiger temperaturen med $1/3$. Dagen etter synker temperaturen med $1/3$ fra forrige dags temperatur. Hva er den nye temperaturen?
2. Henrik og Hanna får ukepengene. Henrik sparer $1/4$ av pengene sine, mens Hanna sparer $1/2$ av pengene sine. Kan Henrik spare mer enn Hanna?
3. På en skole var det opprinnelig 150 elever som begynte 7. trinn. Da de startet i 8. klasse, hadde antallet elever økt med $1/10$. Når de begynte i 9. trinn, hadde $1/10$ av åttendeklassingene flyttet til en annen skole. Hvor mange elever startet i 9. klasse?

Oppgave 7

1. Stemmer det $\frac{1}{4} + \frac{3}{2} = \frac{4}{6}$
2. Legg sammen brøkene $\frac{5}{6}$ og $\frac{2}{3}$

Vedlegg 3. Informasjonsskriv

“Diagnostisk test i matematikk”

Hei! Har du lyst å være med i et forskningsprosjekt? Vi ønsker å finne ut hvor gode diagnostiske oppgaver er til å avsløre elevenes misoppfatninger.

Formål

Misoppfatninger i matematikkfaget er helt naturlig og vi vil alle oppleve dem en eller annen gang i matematikkutdanningen, det er faktisk helt umulig å unngå. Som lærer ønsker vi dermed å kunne avdekke elevenes misoppfatninger tidlig slik at vi kan hjelpe de med å utvikle sin forståelse og sitt tankemønster. Dette vil også kunne hjelpe elevene videre i sin matematikkutdanning. Diagnostiske tester er utviklet for å hjelpe oss med å avdekke disse misoppfatningene, men hvor presise er de egentlig?

I dette prosjektet ønsker vi å undersøke presisjonen i en allerede eksisterende diagnostisk test for å undersøke hvor presis den er til å avdekke elevenes misoppfatninger. Testen vil vurderes ut fra dens sensitivitet og spesifisitet, altså i hvilken grad den fanger opp elevenes misoppfatninger. Testen vil inneholde 7-8 oppgaver. Hvor hver av oppgavene vil ha fire delspørsmål. I denne forbindelse trenger vi å vite om eventuelle diagnoser hos elevene, blant matematikkvansker, spesifikke matematikkvansker og matteangst. Dette trenger vi for å få bedre innsikt i prøvens presisjon, det vil si hvor nøyaktig den er. Problemstillingen vi ønsker å arbeide ut ifra er; «Hvilken informasjon kan lærere få ved å bruke diagnostiske oppgaver i matematikk undervisningen?».

Vi har lyst å gjennomføre en kartleggingsprøve og snakke med noen elever på 7. trinn. Vi håper du vil være med! Vi vil stille deg spørsmål om brøk.

Dette prosjektet er et forskningsprosjekt fra Universitet Sørøst i Norge.

Hvem leder forskningsprosjektet?

Prosjektet ledes av to veiledere, som også har ansvar for forskningen, og som arbeider ved Universitetet i Sørøst-Norge. I tillegg er det to forskere som skal gjennomføre forskningen som studerer ved USN.

Dan Roaldsøy (Prosjektansvarlig)

E-post: dan.roaldsoy@usn.no

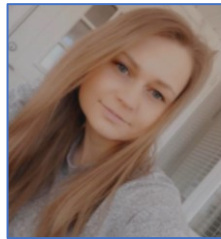
Ali Ghaderi (Prosjektansvarlig)

E-post: ali.ghaderi@usn.no

Forskerne heter Betul Rief og Kristine Bakken Seljord. Vi går 5. året på lærerutdanningen på Notodden. Dette er vårt siste år i utdanningen. Vi gleder oss til å bli lærere 😊 😊



Betul Rief



Kristine Seljord Bakken

Hvorfor får du spørsmål om å delta?

Vi spør deg om å være med fordi du er en elev fra 7. trinn.

Vi vet enda ikke hvem du er eller hva du heter, men din kontaktperson gir deg dette brevet fra oss.

Hvis du har lyst å være med i forskningsprosjektet, må foresatte skrive under på siste ark i dette brevet.

Hva betyr for deg å delta?

Hvis du har lyst å delta i forskningsprosjektet, vil vi først ha en kartleggingsprøve hvor du svarer på noen oppgaver i temaet brøk. Deretter vil det gjennomføres et intervju med noen av dere. Et intervju er en samtale der vi stiller deg ulike spørsmål. Spørsmålene vil handle om svarene som ble gitt på kartleggingsprøven i brøk.



Det er enten Betul eller Kristine eller begge som vil være med under intervjuet, og vi vil gjøre lydopptak av intervjuet. Intervjuet vil ta ca. 45 minutter. Både intervju og kartleggingsprøve vil bli anonymisert slik at det ikke er noen som vet at hvem som sa, eller svarte hva på intervju og kartleggingsprøve.

Det er frivillig å delta

Det er frivillig å delta i prosjektet. Det betyr at du kan velge selv om du har lyst å være med eller ikke. Ingen andre kan velge dette for deg. Det er bare du som kan samtykke. Samtykke betyr at du sier at du synes noe er greit.

Hvis du vil delta, kan du når som helst trekke samtykket tilbake uten å oppgi noen grunn. Det betyr at det er lov å ombestemme seg, og det er helt i orden. All informasjon om deg vil da bli slettet.

Det vil ikke ha noen negative konsekvenser for deg hvis du ikke vil delta eller om du først sier «ja» og så «nei». Ingen vil bli sur eller lei seg, og det vil ikke ha noe å si for skolen din.

Ditt personvern – hvordan vi oppbevarer og bruker dine opplysninger

Vi vil bare bruke informasjonen om deg til å finne ut hvor gode de diagnostiske oppgavene er- altså om de avdekker de eventuelle misoppfatningene.

Vi vil ikke dele din informasjon med andre. Det er bare forskerne Betul og Kristine om har tilgang til informasjonen.

Vi passer på at ingen kan få tak i informasjonen som vi samler inn om deg.

Vi lagrer all informasjon på en sikker datamaskin.

Vi sletter lydopptak fra intervjuet når vi har skrevet ned alt som vi har snakket om.

Vi passer på at ingen kan kjenne deg igjen når vi skriver forskningsartikler. Vi vil for eksempel finne opp et annet navn når vi skriver om deg.

Vi følger loven om personvern.

Hva skjer med opplysningene dine når vi avslutter forskningsprosjektet?

Vi er ferdig med forskningsprosjektet 01.06.2024.

Da vil vi passe på at all informasjon om deg er slettet.

Dine rettigheter

Du har rett til å se hvilken informasjon som vi samler inn om deg. Du kan også be om at informasjonen slettes, slik at den ikke finnes lenger. Dersom det er noe informasjon som er feil, kan du si ifra og be forskeren rette opp i det. Du kan også spørre om å få en kopi av informasjonen av oss. Du kan også klage til Datatilsynet dersom du synes at vi har behandlet informasjonen om deg på en uforsiktig måte eller på en måte som ikke er riktig.

Dine/dine foreldres rettigheter

Dere har rett til å se hvilken informasjon som vi samler inn om deg. Dere kan også be om at informasjonen slettes, slik at den ikke finnes lenger. Dersom det er noe informasjon som er feil, kan dere si ifra og be forskeren rette opp i det. Dere kan også spørre om å få en kopi av informasjonen av oss. Dere kan også klage til Datatilsynet dersom dere synes at vi har behandlet informasjonen om deg på en uforsiktig måte eller på en måte som ikke er riktig.

Hva gir oss rett til å behandle personopplysninger om deg?

Vi behandler informasjon om deg bare hvis du sier at det er greit/ og du skriver under på samtykkeskjemaet.

Hvor kan jeg finne ut mer?

Hvis du har spørsmål om prosjektet, kan du ta kontakt med:

Betul Rief

E-post: 232115@usn.no

Telefon: 92151725

Kristine Bakken Seljord

E-post: 232124@usn.no

Telefon: 41569908

Dan Roaldsøy (Prosjektansvarlig)

E-post: dan.roaldsoy@usn.no

Telefon: 93041748

Ali Ghaderi (Prosjektansvarlig)

E-post: ali.ghaderi@usn.no

Telefon: 35575106

Du kan også spørre personvernombudet vårt:

Paal Are Solberg

E-post: Paal.A.Solberg@usn.no

Telefon 918 60 041

Sikts personverntjenester har gitt oss råd om hvordan vi skal gjøre dette forskningsprosjektet. Dersom du har spørsmål til Sikt som handler om dette prosjektet, kan du kontakte dem på e-post (personverntjenester@sikt.no) eller telefon 73 98 40 40.

Med vennlig hilsen,

Betul og Kristine

Dato/ Sted

Navn / Underskrift (foresatte)

Vedlegg 4. Vurdering fra Sikt



Vurdering av behandling av personopplysninger

Referansenummer

898676

Vurderingstype

Standard

Dato

26.09.2023

Tittel

Diagnostiske oppgaver i matematikk

Behandlingsansvarlig institusjon

Universitetet i Sørøst-Norge / Fakultet for humaniora, idrett- og utdanningsvitenskap / Institutt for matematikk og naturfag

Prosjektansvarlig

Dan Roaldsøy

Student

Betul Rief

Prosjektperiode

29.09.2023 - 02.06.2024

Kategorier personopplysninger

Alminnelige

Særlige

Lovlig grunnlag

Samtykke (Personvernforordningen art. 6 nr. 1 bokstav a)

Uttrykkelig samtykke (Personvernforordningen art. 9 nr. 2 bokstav a)

Behandlingen av personopplysningene er lovlig så fremt den gjennomføres som oppgitt i meldeskjemaet. Det lovlige grunnlaget gjelder til 02.06.2024.

[Meldeskjema](#)

Kommentar**OM VURDERINGEN**

Sikt har en avtale med institusjonen du forsker eller studerer ved. Denne avtalen innebærer at vi skal gi deg råd slik at behandlingen av personopplysninger i prosjektet ditt er lovlig etter personvernregelverket. Vi har nå vurdert at du har lovlig grunnlag til å behandle personopplysningene.

TYPE PERSONOPPLYSNINGER

Prosjektet vil behandle særlige kategorier av personopplysninger om helse.

FORELDRE SAMTYKKER FOR BARN

Prosjektet vil innhente samtykke fra foresatte til behandlingen av personopplysninger om barna. Husk at barns deltakelse i forskning skal være frivillig, selv om foresatte samtykker. Barnet bør derfor få alderstilpasset informasjon om prosjektet. Dere må også sørge for at barnet forstår at det kan trekke seg når som helst dersom det ønsker det.

FØLG DIN INSTITUSJONS RETNINGSLINJER

Det er institusjonen du er ansatt/student ved som avgjør hvordan du må lagre og sikre data i ditt prosjekt og hvilke databehandlere du kan bruke. Husk å bruke leverandører som din institusjon har avtale med (f.eks. ved skylagring, nettpørreskjema, videosamtale el.).

Personverntjenester legger til grunn at behandlingen oppfyller kravene i personvernforordningen om riktighet (art. 5.1 d), integritet og konfidensialitet (art. 5.1. f) og sikkerhet (art. 32).

MELD VESENTLIGE ENDRINGER

Dersom det skjer vesentlige endringer i behandlingen av personopplysninger, kan det være nødvendig å melde dette til oss ved å oppdatere meldeskjemaet. Se våre nettsider om hvilke endringer du må melde: <https://sikt.no/melde-endringer-i-meldeskjema>

OPPFØLGING AV PROSJEKTET

Vi vil følge opp ved planlagt avslutning for å avklare om behandlingen av personopplysningene er avsluttet.

Lykke til med prosjektet!

Vedlegg 5. Kartleggingsresultater som viser antall k-feil av alle elevene

Viser resultater antall k-feil for hver oppgave i oppgavesettet for alle elevene i studien

Elev nr	O1	O2	O3	O4	O5	O6	O7
1	3	0	0	2	0	4	0
2	0	0	0	1	0	4	0
3	4	1	1	2	0	4	0
4	2	0	0	0	0	0	0
5	4	0	1	0	0	4	0
6	2	0	0	0	0	0	0
7	0	1	0	0	0	4	0
8	2	2	0	1	0	4	0
9	2	0	0	1	0	2	4
10	1	1	0	1	0	3	0
12	2	2	4	1	0	4	4
13	3	1	0	1	0	0	0
14	2	0	0	0	0	0	4
15	3	2	2	1	2	2	3
16	1	1	4	1	0	4	0
17	3	0	0	0	1	3	0
20	0	0	0	1	0	4	0
21	0	1	3	1	0	2	0
22	0	0	0	0	0	0	0
23	0	1	0	1	0	2	0
24	0	1	2	2	0	4	0
25	2	1	2	1	1	2	0
26	0	1	1	3	0	4	0
27	0	0	0	1	0	3	0
28	0	1	0	0	0	1	4
29	1	2	1	2	1	3	0
30	0	2	0	0	0	2	0
31	0	2	2	1	0	2	2
32	3	1	0	1	0	0	0
33	4	2	0	0	1	3	4

Vedlegg 6. Diagrammer som viser antall gjennomsnittlig svar per oppgave

