Universitetet i Sørøst-Norge

Fakultet for humaniora, idretts- og utdanningsvitenskap

Mastergradavhandling

Grunnskolelærerutdanning 5 – 10

Høst - Vår 2024

Nerea Fagúndez Porto

Utforskning i digitale læremidler for matematikkfaget

En analyse av hvordan tre digitale læremidler ivaretar ulike deler av kjerneelementet utforskning

Universitetet i Sørøst-Norge
Fakultet for humaniora, idretts- og utdanningsvitenskap
Institutt for matematikk og naturfag
Postboks 4
3199 Borre
http://www.usn.no

Denne avhandlingen representerer 45 studiepoeng

Sammendrag

Formålet med denne masteroppgaven er å øke bevisstheten om tilstedeværelse av utforskning i digitale læremidler som brukes i matematikkundervisning. Læreplanen i matematikk fremmer utforskning som et betydelig kjerneelement i matematikkfaget. *Utforskning* i matematikk handler om at elevene leter etter mønstre, finner sammenhenger og diskuterer til en felles forståelse (Kunnskapsdepartementet, 2019, s. 2).

Overordnet tema for masteroppgaven er digitale læremidler og matematikkundervisning på ungdomstrinnet. Forskning om digitale læremidler i matematikkfaget hevder at å bruke digitale læremidler kan ha en positiv påvirkning på elevers læringsprosess. Denne studien søker å belyse problemstillingen «Hvordan ivaretar 8. trinns digitale læremidler utforskning i kunnskapsområdet *funksjoner*?» gjennom en tredelt tematisk analyse av tre av de mest brukte digitale læremidlene innenfor matematikkundervisning i norsk skole. De tre digitale læremidlene som er undersøkt i denne studien er Campus Inkrement, Skolen og Kikora, og studien er begrenset *funksjoner* på 8. trinn.

Med utgangspunkt i problemstillingen har jeg benyttet meg av en kvalitativ forskningsmetode som forankres i en systematisk komparativ analyse av de tre digitale læremidlene. I denne masteroppgaven har jeg tatt i bruk teorier om utforskning for å kode datamaterialet og analysere dem, basert på temaer som samsvarer med Skovsmoses (2001) kriterier for *Undersøkelseslandskaper*. Datamaterialet til denne forskningen inneholder alle oppgaver under temaet funksjoner i de tre digitale læremidlene.

Resultater fra denne studien understrekker hvor avgjørende det er at digitale læremidler tilbyr utforskende oppgaver som fremmer elevenes dypere forståelse og motivasjon.

Abstract

The purpose of this master's thesis is to raise awareness of the presence of *inquiry-based teaching* in digital learning resources used in mathematics education. The Norwegian mathematics curriculum promotes exploration as a significant core element of mathematics. Exploration in mathematics is about students searching for patterns, finding connections, and discussing to reach a common understanding (Kunnskapsdepartementet, 2019, p. 2).

The overall theme of the master's thesis is digital learning resources in mathematics teaching at high school level. Research on digital teaching resources in mathematics claims that digital teaching resources can positively affect students' learning process. This study sheds light on the research question "How do 8th-grade digital learning resources support exploration in the area of knowledge *functions*?" through a three-part thematic analysis of three of the most used digital teaching resources in mathematics in Norwegian schools. The three digital teaching resources examined in this study are Campus Inkrement, Skolen fra Cappelen Damm, and Kikora, and the study is limited to the theme functions in 8th grade.

Based on the research question, I have used a qualitative research method anchored in a systematic comparative analysis of the three digital teaching resources. In this master's thesis, I have adopted theories of inquiry-based teaching to code the data material and analyze it based on themes that correspond with Skovsmose's (2001) criteria for *Landscapes of Investigation*. The data material for this research contains all tasks under the theme *functions* in the three digital teaching resources.

Results from this study underline the crucial role of digital teaching resources in offering exploratory tasks that promote students' more profound understanding and motivation.

Innhold

Forord

Denne masteroppgaven avslutter et femårig studium med fordypning i matematikk ved Universitetet i Sørøst-Norge. Årene har vært lærerike, og det er med en følelse av glede at jeg nå har ferdigstilt masteroppgaven. Prosessen har vært lang men spennende.

Jeg vil rette en stor takk til min veileder fra Universitetet i Sørøst-Norge, Kaja Burt-Davies som har gitt mange gode tilbakemeldinger og alltid vært tilgjengelig for å hjelpe meg. Takk også til André Aamodt for gjennomlesing av oppgave.

Avslutningsvis må jeg takke guttene mine, familie, venner og kollegaer. De har vært stor støtte, og de har oppmuntret meg gjennom hele prosessen.

Bergen, mai 2024

Nerea Fagúndez Porto

1 Innledning

Hensikten med denne masteroppgaven er å undersøke likheter og forskjeller i tre digitale læremidler på 8. trinn tilknyttet kjerneelementet *utforskning* i tema *funksjoner*.

1.1 Bakgrunn for valgt tema

I løpet av mine år som grunnskolelærerstudent har jeg jobbet som matematikklærer på ungdomsskolen. Basert på egen erfaring får digitale læremidler en stadig mer sentral rolle i matematikkundervisningen. Valget av læremiddel er hver enkelt skoles ansvar og lærerne befinner seg i et læremiddellandskap der det å velge kan virker komplisert (Gilje et al., 2016, s. 21; Osloeconomics, 2022, s. 7). De digitale læremidlene er ikke lengre et supplement til de trykte læremidlene (Osloeconomics, 2022, s. 13). Som lærer har jeg sett hvordan denne tendensen har utviklet seg og etter min mening kan denne trenden skape spennende og gode læringsmuligheter for elevene. Digitale læremidler kan gi gode opplevelser og støtte utvikling av elevenes forståelse av matematiske begreper.

Den digitale trenden i klasserommet samsvarer med virkeligheten dagens skoleelever lever i, bruken av teknologi er jevn (Säljö, 2022, s. 12). *Fremtidens skole; Fornyelse av fag og kompetanser* (NOU 2015:8, s. 10) og Osloeconomics sin rapport *Markedet for digitale læremidler og læringsressurser i grunnskolen og videregående opplæring* (2022, s. 7) påpeker at det skal kreves sterk digital kompetanse i fremtidens arbeidsliv. Læreplanen hevder at det er sentralt at matematikk læres i forbindelse med hverdagsutfordringer, slik at elevene kan gjenkjenne relevansen (Kunnskapsdepartementet, 2019, s. 10). Analysen i denne studien har grunnlaget i et rammeverk som fokuserer på virkelige referanser. Etter min mening kan det å knytte matematikkundervisning til virkeligheten gjøre matematiske begreper mer meningsfulle for elevene, og Ole Skovsmoses (2001) *Landscapes of Investigation*, omtalt som undersøkelseslandskaper i denne oppgaven, skaper et rammeverk for å vurdere, analysere og diskutere hva som skal til for at elevene opplever matematikk som meningsfullt.

På bakgrunn av dette ble jeg nysgjerrig på hvordan digitale læremidler kan fremme utforskning. For å forstå mer ble jeg inspirert til å undersøke dette, gjennom å analysere forskjellige digitale læremidler. Derfor valgte jeg å benytte masteroppgaven som en anledning til å sammenligne oppgavene fra tre digitale læremidler for matematikkundervisning, med fokus på deres effektivitet til å tilrettelegge for utforskende matematikk. De digitale læremidlene som er valgt for denne studien er Skolen fra Cappelen Damm Matematikk 8. (heretter Skolen), Campus Inkrement Matte 8. (heretter Campus) og Kikora 8. Disse digitale plattformene tilhører noen av de største forlagene og edtech-selskapene, og er noen av de mest brukte digitale læremidlene i matematikkundervisning i Norge (Osloeconomics, 2022, s. 16; Uutilsynet, 2021). For å sammenligne disse tre digitale læremidlene har jeg analysert dem i lys av seks forskjellige temaer som samsvarer med Skovsmoses (2001) kjennetegn på utforskende oppgaver. Skovsmose læringsmiljøer fremmer en kritisk tilnærming til matematikk og matematikkens anvendelsesområder i hverdagen, velegnet som linse for å undersøke disse læremidlenes oppgaver tilknyttet tema funksjoner.

Da jeg startet på grunnskolelærerutdanningen tenkte jeg at jeg kunne matematikk, men jeg ble raskt bevisst på hvor avgrenset min kunnskap om pedagogikk og didaktikk var innenfor matematikkfaget. Når jeg skulle velge tema for masteroppgaven, en oppgave som krever mye tid og grundighet, var det viktig for meg at det jeg tok meg an utvidet den matematikkdidaktiske horisonten min og gjorde meg bedre kjent med ressursene jeg har tilgjengelig som matematikklærer. Jeg valgte derfor et tema og fag som jeg elsker, som jeg også følte var nyttig for min videre profesjonelle utvikling. Denne masteroppgaven reflekterer også min dype interesse for å utforske ulike pedagogiske tilnærminger, slik at jeg bedre kan bidra til elevenes utvikling av matematisk kompetanse.

1.2 Problemstilling

I denne masteroppgaven har jeg valgt å undersøke hvilke forskjeller og likheter som finnes i digitale læremidler tilknyttet til tema funksjoner for 8. trinn. Fokuset er satt på utforskning fordi Skovsmose (2001, s. 131) og Artigue & Blomhøj (2013, s. 802) mener at utforskende arbeid i matematikk kan muliggjøre at elevene undersøker matematiske begreper selvstendig, noe som kan fremme aktiv deltakelse og grundigere matematisk forståelse. Dette er relevant i tema funksjoner fordi dette temaet kan skape gode muligheter for å la elevene kan eksperimentere med praktiske aktiviteter tilknyttet hverdagslige problemer. I «Fagets relevans og sentrale verdier» peker læreplanen på at matematikk må forberede elevene på en framtid i endring ved å hjelpe dem til å utvikle sin kompetanse i utforskning og problemløsning (Kunnskapsdepartementet, 2019, s. 2). Å bruke digitale læremidler forekommer med relevante muligheter for å bruke dem i utforskende matematikk (Utdanningsdirektoratet, 2023).

Med utgangspunkt i mine interesser, teoretisk ramme for forskning, og med ønske om at funnene til denne studien kan bidra til å fremme bevissthet på de styrker og mangler i de tre digitale læremidlene, er problemstillingen formulert på følgende måte: «Hvordan ivaretar 8. trinns digitale læremidler utforskning i kunnskapsområdet *funksjoner*?». For å besvare denne problemstillingen på en systematisk måte har jeg delt opp problemstillingen i følgende forskningsspørsmål:

- Hva kjennetegner oppgavene fra de tre digitale læremidlene i henhold til utforskning?
- Gjenspeiler de tre digitale læremidlene kompetansemålene i læreplanen for matematikk 8. – 10. med hensyn til utforskning?
- Hvordan fokuserer de tre ulike digitale læremidlene på utforskning i henhold til tema *funksjoner* for 8. trinn?

1.3 Oppgavens struktur

Masteroppgaven er bygd opp av åtte kapitler med tilhørende delkapitler. Det første kapittelet er en introduksjon som inneholder bakgrunnen for valg av tema, problemstilling og oppgavestruktur. I det andre kapittelet settes masteroppgaven i et forskningshistorisk perspektiv og presenterer relevant teori for å kunne belyse problemstillingen. Kapittel tre er et metodekapittel som redegjør for studiens metodiske tilnærming. Det fjerde kapittelet beskriver jeg hvordan studiens analyse er gjort. I det femte kapittelet presenteres resultater fra analysedelen. Kapittel seks handler om studiens kvalitet. Drøftingskapittelet, kapittel 7, knytter sammen resultater og teori, og i det åttende kapittelet trekker jeg konklusjoner på bakgrunn av studiens tre forskningsspørsmål.

2 Teori

Den teoretiske rammen skal være en støtte for å forstå sammenhenger og mønstre i datamateriale som ellers hadde vært usynlige (Krumsvik, 2013, s. 54). Dette kapittelet presenterer tidligere forskning og forståelse av begrepene sosiokonstruktivistisk perspektiv, utforskning og utforskende oppgaver, digitale læremidler og funksjoner, for å gi et perspektiv på hvordan begrepene er brukt i denne studien.

2.1 Tidligere forskning

Utforskende oppgaver og digitale hjelpemidler har vært belyst gjennom flere studier de siste årene. Nystuen (2021, s. 59) masteroppgave viser at digitale læremidler legger til rette for at elevene kan jobbe på en utforskende måte og kan bidra til elevens læringsprosess. Denne masteroppgaven viser også at resultat fra å bruke digitale ressurser påvirkes av oppgavetyper, elevenes egenskaper og samarbeid mellom elevene og læreren.

I en studie basert på modellering av kroppens bevegelser ved hjelp av sensorer, hevder Arzarello et al. (2007, s. 3) at elever ofte opplever utfordringer i forståelse av funksjoner og tolkning av grafer. Denne forskningen var en langsiktig aktivitet der elevene kunne studere dypere matematiske begreper ved å bruke modeller. Resultatene viste at elever prøver å veksle mellom ulike registre, fra verbal til grafisk og algebraisk. Elevens kognitive aktivitet starter med motorisk opplevelse som formuleres til verbale metaforer som danner grafer og algebraiske uttrykk (Arzarello et al., 2007, s. 5).

Gjøvik og Sikko (2019, s. 12) hevder i studien «Walking a graph» at elevenes forståelse av grafene er tett knyttet til overganger mellom ulike representasjoner av matematiske begreper og deres forståelse av dem. Gjøvik og Sikko (2019, s. 12) fremmer at fordelen med å bruke digitale læremidler er at elever kan utforske fenomener i virkeligheten og at elvene opplever kobling mellom matematikkfaget og sine anvendelser til virkeligheten. Det gjør at elever kan forstå matematikk som nyttig ressurs og ikke kun ett skolefag. Dette kan fremme motivasjon hos elevene siden affektiv tilnærming er viktig for å jobbe med fag.

2.2 Sosiokulturelt perspektiv på læring

Denne masteroppgaven kan knyttes til både Vygotsky og Piaget sine læringssyn. Med konstruktivisme som utgangspunkt, forklarer Piaget elevens kognitive utvikling med hjelp av erfaring og interaksjon med miljøet (Stray & Wittek, 2014, s. 119). Når elever jobber utforskende i matematikk oppstår ofte utfordringer fordi elevene har problemer med å knytte fagstoffet til sine eksisterende mentale skjemaer. I dette øyeblikket kan utvikling skje. Da har elever mulighet for å utforske forskjellige veier for å løse utfordringen som kan fremme utvikling. Elevene trenger å forandre sine mentale strukturer med oppgavene som muliggjør utforskning og undring dersom læring skal skje. Når elever jobber utforskende med oppgavene i de digitale læremidlene, er det ønskelig at disse situasjonene oppstår, men det er også viktig at utfordringer er tilpasset til elevenes utviklingsstadier (Hattie, 2009, s. 83; Stray & Wittek, 2014, s.122).

Vygotsky (1978, s.58) hevder at læring skjer gjennom deltakelse i sosiale situasjoner. Han bruker begrepet «den proksimale utviklingssonen». Vygotsky mener at elevene har grenser for hvor mye de kan alene, men i et sosialt samspill med andre elever eller lærer kan de utvide sine individuelle grenser. Ifølge Vygotsky (1978) er den proksimale utviklingssonen det ideelle området mellom elevenes aktuelle utviklingsnivå og potensial disse elevene kan oppnå med støtte av den «mer kunnskapsrike andre», forstått som noen som har høyere forståelse enn eleven (Stray & Wittek, 2014, s. 123; Nystuen, 2021, s. 53). Selv om digitale læremidler i svært stor grad er skapt for at elevene jobber alene, kan de likevel fremme elevens utvikling gjennom tilpassede tilbakemeldinger eller ved å stille spørsmål som fremmer refleksjon (Black & Wiliam, 2009, s. 20). Säljö (2022, s. 19) hevder at digitale læremidler kan fungere som «den mer kunnskapsrike andre». Det betyr at digitale læremidler kan støtte utvikling av den proksimale utviklingssonen selv om elevene arbeider selvstendig uten kontinuerlig voksenstøtte.

2.2.1 Det sosiokonstruktivistiske perspektivet av utforskning

Fra et sosiokonstruktivistisk synspunkt er samarbeid sentralt for elevens kunnskapsutvikling, selv om det i matematikkundervisning må legges vekt på hver elevs læringsprosess (Stray &

Wittek, 2014, s. 180). Ifølge Säljö (2022, s. 14) skaper utforskende aktiviteter en aktiv reaksjon hos elevene, der de selv er skapere av læringssituasjoner. Ved å aktivt delta i disse situasjonene konstruerer elevene ny kunnskap gjennom samtaler og samarbeid. Slike erfaringer kan hjelpe elevene til å ta ansvar i sine egne læringsprosesser (Stray & Wittek, 2014, s. 203; Wæge & Nosrati, 2018, 110).

Hjelpemidler som digitale læremidler kan engasjere elevene til å delta aktivt i utforskning i matematikklasserommet som et ansvarlig subjekt for egen læring (Gjøvik & Sikko, 2019, s. 15). Valgte oppgaver og strategier er avgjørende for å skape et klassemiljø som muliggjør å jobbe med utforskning. Aktuelt læreplanen i matematikk hevder utforskning og problemløsning som kjerneelementer i faget. Denne masteroppgaven legger vekt på å undersøke om de tre digitale læremidlene jeg tidligere har henvist til følger læreplanen i matematikk (Kunnskapsdepartementet, 2019, s. 2) sin tilnærming på matematikkundervisning.

2.3 Digitale læremidler

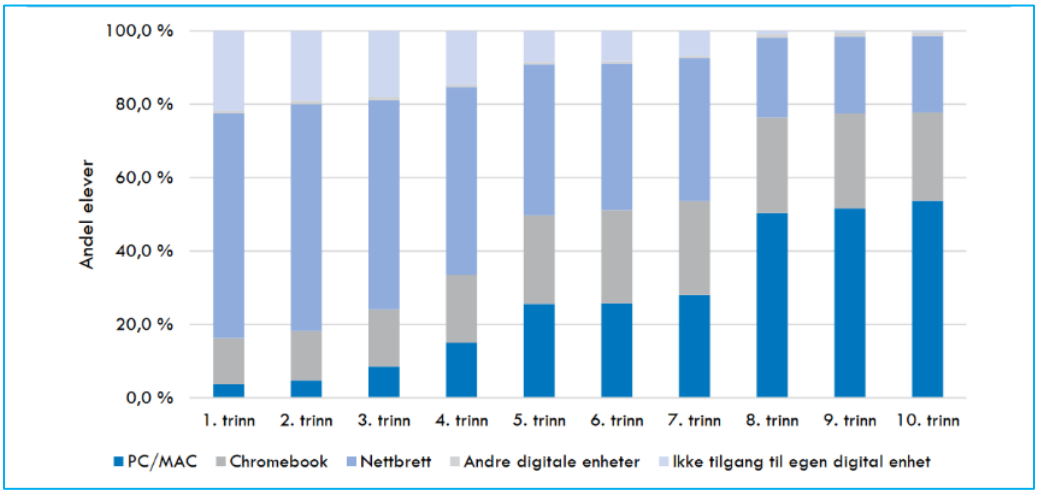
Utdanningsdirektoratet peker på at den teknologiske skolesekken må gi elever tilgang til gode digitale læremidler. Disse tiltakene er del av en digitaliseringsstrategi for grunnskolen, «Framtid, fornyelse og digitalisering 2017-2021». Digitale læremidler er læreverk i digital form. Samtidig kan de inneholde animasjoner, korte filmer og spill som kan støtte undervisningens tema (Utdanningsdirektoratet, 2023).

I rapporten *Kartlegging av digital læremidler og læringsplattformer i utdanningssektoren* presenteres digitale læremidler som samsvarende til digitale læringsressurser. Denne masteroppgaven benytter seg av begrepet *digitale læremidler* definert som «pedagogiske redskaper som brukes til læringsformål og som utnytter IKT for å fremme læring via produkter, tjenester og prosesser» (Uutilsynet, 2021). Disse pedagogiske redskapene er tilgjengelig innhold med forelesninger, oppgaver og aktiviteter.

2.3.1 Digitale læremidler i den norske skolen

Læreplanen i matematikk beskriver at digitale ferdigheter er å ha kompetanse til å bruke digitale ressurser hensiktsmessig til å presentere, utforske og løse problemer. Det betyr også at man må kunne bruke digitale læremidler for å presentere og behandle data. Læreplanen nevner graftegner, regneark, dynamiske geometriprogrammer og programmering (Kunnskapsdepartementet, 2019, s. 5; Gilje et al., 2016, s. 130), noe som ofte tas i bruk i tilknytning til oppgaver i digitale læremidler. Dette er en av grunnene til at lærerbøker stadig blir utfordret av muligheter som finnes i digitale læremidler i matematikk, og dermed erstattes den tradisjonelle læreboka av digitale læremidler og bok i digital form (Utdanningsdirektoratet, 2023).

Rapporten Monitor 2019 (Fjørtoft et al., 2019, s. 9) viser at norske skoler i stor grad har infrastruktur til å bruke digitale læremidler i undervisningen, men rapporten trekker fram at lærere forteller om bruk av digitale ressurser i ulik grad. Dette samsvarer med undersøkelsen gjennomført av Osloeconomics (2022, s. 19) som hevder at elevene har ulike grad av tilgang til egen digital enhet, avhengig av trinnet de går på. I ungdomsskolen har nesten 80 prosent av elevene tilgang til egen PC eller chromebook, som figur 1 nedenfor viser.



Figur 1: Andel elever i grunnskolen med tilgang til en egen digital enhet i skoleåret 2021/2022 (Osloeconomics, 2022, s. 19)

Ifølge Fjørtoft et al. (2019) må teknologisk pedagogisk kunnskap inkluderes i lærerens pedagogiske innholdskunnskap. Teknologisk pedagogisk kunnskap betegner lærerens evner for å benytte seg av digitale ressurser på en pedagogisk og hensiktsmessig form. Læreren må ha en viss grad av digital kompetanse for å integrere digitale læremidler i matematikkundervisningen, for å tilrettelegge for at elevene skal kunne forstå matematiske representasjoner og begreper. Ifølge Gilje et al. (2016, s. 65) kan elevene ta aktiv del gjennom å trykke på en interaktiv skjerm, og det kan også fremme engasjement og motivasjon hos elevene.

2.3.2 Fordeler med å bruke digitale læremidler i matematikkundervisning

Datamaskin er et relevant hjelpemiddel som kan brukes for å gi individuell, konkret og kontinuerlig tilbakemelding til eleven mens den jobber. Å bruke digitale læremidler på så vis bidra til eksperimentering, utforskning av matematiske sammenhenger og til at eleven tar ansvar over sin egen læringsprosess (Gilje et al., 2016, s. 132; Black & Wiliam, 2009, s. 5). Elevene beveger seg i en digital verden som forandrer seg raskt og matematikkundervisning må henge sammen med den.

Ifølge Fjørtoft et al. (2019, s. 68) og Gilje et al. (2016, s. 132) opplever lærere at digitale læremidler kan fremme variasjon i matematikkundervisning, fordi det gir mulighet til forskjellige aktiviteter og spill som kan presentere fagkunnskap fra ulike innfallsvinkler. Det kan også muliggjøre visualisering som representerer matematiske objekter på varierte måter, konkretisering, generalisering eller tilpasset undervisning, som på grunn av de digitale læremidlenes fortrinn kan skape motivasjon hos elevene.

2.3.3 Utfordringer knyttet til digitale læremidler

Dagens diskusjoner om overdreven skjermtid gjenspeiler diskusjoner knyttet til fjernsyn og tegneserier for noen tiår siden. På den tiden ble disse «nye» artefaktene ansett som årsaken til at barn og unge unnlot å lese bøker, samt økningen i ungdomskriminalitet (Säljö, 2022, s. 18). Rapporten Monitor 2019 ((Fjørtoft, 2019, s. 42) peker på at 7 av 10 elever i ungdomsskolen bruker digitale ressurser ofte, veldig ofte eller alltid. Når elevene jobber med digitale læremidler bringer det også med seg en del utfordringer (Fjørtoft, 2019, s. 42). Lærere bruker ofte mye tid på å hjelpe elevene med tekniske utfordringer. Digitale læremidler gir ikke bedre læring kun fordi de er digitale. Utfordringene er varierte, elevene bruker mye tid på ikke-faglig innhold når de har tilgang til datamaskin. Eksempler på ikke-faglig innhold er sosiale medier eller spill (Fjørtoft, 2019, s. 41). Dette samsvarer med Gilje et al. (2016, s. 24) som påpeker at selv om digitale læremidler kan skape motivasjon hos elevene, hjelper dette kun til læring om de digitale ressurser muliggjør at elevene undersøke faglig innhold og begreper på en effektiv måte.

2.4 Utforskning

Læreplanen i matematikk definerer at utforskning handler om å lete etter mønstre, finne sammenhenger og diskutere seg fram (Kunnskapsdepartementet, 2019, s. 2). For å undersøke denne masteroppgavens problemstilling har jeg valgt å ta utgangspunkt i Skovsmose (2001) teori om undersøkelseslandskaper. Skovsmose (2001, s. 123) er kjent for sin beskrivelse av undervisningslandskap. Han skiller matematikkundervisning i to typer, oppgaveparadigmet og undersøkelseslandskapet.

2.4.1 Oppgaveparadigmet og undersøkelseslandskapet

Skovsmose definerer oppgaveparadigmet som en arbeidsmetode der elevene blir styrt av en ekstern autoritet. Oppgaveparadigmet tilhører de vanlige konvensjonelle aktivitetene i matematikkundervisning, der man bare finner et riktig svar (Skovsmose, 2001, s. 123). I oppgaveparadigmet presenterer læreren ofte ny kunnskap og deretter regner gruppen et utvalg av oppgaver. Denne type arbeidsmåte legger vekt på at eleven får et svar som sammenhenger med fasit, hvor læringsprosessen eller framgangsmåten ikke er i fokus (Alrø & Skovsmose, 2006, s. 110).

I motsetning til oppgaveparadigmet er undersøkelseslandskapet en type matematikkundervisning som fokuserer på at elevene utforsker matematiske fenomener. Artigue & Blomhøj (2013, s. 797) hevder at utforskende matematikkundervisning legger vekt på prosessen og oppgaver i undersøkelseslandskapet kan ofte ha flere riktige svar. Dette bekreftes i *Fremtidens skole - Fornyelse av fag og kompetanser* (NOU 2015:8, s. 10). Å bruke undersøkelseslandskapet i matematikkundervisning krever at læreren inviterer elevene til å delta i arbeid. Elevene må formulere spørsmål selv og søke forklaringer med en høy grad av selvstendighet (Skovsmose, 2001, s.125). En typisk invitasjon når en klasse jobber i undersøkelseslandskapet tar utgangspunkt i at læreren inviterer elevene med for eksempel spørsmål som «Hva ville skje hvis …?» og elevene aksepterer invitasjon med «Ja, hva om …?».

2.4.2 Referanser

Skovsmose deler mulige kontekster til matematikkoppgaver i tre typer: ren matematikk, semi-virkelighet og reell kontekst (Skovsmose, 2001, s.125). Oppgaver som ikke har direkte tilknytning til virkeligheten kategoriseres som ren matematikk. Et eksempel på dette kan være å regne stigningstall til en funksjonsgraf. Oppgaver som er rammet i semi-virkelighet har en kontekst som kunne eksistere, men som ikke gjør det. Konteksten er skapt av læreren eller oppgaveforfatteren. Konteksten for semi-virkelighet kan være en forenkling av virkeligheten som elevene kan oppleve som kunstig, for eksempel å velge mellom to firma for å leie sparkesykkel når oppgaven forteller av firma 1 har startavgift og pris av 3 kroner per minutt, mens firma 2 ikke har startavgift og pris per minutt er 5 kroner. I den siste kategorien, reell kontekst, er referansene hentet fra virkeligheten. En typisk oppgave kan være at elevene skal planlegge å bygge en del av et uteområde i skolegården. Da kan elevene undersøke reelle behov, bruke referanser fra virkeligheten som kartlegging av tilgjengelig plass eller materialpris (Skovsmose 2001, s. 126). Virkelige referanser eller reell kontekst gir den mest virkelighetsnære konteksten til en oppgave, og er viktige fordi elevene kan anvende matematikk til hverdagslige utfordringer, noe som kan øke motivasjonen og kan utfordre elevene til å tenke kritisk for å løse komplekse problemer (Skovsmose, 2001, s. 128).

2.4.3 «Milieus of learning»

Skovsmose har tegnet en matrise med tre rader hvor han skiller mellom de tre forskjellige typer av kontekst: kontekst med rene matematiske referanser, kontekst med semi-virkelighetsreferanser og kontekst med virkelighets referanser (Skovsmose, 2001, s.126).

Samtidig skisserer Skovsmose to koloner i matrisen, en til oppgaveparadigmet og en til undersøkelseslandskapet. Basert på oppgaveparadigmet og undersøkelseslandskapets deling kan man klassifisere de ulike oppgavene med hensyn på prosessorientert, sammenheng med fasit og mulighet for flere riktige løsninger. I begge undervisningstypene kan elevene jobbe med de tre kontekstene, ren matematikk, semi-virkelighet og reell kontekst. Dette gjør at matrisen skilles på seks læringsmiljøer (Skovsmose, 2001, s.125). Referansene om begrepene og aktiviteter gir kontekst til elevene, de avgjør hvilket «learning milieu» elevene jobber i. Deretter gir jeg inntrykk om hovedegenskaper til de seks forskjellige læringsmiljøene.

	Oppgaveparadigmet	Undersøkelseslandskapet
Referanser til «ren» matematikk	(1)	(2)
Referanser til «semi-virkelighet»	(3)	(4)
Reelle referanser	(5)	(6)

Tabell 1: Oversatt fra illustrasjon av Skovsmoses (2001, s. 126) seks læringsmiljøer.

Læringsmiljø (1) har referanser fra ren matematikk, og i dette læringsmiljøet jobber elevene med oppgaver som ikke er koblet til virkeligheten. De er verken skapt av læreren (semi-virkelighet) eller har en reell kontekst. Læringsmiljøet (1) tilhører oppgaveparadigmet, og kan gjenkjennes som tradisjonelle, lukkede oppgaver som følger en fasit. Selv om læringsmiljø (2) får konteksten sin fra ren matematikk, er dette læringsmiljøet innenfor undersøkelseslandskapet. Aktivitetene som elevene jobber med i dette læringsmiljøet er ikke knyttet til virkeligheten, man kan likevel være formulert slik at de blir et godt utgangspunkt for undersøkelse eller eksperimentering. Oppgaver i dette læringsmiljøet følger ikke fasit, og det finnes ikke bare en riktig løsning (Skovsmose, 2001, s. 126).

Konteksten til læringsmiljø (3) er hentet fra semi-virkelighet, men oppgavene i dette læringsmiljøet er likevel innenfor oppgaveparadigmet. Aktivitetenes kontekst hadde kunnet eksistere, men gjør ikke det. Konteksten er konstruert av læreren, oppgaveboken eller det digitale læreverket som elevene jobber med. Oppgavene i dette læringsmiljøet kan være en forenkling av virkeligheten som virker kunstig for elevene. Samtidig styrer fasiten oppgavene, og det finnes ikke flere mulige løsninger. Læringsmiljø (4) har også referanser fra en semi-virkelighet, men befinner seg innenfor et undersøkelseslandskap. Ifølge Skovsmose (2001, s. 127) er det fakta i oppgavene som styrer dette læringsmiljøet mot utforskning. Fasiten styrer ikke oppgavene og det finnes flere mulige løsninger.

Læringsmiljø (5) har referanser fra virkeligheten, men dette læringsmiljøet er innenfor oppgaveparadigmet. Elever jobber med reelle referanser, men læreren styrer aktiviteten og det finnes bare en riktig løsning som følger fasit. Læringsmiljø (6) er innrammet i reell kontekst, og elevene jobber i et undersøkelseslandskap. Verken lærer eller læreverk styrer oppgavene. Konteksten fra virkeligheten er en invitasjon til utforskning, eksperimentering og elevene stiller sine egne spørsmål (Ball, 2009, s. 12). Dette læringsmiljøet er det mest virkelighetsnære og gir derfor mulighet for at elevene kan utforske. Læringsmiljøet legger vekt på prosessen og det finnes mange mulige løsninger (Skovsmose, 2001, s. 127).

Men utgangspunkt i Læreplanen i matematikk sin forståelse av utforskning som kjerneelement i matematikkfaget (Kunnskapsdepartementet, 2019, s. 2), benytter jeg meg av Skovsmoses matrise for å sammenligne og klargjøre likheter og forskjeller mellom de ulike typer av matematikkoppgaver. Dette gir mulighet for å differensiere mellom utforskende oppgaver og oppgaver som ikke fungerer som utforskende oppgaver. Basert på dette har jeg utviklet et analysesystem (presenteres i kapittel 4) for å etablere kriterier som gjør det mulig å identifisere hvilke kjennetegn som gjør en oppgave utforskende. Denne masteroppgaven tar med seg disse kjennetegnene om utforskning i matematikkundervisning for å presisere hvilke hovedtrekk en oppgave må ha for å kunne kvalifiseres som undersøkende.

2.5 Mathemacy

Denne masteroppgaven tilnærmer seg begrepet *mathemacy* fra Skovsmoses perspektiv. Mathemacy kan forklares som samsvarende med litteraturens literacy-begrep i matematisk tolkning. Ifølge Frankenstein (2005, s. 33) og Skovsmose (2001, s. 123) innebærer evnen mathemacy å forstå, tolke og anvende matematikk i forskjellige situasjoner. Ferdigheter som tallforståelse og regneoperasjoner er en del av kompetansen, men det legges også vekt på å løse utfordringer, tolke data og bruke matematikk i virkeligheten. Dette er viktige og grunnleggende evner som må oppøves gjennom oppgaver og aktiviteter som elevene bruker tid på i skolen, fordi det handler om å bygge kompetanse for å kunne ta avgjørelser og ansvar som forventes av voksne i fremtidens samfunn (NOU 2015:8, s.24; Säljö, 2022, s. 13; Skovsmose, 2005, s. 5). Mathemacy handler også om å tenke kreativt og kritisk og ta gode avgjørelser med hjelp av matematikk.

2.6 Oppgaver som fremmer utforskning og problemløsning

Det finnes noen hovedtrekk som kan karakterisere oppgaver som utforskningsoppgaver, selv om oppgavetypene kan være veldig varierte. Læreplanen peker på at utforskning kan tilrettelegge for å øke elevenes bevissthet på sin egen læringsprosess (Kunnskapsdepartementet, 2019, s. 2). Selv om denne masteroppgaven har fokus på utforskning, er det interessant å definere problemløsning, fordi disse to begreper henger sammen i læreplanens definisjon.

2.6.1 Problemløsning

Schoenfeld (1987, s. 287) studerte den ungarske matematikeren Pólya (1954, 1962, 1981) sitt arbeid knyttet til problemløsning. Pólya undersøkte om å løse et problem betyr å søke bevisst etter en passende aktivitet for å oppnå et tydelig mål som ikke er umiddelbart oppnåelig. Som nevnt tidligere er utforskning og problemløsning en del av kjerneelementene i matematikk. Gjennom kjerneelementene fremhever læreplanen i matematikk at problemløsning handler om å utvikle metoder for å løse problemer, «analysere og omforme kjente og ukjente problemer, løse dem og vurdere om løsningene er gyldige» (Kunnskapsdepartementet, 2019, s. 2). Man kan se at læreplanen sin definisjon sammenhenger med Schoenfelds (1987, s. 290) ideer om problemløsning, som baserer seg på å forstå problemet og reflektere rundt sin kognitive prosess og om løsningen er riktig. Det handler ikke bare om å kjenne til og forstå strategier for å løse problemer.

2.6.2 De åpne oppgavene

For å klassifisere oppgavene som de digitale læremidlene inneholder kan man bruke forskjellige kriterier. Først og fremst kan man skille mellom åpne og lukkede oppgaver. En lukket oppgave har klare fremgangsmåter og kun ett mulig riktig svar. Denne typen oppgaver er, som tidligere nevnt, ofte til stede i tradisjonelle lærebøker, og har tradisjonelt blitt brukt for mengdetrening i den tradisjonelle matematikkundervisningen (Skovsmose, 2001, s. 123). I motsetning til lukkede oppgaver, er åpne oppgaver formulert på en måte som gir mulighet for at eleven benytter forskjellige løsningsmetoder for å få ulike riktige svar (Skovsmose, 2001, s. 127; Yeo, 2017, s.7). Dette samsvarer med Valenta (2016, s. 6) som hevder at åpne oppgaver også oppleves som mer kognitivt krevende av mange elever.

2.6.3 De kognitive krevende oppgavene

Å jobbe med kognitivt krevende oppgaver kan fremme utforskning og problemløsning hos elevene (Wæge & Nosrati, 2018, s. 79). Oppgavene er kognitivt krevende når de er avgjørende for elevenes læringsutbytte, uavhengig av om det handler om åpne eller lukkede oppgaver. Å jobbe med passe kognitivt utfordrende oppgaver kan bidra til elvenes indre motivasjon fordi de kan erfare kompetanse og autonomi (Wæge & Nosrati, 2018, s. 84). At oppgaven karakteriseres som kognitiv krevende behøver likevel ikke å bety at den er veldig komplisert, men det må være en oppgave som elevene opplever som utfordrende (Valenta, 2016, s. 5). I et klasserom finnes elever på ulike nivåer og det kan være krevende for læreren å tilrettelegge for at alle elever jobber med passe kognitivt krevende oppgaver. En oppgavetype som kan være fine å bruke er LIST-oppgaver (Wæge & Nosrati, 2018, s. 82).

2.6.4 LIST-oppgaver og rike oppgaver

LIST-oppgaver har som mål å fremme utforskning og problemløsning hos elevene. LIST står for *lav inngangsterskel, stor takhøyde*. LIST-oppgavene er oppgaver som alle elever kan oppleve som tilpassede og utfordrende, uavhengig av matematisk kompetansenivå (Wæge & Nosrati, 2018, s. 82). Målet med LIST-oppgavene er at det skal være lett for elevene å begynne å jobbe dem. Det finnes ikke bare en måte oppgaven må løses på, og den eneste begrensingen i denne type oppgave er hvor høyt elevene kan nå (Wæge & Nosrati, 2018, s.

83). Egenskapene til LIST-oppgavene muliggjør at elevgruppen kan samarbeide og samtidig kan hver elev jobbe på sitt kompetansenivå, fordi LIST-oppgavene gir rom for at elevene viser hva de kan, ikke hva de ikke kan. LIST-oppgaver gir ikke for mye komplisert informasjon til elevene, men krever sofistikerte tenkemåter (Wæge & Nosrati, 2018, s. 84). LIST-oppgaver beskrives gjerne som rike oppgaver. Rike oppgaver gir muligheter for å se matematikkfag fra ulike side. Oppgavene krever kreativ tenkning, dypere forståelse av begreper og at elevene selv utforsker. Oppgavene handler ofte om å anvende matematikk til virkelige aktiviteter, noe som elevene ofte opplever som meningsfylt og gir elevene glede i matematikkfaget (Ball, 2020, s. 4; Wæge & Nosrati, 2018, s. 86).

Det er avgjørende at elevene jobber med oppgaver som ikke kun krever at de anvender kjente teknikker, men at de får oppgaver som oppmuntrer dem til å utforske. Som vi har sett i dette kapitelet kan slike oppgaver ha ulik form. Åpne oppgaver, kognitive krevende oppgaver, rike oppgaver som LIST-oppgaver kan engasjere elever i matematisk utforskning på en dypere måte enn for eksempel tradisjonelle, lukkede matematikkoppgaver.

2.7 Funksjoner

I læreplanen er funksjoner ett av seks matematiske kunnskapsområder i matematikkfaget. Ifølge Gustavsen et al. (2019, s. 18) er en funksjon en matematisk relasjon mellom to mengder. Hvert element i «mengde A» er knyttet til ett element i «mengde B», og til hver input eksisterer bare en eksklusiv output med hensyn på en bestemt sammenheng. Kunnskapsområdet funksjoner er et sentralt verktøy hvor elevene skal øve på å modellere variasjoner av fenomener. Etter 8. trinn er beskriver kompetansemålene at elevene skal kunne «utforske, forklare og sammenligne funksjoner knyttet til praktiske situasjoner» og «representere funksjoner på ulike måter og vise sammenhenger mellom representasjonene» (Kunnskapsdepartementet, 2019, s. 12). Det kan forstås fra begge kompetansemålene at utforskning er en sentral del i kompetansemålene som er knyttet til funksjoner.

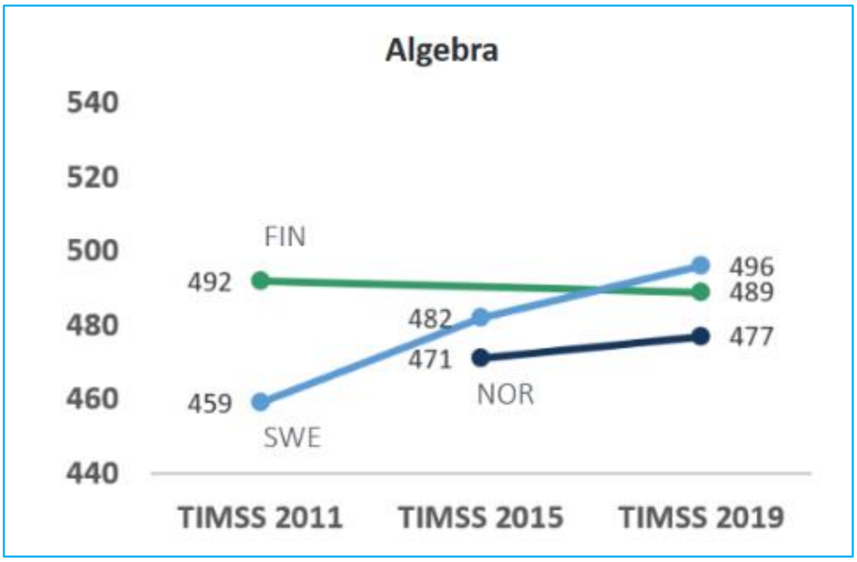
2.7.1 Semiotiske representasjoner

For å vise funksjoner bruker man representasjoner. Å bruke forskjellige representasjonsformer av matematiske begreper og oversettelse mellom disse har en avgjørende rolle innenfor det matematiske kunnskapsområdet. Læreplanen i matematikk fastsetter i kompetansemålene for 8.trinn at elevene må kunne «representere funksjoner på ulike måter og vise sammenhenger mellom representasjonene» (Kunnskapsdepartementet, 2019, s. 12). Matematikk skiller seg andre fag og kunnskapsområder fordi matematiske objekter ikke alltid kan oppfattes ved direkte observasjon. I flere fag som fysikk eller kjemi kan man bruke verktøy for å undersøke objektene, men dette er ikke mulig i matematikkfaget. Det er da nødvendig å bruke semiotiske representasjoner for å illustrere for eksempel tall, figurer eller funksjoner (Duval, 2006, s. 107). Læreplanen i matematikk fastsetter at elevene skal kunne oversette mellom forskjellige representasjonsformer og veksle mellom dem og bruke dem i matematiske samtaler (Kunnskapsdepartementet, 2019, s.3). Det er ikke mulig å se en matematisk funksjon i virkeligheten, fordi man ikke kan observere den direkte. Likevel kan elevene oppleve hvordan virkeligheten forandrer seg. En måte for å undersøke eller behandle en funksjon er å bruke matematiske representasjoner som et algebraisk uttrykk, en tabell eller en graf (Gustavsen et al., 2019, s. 19). Duval (2006, s. 107) trekker fram at helthetlig forståelse av et matematiske objekt krever at elevene kan håndtere forskjellige representasjoner av det matematiske objektet og har kompetanse for å bevege seg mellom dem.

Basert på min erfaring kreves det grundig arbeid med funksjoner for at elevene på ungdomstrinnet skal nå kompetansemålene. At elevene får utforske funksjoner er viktig, fordi det kan bidra til forståelse av forandringer i virkelige fenomener og hvordan uavhengige og avhengige variabler fungerer. Samtidig kan det å jobbe med funksjoner hjelpe elevene til å oppøve sine analytiske evner og sin modelleringskompetanse. Å jobbe med funksjoner muliggjør at elevene kan anvende matematikk for å skape endring i situasjoner (Kunnskapsdepartementet, 2019, s. 3). Duval (2006, s, 103) påpeker at oversettelse mellom forskjellige representasjoner av det samme fenomenet er nøkkelen i elevens læringsprosess og utvikling av forståelse i matematikk. Ved å arbeide med funksjoner kan elevene altså utvikle kognitive ferdigheter og abstrakte tenkemåter. Videre kan de også lære å behandle og oversette representasjoner av matematiske fenomener og oppleve utfordringer i matematikkfaget.

2.7.3 Utfordringer knyttet til funksjoner

Mange elever strever med å få en god forståelse av kunnskapsområdet funksjoner. TIMSS (Trends in International Mathematics and Science Study) måler elevenes kompetanser i matematikk og naturfag på 5. og 9. trinn (Utdanningsdirektoratet, 2023). TIMSS inkluderer temaet funksjoner i emneområdet algebra, og ifølge denne og andre undersøkelser oppnår ikke norske elever ønsket resultat på dette emneområdet (Arzarello et al., 2007, s.2; Gjøvik & Sikko, 2019, s. 2; Kaarstein et al., 2020, s. 18).



Figur 2: Nordiske prestasjoner i emneområdet Algebra (Kaarstein et al., 2020, s. 18).

Gjøvik og Sikko (2019, s. 5) og Nystuen (2021, s. 54) hevder at elevene ofte forstår funksjoner på en punktvis måte. Gjøvik og Sikko og Nystuen mener at utfordringene er knyttet til forståelse av sammenhengen mellom funksjoner og intervall. Selv om eleven noen ganger kan lese punktene til en funksjon har de har problemer for å forstå de forskjellige hovedrepresentasjonsformene til funksjoner, som kan være skriftlige eller muntlige situasjonsbeskrivelser, funksjonsuttrykk, tabeller, diagrammer og/eller grafer (Arzarello et al., 2007, s. 4). Evnen til å oversette mellom forskjellige representasjonsformer kan bidra til en mer helthetlig forståelse av begrepet funksjon, men oversettelsesprosessen mellom ulike representasjoner er kognitivt krevende for elevene (Duval, 2006, s. 127). Å bruke ulike representasjonsformer og bytte mellom dem bør være del av sosiomatematiske normer i matematikkundervisningen, der elevene kan løse matematikkoppgaver som er koblet til virkelighet ved hjelp av ulike representasjonsformer (Gjøvik & Sikko, 2019, s. 21).

I denne masteroppgaven undersøker jeg om oppgavene og aktivitetene til de tre digitale læremidlene gir et godt utgangspunkt for at elevene skal jobbe med utforskning og problemløsning på en slik måte at de oppnår en helhetlig forståelse av funksjoner.

3 Metode

I dette kapittelet redegjøres det for studiens metodiske tilnærming, vitenskapsteoretisk perspektiv, subjektivitet og jeg presenterer forsknings validitet og relabilitet.

3.1 Metodisk tilnærming

Forskningsdesignet som er benyttet i denne masteroppgaven beskriver strukturen og en detaljert plan for å gjennomføre forskningen (Krumsvik, 2013, s. 17). Formålet med studien lå til grunn for den metodiske tilnærmingen som jeg mente var som best for å undersøke studiens problemstilling: «Hvordan ivaretar 8. trinns digitale læremidlene utforskning i kunnskapsområdet *funksjoner*»?

3.1.1 Kvantitative og kvalitative metoder

Denne masteroppgaven har både kvantitative og kvalitative elementer. Kvantifisering beskrives ofte som grunnleggende i den menneskelige tankeprosessen og egner seg ofte til forskning. Likevel kan kvalitative metoder gi mulighet til en nærmere oppfatning av forskningsfelt (Tjora, 2010, s. 27). For denne forskningsprosessen har det hatt avgjørende konsekvenser å velge mellom kvantitative eller kvalitative metoder og dette har også påvirket resultatene (Krumsvik, 2017, s. 20. Den metodiske tilnærmingen i denne masteroppgaven er valgt for å skape best mulig forståelse av digitale læremidler og utforskning i tema funksjoner.

De kvalitative og de kvantitative forskningsdesignene har ulike kjennetegn og bruker forskjellige forskningstilnærminger. I lys av Krumsvik (2013, s. 74) og Tjora (2010; s. 37), som fremmer at en kombinasjon kan være fruktbar, har jeg valgt å kombinere dem. Når jeg begynte å jobbe med datamaterialet, så jeg at det kunne vært interessant å gjøre en liten komplementerende kvantitativ analyse. Formålet med denne relativt enkle kvantitative analysen var å få bredere kunnskap i temaet og for å innta et helhetlig perspektiv med et tredje forskningsspørsmål: I hvilken grad fokuserer de ulike tre digitale læremidlene på utforskning i henhold til tema *funksjoner* for 8. trinn? Selv om dette var tidkrevende ønsket jeg, i lys av Krumsvik (2013, s. 74) å tegne et mer presist virkelighetsbilde, å synliggjøre hvor representative de undersøkte egenskapene er.

3.1.2 Kvantitativ metode

Den kvantitative metoden er en metodisk forskningstilnærming som legger vekt på å samle og analysere data som kan kvantifiseres og presenteres på en numerisk måte. Nyeng (2012, s. 84) trekker fram at slike metoder krever struktur og et systematisk arbeid, ettersom det er vanlig at man bruker standardiserte spørreskjemaer eller observasjoner. Samlet datamateriale analyseres ved hjelp av statistikk. Denne studien bruker en kvantitativ metode for å besvare forskningsspørsmål 3. I dette tilfellet er de kvantitative dataene mengde av kodeord per oppgave i de tre digitale læremidlene og mengde av kodeord per tema. Avgjørelsen ble tatt fordi ved å bruke kvantitativ metode (Tjora, 2010, s. 26; Nyeng, 2012, s. 83) kunne jeg undersøke hvordan de tre ulike digitale læremidlene fokuserer på utforskning i henhold til tema *funksjoner* for 8. trinn.

3.1.3 Kvalitativ metode

I motsetning til kvantitative metoder, går kvalitative metoder mer i dybden. Å bruke en kvalitativ metode gir mulighet for å studere et forskningsfelt i sin helhet og å få med små detaljer (Krumsvik, 2013, s. 28). Kvalitative metoder krever et tett forhold mellom forskeren og forskningsfeltet som forklares videre i underkapittel 3.3 om *subjektivitet*. Kvalitative metoder er mer fleksible, og de gjør det naturlig å ta i bruk nye ideer gjennom forskningsprosessen. Bruk av ny informasjon eller veksle mellom forskjellige teorier er noe som ofte skje mens vi analyserer (Nyeng, 2012, s. 74). Fleksibiliteten egnet seg når jeg gjennomførte analyse av datamaterialet og jeg trengte å finjustere kodeordene eller temaene underveis.

Formålet med det kvalitative forskningsdesignet var å samle data som kan danne grunnlag for ny kunnskap om utforskning i temaet funksjoner, som i den hermeneutiske sirkelen (Nyeng, 2012, s. 48). Kvalitative metoder egner seg for å undersøke hva finnes fremfor hvor ofte man finner det. Oppsummeringsvis var det mange gode grunner for å bruke en kvalitativ metode som fleksibilitet, mulighet for å få dypere informasjon og innsikt i et avgrenset miljø.

3.2 Vitenskapsteoretisk perspektiv

Dette delkapittelet beskriver det teoretiske perspektivet og definerer rammer for forskningsprosessen. Det vitenskapsteoretiske perspektivet definerer måten dette forskningsprosjektet forstår virkeligheten på (Krumvisk, 2013, s. 57), og som nevnt tidligere er denne masteroppgaven forankret i sosialkonstruktivistisk vitenskapsteori. Dette har påvirket forskningsprosessen i alle ledd, fra forskningsspørsmål, til datainnsamling, analyse, resultater og ikke minst presentasjon av funn. Sosialkonstruktivisme peker på at forståelse skapes ved at sosiale individer aktivt deltar, handler og snakker sammen. Dette samsvarer med Tjora (2010, s. 31) som hevder at individets opplevelse av fenomener er det som skaper forståelse, individets fortolkning skaper kontinuerlig virkeligheten.

3.2.1 Hermeneutikk

Denne masteroppgaven bruker hermeneutikk som et verktøy for å fortolke og fremme forståelse. Hermeneutikk beskrives ofte som grunnmuren for forståelse av virkeligheten når man jobber med kvalitative metoder. Denne studien fortolker mening til datamaterialet som kan gi et utgangspunkt for å skape ny kunnskap (Anker, 2020, s. 50; Nyeng, 2012, s. 48). Når jeg analyserer datamaterialet, fortolker jeg for å forstå.

Det finnes tre sentrale faser i denne hermeneutiske prosessen. Den første fasen er forståelse som er en kontinuerlig sirkelbevegelse. Denne sirkelbevegelsen fremmer stadig ny forståelse med utgangspunkt i datamaterialet. I analysedelen var målet å forstå datamaterialet fra deler til helhet og fra helhet til de ulike delene. Datamaterialet, som sagt tidligere, baserte seg på alle oppgavene under temaet funksjoner i de tre digitale læremidlene. Disse oppgavene ble kodet og deretter gruppert i ulike temaer. Den andre fasen av den hermeneutiske sirkelen (Nyeng, 2012, s. 48) innebærer å tolke, og å kaste lys over diffust datamateriale som kan bidra til å fremme forståelse og tydeliggjøre elementer som overfladisk kan ses som uklart. Da det kodet datamaterialet ble systematisert var det mulig å undersøke det grundig og fortolke mønstre som oppsto. Den tredje fasen er anvendelsen av relevante forskningsresultater, som er et produkt av de to tidligere fasene, forståelse og tolkning (Anker, 2020, s. 51). Som anvendelse av resultater har jeg brukt relevante refleksjoner og den nye kunnskap jeg har fått om utforskning i disse tre digitale læremidlene.

Som forsker har jeg vært bevisst på at min teoretiske bakgrunn og forståelse påvirker meg i tolkningsarbeidet. Hermeneutikkens formål er å oppdage ny forståelse, ikke å forklare fenomenet (Krumsvik, 2013, s. 63). Denne masteroppgaven er rammet i kritisk hermeneutikk, der man prøver å sette pris på refleksjon om egne ubevisste fordommer. Ifølge Anker (2020, s. 51) kan en forsker som er bevisst sin egen forståelse fremme objektivitet. Dette har jeg forsøkt å etterstrebe gjennom hele prosessen ved å kontinuerlig reflektere rundt min tidligere tilnærming til disse digitale læremidlene, og hvordan min tidligere erfaring har påvirket valg jeg har tatt i denne studien.

3.3 Subjektivitet

I kvalitativ forskning leter forskeren etter ny kunnskap, ikke det definitive svaret, fordi virkeligheten er en subjektiv opplevelse (Nyeng, 2012, s. 86). Som kvalitativ forsker valgte jeg et tema, og gjennom analyse av forskningsmaterialet prøvde å skape ny forståelse av temaet. Når resultater fra forskningsprosessen ikke sammenhenger med forventninger, kan det være utfordrende. Dette var noe som skjedde da jeg ikke fant oppgaver i datamaterialet som kunne kvalifiseres som representative for hovedtema klassekultur. Da var jeg i tvil om jeg skulle fjerne tema klassekultur, men bestemte meg for å beholde tema og skrive om mangelen på denne oppgavetypen. Det ble gjort på bakgrunn av Anker (2020, s. 51) som fremmer at forskerens profesjonalitet er avgjørende for å oppnå troverdige fortolkninger fordi det er umulig å være helt objektiv.

Et annet element knyttet til subjektivitet, eller rettere sagt mulighet for objektivitet er forskerens kontinuerlige tolkning. Både Nyeng (2012 s. 50) og Tjora (2010, s. 278) skriver at tolkning ofte er ubevisst, og at forskerens forståelse er avgjørende for tolkningsprosessen. I hermeneutikken legges grunnlag for ny forståelse ved å tolke forskningsmaterialet og skape nytt materiale. Forskerens forståelse, forkunnskaper, verdier og fordommer påvirker vurdering av resultater. Forskerens subjektivitet kan ikke avverges, forskeren må ta ansvar for egen subjektivitet for å fremme kvalitet i hele forskningsprosessen. Dette er noe jeg har akseptert, selv om det var vanskelig fordi jeg ville tenke på meg selv som objektiv når jeg undersøke et fenomen. Men jeg har reflektert en del over forskerrollen og jeg tviler ikke nå at min egen erfaring som matematikklærer er grunnlagt for tolkningen av oppgaver. Jeg er mer kritisk enn læremiddel forfatter med tanke på utforskning i læreplanen.

4 Analyse

4.1 Dokumentanalyse

Som nevnt tidligere presenterer denne masteroppgaven analyse av tre digitale læremidler og resultater av denne i lys av et teoretisk rammeverk med utgangspunkt i Skovsmoses undersøkelseslandskap (delkapittel 2.4) og læreplanen i matematikk. Dokumentanalyse kan gjøres på ulike måter, men det handler om å undersøke dokumenter på en systematisk måte med formål om å finne relevant informasjon (Anker, 2020, s. 36; Krumsvik, 2013, s. 145). Man kan bruke både kvalitative og kvantitative metoder, eller slik som i denne oppgaven, begge deler.

Som tidligere nevnt ble datamaterialet kodet for å oppdage mulige utforskende kjennetegn i oppgavene til de tre digitale læremidlene. Neste steg gikk ut på å gruppere det kodede materialet med hjelp av bestemte temaer for å svare de to første forskningsspørsmålene og belyse problemstillingen (Braun & Clarke, 2006, s. 79). For å svare det tredje forskningsspørsmålet benytter denne masteroppgaven seg av en redusert kvantitativ analyse som innhenter data i dokumentet og behandler resultater fra et statistisk synspunkt (Nyeng, 2012, s. 83).

Tematisk analyse er en metode for å identifisere, analysere, finne og presentere mønstre i kvalitativt datamateriale. Kjennetegn til den tematiske analyse er teoretisk frihet og fleksibilitet. Braun & Clarke (2006, s. 79) påpeker at den teoretiske rammen og metodiske tilnærming må samsvare med forskerens mål, og at forskeren må være bevisst at de er forskerens egne avgjørelser som bestemmer parametere til analyse. Jeg har strukturert analyseprosessen i fire steg, basert Braun & Clarke (2006, s. 87) sitt skjema, for å identifisere mønstre og tema i datamaterialet. Jeg har brukt begrepet tema for å gruppere flere koder som henger sammen (Braun & Clarke, 2006, s. 87). Analyseprosessen ble delt i følgende steg:

- Å bli kjent med datamaterialet
- Koding
- Tematisering
- Resultater

Denne analysen starter med en forberedende fase som handler om å bli kjent med datamaterialet. Deretter fortsetter det med koding og tematisering som hovedprosesser. Etter tematisering er forskningsmaterialet klart for å vise funn og drøfting av resultater.

4.2 Å bli kjent med datamaterialet

Denne masteroppgaven presenterer en analyse av læremidler for 8. trinn, der alle oppgavene i tre digitale læremidlene ble analysert. Som beskrevet av Anker (2020, s. 11) er analyse et resultat av en tidkrevende prosess. I lys av Anker, har jeg derfor skrevet, tenkt og vurdert arbeidet mitt gjennom hele prosessen. Funnene har derfor ikke oppstått tilfeldig. Etter første runde av analyse gikk jeg gjennom teorien og læreplanen en gang til. Etter det ble datamaterialet gjennomgått på nytt. I begynnelsen tenkte jeg om å analysere hele tema funksjoner i de tre digitale læremidlene. Innholdet som teori, eksempler eller klasseaktiviteter virket også relevant. Men med utgangspunkt i problemstillingen ble det avgjørende å avgrense datamaterialet fordi det var for ressurskrevende å analysere en stor mengde av dokumenter. Siden formålet med studien var ikke generalisering av resultater, valgte jeg å kun analysere oppgavene (Nyeng, 2012, s. 121; Braun & Clarke, 2006, s. 87). Som Krumsvik (2013, s. 160) hevder, kjennetegnes kvalitative metoder av subjektivitet. Som forskeren måtte jeg velge og systematisere forskningsmaterialet og jeg trengte å være bevisst på de subjektive avgjørelse jeg tok.

Jeg har gjennomført en analyse av alle oppgaver fra funksjonskapitelet tilhørende 8.trinn i de tre digitale læremidlene. Læremidlene har forskjellige design som gjør at det å kode datamaterialet egnet seg for å standardisere og sammenligne de ulike oppgavene i de ulike læremidlene. Analysen ble gjort for å kunne svare på forskningsspørsmålene og belyse problemstillingen, med mål om å kunne vurdere om disse tre digitale læremidlene som jeg presenterer i neste delkapittel, dekker læreplanens krav om utforskning.

4.2.1 Campus Inkrement Matte 8

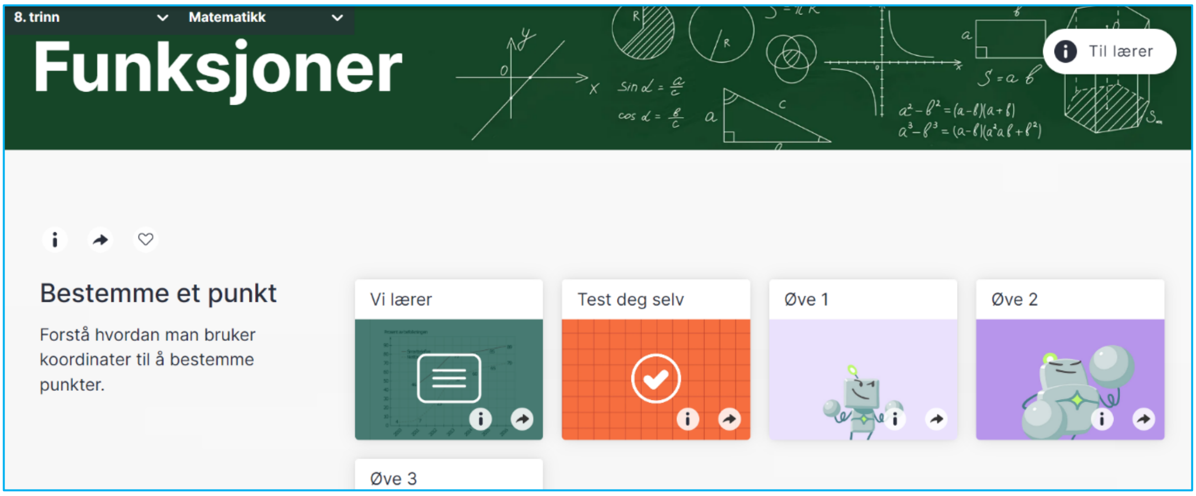
Campus Inkrement er «et læreverk i realfag til Kunnskapsløftet 2020 med vekt på dybdelæring og tilpasset opplæring» (Campus Inkrement, 2024). I Campus finner man Matte

8 - 10 og Naturfag 8 - 10. Campus Matte 8, inni Matte 8 – 10, inneholder teorigjennomganger, videoer, oppgaver, egenvurderinger, prøver, forslag til diskusjoner og klasseromsaktiviteter. Læreverkets presentasjon påpeker at det er basert på prinsippet om omvendt undervisning og at detaljert læringsdata er tilgjengelig for læreren (Campus Inkrement, 2024).

Campus Matte 8. er delt i fjorten kapitler, *Hele tall, Desimaltall, Regne med desimaltall, Regne med negative tall, Brøk, Potenser, Regne med potenser, Tall på standardform, Algebra, likninger, Funksjoner, Mål og måleenheter, Sammensatte måleenheter* og *Programmering.* Temaet funksjoner i Campus Matte 8. inneholder fem læringsdeler som heter «Koordinatsystemet», «Funksjoner», «Grafen til en funksjon», «Tegne grafer i GeoGebra» og «Funksjoner i hverdagen». De fem delene inneholder totalt 102 oppgaver. Alle oppgaver ble analysert og de 102 oppgavene ble kodet og inkludert i videre tematiseringsprosess.

4.2.2 Skolen Matematikk 8.

Skolen Matematikk 8. har en målsetning om å tilrettelegge for at «elevene skal utforske, argumentere, resonnere og løse problemer» (Cappelen Damm, 2024). De skriver også at de inviterer eleven til å utforske for å fremme dybdelæring i faget. Skolen Matematikk 8 er delt i fire kapitler, Tall og tallforståelse, Delelighet og brøk, Algebra og Funksjoner. Temaet funksjoner i Skolen er delt i seks læringsstier pluss en ekstra del: «Bestemme et punkt», «Koordinatsystem», «Koordinater som danner en graf», «Fra situasjon til funksjonsuttrykk», «Tegne grafer ved hjelp av funksjonsuttrykk», «Avlesing og tolking av diagrammer» og ekstra delen «Øv mer!» som inneholder varierte og oppsummerende oppgaver (Cappelen Damm, 2024). Hver av disse læringsstiene inneholder teori, videoer, eksempler, illustrasjoner og 157 nivådifferensierte oppgaver. Alle oppgavene i temaet ble analysert.



Figur 3: Skolen sin Forside (tema funksjoner)

4.2.3 Kikora 8.

Kikora 8. presenterer seg selv som ett utforskende interaktiv læremiddel i matematikk, der elevene kan oppleve dybdelæring (Kikora, 2024). Tema *funksjoner* i Kikora inneholder to deler, «5.1 Sammenhengen mellom x og f(x)» og «5.2 Funksjoner i Geogebra». I dette todelte temaet finner man en totalt av 240 oppgaver, som alle ble analysert

Del 1, «Sammenhengen mellom x og f(x)», er delt i syv områder som tilsvarer til (Kikora, 2024):

- Koordinatsystemet
- Funksjonsmaskiner
- Bruk funksjonsuttrykk
- Finn funksjonsuttrykk
- Finn og bruk funksjonsuttrykk
- Lese av grafer
- Formelen for lineære grafer

Del 2 inneholder fire forskjellige kunnskapsområder innen «Funksjoner i GeoGebra» (Kikora, 2024):

- Bli kjent med GeoGebra
- Tegn funksjoner i GeoGebra

- Løs oppgaver med GeoGebra
- Praktiske situasjoner

4.3 Koding

Koding er en sentral del av analyseprosessen og å analysere oppgavene må bidra til å belyse problemstillingen. Braun & Clarke (2006, s. 88) trekker fram at det er nødvendig å presisere hva man må lete etter når oppgavene undersøkes. Derfor blir kodeverktøyet etablert fordi for å analysere datamaterialet er det nødvendig å skape et analyseverktøy. Jeg benyttet meg av en induktiv tilnærming for å skape et kodeverktøy som kunne bidra til å identifisere ideer og mønstre i datamaterialet (Tjora, 2010, s. 218). Induktiv tematisk analyse følger en datadrevet prosess for koding der påvirkning fra teori er avgrenset (Braun & Clarke, 2006, s. 83; Tjora, 2010, s. 218). Jeg valgte en induktiv tilnærming til kodingsprosessen, noe som betyr at kodingsprosessen ikke har som formål å få datamaterialet til å passe inn i en forutbestemt teoretisk ramme, men heller fordi denne tilnærmingen kan støtte arbeidet med å finne mulige mønstre som eksisterer i datamaterialet.

Kodingsfasen var ikke overlatt til tilfeldigheter, men styrt av en strukturert plan. Første steg var å reflektere på forsknings formålet. Deretter lagde jeg en kodeordning som ble testet i datamaterialet. Med grunnlagt i denne innledende kodeordningen utviklet jeg en endelig kodeordning som ble brukt for å gjennomføre koding av datamaterialet.

4.3.1 Innledende kodingssystem

Målet i denne delfasen var å skape et kodingssystem som kunne brukes for å kode datamaterialet. Etter at jeg hadde blitt kjent med datamaterialet, noterte jeg et utvalg av ideer om innholdet i datamaterialet som inkluderte forklaringer om hvorfor de var viktige og interessante (Braun & Clarke, 2006, s. 88). Med mål om å identifisere nøkkelbegreper og mønstre i datamaterialet skapte jeg et kodeverktøy basert på hva som kjennetegner oppgaver som fremmer utforskning. Egenskaper og begreper som var identifisert ble brukt som kodeord for å markere datamateriale i kodingsfasen.

Denne innledende kodingsordningen ble brukt som et utgangspunkt for å kode en avgrenset del av datamaterialet. Målet med innledende kodingsordning var å teste den på en liten del av materialet. Jeg brukte den i de to første læringsstiene i Campus Matte 8. med formål om å oppdage mulige utfordringer eller manglede kodelapper. Opprinnelig kodeordning ble finjustert basert på erfaringene jeg fikk i pilottestingen.

4.3.2 Hovedkoden

Etter pilotkoden forsto jeg at jeg måtte forbedre noen kodeord. Resultat fra justering ble utviklet til hovedkoden. Kodeordene ble organisert i en matrise, fordi det egnet seg for å se alle kodene som en helhet og for å identifisere mønstre (Braun & Clarke, 2006, s. 89). Dette gjorde det lettere å se relasjoner, tematisere videre datamateriale og gi grunnlag for tolkning av resultatene. Alle oppgavene fra de tre digitale læremidlene i tema funksjoner ble analysert med hjelp av hovedkoden. Denne prosessen ble gjennomført på en systematisk måte for å finne egenskaper og mønstre i datamaterialet, som kunne belyse problemstillingen (Anker, 2020, s. 76; Braun & Clarke, 2006, s. 89). Gjennom prosessen beholdt jeg noen oppgaver i fokus for videre analyse, fordi de fremsto som gode eksempler for respektive kodeord.
De kodeordene vises i tabell 2:

Selvstendig læring	Forskjellige løsningsmetoder	Multistegproblem	Spørsmål for analytisk tenkning	Oppfordring til dypere tenkning	Ren matematikk	Samarbeid	Stimulerer nysgjerrighet
Refleksjon over løsningsprosessen	Ulike mulige tilnærminger	Kontinuerlig tilbakemelding	Oppmuntre bruk av andre ressurser,	Evaluere informasjon	Koblet til virkelige situasjoner		Engasjement
Selvevaluering	Åpent sluttprodukt	Oppmuntre til å generalisere	Integrere utforskende teknologi	Oppfordre til feilsøking	Oppgave med reell kontekst		Meningsfull oppgave
Gir rom for undring	Representasjon av matematiske begreper på forskjellige måte,	Oppmuntre til å søke etter mønstre	Legger vekt på anvendelse av matematikk	Spørsmål til dypere refleksjon			Motiverende
Gir rom for egen utforskning	Kreativ tenkning	Tverrfaglig tilnærming	Fremme bruk av diagrammer, grafer og andre visuelle hjelpemidler	Skape helhetlig forståelse			
	Åpne spørsmål	Variasjon	Illustrere matematiske begreper med visuelle hjelpemidler	Håndtere komplekse problemer			
	Spørsmål som krever utforskning	Sammenhenger med andre fag					

Tabell 2: Valgte kodeord.

Kodingsprosessen i denne masteroppgaven hadde en åpen tilnærming, noe som betyr at jeg prøvde å undersøke oppgavene med åpen fatning. Datamaterialet ble, som tidligere nevnt kodet nedenfra, en induktiv form for koding. Kodeverktøyet ble skapt fra materialet, men samtidig var basert i teoretiske begreper, de har ikke dukket opp fra datamaterialet (Anker, 2020, s. 78; Braun & Clarke, 2006, s. 80). Jeg er bevisst på at kodingen ble gjort på bakgrunn av teorien som jeg hadde lest før kodingsprosessen startet.

Formålet i kodingsprosessen var å få helhetlig oversikt om materialet, generere nye ideer og gjør materialet klart for tematisering (Tjora, 2010, s. 219). Kodingsfasen var utfordrende fordi datamaterialet inneholdt mange oppgaver, til sammen 499. Å jobbe systematisk og presist for å registrere hver viktig del av datamaterialet med sitt sammenhengende kodeord var krevende, noe som gjorde at jeg måtte jobbe strukturert over en lengre tidsperiode. Jeg vurderte å bruke noe digitalt verktøy som nVIVO, men egentlig ønsket jeg å studere og kode materialet selv.

Resultat av kodingsprosessen gjorde at mange oppgaver ble merket med flere kodeord. Dermed ble det nødvendig å organisere disse ulike kodene i større temaer. Detaljerte kjennetegn av tematiseringsprosessen beskrives i neste delkapittel.

4.4 Tematisering

Fortolking av datamaterialet krevde at det kodede datamaterialet ble organisert i forskjellige temaer. Braun & Clarke (2006, s. 82) definerer denne prosessen som tematisering. Med hensyn til masteroppgavens problemstilling benyttet jeg meg av en tematisk komparativ analyse på oppgavene i de tre digitale læremidlene. Tematiseringsdelen til analysen er basert Braun & Clarke (2006, s. 87) sitt skjema, som deler prosessen i seks steg: å gjøre seg kjent med datamaterialet, å danne innledende koder, søke etter temaer, gå gjennom temaer, definere og gi navn til temaer og produsere rapport. Jeg valgte å gruppere steg 4, 5 og steg 6. fordi de henger sammen og påvirker hverandre i stor grad. En kan definere *tema* som en gruppe av koder som har felles egenskaper. Tematisering innebærer å sortere de forskjellige kodene i de bestemte temaene (Anker, 2020, s. 76; Braun & Clarke, 2006, s. 82). Fordi datamaterialet er komplekst og mange oppgaver fikk flere koder, var det umulig å plassere oppgavene under ett enkelt tema. Jeg opplevde det som å være upresis eller forenkle virkeligheten for mye. Som forsker måtte jeg være bevisst på at plassering noen ganger kan gå imot en ekte representasjon av fenomenet.

4.4.1 Søke etter mulige temaer

Jeg leste gjennom kodene som ble resultat fra kodingsfase med formålet om å samle de ulike kodene til mulige opprinnelige temaer. Det ble starten på tematiseringsprosessen av det kodede datamaterialet for å skape struktur til analyse (Tjora, 2010, s. 229). En stor del av analysen var å bestemme relevante temaer og fylle disse temaene med meningsfulle kodeenheter. Målet var å få et komparativt bilde av de tre digitale læremidlene. Temaene er tett knyttet til oppgavens problemstilling og det var jeg som forsker som tok avgjørelse om hvilke temaer som skulle være med (Braun & Clarke, 2006, s. 82). Det var naturlig å etablere disse temaene på en deduktiv måte siden læreplanen i matematikk påpeker hvilke kompetanser elevene skal oppnå i matematikkfaget etter 8.trinn. Etter dette samlet jeg de ulike kodeordene som var funnet i kodingsprosessen ved å relatere dem til de teoriene som er inkluderte i teorirammeverket til denne studien. Målet var å sørge for at alle oppgavene ble analysert på en systematisk måte for å bidra til å belyse problemstillingen (Anker, 2020, s. 90; Braun & Clarke, 2006, s. 90).
Det ble etablert 6 temaer: *autoritet*, *multiløsning*, *mathemacy*, *kontekst*, *klassekultur* og *motivasjon*. Å finne felles trekk i noen av kodene var enkelt, og disse kodene var de første som var samlet som et tema. Andre koder var mer komplisert fordi de var vanskelige å få til å passe inn under temaene eller fordi de hadde egenskaper fra flere temaer. Det krevde at jeg måtte se gjennom kodene mange ganger før jeg ble fornøyd og kunne gruppere dem på en systematisk måte i noen få temaer med felles egenskaper (Tjora, 2010, s. 230).

4.4.2 Gjennomgang av temaene, definere dem og gi nytt navn ved behov

Etter at jeg bestemte meg for en pilot-set av temaer, var det avgjørende å sjekke om disse temaene egnet seg til kodeordene og til de kodede seksjonene fra datamaterialet. Det ga meg et tematisk kart over datamaterialet. Gjennom å koble funnene i datamaterialet med forskningsspørsmålene i lys av den teoretiske rammen, kunne jeg vurdere om de overordnede temaene egnet seg for å organiser kodene (Braun & Clarke, 2006, s. 84).

Noen oppgaver var særlig vanskelig å kode ettersom en oppgave kunne tilhøre flere kategorier. Å sette en merkelapp eller en kode ble derfor en form for grensesetting. Grenser mellom temaene var ikke lett å etablere, kriterier som ble brukt for å sette et tydelig skille var at temaene måtte være viktige, synlige og varige. Andre koder som var forventet, som for eksempel *klassekultur,* ble aldri funnet i kodingsprosessen. Som nevnt tidligere vurderte jeg å fjerne klassekultur som hovedtema. Kodegruppene etablerte grunnlagt for hvordan forskningen utviklet seg som temaer i analysedel (Tjora, 2010, s. 230). Samtidig ble det nødvendig fjerne noen koder, etter gjennomgang av temaene. Til slutt i tematiseringsfasen ble resten av kodene plassert i fem av de seks temaene. Tema *klassekultur* ble beholdt til tross for at det ikke var noen oppgaver som kunne plasseres der.

Kodene *refleksjon over løsningsprosessen, selv-evaluere, fremmer selvstendig læring, gir rom for undring* og *gir rom for egen utforskning* ble plassert i tema *autoritet*.

Kodene *forskjellige løsningsmetoder, ulike mulige tilnærminger, åpent sluttprodukt, representasjon av matematiske begreper på forskjellige måte, krever kreativ tenkning, åpent spørsmål, spørsmål som krever utforskning, multistegproblem, kontinuerlig tilbakemelding, oppmuntre til å generalisere* og *oppmuntre til å søke etter mønstre* ble plassert i tema *multiløsning*.

Kodene *spørsmål for analytisk tenkning, oppmuntre bruk av andre ressurser, integrere utforskende teknologi, legger vekt på anvendelse av matematikk, fremme bruk av diagrammer, grafer og andre visuelle hjelpemidler, illustrere matematiske begreper med visuelle hjelpemidler, oppfordrer til dypere tenkning, evaluere informasjon, oppfordre til feilsøking, spørsmål til dypere refleksjon, skape helthetlig forståelse* og *takle komplekse problemer* ble plassert i tema *mathemacy*.

Kodene *ren matematikk*, *semi-virkelighet* og *reell kontekst* ble plassert i tema *kontekst.*

Ingen segment til datamaterialet ble kodet med kodeord *samarbeid*, slikt at tema *klassekultur* ble tomt.

Det siste tema fikk navnet *kontrakt* og inneholder kodeord *oppgaver som stimulerer nysgjerrighet*, *engasjement*, *meningsfull*, og *motiverende*.

AUTORITET	MULTILØSNING				MATHEMACY			KONTEKST	KLASSEKULTUR	KONTRAKT
Selvstyret	Flere mulige løsninger	Åpne spørsmål	Prosessorientert	Variasjon	Matematisk kunnskap	Modellering	Kritisk tenkning og refleksjon	Kontekst	Matematikk klassekultur	Motivasjon
Refleksjon over løsningsprosessen	Forskjellige løsningsmetoder	Åpent spørsmål	Multistegproblem	Tverrfaglig tilnærming	Spørsmål for analytisk tenkning (modellering)	Oppmuntre bruk av andre ressurser	Oppfordrer til dypere tenkning	Ren matematikk	Samarbeid	Stimulerer nysgjerrighet
Selvevaluering	Ulike mulige tilnærminger	Spørsmål som krever utforskning	Kontinuerlig tilbakemelding	Variasjon		Integrere utforskende teknologi	Evaluere informasjon	Semi-virkelighet		Engasjement
Selvstendig læring	Åpent sluttprodukt	Kreativ tenkning	Oppmuntre til å generalisere			Legger vekt på anvendelse av matematikk	Oppfordre til feilsøking	reell kontekst		Meningsfull oppgave
Gir rom for undring	Representasjon av matematiske begreper på forskjellige måte (mathemacy)		Oppmuntre til å søke etter mønstre			Fremme bruk av diagrammer, grafer og andre visuelle hjelpemidler	Spørsmål til dypere refleksjon			Motiverende
Gir rom for egen utforskning						Illustrere matematiske begreper med visuelle hjelpemidler	Skape helthetlige forståelse			
							Håndtere komplekse problemer			

Tabell 3: De seks valgte temaene med sine kodeord.

For å organisere kodeordene, vurderte jeg om hvert kodeord kunne tilhøre ett eksisterende tema. Når dette ikke var mulig, ble ett nytt tema opprettet. Jeg leste gjennom temaene med tilhørende koder en gang til for å definere hvert tema med grunnlag i studiens teoretiske rammeverk og for å forandre temaenes navn der det var nødvendig (Braun & Clarke, 2006, s. 86; Tjora, 2010, s. 232). For eksempel ble *reell kontekst* forandret til *kontekst*, fordi kontekster kan ikke bare være reelle, de kan hente referanser fra ren matematikk eller semi-virkelighet.

5 Resultater

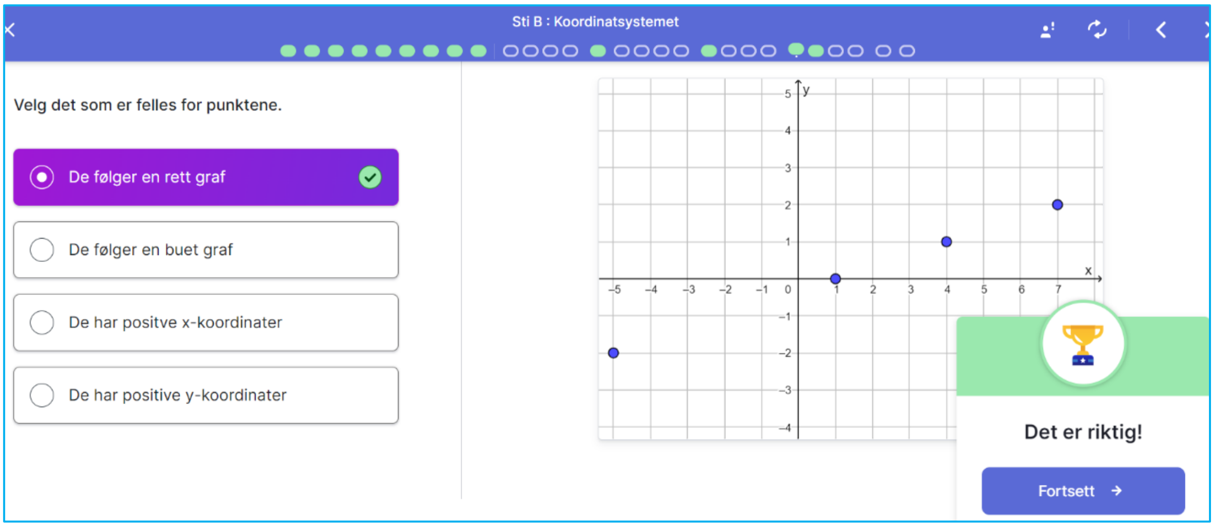
Dette kapittelet beskriver resultatene av analyseprosessen. Forskningsfunnene, kodede eksempler og tematiske relasjoner ses i lys av studiens forskningsspørsmål og det teoretiske rammeverket med formål om å besvare oppgavens problemstilling. Resultatene presenteres i tre delkapitler, et delkapittel for hvert forskningsspørsmål.

5.1 Forskningsspørsmål 1: Hvilke trekk kjennetegner oppgavene i disse tre læremidlene som utforskende?

For å besvare det første forskningsspørsmålet måtte jeg først og fremst finne ut av hvordan oppgavene i de tre digitale læremidlene, Kikora, Skolen og Campus legger opp til å fremme utforskning hos elevene. Temaene, der det kodede datamaterialet ble gruppert i fem temaer i analysen, tar utgangspunkt i teorirammeverket til denne studien. De ulike kodene ble organisert ifølge denne tematiske strukturen: *autoritet, multiløsning, mathemacy*, *kontekst*, *klassekultur* og *kontrakt*. Her viser jeg eksempler fra alle koder grupperte etter tema.

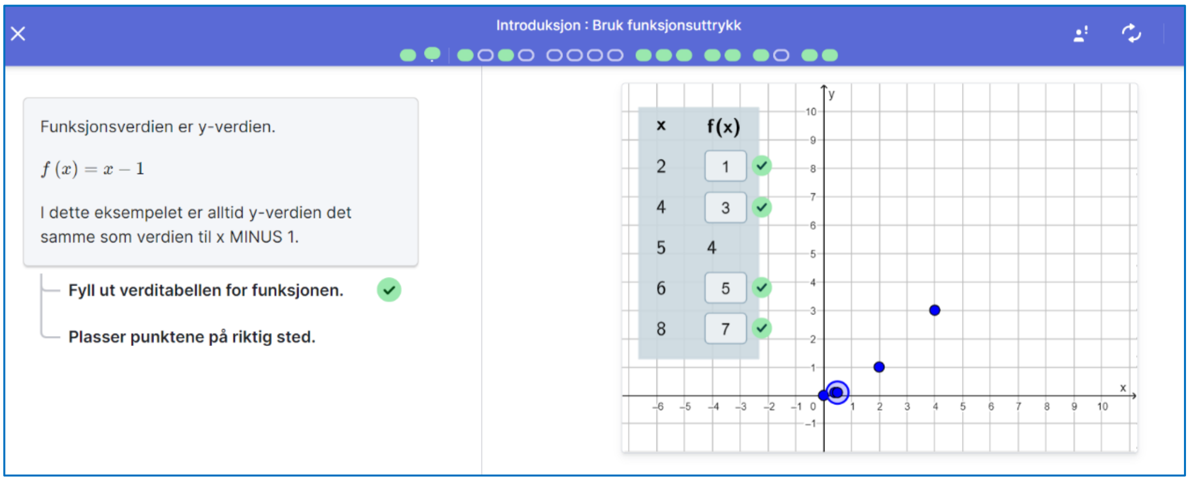
5.1.1 Autoritet

Oppgaver som faller inn under tema *autoritet* gjennom læringsprosessen er oppgaver der elevene oppfordres til å reflektere over løsningsprosessen, selv-evaluere, oppgaver som fremmer selvstendig læring, oppgaver som gir rom for undring og oppgaver som gir rom for egen utforskning. Når det gjelder *refleksjon over løsningsprosessen* er denne typen oppgaver tilgjengelige i alle tre læreverkene. I Oppgave 5 (5.1.1 Sti B) fra Kikora ble elevene bedt om å velge en egenskap som er felles for alle punktene. Dette er en oppgave hvor elevene kan reflektere over løsningsprosessen. Det finnes ulike strategier som elevene kan følge og det kan være lurt at de sammenligner de ulike punkter, og halvveis i prosessen reflekterer over den.



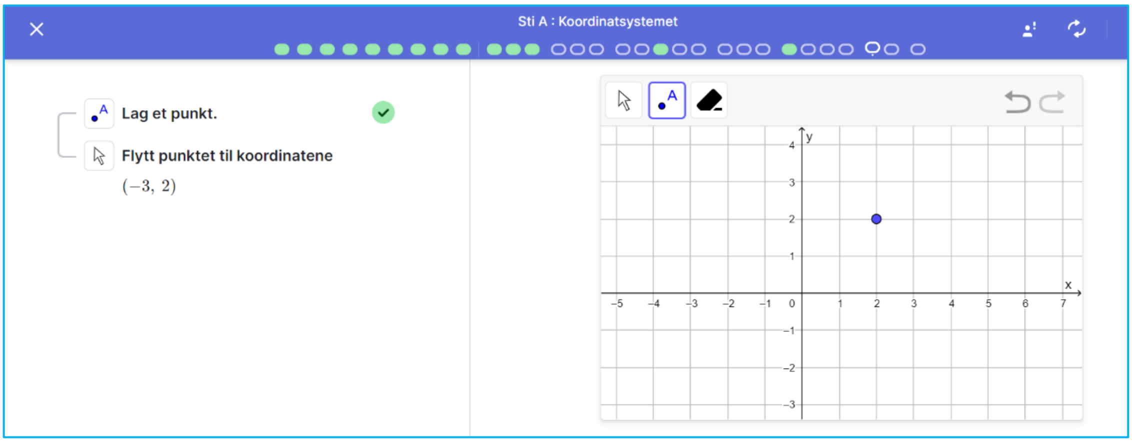
Figur 4: Oppgave 5 (5.1.1 Sti B) fra Kikora)

Med hensyn til *selv-evaluering* i oppgave 5 (5.1.3 Intro) fra Kikora, får elevene umiddelbart tilbakemelding på alle sine delsvar i oppgaven. Det kan bidra at elevene evaluerer tankeprosessen sin gjennom hele prosessen. Denne typen tilbakemelding som gis i oppgavene fra Kikora, skjer veldig raskt og for hvert steg i oppgaven.



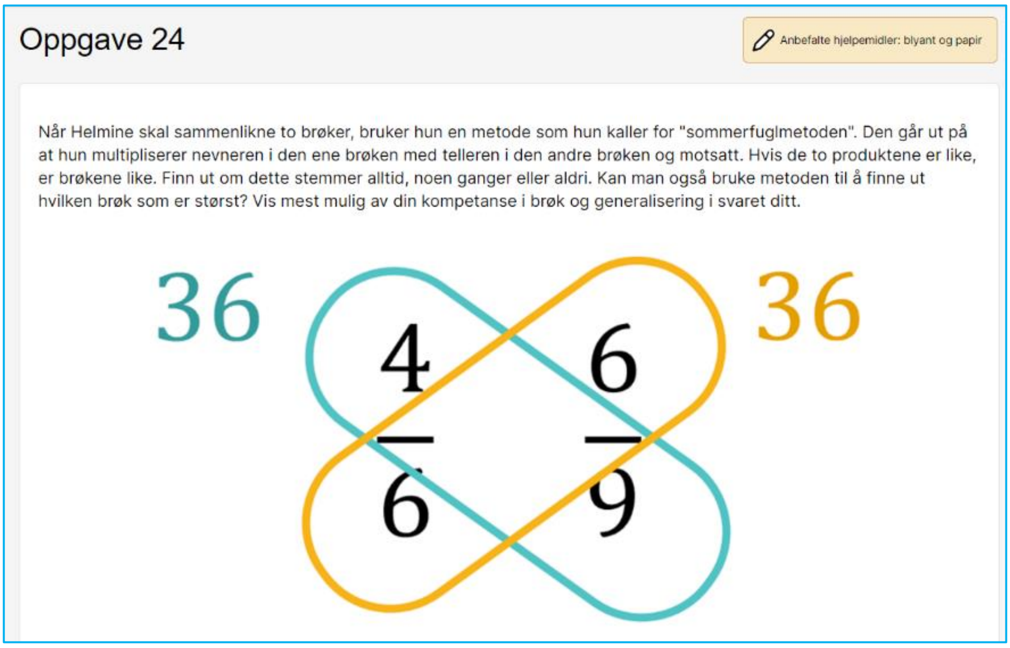
Figur 5: Oppgave 5 (5.1.3 intro) fra Kikora

Angående *selvstendig læring*, oppgave 6 (5.1.1 sti A) fra Kikora får elevene instruksjoner for å lage ett punkt og flytte til bestemte koordinater. Denne oppgaven tilrettelegger for at elevene jobber selvstendig med verktøyet, fordi elevene selv manipulerer alle variabler, får ikke flere delvis instruksjoner og de styrer prosessen med å selv velge hvilke punkter som brukes og sine posisjoner i koordinatsystemet.



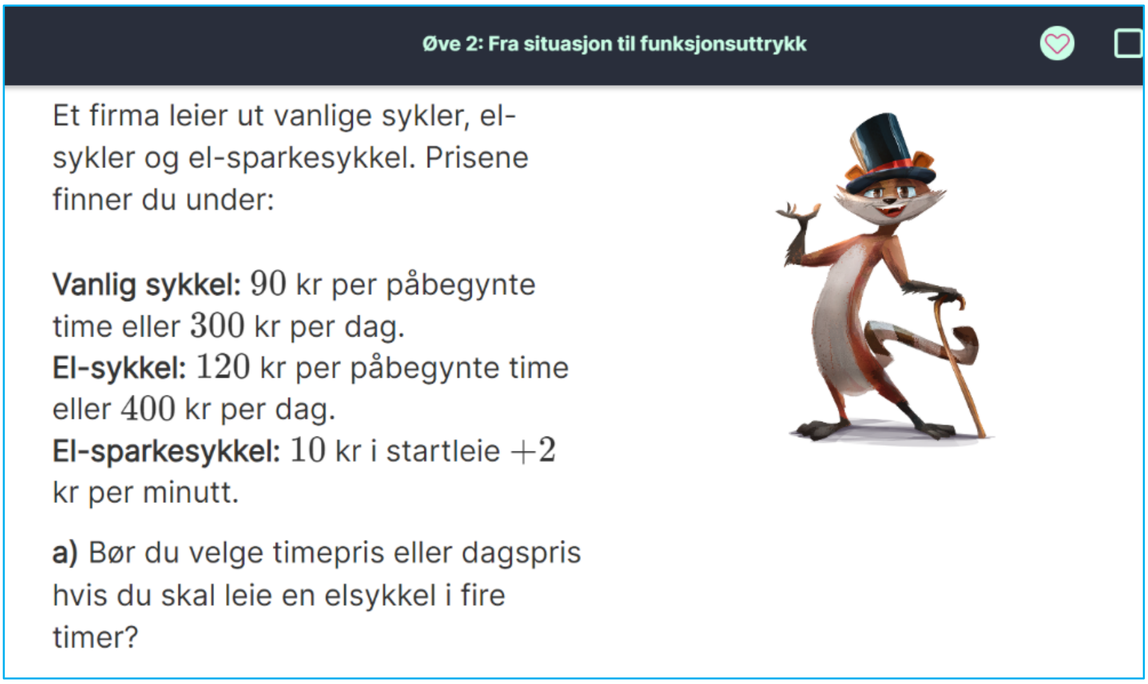
Figur 6: Oppgave 6 (5.1.1 sti A) fra Kikora

Når det gjelder kode *rom for undring* er oppgave 11.5.24 fra Campus et godt eksempel. Oppgaven stiller varierte spørsmål til elevene og muliggjør at elevene undre seg for å løse oppgaven. Elevene må sammenligne en brøk og bruke en teknikk som de kanskje ikke er vant til. De trenger å undersøke om sommerfuglmetoden alltid fungerer, fungerer noen ganger eller aldri fungerer for å sammenligne to brøker. Oppgaven sier «Vis mest mulig av din kompetanse i brøk og generalisering». I denne oppgaven kan elevene undre og utforske ulike matematiske begreper.



Figur 7: Oppgave 11.5.24 fra Campus.

Blant eksempler som gjelder oppgaver som *gir rom for egen utforskning* finner vi oppgave 4 (6.4 Øve 2) fra Skolen. Der skal elevene studere tre ulike muligheter og de kan bestemme selv hvordan de går frem for å finne ut om det er best å leie med dagspris eller for bare fire timer. Denne oppgaven tillater varierte tilnærminger, elevene kan selv velge og elevene styrer selv prosessen for å utforske mulige løsninger til oppgaven.

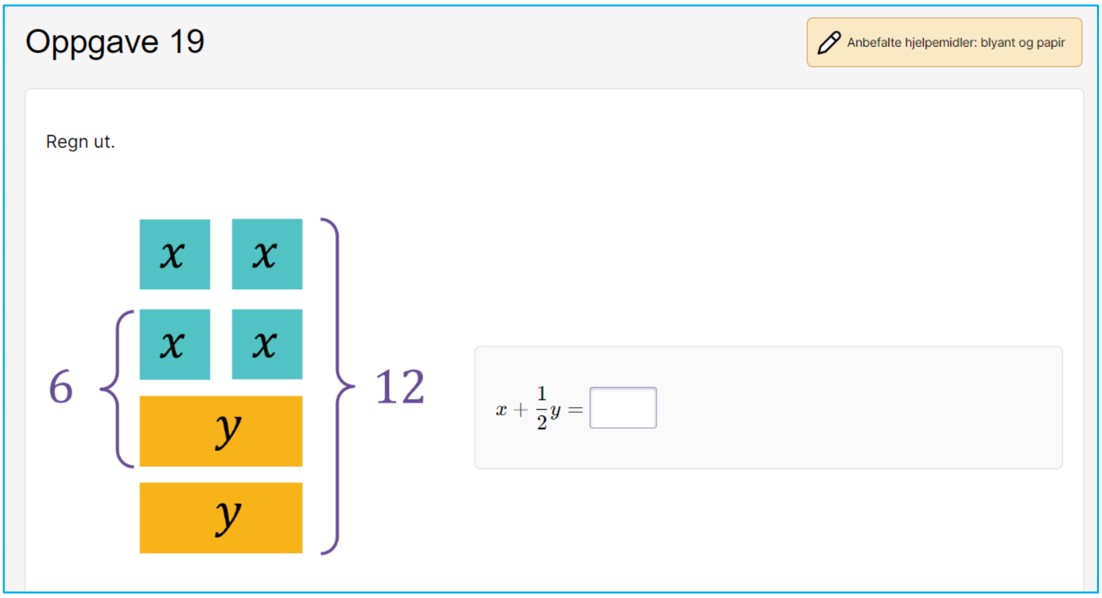


Figur 8: Oppgave 4 (6.4 Øve 2) fra Skolen.

5.1.2 Multiløsning

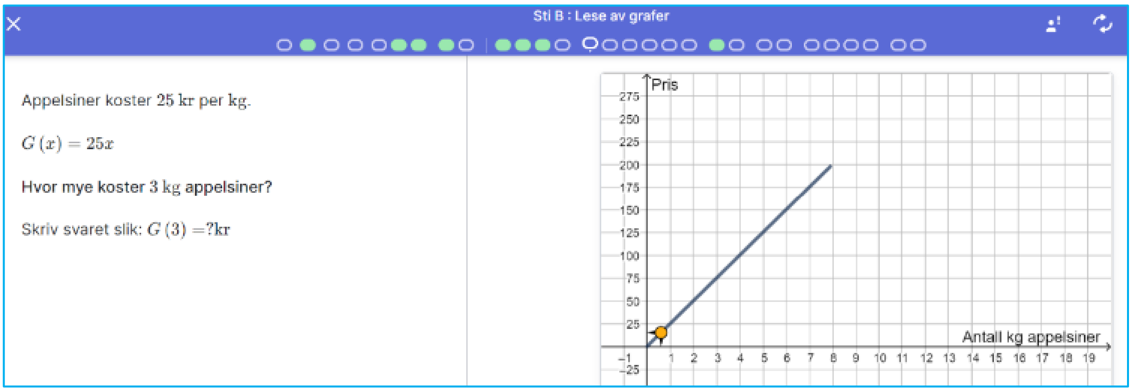
Tema *multiløsning* inneholder de tre undertemaene *flere mulige løsninger*, *åpne spørsmål* og *prosessorienterte oppgaver*. Når det gjelder undertemaet *oppgaver med flere mulige løsninger* inneholder temaet oppgaver som kan ha *forskjellige løsningsmetoder*, *ulike mulige tilnærminger*, *åpent sluttprodukt* og *representasjon av matematiske begreper på forskjellige måte*.

Oppgave 11.1.19 fra Campus er et eksempel på oppgaver med *mulige forskjellige løsningsmetoder*. I denne oppgaven må elevene regne ut og finne verdien til et algebraisk uttrykk, uten at oppgaven forteller hvordan. Elevene kan bruke visuelle strategier, regne ut det algebraiske uttrykket eller for eksempel prøve å gi ulike verdier til x og y til det får uttrykket til å stemme. Man kan altså løse oppgaven med å bruke ulike metoder.

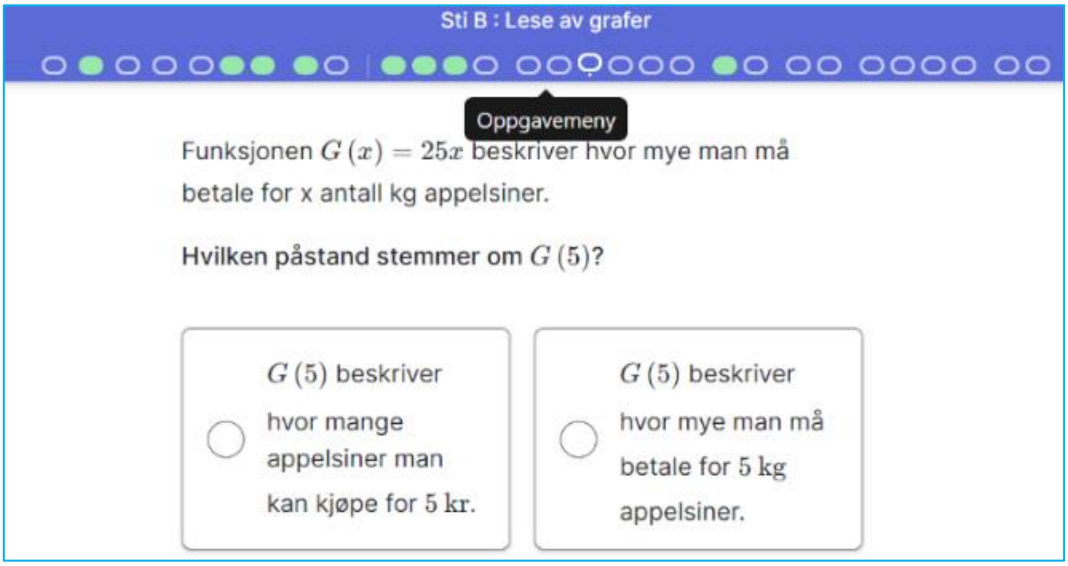


Figur 9: Oppgave 11.1.19 fra Campus.

Med hensyn til *ulike mulige tilnærminger* tilrettelegger oppgave 2 (5.1.6 Sti B) fra Kikora for at elevene lærer om funksjoner fra ulike synspunkter. De trenger å finne priser på tre kilogram appelsiner. I denne oppgaven kan elever studere relasjonen mellom variablene, tilnærme seg problemet grafisk, undersøke hva funksjonsuttrykket kan bety eller gi verdi til uavhengig variabel for å finne avhengig variabel. Oppgaven kan altså tilnærmes på ulike måter.



Figur 10: Oppgave 2.1 (5.1.6 Sti B) fra Kikora.

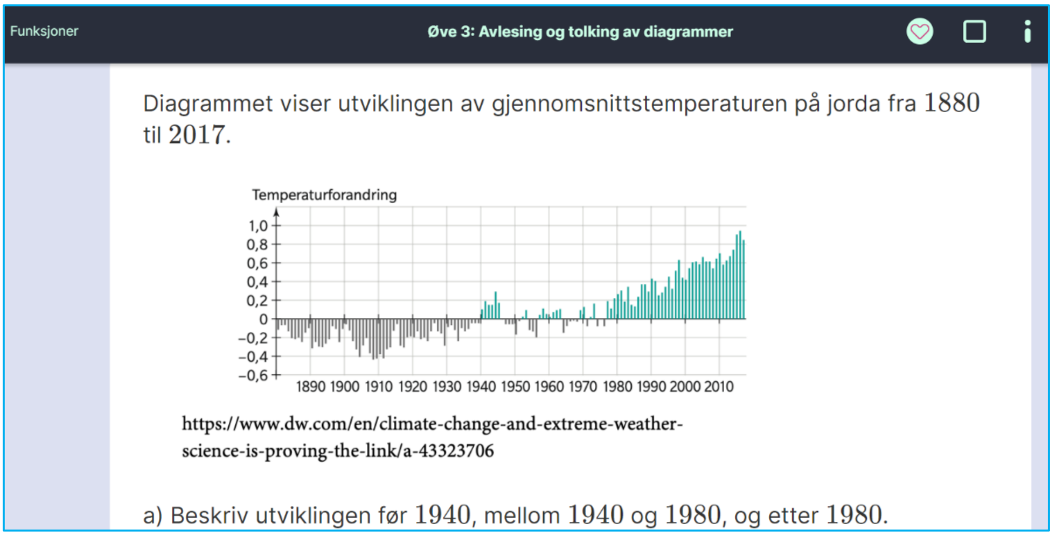


Figur 11: Oppgave 2.3 (5.1.6 Sti B) fra Kikora.

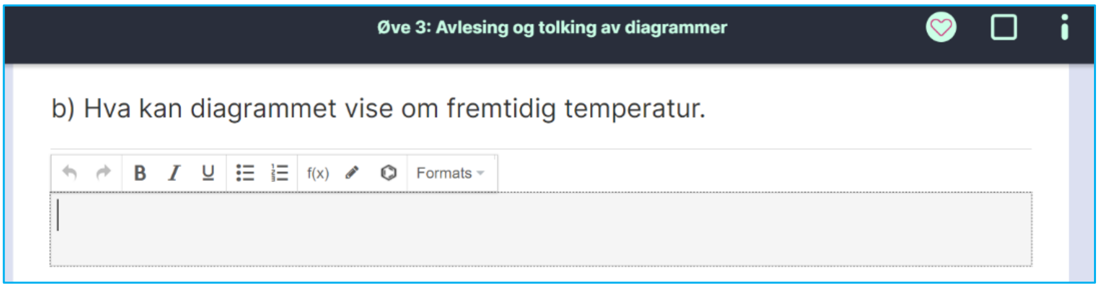
Figur 12: Oppgave 2.4 (5.1.6 Sti B) fra Kikora.

Figur 13: Oppgave 2.5 (5.1.6 Sti B) fra Kikora.

Som eksempel på kodeord *åpent sluttprodukt*, ber oppgave 6 (6.6 Øve3) fra Skolen om å beskrive utviklingen av gjennomsnittstemperaturen på jorda i noen bestemte år og fremover i tid. Spørsmålene, særlig del b, er udefinert for at mulighetene skal være åpne for at elevene kan produsere forskjellige sluttprodukter. De kan forklare det med tekst, ved å gi eksempler, ved å lage en tavle med verdier eller ved å tegne et diagram eller tegne forventet grafen til framtiden.

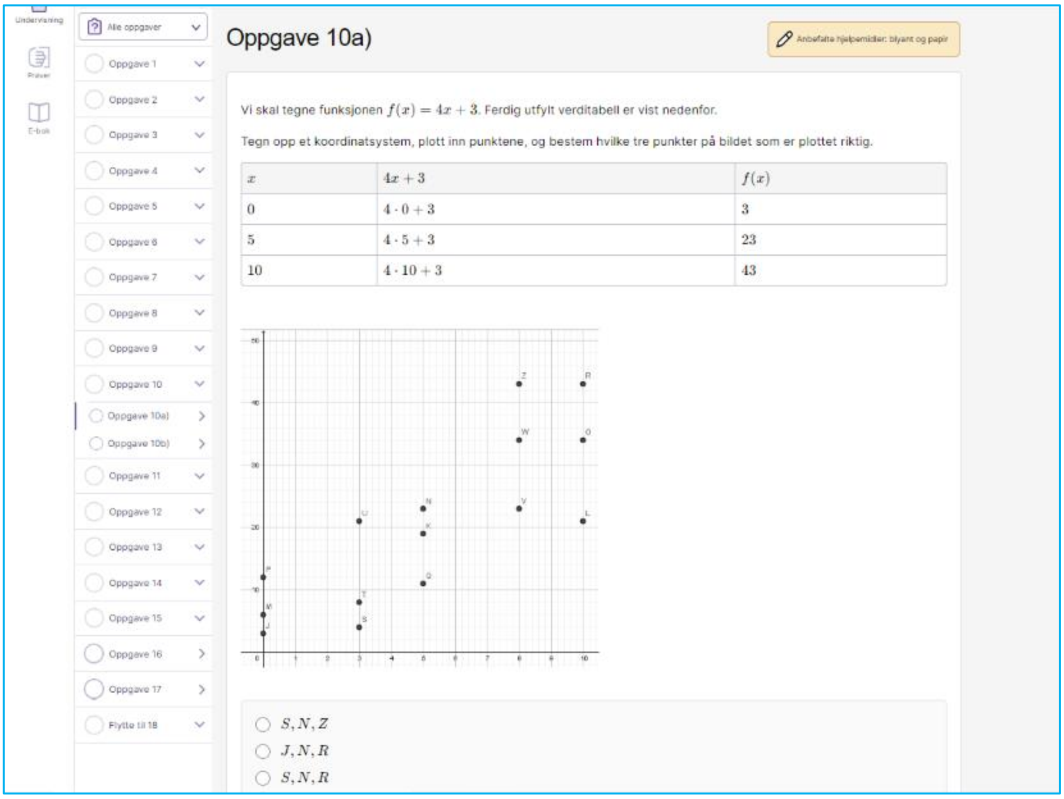


Figur 14: Oppgave 6.a (6.6 Øve3) fra Skolen.



Figur 15: Oppgave 6.b (6.6 Øve3) fra Skolen.

Kodeord *representasjon av matematiske begreper på forskjellige måter*, vises i oppgave 11.3.10 a) fra Campus. Oppgaven viser funksjonsuttrykket, verditabellen, og noen punkter og spør elevene om hvilke tre punkter på bildet som er riktige. Denne oppgaven viser begrepene funksjon og punkter som algebraiske uttrykk, tabell og i grafisk form.

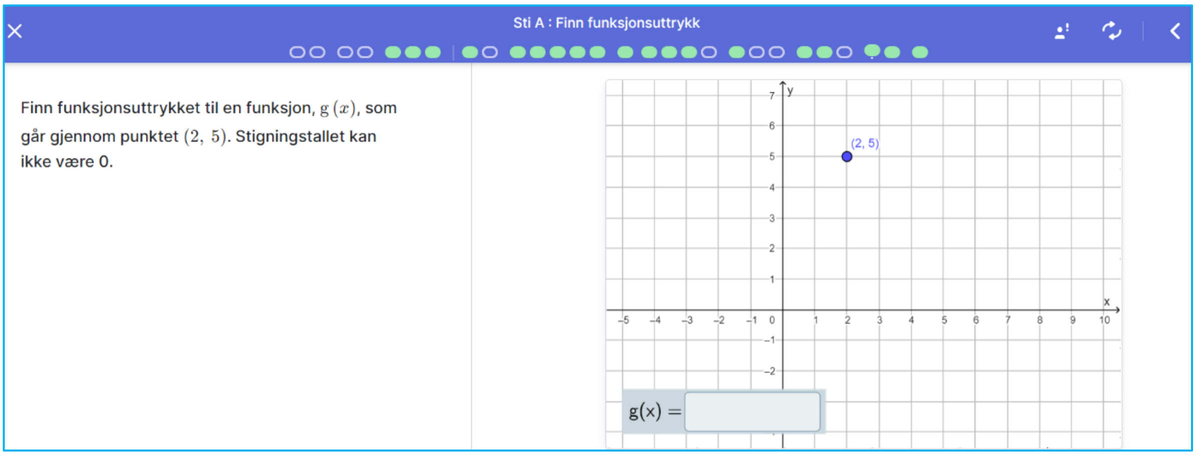


Figur 16: Oppgave 11.3.10 a) fra Campus

Undertema *åpne spørsmål* innebærer oppgaver som krever *kreativ tenkning*, stiller et *åpent spørsmål* eller *spørsmål som krever utforskning*. I oppgave 11.5.25 fra Campus trenger elevene å bruke kreativ tenkning. Elevene får ikke vite svaret umiddelbart på en intuitiv måte. De må selv tenke kreativt dersom hver graf kan ha forskjellige grunner for å ikke passe med resten.

Figur 17: Oppgave 11.5.25 fra Campus

Oppgave 7 (5.1.4 Sti A) fra Kikora er en type oppgave som stiller et *åpent spørsmål*, der elevene ble bedt til å finne et funksjonsuttrykk som går gjennom et bestemt punkt og det eneste kravet som settes er at stigningstallet ikke kan være 0. Ett åpent spørsmål kan presenteres på forskjellige måter, denne oppgaven ber ikke om en skriftlig forklaring. Samtidig er forventet resultatet er ikke avgrenset, det har bare en instruksjon. Elever kan manipulere grafen og flere løsninger er mulige, eller de kan skrive uttrykket til funksjonen først og da viser koordinatsystemet grafen.



Figur 18: Oppgave 7 (5.1.4 Sti A) fra Kikora

Angående *spørsmål som krever utforskning*, ber oppgave 5 (6.6 Øve 1) fra Skolen om at elevene svarer på blant annet hvor stor fangsten av makrellstørje var i et bestemt år. For å løse oppgaven er det nødvendig at eleven utforsker selve tabellen eller diagrammet grundig.

Øve 1: Avlesing og tolking av diagrammer

Diagrammet viser fangst av makrellstørje (tunfisk) utenfor norskekysten fra 1935 til 1990. Etter mange år med overfiske forsvant arten fra norskekysten, og arten er utrydningstruet på verdensbasis. Arten er nå på vei tilbake til norskekysten etter mange år med fiskeforbud.

År	1935	1940	1945	1950	1955	1960	1965	1970	1975	1980	1985	1990
Antall tonn	152	133	722	1712	10423	3280	1950	366	772	282	1	0

Et linjediagram av tabellen er vist under:

a) Omtrent hvor stor var fangsten av makrellstørje i 1955?

Figur 19: Oppgave 5.a (6.6 Øve 1) fra Skolen.

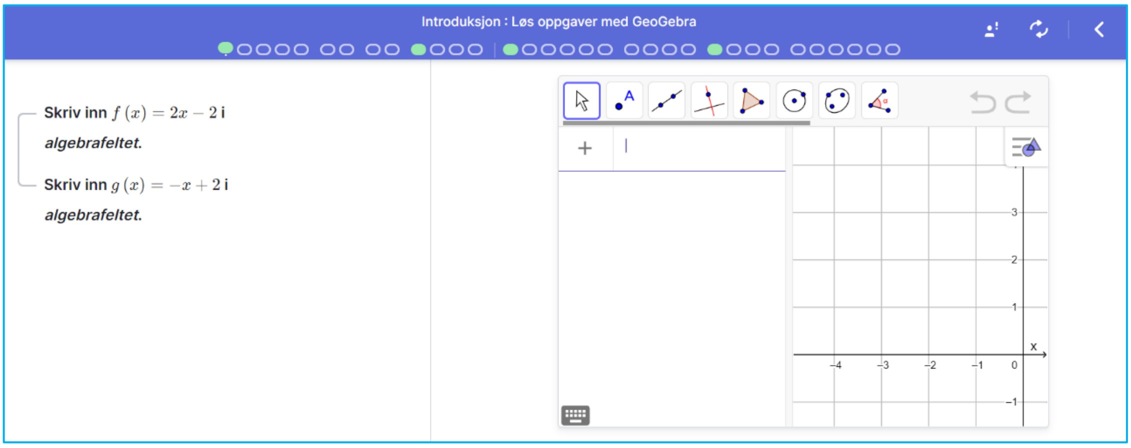
b) Hva skjedde med fangsten mellom 1955 og 1960?

Mellom 1955 og 1960 var det Velg i fangsten av makrellstørje.

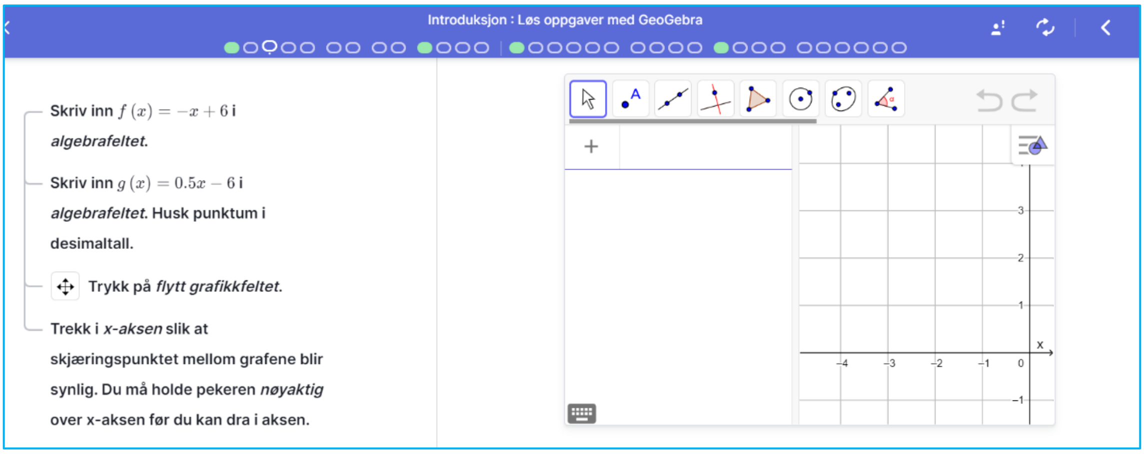
SJEKK TEORI LØSNING

Figur 20: Oppgave 5.b (6.6 Øve 1) fra Skolen.

Prosessorientert undertema er delt i *multistegproblem*, *kontinuerlig tilbakemelding*, *oppmuntre til å generalisere* og *oppmuntre til å søke etter mønstre*. I lys av kodeord *multistegproblem* inneholder oppgave 1 (5.2.3 Intro) fra Kikora fem ulike deler med mange små steg, som for eksempel del 5.1 som har to steg eller 5.3 som har fire ulike steg. I denne oppgaven må elevene løse hvert steg før de kan ta det neste steget.

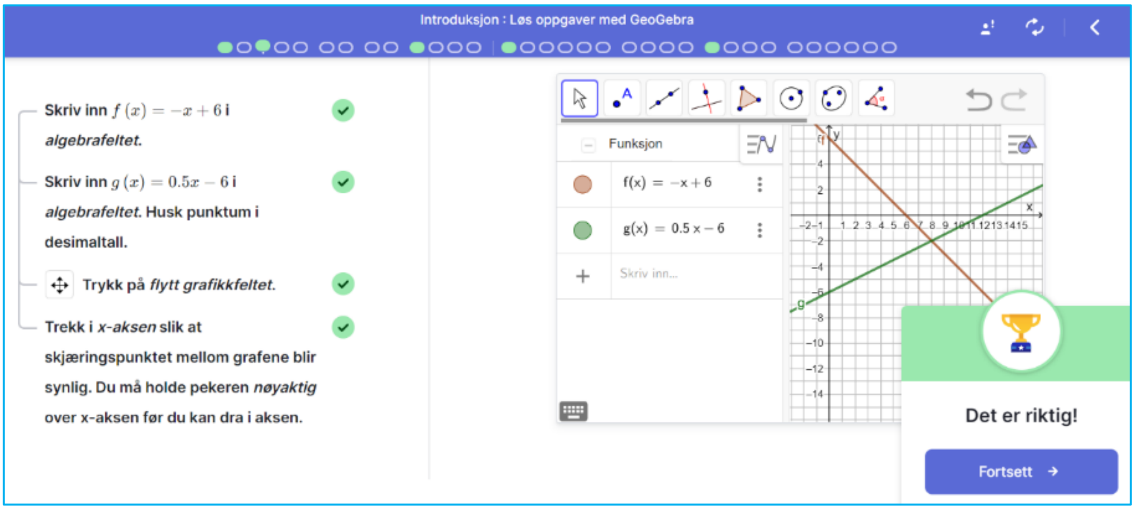


Figur 21: Oppgave 1.1 (5.2.3 Intro) fra Kikora



Figur 22: Oppgave 1.3 (5.2.3 Intro) fra Kikora

Når det gjelder *kontinuerlig tilbakemelding* ser vi at den samme oppgave 5.3 (5.2.3 Intro) fra Kikora gir automatisk og kontinuerlig tilbakemelding hver gang eleven løser et lite steg av en deloppgave (grønn ok-symbol til venstre) og hver gang som elevene er ferdig med å løse en deloppgave får de en pokal til høyre. Tilbakemelding kommer veldig raskt, noen ganger skjer det når parameterne manipuleres uten å være bevist at man har løst et steg i oppgaven.

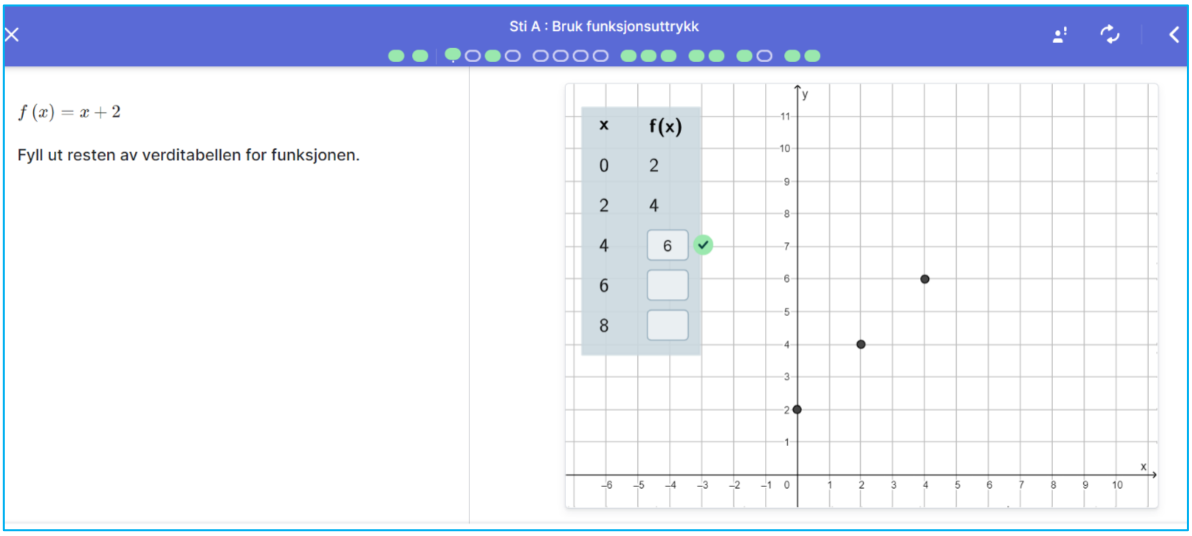


Figur 23: Oppgave 5.3 (5.2.3 Intro) fra Kikora

Når det gjelder kodeord *generalisering* ber oppgave 11.2.10 fra Campus elevene om å finne et funksjonsuttrykk for hvor mye det koster å kjøpe x flasker brus. Oppgaven krever at elevene generaliserer fra en konkret situasjon hvor Anastasia må betale 20 kr per flaske, for å så finne et funksjonsuttrykk som gjør det mulig å vite hvor mye Anastasia må betale til sammen avhengig av hvor mange flasker hun kjøper.

Figur 24: Oppgave 11.2.10 fra Campus

Oppgave 1 a) (5.1.3 Sti A) fra Kikora kan være et eksempel på en oppgave som *oppmuntrer til å søke etter mønstre*. Oppgaven ber elevene om fylle ut resten av verditabellen for et gitt funksjonsuttrykk og hver gang elevene skriver inn ett verdi til *f(x)* gir oppgaven positiv tilbakemelding og punktet vises i koordinatsystemet. Elevene oppmuntres til å søke etter mønstre med hensyn til funksjonsuttrykket og de to gitte punktene for å fylle ut resten av tabellen.

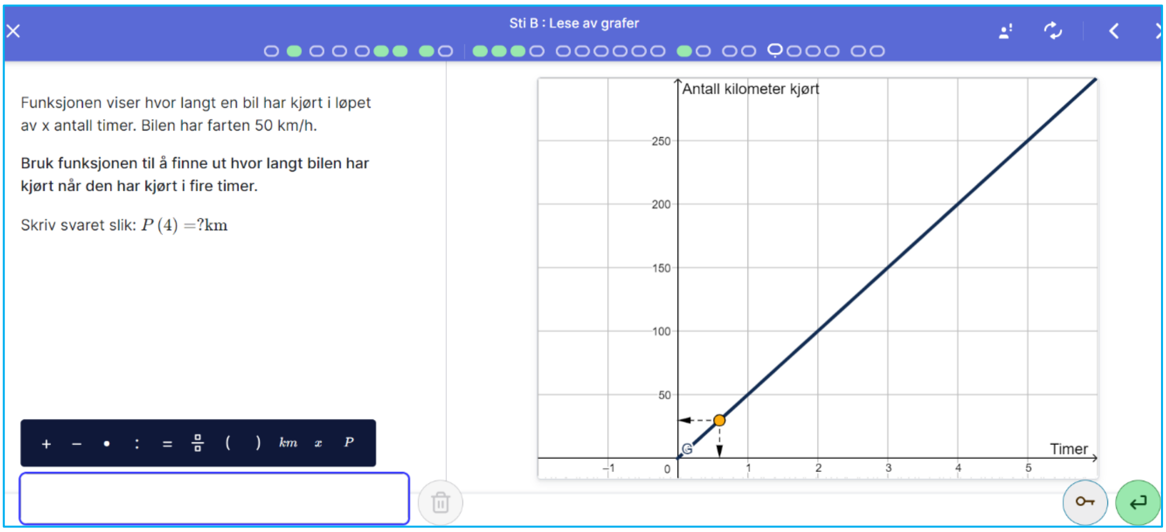


Figur 25: Oppgave 1 a) (5.1.3 Sti A) fra Kikora

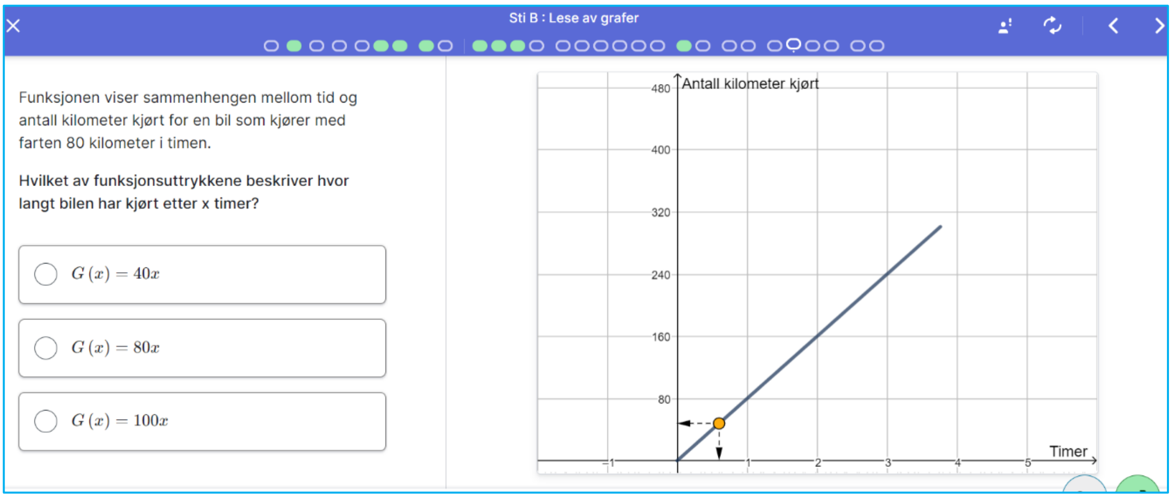
Undertema *variasjon* inneholder de to kodene *tverrfaglig tilnærming* og *variasjon*. Oppgave 3 (6.1 Øve 1) fra Skolen er et eksempel på en oppgave med en tverrfaglig tilnærming. I denne tverrfaglige oppgaven trenger elevene å lese og tolke et kart for å finne ut hvor et kulturelt sted er.

Figur 26: Oppgave 3 (6.1 Øve 1) fra Skolen.

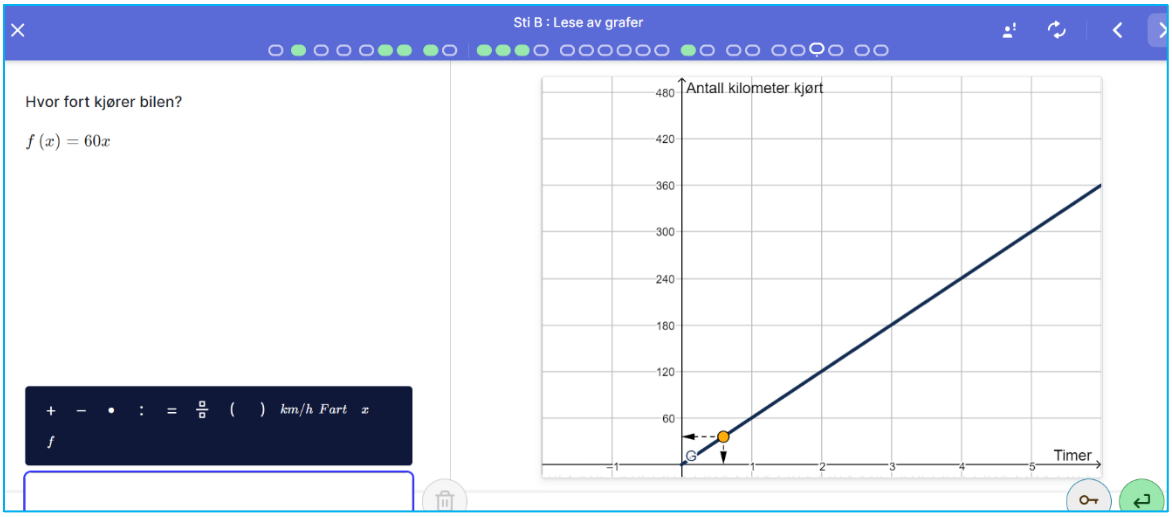
Når det gjelder variasjon viser de tre bildene nedenfor oppgave 5.1, 5.2 og 5.3 (5.1.4 Sti B) fra Kikora. Denne oppgaven viser grafen til en funksjon og spør hvor langt bilen har kjørt etter fire timer, hvilket er funksjonsuttrykk som viser hvor langt bilen har kjørt etter *x* timer og hvor fort bilen kjører. Oppgaven muliggjør at elevene kan utforske det samme fenomenet på forskjellige og varierte måter.



Figur 27: Oppgave 5.1 (5.1.4 Sti B) fra Kikora.



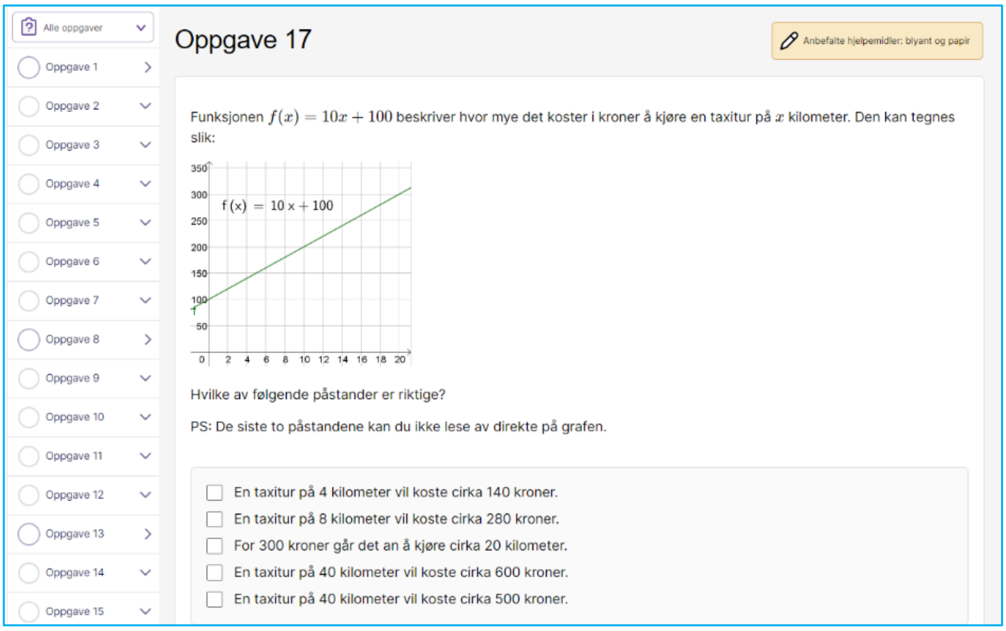
Figur 28: Oppgave 5.2 (5.1.4 Sti B) fra Kikora.



Figur 29: Oppgave 5.3 (5.1.4 Sti B) fra Kikora.

5.1.3 Mathemacy

Mathemacy er et hovedtema som er inndelt i de tre undertemaene *matematisk kunnskap*, *modellering* og *kritisk tenkning og refleksjon*. Når det gjelder undertema *matematisk kunnskap* finnes det bare en kode, *spørsmål for analytisk tenkning*. Oppgave 11.5.17 fra Campus formulerer uttrykket og grafen til en funksjon som viser hvor mye det koster å kjøre taxi i x kilometer. Deretter presenterer oppgaven noen påstander og spør om hvilke påstander som er riktige. Denne oppgaven krever at elevene leser grundig gjennom teksten, grafen og påstander og bruker analytisk tenkning for å finne løsningen.

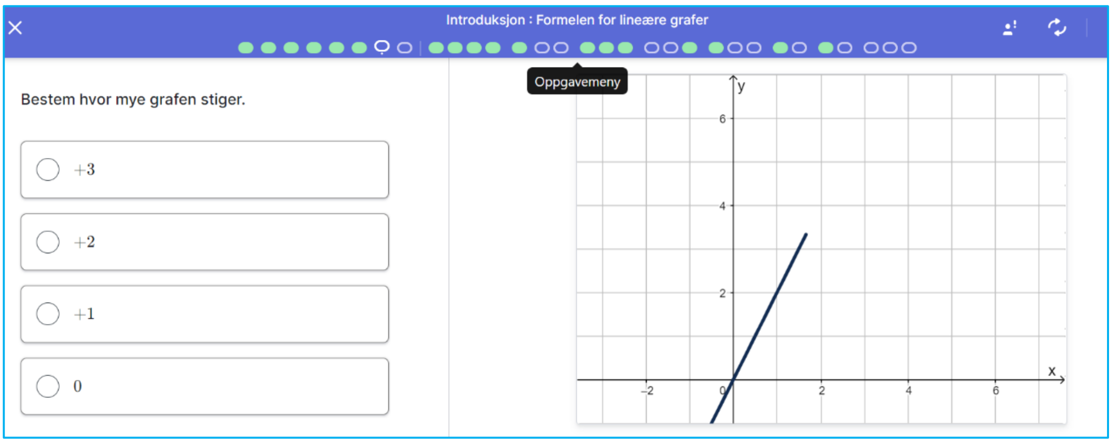


Figur 30: Oppgave 11.5.17 fra Campus.

Undertema *modellering* inneholder fem forskjellige kodeord: *oppmuntre bruk av andre ressurser*, *integrere utforskende teknologi*, *legger vekt på anvendelse av matematikk*, *fremme bruk av diagrammer, grafer og andre visuelle hjelpemidler*, og *illustrere matematiske begreper med visuelle hjelpemidler.* Blant eksempler som gjelder *oppmuntre bruk av andre ressurser* finner man oppgave 1 (6.2 Test deg selv) fra Skolen. Denne oppgaven ber elevene om å bruke et digitalt verktøy for å lage et punkt. Koordinatene til punktene er gitt, men oppgaven oppmuntrer elevene til å bruke andre ressurser for å representere det matematiske objektet.

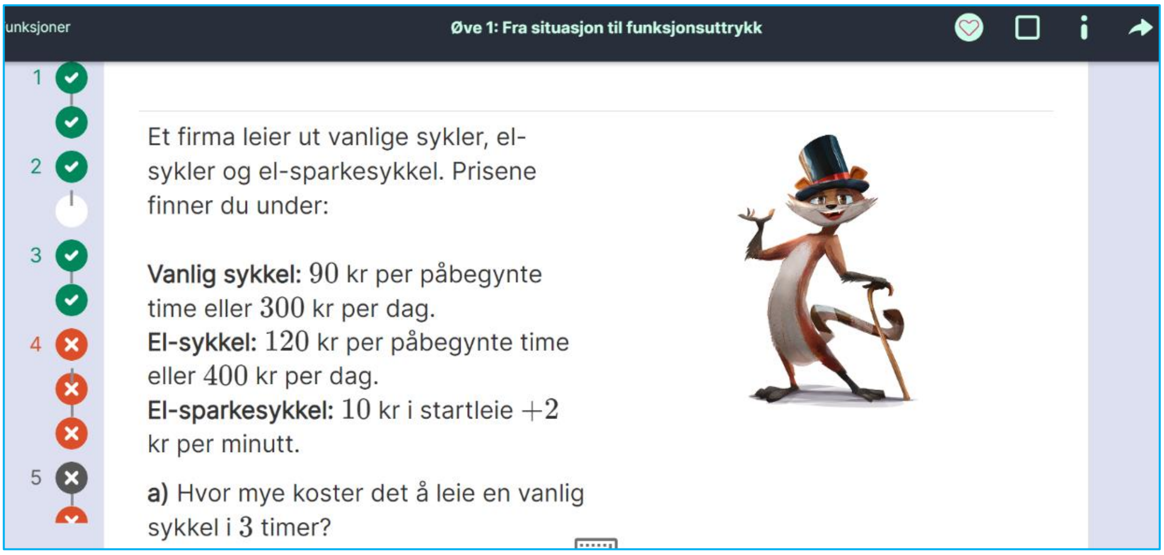
Figur 31: Oppgave 1 (6.2 Test deg selv) fra Skolen.

Oppgave 7 (5.1.7 Intro) fra Kikora *integrerer utforskende teknologi*. Når elevene opplever en dynamisk graf som utvikler seg, muliggjør det at elevene opplever den naturlig å benytte teknologi for å utforske stigningstallet til funksjonen.



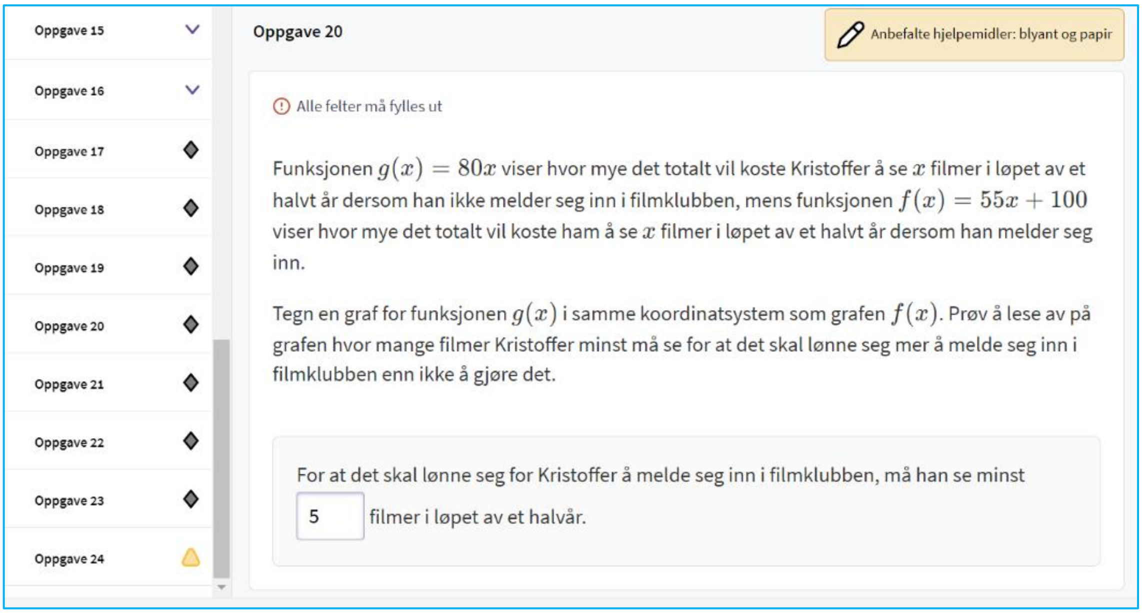
Figur 32: Oppgave 7 (5.1.7 Intro) fra Kikora

Oppgave 5 (6.3 Øve 1) fra Skolen legger vekt *på anvendelse av matematikk*. Denne oppgaven presenterer et firma som leier ut sykler, el-sykler og sparkesykler med ulike priser og spør elevene hvor mye de ulike tjenestene koster. Her får elevene mulighet til å øve på å bruke sin matematiske kunnskap for å sammenligne ulike muligheter og ta avgjørelse i hverdagslige situasjoner.



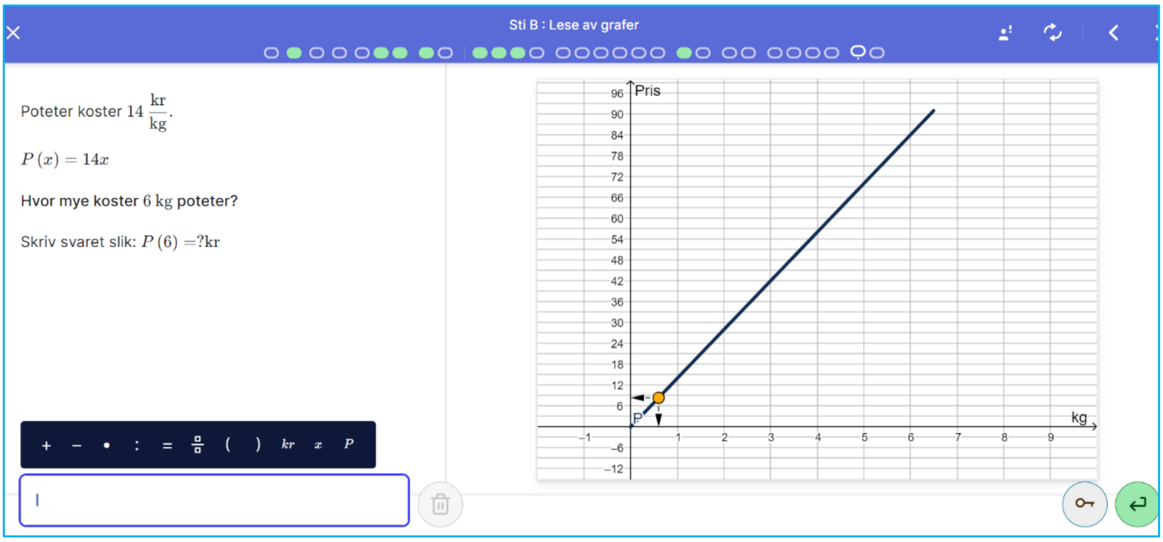
Figur 33: Oppgave 5 (6.3 Øve 1) fra Skolen.

Kodeord *fremme bruk av diagrammer, grafer og andre visuelle hjelpemidler* er satt på oppgave 11.5.20 fra Campus. Oppgaven ber elevene om å tegne en graf for to gitte funksjonsuttrykk og prøve å lese grafen. Oppgaven fremmer at elevene bruker visuelle hjelpemidler istedenfor å sammenligne funksjonsuttrykk for å finne ut hvor mange filmer man må se før det lønner seg å melde seg inn i filmklubben.



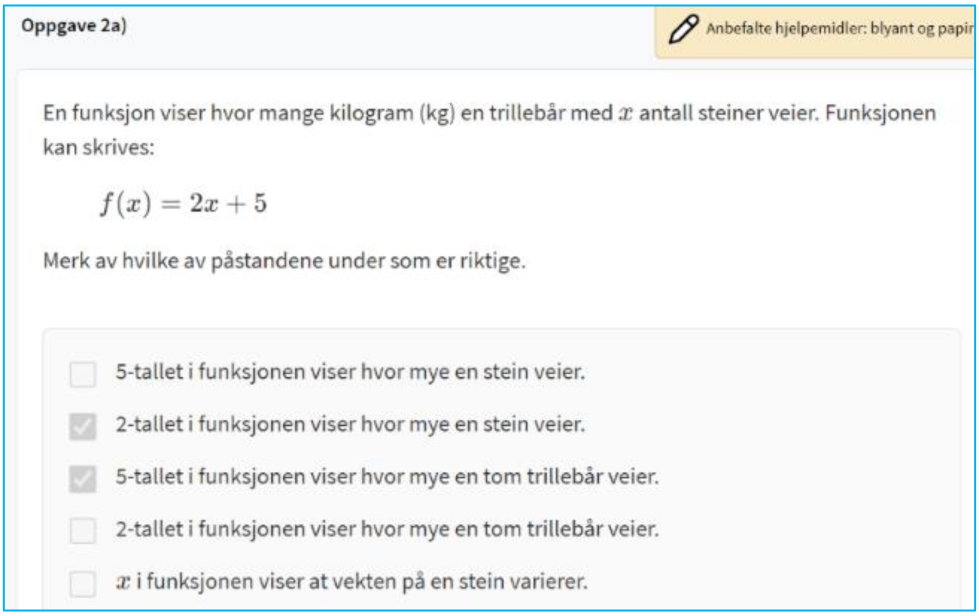
Figur 34: Oppgave 11.5.20 fra Campus

Oppgave 6.1 (5.1.4 Sti B) fra Kikora *bruker visuelle hjelpemidler for å illustrere matematiske begreper.* Elevene må jobbe med de samme matematiske begreper som tekst, algebraisk uttrykk og graf. Grafen til funksjon illustrerer hvor mye koster *x* kg av poteter.



Figur 35: Oppgave 6.1 (5.1.4 Sti B) fra Kikora

Undertema *kritisk tenkning og refleksjon* inneholder fire koder: *oppfordrer til dypere tenkning, evaluere informasjon, oppfordre til feilsøking* og *spørsmål til dypere refleksjon*. Oppgave 11.3.2 a) b) c) d) fra Campus *oppfordrer til dypere tenkning*, fordi den presenterer et funksjonsuttrykk som viser hvor mye en trillebår med *x* steiner veier. Å løse oppgaven krever mer enn overfladisk oppmerksomhet, fordi elevene må analysere funksjonsuttrykket, påstander og svare på ulike spørsmål som fremmer at de kan studere funksjonen på en dypere måte.


Oppgave 2a)

Anbefalte hjelpemidler: blyant og papir

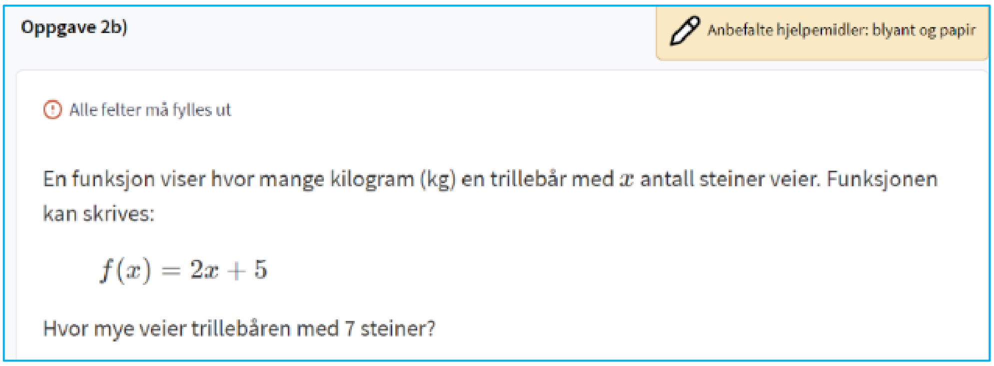
En funksjon viser hvor mange kilogram (kg) en trillebår med x antall steiner veier. Funksjonen kan skrives:

$$f(x) = 2x + 5$$

Merk av hvilke av påstandene under som er riktige.

- [ ] 5-tallet i funksjonen viser hvor mye en stein veier.
- [x] 2-tallet i funksjonen viser hvor mye en stein veier.
- [x] 5-tallet i funksjonen viser hvor mye en tom trillebår veier.
- [ ] 2-tallet i funksjonen viser hvor mye en tom trillebår veier.
- [ ] x i funksjonen viser at vekten på en stein varierer.

Figur 36: Oppgave 11.3.2 a) fra Campus.


Oppgave 2b)

Anbefalte hjelpemidler: blyant og papir

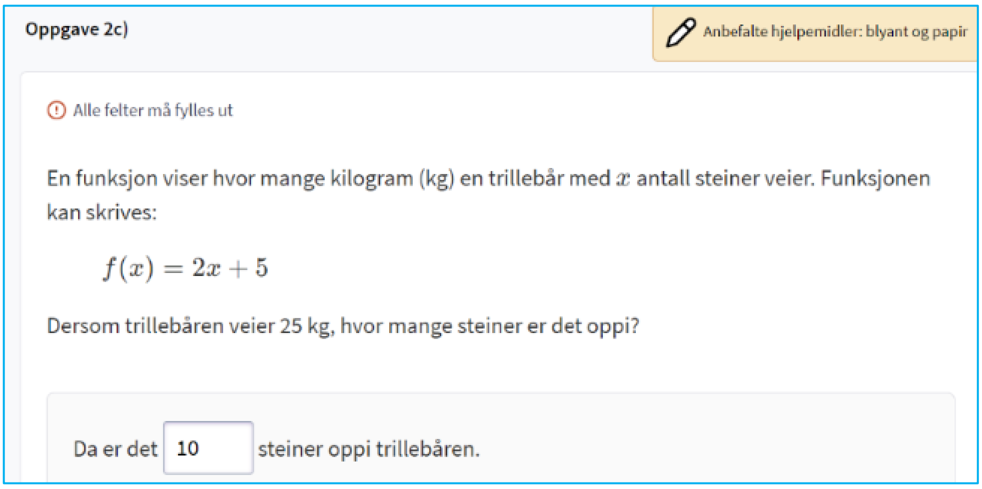
Alle felter må fylles ut

En funksjon viser hvor mange kilogram (kg) en trillebår med x antall steiner veier. Funksjonen kan skrives:

$$f(x) = 2x + 5$$

Hvor mye veier trillebåren med 7 steiner?

Figur 37: Oppgave 11.3.2 b) fra Campus.


Oppgave 2c)

Anbefalte hjelpemidler: blyant og papir

Alle felter må fylles ut

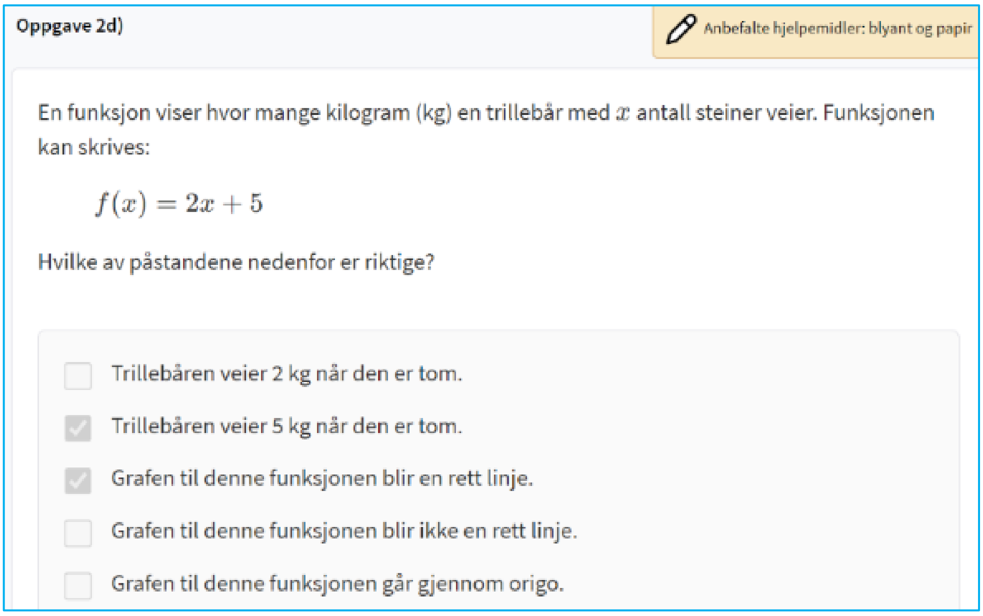
En funksjon viser hvor mange kilogram (kg) en trillebår med x antall steiner veier. Funksjonen kan skrives:

$$f(x) = 2x + 5$$

Dersom trillebåren veier 25 kg, hvor mange steiner er det oppi?

Da er det 10 steiner oppi trillebåren.

Figur 38: Oppgave 11.3.2 c) fra Campus.


Oppgave 2d)

Anbefalte hjelpemidler: blyant og papir

En funksjon viser hvor mange kilogram (kg) en trillebår med x antall steiner veier. Funksjonen kan skrives:

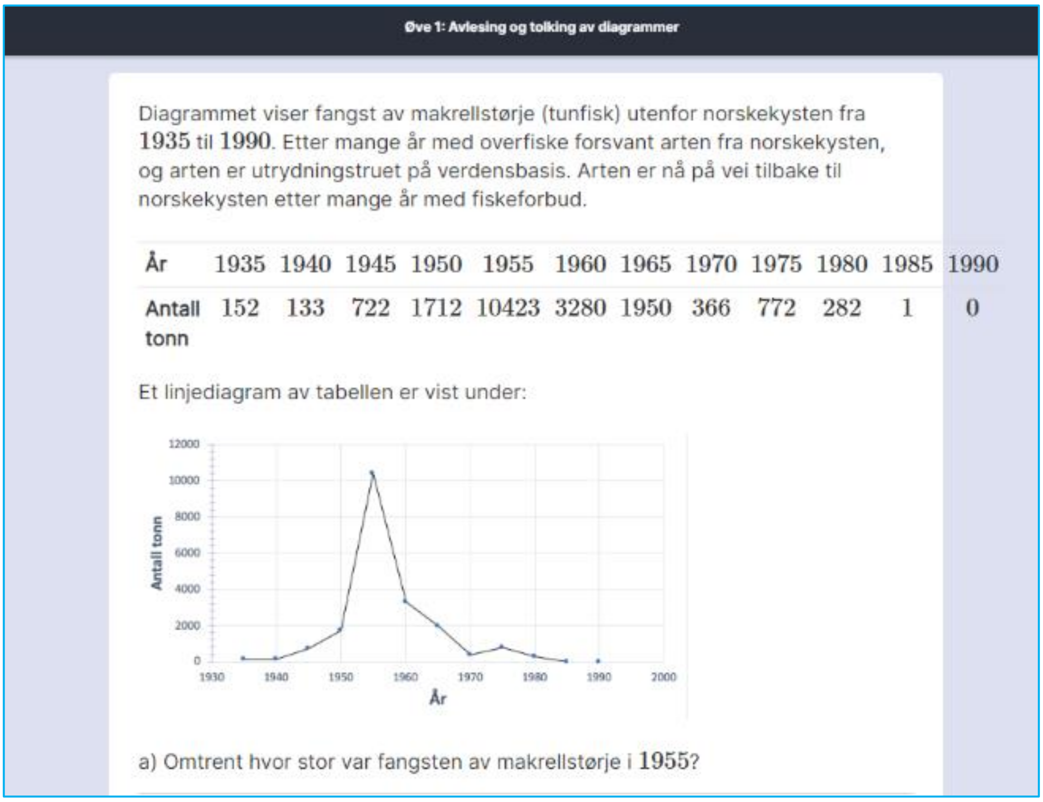
$$f(x) = 2x + 5$$

Hvilke av påstandene nedenfor er riktige?

- [ ] Trillebåren veier 2 kg når den er tom.
- [x] Trillebåren veier 5 kg når den er tom.
- [x] Grafen til denne funksjonen blir en rett linje.
- [ ] Grafen til denne funksjonen blir ikke en rett linje.
- [ ] Grafen til denne funksjonen går gjennom origo.

Figur 39: Oppgave 11.3.2 d) fra Campus.

I oppgave 5 (6.6 Øve 1) fra Skolen er det nødvendig at elevene *evaluere informasjon* fra tekst, tabell og diagram. Teksten, tabellen og diagrammet presenterer fangst av tunfisk i en bestemt periode. Elever trenger å analysere gitt fakta i oppgaven nøye, identifisere relevant informasjon og tolke grafen for å finne svaret.


Øve 1: Avlesing og tolking av diagrammer

Diagrammet viser fangst av makrellstørje (tunfisk) utenfor norskekysten fra 1935 til 1990. Etter mange år med overfiske forsvant arten fra norskekysten, og arten er utrydningstruet på verdensbasis. Arten er nå på vei tilbake til norskekysten etter mange år med fiskeforbud.

År	1935	1940	1945	1950	1955	1960	1965	1970	1975	1980	1985	1990
Antall tonn	152	133	722	1712	10423	3280	1950	366	772	282	1	0

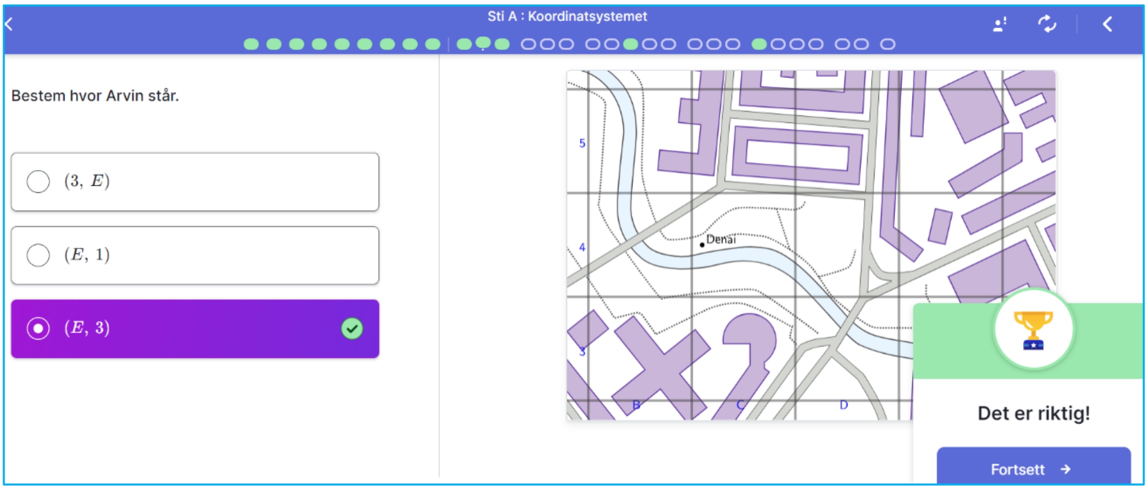
Et linjediagram av tabellen er vist under:

a) Omtrent hvor stor var fangsten av makrellstørje i 1955?

Figur 40: Oppgave 5 a) (6.6 Øve 1) fra Skolen.

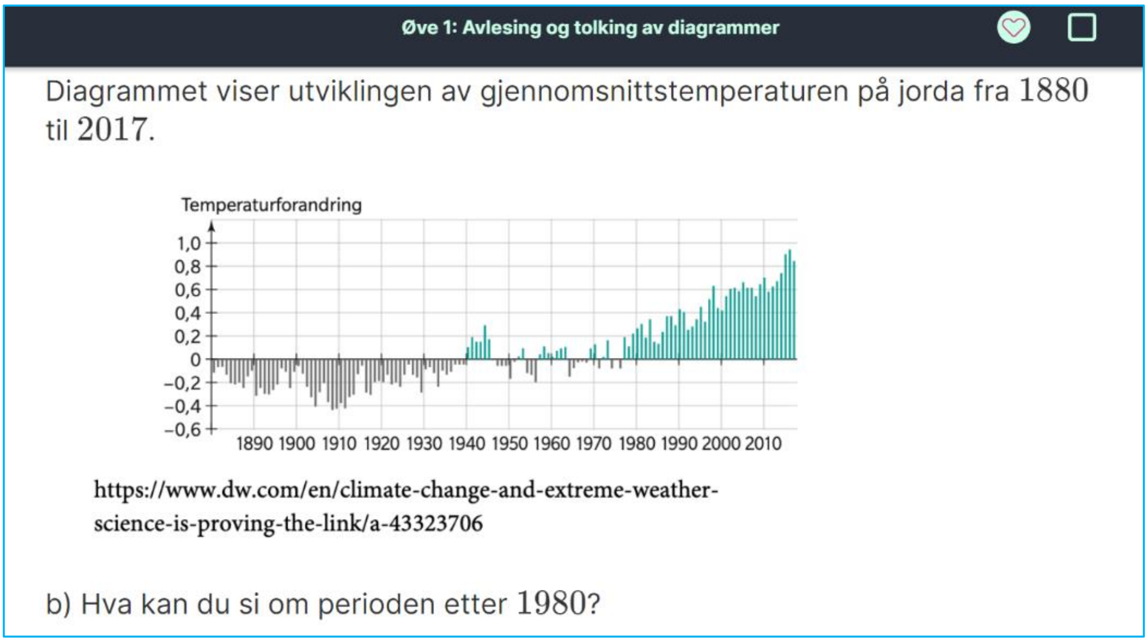
Figur 41: Oppgave 5 b) (6.6 Øve 1) fra Skolen.

Med henblikk på kodeord *feilsøking* oppfordrer oppgave 1 (5.1 Sti A) fra Kikora elevene til å finne ut av hvor en markert person befinner seg på et kart. For å løse oppgaven er det nødvendig å sjekke hvilke av de tre mulige valgene som er feil eller riktig.



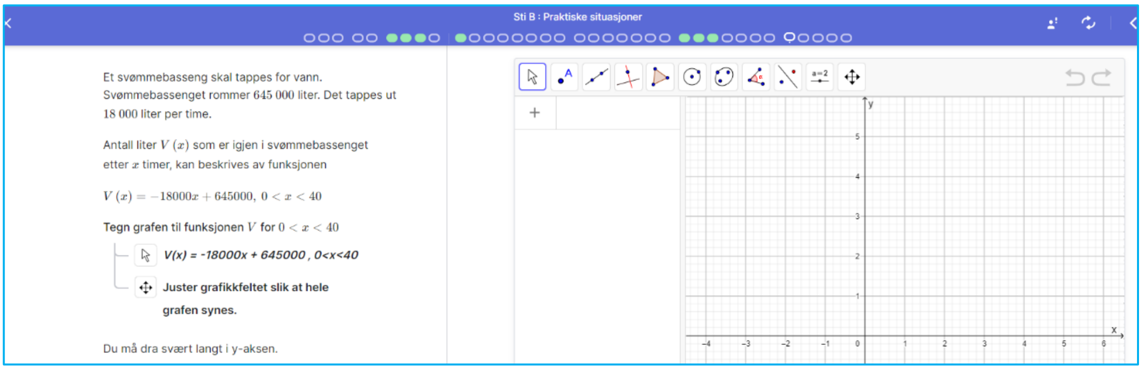
Figur 42: Oppgave 1 (5.1 Sti A) fra Kikora

Oppgave 6 b) (6.6 Øve 1) fra Skolen stiller *spørsmål som krever dypere refleksjon*. Oppgaven presenterer et diagram med utviklingen av gjennomsnittstemperaturen i en bestemt periode. Det forventes at elevene beskriver hva som skjedde i perioden, samtidig som det også kreves at de analyserer informasjon på en grundig måte. Videre må elevene også identifisere relevante fakta og reflektere rundt mulige årsaker og om fremtidens utvikling.

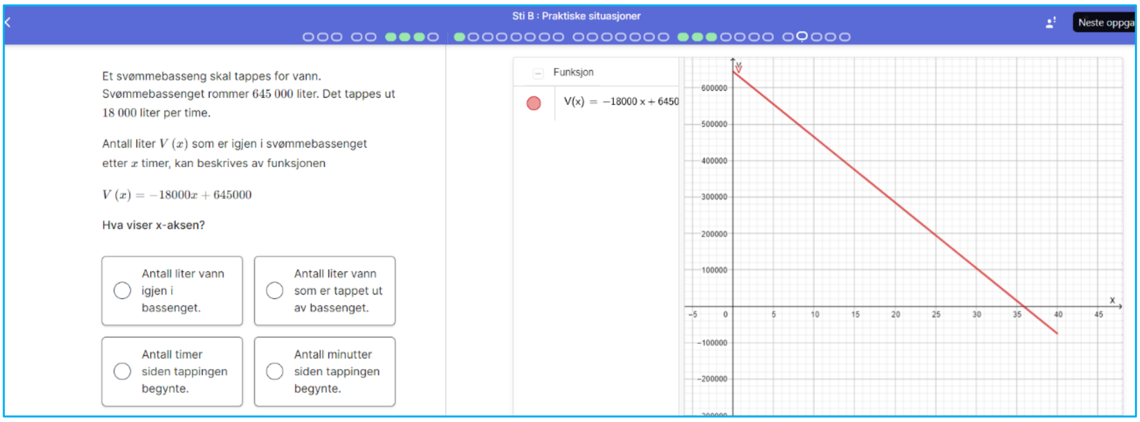


Figur 43: Oppgave 6b) (6.6 Øve 1) fra Skolen.

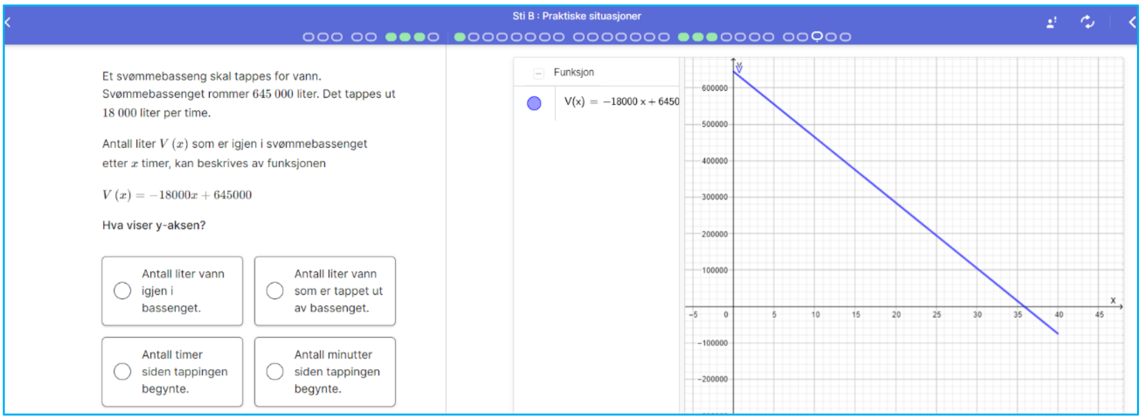
Kodeord *skape helthetlig forståelse* er representert i oppgave 4, i sine fem deler 4.1, 4.2, 4.3, 4.4 og 4.5 (5.2.4 Sti B) fra Kikora. Denne oppgaven presenterer ett funksjonsuttrykk som viser hvor mange liter som er igjen i et svømmebasseng etter *x* timer. Oppgaven ber elevene om å tegne grafen til funksjonen inn i avgrensende verdier for *x* og justere grafen slikt at hele grafen blir synlig. Deretter må elevene svar på hva som viser x-aksen og y-aksen, hvor mange timer det tar for at det er 285000 liter igjen i svømmebassenget og hvor mange timer det tar for at dette svømmebassenget er tomt. Dette er en veldig komplett oppgave som kan hjelpe elevene til å skape helthetlig forståelse av situasjonen.



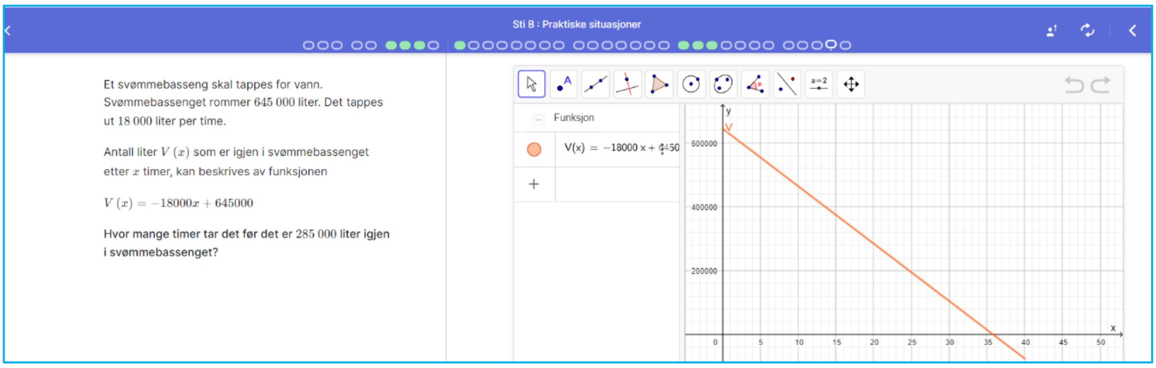
Figur 44: Oppgave 4.1 (5.2.4 Sti B) fra Kikora.



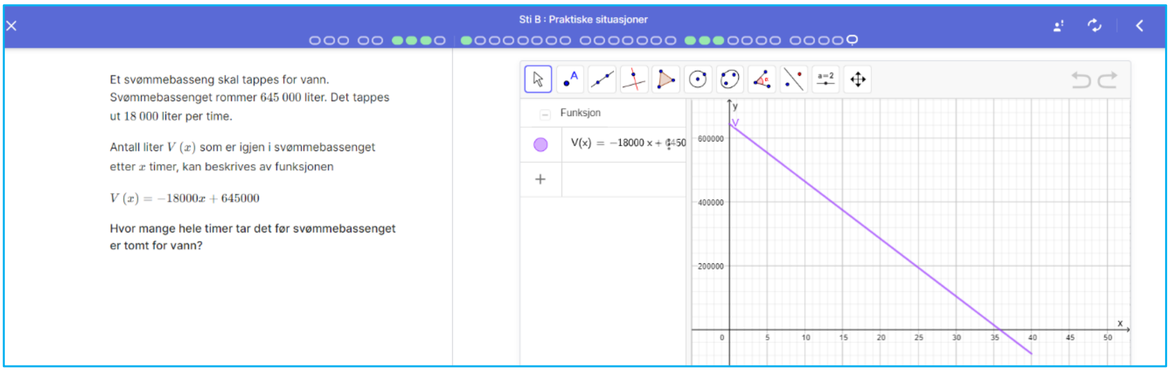
Figur 45: Oppgave 4.2 (5.2.4 Sti B) fra Kikora.



Figur 46: Oppgave 4.3 (5.2.4 Sti B) fra Kikora.

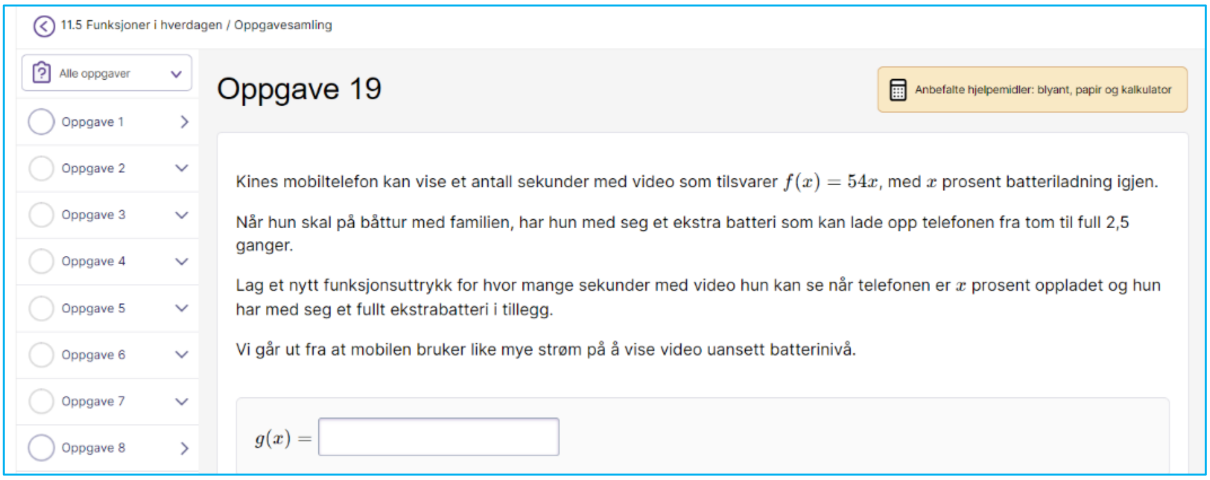


Figur 47: Oppgave 4.4 (5.2.4 Sti B) fra Kikora.



Figur 48: Oppgave 4.5 (5.2.4 Sti B) fra Kikora.

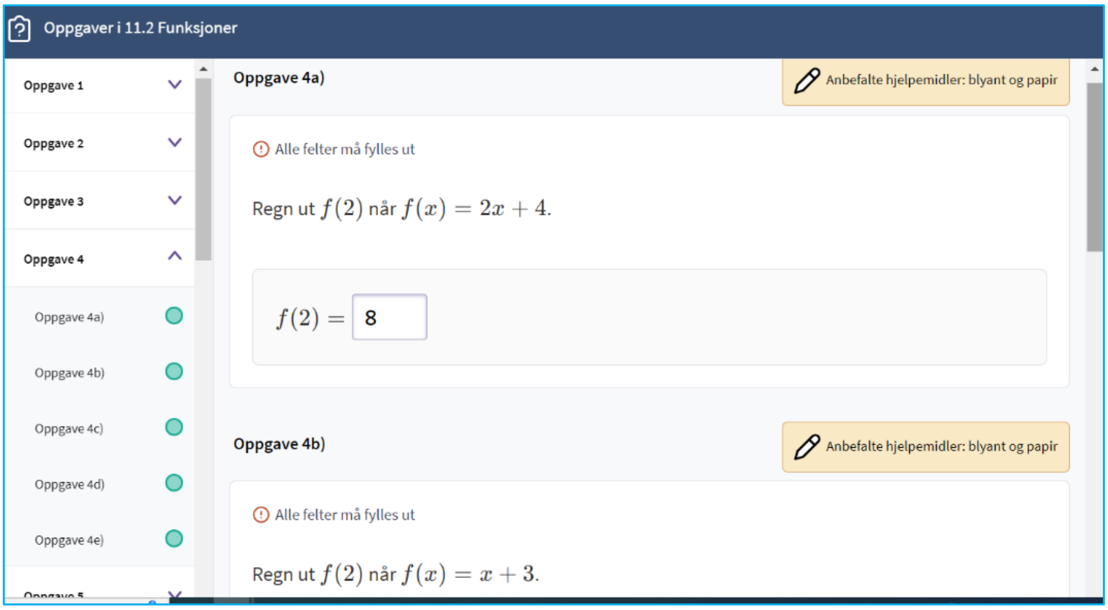
Når det gjelder kodeord *håndtere komplekse problemer*, er oppgave 11.5.19 fra Campus et eksempel. I denne oppgaven skal elevene lage et funksjonsuttrykk for hvor mange sekunder Kine kan se på video når telefonen er x prosent ladet og hun har et ekstrabatteri i tillegg. Dette kan være et komplekst problem for en tenårings hverdagsliv, der elevene trenger å analysere informasjon, være kreative, velge strategier og anvende matematikk til vanskelige situasjoner i virkeligheten om de skal hjelpe Kine med å regne ut hvor mange sekunder video hun kan se uten å kunne lade mobilen på vanlig måte.



Figur 49: Oppgave 11.5.19 fra Campus

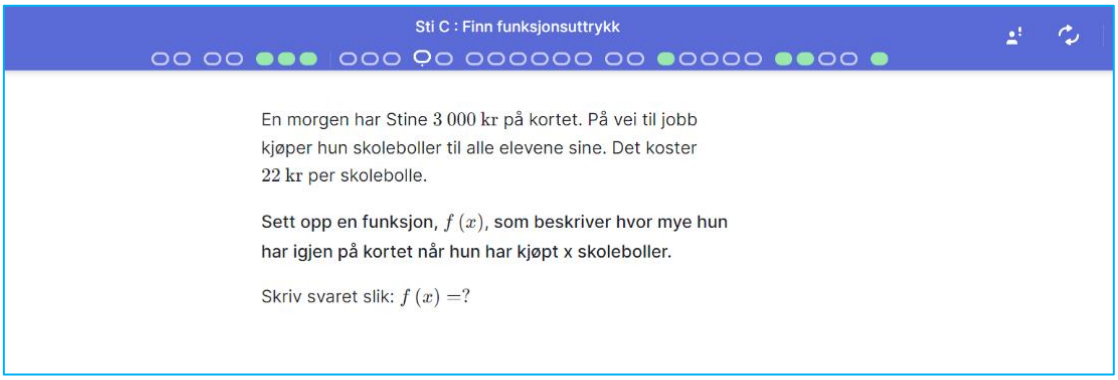
5.1.4 Kontekst

Oppgavene som ble klassifisert under temaet *kontekst* var avhengig av hvilke referanser til kontekst som presenteres for elevene. Elevene kan jobbe i tre forskjellige kontekster, *ren matematikk*, *semi-virkelighet* eller *oppgaver med reell kontekst*. Når det gjelder *ren matematikk* ber oppgave 11.2.4 fra Campus «kun» å regne ut ulike uttrykk, uten referanser til virkeligheten. Denne typen oppgaver bruker bare referanser fra matematikk som skolefag og det er veldig typisk i de første læringstiene av de tre digitale læremidlene.



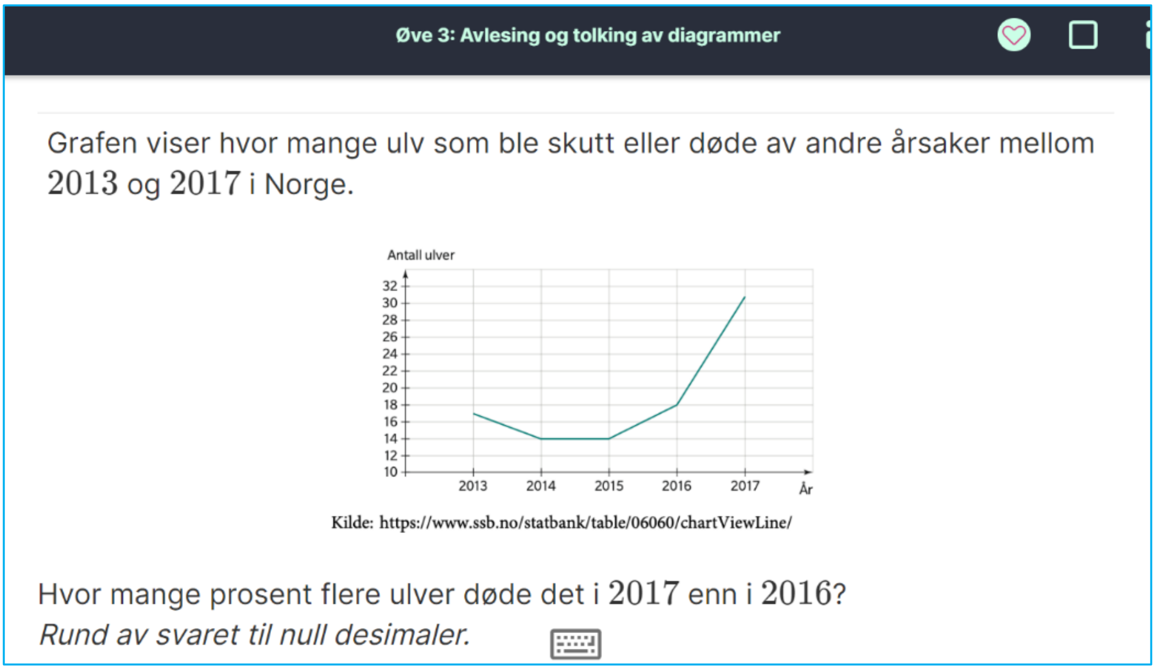
Figur 50: Oppgave 11.2.4 fra Campus

Oppgave 2 (5.1.4 Sti C) fra Kikora er et eksempel på en oppgave koblet til *semi-virkelighet*. Oppgaven ber elevene om å lage et funksjonsuttrykk som kan representere hvor mye penger har læreren på kortet *f(x)* etter hun har kjøpt *x* boller. Referansene er konstruert fra læreren, fakta i oppgaven kunne skje, men det skjer ikke i virkeligheten.



Figur 51: Oppgave 2 (5.1.4 Sti C) fra Kikora

Med hensyn til *reell kontekst* har vi oppgave 3 (6.6 Øve 3) fra Skolen. Oppgaven viser hvor mange ulv som døde i Norge mellom 2013 og 2017, og spør elevene om hvor mange prosent flere ulver som døde i 2017 i forhold til i 2016. Nedenfor grafen kan vi se at det er tatt fra reell statistikk, noe som betyr at oppgaven henter referanser fra virkeligheten.



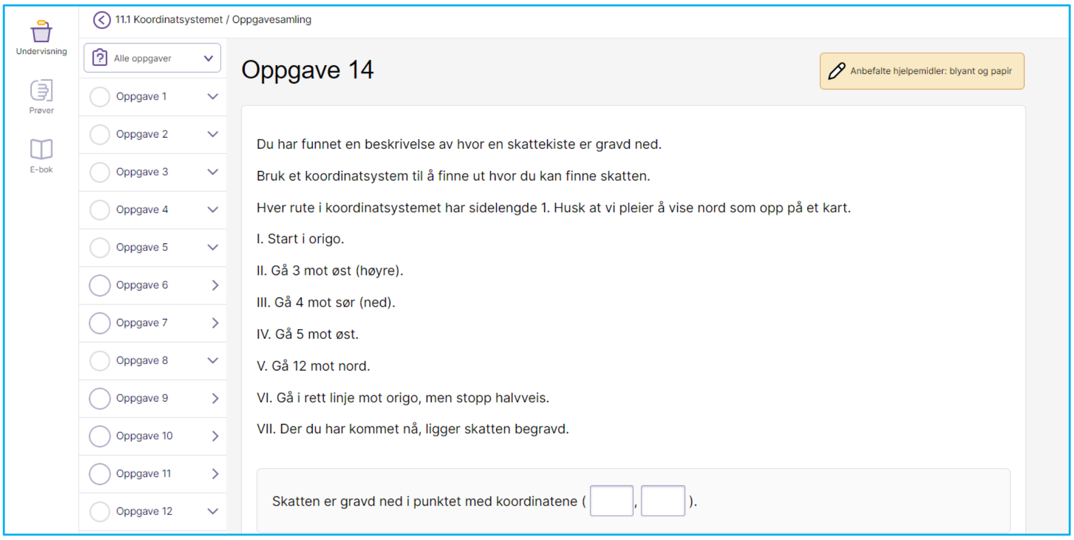
Figur 52: Oppgave 3 (6.6 Øve 3) fra Skolen.

5.1.5 Klassekultur

Hovedtema klassekultur var representert i kodeord *samarbeid*. Funn fra analysen viser at ingen oppgaver fra de tre digitale læremidlene ble markert med kodeord samarbeid.

5.1.6 Kontrakt

Hovedtema *kontrakt* er delt i de to undertemaene *motivasjon* og *invitasjon*. *Motivasjon* inneholder fire kodeord: *oppgaver som stimulerer nysgjerrighet*, *engasjerende oppgaver*, *meningsfulle oppgaver*, og *motiverende oppgaver.* Når det gjelder oppgaver som *stimulerer nysgjerrighet,* finner vi oppgave 11.1.14 fra Campus. Oppgaven kan fremme interesse hos elevene fordi den handler om å finne ut hvor skatten kan være med hjelp av et koordinatsystem som fungerer som et kart.



Figur 53: Oppgave 11.1.14 fra Campus.

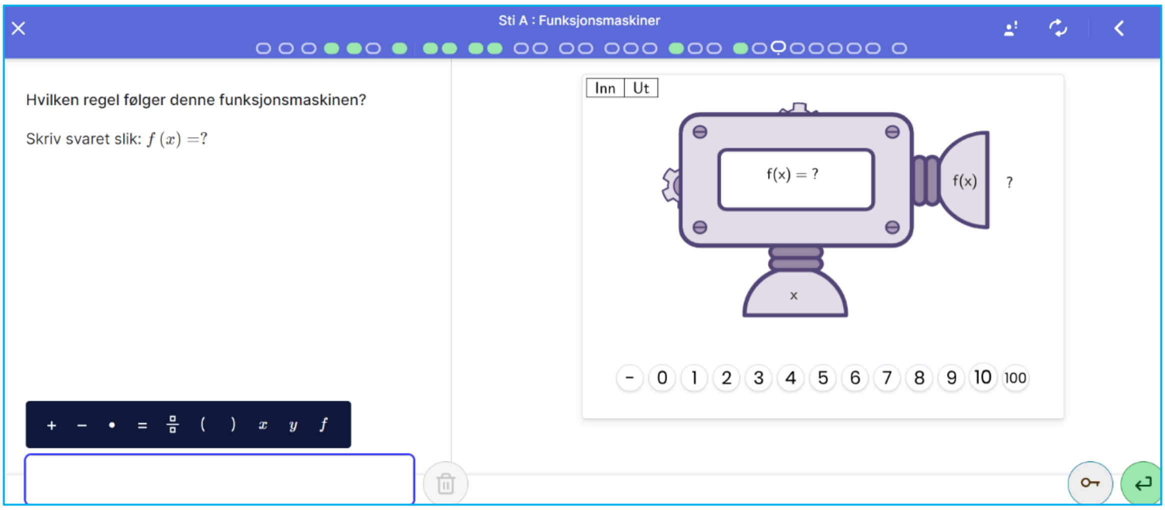
Oppgave 5 (6.7 Øve 3) fra Skolen er et eksempel på en oppgave som faller inn under koden *engasjerende oppgave*. I denne oppgaven skal elevene finne et funksjonsuttrykk som representerer hvor mye Caasha betaler for å være medlem i ungdomsklubben og for å være med på diskoteket. Problematikken i denne oppgaven er noe som elevene kan oppleve som relevant og derfor kan det skape engasjement hos dem.

Figur 54: Oppgave 5 (6.7 Øve 3) fra Skolen.

Med henblikk på *meningsfulle oppgaver* har vi oppgave 1 (6.5 Øve 1) fra Skolen som gir informasjon om pris per kilo druer i form av tekst og som funksjonsuttrykk. Oppgaven ber elevene om å lage en tabell som viser hvor mye man skal betale hvis man kjøper *x* kg druer. I denne oppgaven kan elevene øve på å få kontroll på hvor mye penger man bruker på mat. Dette er en fin kontekst å bruke for å utvikle matematiske evner, fordi konteksten kan knyttes til hverdagslivet, noe som er meningsfylt for eleven.

Figur 55: Oppgave 1 (6.5 Øve 1) fra Skolen.

Blant eksempler på *motiverende oppgaver* finner vi oppgave 7 (5.1.2 Sti A) fra Kikora, som handler om å bruke en funksjonsmaskin. Elever skal skrive en verdi for x i funksjonsmaskinen og får svar fra maskinen som f(x). Etterpå må elevene finne funksjonsuttrykket basert på svaret fra funksjonsmaskinen. Elevene kan oppleve at det er spennende å teste ut forskjellige tall for å forstå hva som skjer i funksjonsmaskinen. At oppgaven inkluderer et nytt element kan være motiverende for elevene.



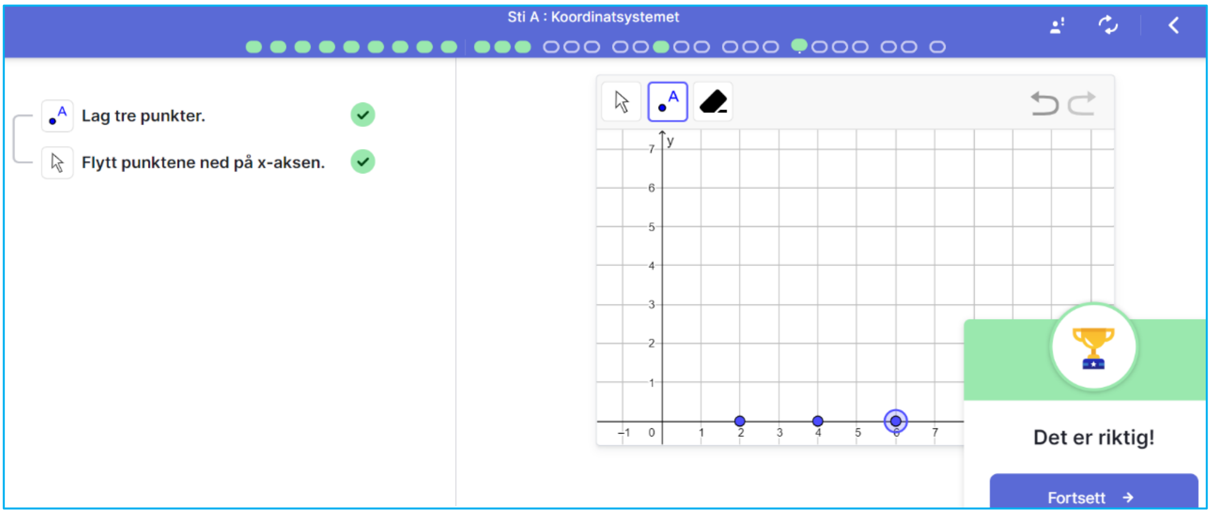
Figur 56: Oppgave 7 (5.1.2 Sti A) fra Kikora

Fordi undertemaet *invitasjon* ikke hadde noen kodeord, er kodeordet ikke inkludert i dette resultatkapittelet eller i tabellen som viser temaer. Undertema invitasjon trekkes likevel frem i drøftingskapittelet (s. 103).

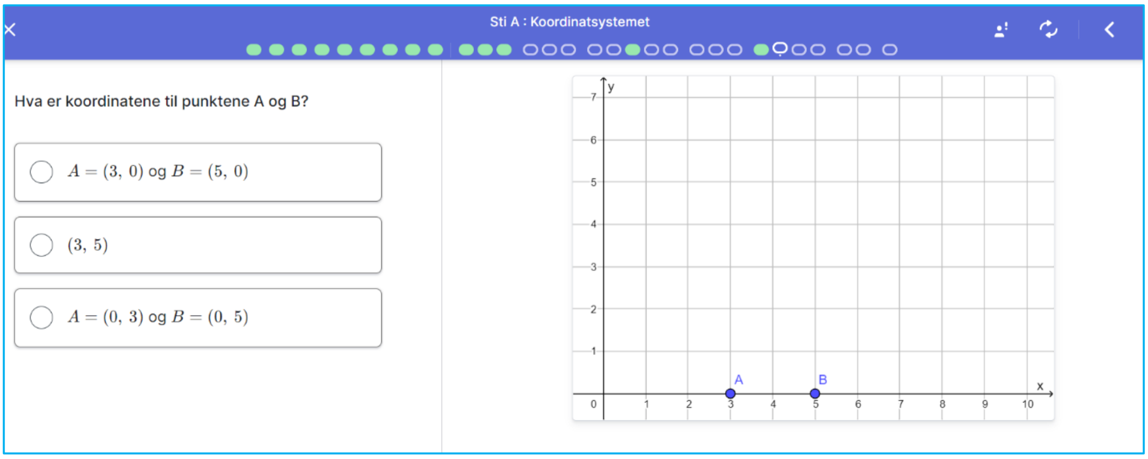
5.2 Forskningsspørsmål 2: Gjenspeiler disse tre digitale læremidlene læreplanen med hensyn til utforskning?

Utforskning nevnes ofte i Læreplanen i matematikk. Når det gjelder temaet funksjoner ser man at utforskning er en del av kjerneelementene som gjelder alle kunnskapsområdene i matematikkfaget. Samtidig referer kompetansemålet etter 8. trinn til utforskning når det gjelder funksjoner (Kunnskapsdepartement, 2019, s. 2). Funn fra analysen viser oppgaver som har trekk fra tema *autoritet* i de tre læremidlene.

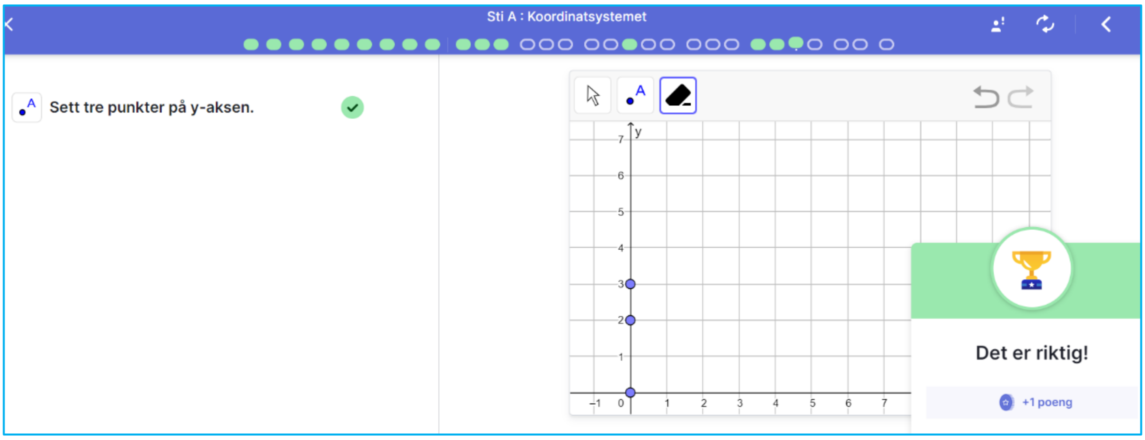
Oppgave 5 (5.1.1 Sti A) fra Kikora er valgt som representativ av tema *autoritet* fordi denne oppgaven inneholder alle kodeord i temaet autoritet. Oppgaven er delt i fire steg: 5.1, 5.2, 5.3 og 5.4. Det er en oppgave som ber elevene om å lage tre punkter, behandle punktene for å plassere dem på x-aksen og stiller spørsmål om hvilke koordinater hører til punktene. Deretter må elvene lage tre punkter til, plassere dem på y-aksen og svarer på hvilke koordinater hører til punktene. Denne oppgaven tilrettelegger for selvstendig læring, refleksjon over løsningsprosessen og selvevaluering fordi elevene ikke får fullstendige instruksjoner angående punktene. Elevene velger punktene selv og de får kontinuerlig tilbakemelding hver gang de løser ett lite steg i en ganske selvstyrt prosess. Denne oppgaven gir rom for at elevene kan undre og utforske selv.



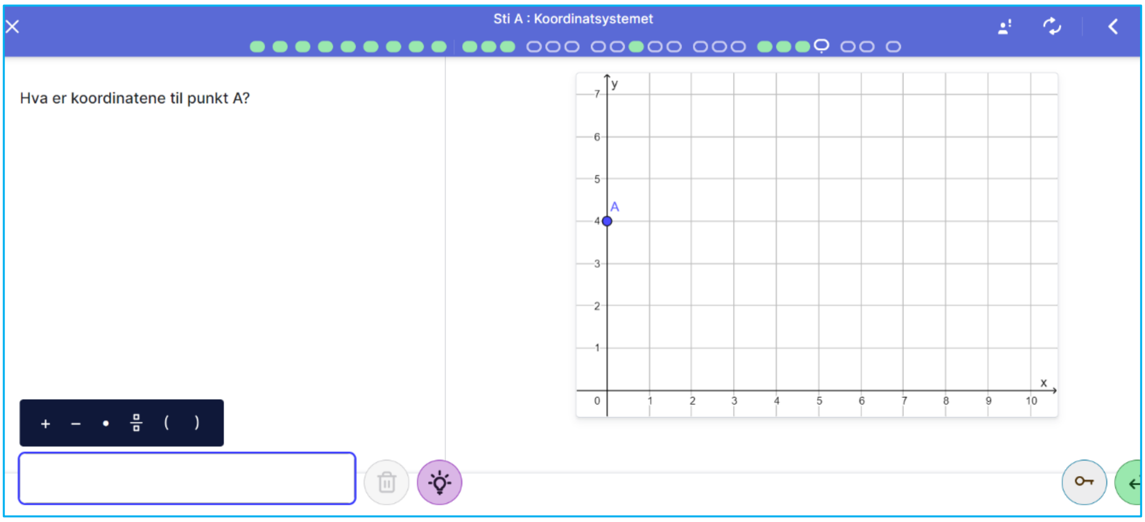
Figur 57: Oppgave 5.1 (5.1.1 Sti A) fra Kikora



Figur 58: Oppgave 5.2 (5.1.1 Sti A) fra Kikora



Figur 59: Oppgave 5.3 (5.1.1 Sti A) fra Kikora



Figur 60: Oppgave 5.4 (5.1.1 Sti A) fra Kikora

Når det gjelder tema *multiløsning* viser undersøkelsen i denne studien at oppgave 6 (6.6 Øve 2) fra Skolen kan være representativ for dette hovedtemaet, fordi oppgaven er markert med 13 av 14 mulige kodeord. Denne oppgaven presenterer de samme fakta om fangst av tunfisk utenfor norskekysten mellom 1935 og 1990, som oppgave 5 (6.6 Øve 1), se s. 61[1], men stiller andre spørsmål. En tabell viser fangst per år i tonn og de samme verdier er representert i et diagram. I tillegg er det gitt noen forklaringer i teksten. Oppgaven stiller to spørsmål om hvilke år var fangsten under 150 tonn og hva som kan være grunnen til at fangsten ikke var så stor i 1940. Denne oppgaven viser fakta på ulike måter og det en åpen oppgave med hensyn til spørsmålene som stilles og løsning som forventes, særlig del b. Oppgaven er prosessorientert der elevene trenger å undersøke mønstre og bruke kreativ tenkning. Denne oppgaven fremmer variasjon og tverrfaglig tilnærming som kunne være en kombinasjon av matematikk med naturfag og samfunnsfag. Som sagt før, oppgaven scoret veldig høyt i tema *multiløsning* og muliggjør at elevene kan jobbe prosessorientert.

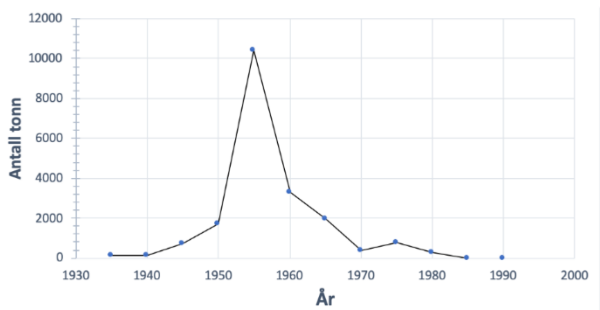
Øve 2: Avlesing og tolking av diagrammer

Diagrammet viser fangst av makrellstørje (tunfisk) utenfor norskekysten fra 1935 til 1990. Etter mange år med overfiske forsvant arten fra norskekysten, og arten er utrydningstruet på verdensbasis. Arten er nå på vei tilbake til norskekysten etter mange år med fiskeforbud.

År	1935	1940	1945	1950	1955	1960	1965	1970	1975	1980	1985	1990
Antall tonn	152	133	722	1712	10423	3280	1950	366	772	282	1	0

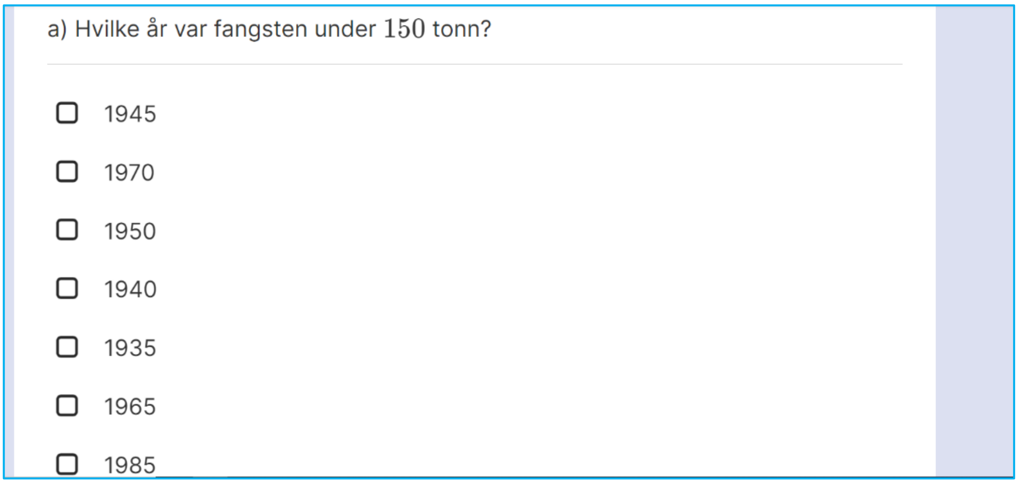
Figur 61: Oppgave 6 (6.6 Øve 2) fra Skolen.

Et linjediagram av tabellen er vist under:



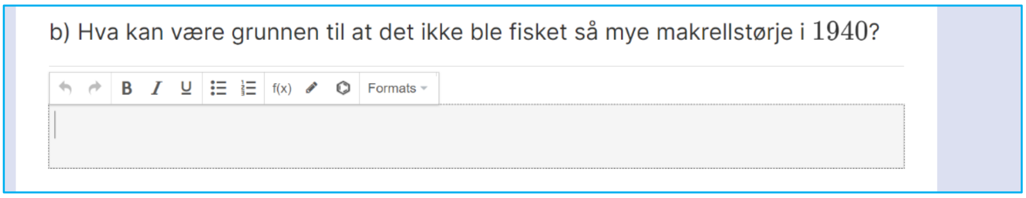
Figur 62: Oppgave 6 (6.6 Øve 2) fra Skolen.

[1] Link på sidetall.



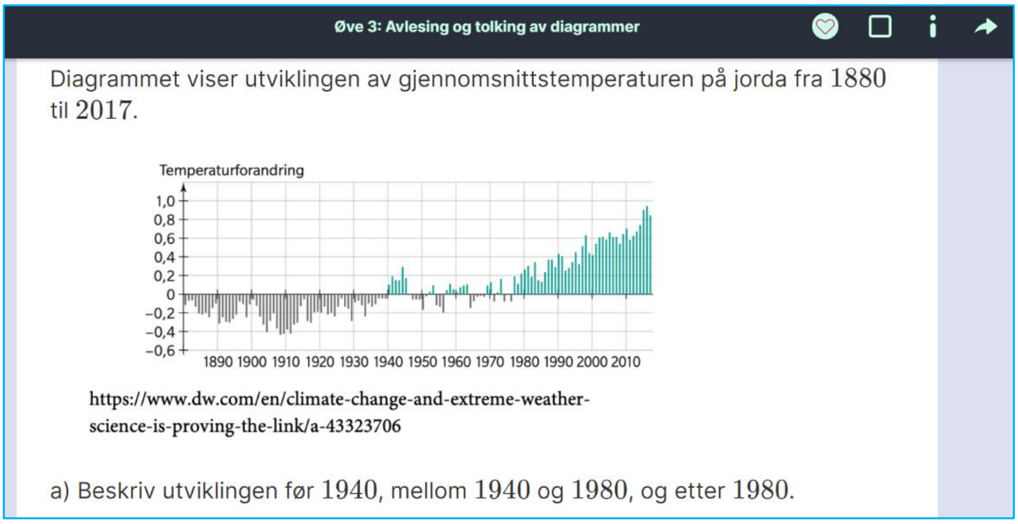
Figur 63: Oppgave 6 a) (6.6 Øve 2) fra Skolen.

Figur 64: Oppgave 6 a) (6.6 Øve 2) fra Skolen.

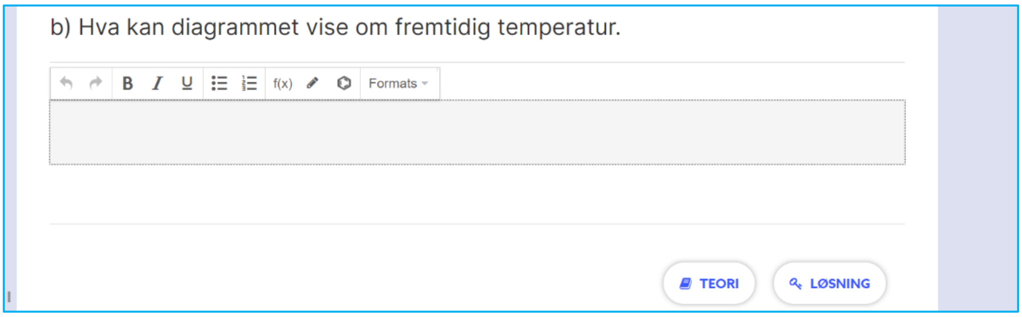


Figur 65: Oppgave 6 b) (6.6 Øve 2) fra Skolen.

Angående *Mathemacy* viser analysen at oppgave 6 (6.6 Øve 3) fra Skolen inneholder alle kodeord innenfor temaet. Oppgaven presenterer et diagram som viser gjennomsnittstemperatur på jorda mellom 1880 og 2017, og stiller spørsmål om utviklingen i noen bestemte år og om forventninger til framtiden. Denne oppgaven krever at elevene bruker sin matematiske kunnskap og sine evner for å tolke diagrammer, modellere virkeligheten og at de tenker og reflekterer kritisk. Det er en oppgave som kan bidra å skape helthetlige forståelse av fenomener og som muliggjør at elevene øve på å håndtere komplekse problemer, som disse som er koblet til klima.

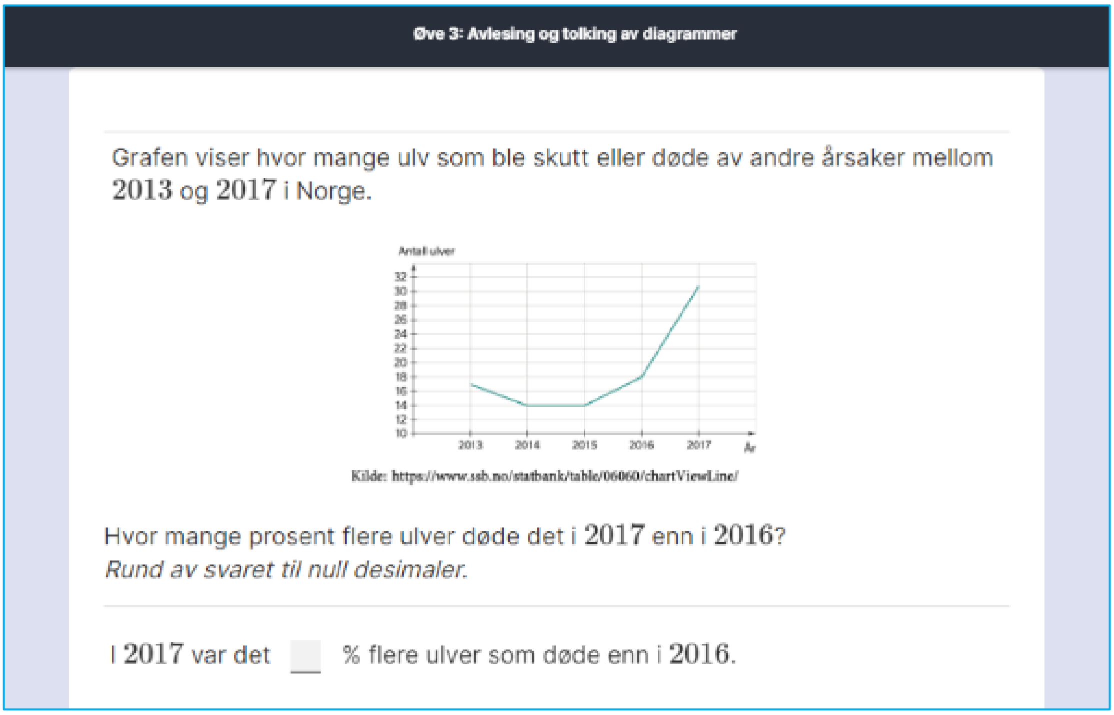


Figur 66: Oppgave 6 a) (6.6 Øve 3) fra Skolen.



Figur 67: Oppgave 6 b) (6.6 Øve 3) fra Skolen.

Med henblikk på *kontekst* kan oppgave 3 (6.6 Øve 3) fra Skolen være representativ fordi den, som mange andre oppgaver fra Skolen, henter sine referanser fra virkeligheten. Oppgaven presenterer fakta i et diagram som viser hvor mange ulv som døde mellom 2013 og 2017 i Norge. Deretter stiller oppgaven spørsmål for å sammenligne to år i forhold til prosentvis utvikling. Under diagrammet kan vi se kilder og at oppgaven har reell kontekst.



Figur 68: Oppgave 3 a) (6.6 Øve 3) fra Skolen.

Figur 69: Oppgave 3 b) (6.6 Øve 3) fra Skolen.

Blant eksempler som gjelder temaet *kontrakt* finner vi oppgave 11.5.23 fra Campus som relevant fordi det er markert med alle kodeord i dette temaet. Oppgaven presenterer Jaroslav som må velge mellom to mobilabonnementer. Fra informasjon i teksten og funksjonsuttrykkene må elevene tegne grafene til funksjoner og sammenligne dem for å finne ut av hvilke påstander som er riktige. Denne oppgave kan stimulerer nysgjerrighet hos elevene, engasjere og motivere dem. Samtidig er denne oppgaven ganske meningsfylt, fordi tenåringer ofte møter situasjoner hvor de bør bruke pengene sine på en god måte.

Oppgave 23

Anbefalte hjelpemidler: blyant og papir

Jaroslav vurderer følgende to mobilabonnementer.

Abonnement A	Abonnement B
Inkludert fri tale, SMS, og 500 MB data per måned Ekstra data til 0,20 kr per MB	Inkludert fri tale, SMS og 2000 MB data per måned Ekstra data til 0,10 kr per MB
Pris: 99,- per måned	Pris: 199,- per måned

Tegn grafen til $f(x) = 0{,}2x + 99$ for x-verdier mellom 0 og 2000 der x står for antall ekstra MB Jaroslav bruker som ikke er inkludert i abonnementet.

Du skal nå tegne grafen til $g(x)$, som viser hvor mange kroner det vil koste for ham å bruke abonnement B i en måned dersom han bruker x MB mer enn det som er inkludert i abonnementet.

Hvilke påstander er riktige?

- [ ] Det er best å tegne grafen til $g(x)$ i samme koordinatsystem, slik at vi lett kan sammenligne hva som lønner seg for Jaroslav dersom han bruker x MB data.
- [ ] Det er best å tegne grafen til $g(x)$ i et nytt koordinatsystem, siden det vil være vanskelig å sammenligne hva som lønner seg for Jaroslav dersom han bruker x MB data i tillegg til det som er inkludert i hvert av abonnementene.
- [ ] Grafen til abonnement A, $f(x)$, stiger raskere enn grafen til abonnement B, $g(x)$.
- [ ] Dersom han bruker nøyaktig 1000 MB mer data enn det som er inkludert i abonnement A, vil det koste like mye uansett hvilket abonnement han bruker.
- [ ] Dersom han bruker nøyaktig 500 MB mer data enn det som er inkludert i abonnement A, vil det koste like mye uansett hvilket abonnement han bruker.

Figur 70: Oppgave 11.5.23 fra Campus.

5.3 Forskningsspørsmål 3: I hvilken grad fokuserer de tre digitale læremidlene på utforskning i henhold til tema *funksjoner* for 8. trinn?

Det var vanskelig å velge parametere for å sammenligne de tre digitale læremidlene, fordi de er ganske ulike. Jeg synes at å bruke *total mengde av kodeord* og *kodeord per tema* egnet seg best, fordi det er de samme parameterne som ble brukt i analysefasen, der oppgavene fra de tre læremidlene ble kategorisert etter den samme standarden.

For å belyse oppgavens problemstilling var det nyttig å kontrollere hvilket læremiddel som hadde oppgaver som scoret høyt i forhold til antall kodeord. Derfor var det første jeg gjorde å sammenligne det gjennomsnittlige antallet koder per oppgave i de tre digitale læremidlene. Å ta gjennomsnitt som parameter kan virke noe upresist, fordi et digitalt læremiddel kan ha kodeord mer jevnlig fordelt mellom oppgavene enn andre. Likevel mener jeg at denne metoden er representativ for å sammenligne, fordi den samme prosedyren er benyttet i alle tre læremidlene.

Læremidler	Oppgaver	Kodeord	Kodeord per oppgave
Campus	102	767	7,52
Skolen Min	157	1798	11,45
Kikora	240	2743	11,43

Tabell 4: Total mengde av kodeord.

Som figuren ovenfor viser, har Campus Inkrement Matte 8. 102 oppgaver. Disse oppgavene ble markert med til sammen 767 kodeord. Det gir et gjennomsnitt på 7,52 kodeord per hver oppgave. Skolen hadde 157 oppgaver, som til sammen ble markert med 1798 kodeord. Det ga et gjennomsnitt på 11,45 kodeord per oppgave. Kikora skilte seg ut på antall oppgaver, og hadde mange flere oppgaver enn de to andre læremidlene. I alt hadde Kikora 240 oppgaver som ble markert med 2743 kodeord til sammen. Resultatet på kodeord per oppgave var dog ganske likt som Skolen, 11,43 kodeord i gjenomsnitt, en liten forskjell på 0,02 kodeord per oppgave. Som tabell 2 viser, er det Skolen som scorer høyest, det vil si at Skolen er det digitale læremiddelet som gjennomsnitlig har flest koder per oppgave. Samtidig viser funnene at diferansen mellom Kikora og Skolen ikke er signifikant. Det som er mer interessant er at Campus scoret relativt lavt i forhold til de to andre med kun 7,52 kodeord per oppgave.

Etter beregningen av gjennomsnitt, sammenlignet jeg antall koder per hovedtema for hvert digitale læremiddel.

Læremidler	Autoritet	Multiløsning	Mathemacy	Kontekst	Klassekultur	Kontrakt
Campus	34	373	285	41	0	34
Skolen Min	94	703	745	153	0	122
Kikora	398	1186	999	45	0	115

Tabell 5: Mengde av kodeord per tema.

Læremidler	Autoritet	Multiløsning	Mathemacy	Kontekst	Klassekultur	Kontrakt
Campus	0,33	3,66	2,79	0,40	0,00	0,33
Skolen Min	0,60	4,48	4,75	0,97	0,00	0,78
Kikora	1,66	4,94	4,16	0,19	0,00	0,48

Tabell 6: Kodeord per hovedtema, gjennomsnitt per oppgave.

Som tabell ovenfor viser, ser man at Kikora scoret høyest med 1,66 kodeord på tema autoritet. Deretter følger Skolen 0,60 kodeord per oppgave. Campus Inkrement skiller seg ut med bare 0,33 kodeord per oppgave. I tema multiløsning er det igjen Kikora som har flest kodeord per oppgave, med 4,94. Skolen har 4,48 kodeord per oppgave og Campus 3,66. Det betyr at i tema multiløsning er ikke forskjellene like store som på tema autoritet. Større variasjon finner vi i tema mathemacy der Campus bare får 2,79 kodeord per oppgave, mens Skolen har 4,75 kodeord per oppgave og Kikora ligger mellom med 4,16. På tema kontekst får Kikora bare 0,19, Campus 0,40 og Skolen 0,97 kodeord per oppgave. Dette er et interessant resultat som jeg kommer tilbake til senere. Tema klassekultur er som tidligere nevnt ikke funnet i analysen. På det siste temaet, tema kontrakt, får Campus 0,33 kodeord i gjennomsnitt, Kikora 0,48 kodeord i gjennomsnitt og Skolen 0,78 kodeord i gjennomsnitt per oppgave. Kikora scorer høyest i to av disse temaene, autoritet og multiløsning, Skolen skårer høyest i mathemacy, kontekst og kontrakt. Mens Campus scorer lavest i nesten alle temaer som ble funnet i analysen.

5.3.1 Representative oppgaver fra de tre digitale læremidlene

Avslutningsvis undersøkte jeg de oppgavene som hadde flest kodeord fra hvert digitale læremiddel. I alle de tre digitale læremidlene finner man oppgaver med høyt potensiale for å fremme utforskning hos elevene. I dette kapittelet presenteres disse oppgavene. Etter min mening representerer de også filosofien til hvert læremiddel. Det ble presentert på s. 32.

Fra Campus var det tre oppgaver som fikk 27 kodeord (mørk lilla), noe som betyr at disse oppgavene scoret høyt på mange parametere. Som representativ valgte jeg var oppgave 11.5.22, fordi jeg mener at denne oppgaven virket mest interessant for elevene med hensyn på deres interesser. Som tabell 5 viser, har denne oppgaven flest kodeord i temaene mathemacy og kontrakt (rosa farge), og ganske mange i tema multiløsning, sammenliknet med resten av oppgavene fra Campus.

Campus	AUTORITET	MULTILØSNING	MATHEMACY	KONTEKST	KLASSEKULTUF	KONTRAKT		TOT
8	0	4	1	1	0	0		6
9	0	4	1	1	0	0		6
10	2	8	7	1	0	3		21
11	0	7	6	1	0	0		14
12	0	6	7	1	0	0		14
13	0	3	1	1	0	0		5
14	2	7	9	1	0	2		21
15	0	7	6	1	0	0		14
16	0	7	7	1	0	0		15
17	0	6	8	1	0	0		15
18	0	1	1	1	0	0		3
19	2	5	3	1	0	2		13
20	2	8	11	1	0	4		26
21	2	8	12	1	0	4		27
22	2	8	12	1	0	4		27
23	2	8	12	1	0	4		27
24	3	10	8	0	0	2		23
TOT	34	373	285	41	0	34		

Tabell 7: Resultater til oppgave 11.5.22 fra Campus.

Oppgaven presenterer informasjon om to muligheter for å bestille filmer, der elevene får funksjonsuttrykk og tekstforklaring. Deretter ber oppgaven elevene om å bruke grafene for å bestemme hvilke påstander er riktige.

Oppgave 22

Anbefalte hjelpemidler: blyant og papir

Funksjonen $f(x) = 39x + 50$ viser hvor mye det vil koste Maria å bestille x antall filmer til 39 kroner per film pluss 50 kr for frakt.

Funksjonen $g(x) = 49x$ viser hvor mye det vil koste Maria å bestille x antall filmer til 49 kroner per film uten at hun trenger å betale frakt.

Bruk grafene til å bestemme hvilke av utsagnene som er riktige.

- ☐ Tilbudet med gratis frakt, $g(x)$, lønner seg for personer som vil bestille mange filmer.
- ☐ Tilbudet med gratis frakt, $g(x)$, lønner seg for personer som vil bestille noen få filmer.
- ☐ Dersom Maria bestiller 10 filmer, vil forskjellen i pris være cirka 50 kroner.
- ☐ Dersom Maria har bestemt seg for å bruke opptil 300 kroner for å kjøpe flest mulig filmer, vil hun kunne kjøpe like mange uansett hvilket tilbud hun benytter seg av.
- ☐ Dersom Maria har bestemt seg for å bruke opptil 300 kroner for å kjøpe flest mulig filmer, er de to tilbudene nøyaktig like gode.

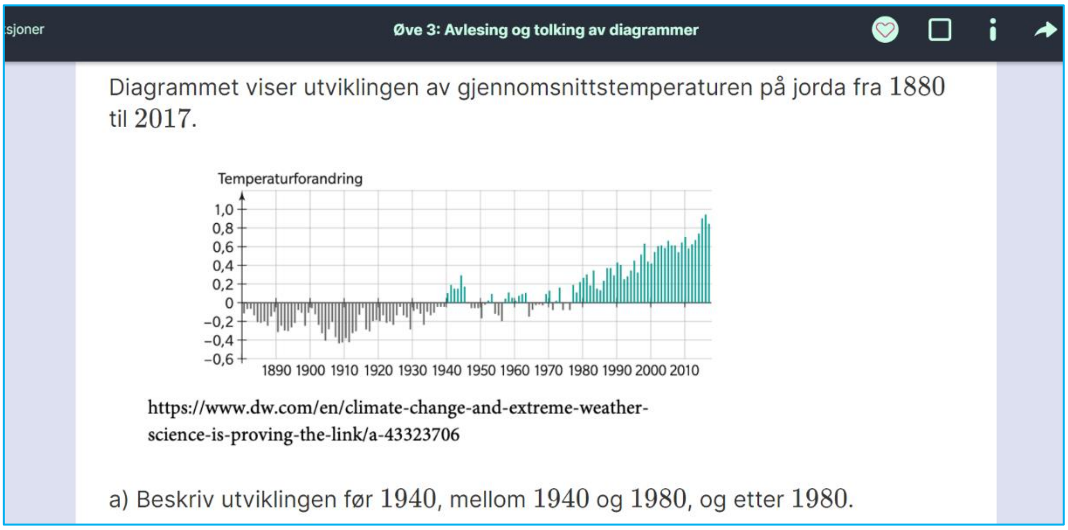
Figur 71: Oppgave 11.5.22 fra Campus

Fra Skolen valgte jeg oppgave 6 (5.6 Øve 3). Denne oppgaven inneholder 37 kodeord (mørk lilla) og var etter min mening sentral i temaet, fordi dette er den oppgaven som scoret høyest i hele analysen. Oppgaven handler om klimautfordringer, noe som er veldig relevant i hverdagslivet. I tillegg scoret denne oppgaven også høyest (rosa farge) innenfor alle temaer. Oppgaven ble markert med 5 kodeord i tema *autoritet*, 13 kodeord i tema *multiløsning*, 12 kodeord i tema *mathemacy*, 3 kodeord i tema *kontekst* og 4 kodeord i tema *kontrakt*.

	AUTORITET	MULTILØSNING	MATHEMACY	KONTEKST	KLASSEKULTUR	KONTRAKT	
7	2	5	7	3	0	2	19
8	0	3	4	3	0	2	12
ØVE1	0	0	0	0	0	0	0
1	2	6	7	1	0	1	17
2	1	5	6	1	0	0	13
3	2	8	9	3	0	4	26
4	1	6	7	3	0	2	19
5	2	9	10	3	0	4	28
6	5	12	12	3	0	4	36
ØVE2	0	0	0	0	0	0	0
1	1	8	9	1	0	1	20
2	2	6	6	1	0	0	15
3	2	8	10	3	0	4	27
4	0	4	5	3	0	2	14
5	0	4	5	3	0	2	14
6	4	13	12	3	0	4	36
7	5	12	12	3	0	4	36
ØVE3	0	0	0	0	0	0	0
1	1	7	8	1	0	1	18
2	2	7	7	1	0	0	17
3	2	9	11	3	0	4	29
4	2	12	11	3	0	3	31
5	2	8	10	3	0	3	26
6	5	13	12	3	0	4	37
Ømer	0	0	0	0	0	0	0
TDS	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	0	0	0	3

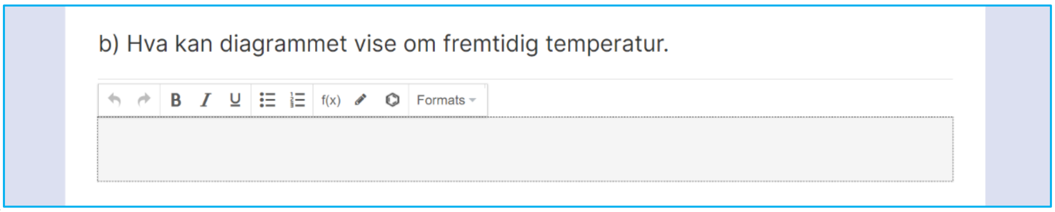
Tabell 8: Resultater for oppgave 6 (5.6 Øve 3) fra Skolen.

Oppgaven presenterer et diagram som representerer utviklingen av gjennomsnittstemperaturen på jorda mellom årene 1880 og 2017. Elevene blir bedt om å beskrive utviklingen i noen perioder. Elevene må også forklare hva diagrammet kan fortelle om fremtidens temperatur. De får også mulighet for å vurdere seg selv, som det siste bildet viser.



Figur 72: Oppgave 6 a) (5.6 Øve 3) fra Skolen.

c



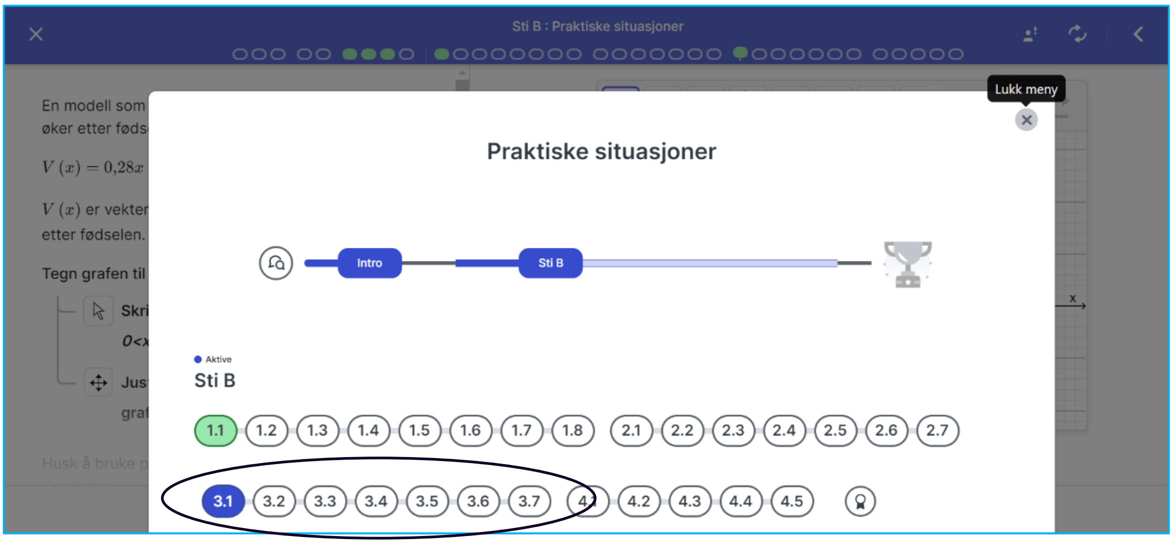
Figur 73: Oppgave 6 b) (5.6 Øve 3) fra Skolen.

Fra Kikora valgte jeg oppgave 3 (5.2.4 Sti B). Dette er den oppgaven ble markert med flest kodeord fra Kikora. Oppgaven har 4 kodeord i tema *autoritet*, 11 kodeord i tema *multiløsning*, 11 kodeord i tema *mathemacy*, 1 kodeord i tema *kontekst* og 2 kodeord i tema *kontrakt*. Som tabellen nedenfor viser, scoret denne oppgaven veldig høy i temaene multiløsning og mathemacy.

	AUTORITET	MULTILØSNING	MATHEMACY	KONTEKST	KLASSEKULTUR	KONTRAKT	TOT
2	4	5	4	0	0	0	13
3	4	5	4	0	0	0	13
4	4	5	4	0	0	0	13
5	4	5	4	0	0	0	13
løs	0	0	0	0	0	0	0
intro	0	0	0	0	0	0	0
1	4	6	4	0	0	0	14
2	4	5	4	0	0	0	13
3	2	4	3	0	0	0	9
4	4	5	5	0	0	1	15
sti B	0	0	0	0	0	0	0
1	4	9	9	1	0	4	27
2	4	9	9	1	0	4	27
3	4	11	9	1	0	0	25
4	4	8	8	1	0	2	23
Prak	0	0	0	0	0	0	0
intro	0	0	0	0	0	0	0
1	4	5	4	0	0	0	13
2	0	2	4	0	0	0	6
3	4	5	4	0	0	0	13
sti B	0	0	0	0	0	0	0
1	4	9	9	1	0	4	27
2	4	9	10	1	0	3	27
3	4	11	11	1	0	2	29
4	2	8	6	1	0	0	17
TOT	398	1186	999	45	0	115	

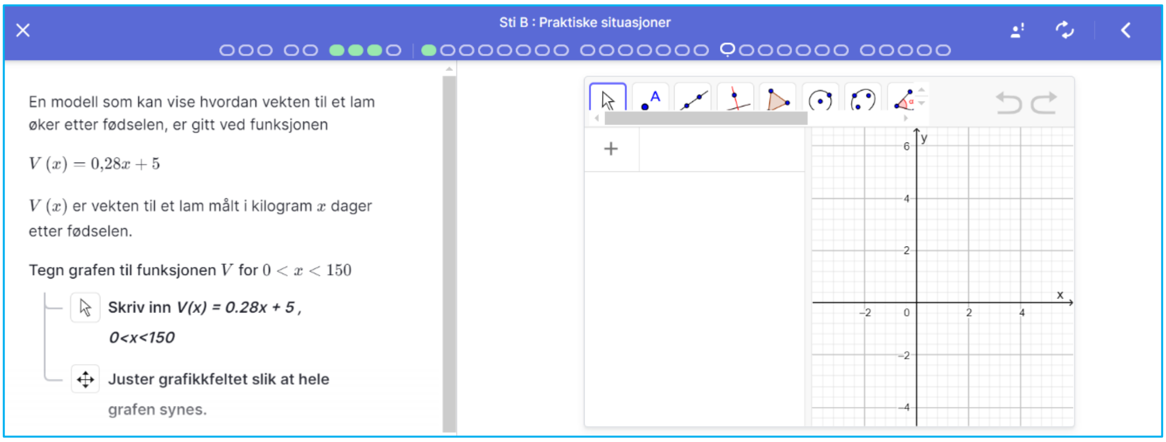
Tabell 9: Resultater til oppgave 3 (5.2.4 Sti B) fra Kikora.

Oppgaven er lang og har sju deloppgaver. Likevel er det lett for elevene å få oversikt og ha kontroll på hvor i oppgaven de er på grunn av Kikora sitt skjema.



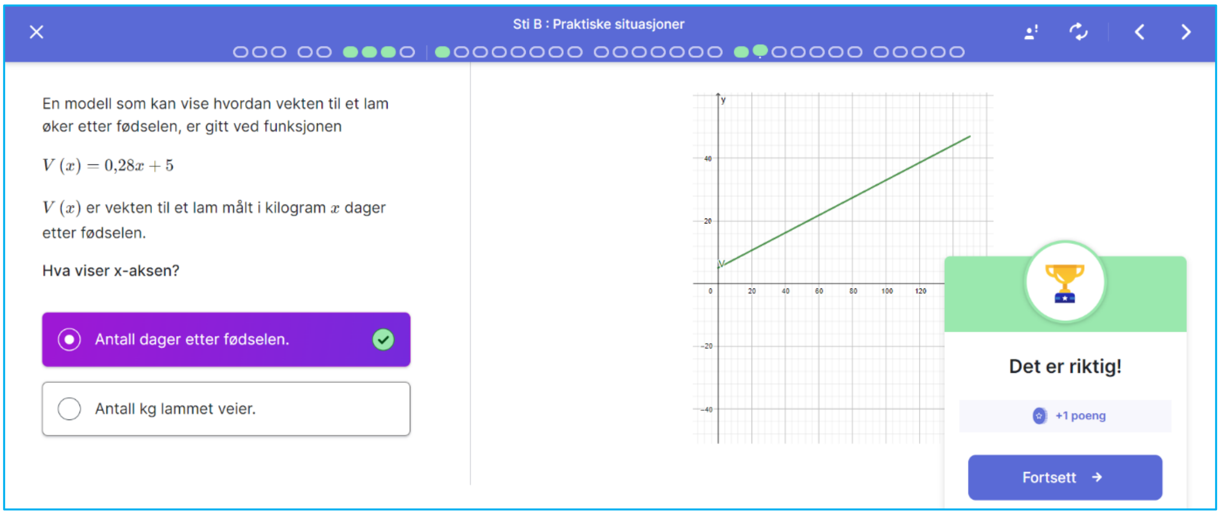
Figur 74: Struktur og fordeling til oppgave 3 (5.2.4 Sti B) fra Kikora

I denne oppgaven presenteres en modell som viser hvordan vekten til et lam utvikler seg etter fødselen. Elever får en skriftlig forklaring og et funksjonsuttrykk, og oppgaven ber elevene om å tegne grafen for avgrensede verdier og justere grafikkfeltet slik at grafen synes.



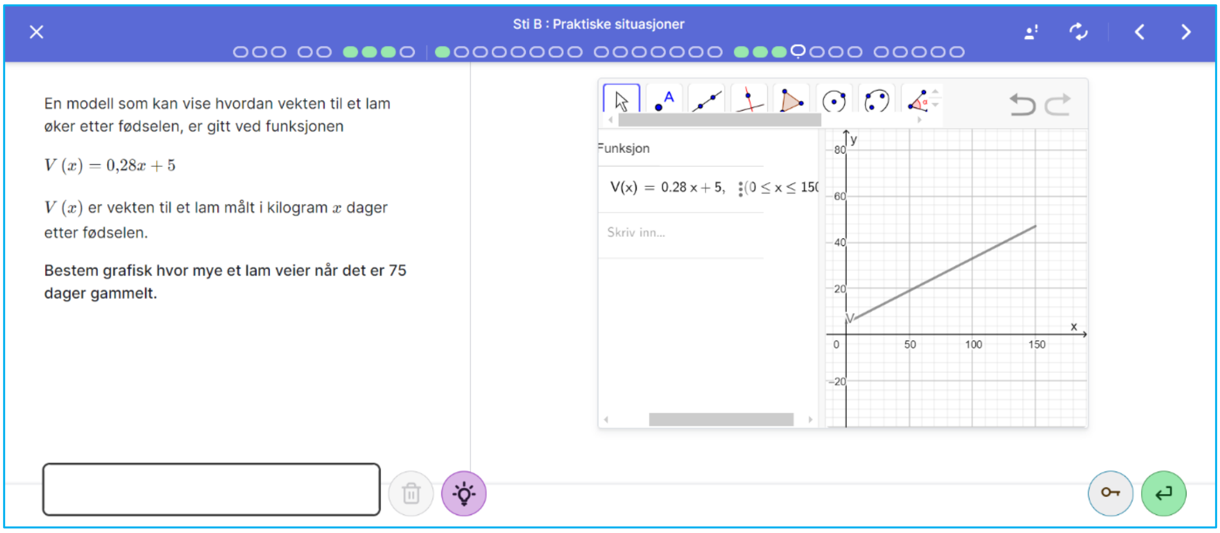
Figur 75: Oppgave 3.1 (5.2.4 Sti B) fra Kikora

Deretter må elevene svarer på hva x-aksen og y-aksen viser.

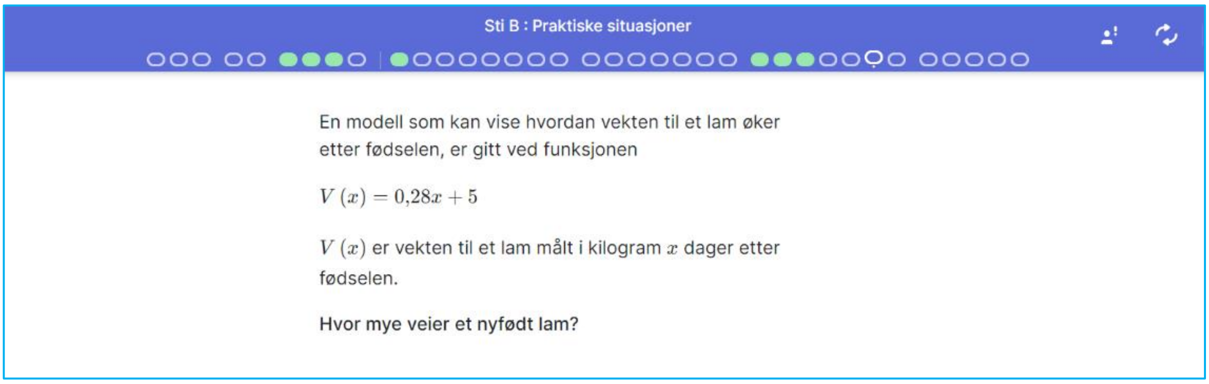


Figur 76: Oppgave 3.2 (5.2.4 Sti B) fra Kikora

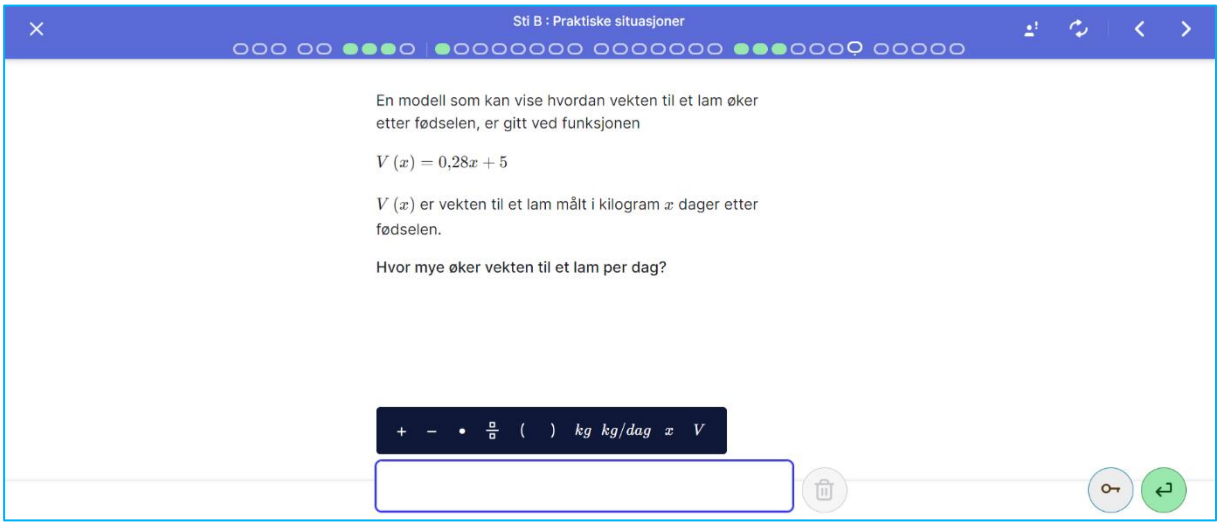
Til slutt spør oppgaven om hvor mye et lam veier 75 dager etter fødsel, hvor det veide når det var nyfødt og hvor mye lammets vekt øker per dag.



Figur 77: Oppgave 3.4 (5.2.4 Sti B) fra Kikora



Figur 78: Oppgave 3.6 (5.2.4 Sti B) fra Kikora



Figur 79: Oppgave 3.7 (5.2.4 Sti B) fra Kikora

6 Kvaliteten i studie

6.1 Grundig undersøkelsesprosess

Da tema for studien ble valgt falt valget på en kvalitativ studie. Målet var å gjøre en grundig undersøkelse som kunne hjelpe meg i lærerjobben. Denne undersøkelsen av de digitale læreverkene, analysen og fortolkningene i denne studien svarer ikke bare på studiens problemstilling, men har allerede vært og vil fortsette å være nyttige for meg og mine lærerkollegarer på skolen der jeg jobber. Valgene som er tatt gjennom hele prosessen er begrunnet fra et forskende lærerperspektiv, en erfaring som jeg kommer tar med meg videre.

Den mest tidkrevende delen av forskningsprosessen å finne litteratur om temaet. Jeg startet med å tydelig definere studiens problemstilling. Basert på problemstillingen fant jeg noen nøkkelbegreper som var relevante for informasjonssøk. Gjennom søk i Google Scholar og bibliotekets katalog fant jeg relevant litteratur, som deretter ble brukt som et utgangspunkt for å finne mer fagstoff. På noen områder var litteratursøket litt vanskelig, men da tok jeg utgangspunkt i artikler som jeg allerede kjente til.

Ofte brukes begrepene reliabilitet og validitet når man snakker om kvalitativ forskning, men dette er ikke enighet om (Anker, 2020, s. 108). I lys av Anker sine forklaringer har jeg valgt å bruke begrepene pålitelighet og gyldighet. For å få kvalitet gjennom hele forskningsprosessen, har jeg gjort kritiske og kontinuerlige vurderinger av studiens pålitelighet, gyldighet og generalisarbarhet (Nyeng 2012, s. 160).

6.2 Pålitelighet

Pålitelighet betyr at undersøkelsen er gjennomført på en etterrettelig måte, analysen utføres så korrekt som mulig med presise instrumenter (Anker, 2020, s. 109). Pålitelighet setter også fokus på hvordan datamaterialet samles og systematiseringsprosessen. I analysedelen har jeg redegjort en situasjon som oppsto og som kunne ha påvirket studiens pålitelighet (Anker, 2020, s. 108; Krumsvik, 2013, s. 158). I lys av Krumsvik (2013, s. 158) og Nyeng (2012, s.

106) har jeg beskrevet prosessen tydelig slik at andre forskere kan reprodusere denne studien senere. Skulle en ny studie få like resultater, ville det vist at denne studien er konsistent og at påliteligheten er høy.

I arbeidet med denne masteroppgaven har jeg gjort et grundig arbeid for å kunne garantere pålitelighet. Prosessen er godt dokumentert med tanke på gjennomsiktighet, og valg som ble tatt er begrunnet. Jeg har hele tiden arbeidet med å være bevisst på ulike faktorer som kunne påvirke forskningsprosessen. Gjennom analysedelen ble datamaterialet standardisert for å fremme konsistens og troverdighet. I tematiserings- og kodingsprosessen førte jeg notater over viktige tanker og refleksjoner, og jeg registrerte også utfordringer jeg møtte på (Tjora, 2010, s. 264). Ofte ble disse valgene diskutert og vurdert sammen med veileder.

6.3 Gyldighet

Gyldighet i data innebærer at datamaterialet som er valgt anses som relevant for forskningens tema og formål. Gyldighet samsvarer med validitet, og det kreves at forskningen har undersøkt det fenomenet som var ønsket, ikke andre. I lys av Nyeng (2012, s. 110) samlet jeg data som var relevant og formulerte spørsmål som kunne belyse problemstillingen med tanke på at kvalitative metoder kan fremme gyldighet ved å stille relevante og presise spørsmål (Tjora, 2010, s. 262). Denne forskningen er avgrenset til de tre digitale læremidlene som har blitt analysert. Studien sier ikke noe om andre digitale læremidler. For å gjøre denne studien valgte jeg tre læremidler som er representative og hyppig brukt i den norske skolen. For å sikre kvalitet har jeg analysert alle 499 oppgaver og samlet kvalitative data i fire runder med analyse. De samme 39 kodeordene og 6 hovedtemaene ble brukt for å standardisere og analysere alle oppgavene.

6.4 Generaliserbarhet

Om generalisering er mulig og nødvendig i kvalitativ forskning er omdiskutert. Likevel mener Tjora (2010, s. 268) at det lar seg gjøre. Å trekke generelle konklusjoner på grunnlag av denne studiens analyse vil være vanskelig, men den manglende muligheten for samarbeid i disse tre digitale læremidlene kan muligens generaliseres til lignende læremidler. Etter min mening kan denne konklusjonen gi er verdifullt utgangspunkt for videre forskning innen digitale læremidler og elevenes samarbeid.

6.5 Refleksivitet

Fordi datamaterialet som er benyttet i denne masteroppgaven allerede var tilgjengelig, trengte jeg ikke å fremstille datamaterialet selv. Det er en fordel ved dokumentanalyse (Anker, 2020, s. 36). For meg, som ikke har norsk som morsmål, var det en stor fordel å kunne analysere ferdigprodusert skriftlig datamateriale. Hvis jeg skulle gjennomført intervjuer eller gjort andre ting som inkluderte verbal interaksjon, kunne jeg kunne gå glipp av informasjon på grunn av språklige utfordringer. For meg ble dokumentanalyse et fornuftig valg for en så stor oppgave, og det ga meg muligheten til å gjøre en grundig undersøkelse av oppgaver som jeg bruker i undervisning.

Å analysere oppgavene i de tre digitale læremidlene jeg har tilgjengelig på min arbeidsplass, har allerede vært til stor hjelp i min undervisning. Forskningsprosessen har gjort meg bedre rustet til å hjelpeelevene når de jobber med disse oppgavene, og jeg har kunnet gi mer faglig støtte i samtaler knyttet til oppgavene og matematikk. Videre har arbeidet med masteroppgaven bidratt til gode og faglige diskusjoner i lærerkollegiet.

I masteroppgaven du nå leser har jeg jobbet utrolig mye med språket, og for å være trygg på at teksten ikke ble for krevende å lese og for at funnene og konklusjonene ikke skulle bli for diffuse, ble masteroppgaven sendt til korrektur. Å skrive på engelsk kunne vært et alternativ, men fordi jeg jobber i norsk skole, og jeg visste at prosessen kom til å bli lærerik, valgte jeg likevel å ta utfordringen med å skrive den på norsk.

7 Drøfting

Dette kapittelet tar for seg tolkningen av resultatene som ble presentert i kapittel 5, der datamaterialet (oppgavene) ble analysert i lys av Skovsmoses teori om undersøkelseslandskaper, for å belyse studiens problemstilling. Tolkningsprosessen baserer seg på forskningens teoretiske ramme gjennom et hermeneutisk perspektiv. Ifølge Nyeng (2012, s. 50) må datamaterialet som helhet forstås fra delene og fra helhet til delene, som i den hermeneutiske sirkelen, for å oppnå en helhetlig forståelse av datamaterialet.

Gjennom analyseprosessen ble datamaterialet systematisk kodet og samlet under ulike temaer. Dette muliggjorde en oversikt i et datamateriale som i utgangspunktet var stor (Tjora, 2010, s. 219; Anker, 2020, s. 75). Den tematiske analysen som ble brukt i denne masteroppgaven bidro til å belyse problemstilling fra et sosialkonstruktivistisk synspunkt og utforske hvordan læring skjer i den proksimale utviklingssonen der eleven kan ta aktiv del i sin egen læringsprosess (Braun & Clarke, 2006, s. 93; Krumsvik, 2013, s. 117).

I det kodede og tematiserte materialet oppsto mønstre som egnet seg som utgangspunkt for å fortolke resultater (Braun & Clarke, 2006, s. 94; Anker, 2020, s. 40). På dette tidspunktet var jeg meget bevisst på at min forståelse av datamaterialet og mine erfaringer kunne påvirke den tolkningen som ble gjort (Braun & Clarke, 2006, s. 82; Nyeng, 2012, s. 161). For å sikre at jeg forholdt resultat så nøytral som mulig, begrunnet jeg avgjørelse som jeg tok og reflekterte kontinuerlig om det vår riktig hvordan jeg tolket en oppgave eller det var ikke riktig og det var på virket av min egen forståelse og fordommer.

For at det skulle være mulig å gjennomføre en komparativ analyse var det helt nødvendig å systematisere og standardisere oppgavene i de tre digitale læremidlene (Anker, 2020, s. 89). Målet med tolkningen av det systematiserte datamaterialet var å fremme forståelse av resultater basert på teoriramme og studiens problemstilling (Braun & Clarke, s. 80).

7.1 Forskningsspørsmål 1: Hvilke kjennetegn har oppgavene fra de tre digitale læreverk i henhold til utforskning?

For å muliggjøre undersøkelsen av oppgavenes egenskaper valgte jeg koding som teknikk (Anker, 2020, s. 75). De i alt 499 oppgavene ble organisert under 39 forskjellige koder.

7.1.1 Autoritet over læringsprosess

Oppgaver som har kjennetegn som samsvarer med kodeordene *refleksjon over løsningsprosessen, selvevaluering, selvstendig læring, rom for undring* og *rom for egen utforskning* tilhører hovedtemaet *autoritet over læringsprosessen*. Skovsmose (2001, s. 123) hevder at lærerstyrte eller oppgavestyrte læringsprosesser er vanlige i oppgaveparadigmet, mens i en mer utforskende tilnærming styrer elevene helt eller delvis sin egen læringsprosess.

Når det gjelder kodeordet *refleksjon over løsningsprosessen* peker Forskrift til Opplæringsloven på at elevene skal ta del i vurdering av arbeidet sitt og «reflektere over egenlæring og faglige utvikling» (Forskrift til Opplæringsloven, 2006, §3-10). Oppgaver som bidrar til at elevene reflekterer over egen løsningsprosess ved hjelp av selvvurdering, kan bidra til å utvikle elevenes evne å reflektere (NOU 2015:8, s. 27). En oppgave som underbygger dette, er oppgave 5 (5.1.1 Sti B) fra Kikora (se s. 42, kapittel 5). I denne oppgaven skal elevene velge en egenskap som er felles for punktene som vises på koordinatsystemet og det kreves at elevene evaluerer hvilke løsningsstrategier kan være de mest fornuftige. Her må elevene reflektere over løsningsprosessen, fordi oppgaven ikke bare legger vekt på riktig svar, men også på prosessen for å finne svaret (Skovsmose, 2001, s. 124). Ifølge Artigue & Blomhøj (2013, s. 799) kan slike oppgaver fremme bevissthet om egen tankeprosess og kan hjelpe elevene til å bedre forstå begreper og utvikle strategier for å løse lignende utfordringer senere.

Oppgave 5 (5.1.3 Intro) fra Kikora (se s. 43, kapittel 5) gir mulighet for at elevene kan praktisere *selvevaluering.* I denne oppgaven gis elevene kontinuerlig tilbakemelding på alle små steg i oppgaven. Det er verdt å notere seg at de fleste oppgavene fra Kikora har denne funksjonen. Basert på egen erfaring som lærer er dette veldig nyttig, fordi det gjør elevene veldig bevist på sin progresjon (Black & Wiliam, 2009, s. 5). Kodeord *selvevaluering* betyr at det er mulig at elevene tar aktiv del i vurderingen av eget arbeid, noe som samtidig fremmer refleksjon over sin egen læringsprosess. Dette understrekes i Forskrift til Opplæringsloven (2006, §3-10), der det fremgår at underveisvurdering i fag må innlemmes i opplæring. I oppgaver som gir rom for selvevaluering, kan elevene utvikle forståelse om egen kunnskap og kompetanse og hva de ikke får til. Dette kan bidra til at elevene blir mer omtenksomme på og ansvarlige over egen læring. Wæge & Nosrati (2018, s. 67) trekker frem at å ha selvinnsikt over egen læringsprosess, styrker og svakheter, kan fremme indre motivasjon hos elevene og aktiv deltakelse.

Kodeord *selvstendig læring* referer til oppgaver der elevenes autonomi er nødvendig for å løse oppgaven. Oppgave 6 (5.1.1 sti A) fra Kikora (se s. 43, kapittel 5) muliggjør at elevene kan vurdere ulike strategier og bestemme selv hvilken av de mulige løsningene som er hensiktsmessig å bruke. Ifølge Wæge & Nosrati, (2018, s. 103) er slike oppgaver autonomifremmende. Oppgaver som dette står i motsetning til oppgaveparadigmet der en ytre autoritet styrer elevenes læringsprosess (Skovsmose, 2001, s. 123). Ifølge Säljö (2022, s. 14) må elevene forstås som aktive agenter, som har medbestemmelse i sin egen læringsprosess slik det anerkjennes i læreplanen.

Kodeord *rom for undring* er eksemplifisert i oppgave 11.5.24 fra Campus (se s. 44, kapittel 5). Denne oppgaven gir rom for undring fordi den krever at elevene sammenligner brøk og undersøker hvor ofte en påstand skjer. Oppgaven sier «vis mest mulig kompetanse» fordi den bygger på at elevene utforsker ulike mønstre og strategier, og kan visualisere og behandle figurer for å fremme generalisering av matematiske begreper (Duval, 2006, s. 1219). Oppgaver som gir rom for undring er ofte oppgaver som er åpne for utforskning, kreativ tenkning og ikke krever kun ett riktig svar (Skovsmose, 2001, s. 28). Dette samsvarer med Artigue & Blomhøj (2013, s. 808) som hevder at slike oppgaver tilrettelegger for at elevene kan utforske matematiske begreper dypere og utvikle strategier for problemløsning.

Oppgave 4 (6.4 Øve 2) fra Skolen (se s. 45, kapittel 5) er et eksempel på en oppgave som *gir rom for elevens egen utforskning*. Denne oppgavetypen fremmer at elevene går fra praktiske situasjoner til funksjonsuttrykk ved at elevene vurderer tre forskjellige tjenester og finner ut om det er best å leie med dag pris eller bare fire timer. Slike oppgaver oppmuntrer elever til å ta kontroll over egen læringsprosess, noe som kan fremme autonomi og motivasjon. Dette kan i sin tur lede til at eleven er aktiv i utforskningsprosessen, noe som kan gjøre matematikkundervisningen mer engasjerende og meningsfull (Skovsmose, 2001, s. 131; Wæge & Nosrati, 2018, s. 103). Å gi rom for egen utforskning handler i stor grad om oppgavens innhold. Oppgavene må være tilstrekkelig åpne, ettersom det er elevenes egen utforskning som skal lede dem til løsningen. De må ha mulighet for å prøve ulike strategier og metoder, og selv undersøke egne kriterier.

7.1.2 Multiløsning kan fremme læring

Under tematiseringsprosessen ble det tydelig at tema *multiløsning* egnet seg å dele i følgende fire undertemaer: *flere mulige løsninger*, *åpne spørsmål*, *prosessorientert* og *variasjon*.

Undertematema *flere mulige løsninger* inneholder fire kodeord: *forskjellige løsningsmetoder*, *ulike mulige tilnærminger*, *åpent sluttprodukt* og *representasjon av matematiske begreper på forskjellige måte.*

Oppgave 11.1.19 fra Campus (se s. 45, kapittel 5). ble markert med det første av de firekodeordene *forskjellige løsningsmetoder*. Det betyr at elevene kan benytte ulike løsningsmetoder for å løse denne oppgaven som ber elevene om å finne verdien til et algebraisk uttrykk, uten å gi mer instruksjoner. Denne oppgaven krever ikke en bestemt metode for å finne riktig løsning, en rutine av kjente operasjoner. Yeo (2017, s. 8) hevder at mulighet for forskjellige løsningsmetoder kan være subjektavhengig, eller aktivitets avhengig når det ikke avhenger av hvilken elev som skal løse oppgaven.

Kodeord *ulike mulige tilnærminger* ble satt på oppgave 2 (5.1.6 Sti B) fra Kikora (se s. 46, kapittel 5). Dette er en oppgave som stille ulike spørsmål og gir informasjon på tre forskjellige måter, som skriftlig forklaring, som algebraisk uttrykk og som graf til funksjonen. Denne oppgaven muliggjør at elevene kan bruke forskjellige strategier som generalisering, se etter mønstre, visuell eller ikke visuell tilnærming. Det er ofte mulig å tilnærme seg fenomenet fra ulike innfallsvinkler. Denne typen oppgave tilrettelegger for at elevene kan lære seg å vurdere hvilken innfallsvinkel som egner seg best avhengig av hvordan problemet er presentert, et element som er tilknyttet matematisk forståelse (Duval, 2006, s. 128). Å arbeide med slike oppgaver kan dermed bidra til å utvikle matematisk kompetanse hos elevene, fordi å tenke utenfor boksen, og vurdere oppgaver fra ulike perspektiver kan gjøre at elevene får en dypere forståelse av matematiske begreper.

Kodeord *åpent sluttprodukt* innebærer at oppgavens problem har en åpen løsning. I oppgave 6 (6.6 Øve3) fra Skolen (se s. 73, kapittel 5) er sluttproduktet ikke avgrenset i form eller kvalitet. Elevene kan presentere mulig videre utvikling av gjennomsnittstemperaturen på jorda på varierte måter. Slike oppgaver som kan løses med ulike sluttprodukt som riktig svar, kan fremme utforskning hos elevene (Yeo, 2017, s. 6; Wæge & Nosrati, 2018, s. 83), fordi i slike oppgaver må elever tenke kreativ siden veien ikke er gitt. Denne oppgaven har kun én stengt løsning om det er bare ett definert mål i oppgavens tekst. I resten av situasjonene har oppgaven åpent sluttprodukt, noe som også kan være godt definert eller ikke godt definert, når kriterier for riktig sluttprodukt er mer vage. Ifølge Yeo (2017, s. 6) kan godt definert åpent sluttprodukt for eksempel være «finn så mange mønstre som mulig».

Oppgave 11.3.10 a) fra Campus (se s. 48, kapittel 5) ble merket med kodeord *representasjon av matematiske begreper på forskjellige måter*. Denne koden kunne vært plassert i hovedtema *Mathemacy*, men jeg valgte å ha en egen kode for dette, fordi representasjon av matematiske begreper på forskjellige måter kan fremme variasjon og mulighet for et åpent sluttprodukt. Relevant for denne oppgaven er at den bruker multimodale representasjoner for å presentere begrepene funksjon og punkter som algebraisk uttrykk, tabell og som graf. Å vise forskjellige representasjoner og sammenheng mellom dem kan fremme forståelse av matematiske begreper (Duval, 2006, s. 119; Gu et al., 2017, s. 14; Valenta, 2016, s. 5), fordi ulike representasjoner kan avsløre ulike egenskaper ved det matematiske begrepet og hjelpe å danne et mer helthetlig mentalt bilde av begrepet hos elevene.

Videre er undertema *åpne spørsmål* inndelt i kodeordene *kreativ tenkning, åpent spørsmål* og *spørsmål som krever utforskning*. Oppgave 11.5.25 fra Campus (se s. 49, kapittel 5) krever at elevene tenker kreativt for å forstå hvilken graf som skal velges bort. Oppgaven tillater ulike tilnærminger og fremmer utprøving av ulike strategier. I oppgaver som denne blir elevene oppfordret til å være kreative og å utforske situasjonen fra ulike perspektiver, noe som ifølge Artigue & Blomhøj (2013, s. 798) kan være et godt utgangspunkt for læring med tanke på problemløsning fordi elever får mulighet til å prøve ulike tilnærminger og utvikle sine evner for å handtere utfordringer. Dette samsvarer med Wæge & Nosrati (2018, s. 60) som hevder at dette kan bidra til at elevene anvender matematisk kunnskap i virkelige utfordringer på nye måter og kan skape en dypere forståelse av matematiske begreper.

Oppgave 7 (5.1.4 Sti A) fra Kikora (se s. 50, kapittel 5) formulerer et *åpent spørsmål*. Elevene skal finne funksjonsuttrykket basert på betingelsen at stigningstallet ikke kan bli null. I motsetning til lukkede oppgaver som kun ett mulig riktig svar har denne oppgaven mulighet til flere og riktige svar (Yeo, 2015, s. 1). Basert på min erfaring fra klasserommet har jeg ofte opplevd at slike oppgaver skaper et utforskende miljø med rom for undring i matematikkfaget.

Kodeord *spørsmål som krever utforskning* ble brukt på oppgave 5 (6.6 Øve 1) fra Skolen (se s. 61, kapittel 5). I denne oppgaven skal elevene svare på hvor stor fangsten av tunfisk var utenfor norskekysten. I oppgaven, som krever at elevene utforsker, er det ikke mulig å finne et umiddelbart svar uten å først undersøke ulike tilnærminger som å studere tabell, diagram eller begge to. Oppgaver som denne kan være utfordrende for elevene og krever fokusert arbeid, samtidig som de kan bidra til økt forståelse og indre motivasjon (Wæge & Nosrati, 2018, s. 79), fordi elevene får mulighet til å anvende matematiske begreper og strategier for å løse virkelige utfordringer slikt at elevene kan oppleve læring mer engasjerende.

Undertema *prosessorientert* inneholder kodeordene *multistegproblem*, *kontinuerlig tilbakemelding*, *oppmuntre til å generalisere* og *oppmuntre til å søke etter mønstre*. Prosessorienterte oppgaver er oppgaver som kan bidra til elevenes forståelse av matematiske begreper. Slike oppgaver legger ikke vekt på bruk av algoritmer eller å finne riktig løsning. Læringsprosessen består av å undersøke mulige strategier for at dypere forståelse av matematiske begreper skal oppstå (Valenta, 2016, s. 5). Ifølge Wæge & Nosrati (2015, s. 92) handler denne typen oppgaver om at prosessen og utvikling av elevens tenkemåte skal være i fokus, istedenfor å finne riktig løsning.

Kodeord *multistegproblem* passer til oppgave 1 (5.2.3 Intro) fra Kikora (se s. 51, kapittel 5). Denne oppgaven har fem forskjellige deloppgaver med flere steg i samtlige oppgaver. Elevene må finne en løsning for hvert steg for å kunne fortsette til neste. Multistegproblemer kan bidra til dybdelæring i matematikk, dersom elevene opplever at de matematiske begrepene blir brutt ned i mindre deler. Dette kan hjelpe elevene til å øke forståelsen fordi det gjør utfordringene mer håndterbare og elevene kan bygger gradvis opp sin forståelse. Slike oppgaver finner man ofte i Kikora, og denne typen av oppgaver kan også oppfordre elevene til å analysere informasjon og fremme problemløsningsferdigheter (Artigue & Blomhøj, 2018, s. 808). Det kan være et element som muliggjør at elevene studerer det samme fenomenet fra ulike innfallsvinkler.

Den samme oppgaven, oppgave 5.3 (5.2.3 Intro) fra Kikora (se s. 52, kapittel 5). gir umiddelbar og kontinuerlig tilbakemelding hver gang eleven løser ett steg. Oppgaven ble merket med kodeord *kontinuerlig tilbakemelding*. I denne sammenhengen kan dette være en nyttig beskjed, fordi elevene umiddelbart forstår hva de gjør bra og hva de må jobbe mer med. Tilbakemelding må gis ofte og må inneholde tydelige beskjeder og instruksjoner for å oppnå utvikling. Kontinuerlige tilbakemeldinger kan støtte elevene til å utvikle feilsøkningsevner, og å lære å vurdere seg selv på en effektiv måte (Hattie & Timperley, 2007, s. 86). Et positivt element med digitale læremidler er nettopp denne muligheten for automatisering av tilbakemeldinger. Ifølge Gjøvik & Sikko (2019, s. 199) er dette bekreftet av elever, som sier at bruk av teknologi i matematikkundervisning kan være gøy og at det hjelper dem å forstå hva de har gjort bra og hva de ikke har gjort bra og hvorfor. Basert på min erfaring opplever elevene også automatiske kontinuerlige tilbakemeldinger som ikke dømmende.

Kodeord *oppmuntre til å generalisere* representeres i oppgave 11.2.10 fra Campus (se s. 53, kapittel 5). Elevene skal lage et funksjonsuttrykk for å finne ut hvor mye som skal betales for en ubestemt mengde brusflasker. Elevene må generalisere hvor mye hver brusflaske koster, og lage et funksjonsuttrykk når de forstår at det må betales 20 kroner for hver kjøpt brusflaske. Å generalisere betyr å oppdage mønstre fra en mengde av spesifikke situasjoner og å være i stand til å formulere en regel som kan gjelde for disse situasjoner (Radford, 2006, s. 5). Barbosa & Vale (2015, s. 58) påpeker at generalisering er avgjørende i matematikk, og evnen til å generalisere er sentral for elevenes matematiske tenkning. På grunn av dette må det å utvikle evner til å generalisere være i fokus når elevene jobber med oppgaver. Kodeord *å oppmuntre til å søke etter mønstre* er tett knyttet til kodeord å *oppmuntre til å generalisere*.

Oppgave 1.1 (5.1.3 Sti A) fra Kikora (se s. 53, kapittel 5) oppmuntrer til å søke etter mønstre når det forventes at elevene må fylle ut resten av verditabellen med utgangspunkt i et gitt funksjonsuttrykk og de to første punktene. Å klare å finne mønstre kan naturlig bidra til at elevene generaliserer. Barbosa & Vale (2015, s. 58) trekker frem at oppgavene som oppmuntrer eller krever at elevene må søke etter mønstre kan være et særlig nyttig verktøy for å studere funksjoner, fordi de kan fremme forståelse av sammenheng mellom mengder eller variabler, noe som er grunnleggende for å forstå funksjoner.

Det siste undertemaet til hovedtema *multiløsning* er *variasjon*. Undertema *variasjon* inneholder to kodeord: *tverrfaglig tilnærming* og *variasjon*. Oppgave 3 (6.1 Øve 1) fra Skolen (se s. 54, kapittel 5) ble markert med kodeord *tverrfaglig tilnærming*. Oppgaven spør etter steder på et kart og for å finne det trenger elever å tolke kartet. Denne typen oppgaver kan fremme at elever hever sin kompetanse i matematikk og samfunnsfag/geografi samtidig. Oppgave 5.1, 5.2 og 5.3 (5.1.4 Sti B) fra Kikora (se s. 55, kapittel 5) kan være representativ på kodeord *variasjon.* Oppgaven presenterer grafen til en funksjon og ber elevene om å finne ut hvor langt bilen har kjørt etter fire timer og hvilket er funksjonsuttrykk som representerer bilens hastighet. Ifølge Wæge og Nosrati (2018, s. 87) kan slike oppgaver som bruker variasjon bidra til at elevene knytter sammen begreper for å få en mer helthetlig forståelse (Gu et al., 2017, s. 14). Det kan gjøre dem mer bevisst på sammenhenger, og kan fremme motivasjon hos elevene fordi variasjon i begreper, oppgaver eller arbeidsmetoder kan samsvarer med flere ulike interesser og læringstiler.

7.1.3 Betydning av *Mathemacy*

Hovedtema *Mathemacy* er inndelt i undertemaene *matematisk kunnskap, modellering* og *kritisk tenkning og refleksjon*. *Matematisk kunnskap* refererer til nødvendig matematisk kompetanse som kreves for å løse oppgaver. Dette undertemaet inneholder også kodeord *spørsmål for analytisk tenkning*. Oppgaver som kan kategoriseres under kodeord *spørsmål for analytisk tenkning* har ofte høye kognitive krav. For å løse disse oppgavene er det nødvendig med kompleks matematisk tenkning som tilsvarer å utforske, analysere, systematisere og resonere. Oppgave 11.5.17 fra Campus (se s. 56, kapittel 5) presenterer funksjonsuttrykk og graf til en funksjon som viser hvor mye det koster å kjøre i taxi x kilometer. Deretter presenterer oppgaven noen påstander og spør om hvilke påstander som er riktige. Denne oppgaven krever at elevene leser grundig gjennom teksten, grafen og påstander og bruker analytisk tenkning for å løse det. Valenta, (2016, s. 7) beskriver at utforskning og analyse, en sentral del i disse oppgavene, kan bidra til elevenes forståelse av matematiske begreper. Det er fordi elevene må ta aktiv del og ansvar for å finne fremgangsmåte, og kunne knytte sammen forkunnskap, vurdere strategier og hvilken mulig løsning som er nyttig.

Modellering er den andre delen i mathemacy-begrepet, og omhandler en systematisk forståelse og mulighet for å jobbe med forhold mellom matematikk og fenomener fra virkeligheten. *Modellering* er en matematisk kompetanse i seg selv som må utvikles gjennom klasseaktiviteter (Artigue & Blomhøj, 2013, s. 805). Undertema *modellering* inneholder fem kodeord: *oppmuntre bruk av andre ressurser*, *integrere utforskende teknologi*, *legger vekt på anvendelse av matematikk*, *illustrere matematiske begreper med visuelle hjelpemidler* og *fremme bruk av diagrammer, grafer og andre visuelle hjelpemidler*.

Oppgave 1 (6.2, Test deg selv) fra Skolen (se s. 57, kapittel 5) *oppmuntrer bruk av andre ressurser*. Det er en enkel oppgave som kan fungere bra for å få elevene til å ta i bruk en digital plattform for å arbeide med grafer. Bruk av andre ressurser kan fremme variasjon i representasjoner og gi tilgang til ulike materialer. Når andre ressurser utnyttes, kan elevene oppleve sammenheng mellom fenomenet de undersøker og andre fenomener og ideer i matematikk (Gilje et al., 2016, s. 66; Osloeconomics, 2022, s. 34).
Dette er tett koblet til kodeord *integrerer utforskende teknologi*, der Oppgave 7 (5.1.7, Intro) fra Kikora (se s. 57, kapittel 5) er representativ. Denne oppgaven bruker en dynamisk graf for å vise hvordan en funksjon stiger. Dynamiske digitale læremidler der elevene selv kan manipulere og utforske variablene kan bidra til elevenes forståelse av variablenes sammenheng i funksjoner (Gjøvik & Sikko, 2019, s. 4), fordi elevene umiddelbart kan se hvordan forandringer i en variabel påvirker funksjonen. Oppgave 5 (6.3 Øve 1) fra Skolen (se s. 58, kapittel 5) legger vekt på *anvendelse av matematikk*. *Anvendelse av matematikk* betyr å bruke matematikk for å løse virkelige utfordringer. Oppgaven forteller om et firma som leier sykler, el-sykler og sparkesykler og ber elevene å finne hvor mye de koster de forskjellige

muligheter. Her trenger elever å tenke logisk og velge mellom forskjellige tjenester kunne se forhold mellom matematiske begreper og virkelige situasjoner. Det kan øke elevens kompetanse for å finne strategier eller modellering virkeligheten. De trenger å gå fra abstrakt til konkrete situasjoner og vice versa (Kilpatrick et al., 2001, s. 4). Når elever ser at matematikk kan benyttes for å løse hverdagslige utfordringer, kan det bidra at elevene opplever matematikk som meningsfylt (Ball, 2009, s. 13). Det kan fremme relasjonell forståelse av matematikk og øke elevenes indre motivasjon (Wæge & Nosrati, 2018, s. 104).

Oppgave 6.1 (5.1.4, Sti B) fra Kikora (se s. 59, kapittel 5) *illustrerer matematiske begreper med visuelle hjelpemidler*. Denne type av oppgaver bruker digitale hjelpemidler for at elevene kan oppleve og utforske grafer på en visuell og dynamisk måte. Til tross for dette kan andre oppgaver presentere funksjoner med bare et algebraisk uttrykk eller en tekst. Denne måten kan beskrive sammenheng mellom variablene på en riktig måte, men da visualiserer elevene ikke de matematiske begreper og de kan miste muligheten for å utvikle en meningsfylt forståelse. Tvert imot kan det å bruke visuelle hjelpemidler for å representere matematiske begreper fremme bevissthet om forhold mellom fenomener i virkeligheten og sin grafiske representasjon (Gjøvik & Sikko, 2019, s. 5). Etter min erfaring er en stor del av ungdomsskoleelevene ganske visuelle. Da føler jeg at det er avgjørende å bruke denne type oppgaver for å fremme forståelse.

Når det gjelder kodeord *fremme bruk av diagrammer, grafer og andre visuelle hjelpemidler* krever oppgave 11.5.20 fra Campus (se s. 58, kapittel 5) at elevene tegner en graf for funksjonen, leser og forstår grafen for å løse oppgaven. Oppgaver som ber eleven om å undersøke mønstre kan løses med å bruke visuelle eller ikke-visuelle hjelpemidler, og kan gi opphav til ulike perspektiver. Denne type oppgaver går ett steg videre sammenliknet med oppgaver som bare bruker visuelle hjelpemidler for å illustrere matematiske begreper. Å benytte seg av visuelle verktøy for å utforske problemer kan også tilrettelegge for å bruke forskjellige tilnærminger og gjøre generaliserings prosessen enklere. Barbosa og Vale (2015, s. 60) og Nystuen (2021, s. 53) påpeker at oppgaver som fremmer å bruke visuelle hjelpemidler hos elevene kan bidra til at elevene oppnår grundigere forståelse av sammenheng gjennom variablene i en funksjon fordi de gjør abstrakte ideer mer tilgjengelige.

Undertema *kritisk tenkning og refleksjon* inneholder seks kodeord: *oppfordrer til dypere tenkning*, *evaluere informasjon*, *oppfordre til feilsøking*, *spørsmål til dypere refleksjon*, *skape helthetlige forståelse* og *håndtere komplekse problemer*. Oppgave 11.3.2 a) b) c) d) fra Campus (se s. 59, kapittel 5) *oppfordrer til dypere tenkning.* Dette er en flerdelt oppgave som tilrettelegger for at elevene tilnærmer seg matematiske begreper fra ulike perspektiver. For å løse hvert trinn i oppgaven må elevene forstå de underliggende betydningene og forholdene mellom disse betydningene i funksjonsuttrykket. Oppgaver som krever dypere tenkning har ofte høye kognitive krav. Elevene trenger å utforske og utvikler forståelse for matematiske begreper og relasjoner, og det kreves ofte at elevene bruker relevant forkunnskap. I denne oppgaven må elevene selv analysere hver oppgavedel og finne ut hva hvert segment i funksjonsuttrykket betyr og vurdere strategier som kan være relevant for å finne svaret (Valenta, 2016, s. 7).

Kodeord *evaluere informasjon* er representert i oppgave 5 (6.6 Øve 1) fra Skolen (se s. 61, kapittel 5). Elevene må beregne data fra tabell og linjediagram. Det innebærer å analysere data og trekke konklusjoner baserte på dataene. I andre del av oppgaven må elevene evaluere mulige svar som ser riktig ut i sammenheng med verdiene fra tabellen og diagrammet for å identifisere trender. Kilpatrick (2001, s. 5) trekker frem at evaluere informasjon krever adaptiv resonering, noe han mener er en av femtedel i matematiskkompetanse. Adaptiv resonering inneholder evner for logisk tenkning, refleksjon, og argumentasjon. Elevene trenger å tenke logisk for å forstå sammenheng mellom begreper og situasjon, evaluere fakta og vurderer strategier for å velge løsningen.

Angående kodeord *feilsøking* ber oppgave 1 (5.1 Sti A) fra Kikora (se s. 62, kapittel 5) elevene om å finne hvor Arvin er på kartet. Når elvene begynne å løse oppgaven må de vurdere om mulige svar er gyldige eller ugyldige. Slike oppgaver kan skape et læringsmiljø der det å prøve og feile forstås som noe normalt. Dersom elevene kan bli bevisste sin egen læringsprosess kan dette også lede til at de føler seg motiverte. Å reflektere rundt feil kan fremme forståelse av matematiske begreper hos elevene (Wæge & Nostrati, 2018, s. 123). Samtidig kan feil være et nyttig verktøy i matematikkundervisning, siden feil signaliserer oftere ufullstendig kunnskap enn gal kunnskap (Kilpatrick, 2001, s. 236).

Oppgave 6b) (6.6 Øve 1) fra Skolen (se s. 62, kapittel 5) er markert med kodeord *spørsmål som krever dypere refleksjon*. For å løse oppgaven er det nødvendig at elevene reflekterer rundt mulige årsaker og fremtidens utvikling. Virkeligheten er kompleks og tradisjonell matematikk undervisning presenterer enklere utfordringer, derfor det er avgjørende at elever øve med utfordringer som krever å reflektere kritisk (Frankenstein, 2005, s. 35). Etter min mening er mer tradisjonelle oppgaver, som presenterer et problem i flere enkle steg, ikke nok for å bidra at elevene får en helthetlig forståelse.

S*kape helthetlig forståelse* er det neste kodeordet som ble studert i oppgave 4 i sine fem deler 4.1, 4.2, 4.3, 4.4 og 4.5 (5.2.4 Sti B) fra Kikora (se s. 63, kapittel 5). Oppgaven gir et funksjonsuttrykk for å vise hvor mange liter som er igjen i et svømmebasseng etter *x* timer. Elever trenger å tegne funksjonsgraf på en måte som muliggjør å tolke den og svare på hva som representerer x-aksen og y-aksen, samt noen andre spørsmål. Å få helthetlig forståelse er tett knyttet til å håndtere komplekse problemer.

Kodeord *håndtere komplekse problemer* er representert i oppgave 11.5.19 fra Campus (se s. 65, kapittel 5). Oppgaven ber elever om å finne et uttrykk for hvor mange sekunder Kine har tilgjengelig for å se video på telefonen basert på at mobilen er x prosent ladet og har et ekstra batteri. Konteksten i denne oppgaven kan sannsynligvis identifiseres som en virkelig situasjon, men som nevnt tidligere kan en situasjon være kompleks for noen elever og ikke for andre. Om elever har jobbet med liknende før, kan denne oppgaven være rutinemessig, mens den for andre elever kan oppleves som en stor utfordring, spesielt hvis de ikke har jobbet med prosedyren før (Yeo, 2015, s. 2). Jeg konkluderer likevel med oppgavens utfordring virker kompleks og krever at elevene analyserer informasjon, tenker på en kreativ måte, og bruker matematikk i komplekse sitasjoner.

7.1.4 Undersøkelseslandskap

Oppgavers kontekst er viktig for elevens læring, fordi det påvirker hvordan begreper forstås og hvilke aktiviteter som er sentrale (Skovsmose, 2001, s. 125). I denne studien er hovedtema *kontekst* delt opp i tre kodeord: *ren matematikk*, *semi-virkelighet* og *reell kontekst*.

Oppgave 11.2.4 fra Campus (se s. 65, kapittel 5) har referanser til *ren matematikk*, kodeord som setter oppgaven i en tradisjonell oppgavediskurs. Slike referanser kan ikke knyttes til virkeligheten, fordi de kun har referanser hentet fra matematisk vitenskap (Skovsmose, 2001, s. 126). Denne oppgaven er formulert fra en ytre autoritet, og har kun et riktig svar. Skovsmose (2001, s. 128) påpeker at tradisjonelle oppgaver med referanser fra ren matematikk ikke må forlates. De er gode øvinger som mengdetrening for å automatisere prosesser.

Kodeord *Semi-virkelighet* samsvarer med Oppgave 2 (5.1.4 Sti C) fra Kikora (se s. 66, kapittel 5), der elevene må se for seg et en lærer skal kjøpe boller til alle elevene sine. Oppgavene som har referanser fra semi-virkelighet, gir helthetlig beskrivelse, der videre informasjon ikke er nødvendig for å løse oppgaven. Situasjonen eksisterer ikke i virkeligheten, men er en kunstig konstruksjon skapt av forfatteren. Oppgaven krever at elevene respekterer *kontrakten* (mer om dette i delkapittel 7.1.6 *Kontrakt*), de må tro på hva oppgaven presenterer og ikke stille spørsmål som kan blokkere undervisningen, som for eksempel om det egentlig finnes lærere som kjøper boller til sine 29 elever (Skovsmose, 2001, s. 126).

Oppgave 3 (6.6 Øve 3) fra Skolen (se s. 74, kapittel 5) ble kodet som en oppgave med *reell kontekst* der elevene får referanser fra virkeligheten (Skovsmose, 2001, s. 128). Dette er et kodeord som er relevant for at elevene forstår sammenheng mellom oppgavene og virkelige situasjoner, noe som er sentralt i matematikklæring (Frankenstein, 2005, s. 32). For å forstå funksjoner er det avgjørende at elevene kan se og oppfatte hvordan de grafiske representasjonene er koblet med virkelige fenomener. Å plassere elevene i virkelige situasjoner der de må håndtere reelle utfordringer kan gi dem en meningsfylt læring av matematikk (Gjøvik & Sikko, 2019, s. 12). Ofte er det ikke mulig å gi all nødvendig informasjon for å løse denne typen oppgaver. Ved for eksempel åpne spørsmål eller når elevene kan velge ulike metoder, er det heller ikke alltid mulig å forutse hvilken informasjon som er nødvendig. I slike tilfeller må elevene ta ansvar og undersøke hvilken nødvendig informasjon de trenger, vurdere det og velge metode. Ifølge Yeo (2017, s. 10) og Frankenstein (2005, s. 37) er det å ta disse avgjørelsene i seg selv kan bidra til å utvikle elevens kritiske kompetanse i matematikk fordi elever må tenke kritisk, og de øver med å evaluere alternativer og vurdere konsekvenser av avgjørelser.

7.1.5 Matematikk klassekultur

Tema *klassekultur* inkluderte kun kodeord *samarbeid* og basert på kriteriene fra denne studien var det ikke markert noen oppgave med kodeord samarbeid.

Til tross for at de digitale læremidlene ikke har oppgaver tilknyttet kodeordene, har alle tre digitale læremidlene andre læringsaktiviteter hvor elevene kan ta del i sosiale aktiviteter som kan utvikle samarbeid. Samarbeid og dialogisk læring fremmer at elevene argumenterer for sine strategier og kan øke bevissthet over sin egen matematisk forståelse (Alrø & Skovsmose, 2006, s. 125). I lys av Black og Wiliam (2009, s. 20) som støtter seg på Vygotskys (1978) teorier om at elever lærer gjennom dialog, hadde det vært ønskelig å finne vanlige oppgaver som fremmer samarbeid. Som eksempel kunne oppgaver der flere elever spiller sammen vært inkludert i de forskjellige læringsstiene. Säljö (2022, s. 15) påpeker at digitale læremidler kan tilrettelegge for en sosial dynamikk der ny kunnskap utvikles og ideer blir utvekslet. Slike oppgaver er populære blant elevene og tilrettelegger for at de samarbeider med hverandre for å løse oppgaver.

7.1.6 Kontrakt

I denne masteroppgavens analysedel ble hoved tema *kontrakt* inndelt i to undertemaer: *motivasjon* og *invitasjon*. For at elevene skal kunne jobbe med oppgaver, er det implisitt at det blir etablert en slags kontrakt mellom elevene og oppgavene/lærer. For å løse oppgaver som har referanser fra ren matematikk eller semi-virkelighet er det viktig at elevene anerkjenner oppgavens informasjon som komplett. Hvis elevene begynner å stille for mange spørsmål til oppgavens informasjon i denne type oppgaver, kan læringsprosessen forstyrres (Skovsmose, 2001, s. 126). Samtidig, kan en for rigid struktur i oppgaver være til hindre for elevens motivasjon og aktiv deltakelse. Undertema *motivasjon* inneholder kodeordene *stimulerer nysgjerrighet*, *engasjement*, *meningsfull* og *motiverende*.

Kodeord *stimulerer nysgjerrighet* markerer oppgave 11.1.14 fra Campus (se s. 67, kapittel 5). At elevenes nysgjerrighet stimuleres, er knyttet til kvaliteten på undervisningen. Kilpatrick et al. (2001, s. 9) hevder at kvaliteten på undervisning avhenger av at elevene engasjerer seg i oppgavene. Når elevene kan knytte sammen sine uformelle erfaringer og matematikk, er veien til engasjement kortere. Oppgave 11.1.14 ber elevene om å finne ut hvor en skattekiste er gjemt med hjelp av et kart basert på koordinatsystemet. Slike oppgaver har elementer som også finnes i spill, der de må utforske og tenke kreativt. På grunn av kartet kan oppgaven også vise elevene hvordan matematikk kan være relevant i forskjellige situasjoner. I matematikk er elevenes motivasjon sentral for hvilke aktiviteter de jobber bra med. Derfor er det er viktig at oppgavene stimulerer elevenes nysgjerrighet for at de engasjerer seg og bruker tid og innsats i aktiviteten (Wæge & Nosrati, 2018, s. 12).

Oppgave 5 (6.7 Øve 3) fra Skolen (se s. 68, kapittel 5) er en oppgave som skaper *engasjement*. Elever i denne aldersgruppen begynner ofte å få mer autonomi om hvilke aktiviteter de skal delta i og i avgjørelser om egne penger. Å være med i en ungdomsklubb kan være noe som mange av dem vurderer. Å regne på hvor mye dette kan koste, er en aktivitet som derfor kan oppleves som engasjerende. Engasjement er viktig for at elevene skal oppleve innholdet som meningsfullt, noe som øker motivasjon i læringsprosessen (Gilje et al., 2016, s. 66). Denne oppgaven inviterer elevene inn i en engasjerende aktivitet som kan støtte utvikling av elevenes kompetanse i utforskning. Om elevene opplever oppgaven som engasjerende og morsom i seg selv, økes indre motivasjon hos elevene for å jobbe med matematikk (Wæge & Nosrati, 2018, s. 18).

Når det gjelder kodeord *meningsfulle oppgaver* ble oppgave 1 (6.5 Øve 1) fra Skolen valgt (se s. 68, kapittel 5). Det er meningsfylt at elevene kan øve med slike aktiviteter for å utvikle matematiske kompetanser som er nyttige for egen fremtid. Samtidig kan det å jobbe med funksjoner tilknyttet matpriser og kostnader hjelpe elever til å forstå matematiske begreper og utvikle kunnskap om budsjett. Videre i livet kommer elevene til å oppleve utfordringer hvor disse typer av kompetanse er nødvendige, og på sikt kan slike oppgaver støtte elevenes utvikling til en effektiv deltaker i samfunnet (Skovsmose, 2001, s. 131, Skovsmose, 2005, s. 5).

Oppgave 7 (5.1.2 Sti A) fra Kikora (se s. 69, kapittel 5) er representativ for kodeord *motiverende*, fordi å tilpasse en funksjonsmaskin til oppgaven kan gjøre det morsommere for elevene. Elevene kan kaste en verdi inn i maskinen og undersøke hva som skjer. Oppgaver som skaper motivasjon kan støtte meningsfull forståelse kan bistå elevens aktive deltakelse i læringsprosessen, til å øke elevenes kompetanse av ulike ferdigheter og kompetanse som blir nyttige videre i livet (Wæge & Nosrati, 2015, s. 8). Dette samsvarer med Gilje et al. (2016, s. 73) som hevder at simulatorer, som funksjonsmaskinen, kan virke motiverende og fremme utforskning og øke engasjement hos elevene i sin læringsprosess.

Undertema *invitasjon* er ikke kodet, fordi jeg mener at alle tre digitale læremidler har inviterende oppgaver som elevene aksepterer å jobbe med. Likevel er oppgaver med reell kontekst ofte enklere å jobbe med, fordi konteksten gjør det enklere å formulere en invitasjon som «Hva om…? Da kan elevene svare «Ja, hva om…?». Dette trenger ikke å gjøres av lærer, elevene kan stille sine egne spørsmål og søke etter forklaringer. Når elevene aksepterer invitasjon for å jobbe med denne typen oppgaven fører det til at de må jobbe undersøkende. Skovsmose (2001, s. 125) trekker frem at et undersøkendelandskap fungerer bare dersom elevene aksepterer invitasjonen.

7.2 Forskningsspørsmål 2: Gjenspeiler de tre digitale læremidlene kompetansemålene i Læreplanen for matematikk 1. – 10. med hensyn til utforskning?

I dette kapittelet presenteres og diskuteres oppgavene som ble presentert som representative for de ulike temaene i analysen i resultatkapittelet. Her diskuteres oppgavene fra et læreplanperspektiv. Som tidligere nevnt er utforskning et kjerneelement i læreplanen. Dette innebærer at matematikk som skolefag skal støtte elevene til å utvikle sine utforskende evner (Kunnskapsdepartementet, 2019, s. 2). Videre er utforskning også koblet til kunnskapsområdet funksjoner gjennom 8. trinns kompetansemål. Disse har jeg brukt for å utvikle i sammenheng med Skovsmoses (2001, s. 126) beskrivelse av læringsmiljøer og som ramme for strukturen i drøftingsdelen.

7.2.1 Autoritet

Ifølge Læreplanen i matematikk skal elevene arbeide utforskende med funksjoner (Kunnskapsdepartementet, 2019, s. 12). Alle de tre læremidlene har oppgaver som kunne fungert som eksempel på utforskning under tema *autoritet*. I analysedelen valgte jeg oppgave 5 (5.1.1 Sti A) fra Kikora (se s. 70, kapittel 5), fordi den inkluderer alle kodeord i temaet *autoritet*. Denne oppgaven ber elevene om å lage tre punkter, plassere dem på aksene. Deretter blir de bedt om å fastsette koordinatene. Denne oppgaven ser enkel ut, men inneholder mange kodeord og kunne dermed vært representativ for andre kodeord også. Det interessante med denne oppgaven er at til tross for at den er formulert av en ekstern autoritet, har den ikke bare en riktig løsning (Skovsmose, 2001, s. 123). Selv om denne oppgaven virker å høre hjemme i det tradisjonelle oppgaveparadigmet, beveger den seg i retning av undersøkelseslandskapet. Jeg mener at oppgaven kan passe i læringsmiljø (2) fordi den har en kontekst med referanser til ren matematikk, men har kjennetegn fra undersøkelseslandskapet. Elevene kan velge punktene selv og manipulere dem dersom de er vanskelig å plassere. Det gjør at elevene selv styrer en stor del av læringsprosessen og gir rom for at elevene kan undre og utforske. Dette kan fremme aktiv deltakelse hos elevene og at de tar ansvar over sin egen læringsprosess (Skovsmose, 2001, s. 123). Når elevene behandler og flytter punktene gir oppgaven rom for utforskning og det kan oppstå spørsmål som «Hva om ...?» (Skovsmose, 2001, s. 126).

Videre påpeker Læreplanen i matematikk at underveisvurdering skal bidra til å fremme læring slik at elevene får mulighet til å reflektere over sin faglige utvikling (Kunnskapsdepartementet, 2019, s. 12). I denne oppgaven får elevene tilbakemelding om prosessen uten å måtte vente på svar. Denne funksjonen kan fungere som en tipsmekanisme dersom elevene tilpasser sine strategier underveis og selv-evaluerer prosessen. På sikt kan slike oppgaver muliggjøre dypere læring (Hattie & Timperley, 2007, s. 93; NOU 2015:8, s. 27). Oppgaven er ikke formulert slik at elevene må plassere ett bestemt punkt. Elevene kan produsere sine egne grafiske representasjoner av disse punktene og erfare, manipulere forskjellige posisjoner og det kan nesten virke som å jobbe med konkreter (Gjøvik & Sikko, 2019, s. 4).

Læreplanen i matematikk påpeker også at undervisningen skal stimulere til elevmedvirkning ved at elevene får mulighet til å utforske matematikk og løse problemer ved å velge sine egne strategier (Kunnskapsdepartementet, 2019, s. 12; NOU 2015:8, s. 27). I denne oppgaven fremmes elevenes aktive deltakelse, som er avgjørende for elevenes utvikling. Selv om rammen og oppgavespørsmålet er fast formulert av Kikoras oppgave forfattere, krever oppgaven at elevene tar aktive valg når de må velge punkter og plassere dem. De kan teste ut med digitale læremidler og undersøke ulike muligheter avhengig av hvilke punkter de velger. Elevene er ikke bare ansvarlige for å løse oppgave, de må også delta aktivt og vurdere de ulike mulighetene de har når de velger. Dette kan bidra til elevenes utvikling som ansvarlige i sin egen læringsprosess fordi de må dele dette ansvaret om læringsprosessen med det digitale læremiddelet og eventuelt med læreren. Ifølge Ball (2020, s.11) kan elever, som ikke selv gjør en innsats for å forstå matematiske begreper på en grundig måte, klare seg på skolen, men manglede kreativitet og kritiske tenkemåter kan påvirke disse elevene negativt i framtiden når de skal stå foran virkelige utfordringer.

7.2.2 Multiløsning

Temaet *Multiløsning* er ofte til stede i alle de tre læremidlene. Oppgave 6 (6.6 Øve 2) fra Skolen (se s. 71, kapittel 5) er en oppgave som inkluderer nesten alle kodeord i temaet *multiløsning*, med 13 av 14 mulige kodeord. Denne oppgaven inneholder trekk fra alle undertemaer til tema multiløsning: flere mulige løsninger, åpne spørsmål, prosessorientert og variasjon. Oppgaven viser en tabell og et linjediagram som presenterer fangst av makrellstørje fra 1935 til 1990 og stiller to spørsmål til elevene.

Læreplanen i matematikk påpeker at elevene skal utforske, tolke og analysere tallmaterialet fra natur og samfunn (Kunnskapsdepartementet, 2019, s. 4). Denne oppgaven tilrettelegger for at elevene må ta i bruk ulike løsningsstrategier for å løse oppgaven. De kan prøve å finne svar ved å sjekke tall fra tabellen eller gjennom å bruke en visuell strategi for å tolke grafen. Utforskende oppgaver som muliggjør at elevene kan bruke forskjellige løsningsmetoder som kan fremme kreativitet, motivasjon og aktiv deltakelse hos elevene (Skovsmose, 2001, s. 127). Matematikkoppgaver kan være åpne på forskjellige måter og jeg er bevisst på begrensing med denne studien på dette området fordi det ikke er nok å kvalifisere denne oppgaven som delvis åpen uten å presisere om jeg mener med åpent spørsmål, metode, svar eller andre aspekter av oppgaven. I denne forskningen forstås åpenhet som en gradient. Det er ikke nødvendig å kvalifisere oppgaven som lukket eller åpen med rom for utforskning. Åpenhet kan forstås i grader med hensyn til hvilke aspekter av oppgaver som er åpne og bra definerte (Yeo, 2017, s. 12). Del b i oppgaven stiller et åpent spørsmål som krever utforskning og kreativ tenkning. Ifølge Læreplanen i matematikk må den utforskende eleven holde mer fokus på strategiene og prosessen enn på løsningen (Kunnskapsdepartementet, 2019, s. 2). Denne oppgaven tilrettelegger for det, fordi den er prosessorientert med flere steg der elevene får umiddelbar tilbakemelding. Det er hensiktsmessig med kontinuerlig tilbakemelding til elevene dersom elevene skal bli mer bevisst på læringsprosessen. Dette kan fremme at elevene opplever et eierforhold til egen læringsprosess (Säljö, 2022, s. 13). Hattie og Timperley (2007, s. 82) trekker frem at når tilbakemelding er innlemmet i læringsprosessen blir tilbakemeldingene et sentralt verktøy direkte knyttet til elevens læring, og kan dermed skape kvalitet i læringsaktiviteten.

Denne oppgaven fremmer arbeidsprosessen, fremfor løsningen. Særlig i del b kan elevene utforske mulige svar. Oppgaven gir rom for å søke etter mønstre i grafen og forhåpentligvis vil de oppdage at det er ett år som ikke følger tendensen. Å søke etter mønstre, slik som denne oppgaven tilrettelegger for, er ifølge Skovsmose (2001, s. 127) og Radford (2006, s. 15) nyttig for å utvikle matematisk kompetanse. Stigende grafer kan oftere vise et tydelig forhold mellom to variabler. I slike tilfeller kan elevene bruke generalisering fra tendensen i oppgave for å se for seg et forventet punkt i grafen. Elevene kan også se at fangsten i året 1944 ikke følger trenden, noe som kan fremme at elevene stiller egne spørsmål. Slike oppgaver kan hjelpe elever til å forstå et voksende mønster som en funksjon, ikke bare en variasjon av mengde (Barbosa & Vale, 2015, s. 57). Læreplanen i matematikk fremmer også at utforskning i matematikk innebærer at elevene undersøker mønstre, ser sammenhenger og generaliserer, noe som øker elevenes kompetanse til abstraksjon (Kunnskapsdepartementet, 2019, s. 2). Denne oppgaven representerer det samme objekt, tunfiskfangst, på forskjellige måter. Dette objektet sammenhenger med matematisk begrepet mengde forstått av samlede tonn av tunfiskfangst. I faktaene som tabellen og grafen viser, må elevene undersøke mønstre som er tett knyttet til å generelise (Radford, 2006, s. 4). Begrepenes forståelse fremmes ved at elevene kan studere ulike representasjoner av det samme begrepet, både gjennom et visuelt og symbolsk perspektiv. Matematiske objekter er abstrakte og det er nødvendig at elevene opplever ulike representasjoner av det samme matematiske objekt for at de skal forstå sammenhenger og skape en meningsfylt forståelse (Duval, 2007, 107). Det kan støtte utviklingen av elevenes kompetanse i matematikk og heve begrepenes forståelse på en grundig måte.

Oppgaver med egenskaper som multiløsning, åpne spørsmål, prosessorientert og variasjon fremmer utforskende undervisning. Det er fordi slike oppgaver muliggjør at elevene får studere et problem fra ulike synspunkt, bruke varierte strategier og finne mulige løsninger. Det gir rom for at elevene bruker kreativ tenkning, noe som er grunnlaget for utvikling av kritisk tenkning. Oppgave 6 (6.6 Øve 2) fra Skolen kan plasseres i Skovsmoses læringsmiljø (5). Konteksten til den denne oppgaven henter referanser fra virkeligheten. Likevel er det avgrenset hvor mye oppgaven krever at elevene utforsker og styrer selv. Selv om referansene er hentet fra virkeligheten er konteksten kun brukt kun for å produsere oppgaver, ikke for å løse en ekte utfordring i virkeligheten (Skovsmose, 2001, s. 127). På sikt kan slike oppgaver være nyttige for å kunne løse liknende utfordringer i fremtiden og samtidig kan det være nyttig forberedelse til et stadig mer digitalt arbeidsliv (Osloeconomics, 2022, s. 42).

7.2.3 Mathemacy

Som beskrevet i teorikapittelet er *mathemacy* en kompleks kompetanse i matematikk. Det er en sammensatt blanding av kompetanser som henger sammen og påvirker hverandre. Matematisk kunnskap er den første delen. Den andre delen er kompetanse for å modellere og bruke nyttige verktøy på en hensiktsmessig måte. Den tredje delen omhandler kritiske vurderingsevner (Skovsmose, 2001, s.123). Denne studien samsvarer med denne definisjonen og hovedtema *mathemacy* ble inndelt i tre: *matematisk kunnskap, modellering* og *kritisk matematikk*.

Oppgave 6 (6.6 Øve 3) fra Skolen (se s. 73, kapittel 5) ble valgt som representativ for tema *mathemacy*. Oppgaven kan plasseres i Skovsmoses læringsmiljø (5) eller (6), fordi konteksten til oppgaven henter referanser fra virkeligheten. Selv om de to spørsmålene i oppgaven er relativt åpne, forventes det ikke at elevene løser virkelige utfordringer (Skovsmose, 2001, s. 127). Oppgaven krever matematisk kunnskap, samtidig som den også stiller spørsmål som krever analytisk tenkning, fordi elevene må analysere grafen på en systematisk måte. Ifølge Læreplan i matematikk betyr digitale ferdigheter å kunne jobbe med graftegner og regneark for å blant annet kunne utforske matematiske utfordringer. Det betyr også å kunne analysere og behandle informasjon ved å bruke hensiktsmessige digitale verktøy (Kunnskapsdepartementet, 2019, s. 5). Liknende er også stadfestet i læreplanen. Her beskrives funksjoner som er ett sentral verktøy for å undersøke endringer og utvikling, og at modellering i matematikk innebærer å forstå hvordan modellering brukes for å beskrive virkeligheten, men samtidig må elevene være bevisste på modellenes sine grenser (Kunnskapsdepartementet, 2019, s. 3). I denne oppgaven fra Skolen har elevene mulighet for å undersøke modeller. Grafen er en forenklet representasjon av virkeligheten. Oppgaven tilrettelegger for å øve på å bruke modeller og digitale verktøy for å representere og analysere matematiske objekter (Gjøvik & Sikko, 2019, s. 21; Nystuen, 2021, s. 53).

Videre har denne oppgaven også en kontekst som er relevant for elevene. Jeg mener at utforskende undervisning bør benytte seg av referanser fra virkeligheten som er interessant og oppleves som viktig for elevene, fordi det skaper større sannsynlighet for at elevene vil gjennomføre aktiviteten med større motivasjon. Å jobbe med en ekte utfordring i nærmiljøet kan være givende, fordi elevene forstår at deres matematiske kunnskap har praktisk bruk i virkeligheten. Å løse hverdagsproblemer øker også elevens bevissthet om virkelige utfordringer og begrepenes betydning, og kan på sikt også styrke matematisk kompetanse (Skovsmose, 2001, s. 123). Virkelighetselementet fremmes også i Læreplanen i matematikk gjennom kjerneelementet *modellering*. Der står det at elevene må ha evner for å vurdere kritisk om modeller er gyldige (Kunnskapsdepartementet, 2019, s. 3). Ved å jobbe med oppgaver som krever kritisk tenking rundt virkelighetsrelaterte modeller kan matematikkundervisning bidra å utjevne sosiale forskjeller i fremtidens samfunn, fordi denne typen kompetanse også skaper forståelse for at matematikk ofte brukes for å bevise en slags objektiv sannhet (Frankenstein, 2005, s. 37; Skovsmose, 2005, s. 3). Säljö (2022, s. 14) og Kilpatrick et al (2001, s. 15) hevder at digitale læremidler kan gi elevene tilgang til muligheter for matematikklæring og til en produktiv kontekst for å bli kjent med verden.

Tidligere hadde tradisjonell forskning størst fokus på kognitive prosesser når elevene jobbet med grafer, mens holdninger til matematikk ble i mindre grad utforsket. Etter min erfaring er det nødvendig å skape positive holdninger til matematikk for å utvikle elevenes forståelse av grafer. Elever må se grafer som et mektig verktøy for å forstå en komplisert og ustabil verden.

Når de ser funksjoner og grafer i nytt lys og hvordan de er nyttige i matematikk, kan elevenes synspunkt på funksjoner, grafer og matematikk forandre seg fra å være noe de opplever som bare et skolefag til å bli en viktig kunnskap for livet (Gjøvik & Sikko, 2019, s. 12). Dette samsvarer med Skovsmose (2001, s. 131) som hevder at kritisk matematikk er viktig fordi en kritisk elev også er en reflekterende elev. Kritisk matematikk kan gjøre elevene bevisst på egen kapasitet, potensial og ansvar for å forstå matematikk som en sentral del av et demokratisk samfunn.

Mathemacy med sine tre flettede kompetanser muliggjør at elevene kan vurdere komplekse problemer (NOU 2015:8, s.24; Skovsmose, 2005, s. 9). Det er ikke lett å definere hva som er en kompleks oppgave, men det kan være for komplekst når elevene ikke får nok informasjon og rammer i ulike oppgaver. Ifølge Yeo (2017, s. 10) kan denne kompleksiteten være overkommelig, når instruksjoner eller lærer kan gi nok støtte til elever i sin utviklingssone eller ikke overkommelig når det ikke er mulig å gi nok støtte for å løse problemet.

7.2.4 Kontekst

Anvendelse i matematikk innebærer at elevene vet hvordan de kan bruke matematisk kompetanse i virkelige situasjoner (Kunnskapsdepartementet, 2019, s. 3). Oppgaver som har referanser fra reell kontekst, krever at matematikk anvendes på ekte utfordringer i virkeligheten, og slike oppgaver bør hente referanser, begreper og aktiviteter fra virkeligheten (Skovsmose, 2001, s. 123). Oppgave 3 (6.6 Øve 3) fra Skolen (se s. 74, kapittel 5) er en oppgave med *reell kontekst*. Referansene vises i oppgaven. For å løse denne oppgaven trenger elever å forstå og tolke diagrammet. Elevenes forståelse av et diagram eller funksjonsgraf kan utvides på en måte slik at de ser grafene og diagrammene som nyttige verktøy for å beskrive virkeligheten. Når elevene opplever matematikk som noe det kan bruke for å beskrive og forstå virkeligheten vil de også være åpne for å forstå sammenheng mellom funksjoner og «real life» (Gjøvik & Sikko, 2019, s. 21). Etter min erfaring opplever elever mestring når de opplever forståelse og kan trekke ut relevante fakta. Hvis oppgaven i tillegg har en reell kontekst, kan elevene også oppleve at de får forståelse og kontroll på sine egne omgivelser.

Denne oppgaven stiller spørsmål som er koblet til situasjonen som gjelder ulv i Norge. Læreplan i matematikk påpeker at elevene må kunne vurdere om datasett hentet fra virkeligheten er gyldige, noe som er sentralt for at elevene lærer seg å formulere sine egne argumenter slik at de kan ta del i samfunnsdebatten (Kunnskapsdepartementet, 2019, s. 4). Dette kan også innebære å jobbe med matematiske modeller som kan representere en utvikling eller en hypotetisk utvikling av virkeligheten (Skovsmose, 2005, s. 7). Denne oppgaven kan tilrettelegge for slikt arbeid, fordi elevene får mulighet til å utvide grafen etter 2018. Det gir mulighet for at elevene kan oppleve hvordan matematikk kan være et verktøy for å forutse og eventuelt snu negative tendenser, som i dette tilfellet er ulv som utryddingstruet art i Norge.

Slike oppgaver gjør at elevene kan få erfaring med å reflektere rundt slike komplekse spørsmål som er krevende og kan oppleves som uløselige. Ulvesituasjon er påvirket av mange faktorer som miljø og økonomiske interesser. Ifølge Frankenstein (2005, s. 33) kan oppgaver med reell kontekst i matematikkundervisning skape spørsmål som er for kompliserte for å løse eller er etisk krevende. Likevel kan det å utforske matematiske begreper gjennom komplekse og virkelige problemer føre til dypere og relasjonell forståelse av disse begrepene. Jeg syns at det er nyttig med slike oppgaver i matematikkundervisningen, fordi det ikke alltid er mulig eller forventet å finne en rask og enkel løsning på slike komplekse utfordringer for verken ungdommer eller voksne. Likevel er det viktig at vi som mennesker reflekterer rundt dem og holder dem i fokus. Jeg synes at denne oppgaven kan være et interessant utgangspunkt for et prosjektarbeid hvor elevene kan ser nærmere på ulvenes situasjon i Norge.

Oppgave 3 (6.6 Øve 3) fra Skolen kan plasseres i læringsmiljøet (5) på samme grunnlag som de to tidligere oppgavene, elevene blir ikke bedt til å løse virkelige utfordringer (Skovsmose, 2001, s. 128).

7.2.5 Kontrakt

Kompetansemålene i læreplanen i matematikk etter 8. trinn innebærer å «utforske, forklare og sammenligne funksjoner knyttet til praktiske situasjoner (Kunnskapsdepartementet, 2019, s.

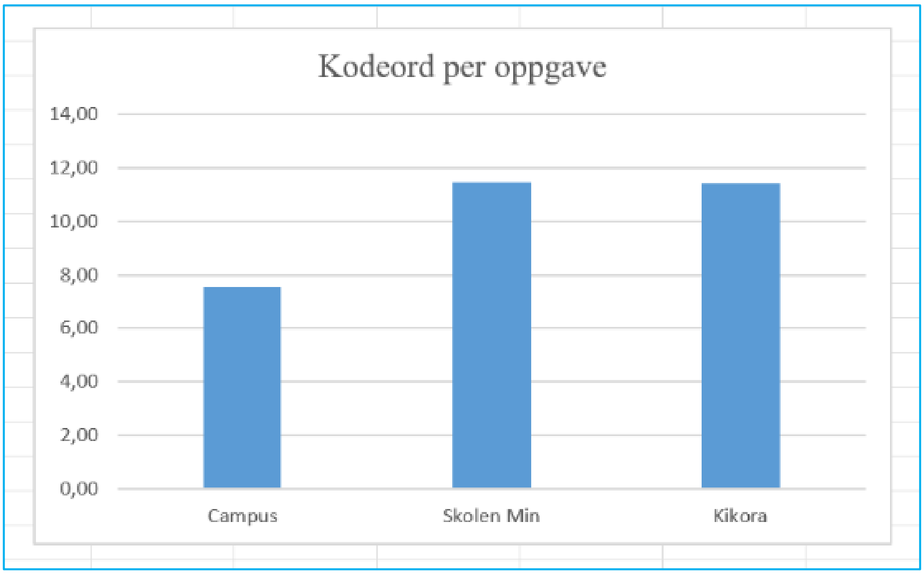
12). Oppgave 11.5.23 fra Campus (se s. 75, kapittel 5) er representativ for hovedtema *kontrakt*. For at et utforskende læringsmiljø skal fungere, må elevene jobbe og lære seg meningsfulle ting. Da må det etableres en kontrakt mellom læremiddelet (eller læreren) og eleven. En kontrakt betyr at elevene anerkjenner informasjon fra oppgaven og aksepterer å jobbe under forholdene som oppgaven krever (Skovsmose, 2001, s. 125). Invitasjoner kan ha ulike former, det kan være en «Hva om?» fra læreren. Dette kan også være implisitt som i disse digitale læremidlene, men for at elevene skal godta kontrakten i utforskende oppgaver kreves det at oppgavene skaper nysgjerrighet og er meningsfulle.

Denne oppgaven kan virke meningsfull for elevene, fordi å velge mobilabonnement er en situasjon elevene vil møte i hverdagslivet. Å velge en tjenesteleverandør eller type av tjeneste kan ha økonomiske konsekvenser for elevene. Oppgaven presenterer en forenklet situasjon, men kan likevel fremme kompetanse elevene trenger når de blir eldre, når det handler om en moped, en bil eller et hus. Dette er matematikk som gir mening og kan skape forståelse og glede ved å lære matematikk. Oppgaven plasserer elevene i en kundeposisjon der de skal argumentere for løsninger og hvorfor. Dette kan bidra til at elevene aksepterer invitasjonen og godtar kontrakten. Når elevene møter et hverdagsproblem som dette, kan det stimulere nysgjerrighet, de kan begynne å undre på hva de selv kunne gjort i en slik situasjon. Oppgaven ber elevene å tegne grafer for å sammenligne mobilabonnementer med utgangspunkt i funksjonsuttrykket, noe som fremmes i et av kompetansemålene etter 8. trinn som inkluderer at elevene skal representere funksjoner på forskjellige måter og utforske sammenheng mellom dem (Kunnskapsdepartementet, 2019, s. 12). Det kan bidra til å utvikle en relasjonell forståelse, fordi elevene må bruke en prosedyre de forstår fordi de trenger å forstå hva de skal gjøre og hvorfor (Ball, 2020, s. 4). Ifølge Skovsmose (2001, s. 131) kan slike oppgaver, der elevene kan øke sin kompetanse for å ta denne type avgjørelser, være veldig meningsfulle oppgaver. At oppgaven ses relevant for å ta gode avgjørelser i hverdagsliv kan øke motivasjon for at elevene vil jobbe med den. Dette samsvarer med Gjøvik og Sikko (2019, s. 16) som hevde at elevene kan begynne å se matematikk som et nyttig verktøy for dem og for forstå og beskriver ulike forhold. Muligheter for at elevene engasjerer seg øker når de blir bevisst om at matematikk er nyttig.

7.3 Forskningsspørsmål 3: Hvordan fokuserer disse tre digitale læremidlene på utforskning i henhold til tema *funksjoner* for 8. trinn?

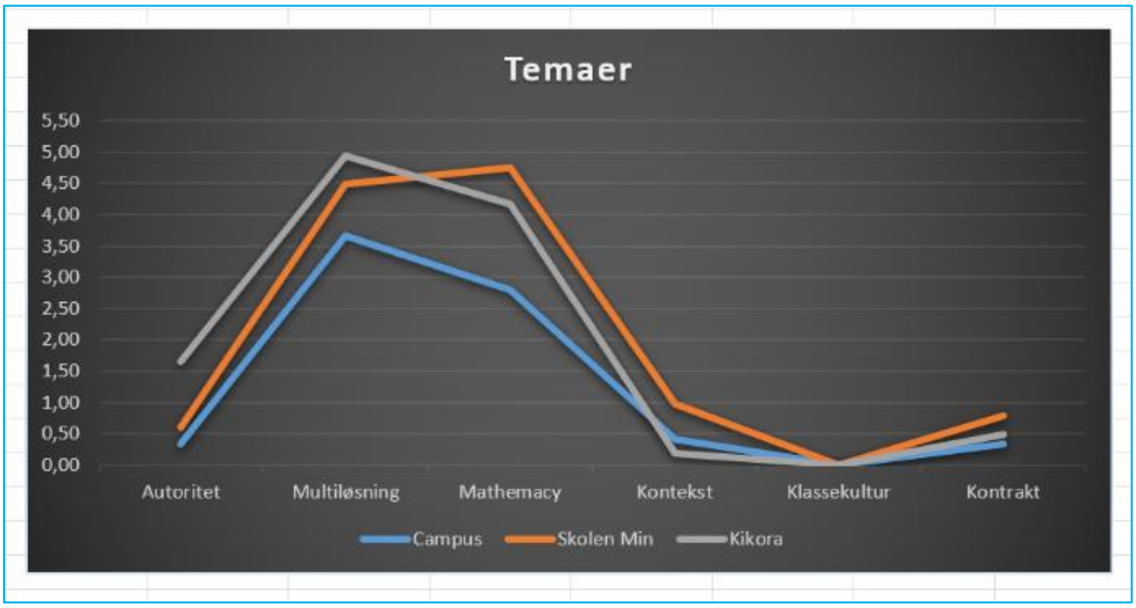
I dette siste delkapittelet sammenlignes de tre digitale læremidlene basert på mengde av kodeord og kodeord per tema. Den mest relevante oppgaven fra hvert tema presenteres også. Når elever jobber utforskende, kan de planlegge løsningsmetoder, begrunne valg av strategier, og stille egne spørsmål som de selv kan svare på. Slike arbeidsmetoder kan fremme elevens selvstendighet, fordi de selv formulerer spørsmål, utforsker hypoteser og vurderer resultater (Artigue & Blomhøj, 2013, s. 797). I Læreplanen er utforskning et eget kjerneelement, nettopp fordi det er så viktig for utvikling av elevenes matematiske kompetanse (Kunnskapsdepartementet, 2019, s. 2). At utforskning er viktig støttes også av blant annet Skovsmose (2001, s. 128), som forklarer at utforskende undervisning tilrettelegger for at læring skjer gjennom eksperimentering, noe som krever aktiv elevdeltakelse og fremmer elevenes autonomi.

Funn fra denne studien viser at oppgavene i kapittel funksjoner på Campus Inkrement Matte 8. er minst utforskende ifølge kriteriene for denne undersøkelsen. Konklusjonen er tatt på bakgrunn av at de 102 oppgavene fra Campus kun fikk 767 kodeord til sammen, et gjennomsnitt på 7,52 kodeord. Til sammenlikning fikk de 157 oppgavene som Skolen presenterer i kapittel funksjoner et gjennomsnitt på 11,45 kodeord per oppgave, og Kikora sine oppgaver et snitt på 11,43 kodeord per oppgave. Selv om det er Skolen som har flest kodeord per oppgave (tabell 4, s. 77), er det kun 0,02 kodeord som skiller Skolen og Kikora. Relevant er det også å understreke at med sine 240 oppgaver er Kikora er det læremidlet med flest oppgaver i kapittelet funksjoner.



Figur 80: Mengde av kodeord per oppgave.

Basert på denne studien og som *Figur 81* nedenfor viser, skiller Skolen sine oppgaver seg ut i tema *kontekst* og *mathemacy* med oppgavene med *reell kontekst* som krever å *tenke kritisk*. Kikoras oppgaver scoret også høyt, særlig i tema *autoritet* og tema *multiløsning*, med mange prosessorienterte oppgaver med mulighet for å manipulere parameterere, noe som fremmer egen utforskning. Kikora har også mange oppgaver med kontinuerlig tilbakemelding. Mer detaljert forklaring angående hvert tema presenteres i de neste avsnittene (se også tabell 5, s. 77 og tabell 6, s. 78).



Figur 81: Mengde av kodeord per oppgave i hovedtemaer.

7.3.1 Autoritet

Når det kommer til kodeord per tema viser undersøkelsen at tema *autoritet* i Campus har gjennomsnitt 0,33 kodeord per oppgave, Skolen har 0,60 kodeord per oppgave og Kikora har 1,66 kodeord per oppgave. Dette kan skape en forventning om at oppgavene i Kikora gjennomsnittlig er mer tilpasset for at elevene må reflektere over løsningsprosesser, og har mulighet for selv-evaluering. Det kan bidra til at elevene opplever selvstendighet i læringsprosessen og at oppgavene generelt har oftere rom for undring og egen utforskning.

7.3.2 Multiløsning

Når det gjelder tema *multiløsning* ser vi at Campus har i gjennomsnitt 3,66 kodeord per oppgave, Skolen har 4,48 kodeord per oppgave, og Kikora har 4,94 kodeord per oppgave. Igjen er det oppgavene fra Kikora som scoret høyest og har mange prosessorienterte oppgaver der elevene må løse flere steg i den samme oppgaven, samtidig som Kikora gir tilbakemelding. Etter min erfaring er dette veldig relevant når elever jobber med oppgaver, fordi elevene virker motiverte og de engasjerer seg i å utforske parametere i Kikora sine oppgaver. Kikora scoret også høyt i variasjon der oppgavene fremmer tverrfaglig tilnærming eller tilrettelegger for kreativ tenkning. Mange oppgaver er også åpne for å bruke forskjellige løsningsmetoder.

7.3.4 Mathemacy

I tema *mathemacy* viser undersøkelsen at Campus i gjennomsnitt har 2,79 kodeord per oppgave, Skolen har 4,75 kodeord per oppgave og Kikora har 4,16 kodeord per oppgave. Oppgaver som fremmer modellering, finner man oftest i Skolen. Oppgavene i Skolen er samtidig de som i størst grad utfordrer elevene til kritisk tenkning og anvendelse av matematikk med tilknytning til virkeligheten.

7.3.5 Kontekst

I henhold til *kontekst* har Campus 0,40 kodeord per oppgave, Skolen har 0,97 og Kikora har 0,19. Skolen skiller seg også ut i dette temaet, fordi de aller fleste læringsstiene i tema funksjoner har oppgaver som viser fakta eller diagrammer hentet fra virkeligheten. Det gjør at elevene får mulighet til å jobbe med oppgaver fra reelle kontekster

7.3.6 Kontrakt

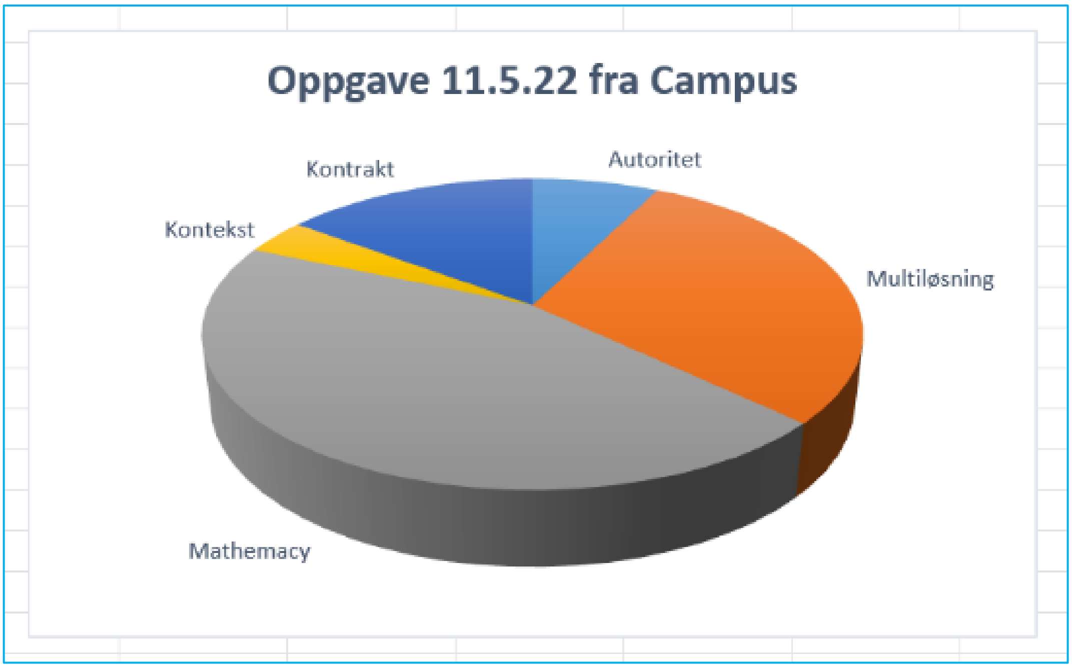
Når vi ser på kodeord per tema finner vi at under *kontrakt* har Campus i gjennomsnitt 0,33 kodeord per oppgave, Skolen har 0,78 kodeord per oppgave og Kikora har 0,48 kodeord per oppgave. Basert på denne undersøkelsen er Skolen det læremidlet som i størst grad er preget av meningsfulle oppgaver som stimulerer nysgjerrighet og kan virke engasjerende og motiverende for elevene.

7.3.7 Representative oppgaver fra hver læremidler

I denne siste delen presenteres de oppgavene som scoret høyest fra hvert digitale læremiddel.

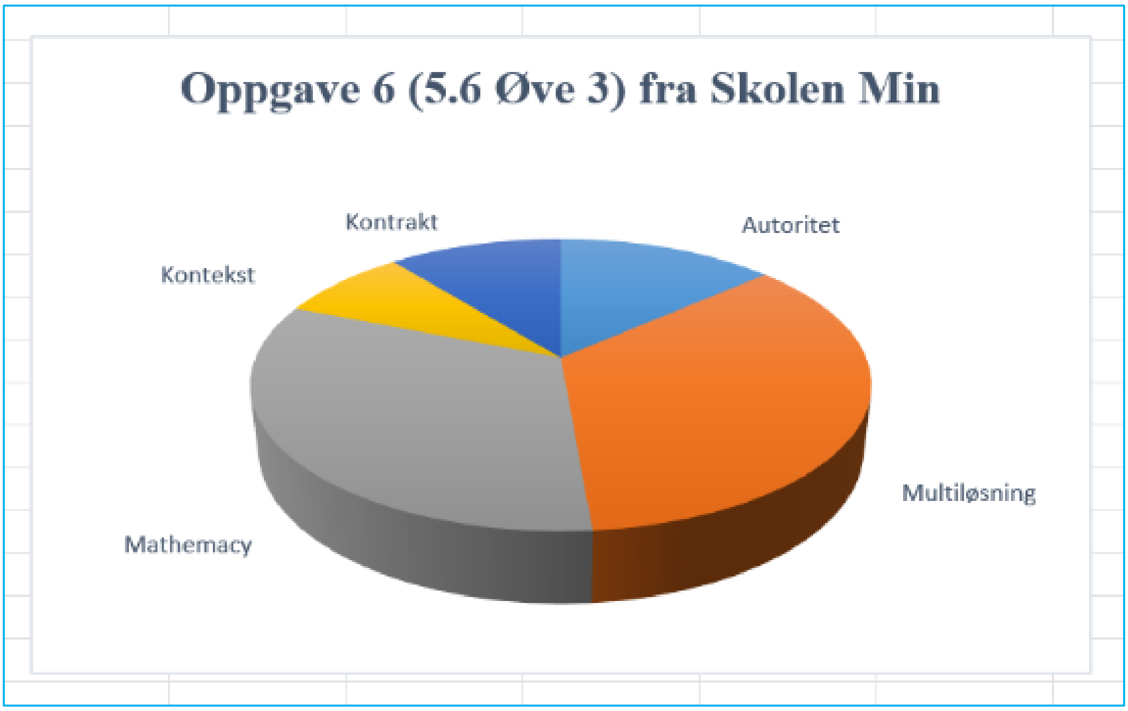
Campus har tre oppgaver som fikk 27 kodeord hver, noe som er vesentlig over gjennomsnittet for Campus. Oppgave 11.5.22 fra Campus (se s. 78, kapittel 5) presenteres her, fordi oppgaven handler om å kjøpe filmer på nett, noe som er en del av mange elevers hverdagsliv. Selv om det er en oppgave som har kontekst av semi-virkelighet, ikke reell kontekst, er den relativt virkelighetsnær og som Skovsmose (2001, s. 128) og Kilpatrick et al. (2001, s. 315) forklarer, er ikke oppgaver med reell kontekst alltid nødvendig, matematikkundervisning må bevege seg blant de ulike «milieus».

Oppgaven er markert med 2 kodeord fra tema *autoritet*, 8 kodeord fra tema *multiløsning*, 12 kodeord fra tema *mathemacy*, 2 kodeord fra tema *kontekst* og 4 kodeord fra tema *kontrakt*. Totalt sett er det denne oppgaven som scoret høyeste i tema *kontrakt* og i tema *mathemacy*. Videre er det også relevant å se nærmere på tema *kontrakt* der denne oppgaven kvalifiserer for alle fire kodeord i temaet. Jeg mener det er en meningsfull oppgave, fordi det handler om å kunne vurdere hvilket tilbud som er best. At elevene opplever oppgaven som virkelighetsnær kan fremme forståelse for at matematikk er et nyttig verktøy i livet, og ikke kun et abstrakt skolefag uten praktisk bruk. Dette kan engasjere elevene og kan skape motivasjon for å undersøke oppgavens mulige løsninger.



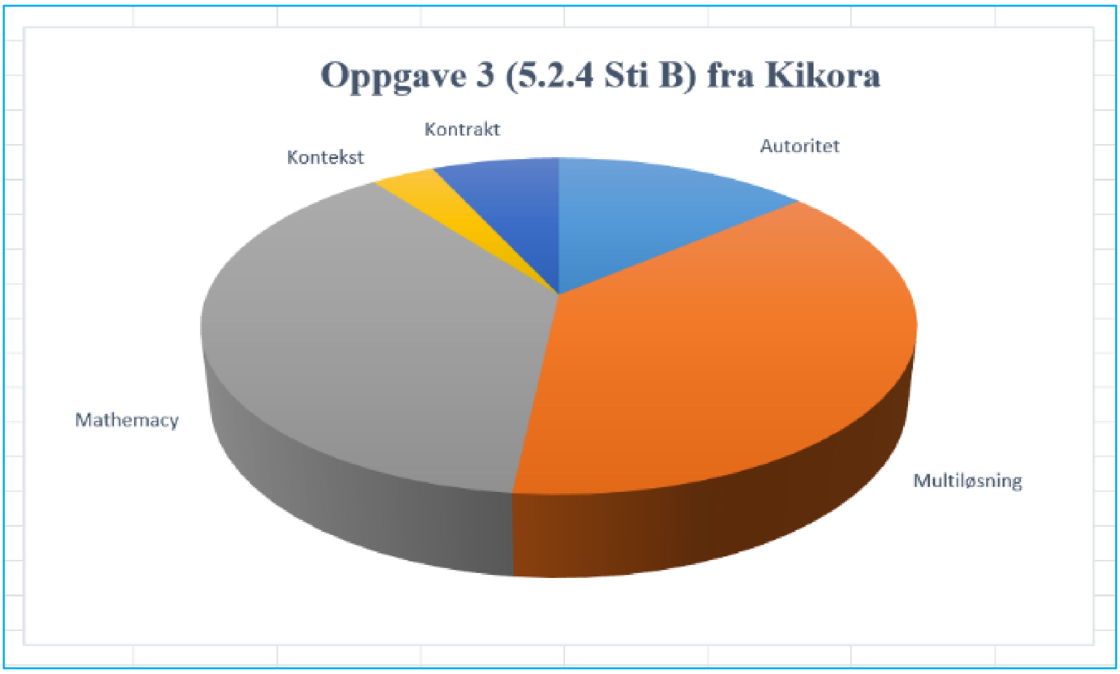
Figur 82: Representasjon av temaer i oppgave 11.5.22 fra Campus

Fra Skolen er oppgave 6 (5.6 Øve 3) den oppgaven med flest kodeord (se s. 80, kapittel 5). Oppgaven er markert med 5 kodeord fra tema *autoritet*, 13 kodeord fra tema *multiløsning*, 12 kodeord fra tema *mathemacy*, 3 kodeord fra tema *kontekst* og 4 kodeord fra tema *kontrakt*. Jeg syns at denne oppgaven er veldig representativ Skolens læreverk og det er interessant å studere denne oppgaven i henhold til tema *mathemacy*, et tema der Skolen har mange oppgaver som scoret veldig høyt. Jeg vil hevde at det er en oppgave med reell kontekst. Fakta og diagrammer med nettreferanse, er ekte, noe som gjør oppgaven enda mer lærerik. Når det gjelder tema *mathemacy*, ble oppgaven 6 (5.6 Øve 3) også markert med alle kodeord i temaet. Oppgaven stiller spørsmål som krever analytisk tenkning, dypere tenkning, refleksjon, evaluere informasjon og feilsøking (NOU 2015:8, s. 24). Jeg mener også at denne oppgaven oppmuntrer bruk av andre ressurser, illustrerer og fremmer bruk av diagrammer og andre visuelle hjelpemidler. Det er en oppgave hvor elevene står foran komplekse utfordringer som for eksempel klimaendringer og det er en type av oppgave som kan bidra til å skape helthetlig forståelse av fenomen.



Figur 83: Representasjon av temaer i oppgave 6 (5.6 Øve 3) fra Skolen.

Den oppgaven som scoret høyest i Kikora er oppgave 3 (5.2.4 Sti B). Denne oppgaven (se s. 81, kapittel 5) er markert med 4 kodeord fra tema *autoritet*, 11 kodeord fra tema *multiløsning*, 11 kodeord fra tema *mathemacy*, 1 kodeord fra tema *kontekst* og 2 kodeord fra tema *kontrakt*. Selv om oppgaven også scorer høyt på tema *mathemacy*, ønsker jeg å presentere oppgaven basert på tema *multiløsning*. Oppgaven tilrettelegger for at elevene kan bruke ulike tilnærminger og løsningsmetoder, fordi de kan regne med funksjonsuttrykk eller tolke grafen. Oppgaven representerer matematiske begreper på forskjellige måter. Oppgaven krever også utforskning og kreativ tenkning. Det er en multisteg oppgave, noe som gjør at elevene må løse et steg for å fortsette til neste steg. Hver gang de taster et svar kommer det umiddelbart tilbakemelding, oppgaven er veldig prosessorientert. Alle disse elementene gjør at dette er en oppgave som lar elevene bruke ulike innfallsvinkler for å studere en funksjon. Den fremmer også tverrfaglighet med andre fag, som for eksempel biologi. Elevene må svare på en rekke spørsmål basert på et funksjonsuttrykk og graf som representerer hvordan vekten til et lam øker avhengig av hvor mange dager som har gått etter fødselen. Oppgaven gjør at elevene må studere vekten og dager, søker etter mønstre og generalisere. Etter min mening kan konteksten med lam muligens være uinteressant for elevene, siden dette ikke er et typisk tenåringstema. Samtidig tilbyr oppgaven gode muligheter for at elevene får jobbe med representasjon av matematiske begreper på ulike måter, og for at de opplever hvordan det er mulig anvende matematikkfag til praktiske situasjoner.



Figur 84: Representasjon av temaer i oppgave 3 (5.2.4 Sti B) fra Kikora.

8 Konklusjon

Denne studien handler om utforskning og digitale læremidler i matematikk, med formål om å forstå hvordan lærere kan bruke digitale læremidler når 8. trinn skal utforske kunnskapsområdet *funksjoner*. Å flytte mer av matematikkundervisningen fra oppgaveparadigmet til undersøkelseslandskaper kan være viktig for at elevene skal kunne ta større del i sin egen læringsprosess. Undersøkelseslandskaper tilrettelegger for at elever kan stille egne undrende spørsmål, oppleve variasjon, og jobbe med oppgaver der ikke kun ett svar er riktig. Undersøkelseslandskaper presenterer på fremstillinger av reelle datasett og modeller og tilrettelegger for at undersøkelse kan skje på en kritisk måte, noe som ifølge Skovsmose (2001, s. 131) er viktig for at elevene skal føle at matematikk er et motiverende fag med feste i virkeligheten.

For å belyse studiens problemløsning ble det gjennomført en tematisk komparativ analyse av alle oppgavene i tre digitale læremidler. 39 kodeord ble definert og sortert i seks temaer. Kodeordene ble brukt for å sortere oppgavene. Denne sorteringen dannet grunnlaget for tolkning og drøfting av datamaterialet. Tolkning av funnene ble gjennomført fra en hermeneutisk tilnærming, der prosessen bidro til å svare på forskningsspørsmål og problemstillingen.

Alle de tre digitale læremidlene har oppgaver som dekker kriterier for utforskning som kjerneelementet og kompetansemålene for funksjoner i læreplanen, men basert på denne undersøkelsen er variasjonen i de digitale læremidlene ganske stor. Oppgavene i Skolen er de mest utforskende, deretter kommer oppgavene fra Kikora og til slutt viser undersøkelsen at oppgavene fra Campus er de minst utforskende. I tema *autoritet* hadde oppgavene fra Kikora flest kodeord per oppgave, deretter Skolen og Campus. I tema *multiløsning* scoret Kikora sine oppgaver høyest og Campus lavest, men i dette temaet er ikke forskjellene store. I tema *mathemacy* finner vi større variasjon, der Skolen har flest kodeord per oppgave og Campus minst. I tema *kontekst* scoret Skolen høyest og Kikora minst, i dette temaet ligget Campus i midten. Et viktig aspekt er at ingen av læremidlene har oppgaver markert med kodeord *samarbeid* eller andre kodeord som kan knyttes til tema *klasseromkultur.* I tema *kontrakt* har Skolen flest kodeord og Campus minst. Totalt sett er det Skolen som scoret høyest i temaene *mathemacy*, *kontekst* og *kontrakt*, og Kikora som scorer høyest i temaene *autoritet* og *multiløsning*. Campus scoret lavest i fire av temaene.

De tre digitale læremidlene som er undersøkt i denne studien er kun et utvalg av tilgjengelige ndigitale læremidler. Likevel mener jeg at funnene i denne studien kan bidra til å sette fokus på hvordan digitale læremidler kan tilrettelegge for å utvikle elevers kompetanse i utforskning knyttet til tema *funksjoner*. Arbeidet kan også være til nytte for andre læremiddelforfattere. De konkrete oppgavene som presenteres for elever er av viktighet. Utforskende oppgaver kan stimulere til undring og gi erfaringer om virkeligheten i sin helhet, noe som tillater utvikling av matematiske kompetanser. Slike erfaringer kan være avgjørende for elevenes framtid. Ved å kunne tolke matematisk fremstilte fenomener, kan elevene tilegne seg ny kunnskap og forståelse for samfunnet og eget liv. På sikt kan dette gi dem mulighet til å forandre virkeligheten gjennom sine handlinger som aktive og effektive deltakere i samfunnet.

Arbeidet med denne studien har gitt meg dypere forståelse om utforskende arbeidsmåter. Det har også økt min bevissthet rundt analyse av digitale læremidler, og hvordan disse ressursene kan øke kvaliteten i min og andres matematikkundervisning. Jeg håper at denne masteroppgaven kan gjøre andre lærere mer bevisst på tema utforskning i digitale læremidler. Angående videre forskning anser jeg at det kunne vært interessant å undersøke elevenes opplevelse av de tre digitale læremidlene, for å se om deres vurdering samsvarer med resultatene til denne studien.

Avslutningsvis ønsker jeg å fremme noen punkter for læremiddelutviklere. Først og fremst mener jeg at digitale læremidler bør fokusere mer på oppgaver som fremmer at elever utforsker, undersøker og forklarer og reflekterer over ekte utfordringer i virkeligheten. Det kan danne et grunnlag for elevenes kritiske tenkning og refleksjon, som fremtidens aktive deltakere i samfunnet er det viktig at de bruker matematikk som et nyttig verktøy. Jeg mener også at digitale læremidler bør inkludere interaktive samarbeidsoppgaver. Dette kan være både i digitale og fysiske, praktiske oppgaver som fremmer samarbeid. Et forslag for digitale oppgaver er spill, der elevene kan møtes på en felles digital plattform for å undersøke sammen. Da kan elevene utfordre hverandre eller variere konteksten til en oppgave som medelevene kan prøve å løse. Dette kan fremme samarbeid, dialog og en klassekultur som hevder utforskning engasjement og motivasjon.

Litteraturliste

Alrø, H., & Skovsmose, O. (2006). Undersøgende samarbejde i matematikundervisningen: udvikling af IC-Modellen. In O. Skovsmose, & M. Blomhøj (Eds.), *Kunne det tænkes?: om matematiklæring* (pp. 110-126). Malling Beck.

Anker, T. (2020). *Analyse i praksis – en håndbok for masterstudenter*. Oslo: Cappelen Damm Akademisk.

Artigue, M., & Blomhøj, M. (2013). *Conceptualizing inquiry-based education in mathematics.* ZDM, 45(6), ss. 797-810. DOI:10.1007/s11858-013-0506-6

Arzarello, F. & Pezzi, G. & Robutti, O. (2007). *Modelling Body Motion: an Approach to Functions Using Measuring Instruments*. DOI:10.1007/978-0-387-29822-1_11.

Ball, C. M. (2020). *Preik, humør og rike oppgaver*. Tangenten – tidsskrift for matematikkundervisning, 31(1). 10−14. Hentet 29.5.2024 fra http://tangenten.no/wp-content/uploads/2021/12/tangenten-1-2020-Ball.pdf

Barbosa, A. & Vale, I. (2015). *Visualization in pattern generalization: Potential and Challenges*. Journal of the European Teacher Education Network 2015, Vol. 10, 57-70. Hentet 29.05.2024 fra https://www.researchgate.net/publication/334639031_Visualization_in_pattern_generalization_Potential_and_Challenges

Black, P. & Wiliam, D. (2009). Developing the theory of formative assessment. *Educational Assessment, Evaluation and Accountability, 21*(1), 5–31. https://doi.org/10.1007/s11092-008-9068-5

Braun, V., & Clarke, V. (2006). Using thematic analysis in psychology. *Qualitative Research in Psychology, 3*(2), 77–101. https://doi.org/10.1191/1478088706qp063oa

Campus Inkrement. (2024). Campus Matte 8. Hentet 29.05.2024 fra https://campus.inkrement.no/EducationTeacher/Chapter/468485?chapterId=16889&tab=lectures

Cappelen Damm. (2024) Matematikk 8. Skolen. Hentet 29.05.2024 fra https://skolenmin.cdu.no/_/8-trinn/matematikk/funksjoner-62b57544c8cdf96b925a0383-6110d9cccc73b5135010bbe0-6116a238489cf83b6c705757?showIntro=true

Duval, R. (2006). *A cognitive analyse of problems of comprehension in a learning of mathematics.* Educational Studies in Mathematics, 61(1-2), 103–131. doi:10.1007/s10649-006-0400-z

Fjørtoft, S. O., Thun, S. & Buvik, M. P. (2019). *Monitor 2019: En deskriptiv kartlegging av digital tilstand i norske skoler og barnehager* (2019:00877). Trondheim: SINTEF. Hentet 29.05.2024 fra http://hdl.handle.net/11250/2626335

Forskrift til Opplæringsloven. (2006). *Vurdering i grunnskolen.* (FOR-2006-06-23-724). Lovdata. https://lovdata.no/forskrift/2006-06-23-724

Frankenstein, M. (2005). Reading the world with math: Goals for a critical mathematical literacy curriculum. I Gutstein & Peterson (Red.), *Rethinking mathematics: Teaching social justice by the numbers. Rethinking Schools* (s. 31–41). Hentet 29.05.2024 fra https://www.nottingham.ac.uk/csme/meas/papers/frankenstein.html

Gilje, Ø., Ingulfsen, L., Dolonen, J, A., Furberg, A., Rasmussenm I., Kluge, A., Knain, E., Mørch, A., Naalsund, M. &. Skarpaas, K, G. (2016). *Med ARK&APP: Bruk av læremidler og ressurser for læring på tvers av arbeidsformer.* Universitetet i Oslo. Hentet 29.05.2024 fra https://www.uv.uio.no/iped/forskning/prosjekter/arkapp/arkapp_syntese_endelig_til_trykk.pdf

Gjøvik, Ø. & Sikko, S.A. (2019). *Walking a Graph: Developing Graph Sense Using Motion Sensor Technology*. Digit Exp Math Educ 5, 179–202. https://doi.org/10.1007/s40751-019-00052-5

Gu, F., Huang, R., Gu, L. (2017). Theory and Development of Teaching Through Variation in Mathematics in China. In: Huang, R., Li, Y. (eds) *Teaching and Learning Mathematics through Variation*. Mathematics Teaching and Learning. SensePublishers, Rotterdam. https://doi.org/10.1007/978-94-6300-782-5_2

Gustavsen, T. S., Hinna, K. R. C., Borge, I. C. & Andersen, P. S. (2014). QED 5-10: matematikk for grunnskoleutdanningen, bind 2. Oslo: Cappelen Damm Akademisk.

Hattie, J. (2013). *Synlig læring*. Oslo: Cappelen Damm Akademisk.

Hattie, J., & Timperley, H. (2007). *The Power of Feedback.* Review of Educational Research, 77(1), 81–112. DOI:10.3102/003465430298487

Kaarstein, H., Radišić, J., Lehre, A.C., Nilsen, T. & Bergem, O.K. (2020). *TIMSS 2019. Kortrapport.* Institutt for lærerutdanning og skoleforskning, Universitetet i Oslo. Hentet 29.05.2024 fra https://www.uv.uio.no/ils/forskning/prosjekter/timss/2019/timss-2019-kortrapport.pdf

Kikora. (2024). *Matematikk 8.* Hentet 29.05.2024 fra https://feide.kikora.no/c/#/activities/T114/C35599/C36398

Kilpatrick, J., Swafford, J., & Findell, B. (2001). *Adding It Up: Helping Children Learn Mathematics.* Washington, DC: National Academy Press.

Krumsvik, R.J. (2013). *Forskningsdesign og kvalitativ metode – ei innføring.* Bergen. Fagbokforlaget

Kunnskapsdepartementet. (2019). *Læreplan i matematikk 1.–10. trinn (MAT01-05).* Fastsatt som forskrift. Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2020. https://www.udir.no/lk20/mat01-05

NOU 2015:8. (2015). *Fremtidens skole - Fornyelse av fag og kompetanser.* Kunnskapsdepartementet. https://www.regjeringen.no/contentassets/da148fec8c4a4ab88daa8b677a700292/no/pdfs/nou201520150008000dddpdfs.pdf

Nyeng, F. (2012). *Nøkkelbegreper i forskningsmetode og vitenskapsteori.* Fagbokforlaget.

Nystuen, L. E. (2021). Elevers utforskning av matematikk ved hjelp av GeoGebra. Masteroppgave. Universitetet i Sørøst-Norge. Hentet 29.05.2024 fra https://openarchive.usn.no/usnxmlui/bitstream/handle/11250/2985347/no.usn%3Awiseflow%3A2599330%3A42855049.pdf?sequence=1&isAllowed=y

Osloeconomics. (2022). *Markedet for digitale læremidler og læringsressurser i grunnskolen og videregående opplæring.* Rapport skrevet på oppdrag for Utdanningsdirektoratet. Hentet 29.05.2024 fra https://osloeconomics.no/wp-content/uploads/2022/08/Markedsanalyse-Rapport-Oslo-Economics.pdf

Radford, L. (2006). Algebraic thinking and the generalization of patterns: A semiotic perspective. 1. Hentet 29.05.2024 fra https://www.researchgate.net/publication/239933692_Algebraic_thinking_and_the_generalization_of_patterns_A_semiotic_perspective

Schoenfeld, A. (1987). Pólya, Problem Solving, and Education. Mathematics Magazine. 60(5). DOI:10.2307/2690409

Skovsmose, O. (2001). *Landscapes of Investigation.* Zentralblatt für Didaktik der Mathematik, *33*(4), 123–132. https://doi.org/10.1007/BF02652747

Skovsmose, O. (2005). *Kritisk matematikkundervisning – for fremtiden.* Tangenten, 3, 4–11. Hentet 29.05.2024 fra https://tangenten.no/tidligere-nummer/2005-2/

Stray, J. H. & Wittek, L. (2014). *Pedagogikk: en grunnbok.* Cappelen Damm akademisk.

Säljö, R. (2022). Child development in a digital age: Epistemic practices in media societies. In K. Kumpulainen, A. Kajamaa, O. Erstad, Å. Mäkitalo, K. Drotner, & S. Jakobsdóttir (Eds.), Nordic childhoods in the digital age: Insights into contemporary research on communication, learning and education (pp. 11–20). Routledge. https://doi.org/10.4324/9781003145257-3

Tjora, A. (2010). *Kvalitative forskningsmetoder*. Oslo: Gyldendal Akademisk. (4.utg.)

Utdanningsdirektoratet. (2023). *Den internasjonale studien TIMSS.* Hentet 29.05.2024 fra https://www.udir.no/tall-og-forskning/internasjonale-studier/timss/

Utdanningsdirektoratet. (2023). *Den teknologiske skolesekken.* Hentet 29.05.2024 fra https://www.udir.no/kvalitet-og-kompetanse/nasjonale-satsinger/den-teknologiske-skolesekken/#a147262

Uuttilsynet. (2021). *Kartlegging av digital læremidler og læringsplattformer i utdanningssektoren.* Utarbeidet for Direktoratet for forvaltning og IKT. Hentet 29.05.2024 fra https://www.uutilsynet.no/andre-rapportar/kartlegging-av-digital-laeremidler-og-laeringsplattformer-i-utdanningssektoren/943).

Valenta, A. (2016*). Kognitive krav i matematikkoppgaver*. Hentet 29.05.2024 fra https://www.matematikksenteret.no/sites/default/files/2022-10/Kognitive%20krav%20i%20matematikkoppgaver.pdf

Vygotsky, L. (1978). *Mind in Society. The development of Higher Psychological Processes.* Harvard College, USA.

Yeo, J. B. (2017). *Development of a Framework to Characterise the Openness of Mathematical Tasks.* International Journal of Science and Mathematics Education, 15, 175-191. https://doi.org/10.1007/s10763-015-9675-9

Oversikt over tabeller og figurer

Liste over figurer

Liste over tabeller

Vedlegg

For alle vedlegg i originalt format, se Excel-fil vedlagt i Wiseflow.

Vedlegg 1: Analyseskjemaet - Campus

Oppgave	Ingenting	Åpen spørsmål	Kreativ tenkning	Spørsmål som krever utforskning	Koblet til virkelige situasjoner	engasjerende	Multistegproblem	Oppfordrer til dypere tenkning	Forskjellige løsningsmetoder	variasjon	Ulike mulige tilnærminger	samarbeid	Oppmuntre bruk av andre ressurser	Integrere utforskende teknologi	Legger vekt på anvendelse av matematikk	Stimulerer nysgjerrighet	Gir rom for undring	Gir rom for egen utforskning	Oppfordre til feilsøking	Oppgave med reell kontekst	Meningsfull oppgave	motiverende	Oppmuntre til å generalisere	Opp. Til å søke etter mønstre	Fremme bruk av diagrammer, grafer og andre visuelle	Illustrere matematiske begreper med…	Åpent sluttprodukt	Spørsmål til dypere refleksjon	Spørsmål for analytisk tenkning	Tverrfaglig tilnærming	Sammenhenger med andre fag	Skape helhetlig forståelse	Evaluere informasjon	Selvstenfig læring	Takle komplekse problemer	Representasjon av matematiske begreper på	Kontinuerlig tilbakemelding	Refleksjon over løsningsprosessen	selvevaluering		TOT
1	1																																								0
2	1																																								0
3																									1	1										1					3
4																									1	1										1					3
5																									1	1										1					3
6																									1	1										1					3
7							1																		1	1						1				1					5
8	1																																								0
9							1						1											1	1	1										1					6
10							1																		1	1										1					4
11																									1	1										1					3
12							1																		1	1										1					4
13							1																		1	1										1					4
14						1	1								1	1																				1					5
15								1																												1					2
16																									1	1										1					3
17																									1	1										1					3
18				1			1																	1	1	1						1				1					7
19			1						1		1						1	1						1																	6
																																									0
1							1			1																															2
2					1		1								1																					1					4
3					1		1			1					1																					1					5
4							1																																		1
5							1																																		1
6							1																													1					2
7							1																													1					2
8							1																													1					2
9					1		1			1					1																1										5
10					1										1								1													1					4
11					1		1			1					1																	1				1					6
12					1		1								1																					1					4
13							1																																		1
14					1		1			1					1								1								1	1				1					8
15					1		1	1	1	1					1								1									1				1					9
16					1		1			1					1								1								1					1					7
17					1		1	1		1					1								1								1	1			1	1					10
18					1										1								1													1					4
19							1																																		1
20					1										1																					1					3
21				1	1		1	1	1	1					1																	1				1					9
22							1			1																										1					3
23							1		1														1									1				1					5
24																							1	1	1	1										1					5
25				1					1								1	1						1	1	1	1									1					9
																																									0
1							1			1															1											1					4
2							1	1		1															1	1						1				1					7
3					1		1																	1												1					4
4							1																	1												1					3
5							1																	1												1					3
6							1																	1												1					3
7							1																		1											1					3
8							1																	1												1					3
9							1																		1											1					3
10							1																	1	1	1							1			1					6
11							1																	1	1	1										1					5
12				1	1		1	1		1					1								1	1	1	1						1				1					12
13							1	1		1								1					1	1	1	1										1					9
14							1	1	1	1													1	1	1	1										1					9
15							1		1														1	1	1	1										1					7
16									1	1													1	1	1	1						1				1					8
17				1				1	1								1	1					1	1												1					8
18							1		1														1		1	1										1					6
																																									0
1							1																		1																2
2							1		1	1			1	1										1	1	1										1					9
3				1			1		1				1	1										1	1	1										1					9
4							1		1	1			1	1											1	1										1					8
5				1			1		1	1			1	1											1	1										1					9
6				1			1		1	1			1	1										1	1	1										1					10
7													1	1											1	1										1					5
8							1						1	1											1	1										1					6
9							1						1	1											1	1										1					6
10													1	1										1	1	1										1					6
11													1	1											1	1										1					5
12				1	1		1	1	1	1			1	1	1		1	1						1	1	1						1			1	1					17
13	1																																								0
14				1	1		1	1	1	1			1	1	1	1	1	1	1						1	1				1	1	1				1					19
15			1	1	1	1	1	1	1	1			1	1	1	1	1	1						1	1	1				1	1	1			1	1					22
16			1	1		1	1	1	1	1							1	1																	1	1					11
																																									0
1					1										1																										2
2					1		1		1	1					1								1													1					7
3				1	1		1		1	1					1								1	1												1					9
4				1	1	1	1	1	1						1								1	1	1	1				1	1	1			1	1					16
5				1	1		1	1	1	1					1								1	1												1					10
6				1	1	1	1		1	1					1	1	1	1					1													1					12
7					1		1		1	1			1	1	1								1		1	1										1					11
8					1				1						1								1	1												1					6
9				1	1		1								1								1													1					6
10			1	1	1	1	1	1	1	1			1	1	1	1	1	1				1	1	1	1	1									1	1					21
11				1	1		1	1	1	1			1	1	1								1	1	1	1										1					14
12					1		1	1	1	1			1	1	1								1	1	1	1									1	1					14
13					1				1						1									1												1					5
14				1	1	1	1	1	1	1			1	1	1	1	1	1					1	1	1	1			1			1			1	1					21
15				1	1		1		1	1			1	1	1								1	1	1	1									1	1					14
16				1	1		1		1	1			1	1	1								1	1	1	1			1						1	1					15
17				1	1		1	1	1	1			1	1	1									1	1	1			1				1			1					15
18					1										1																					1					3
19			1	1	1	1		1	1						1	1	1	1					1												1	1					13
20			1	1	1	1	1	1	1	1			1	1	1	1	1	1			1	1	1	1	1	1		1	1			1	1		1	1					26
21			1	1	1	1	1	1	1	1			1	1	1	1	1	1	1		1	1	1	1	1	1		1	1			1	1		1	1					27
22			1	1	1	1	1	1	1	1			1	1	1	1	1	1	1		1	1	1	1	1	1		1	1			1	1		1	1					27
23			1	1	1	1	1	1	1	1			1	1	1	1	1	1	1		1	1	1	1	1	1		1	1			1	1		1	1					27
24		1	1	1		1	1	1	1	1					1	1	1	1	1				1	1			1	1	1			1	1	1	1	1					23

Vedlegg 2: Analyseskjemaet – Skolen

Oppgave	Ingenting	Åpen spørsmål	Kreativ tenkning	Spørsmål som krever utforskning	Koblet til virkelige situasjoner	engasjerende	Multistegproblem	Oppfordrer til dypere tenkning	Forskjellige løsningsmetoder	variasjon	Ulike mulige tilnærminger	samarbeid	Oppmuntre bruk av andre ressurser	Integrere utforskende teknologi	Legger vekt på anvendelse av matematikk	Stimulerer nysgjerrighet	Gir rom for undring	Gir rom for egen utforskning	Oppfordre til feilsøking	Oppgave med reell kontekst	Meningsfull oppgave	motiverende	Oppmuntre til å generalisere	Opp. Til å søke etter mønstre	Fremme bruk av diagrammer, grafe og andre visuelle hjelpemidler	Illustrere matematiske begreper med...	Åpent sluttprodukt	Spørsmål til dypere refleksjon	Spørsmål for analytisk tenkning	Tverrfaglig tilnærming	Sammenhenger med andre fag	Skape helhetlig forståelse	Evaluere informasjon	Selvstendig læring	Takle komplekse problemer	Representasjon av matematiske begreper på forskjelligee måte	Kontinuerlig tilbakemelding	Refleksjon over løsningsprosessen	selvevaluering		TOT
B																																								
TDS																																								
1							1																1	1							1								4
2							1																1	1							1								4
3															1											1	1														3
4															1											1	1														3
5															1											1	1														3
6															1											1	1														3
7															1											1	1														3
ØVE1																																									0
1																									1	1														2
2																									1	1														2
3				1	1										1					1					1	1					1										7
4																									1	1														2
5																									1	1														2
6					1															1						1															3
ØVE2																																									0
1					1										1											1										1					4
2					1										1											1										1					4
3				1	1										1											1					1					1					6
4				1	1	1	1			1					1				1								1										1					9
5				1	1										1										1	1										1					6
6				1	1		1								1										1	1										1					7
ØVE3																																									0
1				1	1		1			1					1				1								1										1					8
2				1	1										1											1										1					5
3				1	1	1	1								1											1										1					7
4				1	1		1								1				1								1					1					1					8
5				1	1										1				1							1	1										1					7
6				1	1		1			1					1										1	1										1					8
7				1	1			1	1	1					1		1	1							1	1	1										1					12
KS																																									0
TDS																																									0
1				1									1														1	1										1					5
2				1									1														1	1										1					5
3				1									1														1	1										1					5
4				1									1														1	1										1					5
5				1									1														1	1										1					5
6				1			1						1														1	1										1					6
7				1			1						1														1	1										1					6
8				1			1						1														1	1										1					6
9				1			1						1						1							1	1										1					7
10				1			1						1						1							1	1										1					7
ØVE1																																									0
1				1									1														1	1										1					5
2				1									1														1	1										1					5
3				1									1														1	1										1					5
4				1			1						1						1							1	1								1			1					8
ØVE2																																									0
1				1			1	1	1	1			1		1										1	1							1			1	1					12
2				1	1		1			1			1		1										1	1										1					9
3				1			1			1			1						1							1	1										1					8
ØVE3																																									0
1				1	1										1										1	1								1			1					7
2				1			1	1	1	1			1				1	1							1	1	1							1			1	1					14
3				1			1	1		1			1	1					1							1	1							1			1	1					12
4				1			1	1	1	1			1												1	1							1										9
KG																																									0
TDS																																									0
1				1									1														1	1										1					5
2				1	1								1		1										1	1	1						1		1			1					10
3				1	1								1		1										1	1	1						1		1			1					10
4				1	1								1		1										1	1	1						1		1			1					10
5				1	1								1		1										1	1	1						1		1			1					10
6				1	1								1		1										1	1	1						1		1			1					10
7				1	1								1		1										1	1	1						1		1			1					10
ØVE1																																									0
1				1	1		1			1			1	1	1	1		1					1	1	1	1						1		1			1					16
2				1	1		1			1			1		1										1	1						1					1					10
3				1	1		1	1	1	1			1	1	1							1	1	1						1		1			1					15
4				1	1		1			1			1		1										1	1										1					9
5				1	1	1	1	1		1			1		1										1	1						1					1					12
ØVE2																																									0
1				1	1		1			1			1	1	1	1		1						1	1	1						1		1			1					15
2				1	1		1			1			1		1									1	1	1						1					1					11
3			1	1	1	1	1	1	1	1			1	1	1		1	1					1	1	1	1			1		1	1	1		1	1					23
4				1	1		1		1	1			1		1									1	1	1			1		1		1			1					14
5				1	1	1	1	1	1	1			1	1	1									1	1	1						1	1	1			1					17
ØVE3																																									0
1				1	1	1	1	1	1	1			1	1	1		1	1					1	1	1	1			1		1	1	1		1	1					22
2				1	1		1	1	1	1			1		1									1	1	1						1					1					13
3				1	1		1	1	1	1			1	1	1									1	1	1						1		1			1					15
4				1	1		1			1			1		1									1	1	1										1					10
5				1	1	1	1	1	1	1			1	1	1								1	1	1	1			1		1	1	1		1	1					20
sit																																									0
TDS																																									0
1					1				1						1																					1					4
2					1				1						1																					1					4
3					1											1									1	1														1					5
4				1	1		1	1	1	1			1		1								1	1					1			1	1		1	1					15
5					1				1						1									1															1					5
6				1	1			1	1						1																					1					6
ØVE1																																									0
1					1		1		1						1										1																		5
2					1		1		1						1										1																		5
3					1		1								1																											3
4					1	1	1	1		1					1									1	1																		8
5				1	1	1	1	1	1	1					1									1	1												1					11
6					1		1								1									1																			4
ØVE2																																									0
1					1		1		1	1					1																										5
2					1		1			1					1									1										1									6
3				1	1		1		1	1					1									1	1								1				1					10
4				1	1	1	1	1	1	1					1		1	1		1			1	1				1					1	1			1					17
5				1	1		1	1	1	1					1										1												1					9
ØVE3																																									0
1					1		1		1	1					1																						1					6
2			1	1	1	1	1	1	1	1					1		1	1		1			1					1	1			1	1		1	1					19
3				1	1		1		1	1					1									1									1	1		1	1					11
4				1	1	1	1	1	1	1					1		1	1		1			1	1				1					1	1		1	1					18
5				1	1	1	1	1	1	1					1			1		1			1												1					12
6			1	1	1	1	1	1	1	1					1	1	1	1	1	1		1	1	1				1			1	1	1		1	1					23
tegne																																									0
TDS																																									0
1				1	1	1	1	1	1	1			1		1		1	1					1	1	1	1		1	1			1	1		1	1					21
2					1		1	1	1	1			1		1		1	1					1	1	1	1		1	1			1	1		1	1					19
3					1	1	1	1	1	1			1		1			1					1	1	1	1		1	1			1	1		1	1					19
ØVE1																																									0
1				1	1	1	1	1	1	1			1	1	1	1		1		1			1	1	1	1							1				1					19
2				1	1	1	1	1	1	1			1	1	1	1		1		1			1	1	1	1							1				1					19
3				1	1	1	1	1	1	1			1	1	1	1		1		1		1	1	1	1	1							1				1					20
ØVE2																																									0
1	hint			1	1	1	1	1	1	1			1	1	1		1	1		1			1	1	1	1		1	1			1	1		1	1					23
2			1	1	1	1	1	1	1	1			1	1	1	1	1	1		1		1	1	1	1	1		1	1			1	1		1	1					26
3			1	1	1	1	1	1		1			1	1	1		1	1					1	1	1	1		1	1			1	1		1	1					22
ØVE3																																									0
1				1	1		1	1	1	1			1	1	1	1	1	1					1	1	1	1		1	1			1	1		1	1					22
2				1	1	1	1	1	1	1			1	1	1	1	1	1		1		1	1	1	1	1							1				1					21
3			1	1	1	1	1	1	1	1			1	1	1	1	1	1		1		1	1	1	1	1		1	1			1	1		1	1					26
tolk																																									0
TDS																																									0
1				1	1	1							1		1										1	1		1							1					9
2				1	1	1							1		1										1	1		1							1					9
3				1	1	1							1		1										1	1		1							1					9
4				1	1	1		1	1			1		1	1	1	1							1	1	1		1	1		1	1			1	1					19
5				1	1	1							1		1	1	1			1					1	1		1	1		1					1					14
6				1	1	1							1		1	1	1			1					1	1		1	1		1					1					14
7				1	1	1		1	1			1		1	1	1	1		1				1	1	1		1	1		1					1					18
8				1	1	1							1		1	1				1					1	1						1					1					11
ØVE1																																									0
1				1	1	1	1	1	1	1			1		1		1	1	1						1	1	1			1								1					17
2				1	1		1	1	1	1			1		1			1							1	1		1							1					13
3	ulv			1	1	1	1	1	1	1			1	1	1	1	1	1		1	1	1		1	1	1		1	1	1	1		1			1					25
4				1	1	1	1	1		1			1	1	1	1		1		1					1	1		1	1	1					1					18
5	makrell			1	1	1	1	1	1	1			1	1	1	1	1	1		1	1	1	1	1	1	1		1	1	1	1	1	1			1					27
6	clima	1	1	1	1	1	1	1	1	1			1	1	1	1	1	1	1	1	1	1		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1		35
ØVE2																																									0
1				1	1	1	1	1	1	1			1		1			1						1	1	1		1	1	1	1		1		1	1					20
2				1	1		1	1	1	1			1		1		1	1							1	1	1			1							1					15
3	ulv			1	1	1	1	1	1	1			1	1	1	1	1	1		1	1	1		1	1	1		1	1	1	1		1		1	1					26
4				1	1	1							1	1	1	1				1					1	1				1	1					1					13
5				1	1	1							1	1	1	1				1					1	1				1	1					1					13
6	makrell	1	1	1	1	1	1	1	1	1			1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1		1	1	1	1	1		35
7	clima	1	1	1	1	1	1	1	1	1			1	1	1	1	1	1	1	1	1	1		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1		35
ØVE3																																									0
1				1	1	1	1	1		1			1		1			1						1	1	1			1	1	1		1		1	1					18
2				1	1		1	1	1	1			1		1		1	1					1	1	1	1			1			1				1					17
3	ulv		1	1	1	1	1	1	1	1			1	1	1	1	1	1		1	1	1		1	1	1		1	1	1	1	1	1		1	1					28
4		1	1	1	1	1	1	1	1	1			1	1	1	1	1	1		1	1		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1		1	1					30
6	makrell			1	1	1	1	1	1	1			1	1	1	1	1	1		1	1			1	1	1			1	1	1	1	1		1	1					25
7	clima	1	1	1	1	1	1	1	1	1			1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1		36
Ømer																																									0
TDS																																									0
1															1												1										1					3
2				1	1										1												1										1					5
3				1											1											1	1										1					5
4				1	1										1										1	1										1					6
5				1	1										1										1	1										1					6
6				1																					1	1										1					4
7				1																					1	1										1					4
8				1																					1	1										1					4
9				1			1																			1	1										1					5
ØVE1																																									0
1				1																					1	1										1					4
2				1																					1	1										1					4
3				1	1		1								1									1	1														1					7
4					1		1								1									1	1														1					6
5				1	1		1		1	1			1		1									1	1	1	1										1					12
6				1	1		1		1	1			1		1									1	1	1	1										1					12
ØVE2																																									0
1				1			1		1	1			1		1										1	1	1							1				1					11
2				1	1		1								1											1										1					6
3				1	1	1	1		1	1					1									1	1														1					10
4				1	1		1		1	1					1									1	1										1				1					10
5				1	1	1	1		1	1			1		1									1	1	1	1							1				1					14
ØVE3																																									0
1				1	1																				1	1										1					5
2				1		1	1	1	1	1			1	1	1	1	1	1									1	1		1							1					16
3				1	1	1	1	1	1	1					1	1	1	1					1	1				1				1				1					16
4				1	1	1	1	1	1	1					1	1	1	1					1	1				1				1				1					16
5				1	1	1	1	1	1	1			1		1	1	1	1				1	1	1	1	1		1				1				1					20

Vedlegg 3: Analyseskjemaet – Kikora

Oppgave	Ingenting	Åpen spørsmål	Kreativ tenkning	Spørsmål som krever utforskning	Koblet til virkelige situasjoner	engasjerende	Multistegproblem	Oppfordrer til dypere tenkning	Forskjellige løsningsmetoder	variasjon	Ulike mulige tilnærminger	samarbeid	Oppmuntre bruk av andre ressurser	Integrere utforskende teknologi	Legger vekt på anvendelse av matematikk	Stimulerer nysgjerrighet	Gir rom for undring	Gir rom for egen utforskning	Oppfordre til feilsøking	Oppgave med reell kontekst	Meningsfull oppgave	motiverende	Oppmuntre til å generalisere	Opp. Til å søke etter mønstre	Fremme bruk av diagrammer, grafer og andre visuelle	Illustrere matematiske begreper med…	Åpent sluttprodukt	Spørsmål til dypere refleksjon	Spørsmål for analytisk tenkning	Tverrfaglig tilnærming	Sammenhenger med andre fag	Skape helhetlig forståelse	Evaluere informasjon	Selvstendig læring	Takle komplekse problemer	Representasjon av matematiske begreper på forskjellige måter	Kontinuerlig tilbakemelding	Refleksjon over løsningsprosessen	selvevaluering		TOT
1																																									
Koord																																									
Intro																																									
1				1									1												1	1										1					5
2				1									1												1	1										1					5
3				1									1												1	1										1					5
4				1									1												1	1										1					5
5				1									1												1	1										1					5
6				1									1												1	1										1					5
7				1	1								1		1										1	1				1	1					1					9
8				1									1												1	1										1					5
9				1									1												1	1										1					5
sti A																																									0
1				1	1		1						1		1										1	1				1	1					1					10
2				1	1		1						1		1										1	1				1	1					1					10
3				1			1			1			1		1		1	1							1	1										1	1	1	1		13
4				1			1						1												1	1										1					6
5				1			1			1			1		1	1	1	1	1						1	1								1		1	1	1	1		16
6				1			1			1			1		1	1	1	1	1						1	1								1		1	1	1	1		16
7				1									1												1	1										1					5
sti B																																									0
1				1	1		1			1			1		1										1	1				1	1					1					11
2				1	1					1			1		1										1	1				1	1					1					10
3				1			1						1												1	1										1					6
4				1			1			1			1				1	1							1	1								1		1	1	1	1		13
5				1			1			1			1		1		1	1							1	1										1					10
6				1									1												1	1										1					5
7				1						1			1												1	1										1					6
sti C																																									0
1				1	1		1			1			1		1											1				1	1					1					10
2				1	1								1		1											1				1	1					1					8
3				1			1						1												1	1										1					6
4				1			1						1												1	1										1	1	1	1		9
5				1									1				1	1	1						1	1										1					8