Fakultet for humaniora, idretts- og utdanningsvitenskap.
–
Mastergradsavhandling
Studieprogram: Grunnskolelærerutdanning 5-10
Høst/vår 2023

Christine Madeleine Gulliksen

Utforskende matematikk

Å kunne skrive, lese og diskutere matematikk i utforskende undervisning.

Universitetet i Sørøst-Norge
Fakultet for humaniora, idretts- og utdanningsvitenskap
Institutt for matematikk og naturfag
Postboks 235
3603 Kongsberg

http://www.usn.no

Denne avhandlingen representerer 45 studiepoeng

Sammendrag

I denne kvalitative studien på utforskende matematikk og grunnleggende ferdigheter forsøkes det å belyse problemstillingen:

Hvordan blir de grunnleggende ferdighetene fra læreplanen, som omhandler skriftlighet, muntlighet og lesing, inkludert i matematikkfaget når elevene arbeider utforskende i faget.

Fokus når det kommer til grunnleggende ferdigheter i matematikktimer ligger ofte på regning og at elevene skal løse oppgaver. Jeg er interessert i å finne ut hvordan elevene får praktisert skriving, muntlighet og lesing, når de arbeider med faget matematikk med utforskende aktiviteter. En annen ting jeg har vært interessert i å se på i denne oppgaven, er hvordan utforskende undervisning fremmer en relasjonell forståelse i matematikken. Vi finner utforskning som en del av kjerneelementene i læreplanen fra 2020, det er også et stort fokus på de grunnleggende ferdighetene i denne læreplanen.

For å besvare problemstillingen har jeg brukt observasjonsstudier. Jeg har samlet inn datamateriale fra lærerens praksis i klasserommet når hen arbeider med utforskende matematikk. Det teoretiske grunnlaget for utforskende matematikk i denne oppgaven, stammer fra Ole Skovsmose sin definisjon av utforskende matematikk i hans artikkel «Landscape of investigation». Representasjoner er nødvendig for å kunne skrive, snakke og lese i matematikken. Teori om ulike representasjoner er derfor med i teoridelen for å kunne drøfte de tre grunnleggende ferdighetene skriving, muntlighet og lesing i matematikk. Inkludert i det teoretiske rammeverket finner vi også teori om de utvalgte grunnleggende ferdighetene og teori om relasjonell og instrumentell forståelse i matematikk. Dette brukes for å belyse problemstillingen og besvare forskningsspørsmålene i oppgaven.

Gjennom analyseprosessen utarbeidet jeg to kategorier; relasjonell forståelse og grunnleggende ferdigheter med de tre tilhørende kodene skriving, muntlighet og lesing. Utforskende matematikkundervisning var ut fra mine observasjoner i stor grad preget av matematiske samtaler. Det var stor bruk av samtaletrekk fra lærer i klasseromsdiskusjoner, videre var det mye bruk av drøfting og deling av strategier mellom elevene. Strategier ble forklart både skriftlig og muntlig, elevene brukte ulike representasjoner for å løse oppgavene. Oppgaver med tekst og tolkning av representasjoner var mye i bruk, her måtte elevene plukke ut informasjon for å forstå helheten. Funn fra analysen viser at grunnleggende ferdigheter som skriftlighet, muntlighet og lesing i stor grad er involvert i utforskende matematikkundervisning.

Forord

Denne masteroppgaven markerer slutten på den femårige utdannelsen som grunnskolelærer for 5-10.trinn ved Universitetet i Sør-øst Norge. Veien for å bli lektor har vært lang og spennende, det er vemodig å skulle legge studenttilværelsen bak seg. Arbeidet med masteroppgaven har gitt meg muligheten til å fordype meg og få innsikt i et matematikkdidaktisk tema jeg syns er interessant. Arbeidet med masteroppgaven det siste året har vært spennende. I den forbindelse er det noen jeg ønsker å takke, som har bidratt med å gjøre det mulig for meg å få skrevet denne avhandlingen.

Ferdigstillelsen av denne oppgaven ville ikke vært mulig uten en super lærer, som lot meg komme ut å observere hens undervisning i klasserommet. Takk til deg som tok meg i mot og var villig til å la meg observere undervisningen din.

Jeg vil også takke veilederen min Andrea Hofmann for god hjelp det siste året. Du har bidratt med konstruktive tilbakemeldinger, gitt meg tips underveis i prosessen og veiledet meg videre med prosjektet. Med din hjelp har jeg klart å gjennomføre et observasjonsstudie og fullført å skrive en masteroppgave.

Vil også rette en takk til familie og venner som har støttet meg gjennom denne skriveprosessen.

Drammen, mai 2023.
Christine Madeleine Gulliksen

Innholdsfortegnelse

Sammendrag 2

Forord 3

1 Innledning 6

1.1 Bakgrunn for oppgaven 6

1.2 Problemstilling og forskningsspørsmål 7

1.3 Oppgavens struktur 9

2 Teori 10

2.1 Sosiokulturell læringsteori 10

2.2 Utforskende matematikk 11

2.2.1 Ole Skovsmose sin artikkel “Landscape of investigation” 12

2.2.2 Relasjonell vs. instrumentell matematikkforståelse 16

2.3 Representasjoner 17

2.4 Grunnleggende ferdigheter 18

2.4.1 Å kunne skrive i matematikk 19

2.4.2 Muntlige ferdigheter i matematikk 21

2.4.3 Å kunne lese i matematikk 23

3 Metode 26

3.1 Kvantitativ og kvalitativ tilnærming 26

3.2 Valg av metodisk tilnærming 26

3.2.1 Observasjon 27

3.2.2 Muligheter og begrensninger ved observasjon 28

3.3 Datainnsamling 30

3.3.1 Forarbeid i forbindelse med datainnsamling 30

3.3.2 Gjennomføring av datainnsamling 32

3.3.3 Etterarbeid i etterkant av datainnsamling 34

3.4 Koding og kategorisering av data 35

3.5 Etiske forhold 39

3.6 Reliabilitet, validitet og generalisering 41

4 Analyse og drøftelse av funn 43

4.1 Bruken av utforskende undervisning **44**

4.2 Forekomsten av de tre utvalgte grunnleggende ferdighetene **46**

4.2.1 Forekomsten av skriftlighet i utforskende matematikkundervisning........ 47

4.2.2 Forekomsten av muntlighet i utforskende matematikkundervisning........ 51

4.2.3 Forekomsten av lesing i utforskende matematikkundervisning 55

4.2.4 Representasjoner i grunnleggende ferdigheter........ 58

5 Avslutning ***60***

5.1 Funn fra forskningen **60**

5.2 Egne refleksjoner **62**

Litteraturliste ***63***

Oversikt over tabeller og figurer ***66***

Vedlegg 1: Observasjonsskjema ***67***

1 Innledning

1.1 Bakgrunn for oppgaven

Spørsmålene «Hvorfor trenger vi egentlig å lære dette?» og «Når kommer jeg til å få bruk for dette senere?» hører man ofte fra elevene på skolen og spesielt ofte i matematikktimene. Noen ganger kan det være vanskelig å gi et godt svar på disse spørsmålene. Det er forståelig at det å regne ut verdien av x for hundrede gang kan virke meningsløst, det kan virke unødvendig å regne for hånd når man som regel alltid har en kalkulator tilgjengelig på telefonen. Som lærer ønsker man å gjøre undervisningen spennende for elevene, man ønsker at de skal forstå meningen og se nytten av matematikken og bli motiverte for å lære. Når elevene stiller slike spørsmål kan det være et tegn på at de er lite motiverte, siden de ikke skjønner hvorfor de skal lære nettopp denne delen av matematikken. Ved å gjøre matematikken mer virkelighetsorientert og ikke bare som en del av en oppskrift elevene skal følge, så vil undervisningen bli mer koblet til virkeligheten og utfordringer elevene kan møte i hverdagen senere. Kanskje de innser at de som voksne kan få bruk for verdien av x i hoderegning. For eksempel når man skal snu på formler og finne ut hva ordinær pris for noe hadde vært dersom man ikke fikk en rabatt, pris etter en rabatt osv.

Utforskende matematikk er et godt verktøy for å øke elevenes forståelse av relevansen til matematikkundervisningen i skolen. Om vi kan få elevene til å se relevansen i matematikken og det matematiske språket, slik at de kan bruke denne kunnskapen for å bevise og rettferdiggjøre virkeligheten, da vil matematikk bli meningsskapende og elevene motiveres for læring. Utforskning i matematikken er et kjerneelement og handler om å finne mønster, se sammenhenger, prøve ut løsninger og for å diskutere seg frem til en felles forståelse og løsning på det matematiske problemet (Utdanningsdirektoratet, 2019, s.2). Det å lære matematikk sammen i et fellesskap og det å skape en felles forståelse og et felles språk er en viktig faktor i utforskende matematikk. Utforskning av matematikken vil vise elevene hvorfor det er nyttig å lære matematikk. Elevene kan for eksempel lære matematikk ved å dra til butikken for å handle, se på oppskrifter, regne ut lønn, konstruere hus og rom, planlegge reiser osv. Ved hjelp av situasjoner med rot i virkeligheten som praktiske oppgaver, eller andre problemløsningsoppgaver vil elevene bli til bedre problemløsere i fremtiden.

Fra den nye læreplanen fra 2020 finner vi fem grunnleggende ferdigheter. Disse grunnleggende ferdighetene omhandler, lesing, muntlighet, regning, skriving og digitale ferdigheter

(Utdanningsdirektoratet, 2019, s.4-5). Matematikk blir ofte sett på som et fag med mest regning, de andre grunnleggende ferdighetene blir kanskje litt oversett og nedprioritert. Jeg har derfor valgt å fokusere på tre av de andre grunnleggende ferdigheter enn regning i min masteroppgave. Muntlighet er en stor del av utforskende matematikk og blir derfor veldig relevant for min problemstilling. Lesing er noe man mest forbinder med norsk, jeg ønsket derfor også å se på hvordan lesing foregår og i hvilken grad elever leser i matematikken. Skriving er noe elever gjør mye av i matematikk, men jeg ville se på om dette også var tilfellet når elever drev med utforskende matematikk som ofte forbindes med stor grad av muntlighet.

Vi fikk i 2020 en ny læreplan for grunnskolen. Den nye læreplanen i matematikk har seks kjerneelementer som rammer inn de viktigste elementene i faget, og beskriver hva elevene må lære for å kunne mestre faget. Et av kjerneelementene i den nye læreplanen handler om utforskning og problemløsning. Dette kjerneelementet sier at elevene skal legge mer vekt på strategiene og fremgangsmåtene, enn selve løsningen når de omgås matematikk (Utdanningsdirektoratet, 2019, s.2). Elevene skal altså ikke alltid følge en oppskrift, men skal lære å bryte ned ukjente problemer, bruke sine individuelle fremgangsmåter og finne egne løsninger som er gyldige for problemet. Læreplanen ønsker altså å flytte fokus fra en instrumentell forståelse, til en relasjonell forståelse hos elevene i matematikk.

1.2 Problemstilling og forskningsspørsmål

Utforskende matematikk er et spennende tema som får mer og mer plass i dagens matematikkundervisning. Det er lagt stor vekt på i den nye læreplanen at elevene skal arbeide utforskende med matematikkfaget, og utforskning har fått plass som en del av kjerneelementene. Samtidig er de grunnleggende ferdighetene viktige elementer i læreplanen og skal inkluderes i alle fagene på skolen. Jeg valgte å kombinere disse to punktene fra læreplanen når jeg lagde problemstillingen for denne masteroppgaven. For å begrense oppgaven plukket jeg ut tre av de grunnleggende ferdighetene. Muntlighet er en viktig del av det å jobbe med utforskende matematikk, så denne ble naturligvis inkludert. Utforskende matematikk handler om å skape et felles språk og forståelse. Jeg valgte derfor å ta med lesing og skriving, da dette er en del av og bidrar til utviklingen av det matematiske språket. På bakgrunn av dette landet jeg på problemstillingen:

Hvordan blir de grunnleggende ferdighetene fra læreplanen, som omhandler skriftlighet, muntlighet og lesing, inkludert i matematikkfaget når elevene arbeider utforskende i faget.

For å svare på denne problemstillingen har jeg kommet frem til et par forskningsspørsmål. Forskningsspørsmålene har jeg utarbeidet fra problemstillingen, de består av delelementer fra problemstillingen. Forskningsspørsmålene skal brukes som hjelp under observasjonen og i analysen for å sikre at problemstillingen blir besvart i konklusjonen. De forskningsspørsmålene jeg har kommet frem til, som blir nødvendige for at jeg skal kunne besvare problemstillingen er:

- *Hvordan kan utforskende matematikkundervisning brukes for å fremme en relasjonell forståelse av matematikk?*
- *Hvordan blir skriftlige-, muntlige- og leseferdigheter praktisert når elevene arbeider med utforskende matematikk?*

Det første forskningsspørsmålet «Hvordan kan utforskende matematikkundervisning brukes for å fremme en relasjonell forståelse av matematikk?» har jeg valgt å ta med for å implementere kjerneelementet fra den nye læreplanen 2020 om utforskning og problemløsning. Utforskning og problemløsning skal fremme en relasjonell forståelse i matematikk. Dette spørsmålet skal også bidra til å finne ut om undervisningen jeg observerer faktisk er utforskende matematikkundervisning og hva slags oppgaver som brukes i skolen når elevene arbeider med utforskende matematikk. Utforskende matematikk skal i denne oppgaven defineres ut fra Ole Skovsmose sin kategorisering av utforskende matematikkoppgaver, hentet fra artikkelen Landscape of investigation skrevet i 2001. Observasjoner fra undervisningsøkter der det ikke brukes utforskende matematikk vil ikke bli tatt med videre i analysen og konklusjonen i besvarelsen.

Det andre forskningsspørsmålet «Hvordan blir lesing, muntlighet og skriftlige ferdigheter praktisert når elevene arbeider med utforskende matematikk?» skal brukes for å finne informasjon om bruken av grunnleggende ferdigheter. Dette forskningsspørsmålet skal brytes ned når jeg skal utføre selve forskningsmetoden og bli en del av observasjonsskjemaet. Det skal noteres i hvilken grad skriving, muntlighet og lesing blir praktisert, samtidig som det skal noteres hvordan de ulike ferdighetene utøves.

1.3 Oppgavens struktur

Denne masteroppgaven er delt inn i fem kapitler med tilhørende underkapitler. Det første kapitlet handler om bakgrunnen for problemstillingen og hvorfor denne problemstillingen har blitt valgt. Her blir problemstillingen presentert og forskningsspørsmålene blir forklart. Neste del presenterer det teoretiske grunnlaget for oppgaven. I kapittel to vil det overordnede læringssynet for oppgaven presenteres. Annen teori som presenteres i dette kapitlet handler om utforskende undervisning. Det vil komme en forklaring på hva jeg legger i begrepet utforskende matematikk, og teori om en relasjonell matematikkforståelse koblet mot utforskende undervisning. Teori om representasjoner og de tre utvalgte grunnleggende ferdighetene skriving, lesing og muntlighet, vil også presenteres i dette kapitlet. Det tredje kapitlet i oppgaven vil inneholde den metodiske fremgangsmåten som er brukt for å forske på problemstillingen. Her vil det stå om min fremgangsmåte for innsamling av empiri, arbeid gjort under observasjonen og i etterkant av datainnsamlingen. Forberedelsene til analysen med koding og kategorisering av funn fra observasjonsstudiet vil også stå beskrevet i dette kapitlet. Fjerde kapittel inneholder en analyse og drøftelse av innsamlede data fra observasjoner i felt, og en presentasjon av funn fra analysen. Til slutt kommer en avslutning hvor konklusjonen på problemstillingen og forskningsspørsmålene blir presentert.

2 Teori

I dette kapitlet skal jeg redegjøre for teori som ligger til grunn for min analyse og hvilken læringsteori som ligger til grunn for denne forskningen. Grunnleggende syn for denne forskningen er sosiokulturell læringsteori, læring skjer i samspill med andre og dette er noe som ligger til grunn for hele forskningen. Derfor vil en redegjørelse av sosiokulturell læringsteori komme først i dette kapitlet. Deretter kommer det teori om utforskende matematikk som er relevant for problemstillingen. Utforskende matematikk er et stort tema og jeg har valgt å ta utgangspunkt i Ole Skovsmoses definisjon på utforskende matematikk. Her vil det komme en definisjon på hvordan jeg bruker utforskende matematikk som begrep i min oppgave og en kategorisering for hva jeg tenker på som utforskende matematikk under mine observasjoner. Det er også inkludert teori om representasjoner som brukes når elevene skriver, snakker om og leser i matematikken. Kapitlet avsluttes med teori om hver av de tre grunnleggende ferdighetene, skriftlighet, muntlighet og lesing, som vi finner i problemstillingen til denne masteroppgaven.

2.1 Sosiokulturell læringsteori

Læring har med relasjoner mellom mennesker å gjøre, læring skjer gjennom deltakelse og gjennom samspill mellom deltakerne i den sosiale interaksjonen. Et konstruktivistisk syn på læring betyr at vi konstruerer videre kunnskap ut fra den kunnskapen vi allerede har og at læring skjer gjennom individets aktivitet. Sosiokulturelt perspektiv bygger på et konstruktivistisk syn på læring, men legger avgjørende vekt på at *kunnskap blir konstruert gjennom samhandling og i en kontekst,* ikke primært gjennom individuelle prosesser (Dysthe, 2001, s.42). Denne studien vil falle under et sosiokulturelt syn på læring. I utforskende matematikk som problemstillingen i denne oppgaven omhandler, er det sentralt at elevene lærer gjennom å undersøke og oppdage matematiske løsninger i fellesskap. Altså at kunnskapen blir konstruert gjennom samhandling og dialog mellom elevene eller mellom elev og lærer. Dette går godt overens med et sosiokulturell læringssyn. Vygotskij har en påstand som sier at alle høyere funksjoner i et barns utvikling oppstår på to plan, først på det sosiale planet og så på det indre planet (Dysthe, 2001, s.49). Det vil si at tenkingen til barnet utvikler seg fra samtaler med andre, altså en ytre dialog, til en indre samtale og forståelse. Kunnskapen som blir skapt blir delt mellom elevene i fellesskap, elevene har ulike forkunnskaper og evner som alle er nødvendige for å skape en helhetsforståelse og felles læring (Dysthe, 2001, s.45).

Vygotskij kom opp med teorien om *sonen for nærmeste utvikling*. Dette er en teori som sier at sonen for nærmeste utvikling finner vi i avstanden mellom hva et barn kan klare å få til alene, og hva barnet kan greie å få til ved hjelp fra andre (Dysthe, 2001, s.78). Ved at elevene samarbeider på skolen slik de gjerne gjør når de driver med utforskende matematikk, vil barnet kunne få hjelp fra en medelev som har kommet lenger ut i den proksimale utviklingssonen. Dermed vil barnet kunne utvikle mer kunnskap enn det ville klart alene. For at elevene skal utvikle seg, kan de ikke bare arbeide alene på det nivået de allerede er, de trenger utfordringer og sosiale situasjoner som utfordrer elevenes kunnskapsnivå. Kunnskapen kommer fra dialog og samspill med noen som har kommet litt lenger ut i sin proksimale utviklingssone.

John Dewey´s syn på kunnskap innebærer at kunnskap blir skapt gjennom aktivitet og deltakelse i praktiske læringssituasjoner, og at situasjonen læringen skjer i er viktig. Han understreker også at kommunikasjon er sentralt i læringsprosessen (Dysthe, 2001, s.33). Dette passer godt overens med utforskende matematikk, hvor elevene skal kunne sette matematikken inn i en realistisk kontekst og utforske aktivt matematikken de lærer. Fra artikkelen skrevet i 1985 «Mathematics in streets and in schools» av Carraher et al. kan vi lese om barn i Brasil som ikke trenger å gå på skolen for å lære matematikk. De arbeider i boder på gaten og bruker matematikk i dagliglivet sitt for å klare seg. I boden lærer de addisjon, subtraksjon, multiplikasjon og prosent når de skal regne ut priser og ta imot betaling. Altså er praktiske situasjoner like godt egnet for å lære matematikk, som å lære algoritmer for utregninger på skolen. En utfordring for barna i denne artikkelen var det matematiske språket, altså overgangen fra verbalt til symbolsk register. Når de fikk problemene foran seg skriftlig var de ikke like godt i stand til å løse problemene, som når de fikk problemene verbalt (Carraher et al., 1985, s. 22). Det vil altså være nyttig for elevene å benytte seg av flere og varierte metoder for å regne matematikk. De kan ikke bare diskutere matematikk muntlig, men trenger å kombinere det med skriftlig matematikk og lesing. Noen algoritmer kan også være nyttige å kunne senere i livet, for eksempel om tallene blir store eller i enkelte yrker som snekkeryrket.

2.2 Utforskende matematikk

Hva karakteriserer utforskende matematikk? Det er mange forskere som forsker på utforskende matematikk og som karakteriserer begrepet utforskende matematikk forskjellig. Jeg har valgt å fokusere på én utvalgt forsker, og har valgt å bruke Ole Skovsmose sin karakterisering på utforskende matematikk fra artikkelen «Landscape of investigation»(Skovsmose, 2001). I artikkelen deler han alle matematikkoppgaver inn i seks ulike landskap. Halvparten av landskapene er utforskende oppgavemetoder og andre halvparten er tradisjonelle oppgavemetoder. Videre deler han landskapene inn etter grad av rot til virkeligheten.

2.2.1 Ole Skovsmose sin artikkel "Landscape of investigation"

I Skovsmose sin artikkel «Landscape of investigation» fra 2001 setter han det han kaller for tradisjonell matematikkundervisning opp mot en utforskende tilnærming til matematikkundervisning. Skovsmose utfordrer det såkalte tradisjonelle oppgaveparadigmet, der en lærer går gjennom temaet i plenum og elevene jobber med oppgaver individuelt i matematikkbøkene sine, med en mer utforskende tilnærming til matematikkundervisning som han kaller for undersøkelseslandskap. Skovsmose mener at i et undersøkelseslandskap inviteres elevene til å utforske, formulere egne spørsmål og til å finne forklaringer på egenhånd uten direkte hjelp fra læreren. En måte læreren kan bidra på i slike undersøkende situasjoner er ved å bruke samtaletrekk og stille åpne spørsmål for å starte den matematiske samtalen mellom elevene. Samtaletrekk er utdypet i delkapittel 2.3.2 *Samtaler i matematikk*.

Ole Skovsmose lagde en modell hvor han kombinerte tradisjonell og utforskende matematikkundervisning med tre ulike grader av virkelighetsorienterte oppgavetyper. Dette gir oss en modell som består av seks ulike læringsmiljøer som varierer i hvor utforskende og virkelighetsnær læringssituasjonen er. Ved å bevege seg fra tradisjonell oppgaveorientert undervisning over til en mer utforskende undervisning vil elevene bli mer aktive i egen læringsprosess. Ved å gå fra ren matematikk over til mer virkelighetsorienterte situasjoner håper Skovsmose i sin artikkel at elevene vil kunne reflektere mer rundt bruken av matematikken og kritisk kunne overføre matematikken til nye situasjoner (Skovsmose, 2001, s.123).

	Tradition of exercises	Landscapes of investigation
References to pure mathematics	(1)	(2)
References to a semi-reality	(3)	(4)
Real-life references	(5)	(6)

Figur 1: Milieus of learning (Skovsmose, 2001, s.126)

Det første miljøet (1) er innenfor det tradisjonelle oppgaveparadigme og refererer til ren matematikk. Dette miljøet er dominert av oppgaver, her finner vi de tradisjonelle regnestykkene som for eksempel:

$$3 + 3 =$$

$$(27a - 14b) + (23a + 5b) =$$

Det andre miljøet (2) refererer også til ren matematikk, men er en form for utforskende matematikk. Det arbeides undersøkende med de matematiske oppgavene. Vi kan her gi elevene en tabell med tall og tegne et rektangel i tabellen. Hjørnene i tabellen representerer tallene a, b, c og d, de skal regne ut verdien av F ved formelen F = ac – bd.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	...						

Figur 1: Illustrasjon til miljø 2 (Skovsmose, 2001, s.124)

Deretter kan vi flytte rektangelet, og igjen kan elevene regne ut verdien av F. Kanskje finner de noen sammenheng? Er det mulig å tegne en annen figur i tabellen og regne ut verdien av F med den figuren? Elevene skal altså utforske, finne mønster og se etter sammenhenger.

Det tredje miljøet (3) har en viss grad av virkelighet, men det er en konstruert virkelighet tilpasset oppgaven. Dette miljøet er også innenfor det tradisjonelle paradigmet og det er ofte tekstoppgaver i dette miljøet. Et eksempel på en oppgave innenfor dette miljøet kan være

> *Ola skal i butikken å handle inn til fruktsalat. Han trenger 50 kilo epler til 2 kroner pr kilo, 30 kilo appelsin til 4 kroner pr kilo og 40 kilo pærer til 4 kroner pr kilo. Hvor mye må Ola betale i butikken?*

Oppgaven består altså av virkelige ting som epler, pærer og appelsiner som brukes i fruktsalat, men prisene og mengdene er helt urealistiske og konstruert for oppgaven sin funksjon.

Det fjerde miljøet (4) befinner seg også innenfor en virkelighet som er konstruert som en ressurs for en matematisk læringssituasjon, men det er oppgaver med en mer utforskende fremgangsmåte enn i miljø (3). Her kan det for eksempel være oppgaver der elevene får en tegning av et hus, så skal de lete etter alle de geometriske figurene de kan finne på tegningen. Den konstruerte virkeligheten blir brukt på en annen måte enn i miljø (3), her er ikke poenget bare å konstruere noe som gir oppgaver, men å konstruere noe som inviterer til utforskning, diskusjon og forklaringer fra elevene.

Det femte miljøet (5) inneholder virkelighetsnære oppgaver, men de er tradisjonelle og rent matematiske. Her kan det brukes virkelige grafer og tabeller over for eksempel arbeidsløshet eller lønn i et yrke eller land, også er det laget oppgaver tilknyttet disse grafene. Elevene kan få i oppgave å regne ut omkretsen til jordkloden gitt radiusen. Det er rent matematiske oppgaver rotet i situasjoner fra det virkelige liv.

Det sjette og siste miljøet (6) omhandler også situasjoner fra det virkelige liv, men elevene skal arbeide undersøkende med oppgavene. Her kan vi ha oppgaver slik som hesteveddeløpet Skovsmose refererer til i sin artikkel. Det kan også være geometribingo der elevene skal finne og ta bilder av geometriske figurer i nærområdet til skolen for å fylle sine bingobrett, etterfulgt av en matematisk samtale rundt elevenes funn. Eller vi kan lage oppgaver rundt energi inn og ut, ved at det regnes energibruk for å dyrke korn på et jorde. Da må elevene finne ut hvor mye bensin traktoren bruker, ved igjen å finne ut hvor mange km traktoren må kjøre. Hvor mye energi får vi fra kornet som produseres, er dette nok for å veie opp for ressursene traktoren bruker? Også videre. Dette vil være knyttet til ekte jordbruk, og er noe bønder må tenke på i sin hverdag der de lever av produksjon på jordene. I miljø 6 er det virkelighetsorienterte oppgaver der elevene må finne egne strategier og fremgangsmåter for å løse problemene (Skovsmose, 2001, s. 125-127).

Figur 1 ovenfor med læringsmiljøene er en forenkling av klassifiseringen av læringsmiljøene. Det er i virkeligheten glidende overganger mellom disse miljøene. Skillet mellom tradisjonelle og utforskende matematikkoppgaver har enormt mange muligheter. En oppgave kan starte på den tradisjonelle siden og gli over til en mer utforskende og undersøkende problemløsning, det er altså ingen harde linjer rundt hvert av disse miljøene (Skovsmose, 2001, s.128). En oppgave trenger nødvendigvis altså ikke passe inn under kun ett miljø, men kan tilhøre flere miljøer eller være en mellomting mellom flere miljøer. Det er vanlig å ha en blanding av disse miljøene i sin matematikkundervisning og slik også få tilpasset undervisningen til en større gruppe elever. Noen elever kan like å regne tradisjonelle mattestykker i boken sin og følge oppskrifter, mens andre elever trenger å finne frem til fremgangsmåten og løsningen selv ved å utforske oppgaven og matematikken.

Skovsmose sin modell er et verktøy som lærerne kan bruke for å evaluere sin undervisning, og eventuelt gjøre endringer i sin undervisningsmetode. Evalueringen kan gjøres ved å se på hvilke læringsmiljøer de som klasse har vært innom i løpet av et emne, også kan elevene fortelle hvor de følte mest suksess og hvordan de likte best å gjøre matematikk. Det er ikke noe mål for læreren at all matematikkundervisning skal være innenfor miljø 6, eller slik at jo høyere miljø jo bedre er undervisningen. Målet for undervisningen bør være å ha en variasjon i de ulike miljøene, og ha flere måter å lære matematikk på (Skovsmose, 2001, s.128). Oppgaven i miljø 6 *Hesteveddeløpet* som skovsmose skriver om i sin artikkel på side 127, er et eksempel på en oppgave det kan være fint å jobbe med i et annet miljø etter man har utført øvelsen i klasserommet. Leken går ut på at man har hester med nummer fra 2 til 12 som skal konkurrere om å komme først frem til mål. Elevene skal kaste to terninger, og summen på terningene bestemmer hvilken hest som får hoppe ett hakk frem på brettet. I løpet av leken så vil mange elever sikkert erfare at hest 7 vil vinne flest ganger. Da kan man i miljø 3 lage diagrammer i etterkant og se på hvorfor summen 7 dukker opp flest ganger når man kaster to terninger (Skovsmose, 2001, s.127). Det å ha mye undervisning innenfor miljø 6 vil være utrolig krevende både for lærer som skal planlegge og for elever som hele tiden får store utfordringer, derfor kan det være greit å bryte undervisningen med mer avslappende aktiviteter slik som man ofte finner i for eksempel miljø 1.

Det er noe som heter en *didaktisk kontrakt* mellom læreren og elevene i klassen. Kontrakten handler om balansen i læringsmiljøet på skolen, det skal være sammenheng mellom måten kunnskap er produsert, arbeidsmåter, rekkefølge på aktiviteter, strukturering av pensum, kommunikasjonen i klassen osv. Selv om det er en slik usynlig kontrakt mellom lærer og elev så sier ikke det noe om kvaliteten på undervisningen. Den didaktiske kontrakten kan brytes ved at en elev stiller et spørsmål til en oppgave utenfor det læreren klarer å svare på slik at læreren blir usikker, da beveger læreren seg ut av sin egen k*omfortsone* og over i en *risikosone* (Skovsmose, 2001, s.130). Usikkerheten som møtes i risikosonen bør ikke unngås, men heller møtes på en god måte sammen med elevene. Når elevene jobber i et undersøkende landskap, så må læreren ofte jobbe utenfor sin komfortsone og være i risikosonen. For at elevene skal arbeide i det utforskende og undersøkende landskapet så må de godta en «invitasjon» fra læreren. Læreren starter opp med å stille spørsmål som må aksepteres og vekke nysgjerrighet hos elevene. Når elevene har godtatt invitasjonen så kan de starte formulere egne spørsmål og se etter egne forklaringer på det matematiske problemet (Skovsmose, 2001, s.130). Selv om en invitasjon og et arbeidsopplegg fungerer i en klasse, så trenger det nødvendigvis ikke fungere like godt i en annen klasse. Hvor godt undervisningen fungerer vil avhenge av om elevene godtar invitasjonen og hvor engasjerte de blir i problemet. I utforskende matematikk så utfordres også læreren når elevene kan velge fremgangsmetoder selv, det kan hende læreren må oppholde seg mye i risikosonen. Det kan også være noen oppgaver som det ikke finnes en korrekt fasit til, og da må det diskuteres og drøftes for å komme frem til en felles konklusjon.

I min forskning vil jeg utelukke undervisning som karakteriseres innenfor miljø 1, 3 og 5, og kun fokusere på å observere de delene av undervisningen som karakteriseres innenfor miljø 2, 4, og 6. Altså skal det observeres undervisning hvor elevene må undersøke og finne egne fremgangsmetoder for å løse de matematiske problemene. Om oppgavene som karakteriseres som utforskende i følge Skovsmose sin tabell er rotet i virkelighet eller ikke vil ikke være relevant for min forskning og vil derfor ikke legges noe vekt på i min analyse og drøfting. Bruken av Skovsmose sin kategorisering er derfor hovedsakelig skjult og har kommet i bruk når jeg har vært ute i felt å observert undervisning og skulle bestemme om en aktivitet var utforskende eller tradisjonell.

2.2.2 Relasjonell vs. instrumentell matematikkforståelse

I sin doktorgradsavhandling fra 2007 forsket Kjersti Wæge på elevers motivasjon og undersøkende matematikkundervisning. Hun karakteriserer undersøkende matematikkundervisning som undervisning der elevene selv er aktive og utforskende. Elevene fikk i studien sjansen til å utvikle egne antakelser, løsningsstrategier og metoder i matematikk (Wæge, 2007, s.iii). Dette er noe som passer bra med min karakterisering av utforskende matematikk, der det også legges vekt på å utvikle egne strategier, metoder og løsningsstrategier.

Studien til Wæge viste at ved å arbeide med utforskende matematikk så endret flesteparten av elevene fokuset sitt fra instrumentell forståelse til relasjonell forståelse i matematikk (Wæge, 2007, s.iii). Richard Skemp definerer instrumentell forståelse på den måten at det handler om å lære et økende antall fikserte fremgangsmåter, som elevene bruker for å finne løsningen på oppgaven. Det behøver ikke være noen bevissthet om sammenhengen mellom trinnene i fremgangsmåten, elevene følger oppskriften til målet, og trenger ledelse utenfra for å lære hvordan de kommer seg fra ett steg til det neste. De mestrer altså de matematiske «reglene», men klarer ikke forklare hvorfor de brukes. Relasjonell forståelse definerer Skemp som en forståelse hvor eleven bygger opp en begrepsmessig struktur, som kan brukes til å produsere et ubegrenset antall fremgangsmåter. Eleven vet hva som skal gjøres og hvorfor, og kan overføre kunnskap fra en type problemløsning til en annen type problemløsning (Skemp, 1976). Utforskende matematikkundervisning hvor det er fokus på problemløsning med ulike strategier og elevaktivitet, vil hjelpe elevene med å reflektere rundt bruken av matematikken og kritisk overføre eksisterende metoder til nye situasjoner. Dermed bidrar utforskende matematikk til å utvikle en relasjonell forståelse i matematikken.

Hvorfor ønsker vi egentlig at elevene skal utvikle en relasjonell forståelse i matematikk, fremfor en instrumentell forståelse? Er det noe problem at elevene bruker «regler» for å finne løsningen dersom svarene blir riktige? Om elevene kun har en instrumentell forståelse for matematikken, må de huske på mange regler for å kunne løse varierte problemer i matematikken. De er også avhengig av å bruke disse reglene riktig for å komme frem til korrekt løsning. Mange av reglene er også algoritmer hvor ting fort kan bli feil om en liten ting blir glemt. Dersom elevene ikke klarer å reflektere rundt gyldigheten til løsningen, kan feilen bli vanskelig å oppdage(Skemp, 1976, s.6). Dersom de har utviklet en relasjonell forståelse for matematikken så forstår de hva som skal gjøres og hvorfor. Da trenger de ikke huske en bestemt fremgangsmetode for å finne en løsning, men kan finne løsningen på sin egen måte. Hvis elevene har en relasjonell forståelse og forstår matematikken i problemet, så vil de også lettere kunne se om løsningen på problemet er sannsynlig eller om den er feil. Dersom den er feil er de også i stand til å finne ut hvor feilen kan ligge(Skemp 1976, s.9).

2.3 Representasjoner

En representasjon er noe som står for noe annet, men hva legger vi i «noe» annet? Gjennom verbale eller skjematiske produksjoner kan vi få innsikt i hva individer legger i dette «noe». Semiotiske representasjoner, inkludert språk, er vanlige verktøy for å produsere ny kunnskap og formidle mentale representasjoner (Duval, 2006, s.104).

> Ingen form for matematisk handling kan utføres uten å ta i bruk et semiotisk system av representasjoner, da matematisk handling alltid innebærer å erstatte en eller annen semiotisk representasjon med en annen. (Duval, 2006, s.107)

Uten representasjoner ville vi ikke hatt noen utvikling av matematisk tenkning. For å kunne utføre kalkulasjoner er vi avhengig av tall og desimalsystemet, som er en semiotisk representasjon. Representasjonssystemet brukes altså ikke bare for å betegne et matematisk objekt, men også for å arbeide med de matematiske objektene (Duval, 2006, s.106).

Matematikken bruker mye semiotiske ressurser eller tegn for å representere en matematisk virksomhet. Matematikk kan uttrykkes på mange ulike måter, men aldri uten bruk av representasjoner. Eksempler på ulike representasjoner er naturlig språk, tegninger, mønster, geometriske konstruksjoner, diagrammer, grafer og symbolske systemer. Det finnes mange representasjoner som kan representere samme uttrykk, for eksempel så kan mengden seks representeres på disse måtene: 6, SEKS, terning med 6 på eller et bilde med seks epler. Samme gjelder en funksjon, som kan representeres ved et skriftlig symbolsk funksjonsuttrykk, en graf, en tabell, en kvalitativ beskrivelse, et diagram eller en situasjonsbeskrivelse (Hana, 2014, s131).

Representasjonene er viktige for å kunne skrive matematikk, diskutere matematikk og for å kunne lese matematikk. Når vi skal skrive i matematikken så bruker vi skriftlig språk kombinert med figurer, skisser og ulike tegn. Tegn er delt inn i tre klasser som er symboler, ikoner og indekser (Hana, 2014, s.103). Det er viktig å forstå betydningen av de ulike tegnene som brukes. Matematikken har et eget skriftspråk med forkortelser slik som for eksempel kg, kvm og cm som hver har sine egne betydninger. Akkurat de samme representasjonene møter vi når vi leser matematikken. Vi trenger å kunne de ulike representasjonene for å forstå meningen med det vi leser. Når vi skal diskutere matematikken muntlig må vi finne en måte å gjøre oss forstått uten bruk av skriftlig språk, noe som kan føre til bruk av andre representasjoner som vi finner i det muntlige språket.

2.4 Grunnleggende ferdigheter

Med kunnskapsløftet fra 2020 har de grunnleggende ferdighetene blitt løftet frem. Skriving har i sterkere grad blitt inkludert i alle fag og elevene skal lære å skrive på en faglig relevant måte (Nordbakke, 2014, s.26). Når det kommer til den muntlige ferdigheten legges det vekt på både samtalekompetanse og fremføringskompetanse i alle fagene på skolen (Nordbakke, 2014, s.20). Lesekompetansen er en kognitiv kompetanse, fordi ordavkoding, lesehastighet og forståelse er viktige bestanddeler, men også en sosiokulturell praksis, fordi lesing inngår i ulike situasjoner i hverdagen. Dette kan være situasjoner som å lese oppskrifter, aviser, reklamer, pakningsvedlegg på medisiner, bussruter også videre. Som grunnleggende ferdighet handler lesing om å utvikle gode lesestrategier for fremtiden (Nordbakke, 2014, s.36). Språk og kommunikasjon er selve grunnvilkåret for at læring og tenking skal forekomme. Vi overtar på den ene siden måter å snakke, skrive, definere og løse problemer på, og bruker de til egne formål (Dysthe, 2001, s.49).

2.4.1 Å kunne skrive i matematikk

> Å kunne skrive i matematikk inneber å beskrive og forklare samanhengar, oppdagingar og idear ved hjelp av formålstenlege representasjonar. Å kunne skrive i matematikk er ein reiskap for å utvikle eigne tankar og eiga læring. Det inneber å kunne løyse problem og presentere løysingar som er tilpassa mottakaren og situasjonen. Utviklinga av skriveferdigheiter i matematikk går frå å bruke kvardagsspråk til gradvis å bruke eit meir presist matematisk språk (Utdanningsdirektoratet, 2019, s.4).

Skriving er en ferdighet som blir praktisert i de fleste fag på skolen, men skriving i matematikk er nødvendigvis ikke det samme som skriving i fag som norsk og samfunnsfag. Som vi ser fra utdraget ovenfor innebærer skriving i matematikk en rekke forskjellige ting. I matematikken skal elevene kunne «beskrive» og «forklare» ved å bruke formålstjenlige representasjoner. Formålstjenlige representasjoner kan tolkes som at de må kunne bruke forskjellige representasjoner som grafer, tabeller, figurer, diagrammer og tekst. Elevene må selv velge hva som passer best for det aktuelle problemet, dette er skriftlige ferdigheter elevene skal lære seg i matematikkundervisningen på skolen. De skal også utvikle de skriftlige ferdighetene sine fra et hverdagsspråk, til å kunne bruke et matematisk språk som er annerledes fra skriving i andre fag.

Når det kommer til skriving i skolen har vi noe som heter tenkeskriving og noe som kalles presentasjonsskriving. Skillet mellom disse to måtene å skrive på er svært relevant i matematikkfaget. Tenkeskriving blir en form for kladd, der matematikken ikke nødvendigvis gir mening for andre enn den som skriver ned sine tanker og regner på kladden. Hensikten med tenkeskriving er at eleven skal tilegne seg stoffet lettere uten å måtte følge formelle regler. Her kan eleven skaffe seg en grundigere forståelse av situasjonen ved skriftliggjøring av tanker og resonnementer (Nordbakke, 2014, s.95). Enge og Iversen (2010, s.146) forklarer at man i matematikken ikke bare fokuserer på å «skrive for å lære», men at det også er et stort fokus på å «tegne for å lære». Tegning kan i mange emner i matematikken være til stor hjelp. Kompetansemål for 5.trinn som omhandler brøk er for eksempel «representere brøkar på ulike måtar og omsetje mellom dei ulike representasjonane (Utanningsdirektoratet, 2019, s.9)», som går ut på at elevene skal finne ulike representasjoner for brøk slik som for eksempel ulike tegninger. I tenkeskriving kan elevene velge å løse en oppgave ved bruk av tegning og forklaringer, før man oversetter sitt eget språk til det matematiske symbolspråket. Ved å uttrykke seg skriftlig utvikler elevene også evnen til argumentasjon og bevisføring (Nordbakke, 2014, s.96).

Presentasjonsskriving er derimot matematisk korrekt skriving og er gjerne det man gir som svar på et matematisk problem. Hensikten med presentasjonsskrivingen er å formidle et stoff for verden utenfor. Eksempler på dette i skolen er prøver og innføringer, som stiller krav til form og innhold. I presentasjonsskrivingen skal lærer eller medelever være i stand til å sette seg inn i tankegangen til den som skriver uten å ha tilgang til oppgaven. Kommunikasjonen i skrivingen bør inneholde forklaringer med begrunnelser og eventuelle illustrasjoner, tabeller, diagrammer o.l. slik at resonnementene kan forstås av andre. I matematikken legges det stor vekt på korrekt føring og tydelig bruk av regnetegn (Nordbakke, 2014, s.97). En typisk forskjell på presentasjonsskriving og tenkeskriving er at det i tenkeskrivingen brukes matematiske symboler litt mindre seriøst. I tenkeskrivingen kan elevene fort bruke det matematiske symbolet = uten at det er like verdier på hver side, men fordi de fortsetter en utregning. Eksempel på tenkeskriving og uformell bruk av symboler er om elever skal regne ut «32*5 + 7 = __», også skriver de «32*5=160+7= 167». Her ser vi at bruken av = ikke følger de formelle reglene da det ikke stemmer at 32*5 = 167. Slik bruk av symbolet vil ikke være godtatt i presentasjonsskriving.

En annen ting som skiller skriving i matematikk fra skriving i andre fag er bevisføringen, dette er en naturlig del av matematikken og utregninger. Det å kunne bevise er karakteristisk for det å kunne matematikk. Et bevis er «et logisk korrekt argument som viser sannheten til et utsagn» (Hana, 2013, s.82), og skrives ned for å sikre at resultatene i matematikken stemmer. Matematiske utregninger har betydning i mange fagområder og det er derfor viktig at det regnes riktig. Bevis for riktig utregning sikrer at det ikke blir noen unødvendige konsekvenser fra feilberegninger. Bevis er ofte svært kompliserte og elever i norsk grunnskole lærer å føre svært få matematiske bevis (Nordbakke, 2014, s. 98). I kompetansemålene opp til 10.trinn finner vi ingen konkrete kompetansemål rundt bevis, men elevene lærer ofte likevel bevis for hvorfor vinkelsummen i en trekant alltid er 180 grader, eller sammenhengen i Pytagoras´ læresetning ved hjelp av tegninger. Matematiske bevis er knyttet til matematisk argumentasjon, noe som også tilhører barneskolen. I den nye læreplanen er fokuset på at elevene skal utforske matematikken og komme frem til argumentasjon og beviser på egenhånd. Under overordnet del i nye læreplanen finner vi i det ene kjerneelementet om resonnering og argumentasjon, argumentasjon handler om at elevene skal kunne bevise at sine løsninger er riktige (Utdanningsdirektoratet, 2019, s.3).

2.4.2 Muntlige ferdigheter i matematikk

> Munnlege ferdigheiter i matematikk inneber å skape meining gjennom å samtale i og om matematikk. Det vil seie å kommunisere idear og drøfte matematiske problem, strategiar og løysingar med andre. Utviklinga av munnlege ferdigheiter i matematikk går frå å bruke kvardagsspråk til gradvis å bruke eit meir presist matematisk språk (Utdanningsdirektoratet, 2019, s.4).

Literacy begrepet som brukes i skolen er et omfattende begrep som omhandler det å kunne lese, skrive og snakke for ulike formål (Nordbakke, 2014, s.15). Literacy-perspektivet går når det kommer til det muntlige ut på at det brukes forskjellig språk i forskjellige sosiale situasjoner. Forskeren James Paul Gee skiller mellom primærdiskurs og sekundærdiskurs (Nordbakke, 2014, s.20). Hjemme og med venner så vil elevene møte den hverdagsspråklige primærdiskursen, mens når elevene er på skolen så vil de møte sekundærdiskursen i de faglige tekstene og diskusjonene de møter i klassen. Bevisstheten om hva slags språk som skal brukes på ulike tidspunkt og ulike kontekster utvikles på skolen, dette kalles for *metaspråklig bevissthet* (Nordbakke, 2014, s.20). Matematikkfaget består av begreper som er særegne for matematikkfaget, men det finnes også begreper fra elevenes hverdag som får en annen betydning i matematisk kontekst. Et eksempel er ordet «normal» som i hverdagen har en betydning, men i når vi jobber med geometri i matematikken har en annen betydning. Dersom elevene skal «utvide» en brøk, kan det være vanskelig å forstå at brøkens størrelse er uendret til tross for at brøken er utvidet. Presise definisjoner underveis i faget, vil derfor bidra til å skape et felles grunnlag som elevene kan ta med seg videre i neste del av faget (Nordbakke, 2014, s.105). Begrepsforståelse er utrolig viktig for at elevene skal kunne bruke det de lærer til mer enn å bare svare på en oppgave i læreboka, forståelse for begreper er viktig for å utvikle den relasjonelle forståelsen i matematikken.

I kompetansemålene til matematikk på læreplanen står det at elevene skal gjøre aktiviteter som å «beskrive», «presentere», «diskutere», «forklare», «argumentere» og «vurdere». Dette er verb som beskriver utviklingen fra å gjengi innlært matematisk stoff til å kunne se sammenhenger og trekke egne slutninger (Nordbakke, 2014, s.90). Et kompetansemål fra 5.trinn som omhandler muntlighet er formulert slik: «beskrive brøk som del av ein heil, som del av ei mengd og som tal på tallinja og vurdere og namngi storleikane». Et kompetansemål fra 9.trinn om muntlighet i skolen er formulert slik: «beskrive, forklare og presentere strukturar og utviklingar i geometriske mønster og i talmønster». Det er altså en utvikling i ferdighetene til elevene i muntlighet, fra å bare skulle beskrive til at de skal beskrive, forklare og presentere en løsning.

En viktig del av de muntlige ferdighetene går også ut på å kunne lytte, slik at det blir en toveiskommunikasjon i samtalen og undervisningen. Mye matematikkundervisning tidligere har i Norge vært taus oppgaveløsning, det har vært lite preget av matematiske samtaler mellom elev og lærer. Det har vært liten mulighet for elevene til å drøfte løsninger og metoder seg i mellom. For at elevene skal opparbeide seg en forståelse for de ulike delene av matematikken og utvikle sin muntlige matematiske kompetanse, må det legges opp en undervisningsplan som er preget av refleksjon, diskusjoner og muntlige resonnementer (Nordbakke, 2014, s.90). I den nye læreplanen LK20 så brytes det med den tradisjonelle matematikkundervisningen, det legges mer vekt på en utforskende matematikk med enda mer matematiske samtaler enn tidligere. Veldig mange av kjerneelementene inneholder at elevene skal utforske, og det ene kjerneelementet «*representasjon og kommunikasjon*» handler om matematiske samtaler (Utdanningsdirektoratet, 2019, s.3). Slik den sosiokulturelle læringsteorien sier så skjer læring ved sosial deltakelse og i fellesskapet. Det at klasserommet blir en felles arena elevene kan samarbeide om å lære matematikk, vil derfor være til hjelp for elevene. Det er mye matematikk elevene kan lære ved å høre om ulike metoder og tanker medelevene har om ulike matematiske problemer.

Muntlige ferdigheter er viktige for matematikkforståelsen. Barn lærer av erfaringer og ved å sette ord på disse erfaringene. Dersom elevene selv er aktive og formulerer de matematiske problemene muntlig, vil kunnskapen de utvikler i større grad bli deres egen og ikke bare en overføring fra læreren (Botten, 1999, s.68). Ved bruk av muntlighet i matematikken kan også læreren få et innblikk i hvordan elevene tenker, eventuelt finne ut hvor i tankegangen noe har blitt misforstått dersom eleven ikke mestret matematikken. Mange andre land har en matematikkundervisning som går ut på å legge frem problemer og situasjoner, fremfor å presentere oppskrifter på metoder for elevene (Kristjânsdôttir, 2008, s.169). Slik legger de vekt på en relasjonell forståelse fremfor instrumentell forståelse av matematikken. Ved å legge opp matematikkundervisningen på denne måten, går elevene fra å lytte og etterligne læreren, til å forstå problemer i fellesskap og utforske ulike løsninger.

Den matematiske samtalen og kvaliteten på samtalen er viktig for å bygge muntlighet i matematikk. Læreren bør strebe etter en samtalepreget undervisning fremfor enveiskommunikasjon. Den matematiske samtalen fokuserer på veien frem mot en løsning og forståelse, og ikke bare på svaret. Det finnes mye teori om matematiske samtaler og om hvordan læreren kan få en god kvalitet på disse. Vi har for eksempel artikkelen «*samtaler i matematikk*» av Wæge, hvor hun lister opp noen samtaletrekk som kan brukes for å få i gang den matematiske samtalen. Eksempler på samtaletrekk fra denne artikkelen er «tenketid», «gjenta», «snu og snakk» og «tilføye» (Wæge, 2019, s. 31). «Tenketid» kan brukes ved at elevene får litt tid til å tenke individuelt i stillhet før læreren går noe videre i programmet. Læreren kan deretter bruke «snu og snakk», da kan elevene dele sine tanker med sidemannen eller sin læringspartner. «Gjenta» brukes ved at læreren gjentar det eleven sa, slik at man er sikker på at det eleven sa ble oppfattet riktig. «Tilføye» er et verktøy læreren kan bruke etter en diskusjon for å høre om det er noen som har noen andre tanker, eller om noen har noe ekstra de vil legge til det klassekameratene har sagt. For å lykkes i å holde gode matematiske samtaler, kan læreren også bruke Stein et al. sine five practices fra artikkelen *«Orchestrating Productive Mathematical Discussions»*. De fem samtaletrekkene vi finner i denne artikkelen er «anticipate», «monitoring», «selecting», «sequence» og «connecting» (Stein et al., 2008, s. 322). De går oversatt ut på at læreren skal forutse elevsvar og planlegge hvordan samtalen skal foregå, deretter skal læreren gå rundt å se på ulike løsninger hos elevene, før hen plukker ut noen løsninger som elever har brukt. I den matematiske diskusjonen velger læreren hvem som skal få svare først og hvilken rekkefølge de ulike løsningen skal tas opp. Til slutt hjelper læreren elevene med å koble de ulike elevstrategiene sammen med den kunnskapen, og de matematiske ideene elevene allerede har.

2.4.3 Å kunne lese i matematikk

> Å kunne lese i matematikk inneber å skape meining både i tekstar frå dagleg og samfunnslivet og i matematikkfaglege tekstar. Å kunne lese i matematikk vil seie å sortere informasjon, analysere og vurdere form og innhald og samanfatte informasjon i samansette tekstar. Utviklinga av leseferdigheiter i matematikk handlar om å finne og bruke informasjon i stadig meir komplekse tekstar med avansert symbolspråk og omgrepsbruk (Utdanningsdirektoratet, 2019, s.5).

Når man leser i matematikken så er det et annet språk og symbolbruk enn i andre fag. Lesing i matematikk innebærer å avkode, tolke og forstå teksten. Det er gjerne enkelte ting i teksten vi skal lete oss frem til for å besvare oppgaver. Vi må finne frem til denne relevante informasjonen og sortere bort informasjon vi ikke trenger. Å lese med forståelse betyr å knytte egne erfaringer og egen kunnskap til teksten vi leser. For å forstå en matematisk tekst er det avgjørende at vi behersker det matematiske språket og de tilhørende begrepene i teksten vi leser. Slik skapes det mentale representasjoner av det teksten beskriver. I matematiske tekster er det nødvendigvis ikke bare verbaltekst, det kan også være tabeller, diagrammer, tegn, figurer, ikoner og symboler (Nordbakke, 2014, s.99).

Vi kan skille matematiske tekster inn i to typer kategorier; dagligdagse tekster og rent matematiske tekster. De *dagligdagse tekstene* finner vi i dagliglivet vårt. Dette kan være tekster hentet fra eksempelvis reklameplakater, annonser og aviser. Slike tekster inneholder matematikk og kan gjerne brukes i matematikkundervisningen, for å vise elevene «virkelige» eksempler på situasjoner der matematikk er nødvendig i deres dagligliv senere (Nordbakke, 2014, s.99). Mange tekster fra for eksempel statistisk sentralbyrå inneholder mye matematikk. Slike tekster med statistisk informasjon brukes også i andre fag som for eksempel samfunnsfag. For å forstå innholdet i disse tekstene med mange elementer av matematikk må elevene ha begrepsforståelse. Dersom elevene ser en reklameplakat for noe som er på tilbud, er det nødvendig å ha den matematiske forståelsen for å avgjøre hvor godt et tilbud er. Her ser vi at vi har behov for matematisk kompetanse på flere områder, også i dagliglivet.

Rent matematiske tekster er gjerne mer avanserte enn de dagligdagse tekstene, men tilpasses elevenes nivå i skolen (Nordbakke, 2014, s.100). Slike tekster finner vi i lærebøker, beskrivelser av fremgangsmåter på tavla og i fagartikler. Det er ulike oppgaver, forklaringer, definisjoner og instruksjoner som regnes som rent matematiske tekster. Slike tekster er ofte multimodale og inneholder gjerne diagrammer, tabeller, symboler, formler og resonnementer. Elevene lærer på skolen å forstå hva diagrammene forteller oss og tolke informasjonen de får i diagrammene. Elevene lærer også om ulike figurer, slik som grafer og geometriske figurer. Lærebøker består ofte av multimodale tekster, der de ulike oppgavene bygger opp en helhet for eleven. Studier viser at elever ofte hopper over å lese overskrifter og illustrasjoner da de skal lese oppgaven, dette medfører at de ikke får med seg forankringen i dagliglivet eller temaet (Nordbakke, 2014, s.100). Når forankringen ikke er oppfattet vil det være vanskelig å reflektere over gyldigheten i det man leser. Tekstoppgaver fra dagliglivet regnes som rent matematiske tekster. Elever kan for eksempel få oppgaver der de skal regne ut hva som blir billigst av å kjøpe månedskort til 560 kr eller enkeltbilletter til 36 kr på bussen når du skal ta x antall turer, og hvor mange turer som må tas før månedskort blir billigst. Her får eleven opplysninger med og uten matematikk, dette er lærdom de kan få behov for i dagliglivet senere.

Matematikken består av mange begreper som kan ha ulik betydning i forskjellige situasjoner. Som nevnt i kapittel 2.4.2 *Muntlige ferdigheter i matematikk,* brukes begrepet normal annerledes i matematikken enn i hverdagen. Dette må elevene gjøres klar over, de må lære seg å skille det matematiske språket fra hverdagsspråket. Presise definisjoner underveis i lesingen, vil derfor bidra til å skape et felles grunnlag for elevene(Nordbakke, 2014, s.105). Uten at elevene er klar over betydningen av begrepene de leser, vil det være vanskelig å forstå hva oppgaven ønsker svar på og hvordan oppgaven ønsker at de skal gå frem for å finne en løsning.

Lesestrategier er viktige også i matematikk. Tekstoppgaver er en oppgavetype der lesestrategier vil ha stor betydning for elevene. I tekstoppgaver må elevene tolke en matematikkoppgave med mye tekst, for deretter å omsette oppgaven til et konkret problem og utarbeide en løsning. Før oppgaven kan løses, må den leses og informasjonen må forstås. For mange elever kan det være vanskelig å vite hvordan slike oppgaver skal løses, da de ikke forstår informasjonen de leser. Før elevene kan si seg ferdig med en tekstoppgave må de gjennom flere trinn. Først skal teksten og de matematiske symbolene avkodes, deretter må de sammenligne matematiske opplysninger, identifisere problemstillingen, for så å velge ut en passende strategi for å løse problemet. Etter at en strategi er valgt så må beregninger gjøres og resultatet må reflekteres over (Nordbakke, 2014, s.106). Fra praksis har jeg erfart at mange elever løser tekstoppgaver uten å tenke over om svarene de får er logiske. De fokuserer heller på selve regningen enn å forstå hva oppgaven handler om. Lesestrategier brukes for å hjelpe elevene med disse utfordringene og for å avkode og skjønne den matematiske teksten bedre.

3 Metode

Ordet «metode» kommer fra gresk og betyr «veien frem til et bestemt mål» (Gleiss & Sæther, 2021, s.29). Dette kapitlet skal redegjøre for valg av forskningsdesign og metode som skal benyttes for å besvare problemstillingen og forskningsspørsmålene i oppgaven. Først i kapittelet kommer en kort drøfting av kvalitativ og kvantitativ tilnærming og en begrunnelse for hvilken som egner seg best for å svare på min problemstilling. Deretter følger en utdypning av den valgte metoden observasjon og en begrunnelse for valg av metode. Jeg vil også beskrive hvordan datainnsamlingen er gjennomført, dette inkluderer forarbeid, innsamling og ettarbeidet som fulgte med gjennomføringen. Avslutningsvis kommer en liten diskusjon rundt de forskningsetiske betraktningene som har blitt gjort rundt valg av metode og datainnsamling.

3.1 Kvantitativ og kvalitativ tilnærming

Valg av tilnærming og metode påvirkes av personlige preferanser og av praktiske hensyn, slik som for eksempel tilgjengelig tid til datainnsamling og av antall forskningsdeltakere man har tilgjengelig til forskningen (Gleiss & Sæther, 2021, s.32). En kvantitativ tilnærming egner seg godt for å kartlegge et større utvalg og for å gjøre statiske analyser av sammenhenger mellom ulike variabler. En kvalitativ studie har en mer utforskende tilnærming og egner seg godt for å undersøke noe som gjelder for en mindre gruppe forskningsdeltakere. For å besvare min problemstilling har jeg valgt en kvalitativ tilnærming. Jeg skal forske på en gruppe elever og finne ut hvordan den gruppen elever leser, skriver og praktiserer muntlige ferdigheter når de har utforskende matematikktimer. Det er derfor ikke en forskning som dreier seg om et større utvalg eller noe som skal kunne generaliseres til å gjelde for større grupper elever i flere områder. Fleksibilitet og åpenhet er viktige styrker ved en kvalitativ tilnærming. Forskeren kan med denne tilnærmingen justere retningen på prosjektet underveis i forskningen (Gleiss & Sæther, 2021, s.30). Kvalitativ forskning er preget av at forskeren kommer nær dem man «forsker på», noe som kan skape utfordringer for forskeren i forbindelse med å holde egne meninger og preferanser utenfor forskningen.

3.2 Valg av metodisk tilnærming

Denne studien plasserer seg i et sosiokulturelt læringsperspektiv på bakgrunn av at utforskende matematikk i klasserommet er en sosial prosess. Jeg skal undersøke klasserommet som en helhet når det arbeides utforskende i matematikkfaget. Sentralt i et sosiokulturelt læringssyn er at læring skjer gjennom samspill mellom deltakerne i den lærende situasjonen. Balansen mellom det individuelle og det sosiale er et kritisk aspekt ved ethvert læringsmiljø (Dysthe, 2001, s.33). Problemstillingen i oppgaven går ut på å finne ut av hvordan de grunnleggende ferdighetene skriving, lesing og muntlighet inkluderes i utforskende matematikkundervisning. Muntlighet og kommunikasjon er sosiale ferdigheter elevene bruker i fellesskap og er helt sentralt innenfor det sosiokulturelle læringssynet. For å finne svar på forskningsspørsmålene og problemstillingen har jeg valgt å benytte meg av metoden observasjon. Ved å bruke observasjon kan jeg finne ut om elevene leser, skriver og snakker sammen i de utforskende matematikktimene. Videre kan jeg se hvordan de bruker hver av disse ferdighetene for å løse utforskende matematikkoppgaver.

3.2.1 Observasjon

Observasjon vil ofte være den mest passende metoden å bruke hvis man ønsker kunnskap om hva en gruppe mennesker gjør, altså deres handlinger og samhandling med andre, ikke bare hva de sier og tenker (Gleiss & Sæther, 2021, s.31). I forskningen min skal jeg se på hva elevene gjør i løpet av utforskende matematikktimer og analysere disse funnene for å finne svar på problemstillingen denne oppgaven handler om.

Det kan skilles mellom forskjellige former for observasjon. Vi har strukturert observasjon, semistrukturert observasjon og ustrukturert observasjon. Jeg har i min forskning brukt semistrukturert observasjon. Det betyr at jeg har definert på forhånd hva jeg skal observere og se etter, men har også hatt muligheten til å forfølge nye aspekter etterhvert som jeg har fått mer kunnskap og situasjoner har dukket opp i klasserommet. I semistrukturert observasjon er det vanlig å bruke et observasjonsskjema hvor man noterer ned observasjoner ute i feltet. Det finnes flere former for observasjonsskjema ut i fra hvor strukturert forskningen er. I semistrukturert observasjon brukes et mindre detaljert skjema med flere åpne kategorier enn noen som gjennomfører strukturert observasjon ville brukt i sin forskning. Åpne kategorier er rettet mot å undersøke om noe skjer og hvordan det skjer. For eksempel i min forskning er åpne kategorier rettet mot å se på hvordan elevene leser, snakker eller skriver matte når de arbeider utforskende (Gleiss & Sæther, 2021, s.103-105). Observasjonsskjemaet jeg har brukt i min forskning ligger vedlagt som vedlegg 1.

Når det skal skrives ned feltnotater for hva som skjer i klasserommet under observasjonen, er det et skille mellom beskrivelse og fortolkning. Når noe beskrives så gjengir man så detaljert som mulig det som observeres. Når man fortolker så gjør man en antakelse utfra atferden man observerer. En fortolkning kan også være nyttig, men den beskriver ikke hva som skjer og man må derfor passe på å sette ord på handlingene som gjør at man trekker konklusjonen og fortolker slik man gjør. Beskrivelser er også preget av fortolkninger og skillet mellom disse to er derfor ikke absolutt. Hva forskeren legger merke til og velger å skrive ned, er preget av begrepene og forforståelsen forskeren bringer med seg og innebærer en grad av fortolkning (Gleiss & Sæther, 2021, s.105). I observasjonsnotatet er det en fordel å ha en kolonne med beskrivelse av observasjonen og en kolonne med fortolkning av observasjonen. På denne måten får vi synliggjort tolkningen vår, og har en objektiv beskrivelse av situasjonen notert ned til analysen av funnene (Dalland et al., 2021, s.132).

Når det gjennomføres en observasjonsstudie, kan forskeren innta forskjellige roller. Forskeren kan bevege seg i spekteret fra å være en fullstendig deltaker, til å være en fullstendig observatør (Gleiss & Sæther, 2021, s.106). Jeg har i min forskning vært en passiv ikke-deltakende observatør, som vil si at jeg kun observerte og ikke deltok i de aktivitetene som skjedde i klasserommet. Jeg forsøkte å innta en mest mulig usynlig rolle og satt stille bak i klasserommet. Ved at jeg satt bak i klasserommet fikk jeg kun hørt hva som ble sagt av de bakerste elevene, og mistet derfor samtaler og diskusjoner hos elevene som satt andre steder i klasserommet. Det var et veldig stort klasserom og jeg kunne derfor flytte meg fra en side bakerst til andre siden uten å forstyrre. På denne måten fikk hørt litt på tre ulike grupper som diskuterte. Det var en elev som kom inn i klasserommet midtveis i en av mattetimene jeg observerte. Denne eleven begynte straks å forstyrre klassen med høylytt atferd. Eleven ble også nysgjerrig på hva jeg gjorde i klasserommet og begynte å stille meg spørsmål.

3.2.2 Muligheter og begrensninger ved observasjon

I observasjonsstudier er det en fordel at man som forsker unngår å bruke tiden til dem man forsker på (Tjora, 2021, s.63). Lærere har ofte mye å gjøre på begrenset med tid, dermed kan det i en stressende hverdag være vanskelig for lærere å sette av tid til studenter som ønsker å gjennomføre forskning til sin masteroppgave. Ved å la dem være i sin naturlige setting i klasserommet, slipper jeg som forsker å bruke opp tiden til læreren og elevene utenom deres planlagte undervisning. Dette sparer forskningsobjektene for tid og gjør at de kan gjennomføre sine planer uten påvirkning fra forskeren. Klassen kan gjøre som læreren har planlagt og elevene lærer det de skal, samtidig som jeg får gjennomført forskningen min.

Observasjon er en subjektiv forskningsmetode når det kommer til design, datagenerering, datanalyse og tolkning (Tjora, 2021, s.39). Når jeg skriver ned noe som jeg observerer, vil det bli en subjektiv tolkning av observasjonen, min subjektive tolkning. Hvis for eksempel jeg ser og hører at en elev snakker til en annen elev kan det for meg tolkes som en irettesettelse, men fra eleven sin side kan det ha vært ment for å utfylle og hjelpe medeleven. Det er mange inntrykk som kommer inn i observasjonsstudier, uansett hvor årvåken en prøver være så får man ikke med seg hele bildet eller forhistorien til observasjonene som gjøres. En ulempe ved observasjon som metode, er at uansett hvor objektiv en prøver å være i sine observasjoner, vil observasjon være en subjektiv forskningsmetode.

En annen ulempe ved observasjon er at det er umulig å skli naturlig inn i den situasjonen vi skal observere. Jeg har i min forskning en passiv observatørrolle, som betyr at jeg sitter og ser på og hører etter hva som skjer i klasserommet uten å blande meg inn i det som skjer. I slike situasjoner kan man lett føle seg ubehagelig synlig og at man forstyrrer situasjonen, men det er ikke sikkert de som blir observert føler det på samme måte. Vi kan ikke vite eksakt hvor mye vi forstyrrer situasjonen, dette er noe som er viktig å ta hensyn til når resultatene fra observasjonsstudiet skal analyseres. Det vil i observasjonsstudier være en fordel å bruke mye tid som observatør i samme situasjon, slik at deltakerne blir fortrolig med å bli observert og dermed påvirker man situasjonen og forskningen mindre med sin tilstedeværelse (Tjora, 2021, s.83). Det kan forventes at deltakere som vi observerer vil bli noe påvirket av å bli observert fordi de er klar over at de blir observert, uansett om den som observerer er en person de kjenner eller om det er en ukjent person.

Selv om det er en ulempe at det er umulig å skli helt naturlig inn i situasjonen vi skal observere, så påvirker ikke observasjon utvalget og forskningen like mye som mange andre forskningsmetoder ville gjort. *Forskningseffekten*, dvs. den påvirkningen som det innebærer for studieobjektene at forskeren er til stede, reduseres altså. Slik som i intervju er kontakt mellom forsker og studieobjekt en selvfølge og det blir en stor forskningseffekt, mens i observasjon så trenger ikke forskeren ha noe kontakt med studieobjektene og påvirkningen blir redusert (Kvarv, 2021, s. 172).

En tredje ulempe ved observasjon er alle de mengdene data vi sitter med etter å ha notert ned observasjoner. Kvalitativ forskning i form av observasjonsstudier gjør at man sitter med enorme datamengder som i tillegg er ustrukturerte og uoversiktlige (Nyeng, 2012, s.74). Fordi det i observasjonsstudier i klasserom gjerne skjer så utrolig mye, blir vi nødt til å konsentrere oss om det vi spesifikt er nysgjerrig på og det problemstillingen handler om. Vi må skille ut nyttige observasjoner fra alt annet som skjer rundt i klasserommet (Tjora, 2021, s.89). Dersom vi noterer ned alt vi ser skjer mellom elever, alt læreren gjør, alt som skjer i undervisningsopplegget og mellom lærer og elever så får vi enormt mye data som vi ikke har behov for. Alle disse dataene blir vanskelig å strukturere og sortere for å finne de nødvendige dataene som trengs til å besvare problemstillingen. Det å ha noen spesifikke ting å se etter vil være til enorm hjelp. Selv om jeg ser etter spesifikke ting, så betyr ikke det at alt annet er unyttig, men da unngår jeg at jeg utelukker de tingene som virkelig må observeres for å svare på problemstillingen. For mange inntrykk kan føre til skrivekramper og en følelse av inntrykksmessig drukning, altså at fordi det skjer så mye, så legger vi ikke merke til noen ting (Tjora, 2021, s.89). Hvis vi skal skrive ned alt som skjer vil vi være for opptatt med å skrive, slik at vi går glippe av de observasjonene som er viktig for å svare på problemstillingen. Observasjonsskjema er et hjelpemiddel jeg skal bruke for å være sikker på å få med meg de tingene som er nødvendige for å besvare problemstillingen.

I observasjonsstudier så observerer vi menneskelig atferd direkte. Vi forstår kanskje ikke bakgrunnen for tingene som skjer, derfor må det fokuseres på å skrives ned observasjoner og ikke tanker omkring det vi observerer. En av fordelene ved observasjon som metode, er at den gir oss mulighet til å registrere ikke-verbal atferd direkte. På mellomtrinnet i skolen er ikke språk noen barriere, men det å skrive ned ikke-verbal atferd er likevel en nyttig egenskap ved observasjonsstudier (Kvarv, 2021, s.172).

3.3 Datainnsamling

3.3.1 Forarbeid i forbindelse med datainnsamling

For å finne feltet der jeg skulle gjennomføre observasjonen, brukte jeg først lærerværelset og kollegaene mine på skolen der jeg jobber. Det var begrenset med lærere å høre med, fordi en lærer på trinnet gjerne hadde all matematikken i alle klassene på trinnet sitt alene. Det virket som mange av lærerne var skremt ved tanken på utforskende matematikkundervisning, det var ikke så stor interesse hos lærerne på denne skolen for å bli observert. Da det virket vanskelig å finne noen å observere på min egen arbeidsplass, sendte jeg ut noen meldinger til tidligere praksisskoler og lærere jeg hadde kjennskap til fra før. Jeg hørte om noen av matematikklærerne på mellomtrinnet på disse skolene var interessert i å la seg selv og klassen sin observeres, og om de følte at de utførte utforskende matematikktimer. Det kom respons fra en lærer som var interessert i å lære mer om utforskende matematikkundervisning og som gjerne ville hjelpe med forskningen min og bli observert. Skolen jeg har observert på er en middels stor skole som ligger litt utenfor byen, med ca.

550 elever. Det er en skole med elever fra 1-7 trinn. Jeg snakket litt med læreren som ville bli observert om hva jeg legger i begrepet «utforskende matematikk», dette var for å finne ut om undervisningsøktene til læreren var økter som passet i min forskning, og for å skape en felles forståelse med læreren. En felles forståelse med læreren som jeg observerte var viktig for å sikre at undervisningen faktisk var utforskende. Jeg har også hørt fra andre lærere at hen jeg observerte bruker mye annerledes og utforskende matematikk i sine timer. Jeg informerte læreren om forskningsprosjektet og hen informerte klassen om at de skulle få besøk. Læreren og klassen jeg observerte var veldig interessert i besøk og jeg kunne komme så mange ganger jeg selv ønsket. Jeg ble også tilbudt å lage undervisningsopplegget selv som klassen skulle gjennomføre, men avslo dette tilbudet da det ville ha påvirket forskningen min.

Jeg planla at jeg skulle gjennomføre observasjonsøktene jeg trengte i løpet av 1-2 uker fra første observasjon fant sted. Observasjonsøktenes varighet var den tiden klassen jeg observerte hadde matematikk, dette varierte derfor fra 45 minutter til 90 minutter ut i fra timeplanen til trinnet. Som masterstudent var tiden til forskningen min begrenset og jeg ville derfor drive med datainnsamling bare i en kort periode for å ha mest mulig tid til analysen. Når på året det er best å observere skoleklasser er også noe som ble tatt til betraktning. Jeg ønsket ikke å gjennomføre forskningen tett opp mot jul når klassen ofte er ufokusert og det var stort fokus for elevene å forberede egne utviklingssamtaler i blant annet matematikk. Jeg valgte derfor å vente til nyåret med å gjennomføre datainnsamlingen. Datainnsamlingen til denne masteroppgaven foregikk i mars måned.

Observasjon av selv en helt enkel handling kan føre til lange feltnotater i detalj, derfor måtte jeg ta noen valg i forkant av observasjonen for å redusere denne kompleksiteten (Gleiss & Sæther, 2021, s.103). Et av valgene jeg tok før jeg startet forskningen var at jeg ville gjennomføre en semistrukturert observasjon av elevene, læreren og klassen som helhet. For å få gjennomført min semistrukturerte observasjon lagde jeg et observasjonsskjema med åpne kategorier som ble brukt når jeg observerte. Et annet valg jeg tok i forkant av observasjonen var at undervisning jeg ikke oppfattet som utforskende ut fra Ole Skovsmose sin definisjon, fra kapittel 2.2.1 utforskende matematikk, ikke ble inkludert i mitt observasjonsskjema. Ved å utelukke undervisning som ikke var utforskende, kunne jeg fokusere på det som var relevant for problemstillingen i denne oppgaven.

3.3.2 Gjennomføring av datainnsamling

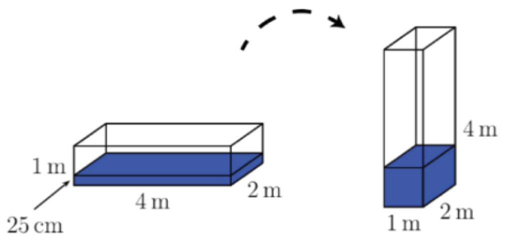
Læreren hadde gitt informasjon til klassen før jeg kom for å observere den første dagen. Før jeg startet observasjonen i klasserommet, fikk klassen altså informasjon om hvorfor jeg var der og hva jeg skulle. Første dagen jeg kom for å observere så presenterte jeg meg selv for klassen, og fortalte om at jeg skulle sitte bakerst å observere mattetimen deres for å forske til masteroppgaven min. Jeg presiserte at det ikke var selve elevene jeg skulle observere, men mer hva de drev av med og klassen som helhet. De fikk vite at hovedvekten av min observasjon ville ligge på undervisningen, og spesielt hva som hendte når de skrev, diskuterte eller leste. Videre informerte jeg om at ingen navn skulle skrives ned og at ingen kunne bli gjenkjent i oppgaven senere.

Klasserommet jeg foretok min observasjon var et stort klasserom. Elevene satt på gruppebord med fire til seks elever. Det var mye ledig plass bakerst i klasserommet og det var et ledig gruppebord uten elever foran i klasserommet. Læreren jeg observerte lot meg velge hvor jeg ville sitte. Jeg valgte å observere fra bakerst i klasserommet hvor jeg ville være minst synlig for analyseenhetene, altså elevene. Jeg fant meg en plass bakerst der det var mye ledig rom, jeg kunne underveis når elevene diskuterte flytte meg rundt bak i klasserommet for å høre på diskusjoner, uten at dette virket til å forstyrre elevene. Det var en elev som kom inn litt underveis under første observasjon med en pedagogisk medarbeider. Denne eleven stilte meg noen spørsmål, og kom med noen kommentarer. Jeg svarte på noen av spørsmålene til eleven og forsøkte ignorere de upassende kommentarene fra eleven. Den pedagogiske medarbeideren som var med eleven sa jeg bare skulle ignorere atferden, og at det var normal atferd for denne eleven ovenfor voksne. Dette virket ikke til å forstyrre medelevene i klassen og som også ignorerte atferden fra denne eleven. Altså hadde jeg som forsker liten påvirkning på miljøet til elevene og virket ikke til å bli lagt videre merke til.

Når man observerer at noe skjer og skal skrive ned hva som skjedde, er det et skille mellom det å beskrive hva som skjer og fortolke det som skjer. Når jeg observerte prøvde jeg så godt som mulig å beskrive hva som skjedde, fremfor å fortolke det som skjedde. Beskrivelse innebærer at man skal gjengi i detalj hva det er som observeres uten å tolke hva man ser (Gleiss & Sæther, 2021, s.105). Observasjonsskjemaet jeg brukte når jeg var ute å forsket, hadde en kolonne for selve observasjonen og en kolonne for min tolkning. Ved å legge opp observasjonsskjemaet på denne måten, ble jeg mer bevisst på å huske forskjellen mellom observasjon og tolkning.

En av timene jeg var å observerte i syvende klasse, jobbet klassen med problemløsningsoppgaver i læringspar. Denne timen overhørte jeg en samtale mellom to elever, der de diskuterte en av oppgavene. De jobbet med oppgavene fra oppgavesettet Benjamin 2022, som er en del av kenguru oppgavene til matematikksenteret fra i fjor. Oppgaven så slik ut:

11. En vanntank med målene 1 m x 2 m x 4 m er fylt med vann. Når vanntanken ligger, er høyden på vannet 25 cm. Vanntanken blir satt på høykant, slik bildet til høyre viser.



Hvor høyt står vannet nå?

(A) 25 cm (B) 50 cm (C) 75 cm (D) 1 m (E) 1,25 m

Figur 2: Oppgave 11 hentet fra benjamin 2022 (matematikksenteret, u.å.)

Jeg syns samtalen var interessant og spennende, slik at jeg ville få ned hva de snakket om i mitt observasjonsskjema. Kolonnene i skjemaet gjorde meg bevisst på hva de faktisk drev med, og hva jeg tenkte de oppnådde med samtalen og bare tolket. Notasjonen jeg gjorde i observasjonsskjemaet fra denne hendelsen ble seende slik ut:

Observasjon	Tolkning
- Oppgave med vann i en vannrett tank og vann i en loddrett. Skal finne høyden på vannet i tanken om den vippes opp til loddrett, gitt at de vet høyden i vannrett tank. Elev: «Vi kan se at volumet er ¼ i tanken når den ligger, hvis vi vipper tanken så vil det fortsatt være ¼ del med vann i tanken» Elev 2: « Er du sikker?» også diskutere de videre for å finne en løsning på oppgaven.	- En av elevene forstod plutselig hva volum innebærer og at volumet i en beholder ikke vil endre seg om man flytter på beholderen. Om volumet er ¼ del liggende, så er det også ¼ stående. Dette kunne eleven bruke for å finne ut hva ¼ av høyden til den stående figuren er.

Jeg tolket denne diskusjonen som at eleven fikk bedre innsikt i hva et gitt volum innebærer, men det kan tenkes hen kun fortalte det hen så på bildet i oppgaven. Altså at det så ut som vannet gikk ¼ opp i den stående tanken og i den liggende tanken, uten at hen hadde reflektert så mye mer rundt utsagnet sitt. Jeg kan som forsker i en observasjonsstudie ikke vite om eleven skjønte at volumet ikke endrer seg om en figur flyttes og at dette gjelder alle figurer. Eller om hen ved hjelp av bildet tenkte at i kun denne sammenhengen så ville ikke volumet endre seg fordi det kunne man se på bildene. Derfor er det viktig å huske på forskjellen mellom tolkning og observasjon, slik at ikke hendelser tillegges meninger og tolkninger som ikke fant sted.

3.3.3 Etterarbeid i etterkant av datainnsamling

Etter å ha gjennomført datainnsamlingen ved å observere noen timer i klasserom så skulle dataene analyseres. Analysen har som mål å gi svar på problemstillingen og fremstille funnene fra forskningen på en hensiktsmessig måte. Problemstillingen til denne masteroppgaven er:

> *Hvordan blir de grunnleggende ferdighetene fra læreplanen, som omhandler skriftlighet, muntlighet og lesing, inkludert i matematikkfaget når elevene arbeider utforskende i faget.*

For å gi svar på problemstillingen så valgte jeg å ta for meg en og en av de grunnleggende ferdighetene fra problemstillingen i analysen. Ved å ta for meg en og en grunnleggende ferdighet syns jeg resultatene vil kunne fremstilles mer oversiktlig. Deretter delte jeg observasjonene mine inn i kategorier etter de ulike aktivitetene jeg har sett ute i feltet, aktivitetene får da betegnelser som aktivitet 1, aktivitet 2 osv.. På den måten fikk jeg analysert hvordan skriftlighet, lesing og muntlighet ble brukt i de ulike utforskende aktiviteter elevene arbeidet med og som jeg har observert ute i felt. Etter analysen i kapittel 3.4 av de ulike aktivitetene og skriftlighet, lesing og muntlighet, kommer en drøfting av funnene med tidligere forskning i kapittel 4 og implikasjoner for egen praksis.

Forskeren påvirker ikke bare gjennom sin kroppslige tilstedeværelse i selve datainnsamlingen, men også gjennom valg og utforming av problemstilling og forskningsspørsmål, valg av teoretiske perspektiver og analysen av datamaterialet (Gleiss & Sæther, 2021, s.111). Valg av problemstilling og litteratur i denne oppgaven ble bestemt ut fra hva som vekket interesse fjerde studieår på lærerstudiet. Som forsker tar man mange valg underveis i forskningsprosessen som alle er med på å styre forskningen. Når jeg var ute i feltet for å observere, vil det uansett bli en form for påvirkning på miljøet. Jeg kommer inn i klassen som en ukjent person for elevene og selv om jeg prøver å ta så lite plass som mulig og forstyrre minimalt, så vil elevene og læreren være oppmerksomme på at jeg er tilstede. Forskeren vil altså uansett påvirke miljøet der observasjonen gjennomføres, noe som må tas i betraktning.

I løpet av tiden jeg brukte ute i felt til å observere i klasserommet, forsøkte jeg å hele tiden være bevisst på forskjellen mellom hva som er observasjon og hva som er tolkning. Jeg brukte et observasjonsskjema som var designet med hensyn til å være bevisst på denne forskjellen, med en kolonne for tolkninger og en for observasjoner. Skjemaet var en påminnelse for å skille hva som faktisk skjer og hva man tenker at skjer i en situasjon. Ved å kun bruke observasjon som forskningsmetode uten å supplere med en annen metode slik som intervjuer, vil analysen bare inneholde forskeren sine observasjoner og meninger. Hadde jeg valgt å ha intervjuer av elever ved siden av observasjonen, ville det muligens ført til en grundigere analyse med noen elevsynspunkt på de grunnleggende ferdighetene og utforskende matematikk.

3.4 Koding og kategorisering av data

Analysemetoden jeg bruker i denne masteren er en deduktiv innholdsanalyse. En innholdsanalyse er en analytisk tilnærming som har som mål å tolke innholdet i tekstdata gjennom systematisk koding og katekorisering av temaer og mønstre (Høgheim, 2020, s.202). En innholdsanalyse består av fem steg. I det første steget skal forskeren lese, bli kjent med og sammenfatte sine data. Andre steg i analyseprosessen er å lage *koder*, altså å demontere forskningsdataene fra observasjonene som ble gjort ute i felt. Tredje steg i innholdsanalysen er å lage *kategorier* for dataene som ble kodet i andre steg av analysen. Fjerde steg i analysen er å analysere dataene før man til slutt i femte steg skal trekke slutninger fra analysen (Høgheim, 2020, s.202). En deduktiv analyse er en analyse hvor man som forsker har kategorisering av koder etter *forhåndsbestemte kategorier*, basert på enten teori eller antakelser (Høgheim, 2020, s.208).

Feltnotatene mine fra observasjon er alle skriftlige og det er ikke brukt video eller lydopptak underveis i forskningsprosessen. Det ble derfor ikke nødvendig for meg å transkribere slike data. Feltnotatene som ble tatt underveis i prosessen er alle skriftlige og organisert i kronologisk rekkefølge. Dette *første steget* er for å bli kjent med egne data og for å få en forståelse av dataene som skal bearbeides i de neste stegene av analysen (Høgheim, 2020, s.204).

Neste steg i analyseprosessen er koding av dataene fra feltnotatene. Her skal dataene fra observasjonene jeg gjorde i felt organiseres ved å finne koder som representerer deler av observasjonene. En kode jeg har brukt i min analyseprosess er relasjonell forståelse. For å finne ut hva som kan gi en observasjon koden relasjonell forståelse har jeg brukt definisjonen til Skemp for relasjonell forståelse presentert i kapittel 2.2.2 *relasjonell vs. instrumentell matematikkforståelse*. Andre koder jeg har brukt i min analyseprosess er skriving, lesing og muntlighet. For å finne ut hva som gjør at en observasjon får koden skriving, muntlighet eller lesing har jeg sett på definisjonene på hver av de grunnleggende ferdighetene i matematikk fra *lærerplanen i matematikk 1.-10.trinn* hentet fra LK2020.

For at en observasjon skal kunne kodes som relasjonell forståelse, måtte den oppfylle noen kriterier hentet fra definisjonen til Skemp. Skemp definerer instrumentell forståelse som å lære et økende antall fikserte fremgangsmåter og at elevene følger en oppskrift til mål. En relasjonell forståelse vil derfor være motsetningen til dette. Dette er observasjoner hvor elevene bygger opp begrepsmessig struktur og får en forståelse for hva som skal gjøres og hvorfor. Oppgaver hvor jeg ser elever bruker eksisterende kunnskap på nye problemer, bygger begrepsmessig struktur og forståelse og veksler mellom strategier har fått koden relasjonell forståelse i mine feltnotater. Utforskende matematikkundervisning hvor det er fokus på problemløsning og elevaktivitet, vil hjelpe elevene med å reflektere og kritisk overføre eksisterende metoder til nye situasjoner (Wæge, 2007, s.iii). Altså vil oppgaver med mye elevaktivitet og refleksjoner få koden relasjonell forståelse, da de bruker eksisterende metoder i nye situasjoner og må reflektere rundt sine løsninger og fremgangsmetoder. Et eksempel på en observasjon som fikk koden relasjonell forståelse er observasjonen:

Observasjon:	Tolkning:
- Oppgave med vann i en vannrett tank og vann i en loddrett. Skal finne høyden på vannet i tanken om den vippes opp til loddrett, gitt at de vet høyden i vannrett tank. Elev: «Vi kan se at volumet er ¼ i tanken når den ligger, hvis vi vipper tanken så vil det fortsatt være ¼ del med vann i tanken» Elev 2: « Er du sikker?» også diskutere de videre for å finne en løsning på oppgaven.	- En av elevene forstod plutselig hva volum innebærer, og at volumet i en beholder ikke vil endre seg om man flytter på beholderen. Så om volumet er ¼ del liggende, så er det også ¼ stående, og dette kunne eleven bruke for å finne ut hva ¼ av høyden til den stående figuren er.

For at en observasjon skulle kunne kodes som skriving så måtte den oppfylle noen kriterier fra definisjonen på skriving i matematikk. Å skrive i matematikk innebærer å beskrive og forklare sammenhenger, oppdagelser og ideer ved hjelp av formålstjenlige representasjoner. Skriving er også et redskap for å utvikle egne tanker (Utdanningsdirektoratet, 2019, s.4). Dersom en observasjon jeg gjorde av en aktivitet eleven drev på med oppfylte disse kravene, fikk den i min analyse koden skriving. Et eksempel på en observasjon som fikk denne koden er:

Observasjon:	Tolkning:
- Oppgave « til topps». De har øvelsen ukentlig. Går ut på å kaste 5 terninger, og lage regnestykker men tallene på terningene hvor de skal få summer fra 1 til 99. De kan lage regnestykker akkurat slik de ønsker, ved å bruke regneartene, potens, parenteser, fakultet og alt de vil. Tallene denne uken ble 2, 4, 4, 5 og 6. Disse skal de bruke for å lage alle regnestykkene. Alle tallene må ikke brukes hver gang, f.eks. er et mulig svar på 1 = 5-4.	- Mye engasjement for denne oppgaven. Godt kjent oppgave. Oppgaven krever kreativitet, og alle kan lage oppgaver tilpasset sine ferdigheter. - Virker som de fleste elever utfordrer seg selv, og prøver lage mest mulig vanskelige og kreative regnestykker fremfor enkleste løsning.

Denne observasjonen fikk koden skriving fordi elevene i denne aktiviteten bruker skriving for å utvikle egne tanker. De har svarene og skal de finne regnestykker som gir alle disse svarene. Her trenger ikke elevene velge noe formålstjenlig representasjon, men de får testet ideene sine og utfordret seg selv til å finne regnestykker litt utenom det vanlige.

En annen kode jeg har brukt i analysen av observasjonsnotatene er muntlighet. For at en observasjon skulle få denne koden så måtte den inneholde samtale mellom elever eller lærer og elev som skaper mening i matematikk. Hentet fra læreplanen i matematikk så skulle eleven kommunisere ideer og drøfte matematiske problemer, strategier og løsninger med andre (Utdanningsdirektoratet, 2019, s.4). Et eksempel på en observasjon som fikk denne koden er:

Observasjon:	Tolkning:
- Læreren tegna en rekke med 3 bord på tavla. Bordene var dekt på med plass til 4 personer på hvert bord, men første bord hadde plass til en ekstra på enden. Oppgaven går ut på at elevene først skal finne ut hvor mange det totalt er dekket på til om det er 4 og 5 bord på rekken. Dette skal de finne ut av i fellesskap i klassen og det er mange som rekker opp hånden for å svare.	Elevene ser fort at det øker med fire personer for hvert bord som legges til i rekken. Noen av elevene blir forvirret når det plutselig blir mange bord i rekken og tenker ikke over at det ikke vil sitte en på enden hvert femte bord, men at denne ekstra personen kun vil komme på første bordet i rekken. Læreren går motsatt vei av vanlig læring. Ofte får elevene først en formel, også skal den

- Videre skal elevene på gruppebordene diskutere antall stoler om det er 20 bord som blir dekket på i rekken. Læreren går rundt å hører hva alle bordene har kommet frem til. Elevene kom frem til 2 svar. 84 og 81 og forklarer sine fremgangsmåter. Disse svarene diskuteres i fellesskap for å komme til enighet. - Noen tok det antallet personer de kom frem til på bord 5 og ganget med 4 for å finne for 20 bord, altså 21*4=84. Andre tok 20*4 + 1=81. - Etter å ha funnet at 20 * 4 + 1 er 81, så skal elevene finne en formel som vil fungere uansett antall bord.	brukes på oppgaver. Her finner elevene formelen for å regne ut antall personer sammen i fellesskap ved å snakke på gruppene. Elevene får også en introduksjon til symbolet *n* som brukes for å betegne ukjent antall.

Denne observasjonen fikk koden muntlighet, fordi læreren og elevene i klassen sammen skaper en enighet om korrekt svar og fremgangsmåte. Elevene kommuniserer sine ideer til hverandre, formidler ideene sine i fellesskap og drøfter løsningene og strategiene sammen i klassen.

En tredje kode jeg har brukt i observasjonsnotatene mine er lesing. For at en observasjon skulle kunne få koden lesing er definisjonen på lesing i matematikk fra LK2020 brukt. I læreplanen for matematikk 1.-10-trinn står det at å lese i matematikk innebærer å skape mening i tekster. Eleven skal kunne sortere informasjon, og finne og bruke informasjon i komplekse tekster (Utdanningsdirektoratet, 2019, s.4). Et eksempel på en observasjon som i mine feltnotater har fått koden lesing er:

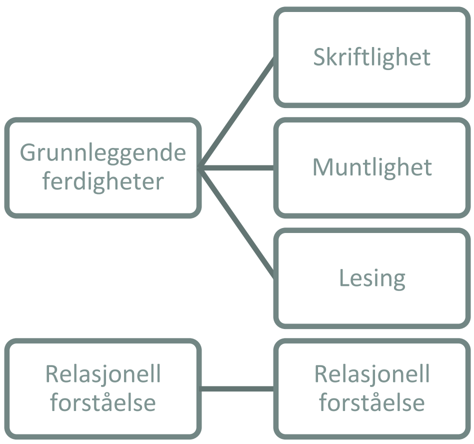
Observasjon:	Tolkning:
- Elevene jobber med kenguruoppgavene fra matematikksenteret. I en av oppgavene får de et bilde en rekke glyfer fra gammelt tallsystem. Det gis noen eksempler på forskjellige tall hvor glyfene er satt sammen for å få de forskjellige tallene, også skal de finne ut hvordan tallet 45 hadde sett ut.	- Elevene må tolke symbolene for å finne en mening med de tallene de har fått oppgitt. Og se hvordan de er satt sammen med tiere og enere.

Denne observasjonen og oppgaven har jeg kategorisert under lesing fordi elevene må tolke og bruke informasjonen de finner for å kunne løse oppgaven. Her brukes det også en ukjent representasjon for elevene, og de må virkelig lese oppgaven for å forstå fremgangsmetoden. De må sortere ut informasjon i fra glyfene og sette de sammen til det aktuelle tallet.

Jeg har i denne masteren gjort en deduktiv analyse av mine forskningsdata. En deduktiv analyse er en analyse hvor man som forsker har kategorisering av koder etter *forhåndsbestemte kategorier*, basert på enten teori eller antakelser (Høgheim, 2020, s.208). En kategori som brukes i analysen er grunnleggende ferdigheter, innenfor denne kategorien finner vi de grunnleggende ferdighetene skriving, muntlighet og lesing. En annen kategori som brukes er relasjonell forståelse og innenfor denne kategorien finner vi koden relasjonell forståelse.

Kategorien grunnleggende ferdigheter med de tilhørende kodene skriftlighet, muntlighet og lesing, har blitt utformet med den nye læreplanen fra 2020 som teoretisk rammeverk. Definisjonene for skriftlighet, muntlighet og lesing er brukt som grunnlag for hver av kodene. Funn under denne kategorien er fra forskjellige aktiviteter som ble observert i felt, de blir presentert og drøftet kode for kode i hvert sitt delkapittel i kapittel 4 *Analyse og drøftelse av funn*.

Kategorien relasjonell forståelse med koden relasjonell forståelse har blitt utformet med teorien fra Skemp(1976) som rammeverk. Det er definisjonen til Skemp som brukes for å definere hva som får koden relasjonell forståelse. Relasjonell forståelse vil bli analysert og drøftet gjennomgående i kapittel 4 *Analyse og drøftelse av funn*.



Figur 3: Koder og kategorier

3.5 Etiske forhold

Når det kommer til etiske forhold ved observasjonsforskning så finnes det både interne og eksterne forskningsetiske regler som måtte tas hensyn til. De forskningsinterne reglene går ut på at resultatene ikke skal jukses med for å bli slik en selv ønsker. Forskningen skal være saklig, åpen og redelig internt i forskningssamfunnet. Det er også forskningseksterne vurderinger, som gjelder rollen forskeren har til analyseenhetene i forskningen. Som forsker må jeg passe på at forskningen ikke er åpenbart skadelig for enkelte grupper (Nyeng, 2012, s.159). Jeg har i min observasjonsstudie passet på å tolke minst mulig og brukt observasjonene slik de fremstod uten ekstra tolkning etter beste evne. Forskningen jeg har gjennomført er anonym, ingen som har blitt observert kan kjennes igjen ut fra denne masteroppgaven. Forskningen er heller ikke skadelig for noen grupper av elever eller lærere.

Før jeg kunne starte forskningen min tok jeg en avgjørelse om at jeg ikke skulle bruke lyd- og videodata i mine observasjoner. Dermed så unngikk jeg de etiske hensynene knyttet til opptak, og alle hensynene og reglene rundt lagring og oppbevaring av opptak i form av lyd eller bilder. Deretter måtte jeg finne ut om jeg trengte å søke om tillatelse til å gjennomføre forskningen hos Norsk senter for forskningsdata, NSD. Jeg tenkte at for min forskning var det ikke nødvendig å innhente personopplysninger fra forskningsenhetene, noe som igjen gjorde det enklere med tanke på samtykker og oppbevaring av data. Det er sjeldent at personopplysninger er vesentlige for den videre analysen i observasjonsstudier, dermed kunne jeg unngå slik informasjon i feltnotater og redusere risikoen for at data skulle komme på avveie (Tjora, 2021, s.95). Jeg begynte å fylle ut søknaden hos NSD og la merke til at det var utrolig mange felt i søknaden jeg følte ikke passet til meg og min forskning. Derfor bestemte jeg meg for å ta kontakt med NSD på deres online meldingstjeneste for å snakke med de direkte. Etter å ha fortalt dem om problemstillingen og plan for gjennomføring av forskningen, fikk jeg beskjed om at det ikke var nødvendig for meg å sende inn en søknad til NSD. Siden jeg ikke skulle bruke personopplysninger eller opptak og at alle skulle anonymiseres i notater og masteroppgave, var det ikke nødvendig med godkjennelse fra NSD. Det er jeg som observatør og forsker som har hatt ansvaret for at data ikke har kommet på avveie, selv om personopplysninger ikke har vært notert ned i feltnotater eller masteroppgave.

Jeg snakket med matematikklæreren på skolen forskningen skulle gjennomføres og fikk godkjennelse fra læreren til å observere timene til den aktuelle læreren. Elevene jeg har observert har fått god informasjon om hva observasjonen gikk ut på. Før jeg kom til skolen for å observere fikk de informasjon fra sin egen kontaktlærer. De hadde en samtale med sin egen lærer som de er godt kjent med og har tillitt til. De fikk informasjon om at jeg skulle observere klassen som helhet og se mest på undervisningsopplegget, at de som klasse fungerte som informanter og deltakere i en forskningsundersøkelse for en student som skulle gjennomføre grunnskolelærerutdanningen. Når jeg kom til skolen for å observere fortalte jeg dem om hvem jeg er, hva jeg skulle gjøre og hvorfor jeg var i klassen for å observere. Jeg fortalte også om at ingen personopplysninger skulle skrives ned og at det ikke kom til å være noe i den ferdige oppgaven som kan identifisere dem senere. Elevene fikk muligheten til å stille spørsmål om de hadde noen, de fikk muligheten til å prate med meg dersom de ønsket det. Det var ingen elever som hadde spørsmål eller ønsket en prat i forkant av observasjonen.

Som forsker har jeg måtte passe på å ikke forstyrre det miljøet jeg har observert. Observasjon er en av de forskningsmetodene med minst forstyrrelser på miljøet det forskes på, men jeg har samtidig måtte passe på å være minst mulig til hindring i klasserommet og bli minst mulig lagt merke til. Klasserommet observasjonene fant sted i, var godt egnet til å ikke bli så godt lagt merke til. Det var god plass bakerst i klasserommet, noe som gjorde at jeg kunne bevege meg fritt frem og tilbake uten at dette var til noen form for hindring eller forstyrrelse for elevene. Når elevene skulle spre seg og jobbe med oppgaver i læringspar, hadde de god plass til å sitte på forskjellige steder, selv om jeg var der for å observere. Hadde klasserommet vært lite i størrelse, ville man blitt mer lagt merke til og tatt større plass i rommet enn jeg gjorde i et stort klasserom med mye plass. Dette gjorde at jeg fikk observert en så naturlig setting som mulig med minst mulig påvirkninger fra meg som forsker. Som oftest vil det utvikle seg et tillitsforhold mellom forsker og analyseenhetene. Dette forholdet og relasjonen som oppstår mellom forsker-informant er ikke symmetrisk, dette har det vært fint å være oppmerksom på når jeg har observert i klasserommet (Tjora, 2021, s.55). Det oppstod liten grad av kontakt mellom meg og elevene, da jeg observerte i en ukjent klasse hvor jeg ikke hadde noe tidligere forhold til noen av elevene eller læreren. Dette er en fordel for forskningen og resultatene i denne studien, for ved å forske på ukjente analyseenheter har ikke jeg som forsker noen forutinntatt mening om noen av elevene, klassen eller læreren jeg observerte. Hendelser som observeres vil ikke bli sett spesifikt positivt eller negativt på bakgrunn av tidligere erfaringer, men vil oppleves nøytralt slik de blir observert i øyeblikket.

3.6 Reliabilitet, validitet og generalisering

Reliabilitet går på troverdigheten til forskningen. Forskning skal være transparent, og troverdigheten skal sikres i alle ledd fra planlegging av prosjekt, datainnhenting, behandling av data og til de endelige analysene og fremstillingen av funn (Blikstad-Balas & Dalland, 2021, s.43). Validitet handler om gyldighet og en logisk sammenheng mellom prosjektets problemstilling og prosjektet sin utforming og funn. Generaliserbarheten er knyttet til prosjektets relevans utenfor forskningen som har funnet sted (Tjora, 2021, s.260).

Reliabilitet kan knyttes til spørsmålet om hvorvidt de svarene jeg finner i forskningen min faktisk er svar på spørsmålene jeg har forsøkt å stille i problemstillingen (Tjora, 2021, s.260). Kodene og kategoriene som er utformet i analysen er utformet med hensikt til å finne svar på forskningsspørsmålene og problemstillingen. For å gjøre forskningen troverdig må den pågå innenfor rammene av faglighet og være forankret i relevant tidligere forskning (Tjora, 2021, s.263). Jeg har i denne masteren funnet relevant tidligere forskning om flere temaer som var nødvendig for å besvare problemstillingen. Forskningen om utforskende matematikk, relasjonell forståelse og de tre utvalgte grunnleggende ferdighetene var relevant for å besvare spørsmålet som ble stilt i denne oppgaven.

Validitet handler om sammenhenger internt i forskningsprosjektet og hvordan dette synliggjøres i rapporteringen (Tjora, 2021, s.263). Valg som er tatt underveis i dette forskningsprosjektet er begrunnet underveis. Relasjon mellom meg som forsker og gruppen som er observert er redegjort for. Forskningen er transparent med tanke på hvordan observasjonen er gjennomført og hvilke kriterier jeg har sett på i feltet. Hva som skal til for at en observasjon har blitt kodet som skriving, muntlighet og lesing er tydelig gjort rede for i kapittel 3.4 *Koding og kategorisering av data*. Observasjonene som ble gjort måtte skrives ned uten tolkning og slik de ble observert. Jeg forsøkte å få mine notater til forskningen nøytrale og har holdt egne meninger utenfor forskningen. Tolkninger blir spesifisert som tolkninger i observasjonsskjemaet og i oppgaven som er skrevet. Som observatør hadde jeg et ansvar for å notere så detaljert som mulig, dette for å generere så gode data som mulig for senere analyse. I analysen og presentasjonen av funn blir det redegjort for hvilken teori som har bidratt til besvarelsen. Etiske hensyn har i min master gått foran transparensen til forskningen, alle som er observert i dette forskningsprosjektet er anonymisert.

En eller annen form for generalisering er ofte et mål innenfor det meste av samfunnsforskning (Tjora, 2021, s.267). Jeg har ikke i mitt forskningsspørsmål hatt som mål å finne noe som kan generaliseres til en større del av skolen i Norge, men heller vært interessert i å finne ut av bruken av utforskende undervisning for egen praksis senere. Å analysere hvordan elevene bruker skriving, muntlighet og lesing når de jobber med ulike utforskende matematikkoppgaver, vil være til nytte for egen praksis og undervisning etter endt studie.

4 Analyse og drøftelse av funn

I dette kapitlet kommer en analyse og en drøftelse av funnene fra observasjonsforskningen. Tidligere i masteren har det blitt presentert teori om sosiokulturell læringsteori som er et grunnleggende syn i denne forskningen, det grunnleggende er at læring skjer i samhandling med andre. Det har også blitt presentert teori om Ole Skovsmose sin forståelse av utforskende undervisning med ulike læringsmiljøer. Denne teorien har blitt brukt ute i felt for å bekrefte om aktivitetene jeg har observert faktisk er utforskende. Videre har det blitt presentert teori om hver av de tre aktuelle grunnleggende ferdighetene muntlighet, skriftlighet og lesing. Denne teorien er relevant for analysen og drøftelsen i dette kapitlet om muntlighet, skriftlighet og lesing i utforskende matematikkundervisning. Annen relevant teori som kommer inn i drøftingen er teori om instrumentell og relasjonell forståelse og teori om representasjoner. Problemstillingen som ligger til grunn i denne oppgaven er:

> *Hvordan blir de grunnleggende ferdighetene fra læreplanen, som omhandler skriftlighet, muntlighet og lesing, inkludert i matematikkfaget når elevene arbeider utforskende i faget.*

Forskningsspørsmålene som skal analyseres og drøftes i dette kapittelet for å finne svar på problemstillingen er:

- *Hvordan kan utforskende matematikkundervisning brukes for å fremme en relasjonell forståelse av matematikk?*
- *Hvordan blir skriftlige-, muntlige- og leseferdigheter praktisert når elevene arbeider med utforskende matematikk?*

Kapitlet er bygget opp med en generell beskrivelse av bruken av utforskende undervisning som ble observert og teori knyttet til denne utforskende undervisningen. Her kommer også drøftingen av det første forskningsspørsmålet om relasjonelle matematikkforståelse. Videre har de ulike aktivitetene som har blitt observert blitt drøftet opp mot hver av de grunnleggende ferdighetene muntlighet, skriving og lesing. Kapittelet avsluttes med en analyse og drøftelse av representasjoner i utforskende matematikkoppgaver.

4.1 Bruken av utforskende undervisning

Observasjonsøktene jeg gjennomførte bekreftet teorien til Wæge fra 2007 om at utforskende matematikk fremmer en relasjonell forståelse fremfor en instrumentell forståelse i matematikken. Fra observasjonsøktene så jeg mange eksempler på aktiviteter hvor elevene ikke fulgte noen oppskrift for å finne løsningen på problemet, men i stede brukte varierende fremgangsmåter og strategier. For eksempel hadde elevene en øvelse hvor målet med aktiviteten var å finne regelen om at negativt fortegn foran en parentes endrer fortegn i parentesen. I stede for å bare gi elevene denne regelen så valgte læreren å gi elevene et utvalg av regnestykker med parentes der tallene var like, men parentesen ble flyttet på. Her skulle de regne ut stykkene og diskutere seg frem til hvorfor ikke summen ble lik i alle regnestykkene. Da må elevene reflektere rundt hvorfor det ikke blir lik sum, og forstå matematikken bak forklaringen.

Et annet tydelig eksempel var når elevene fikk en innføring til algebra. Da hadde læreren tegnet opp fire bord på tavla, dekt på til fire personer på hvert bord, bortsett fra første bord, der satt det en på enden. Læreren hadde tegnet opp tre bord på rekke, her skulle elevene tenke seg frem til hvor mange det var dekt på til om de hadde fortsatt rekken med fire og fem bord. Etter litt diskusjoner kom elevene frem til at ved fire bord ville det kunne sitte 17 personer, ved fem bord 21 personer. Altså fant elevene ut at det økte med fire personer for hvert ekstra bord. Når klassen i fellesskap hadde kommet frem til dette, stilte læreren spørsmålet «Hva om jeg har 20 bord, hvor mange personer har jeg dekt på til da?». Her observerte jeg at det ble stor forvirring blant elevene. Elevene satt å diskuterte på gruppebord og jeg observerte at klassen fikk to forskjellige svar på spørsmålet. Omtrent halve klassen mente svaret var 84 personer, mens halve klassen mente svaret ble 81 personer. Ved hjelp av samtaletrekk som «tilføye» og «gjenta», så kom det forklaringer fra elevene. De som hadde kommet frem til svaret 84 personer hadde tenkt at siden det var 21 personer på 5 bord, så måtte det bli 84 personer på 20 bord, siden 5*4 =20 og 21*4=84. De som hadde kommet frem til svaret 81 hadde tenkt at det var 4 personer på hvert bord, altså 4*20 = 80 pluss at det var en person på enden, altså 80+1=81. Etter en felles diskusjon hvor de ulike strategiene ble tatt opp, kom klassen frem til en enighet om at svaret på hvor mange personer det var plass til på 20 bord ble 81 personer. Når dette var blitt en enighet så skulle de i fellesskap komme frem til en formel som ville fungere uansett antall bord, her ble bokstaven n kjent for elevene, som et symbol for antall i algebra. Klassen kom sammen frem til formelen $4*n+1$, og fikk bekreftet at denne ville stemme uansett antall bord man byttet ut n med.

Etter å ha fått denne introduksjonen til symbolet n, skulle elevene prøve seg på egenhånd. De fikk i oppgave å lage et uttrykk som ville vise antall nonstop på et tak. De fikk beskjed om at taket hadde plass til fem nonstop i bredden og at antall nonstop i lengden på taket ville endre seg. Taket hadde en pipe, som uansett lengde ville bruke plassen til fire nonstop. Denne informasjonen fikk de også visuelt på et bilde av et pepperkaketak med nonstop og pipe. Den informasjonen de fikk ved bruk av forskjellige representasjoner skulle de bruke for å komme frem til uttrykket $5*n - 4$. Siden det var første timen de fikk en introduksjon til slike uttrykk og algebra, virket det som om mange elever syntes dette var krevende. Det var også en stor del av elevene som mestret oppgaven raskt uten utfordringer og når læreren spurte om noen hadde et svar, så kom det raskt flere hender opp.

Ved å ha en instrumentell forståelse i matematikk så vil elevene trenge ledelse utenfra for å lære hvordan de beveger seg fra ett sted til det neste. De vil heller ikke kunne forklare hvorfor forskjellige regler brukes (Skemp, 1976, s.6). Utforskende matematikkundervisning hvor det er fokus på problemløsning med ulike strategier, vil hjelpe elevene med å reflektere rundt bruken av matematikken og kritisk overføre eksisterende metoder til nye situasjoner. Noe jeg observerte i flere av øktene jeg var tilstede i, var at elevene jobbet med problemløsningssettene med kenguru oppgaver fra matematikksenteret. Siden elevene var elever på mellomtrinnet, jobbet de med oppgavesettene som heter Benjamin. Oppgavene i disse oppgavesettene er utviklet for å skape en relasjonell forståelse i matematikk og for at elevene skal utforske ulike løsningsstrategier og for å finne hvilket av svaralternativene som passer til oppgaven. Her er det ingen bestemt fremgangsmetode, men elevene kan selv finne løsningen på sin egen måte og finne ut om løsningen er sannsynlig, eller om de heller må prøve å finne en ny løsning. Når elevene har en instrumentell forståelse i matematikk så følger de en algoritme, dersom løsningen blir feil vil det for mange være vanskelig å finne ut hvor feilen ligger. Ved at elevene har en relasjonell forståelse vil de lettere være i stand til å finne ut hvor feilen ligger (Skemp, 1976, s.9).

En annen utforskende aktivitet jeg observerte at ble brukt i undervisningen er kalt «Til topps». Denne aktiviteten er veldig tilpasset elevenes eget nivå og elevene kan bruke alt de har av kunnskaper for å finne egne regnestykker i oppgaven. Oppgaven går ut på at elevene skal utforme egne matematikkstykker med sum fra 1-98 ved å bruke fem tall fra 1-6 klassen som klassen har funnet i fellesskap ved å kaste terning. Figur med modell ark elevene brukte under arbeidet og mer utfyllende forklaring på aktiviteten kommer i kapittel 4.2.1 Forekomsten av skriftlighet i utforskende matematikkundervisning. Det er ikke sikkert de klarer finne regnestykker som gir alle de svarene de er ute etter, men poenget med oppgaven er å utfordre seg selv og utforske matematikk. Dette er en oppgave uten fasit. Utforskende matematikk trenger nødvendigvis ikke ha noen fasit, læreren trenger ikke selv å vite på forhånd hvordan oppgavene skal kunne løses når hen gir elevene oppgaven. Når klassen jobber med oppgaver som nødvendigvis ikke har noen løsning befinner læreren seg i risikosonen (Skovsmose, 2001, s.130).

Som Skovsmose (2001) sier i sin artikkel om undersøkelseslandskap, bør ikke læreren unngå risikosonen der læreren selv møter usikkerhet i sin undervisning. Læreren skal møte usikkerheten med elevene, og de kan i fellesskap finne ut løsninger på det matematiske problemet om det finnes en løsning (Skovsmose, 2001, s.130). Det vil i mange utforskende matematikkproblemer oppstå uventede situasjoner, hvor det ikke kan planlegges for hvordan problemet skal løses. Det kan oppstå hindringer underveis, kanskje oppgaven ikke lar seg løses i det hele tatt? Kanskje noen medelever har funnet en løsning som hverken læreren eller andre elever i klassen har tenkt på? At det ikke er noen løsning kan også bli en felles konklusjon og vil være lærerikt å diskutere seg frem til for elevene. Det er nyttig for elevene å lære at det er ikke alle problemer som har en løsning i matematikken, noen ganger lar ikke alt seg løses og svaret vil være at det ikke er noe svar. Læreren kan oppleve å bli utfordret i utforskende matematikk ved at elever kan ha valgt fremgangsmetoder læreren kanskje ikke har sett tidligere, dette vil være lærerikt både for elever og for læreren. I matematikktimer det jobbes utforskende så må læreren oppholde seg mye i risikosonen, noe som over tid kan være slitsomt for læreren, men bør absolutt ikke unngås da det er utrolig lærerikt for alle som er med på å løse problemene (Skovsmose, 2001, s.130).

4.2 Forekomsten av de tre utvalgte grunnleggende ferdighetene

I dette delkapitlet kommer en analyse av forekomsten av de tre grunnleggende ferdighetene skriving, lesing og muntlighet. Literacy begrepet brukes i skolen som et begrep som omhandler det å kunne lese, skrive og snakke for ulike formål (Nordbakke, 2014, s.15). I min forskning har jeg observert hvor mye hver av disse ferdighetene fra literacy begrepet ble praktisert når elevene jobbet med utforskende matematikk i forskjellige utforskende aktiviteter. Analysen vil ta for seg de ulike aktivitetene og graden av skriving, muntlighet og lesing fra hver av aktivitetene koblet opp mot teori presentert i kapittel 2 *Teori*.

4.2.1 Forekomsten av skriftlighet i utforskende matematikkundervisning

Som forklart ovenfor i kapittel 2.4.1 om skriftlige ferdigheter, så står det i LK20 at skriving i matematikken innebærer at elevene skal kunne beskrive og forklare ved hjelp av formålstjenlige representasjoner. De må altså kunne ulike representasjoner, velge ut den som passer formålet i oppgaven og som vil gi en god forklaring eller beskrivelse på det matematiske problemet. Løsningene elevene presenterer skal være tilpasset mottakeren og situasjonen for problemet. Skriving er i matematikken et redskap elevene skal bruke for å utvikle egne tanker og egen læring. Jeg har under studien observert en rekke forskjellige utforskende aktiviteter som har funnet sted i matematikkundervisningen. Sosiokulturell læringsteori legger stor vekt på språkets læringspotensial. Det finnes en lang rekke med studier av hvordan skriftlig og muntlig språk blir brukt i læringssituasjoner. Et av funnene har vært at skriving fremmer faglig forståelse og tenkning (Dysthe, 2001, s.48).

Den første aktiviteten jeg observerte i min studie, videre kalt aktivitet 1, handlet om å regne ut regnestykker med like tall og rekkefølge på tallene, men stykket ble variert ved å sette inn og flytte på en parentes og variert ved å variere regneartene addisjon og subtraksjon. En oppgave kunne for eksempel se slik ut:

$20 - 13 + 7 =$

$(20 - 13) + 7 =$

$20 - (13 + 7) =$

Elevene fikk noen forskjellige slike rekker med regnestykker som de skulle regne ut individuelt. Noen av stykkene hadde bare addisjon, noen hadde kun subtraksjon og noen slik som i eksemplet var sammensatt med addisjon og subtraksjon. Deretter skulle de reflektere i grupper og plenum hva parentesen gjorde. Hvorfor ble svarene forskjellige? Når ble svarene forskjellige? Denne utforskende aktiviteten hadde bra bruk av skriftlighet. Elevene ble nødt til å skrive ned svar i boken individuelt, før de kunne starte på det muntlige ved oppgaven. I denne oppgaven observerte jeg at elevene gikk rett på å gi et svar, uten noen form for mellomregninger og utregninger. Dermed brukte de presentasjonsskriving som har krav om korrekt bruk av symboler, fremfor å bare lære regelen om at negativt fortegn foran en parentes vil forandre fortegnet i parentesen. Altså startet elevene med å utforske på egenhånd for å finne denne sammenhengen uten at læreren fortalte dem regelen. Dette bidrar til å fremme en relasjonell fremfor instrumentell forståelse i matematikken. Denne oppgaven inneholdt for det meste presentasjonsskriving. Elevene kan velge å bruke tenkeskriving og kladde ned utregninger, men det vil for de fleste elevene ikke være nødvendig på slike korte regnestykker. Presentasjonsskriving er matematisk korrekt skriving, og det man gir som svar på et matematisk problem (Nordbakke, 2014, s.95).

En annen utforskende aktivitet jeg observerte, videre kalt aktivitet 2, hadde varierende grad av skriftlighet hos elevene. Her jobbet elevene med problemløsningsoppgaver fra oppgavesettet Benjamin 2022 fra matematikksenteret, oppgavene løste de i læringspar på to til tre elever. De fikk utdelt et hefte med problemløsningsoppgavene digitalt på pc. Videre fikk de et ark med alternativene A-D hvor de skulle merke av svar på oppgavene. Det var valgfritt for elevene hvordan de ønsket å jobbe med oppgavene. Om de ville jobbe muntlig, eller om de ville bruke kladdebok til hjelp for å finne løsningen på problemene var deres valg. Samtlige av elevene startet å løse oppgavene muntlig, men mange oppdaget underveis at skriving ville være et godt hjelpemiddel og fant frem blyant og kladdebok utover i oppgavesettet. Oppgavene var fult mulig å løse uten å bruke skriftlige hjelpemidler, men mange av oppgavene ville bli betydelig enklere å løse ved å visualisere oppgaven i kladdeboken for å se svaret. Et eksempel på en slik oppgave vises i figur 3.

16. 60 kjeks ligger i en lang rekke. Adam tar hver sjette kjeks fra rekken. Deretter tar Beate hver femte kjeks, og etterpå tar Carl hver fjerde kjeks. Dora får kjeksene som er igjen.

Hvor mange kjeks får Dora?

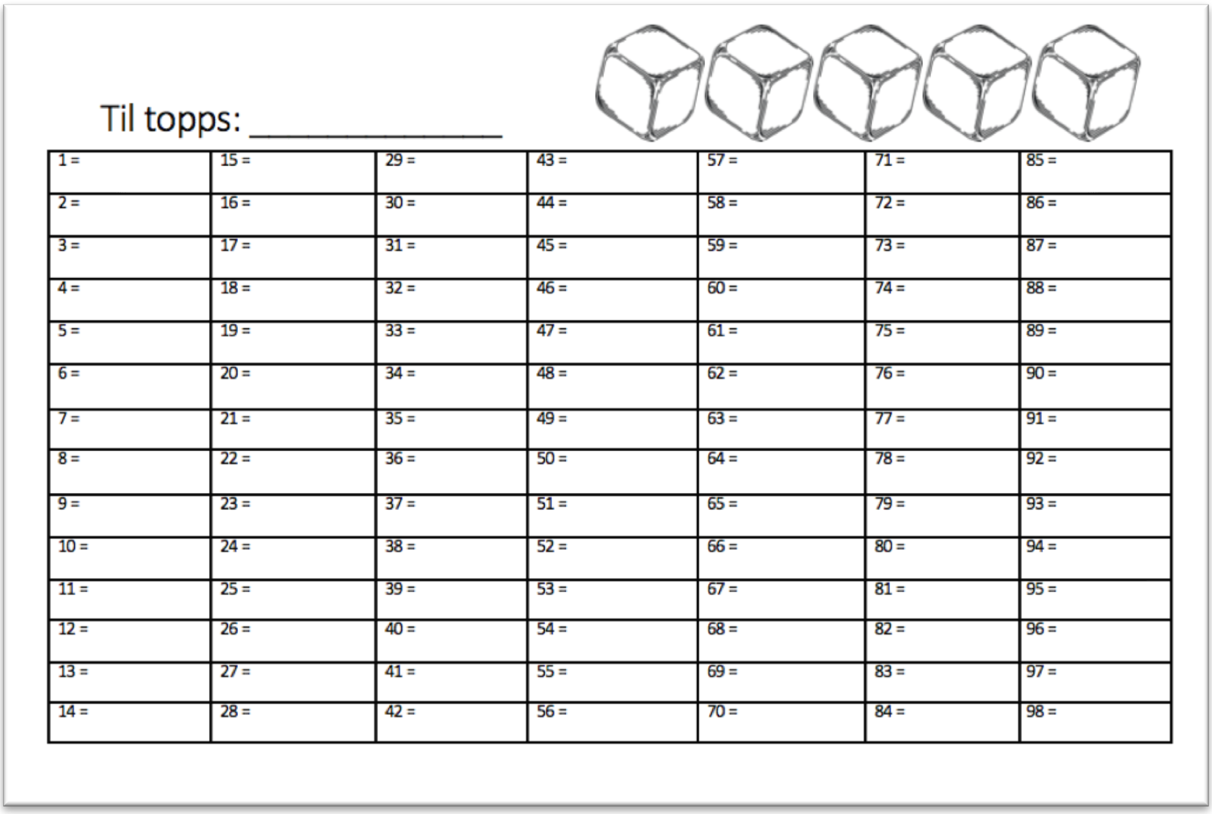
(A) 0 (B) 10 (C) 30 (D) 40 (E) 50

Figur 4: Oppgave 16 hentet fra Benjamin 2022 (matematikksenteret, u.å.)

Denne oppgaven vil for de fleste bli lettere å løse ved å representere oppgaven på en annen måte, f.eks. ved å tegne ned kjeksene i boken, slik at man får visualisert løsningen og krysset ut de kjeksene som ble tatt av Adam, Beate og Carl og dermed sett hvor mange som ble igjen til Dora. Mange læringspar startet å løse også denne oppgaven muntlig, men jeg observerte at alle læringsparene begynte notere ned og tegne ned oppgaven etter litt tid. Tenkeskriving, som er en form for kladd der man skriver ned egne tanker, ble etterhvert flittig brukt for å løse Benjamin oppgavene. Tenkeskriving brukes for at elevene skal skaffe seg en grundigere forståelse av situasjonen, ved skriftliggjøring av tanker og resonnementer (Nordbakke, 2014, s.95). Ved å først lese denne oppgaven og deretter tegne oppgaven så fikk elevene representert matematikken i oppgaven på flere måter. Altså både ved bruk av muntlig språk og ved bruk av tegning. I de ulike

Benjamin oppgavene, fikk elevene brukt flere forskjellige typer representasjoner og øvd seg godt på tenkeskriving. Denne formen for oppgaver inneholdt lite presentasjonsskriving. Elevene skulle ikke gi noe matematisk korrekt svar på problemene, da alle oppgaver hadde svaralternativer elevene skulle krysse i et skjema.

En tredje aktivitet jeg observerte, videre kalt aktivitet 3, i min observasjonsstudie når jeg var i syvende klasse ble kalt «til topps». Dette er en aktivitet elevene har hatt regelmessig nesten hver uke siden de gikk i femte klasse. Dermed var elevene veldig klar over hva oppgaven gikk ut på når de fikk beskjeden om at nå skulle de starte arbeidet med ukens «til topps». Ideen til oppgaven er hentet fra matematikksenteret, men klassen hadde laget sin egen versjon av oppgaven. De fikk utdelt arket på mandag, som skulle det leveres inn på fredag samme uke. Elevene kunne få hjelp hjemme om de ønsket, de skulle jobbe med arket gjennom uken som hjemmelekse og bruke litt tid i matematikktimer og arbeidstimer på skolen. Oppgaven gikk ut på at elevene fikk utdelt et ark med tall fra 1 til 98, som så slik ut:


Til topps: ______________

1 =	15 =	29 =	43 =	57 =	71 =	85 =
2 =	16 =	30 =	44 =	58 =	72 =	86 =
3 =	17 =	31 =	45 =	59 =	73 =	87 =
4 =	18 =	32 =	46 =	60 =	74 =	88 =
5 =	19 =	33 =	47 =	61 =	75 =	89 =
6 =	20 =	34 =	48 =	62 =	76 =	90 =
7 =	21 =	35 =	49 =	63 =	77 =	91 =
8 =	22 =	36 =	50 =	64 =	78 =	92 =
9 =	23 =	37 =	51 =	65 =	79 =	93 =
10 =	24 =	38 =	52 =	66 =	80 =	94 =
11 =	25 =	39 =	53 =	67 =	81 =	95 =
12 =	26 =	40 =	54 =	68 =	82 =	96 =
13 =	27 =	41 =	55 =	69 =	83 =	97 =
14 =	28 =	42 =	56 =	70 =	84 =	98 =

Figur 5: Modell ark til øvelsen "til topps"

Deretter ble fem elever i klassen valgt ut til å slå terningene for uken. Det ble kastet fem terninger, tallene skrev de i de blanke terningene på sitt eget ark og opp på tavla. Alle elevene hadde altså like tall å jobbe med gjennom uken. Disse tallene skulle de bruke til å lage regnestykker med sum fra 1 til 98, og hvert tall kunne bare brukes én gang per regnestykke.. For å finne regnestykker kunne de bruke alle kunnskaper de har i matematikk. Oppgaven ble dermed tilpasset til elevens nivå. Noen elever valgte å bruke for eksempel potenser, fakultet og kvadratrot for å gjøre oppgaven mest mulig krevende for seg selv, mens andre forsøkte finne flest mulig regnestykker ved bruk av de fire regneartene addisjon, subtraksjon, multiplikasjon og divisjon. Denne oppgaven har høy grad av skriftlighet og her får elevene virkelig trent på å bruke ferdighetene sine. Riktignok blir det lite bruk av ulike representasjoner, for regnestykkene består av symboler og alle regnestykkene blir i samme register. En utfordring for mange elever er overgangen mellom ulike register (Carraher et al., 1985, s.22). Denne utfordringen møter altså ikke elevene på i denne type oppgaver, hvor det ut i fra Ole Skovsmose sin oversikt over miljøer er rent matematiske utforskende oppgaver (Skovsmose, 2001, s.126). Når de satt på skolen å jobbet med arket den første dagen, observerte jeg at de snakket litt sammen om oppgaven for å hjelpe hverandre. Av det jeg observerte jobbet de likevel mest individuelt skriftlig med sin egen oppgave, og det var bare hint som ble gitt muntlig om noen stod helt fast på oppgaven sin. I denne oppgaven er det presentasjonsskriving som er i fokus. Regnestykkene som skrives ned skal være matematisk korrekt skrevet og lærer skal være i stand til å sette seg inn i tankegangen og resonnementet til eleven.

En time jeg var ute å observerte så skulle klassen starte opp med nytt tema innenfor algebra, denne aktiviteten er heretter kalt aktivitet 4. Aktiviteten gikk ut på at elevene skulle finne ut hvor mange personer som kunne sitte på et gitt antall bord, dersom det dekkes på til 5 personer på første bord og 4 personer på de neste bordene. Læreren hadde tegnet opp de første tre bordene på tavla, videre skulle elevene først fortsette rekken med fire og så fem bord på egenhånd. De skulle finne ut hvor mange som da kunne sitte rundt bordene. Elevene skulle selv tegne opp, eller regne ut i boken sin for å finne ut hvor mange det ble plass til. De valgte selv hvilken representasjon de ville bruke, om de ville skisse, regne med tall, eller bruke tekstforklaring. Etter at klassen hadde kommet til enighet om at det økte med fire personer for hvert bord, fikk de en utfordring med å regne ut antall personer som fikk plass på 20 bord. Her fikk også elevene mulighet til å skrive i kladdebøkene sine. Det var delt klasse om hvor mange som fikk plass, noen mente det var 81 personer og andre mente 84 personer. Sammen skulle klassen komme frem til en formel for å kunne regne ut antall personer uavhengig av hvor mange bord som ble dekt på. Målet med denne delen av aktiviteten var å komme frem til en formel med en ukjent faktor. Elevene kom frem til at det økte med 4 for hvert bord, altså måtte de ha 4*bord, men så satt en ekstra person på enden, altså ble det 4*bord + 1 person. Dette omformulerte læreren til at de byttet ut antall bord med bokstaven n, og fikk $4n+1$. I stede for å bare gi elevene formelen så måtte de altså finne formelen på egenhånd.

I samme time som aktivitet 4, så hadde klassen en annen liten aktivitet knyttet til algebra og det å lage formler med ukjente. I denne aktiviteten, aktivitet 5, fikk elevene en tegning av et pepperkakehus med nonstop og pipe på taket. Taket var 5 nonstop bredt, og lengden kunne variere i antall nonstop. Pipen på taket ville uansett lengde bruke plassen til 4 nonstop og var av konstant størrelse. Elevene skulle hver for seg arbeide med å finne en formel som ville fungere uansett hvor langt taket ble. I boken hadde elevene noen svaralternativer og kunne prøve seg frem, for å finne ut hvilket av disse alternativene som ville passe som formel for antall nonstop på taket til pepperkakehuset. Denne aktiviteten inneholdt altså en del skriving og elevene kunne her også velge selv hva slags representasjoner de ville bruke for å løse oppgaven i kladdeboken sin. De valgte selv om de ville tegne ulike lengder på taket for å sjekke, eller om de kun trengte å regne for å finne ut hvilken formel som var rett for denne oppgaven. Denne oppgaven krevde ingen formell skriving, altså presentasjonsskriving, elevene fikk kun øvd seg på tenkeskriving og det å få ned egne uformelle tanker skriftlig.

4.2.2 Forekomsten av muntlighet i utforskende matematikkundervisning

Muntlige ferdigheter innebærer å skape mening gjennom å snakke om matematikken. Elevene skal komme med ideer og drøfte matematiske problemer, strategier og løsninger med andre (Utdanningsdirektoratet, 2019, s.4). De utforskende aktivitetene jeg har observert i min studie har inneholdt mye diskusjon, høy grad av muntlighet og bruk av matematiske samtaler. Den nye læreplanen LK20 legger vekt på matematiske samtaler i sitt kjerneelement *«Representasjon og kommunikasjon»*, sosiokulturell læringsteori legger vekt på at læring skjer ved sosial deltakelse og i fellesskapet. Matematiske samtaler og diskusjoner legges derfor stor vekt på i elevenes utdanning.

Aktivitet 1 inneholdt alle de grunnleggende ferdighetene som ble forsket på i denne masteroppgaven. Først i aktiviteten leste læreren en tekst, så skulle elevene finne hvilken av fire mulige forklaringer som passet best til et gitt regnestykke. Elevene skulle diskutere de ulike forklaringene med sin læringspartner, før de tok diskusjonen i plenum i klassen. Ved å bruke muntlighet i matematikken kan læreren få et innblikk i hvordan elevene tenker. Læreren kan også bruke muntlighet for å finne ut hvor i tankegangen noe har blitt misforstått dersom eleven har tolket noe feil. Etter at denne delen av oppgaven var tatt i plenum, skulle elevene løse lignende oppgaver i form av regnestykker individuelt. Etter at elevene hadde løst regnestykkene sine individuelt i kladdeboken sin, ble det muntlighet også i denne delen av aktiviteten ved å diskutere disse svarene i klassen. Dette var for å se om noen hadde tenkt ulikt i forhold til løsningene sine. Da skulle elevene først snakke sammen på gruppebordene sine. Før de tok en diskusjon i plenum om hvorfor svarene ble like i noen regnestykker, og forskjellige i andre regnestykker. Jeg observerte at læreren gikk rundt å så på hva slags løsninger elevene fikk og spurte litt om ulike tankeganger. Artikkelen til Stein et al. «*Orchestrating Productive Mathematical Discussions*» som handler om five practices; anticipate, monitoring, selecting, sequence og connecting, kunne virke som et hjelpemiddel læreren brukte i denne aktiviteten (Stein et al., 2008, s.322). Denne praktisen går ut på at læreren planlegger hvordan samtalen etter de individuelle oppgavene skal foregå. Dette gjør læreren ved å forutse elevsvar og planlegge hvordan samtalen skal foregå. Altså går læreren rundt å ser på ulike løsninger, plukker ut noen løsninger og velger hvilken rekkefølge disse skal høres. Etter at alle elevene som ønsker å delta i klassediskusjonen har fått sagt sine meninger og løsninger, så hjelper læreren elevene med å koble de ulike strategiene sammen med den kunnskapen elevene allerede har om emnet.

Den matematiske samtalen og kvaliteten på samtalen er viktig for å bygge muntlighet i matematikk. Læreren bør strebe etter en samtalepreget undervisning fremfor enveiskommunikasjon. Noe som kan brukes for å øke kvaliteten på den matematiske samtalen er samtaletrekk (Wæge, 2019, s.31). Samtaletrekk som jeg observerte at ble brukt i denne aktiviteten var individuell «tenketid». Helt i begynnelsen før første diskusjon, når de skulle tenke litt på egenhånd om hvilken tekst de mente passet best til det gitte regnestykket. Jeg observerte at læreren også brukte «snu og snakk» etter individuell tenketid, der elevene skulle snakke med sin læringspartner om løsningene sine og hvilken tekst som passet best til regnestykket. Et annet samtaletrekk jeg observerte ble brukt i slutten av denne aktiviteten var «tilføye». Dette trekket ble brukt av læreren når de hadde plenumsdiskusjon om regnestykkene. Læreren var ute etter å finne ut om noen hadde noen andre svar eller tanker enn de første elevene som svarte.

Aktivitet 2 når elevene jobbet med oppgavesettet Benjamin 2022 var en aktivitet med stor grad av muntlighet. Her jobbet elevene i læringspar eller læringstrioer med å løse problemløsningsoppgaver uten involvering og styring fra lærer. Lærer gikk rundt i klasserommet for å høre på tanker fra elevene og ga råd dersom noen av gruppene trengte hjelp. Når læreren gikk rundt å hørte på elevenes tanker så stilte hen gjerne spørsmål som «Hvorfor tenker du det?», «Hvorfor blir det slik?» og «Er det flere måter å løse denne oppgaven på?». Dette var for å få elevene til å reflektere mer rundt oppgavene, og forstå matematikken på nye måter. Det er mye læring i å høre medelevers tanker og sammen utforske ulike løsningsmetoder. Det ble kommunisert ideer og elevene drøftet matematiske problemer, strategier og løsninger med andre, slik som koden jeg har brukt for muntlighet i min analyse tilsier. Læreren brukte også samtaletrekket «Gjenta» ved at hen gjentok det elevene fortalte om sine løsninger da hen gikk rundt. På denne måten fikk også eleven selv høre hva hen tenkte og kunne bekrefte, eller avkrefte tankegangen sin (Wæge, 2019, s.31). Jeg observerte mye diskusjon rundt oppgavene mellom elevene på gruppen, elevene måtte snakke sammen om matematikken for å få til å samarbeide godt om oppgavene og finne en løsning i fellesskap. Barn lærer av erfaringer og ved å sette ord på disse erfaringene. Dersom elevene selv er aktive og formulerer de matematiske problemene muntlig slik de gjør i denne oppgaven, så vil kunnskapen de utvikler i større grad bli deres egen og ikke bare en overføring fra læreren (Botten, 1999, s.68).

I aktivitet 3 så var det lite muntlighet. Elevene jobbet individuelt med å finne regnestykker som kunne passe til oppgaven og hjalp hverandre litt dersom noen hadde spørsmål. Jeg observerte en gruppe med elever som satt på bord sammen og jobbet. En av elevene lurte på om noen av de andre klarte finne et regnestykke hvor svaret ble 17. De andre elevene på bordet hadde en løsning på et regnestykke der svaret ble 17, men de prøvde å hjelpe uten å gi svaret direkte til eleven, men ved å gi noen hint. Her var det elevene som styrte muntligheten og denne aktiviteten hadde lite innblanding fra lærer. Her observerte jeg ingen bruk av samtaletrekk, hverken fra elever eller lærer. Muntligheten i denne aktiviteten inngikk ikke i selve aktiviteten, men var mer sosialt preget.

Aktiviteten jeg observerte hvor de startet opp med algebra, altså aktivitet 4, var god på muntlighet. Aktiviteten gikk ut på at elevene skulle finne ut hvor mange personer som kunne sitte på et gitt antall bord, dersom det dekkes på til 5 personer på første bord og 4 personer på de neste bordene. Læreren hadde tegnet opp de første tre bordene på tavla, så skulle elevene først fortsette rekken med fire, så fem bord på egenhånd. De skulle finne ut hvor mange som da kunne sitte rundt bordene. Senere i aktiviteten når de hadde kommet frem til hvor mange det var plass til rundt fire og fem bord, så skulle elevene finne ut hvor mange personer det vil være plass til rundt tjue bord. Mens elevene diskuterte seg frem til svar på dette gikk læreren runden i klasserommet og brukte samtalegrepene *monitoring* og *sequence* fra Stein et al. sine fem praksiser (Stein et al., 2008, s.322). Altså overvåket læreren de ulike elevsvarene og plukket ut hvilke elever hen først ville høre svar fra i plenumsdiskusjonen. De første svarene som kom frem i gruppediskusjonen var de elevene som hadde tolket oppgaven feil og som hadde svart 84 personer, mens de elevene som fikk svare litt senere hadde tolket oppgaven rett og svart 81 personer. Deretter hadde klassen en diskusjon i plenum hvor de ulike strategiene ble presentert, læreren tok i bruk samtaletrekk fra Wæge sin artikkel «*Samtaler i matematikk*». Samtaletrekk jeg observerte i denne aktiviteten var spesielt bruk av trekkene «gjenta» og «tilføye» (Wæge, 2019, s. 31). Samtaletrekket «gjenta» ble brukt for å sikre at hele klassen hadde en felles forståelse av det medelevene sa i diskusjonen. Trekket «tilføye» ble brukt for å se om noen elever hadde noen andre strategier de hadde brukt, som de ønsket å dele med resten av klassen. Til slutt i plenumsdiskusjonen brukte læreren enda en av Stein et al. sine fem praksiser da hen brukte *connecting* for å samle trådene fra diskusjonen for å skape en felles forståelse. Ved å samle trådene sikrer læreren seg at hele klassen forstår hvilken strategi som ga det rette svaret. Det vil også bli tydelig for hele klassen hvorfor akkurat dette svaret vil stemme for antall personer som får plass på tjue bord.

Aktivitet 5 hvor elevene skulle finne en formel for hvor mange nonstop de trengte for å dekke taket til et pepperkakehus avhengig av lengden på taket startet som en individuell oppgave uten muntlighet og utviklet seg til å bli en muntlig aktivitet. Læreren leste oppgaveteksten høyt, mens elevene fulgte teksten i boken sin, deretter skulle de jobbe med oppgaven og tenke på egenhånd hvilket av de fire algebraiske uttrykkene i oppgaven som ville passe best til taket de hadde fått beskrevet. Dette kan sammenlignes med samtaletrekket «tenketid» fra Wæge sin artikkel «*Samtaler i matematikk*», i og med at målet med den individuelle løsningen var at klassen skulle diskutere seg frem til et felles svar etterhvert (Wæge, 2019, s. 31). Når elevene hadde arbeidet med oppgaven og tenkt på egenhånd, skulle de snakke sammen med elevene de satt på gruppebord med. Elevene drøftet de ulike svaralternativene på gruppebordene, jeg observerte at samtalene fløyt godt mellom elevene. Til slutt hadde klassen en samtale ledet av læreren, hvor de ulike strategiene og tankene til elevene kom frem og dette ble diskutert i plenum. Denne måten å strukturere en oppgave på med individuelt arbeid – grupper- også plenum, er en strategi læreren kan bruke for å sikre at alle elevene skal ha noe de kan si i en felles plenumsdiskusjon. De elevene som ikke vil komme frem til rett svar på egenhånd, vil få hjelp av medelevene på gruppebordet og dermed kan de være sikre på at om svaret er galt, så vil det være gruppen som helhet som har tenkt feil. Elevene er her selv aktive og formulerer seg muntlig på egenhånd, da vil kunnskapen være deres egen og ikke bare overført fra læreren (Botten, 1999, s.68). Elevene drøftet altså strategier med hverandre, delte fremgangsmetoder seg imellom og fikk en felles enighet før læreren startet en plenumsdiskusjon. En viktig del av de muntlige ferdighetene går ut på å lytte (Nordbakke, 2014, s.90). Dette får elevene god trening i når de skal drøfte løsninger med hverandre. I plenumsdiskusjonen så kom rett svar med uttrykket $5n$-4 fort frem, da elevene hadde forstått at taket var 5 nonstop bredt og at n var avhengig av lengden på taket. De hadde også fått med seg informasjonen om at pipa uavhengig av lengde på taket, ville ta plassen til 4 nonstop og subtraherte derfor 4 fra uttrykket. I og med at rett svar kom raskt frem i plenumsdiskusjonen med stor enighet i klassen, kan det tenkes læreren gikk glipp av noen gode forklaringer fra elever som hadde tenkt feil, og ikke delte sine tanker når rett svar hadde kommet frem først (Stein et al., 2008, s.322). Slike læringsmuligheter vil man ikke gå glipp av dersom Stein et al. sine fem praksiser tas i bruk, og læreren velger ut rekkefølge for svar slik at de som har tenkt feil kan få svare først.

4.2.3 Forekomsten av lesing i utforskende matematikkundervisning

Lese i matematikken innebærer å skape mening i daglige og faglige matematiske tekster. Å lese i matematikk vil si å sortere informasjon, analysere og vurdere form og innhold i teksten (Utdanningsdirektoratet, 2019, s.5). I matematiske tekster er det gjerne noe informasjon vi skal lete oss frem til for å kunne besvare oppgaven. For å finne denne informasjonen er det viktig at vi behersker det matematiske språket og begrepene som leses i teksten som kan bestå av verbaltekst, tabeller, diagrammer, tegn, figurer osv. (Nordbakke, 2014, s.99).

Den første utforskende aktiviteten jeg observerte, aktivitet 1, inneholdt en form for lesing. Før de skulle løse oppgaver individuelt, ble det gjennomgått en oppgave i plenum hvor lærer leste noen tekstbobler høyt, disse kunne elevene også lese i matteboken sin. Det var altså for det meste læreren som leste, men elevene måtte analysere informasjonen de fikk fra det læreren leste. Dette for å finne informasjonen som passet til oppgaven. Dette var en rent matematisk tekst som var tilpasset elevenes nivå på syvende klasse. Teksten gikk ut på at læreren leste en tekst om at ei jente var å handlet i butikken, hun hadde 20 kroner. Hun kjøpte en sjokolade til 13 kroner og en kjærlighet til 4 kr. Deretter skulle elevene plukke ut hvilket av fire gitte regnestykker som passet til teksten. Disse stykkene de skulle velge mellom var en introduksjon til parenteser og meningen med hvor parentesen plasseres. Videre skulle elevene løse regnestykker som f.eks.:

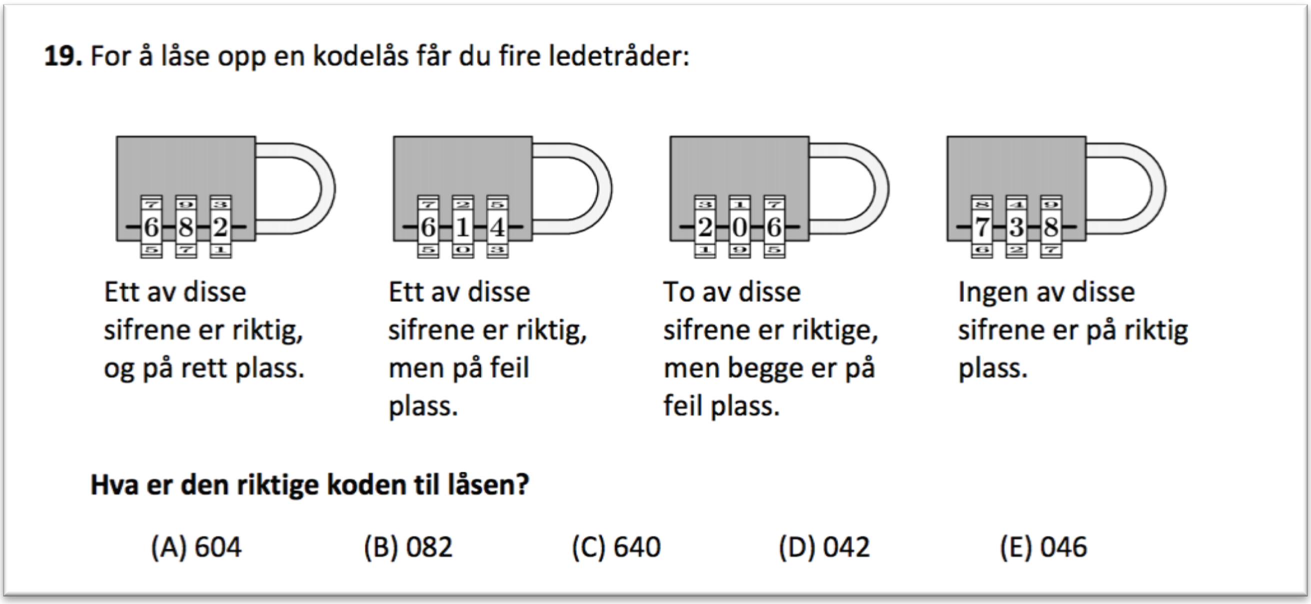
$20 - 13 + 7 =$

$(20 - 13) + 7 =$

$20 - (13 + 7) =$

Elevene skulle lese og skrive ned stykkene i kladdeboken sin. Her måtte elevene lese symbolene og forstå hva parentesen betyr, for å finne riktig svar på regnestykkene. Denne oppgaven inneholdt ingen form for tekst, men inneholder likevel en form for lesing og forståelse av symboler.

Når elevene jobbet med oppgaver fra problemløsningssettet Benjamin 2022, altså aktivitet 2, så øvde de i stor grad på den grunnleggende ferdigheten lesing. I denne oppgaven måtte de lese tekst, figurer og tall for å finne ut av hva oppgaven går ut på og ber om. Hele denne aktiviteten bestod av lesing og tolkning av tekst. Det var for det meste rent matematiske tekster som inneholdt forskjellige diagrammer, tabeller, symboler, tekst og resonnementer. Elevene må lese teksten, og se på tilhørende figurer for å forstå helheten i teksten. For å forstå en matematisk tekst, er det avgjørende at eleven behersker det matematiske språket og de tilhørende begrepene i teksten som eleven leser (Nordbakke, 2014, s.99).



Figur 6: Oppgave 19 hentet fra Benjamin 2022 (matematikksenteret, u.å.)

I denne oppgaven så ble elevene nødt til å lese den rent matematiske teksten nøye, for å finne ut av hvilken kode som var riktig for å lukke opp låsen. Informasjonen i de fire ledetrådene må tolkes og prosesseres slik at den kan brukes på en måte som gjør at de klarer å løse oppgaven. Denne oppgaven vil være umulig å løse dersom elevene hopper over å se på illustrasjonene, eller ikke leser teksten i ledetrådene nøyaktig.

Lesestrategier vil ha stor betydning i tekstoppgaver. I oppgavesettet Benjamin 2022, som elevene jobbet med i aktivitet 2, møtte elevene på denne oppgaven:

23. De fire skolene A, B, C og D ligger langs en vei i denne rekkefølgen. Avstanden mellom to naboskoler er 10 km. Det går 10 elever på skole A, 20 elever på skole B, 30 elever på skole C og 40 elever på skole D. Det skal bygges en ny stor skole slik at den totale avstanden alle elevene må reise til sammen fra de gamle skolene, blir så kort som mulig.

Hvor bør den nye skolen ligge?

(A) der A er (B) der B er (C) midt mellom B og C (D) der C er (E) der D er

Figur 7: Oppgave 23 hentet fra Benjamin 2022 (matematikksenteret, u.å.)

Her vil lesestrategier være nødvendig for å tolke hva det spørres om i oppgaven. Det å løse en tekstoppgave innebærer å gå gjennom flere trinn. Aller først må teksten og de matematiske symbolene avkodes. Videre må de sammenligne de matematiske opplysningene, identifisere problemstillingen og velge ut en passende strategi for å løse problemet. Etter at strategi er valgt så må beregningene gjøres og til slutt må elevene reflektere over svaret (Nordbakke, 2014, s.106). Dersom elevene får et svar som ikke er blant svaralternativene, eller svaret ikke virker logisk, så kan det være et ledd i løsningsstrategien som må revurderes, eller at oppgaven må leses på nytt.

Aktivitet 3, «til topps», krevde lite ferdigheter i lesing fra elevene. Aktiviteten gikk ut på å konstruere egne regnestykker ut fra de fem gitte tallene de fikk fra kasting av terningene. Her trengte ikke elevene lese noe som helst om de ikke ønsket. De kunne velge å lese de mattematikkstykkene de selv lagde, men dersom de ikke kikket tilbake til eget tidligere arbeid så inneholdt ikke aktiviteten noe lesing eller tolkning av informasjon.

Aktivitet 4 med oppstart til algebra med bord tegnet opp på tavlen hadde ikke noe utfordringer jeg umiddelbart knyttet til lesing for elevene. Aktiviteten ble likevel kodet som lesing, fordi elevene måtte skape mening i teksten som bestod av en tegning på tavla. Lesing i matematikk innebærer å avkode, tolke og forstå teksten (Nordbakke, 2014, s.99). De måtte i denne aktiviteten tolke en tegning, men det var ikke noe skriftlig tekst knyttet til oppgaven. Elevene fikk ingen store utfordringer med lesing på denne oppgaven, informasjonen de trengte for å løse oppgaven kunne de se på tegningen og fikk muntlig fra læreren. Elevene måtte skape mentale representasjoner ut i fra hva læreren fortalte og bruke denne informasjonen for å forstå tegningen de kunne se på tavla (Nordbakke, 2014, s.99). Tegningen sammen med lærerens verbale forklaring måtte altså tolkes av elevene. Matematikkfaget består av begreper som er særegne for matematikkfaget. Det ble i slutten av denne aktiviteten tatt i bruk et slik begrep da elevene lærte om betydningen av n. Elevene lærte at dette symbolet ble i denne konteksten brukt som symbol for *antall bord*. Ved å tilegne seg denne kunnskapen vil de i senere anledninger kunne lese tekster hvor dette symbolet er tatt i bruk, og forstå meningen med det de leser. Presise definisjoner vil skape et felles grunnlag som elevene tar med seg videre i neste del av faget (Nordbakke, 2014, s.105).

Aktivitet 5 med tegning av pepperkakehustaket med nonstop inneholdt litt lesing. Elevene måtte lese beskrivelsen som hørte til tegningen, altså at taket var 5 nonstop bredt og at pipen alltid ville ta plassen til 4 nonstop. Denne informasjonen måtte de tolke for så å plukke ut de relevante delene de trengte for å løse oppgaven, slik lesing i matematikk går ut på (Nordbakke, 2014, s.99). Elevene trengte også å lese svaralternativene for å evaluere hvilket av alternativene som kunne være et uttrykk for antall nonstop på taket uavhengig av lengde. Dette var en oppgave som var en god øvelse for å lære seg å plukke ut relevant informasjon og sortere bort det som ikke er nødvendig for å kunne løse oppgaven. I forrige aktivitet hadde elevene lært betydningen av symbolet n, og i denne aktiviteten fikk de øvelse i bruken av dette symbolet. For at elevene skulle forstå svaralternativene var det avgjørende at de behersket det matematiske språket, og forstod hva dette symbolet stod for (Nordbakke, 2014, s.105). Tekstoppgaver har ofte mer tekst tilgjengelig enn det som trengs for å løse selve oppgaven. Det kan tenkes noen elever kun brukte tegningen som fulgte med oppgaven og ikke løste oppgaven ved hjelp av teksten. Eller at noen elever kun brukte teksten uten å tolke tegningen som fulgte med. Elevene bruker forskjellige lesestrategier og det er forskjellige måter elevene kan gå frem for å forstå en matematisk tekst (Nordbakke, 2014, s.106). Tekst og tegning er to ulike representasjoner, begge kan brukes for å forstå hvordan uttrykket for lengden på taket skal se ut. Begge representasjonene presenterer også viktig informasjon som elevene må tolke for å besvare oppgaven.

4.2.4 Representasjoner i grunnleggende ferdigheter

For å løse oppgaver i matematikk, og spesielt i Kenguruoppgavene fra matematikksenteret, så er elevene avhengig av å bruke ulike representasjoner. En representasjon er noe som står for noe annet. Semiotiske representasjoner er helt essensielt for å kunne utføre en matematisk handling (Duval, 2006, s.104). Når vi skal skrive i matematikken så bruker vi skriftlig språk kombinert med figurer, skisser og tegn (Hana, 2014, s.103). Kenguruoppgavene fra matematikksenteret inneholder mange forskjellige matematiske representasjoner. De inneholder tegninger, mønster, geometriske konstruksjoner, diagrammer, tegn, symbolske systemer og naturlig språk. Dermed må elevene lære seg å lese og forstå de ulike representasjonene dersom de skal kunne løse oppgavene. Det finnes mange representasjoner som kan representere samme uttrykk. Det vil være nyttig for elevene å lære disse ulike representasjonene for å kunne formulere samme uttrykk på forskjellige måter i sine forklaringer for medelever (Hana, 2014, s.131). Elevene skulle løse oppgavene i par og måtte dermed også bruke muntlig språk for å formidle sine teorier rundt løsningen på oppgavene. For å diskutere matematikken muntlig, så må elevene klare å gjøre seg forstått uten bruk av skriftlige tegn, dermed så tar de i bruk enda flere representasjoner. Ved å bruke ulike representasjoner skriftlig og muntlig for å gjøre seg forstått og løse oppgavene, vil elevene utvikle ferdighetene sine i matematikk både skriftlig og muntlig. Samtidig vil de også utvikle ferdighetene som trengs for å lese matematikk, ved å øke begrepsforståelsen og utvikle det matematiske språket når de gjør seg forstått skriftlig og muntlig for sine medelever (Nordbakke, 2014, s.99). Utforskende matematikkoppgaver vil altså bidra til at elevene utvikler sitt språk og lærer seg betydningen av matematiske begreper.

5 Avslutning

Fokuset for denne oppgaven har vært å besvare følgende problemstilling:

Hvordan blir de grunnleggende ferdighetene fra læreplanen, som omhandle skriftlighet, muntlighet og lesing, inkludert i matematikkfaget når elevene arbeider utforskende i faget.

For å kunne besvare denne problemstillingen har jeg gjennomført en kvalitativ observasjonsstudie av utforskende matematikkundervisning i klasserom. Observasjonen ble gjennomført på en ikke-deltakende måte. Jeg har kun inkludert aktiviteter som etter Ole Skovsmose sin definisjon er innunder kategorien for utforskende matematikk (Skovsmose, 2001, s.121). Jeg har hovedsakelig hatt fokus på om elever skriver, diskuterer eller leser i de utforskende aktivitetene som ble gjennomført når jeg var ute å observerte i klasserommet.

Tidligere i oppgaven har jeg skrevet teori om sosiokulturell læringsteori, dette har vært et verdigrunnlag gjennom hele oppgaven og forskningen. Teori som har vært relevant for å kunne drøfte og besvare forskningsspørsmålene og problemstillingen har vært teori om grunnleggende ferdigheter, teori om relasjonell og instrumentell forståelse og teori om representasjoner. For å finne en løsning på problemstillingen har funnene fra analysen blitt drøftet opp mot teorien som er relevant for oppgaven.

5.1 Funn fra forskningen

Gjennom analyseprosessen brukte jeg to kategorier; relasjonell forståelse og grunnleggende ferdigheter med de tre tilhørende kodene skriving, muntlighet og lesing. Som kriterie for forskningen er alle aktiviteter som er observert innunder kategorien utforskende undervisning, derfor er ikke dette blitt fokusert på under selve analysen. Funn fra analysen viser at grunnleggende ferdigheter som skriftlighet, muntlighet og lesing i stor grad er involvert i utforskende matematikkundervisning. Alle de utforskende aktivitetene som ble observert under denne observasjonsstudien, inneholdt god bruk av minst en av de tre utvalgte grunnleggende ferdighetene.

Utforskende matematikkundervisning kan gjøres i samarbeid med medelever, men kan også gjøres individuelt. De aktivitetene som inkluderte samarbeid med læringspartnere eller ble gjennomført i plenum hadde stort fokus på muntlige ferdigheter, men også litt skriftlighet og lesing. Det ble i oppgavene som ble gjennomgått i plenum brukt matematiske samtaler med fokus på samtaletrekk.

Samtaletrekk er med på å gi den matematiske diskusjonen god kvalitet og er et hjelpemiddel læreren kan ta i bruk for å styre samtalen. Trekkene jeg observerte ble brukt gjentakende var samtaletrekk slik som «gjenta», «tenketid» og «tilføye». Disse er hentet fra Wæge sin artikkel *Samtaler i matematikk* (Wæge, 2019, s. 31). Matematiske samtaler ble brukt av læreren når elevene skulle presentere sine tanker og resonnementer for medelevene i klassen. Læreren ledet klasseromsdiskusjonen ved bruk av Stein et al. sine praksiser og sørget for at alle tankene til elevene kom frem i plenum (Stein et al., 2008, s.322). Læreren avsluttet så diskusjonen med å samle trådene fra elevene sine egne refleksjoner og for å skape en felles enighet i klassen. Muntlighet ble også brukt når elevene diskuterte seg i mellom med læringspartnere om utforskende oppgaver. I kompetansemålene til matematikk på læreplanen står det at elevene skal gjøre aktiviteter som å «beskrive», «presentere», «diskutere», «forklare», «argumentere» og «vurdere», dette er verb som beskriver utviklingen fra å gjengi innlært matematisk stoff til å kunne se sammenhenger og trekke egne slutninger (Nordbakke, 2014, s.90). Disse oppgavene kunne løses på forskjellige måter og elevene presenterte, forklarte og vurderte fremgangsmåter med hverandre. Dersom elevene har en relasjonell forståelse for matematikken, forstår de hva som skal gjøres og hvorfor, de kan da løse problemene på den måten de selv mener er best (Skemp, 1976, s.9). Ved at oppgavene her ikke hadde noen fastsatt fremgangsmåte fremmet de relasjonell læring, de fremmet også nye refleksjoner og forståelse hos elevene når de delte ulike metoder med hverandre.

De individuelle delene av de utforskende aktivitetene og oppgavene som ble løst helt på egenhånd uten form for samarbeid, inneholdt lite muntlighet og mer av de to grunnleggende ferdighetene skriftlighet og lesing, enn oppgavene som ble løst i samspill med andre. Lesing i matematikken innebærer å avkode, tolke og forstå teksten (Nordbakke, 2014, s.99). Når elevene jobbet på egenhånd så måtte de lese oppgavene uten hjelp med tolkningen fra medelever og lærer. Teksten i matematikk inneholder gjerne ikke bare verbaltekst, men kan også inneholde tabeller, diagrammer, figurer, ikoner og symboler som skal tolkes for å kunne besvare oppgaven (Nordbakke, 2014, s.99). Samarbeidsoppgaver observerte jeg at bidro til delt begrepsforståelse og at elevene hjalp hverandre med å tolke oppgavene. Individuelt vil elevene være mer avhengig av egne kunnskaper og at disse felles begrepsforståelsene er skapt i fellesskap tidligere i faget. Skriving vil være god hjelp for elever både individuelt og i fellesskap. Ved å tegne, skissere og tenkeskrive seg frem til en løsning, så kan elevene representere det de tenker på flere måter (Nordbakke, 2014, s.95). I tenkeskriving kan elevene velge å løse en oppgave ved bruk av tegning og forklaringer, før man oversetter sitt eget språk til det matematiske symbolspråket. Ved å uttrykke seg skriftlig utvikler elevene også evnen til argumentasjon og bevisføring (Nordbakke, 2014, s.96).

5.2 Egne refleksjoner

En av tingene jeg har funnet ut underveis i forskningen som har funnet sted for denne masteroppgaven, er at om jeg skulle forsket videre på denne problemstillingen, så ville jeg gjerne observert ulike lærere fremfor å observere samme læreren flere ganger. I de timene jeg observerte merket jeg en tendens til at læreren hadde litt lignende aktiviteter i flere av timene. Ved å observere flere lærere kunne det ført til flere funn og dermed en mer utdypende analyse av de ulike grunnleggende ferdighetene i utforskende matematikk. En annen ting det kunne vært interessant å forske videre på, er utviklingen i de grunnleggende ferdighetene hos elevene når de jobber med utforskende matematikk og problemløsning.

Ved å skrive denne masteroppgaven har jeg lært om noen forskjellige aktiviteter jeg kan bruke i egne matematikktimer i fremtiden. Et av funnene fra analysen av mine observasjoner er at muntlighet naturlig ble en del av de fleste utforskende aktivitetene som fant sted i de observerte matematikktimene. Mange av aktivitetene inneholdt en form for utvikling av de muntlige ferdighetene, enten ved at elevene skulle diskutere oppgaver seg i mellom eller ved at læreren førte en samtale i klasserommet. Når elevene diskuterte med hverandre, måtte de dele løsningsstrategier og sette ord på egne fremgangsmåter. Dette er god trening for å utvikle begreper og muntlige ferdigheter i matematikk. Klasseromsdiskusjonene fløyt godt i klassen når læreren brukte samtaletrekk fra Wæge sin artikkel «Samtaler i matematikk» og styrte diskusjonen med de fem praksisene fra Stein et al. sin artikkel «Orchestrating Productive Mathematical Discussions: *Five Practices for Helping Teachers Move Beyond Show and Tell Mathematical Thinking and Learning"*. Lesing og skriving ble praktisert i mindre grad, der føler jeg det burde være litt mer fokus på å utvikle ferdighetene til elevene. Ferdighetene til elevene blir godt utviklet ved at de skal tegne, skissere og skrive ned egne tanker og strategier skriftlig. Dette tenker jeg er noe som blir viktig å ha i tankene når jeg skal lage opplegg i matematikktimer i fremtiden. Det å lese oppgaver, diagrammer og tolke tegninger vil gi elevene god trening i å sortere ut informasjon som er nyttig for å løse problemer, og til å forstå hva diagrammene forteller. Slike oppgaver vil jeg gjerne inkludere i min praksis senere. Oppgaver som kan løses på flere måter og med mange løsningsstrategier, vil være nyttig for at elevene skal skaffe seg en relasjonell forståelse og utvikle de grunnleggende ferdighetene i matematikk.

Litteraturliste

Andersson-Bakken, E., Bjørnestad, E. & Dalland, C. P. (2021). Observasjon som metode i barnehage- og klasseromsforskning. I E. Andersson-Bakken & C.P. Dalland (Red.), *Metoder i klasseromsforskning: forskningsdesign, datainnsamling og analyse* (s. 125-153). Universitetsforlaget.

Botten, G. (1999). *Meningsfylt matematikk – Nærhet og engasjement i læringen*. Caspar Forlag.

Blikstad-Balas, M. & Dalland, C. P. (2021). Forskningsdesign – hva må du tenke på når du skal planlegge et forskningsprosjekt? I E. Andersson-Bakken & C.P. Dalland (Red.), *Metoder i klasseromsforskning: forskningsdesign, datainnsamling og analyse* (s. 21-47). Universitetsforlaget.

Carraher, T. N., Carraher, D. W., & Schliemann, A. D. (1985). Mathematics in the streets and in schools. *British Journal of Developmental Psychology, 3*(1), 21–29. https://doi.org/10.1111/j.2044-835X.1985.tb00951.x

Duval, R., (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics, 2006*(61), 103–131. DOI:10.1007/s10649-006-0400-z

Dysthe, O. (2001). Sosiokulturelle teoriperspektiv på kunnskap og læring. I Dysthe, O. (red.), *Dialog, samspel og læring*. Abstrakt forlag.

Dysthe, O. & Igland M. (2001). Vygotskij og sosiokulturell teori. I Dysthe, O. (red.), *Dialog, samspel og læring*. Abstrakt forlag.

Enge, O. & Iversen, H.M. (2010). Et norsk- og matematikkfaglig blikk på matematiske tekster i en femteklasse. I Smidt, J. (red.), *Skriving i alle fag – innsyn og utspill*. Tapir Akademisk forlag.

Gleiss, M. S. & Sæther, E. (2021). *Forskningsmetode for lærerstudenter – Å utvikle ny kunnskap i forskning og praksis*. Cappelen Damm.

Hana, G.M. (2013). *Matematiske byggesteiner*. Caspar Forlag AS.

Hana, G.M., (2014). *Matematiske tenkemåter*. Caspar Forlag AS.

Høgheim, S., (2020). *Masteroppgaven i GLU*. Fagbokforlaget.

Kristjânsdôttir, A. (2008). Matematikk. I Halvorsen, E.M. (red.), *Didaktikk for grunnskolen*. Fagbokforlaget.

Kvarv, S. (2021). *Vitenskapsteori – tradisjoner, posisjoner og diskusjoner*. Novus forlag.

Matematikksenteret. (u.å.). *Kenguruoppgaver – Oppgavebank*. Hentet 10.mai 2023 hentet fra https://www.matematikksenteret.no/l%C3%A6ringsressurser-og-undervisningsopplegg/kenguru/kenguruoppgaver-oppgavebank

Nordbakke, M. (2014). Grunnleggende ferdigheter i matematikk. I K. Skovholt (red.), *Innføring i grunnleggende ferdigheter – praktisk arbeid på fagenes premisser* (s.88-125). Cappelen Damm.

Nyeng, F. (2012). *Nøkkelbegreper i forskningsmetode og vitenskapsteori*. Fagbokforlaget.

Skemp, R. R. (1976). *Relational and Instrumental Understanding*. *Mathematics teaching, Bulletin of the Association of Teachers of Mathematics, 77*, 20-26.

Skovsmose, O. (2001). Landscapes of Investigation. *ZDM, 33*(4), s. 123–132. https://doi.org/10.1007/BF02652747

Stein, M. K., Engle, R. A., Smith, M. S., Hughes, E. K. (2008). Orchestrating Productive Mathematical Discussions: *Five Practices for Helping Teachers Move Beyond Show and Tell Mathematical Thinking and Learning*, 10:4, s. 313-340, https://doi.org/10.1080/10986060802229675

Tjora, A. (2021). *Kvalitative forskningsmetoder – i praksis* (4.utg). Gyldendal.

Utdanningsdirektoratet. (2019). *Læreplan i matematikk 1.-10. trinn (MAT01-05)*. Fastsatt som forskrift. Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2020. https://www.udir.no/lk20/MAT01-05

Wæge, K. (2007). *Elevenes motivasjon for å lære matematikk og undersøkende Matematikkundervisning* [Doktorgradsavhandling]. Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet.

Wæge, K (2019). Samtaler i matematikk. I Kverndokken, K., Karlsen, L., & Klaveness, E. (Red). *101 grep for å aktivisere elever i matematikk : matematikkdidaktikk i teori og praksis* (1.utgave, s. 19-37). Fagbokforlaget.

Oversikt over tabeller og figurer

Figur 1: Milieus of learning (Skovsmose, 2001, s.126) 12
Figur 2: Illustrasjon til miljø 2 (Skovsmose, 2001, s.124) 13
Figur 3: Oppgave 11 hentet fra benjamin 2022 (matematikksenteret, u.å.) 33
Figur 4: Koder og kategorier 39
Figur 5: Oppgave 16 hentet fra Benjamin 2022 (matematikksenteret, u.å.) 48
Figur 6: Modell ark til øvelsen "til topps" 49
Figur 7: Oppgave 19 hentet fra Benjamin 2022 (matematikksenteret, u.å.) 56
Figur 8: Oppgave 23 hentet fra Benjamin 2022 (matematikksenteret, u.å.) 57

Vedlegg 1: Observasjonsskjema

Observasjonsskjema

Dato:

Tidspunkt:

Trinn:

Frekvens/tid av skriving, lesing og muntlighet:

Elevene skriver	
Elevene diskuterer	
Elevene leser	

Plassering og beskrivelse av setting:

Observasjon	Tolkning