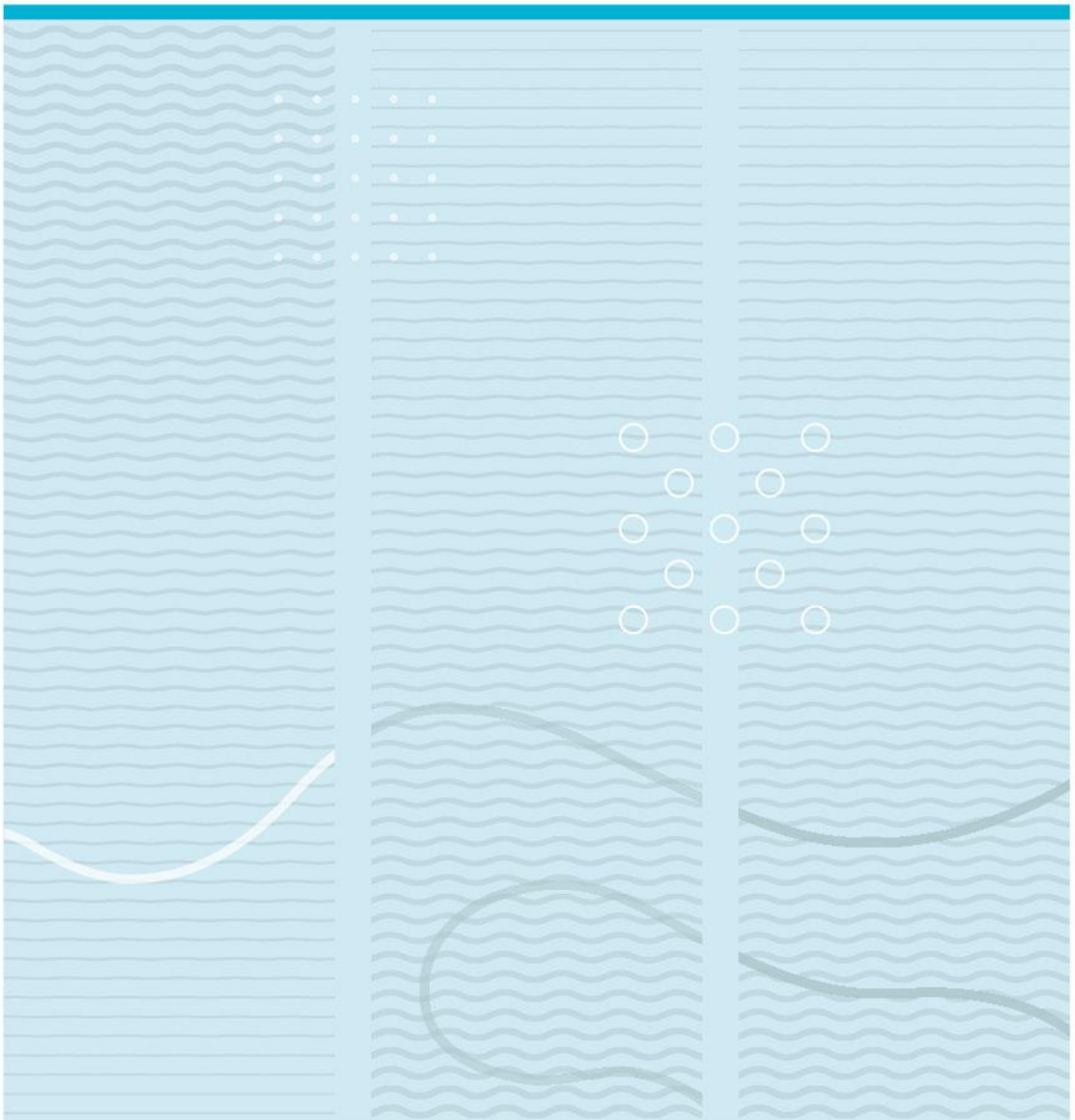


Trude Holen

# Metakognisjon og misoppfatning i matematikk

Ein kvantitativ studie om samanhengen mellom elevars metakognitive ferdigheiter og misoppfatning i algebra på 10.trinn.



Universitetet i Sørøst-Noreg  
Fakultet for humaniora, idretts- og utdanningsvitskap  
Institutt for pedagogikk  
Postboks 235  
3603 Kongsberg

<http://www.usn.no>

© 2023 Trude Holen

Denne avhandlinga utgjer 45 studiepoeng

# Forord

Endeleg kan eg legge fram det synlege beviset på at fem år på studiet går mot slutten. Arbeidet med masteren har vore ein tidkrevjande og utfordrande prosess, som eg fleire gongar har opplevd som både meiningslaust og frustrerande, men også spennande og lærerikt! Med masteren i handa, kan eg med stoltheit og lettelse no sette sluttstreken både for oppgåva, eit kaotisk år og sjølv sagt studiet.

Grunnskulelærerutdanninga og fem år med studie har bydd på oppturar og nedturar eg aldri kunne sett for meg. Fem år eldre og mykje rikare på erfaring, er eg ekstremt takksam for alt eg har fått oppleve og lært, og ikkje minst erfart. Til tross for at to av åra vart vaska vekk av koronabølga, og at eg valde å flytte heim til Sunnmøre siste studieår, så vil desse åra alltid ha ein spesiell plass i hjarte mitt. Takk til alle forelesarar som har gitt oss den kunnskapen vi no tek med oss inn i yrkeslivet, og ikkje minst all rettleiing og støtte. Takk til medstudentar som eg har opplevd denne reisa med. Takk til dei kjekke elevane som takka ja til å vere med på dette prosjektet, dette hadde ikkje blitt noko av utan dokke. Takk Cecilie, for at du steppa inn heilt på tampen, og gav meg den støtta og hjelpa eg trengde for å ferdigstille prosjektet. Og sjølv sagt takk til dei finaste vennskapa eg har fått gjennom desse åra, dokke veit kven dokke er. Eg sett så utruleg pris på alle den kjærleiken og støtta vi har gitt kvarandre i dette her, og ikkje minst alle minna vi har samla ilag. Studieeventyret hadde aldri vore det same utan dokke.

Takk til familien min og vennane mine heime som alltid har vore der. Dokke har gitt positivitet og motivasjon i ein varierende studiekvardag, og ikkje minst vore ei trygghet å kome heim til. Takk til mine beste venna som eg flytta til Tønsberg saman med, dokke har vore familien min gjennom desse åra, og vil fortsette å vere det. Ingrid, kva skulle eg gjort utan deg. Takk til gode kollegaer som dette året har gitt meg tillit og mykje lærdom på jobb, lite visste eg som fersk student at eg ville like å jobbe på ungdomsskule nokre år seinare. Takk også for støtta og motivasjon dokke har gitt i arbeidet med oppgåveskrivinga. Eg vil også rette ein stor takk til nye studievennar og lagvenninner eg har fått dette masteråret. Eg trudde året som masterstudent skulle bli einsamt og krevjande, men dokke dukka opp akkurat når eg trengte det mest, og har blitt ekstremt viktige for meg. Avbrekk med handball og sosialt innputt har gjort godt. June og Anna, dokke har redda mange kjedelege timar åleine på biblioteket og elles gjort kvardagen betre, so takknemleg for vennskapet vårt.

Skipptak og prokrastinering er over for denne gang. Studenthatten tek eg av meg, og legg mengdevis med pensum bøker og notat på hylla. Eg ønsker den nye kvardagen velkommen og gler meg til å utforske omgrepet frihelg. Måtte livet vidare by på mykje bra! Over og ut.

## Samandrag

Dette prosjektet fokuserer på metakognisjon og misoppfatning i algebra blant elevar på 10. trinn. Formålet med prosjektet er å undersøke om elevars metakognisjon har ein samanheng med deira grad av misoppfatning i algebra. Undersøkinga vil sjå på kva grad elevane opplever at dei har utvikla metakognitive ferdigheiter. I tillegg undersøke kva dei same elevane svarer når dei gjennomfører ein diagnostisk kartleggingstest i algebra. Problemstillinga i studien er:

*«I kva grad er det samanheng mellom metakognisjon og misoppfatning i algebra?»*

Dette er ein kvantitativ studie, der datamaterialet består av tal data. Datamaterialet vart samla inn ved bruk av ei spørjeundersøking og ein diagnostisk kartleggingstest. Spørjeskjemaet er laga med utgangspunkt i påstandar henta frå MAI-undersøkinga. Denne undersøkinga presenterer åtte ulike metakognitive ferdigheiter som eg har valt å kategorisere ned i tre kategoriar av metakognisjon. Kategoriane av metakognitive ferdigheiter som fokuserast på i denne studien er: meistringsforventing, bruk av læringsstrategiar og metarefleksjon. Den diagnostiske kartleggingstesten er utarbeida med utgangspunkt i ressursidene til Matematikksenteret, og Chelsea Diagnostic Mathematics Test. Kartleggingstesten består av ei samling diagnostiske oppgåver i algebra, med mål om å kartlegge fleire typisk misoppfatningar innanfor tema. Fleire av dei typiske misoppfatningane kjem fram i resultatet, og oppsummerast til å vere misoppfatning knytt til: rekneoperasjonar, symbolforståing og likskapsteiknets betydning.

Datamaterialet består av 46 elevsvar. Utvalet at elevar er henta frå tiande klasse på same skule. Resultata indikerer at alle elevar opplever misoppfatning. På ei anna side viser det til at alle elevar har behov for å utvikle metakognitive ferdigheite. Vi kan ut i frå denne undersøkinga argumentere for at det eksisterer ein samanheng mellom fenomena i undersøkinga. Elevane som har høg verdi av metakognisjon basert på spørjeskjema, har i dei fleste tilfelle også låg grad av misoppfatning ut i frå kartleggingstesten. Metakognitive ferdigheiter vil kunne hjelpe elevane, og vere ein ressurs for å oppdage og arbeide mot misoppfatning i algebra.

# Innhold

<b>1</b>	<b>Innleiing.....</b>	<b>7</b>
1.1	Bakgrunn for val av tema.....	7
1.2	Problemstilling.....	8
1.3	Disposisjonen i oppgåva.....	8
<b>2</b>	<b>Teoretisk forankring.....</b>	<b>9</b>
2.1	Tidlegare forskning.....	9
2.2	Metakognisjon.....	15
	<i>Definisjon av metakognisjon.....</i>	<i>16</i>
	<i>Meistringsforventing.....</i>	<i>17</i>
	<i>Bruk av læringsstrategiar.....</i>	<i>19</i>
	<i>Metarefleksjon.....</i>	<i>22</i>
2.3	Misoppfatning.....	24
	<i>Definisjonen på misoppfatning.....</i>	<i>24</i>
	<i>Diagnostisering i matematikk.....</i>	<i>27</i>
	<i>Diagnostisk undervisning.....</i>	<i>27</i>
	<i>Diagnostiske oppgåver.....</i>	<i>29</i>
2.4	Algebra i matematikk.....	30
2.5	Misoppfatning i algebra.....	33
<b>3</b>	<b>Metodisk tilnærming.....</b>	<b>37</b>
3.1	Vitskapsteoretisk forankring.....	37
3.2	Gjennomføring av datainnsamling.....	39
	<i>Spørjeskjema som metode.....</i>	<i>40</i>
	<i>Skjema brukt i denne undersøkinga.....</i>	<i>41</i>
	<i>Utforming av kartleggingstesten.....</i>	<i>44</i>
3.3	Kvalitet i forkinga.....	45
	<i>Reliabilitet.....</i>	<i>45</i>
	<i>Validitet.....</i>	<i>46</i>
	<i>Forskingsetiske omsyn.....</i>	<i>48</i>
<b>4</b>	<b>Resultat.....</b>	<b>50</b>
4.1	Metakognisjon.....	50
	<i>4.1.1 Forkunnskapar og meistringsforventing.....</i>	<i>52</i>
	<i>4.1.2 Kunnskap om strategibruk.....</i>	<i>53</i>

4.1.3	<i>Metarefleksjon og feilsøking</i> .....	54
4.2	Misoppfatning .....	55
4.2.1	<i>Oppgåver der elevane svarar mest feil</i> .....	56
4.3	Samanhengen mellom omgrepa .....	62
<b>5</b>	<b>Diskusjon</b> .....	<b>65</b>
5.1	Metakognisjon .....	65
5.1.1	<i>Kategoriar av metakognitive ferdigheiter</i> .....	66
5.1.2	<i>Kognitiv utvikling i læringsprosessen</i> .....	70
5.2	Misoppfatning .....	72
5.2.1	<i>Alle elevar opplever misoppfatning</i> .....	72
5.2.2	<i>Misoppfatningar i algebra basert på erfaring</i> .....	73
5.2.3	<i>Typiske misoppfatningar i algebra</i> .....	75
5.3	Samanhengen mellom omgrepa .....	77
5.3.1	<i>Metakognitive ferdigheiter i læringsprosessen</i> .....	78
5.3.2	<i>Kognitiv konflikt – eit verktøy mot misoppfatning</i> .....	79
<b>6</b>	<b>Avsluttande refleksjon</b> .....	<b>82</b>
6.1	Konklusjon .....	82
6.2	Implikasjonar .....	83
<b>7</b>	<b>Litteraturliste</b> .....	<b>84</b>
<b>Vedlegg 1</b>	.....	<b>91</b>
<b>Vedlegg 2</b>	.....	<b>93</b>
<b>Vedlegg 3</b>	.....	<b>95</b>
<b>Vedlegg 4</b>	.....	<b>98</b>

## Figuroversikt

Figur 1: Oppgåvetekst henta frå kartleggingstest. ....	56
Figur 2: Elevsvar henta frå kartleggingstest. Oppgåve 1b. ....	57
Figur 3: Elevsvar henta frå kartleggingstest. Oppgåve 1b. ....	57
Figur 4: Oppgåvetekst henta frå kartleggingstest. ....	58
Figur 5: Elevsvar henta frå kartleggingstest. Oppgåve 3d. ....	59
Figur 6: Oppgåvetekst henta frå kartleggingstest. ....	60
Figur 7: Elevsvar henta frå kartleggingstest. Oppgåve 4c. ....	60
Figur 8: Elevsvar henta frå kartleggingstest. Oppgåve 4c. ....	61

## Tabelloversikt

Tabell 1: Frekvenstabell. Elevars poengsum på spørjeskjema. ....	51
Tabell 2: Sektordiagram. Fordeling av elevar etter svar på spørjeskjema. ....	51
Tabell 3: Frekvenstabell. Elevars poengsum innan ferdigheita meistringsforventing. ....	52
Tabell 4: Søylediagram. Elevars poengsum innan ferdigheita meistringsforventing. ....	53
Tabell 5: Frekvenstabell. Elevars poengsum innan ferdigheita strategibruk. ....	54
Tabell 6: Frekvenstabell. Elevars poengsum innan ferdigheita metarefleksjon. ....	54
Tabell 7: Søylediagram. Elevsvara på diagnostisk kartleggingstest. ....	55
Tabell 8: Linær regresjon. Samanheng mellom variablane metakognisjon og misoppfatning. ....	63

# 1 Innleiing

## 1.1 Bakgrunn for val av tema

Matematikkfaget er eit av skulens viktigaste fag, men eit fagområde som ofte skapar store emosjonelle reaksjonar blant folk (Aaslund & Nygaard, 2021). Nokre elevar elsker faget, engasjerer seg og motiverast gjennom eigne interesser, mens andre elevar slit med svært negative haldningar til faget og låg meistring (Holm, 2012). Opplæringa skal fremje motivasjon, haldningar og læringsstrategiar, og legge grunnlaget for læring heile livet. Når elevane forstår eigen læringsprosess og faglege utvikling, så bidreg dette til sjølvstende og meistringskjensle (Kunnskapsdepartementet, 2017). Formålsparagrafens uttrykker at «elevane skal dannast og utdannast til menneske med kvalitetar som samfunnet treng» (Opplæringslova, 1998, par. 1–1). Det å vere sjølvstendig, ta val og vurderingar som utviklar ein som person er viktige eigenskapar generelt i livet, men også i matematikk. Eg har sjølv sett at både medelevar og mine eigne elevar har opplevd større meistring og prestasjonar i matematikk med dei rette verktyøya tilgjengelege. Det å ta i bruk strategiar når ein møter utfordringar, eller å kunne regulere meistringsforventingane sine i møte med utfordringar i matematikkfaget kan ha stor effekt på læring. Forsking viser at det eksisterer eit forhold mellom strategibruk og prestasjon i matematikk, der strategibruk rommar ulike delkomponentar av kognitiv og metakognitiv karakter (Ostad, 2008). Alle elevar opplever å gjere feil i matematikk, men mange elevar opplever også misoppfatningar i faget. Bak misoppfatningar ligg ei bestemt tenking, ofte som resultat av overgeneralisering av tidlegare kunnskap til nye område der desse kunnskapane ikkje gjeld fult ut (Brekke, 2002). Eg ønsker i studien min å undersøke korleis elevars oppleving av eigen metakognisjon potensielt kan ha ein samanheng med prestasjon og læring i matematikk. Misoppfatning er eit tema som ikkje direkte retta seg mot matematikkvanskar, men som likevel fokuserer på utfordringar ved matematiske prestasjonar. Metakognisjon omhandlar mentale kognitive prosessar som rettar seg mot elevens tenking om eigen tenking. Med dette som utgangspunkt, valde eg å fokusere på samanhengen mellom metakognisjon og misoppfatning i algebra.



## 1.2 Problemstilling

Denne studien har som mål å undersøke sammenhengen mellom misoppfatning i algebra og metakognitive ferdigheter. Målet er å kunne legge fram ein konklusjon om at høg verdi av metakognisjon vil kunne gi mindre misoppfatning i matematikk. Det vart derfor gjennomført ei kvantitativ undersøking, med problemstillinga:

«I kva grad er det samanheng mellom metakognisjon og misoppfatning i algebra?»

Eg har i denne oppgåva gjennomført datainnsamling på i tre tiande klasser, for å undersøke eventuelle samanhengar mellom dei to tema. I tillegg har eg i oppgåva undersøkt og fokusert på tre forskingsspørsmål, dei er:

- *I kva grad opplever elevar på 10.trinn at dei har utvikla metakognitive ferdigheter?*
- *Korleis svarar 10.klassingar når dei arbeider med diagnostiske oppgåver i algebra?*
- *Kva samanhengar ser ein mellom 10.klassingars metakognisjon og misoppfatning, i arbeid med algebraoppgåver?*

## 1.3 Disposisjonen i oppgåva

Oppgåva er delt i fleire kapittel. I første kapittel finn ein *innleiing*, som har som hensikt å argumentere for relevansen til oppgåva. Her vert grunngeving for val av tematikk og problemstilling presentert, i tillegg til tidlegare forskning på feltet. Kapittel to består av *teoretisk rammeverk*. Vidare i kapittel tre kjem *metodedelen*, der ein presenterer ei vitenskapsteoretisk forankringa, grunngeving for val av metode og utval. Her belysast også gjennomføringa av datainnsamlinga. Kapittel fire vert omtala som *resultat* og består av framlegging av funna frå datamaterialet, som vidare vert brukt i ein påfølgande diskusjonsdel. *Diskusjonsdelen* og drøfting av resultat opp mot teori finn ein i kapittel fem. Siste kapittel oppsummerast dei viktigaste poenga, slik at det kan trekkast ein *konklusjon* basert på dei empiriske og analytiske funna i studien.

## 2 Teoretisk forankring

I dette kapitlet vert det teoretiske grunnlaget for problemstillinga presentert ved å utdjupe dei omgrepa som eksisterer i problemstilling og forskings spørsmål. Det første kapitlet viser eg til tidlegare forskning både innanfor metakognisjon og misoppfatning. Kapittel 2.2 presenterast metakognisjon og dei ulike metakognitive ferdigheitene som vert fokusert på i denne undersøkinga. Her finn ein rammeverket for metakognisjon, og det rammeverket som vart brukt for å karakterisere elevs meining om sine metakognitive ferdigheiter. Vidare i kapitlet eksisterer det ein presentasjon av det som ligg bak omgrepet misoppfatning, og ei lita innføring i diagnostisk undervisning og diagnostiske oppgåver. Avslutningsvis i siste kapittel vert omgrepet algebra trekt fram.

### 2.1 Tidlegare forskning

I denne studien skal fokuset rettast mot to hovudtema; *metakognisjon* og *misoppfatning*, med vekt på forståing og læring i algebra. Arbeidet med å finne ei oversikt over tidlegare forskning på feltet har bestått av litteratursøk på ulike databasar. Eg har prioritert databasene Oria og Google Scholar som grunnlag for søk, dette for å sjå etter skandinavisk og engelsk litteratur. Formålet med søket har vore å få ei tydeleg oversikt over kva som eksisterer av forskning på fenomenet. Med utgangspunkt i Oria får omgrepet «metakognisjon» 123 treff, der «metakognitive ferdigheite» gir 38 treff. «Misoppfatning» gir 124 treff i Oria. Legg vi inn det engelske ordet «metacognition» istaden, får vi eit mykje større og meir omfattande funn som viser til 15 000 funn i Oria, der også «misconception» gir oss 29 550 treff. Dette viser til eit større internasjonalt og nasjonalt fokus på omgrepa kvar for seg, mens «metacognitive skills and misconception» kun gir 25 treff i Oria.

#### Metakognisjon

Den kognitive revolusjonen tok til på 50-talet, og vart eit gjennombrøt og ei stor endring innanfor psykologien (Ostad, 2008). I denne perioden starta mennesket å bli ettertrakta, i kombinasjon med ideane og kjenslene sine. Læring vart no sett på som eit resultat av ein aktiv prosess frå det enkelte individs side, og ikkje som eit resultat av passiv mottaking av informasjon frå omverda (Ostad, 2010). Metakognisjon vart først definert av John Flavell: “Metacognition refers to one’s knowledge concerning one’s own cognitive processes and products or anything related to them” (Flavell, 1979, s. 907). Omgrepet refererer direkte til tenking om eiga tenking, eit omgrep introdusert av kognitive psykologar og utviklingspsykologar på 70-talet. Omgrepet vart presentert for å karakterisere ein persons bevisstheit og kunnskap om sin eigen tenking og minnekapasitet - kognisjon om kognisjon

(Brandmo, 2014b). Flavell delte metakognisjonsteorien inn i to område: kunnskap og prosess. Han framhevar at metakognitive kunnskapar inkluderer forståing av korleis sinnet fungera generelt, og korleis ditt eige sinn fungerer spesielt. Han representerer også tanken om at det eksisterer tre typar metakognitiv kunnskap: person knowledge, task knowledge og strategy knowledge. Dette er kunnskap om ein sjølv og andre som tenkande individ, kunnskap om kva som skal til for å løyse ei oppgåve og til slutt kunnskap om kva strategi som eignar seg best for å nå eit mål (Flavell, 2000).

Betydninga av metakognisjon i læringsprosessen er ein gammal idé som kan sporast tilbake til Sokrates sine spørjemetoder opp mot Deweys haldningar frå det tjuande århundre (Tanner, 2012). Dewey meinte at vi lærer meir av å reflektere over våre erfaringar enn av dei faktiske erfaringane i seg sjølv (Dewey, 1997). Han uttrykte at utdanning og erfaring har ein samanheng, der våre erfaringar dannar oss. Dette betyr ikkje at all erfaring er like pedagogisk. Nokre erfaringar vil til og med fungere hindrandre. Erfaringar som gir deg verktøy for å møte seinare potensielle utfordringar, vert sett på som berikande for opplæringa. Dewey er opptatt av at ein treng å oppnå denne kontinuiteten av positive erfaringar for god opplæring (*John Dewey og hans syn på utdanning*, 2018). Han framhevar også viktigheita av refleksjon i tankeprosessen. Refleksjon let individet undersøke sine eigne tankeprosessar og gjere justeringar, noko som kan føre til meir effektiv problemløysing og slutningstaking. I følge han eksisterer gode fordelar med aktiv, reflekterande og kontekstavhengig tenking når det kjem til læring (Dewey, 1997).

I Overordna del (Kunnskapsdepartementet, 2017) står ikkje metakognisjon direkte, men det Udir presentera som tenking om egen tenking, kan samanliknast med den definisjonen av metakognisjon som Wæge og Nostrati viser til. Ordet metakognisjon tyder «kognisjon om kognisjon», betre forstått som «tenke på å tenke» eller «lære om å lære» (Wæge og Nostrati, 2018). Brandmo (2014) presentera omgrepet kognitivism, og omtalar kognitivismen som grunnleggande premiss for læringstilnærmingar. Kognitivismen legg føring for tanken om at mentale prosessar, der *kva* og *korleis* ein tenkjer i ein læringssituasjon, har betydning for kor godt ein lærer. Her handlar det også mykje om bruken av modellar i læring, og framstillinga av dei mentale prosessane. Sentralt i kognitivismen står ei antaking om at eit individ sjølv er med på å konstruere sin eigen kunnskap og sine oppfatningar basert på den sanseinformasjonen som dei får gjennom den ytre verda og deira eigne forkunnskapar (Brandmo, 2014a). Imsen (2020, s. 138) omtalar metakognisjon som det å ha bevisstheit over sin eigen tankeprosess, og trekker fram Descartes uttale om at: «jeg tenker, altså jeg er til», som ei vektlegging av at mennesket eksistens er knytt til at ein kan vurdere sin eigen tenking. Metakognisjon har i tidlegare forskning også blitt presentert som ei bru mellom avgjerdstaking og

hukommelse, mellom læring og kognitiv utvikling, og ikkje minst mellom læring og motivasjon (Metcalf et al., 1994).

Resultat i tidelegare forskning viser og til at direkte undervisning innan slike tankestrategiar som metakognisjon omhandlar, kan vere nyttig for opplæringa. Når ein snakkar om å lære å lære, så ønsker ein å la elevar utvikle eit repertoar av tankeprosessar som brukast for å løyse problem, der hovudmålet er utdanning. Når ein i livsløpet møter på situasjonar eller utfordringar ein ikkje meistrar, eller ikkje klarer å løyse, så kan metakognitive ferdigheiter kome inn i bildet. Slike ferdigheiter er nødvendige når den vanlege responsen ikkje er nok (Blakey & Spence, 1990). Forskinga som eksisterer på matematikklæring og -vanskar i dag handlar meir om eit fokus på representasjonar og prosessar. Her snakkast det om korleis kunnskapen kan representast fysisk og mentalt, i tillegg til prosessane som kan operere på desse representasjonane. Det eksisterer eit større fokus på korleis matematikk kunnskapens struktur kjem fram i arbeidsprosessar, der merksemda vert retta mot opplæring i løysingsmåtar og innlæringsmåtar. Ein snakkar i mykje større grad om læringsstrategiar, løysingsstrategiar, strategidiagnosar og strategiopplæring (Ostad, 2010). Strategi i matematisk tilnærming rettar fokuset mot det som skjer når eleven løyser matematikkoppgåver (Ostad, 2008).

### **Læringsstrategi**

Strategiomgrepet vert definert som «ein framgangsmåte for å nå eit mål». Tidleg på 70-talet refererte omgrepet til ei fast prosedyre for innøving (repetisjon) av oppgåver som vart presentert under innlæringseksperiment. Seinare har omgrepet fått ei anna meining. Allereie på 1990-talet kom *læringsstrategi* omgrepet for alvor inn i det pedagogiske vokabularet. Det kognitive synet på læring kom som en reaksjon på det behavioristiske synet som hadde prega pedagogikken. Dei kognitive forskarane ønska i starten å rette fokuset mot studiar av hukommelses komponentane ved læring. Resultata dette gav fortalte oss om korleis barn og unge tok i bruk representasjonsstrategiar og visualiseringsstrategiar for å huske, og ikkje minst korleis ein kunne lære seg desse. Denne prosessen resulterte i at ein fant ut at prestasjonane til barn og unge vart vesentleg forbetra når dei hadde metakognitive forståing for kva tid og korleis dei skulle ta i bruk desse strategiane (Andreassen, 2014). I læreplanen kjenner vi metakognisjon som å lære å lære. Ein kan på mange måtar seie at kognitivismen brøyta veg for ei myndiggjering av eleven som lærande i opplæringa, og som ein deltakar som ikkje lenger er underkasta forsterkningsmekanismen den sjølv ikkje har kontroll over. Elevmedverknad i fokus gjennom val av læringsmål og læringsstrategiar må til for å kunne lykkast i å nå måla (Andreassen, 2014)

Fordi elevar lærer forskjellig er ein avhengig av å ha ulike inngangar til å nå kunnskapen (Meld. St. 22 (2010 – 2011), 2011). Regjeringa foreslår i Stortingsmelding 22 (2010-2011) at opplæringa bør verte meir variert, der ein tek i bruk større aspekt av læringsstrategiar, slik at flest mogleg elevar får større utbytte av skuletida. Dei uttrykker at opplæringa skal bygge på eit bredt kunnskapssyn, der ein må stimulere kreativitet, både som eigenverdi og som inngang til anna læring og auka motivasjon, der alle elevar bør møtast med høge forventingar, og få moglegheit til å utvikle sine evner. Noko av det som kjenneteiknar psykologisk og pedagogisk teori og forskning på læring i fleire tiår, er tanken på at ein skal vektlegge det å hjelpe elevane slik at dei vert meir kunnskapsrike og ansvarlege for eiga læring og tenking. Når elevane forstår sin eigen læringsprosess og si eiga faglege utvikling, så vil dette bidra til sjølvstendigheit og meistringsfølelse. Uavhengig av ulike teoretiske perspektiv og modellar, er forskarar einige om at ved at elevane utviklar seg, så vert dei også meir bevisste på eiga tenking og kunnskapen om kognisjon aukar. Når elevane får handle gjennom bevisstheit, så har det vist at dei lærer betre (Pintrich, 2002).

### **Affekt:**

Affekt og kognisjon spelar ein viktig rolle i læring av matematikk, der affekt blir sett på som eit område som omhandlar forestellingar, haldingar og følelsar. Affekt varierer både i intensitet og i retning, der haldning og førestillingar er relativt stabile, mens følelsar endrar seg. Elevars oppleving av meistring og motivasjon i matematikk er ofte avhengig av fleire faktorar enn kunnskap (Bradal, 2010). Nokre teoriar og modellar innanfor fagfeltet viser til korleis kjensletilstandar hos eleven kan påverke måtar dei tenker, huska og løyser problem på, der læring og hukommelse er nært beslekta. Ei kognitiv vurdering er noko vi involverer i det meste vi gjer. Ei rask gjenkjenning av eit fenomen, som seinare viser seg å vere feil, er alt som skal til for at kroppen sett i gang det vi opplever som ein emosjon: overrasking, glede eller frykt for noko. Kognitiv vurdering kan endrast på eit augneblink, like raskt som kroppen kan sette i gang ein alarmberedskap ved synet av noko ein ikkje ønsker å møte på (Norman, 2019). Dette er forhold som er interessante å ta med seg når eg i denne undersøkinga skal samanlikne metakognisjon, altså kognitive tankeprosessar, opp mot misoppfatning i matematikk. Ein kan relatere affekt og kognisjon til kvarandre på ulike måtar. Norman (2019) presenterer fire ulike samanhengar:

1. *Emosjonar inneberer kognitiv vurdering.* Kognisjon kan sjåast på som ein nødvendig del av emosjonelle reaksjonar. Emosjonar utløysast alltid av noko, der den utløysande faktoren kan vere ein ytre hending, eller av noko som skjer i kroppen.

2. *Affekt kan påverke korleis vi tenker.* Affekte tilstandar kan påverke kognitive prosessar som merksemd, prestasjon, hukommelse, bedømming, slutningar, læring og problemløysing.
3. *Affekt kan påverke innhaldet i vår tenking.* Ein kvar kognitiv prosess vil handle om bearbeiding av eit eller anna kognitivt innhald.
4. *Affekt kan reflektere aspekt ved tenkinga vår.* Omtalast ofte som metakognitive kjensler, altså kjensler om tenking.

«Human agency» kjem fram som sentralt i sosialkognitiv teori, og vart utvikla av den kanadisk-amerikanske psykolgen Albert Bandura (f.1925). Han braut med den etablerte behavioristiske tradisjonen på den tida, og utvikla ein teori som omfatta både dei mentale førestillingane, forventingar og kjensler ved ein person. Han uttrykte at: *det folk tenkjer, trur og føler vil påverke det dei gjer, der dei ytre verknadane av handlingane deira vil vere med på å bestemme korleis dei tenkjer og føler* (Imsen, 2020, s. 113). Der mange læringsteoriar retta fokus mot den ytre stimuleringa som påverkar individet ved læring, valde Bandura å også rette blikket vidare. Han meinte at vi også «kunne vere våre eigne læremeistrar». Som menneske har ein evne til å sette seg mål, danne førestillingar om kva ein kan klare, og vidare ta vurderingar av eigne prestasjonar. Menneske har evne til å styre over seg sjølv, ikkje berre utføre handlingar bestemt av ytre belønning eller straff (Imsen, 2020, s. 115–120).

### **Misoppfatning**

Forskning på feltet starta allereie på midten av 70-talet, og ein har sett eit aukande fokus på misoppfatning i matematikk dei siste åra (Ay, 2017). På 70-talet utførte Piaget (1963, 1971) studie av kognitiv utvikling som inspirerte andre forskarar til å undersøke korleis elevar forstår ulike oppgåver, som vidare gjorde at utdanningsforskarar kunne erkjenne at barn tenker om verda annleis enn vakse gjer (Maskiewicz & Lineback, 2017). Hans viktigaste hypotese handlar om at barnet møter ein kvar situasjon med eit skjema. Dette skjemaet innehar dei mentale representasjonane som barnet har med seg frå før, om samanhengar mellom kva det gjer, og kva handlingar det fører til. Det kan også samanliknast med eit kart som seier noko om kva konsekvensar ei handling fører til (Haugen, 2006). Resultata dei satt igjen med, viste tydeleg at elevane tek med seg forkunnskapar inn i klasserommet og i matematikkfaget, og utviklar robuste oppfatningar som ofte er forskjellige frå dei aksepterte matematiske og vitskapelege konseptane som undervisninga presenterer. Dei tok i bruk omgrepet misforståing (eit omgrep som i seinare tid har utvikla seg og gitt oss omgrepet

misoppfatning), og brukte dette mykje for å omtale ideen om at elevars feilaktige oppfatning var stabil, utbredt og motstandsdyktig mot endring, og i stor grad kunne forstyrre læring (Maskiewicz & Lineback, 2017). Forsking held fram gjennom 80- og 90-talet, og gav tydeleg resultat og informasjon om elevars forståing (Driveret al., 1985, 1994; Wandersee et al., 1994). Dei fleste forskarar under denne perioda satt med tanken om at elevars misoppfatning i matematikk var så utbredt at undervisninga måtte fokusere på å avsløre, konfrontere og erstatte dei (Maskiewicz & Lineback, 2017). Dei meinte at misoppfatning var spesielt motstandsdyktig mot vanlege undervisningsmetodar, då ein der forsøkte å ignorere misoppfatningane eller å unngå å at dei framkom i det heile, gjennom presis innføring (Brekke, 2002). Nygaard og Zernichow (2006) utpeikar læraren som ein av dei mest sentrale kjeldene til at elevane opplever misoppfatning i matematikk. Mange lærarar slit med å identifisere misoppfatningar i matematikk, eller har liten kompetanse på korleis ein bør handtere dei dersom dei dukkar opp. Dette kan ha ein samanheng med låg kompetanse blant lærarar på tematikken, og lite fokus på diagnostisering av misoppfatningar undervegs i læringa. Lærarens upresise bruk av omgrep gjer at ein tillegg matematikken eigenskapar den aldri skulle ha. Læraren vil på den måten kunne ende med å gjere eleven ei real bjørneteneste dersom dei ikkje er sin eigen undervisning og kunnskap bevisst.

Som eit nytt argument valde Smith et al. (1993) å publisere *Misconceptions reconceived: A constructivist analysis of knowledge in transition*, med teoretisk grunnlag om at perspektivet til misoppfatningar motseier sjølve premissa til konstruktivismen. Dette grunnleggande synet til konstruktivismen handlar om at elevane bygger meir avansert kunnskap frå tidlegare forståing dei har i matematikkfaget. Dei brukte vidare data om elevars førestillingar i matematikk for å motbevise tankane om at misoppfatning ikkje er nyttig eller produktiv for læring. Dei tok utgangspunkt i resultat frå misoppfatningsforsking, og stilte spørsmål ved syn på karakteren, starten og veksten av elevars oppfatning. Smith et al. argumenterer for at misoppfatningsforsking ikkje har klart å gi ein tydeliggjering av tidlegare idear over korleis ein lærer ekspertkonseptet. I staden har det blitt overvekta ein diskontinuitet mellom nybegynnar og ekspert innanfor matematikk. Dei meiner derfor at vi no treng forsking som fokusera på utvikling av ekspertforståing i spesifikke konseptuelle område innanfor faget, og som bygger på og forklarar den eksisterande oversikta over elevars førestillingar i matematikk.

Gard Brekke kjem fram som ein sentral person når det kjem til forsking på misoppfatning i matematikk nasjonalt. Han hadde ei sentral rolle i prosjektet *Kvalitet i matematikkundervisning*, eit samarbeidsprosjekt mellom Utdanningsdirektoratet og Telemarksforsking-Notodden. Oppgåvene i

prosjektet vart kalla diagnostiske oppgåver, der hensikta var å få fram korleis elevane tenkjer om eit matematisk emne og i kva grad dei har mangelfullt utvikla omgrep eller misoppfatningar innafør emnet. Formålet med prosjektet var å rette fokuset mot undervisningskompetanse innanfor feltet (Brekke, 2002). Welder (2012) oppsummera tidlegare forskning om misoppfatning knytt til matematisk tema, og viser til korleis forskning har lagt fram at lærarar kan arbeide med å forhindre elevar i å stå fast i misoppfatning over tid, ved at elevane utviklar solide matematiske omgrep. Ho trekker også fram viktigheita av at læraren har kjennskap til misoppfatning.

## 2.2 Metakognisjon

Metakognisjon er eit av dei to tema som står sentralt i oppgåva. Når eg skal definere omgrepet i denne samanhengen, har eg tatt utgangspunkt i *Metacognitive Awareness Inventory*-skjemaet presentert av Schraw & Dennison (1994). Skjemaet presenterer to kategoriar av kognisjon; kunnskap om kognisjon og regulering av kognisjon. Dei metakognitive ferdigheitene som eksisterer innanfor desse kategoriane, vert utgangspunktet for den teoretiske forankringa i denne undersøkinga. Skjemaet er delt inn etter åtte ferdigheiter, oversett til norsk (Academic support center, u.å.):

- Kunnskap om kognisjon: *deklarative kunnskap, prosedyrekunnskap og betinga kunnskap.*
- Regulering av kognisjon: *planlegging, informasjonsstyringsstrategiar, forståingsovervaking, feilsøkingstrategi og evaluering.*

Basert på ordlyden i påstandane i skjemaet, kan ein seie at den deklarative kunnskapen er ein viktig ferdigheit for å vurdere korleis elevane tenker om seg sjølv og kva meistringsforventingar dei har til seg sjølv i faget. Prosedyrekunnskap og betinga kunnskap verkar for meg å krysse kvarandre, då dei begge kjem innom elevars kunnskap om kva tid, korleis og kvifor ein tek i bruk ulike læringsprosedyrar. Fordi læringsstrategiar er ei type læringsprosedyre vil denne ferdigheita også vere sentral å trekke inn, for å undersøke om elevar tek i bruk ulike strategiar dersom dei støytar på utfordringar eller om dei oppdagar sin eigen feiltenking. Informasjonsstyringsstrategiar går også inn på det som har med strategibruk å gjere. Her handlar det om ferdigheiter som elevane tek i bruk for å behandle informasjon meir effektiv, gjennom å organisere, summere opp og forenkla informasjonen, slik at dei lærar enklare. Når ein snakkar om forenkling og systematisering av informasjon, så handlar planleggings ferdigheita nettopp om dette; å planlegge og strukturere arbeid og informasjon for å forstå betre. Innanfor metakognisjon kjenner ein til omgrepet metarefleksjon, som handlar om å reflektere over eiga refleksjon. Både ferdigheiter innanfor forståingsovervaking, feilsøking og



evaluering omhandlar det å reflektere over eigen læring. Elevane som innehar desse ferdigheitene, har moglegheit til å reflektere over si eiga forståing etter gjennomført opplæring eller arbeid, samt vurdere si eiga feiltenking og kva dei kan gjere for å endre dette. Ut i frå dette kan ein resonnerer seg fram til ei tredeling av ferdigheitene, og kategoriar eg vil gå meir inn på seinare:

1. Elevars forkunnskapar og meistringsforventing.
2. Elevars kunnskap om bruk av læringsstrategiar.
3. Elevars metarefleksjon og feilsøking.

## Definisjon av metakognisjon

Kognisjon omhandlar kognitive strategiar, problemløysingsstrategiar og ferdigheitar om kritisk tenking, mens metakognisjon vurderer i kva grad elevane er i stand til å ta kontroll over egne kognitive og motivasjons prosessar. Metakognisjon omfattar to viktige element: metakognitiv kunnskap og metakognitive ferdigheiter. Metakognitiv kunnskap omhandlar kunnskap om seg sjølv som elev og læringsstrategiar, i tillegg til kunnskap om kvifor og kva ein skal bruke dei ulike strategiane til, og til kva tid (Schuster et al., 2020). Sagt på ein annan måte så handlar metakognisjon i matematikk om ta eit mentalt steg tilbake frå det ein arbeider med, eller lærer om, og bevisst tenke gjennom egne kognitive prosessar. Evna til å reflektere over hensikta med det ein lærer, kva ein har lært og kvifor ein lærer (Nostrati & Wæge, 2018). Schuster et.al underklassifiserer metakognitive ferdigheiter til å handle om planlegging, overvaking og evaluering. Dette er ferdigheiter som representerer strategiar av ein høgare orden, i den form av at dei vil kunne regulere kognitive og motivasjonsstrategiar innanfor varierte læringsoppgåver. Utvikling av denne typen ferdigheiter vil kunne sikre at elevane brukar kognitive strategiar av høg kvalitet, som igjen vektlegg den positive innverknaden metakognisjon kan ha på læringsprestasjonar (Schuster et al., 2020). Metakognisjon kan sjåast på som evna til å vite kva vi veit, kva vi ikkje veit og korleis vi skal forbetre det vi ikkje veit. Ein kan seie at metakognisjon let elevane ta kontroll over eigen læring og tenke reflekterande, for å kunne forstå utfordringar dei støyter på og vidare vite kva strategiar som trengs for å løyse problemet. Elevane får moglegheit til å planlegge, overvåke og endre deira kognisjon, for å utvikle seg fagleg - element og bevisstheit som er avgjerande for akademisk suksess (Laskey & Hetzel, 2010).

Det eksisterer mange definisjonar og modellar for å forklare metakognisjon, men det viktigaste skiljet i følge Pintrich (2002), eksisterer mellom *kunnskapen om kognisjon* og *prosessen*, som

involverer overvakinga, kontroll og regulering av kognisjon. Flavell (1979) sine tankar om at det eksisterer tre typar metakognitiv kunnskap: person knowledge, task knowledge og strategy knowledge, representerer det vi kjenner som metakognitiv kunnskap, der metakognitiv kompetanse også omhandlar metkognitiv overvaking og regulering (Brandmo, 2014b). Metakognitiv overvaking og regulering omtalast ofte meir som dynamiske ferdigheitskomponentar, enn kunnskapen som er relativt stabil. Metakognitiv overvakinga er prosessar der det reflekterast den metakognitive bevisstheita som ein person engasjerer seg i, når det utførast ei oppgåve. Regulering på si side vert sett på som operasjonar som manipulerer kognitive element, som i dei fleste tilfelle omhandlar endring av strategibruk (Brandmo, 2014b). Martinez (2006) snakkar om metakognisjon som ei verktøykasse, der han presenterer bredda til den metakognitive funksjonen gjennom tre hovudkategoriar av metakognisjon. Han meiner at metakognisjon består av metahukommelse og metaforståing, problemløysing og kritisk tenking.

Frå et informasjonsbehandlingsperspektiv kan det seiast at metakognitive utøvande kontrollprosessar kan forklare kvifor nokre elevar lærar og huskar meir enn andre. Dette vert sett på som rådgjevande prosessar for flyten av informasjon som går gjennom sinnet og som regulerer kognisjon. Høgt-presterande studentantar har i mange tilfelle vist seg å vere meir metakognitivt bevisste og engasjerer seg meir i si eiga åtferd, enn det dei lavt-presterande elevane oftast gjer (Hartman, 2001). Elevar som opplever gode prestasjonar i matematikk, veit ofte kva som skal til for å nå eit mål, kva strategibruk dei må velje og ikkje minst korleis dei skal strukturere prosessen for å enklast mogleg løyse problem og utfordringar dei støyter på undervegs. Bruken av metakognisjon har vorte argumentert for å vere essensiell for å oppnå læring i fag som matematikk, der både generell strategisk kunnskap, altså metakognitiv kunnskap og strategiar, samt domenespesefik kunnskap har vist seg å spele inn i møte med tenking og problemløysing (Hartman, 2001). Zimmerman (1990) tek dei metakognitive prosessane og kategoriserer dei etter steg i læringsprosessen: planlegging, målsetting, organisering, sjølvovervaking og sjølvevaluering. Han påpeikar at det ikkje er nok at elevane innehar metakognitiv kunnskap, dei må også vere sjølvregulerte nok til å vite effekten av bruken av dei når det arbeidast med matematikk.

## Meistringsforventing

Den første kategorien av metakognitive ferdigheiter er meistringsforventing. Opplæringa i matematikk skal fokusere på å utvikle matematiske kompetanse blant elevane, slik at den kan fungere som ein reiskap (Holm, 2012, s. 13). Overordna del tydeleggjer formålsparagrafens ord om

at eleven skal rustast til å ha mot og evne til å ta egne val og slutningar, sette egne grenser og stå opp for egne meiningar. Dei skal vere sjølvstendige nok og danna nok til å møte det samfunnet vi lever i (*Formålet med opplæringen*, u.å.). For at ein skal kunne ta sjølvstendige val, må ein tru at ein kan gjennomføre oppgåvene og utfordringane ein støyter på. Diseth (2019) snakkar om behovet for prestasjon. I dette legg han vekt på tanken om at elevane må ha eit indre ønske om å gjere noko betre, i form av å meistre ei utfordring eller betre egne prestasjonar i faget. Det handlar om å bygge ein motivasjon og ei forventning om at ein kan oppnå eit mål eller prestere på eit visst nivå fagleg. Som menneske bør ein ha positive tankar om seg sjølv og sine eigenskapar, samtidig som ein også aksepterer og er klar over sine svakheiter, ein veit kvar ein har gode evner og ikkje. Innanfor matematikkfaget må elevane kunne ha evne til å reflektere over om dei klarer å nå eit mål eller løyse eit matematisk problem, ei tru på kva ein er i stand til å gjere, ikkje ei vurdering over kva eigenskapar ein har i faget (Skaalvik & Skaalvik, 2020a).

Bandura (2006) framhevar at ei viktig forutsetning for å opptre som eit sjølvstendig individ, er ein føresetnad om meistring, og representerer teorien om «self-efficacy» (Skaalvik & Skaalvik, 2019). Vi omsett omgrepet til å på norsk bety *meistringsforventing*. Meistringsforventing er evna vår til å organisere og utføre handlingar for å nå bestemte mål (Skaalvik & Skaalvik, 2020b). Det kan vere ulike forventingar ein har til å lykkast med visse aktivitetar, gitt dei evnene ein har og den situasjonen ein står i, og kan definerast som ein del av sjølvoppfatninga vår (Diseth, 2019, s. 167–184). Lettare sagt er dette forventinga ein har om å meistre. Meistringsforventingane til elevane vil kunne ha tyding for deira tankemønster og motivasjon, og i tillegg kunne påverke kognisjonen deira, emosjonane og åtferda deira i møte med utfordringar eller situasjonar i faget (E. M. Skaalvik & Skaalvik, 2019). Det påverkar om elevane er i stand til å tenke optimistisk, kva mål og etterstrebing dei har, korleis dei oppfattar moglegheiter og hindringar, samt innsatsen og tolmoda i læringsprosessen (Skaalvik & Skaalvik, 2020b). Det handlar i denne samanhenga ikkje om evnenivået til elevane, men i større grad korleis evnemessige forutsetningar kan brukast til å løyse aktuelle utfordringar. Ein elev kan definere seg sjølv som god i matematikk, og vil kunne meistre bestemte oppgåver og problem i faget, men dersom den same eleven støyter på ei anna oppgåve i faget, vil eleven kunne tenke at «eg er god i matematikk, men denne oppgåva greier eg ikkje å løyse». Det treng med andre ord ikkje å vere ein samheng mellom eigenvurdert evnenivå og meistringsforventing (Diseth, 2019, s. 145).

Elevar med høge meistringsforventingar, oppfattar ofte oppgåver dei møter som nye utfordringar eller moglegheiter, og innehar større grad av mot og motivasjon til å ta fatt på oppgåva. Elevane med

låge meistringsforventingar vil i større grad oppleve nye oppgåver som truande (Skaalvik & Skaalvik, 2019). Forsking viser også at meistringsforventing har ein sjølvstendig effekt på prestasjon, og det visast til at dette er ein av dei mest sentrale predikatorane for prestasjonar blant elevar. Dette handlar om at trua på eigen meistring blir ein indre ressurs for engasjement blant elevane i læringsprosessen og under læringsaktivitetar, ein interaktiv og gjensidig samanheng. Høge meistringsforventingar vil kunne gi gode prestasjonar, som igjen fører til forsterka meistringsforventingar (Diseth, 2019, s. 148). For at elevane skal ha høve til å vite noko om sine moglegheiter for å nå mål, eller ta utgangspunkt i meistringsforventingane sine, er det avgjerande å ha ei form for sjølvoppfatning. Med sjølvoppfatning meinast ein kvar oppfatning, vurdering, forventing, tru eller kunnskapen ein har om seg sjølv (Skaalvik & Skaalvik, 1996). Elevane kan ha ulike oppfatningar av seg sjølv som skuleelev, i forhold til oppfatningane dei har av seg sjølv som venn eller spelar på eit handballag. Synet på ein person har om seg sjølv er viktige forutsetningar for eins kjensler, tankar, motiv og handlingar, fordi oppfatningane vore vil påverke val vi tek i møte med situasjonar og utfordringar (Skaalvik & Skaalvik, 2019, s. 94–136).

## Bruk av læringsstrategiar

Den andre kategorien av metakognitive ferdigheiter eg vel å trekke fram er elevars bruk av læringsstrategiar. Å lære matematikk handlar om ferdigheiter, men like mykje om forståing (Aaslund & Nygaard, 2021). Wæge og Nosrati (2015) trekker fram sentrale kjenneteikn på god matematikklæring, og framhevar forståing som eit av dei tema som har stått mest sentralt i matematikkdiraktisk forskning i seinare tid. Forståing i matematikk vil handle om instrumentell forståing, der ein lærer eit aukande antall reglar og formlar slik at ein veit korleis ein skal løyse oppgåva. På ei anna side har den relasjonelle forståinga blitt trekt fram som svært sentral, då dette inneberer å bygge omgrepsmessige strukturar og sjå samanhengar mellom omgrep (Skemp, 2006). Dette vil sei å vite korleis ein skal løyse oppgåva, men også kvifor. Her legg Wæge og Nosrati fram tanken om at elevane treng strategiar og eit mentalt kart, som inneheld ulike vegar til målet, slik at dei kan bruke ulike strategiar som hjelp. Målet med dette er at eleven skal kunne vil vite kvar feilen oppstår, kunne finne veien tilbake og mogleg lære av prosessen (Wæge & Nostrati, 2015).

Tidlegare har matematikk for mange handlar om å løyse oppgåver korrekt og raskast mogleg. Det eksisterer ein tanke om at det er éin veg til suksess, der dei elevane som synest matematikk er vanskeleg i stor grad vil slite med få til oppgåvene og at meistringskjensla derfor svekkast. Ein kontrast til dette vil vere å legge meir vekt på *prosessen*, der elevens strategiar og tenking

konkurrerer likt med tanken om antal korrekte svar (Wæge & Nosrati, 2018, s. 91–92). Som nemnt tidlegare har ein i seinare tid blitt meir opptatt av korleis eleven brukar sin matematiske kompetanse, kva strategiar dei vel når dei løyser oppgåver, og kva omgrepsforståing elevane har. Alt i Læreplanverket frå 90-talet, legg ein fram tydinga av elevaktivitet ved læring. Her presenterast ein tanke om at eleven skal vere med å konstruere sin eigen kunnskap (Røsseland, 2005). Dette forsterkast også under Kunnskapsløftet 2020 sitt ønske om meir djupnelæring, samt ei djupare kompetanse og forståing i faget (Kunnskapsdepartementet, 2020).

I sentral og mykje bruk pedagogikk finn vi igjen omgrepet *læringsstrategi*, eit omgrep som representera tankane Læreplanen har om at: *skulen skal bidra til at elevane reflekterer over eigen læring, forstår eigen læringsprosess og tileignar seg kunnskap på sjølvstendig vis* (Kunnskapsdepartementet, 2017). Læringsstrategiar skal vere ein ressurs for å lette informasjonsbehandlninga slik at kunnskapstileigninga betrast (Imsen, 2020). Dette omhandlar ei spenning mellom enkle studieteknikkar og til ein overordna plan over læringsarbeidet (Skaalvik & Skaalvik, 2019). For å forsøke å definere omgrepet vel eg å trekke fram Elstad (2021) si beskriving av at læringsstrategiar omhandlar aktive tankemessige omarbeidingar, som ein elev eller eit menneske føretek seg på tidspunkt, der hensikta er å lære. Det å ha godt utvikla læringsstrategiar handlar om i kva grad eleven på ein aktiv, fleksibel og effektiv måte kan tilpasse seg dei ulike læringssituasjonane og variasjonen av læringsstoff. Elevar som er flinke til å ta i bruk læringsstrategiar, veit kva tid det lønner seg å bruke dei, og tek dei i bruk slik at dei lettare får retta oppmerksomheita mot dei viktige og relevante aspekta i lærestoffet. Dei klarer å sjå etter forbindelsane som eksisterer mellom informasjonselementa, utbroderar desse og organiserar dei i struktur (Elstad, 2021). Elstad påpeikar at elevar treng å utvikle eit stort repertoar av læringsstrategiar som dei kan bruke i tilpassa form, for å tileigne seg ulikt lærestoff. Målet bør vere å lære elevane å bruke læringsstrategiane på ein slik måte at det er effektivt for formålet. Når eleven arbeider med oppgåver i matematikk, vil det vere ein stor fordel for eleven dersom han har bygd seg opp eit repertoar av slike strategiar. Det viser seg nemleg som ein fordel i læringsprosessen.

Ein tenker ofte på læringsstrategiane som ein bank eller ei samling av ressursar, verktøy eller reiskap som den enkelte disponerer og kan ta i bruk for å nå læringsmåla. Læringsstrategiar vil i alle settingar definerast som noko eleven tek i bruk undervegs i læringa for enklare og meir effektiv å nå måla for opplæringa. Elstad (2021) legg vekt på at det eksisterer tre tankeprosessar innanfor den kognitive bearbeidinga som kan føre til meningsfull læring. Eleven vel først informasjonselementet som skal omarbeidast, og held dette fast i bevisstheita. Vidare organiserast utvalde ord, bilde og

dynamiske samanhengar i mentale representasjonar, for til slutt å integrera desse representasjonane i det dei kan frå før, nemleg forkunnskapane som er lagra i langtidshukommelsen. Når desse involverast i bearbeiding av informasjon, kan ein seie at det generer til læring. Elstad presenterer også fire ulike læringsstrategiar som ofte vert brukt: hukommelsesstrategiar, strukturstrategiar, utdjupningsstrategiar og kontrollstrategiar og metakognisjon (Elstad, 2021).

### **Strategiutvikling:**

Strategi i ein matematisk tilnærming rettar fokuset mot det som forgår når eleven løyser matematikkoppgåver (Ostad, 2008). Ostad (2010) uttrykker at «strategi er eit uttrykk som knyttast til sjølve løysingsprosessen», og framhevar at strategi refererast i ei smal betyding til ein kvar framgangsmåte som vert brukt for å løyse ei oppgåve – ein organisert aktivitet som rettast mot eit mål. Strategiar vert også sett på som relativt store einheiter som rommar ei rekke forskjellige delkomponentar av kognitiv og metakognitiv karakter. Imsen (2020) presenterer tre typer strategiar; å lage assosiasjonar, elaboreringsstrategiar og organiseringsstrategiar. Dei første strategiane handlar om å lett gjenkjenne *assosiasjon* til ting ein skal lære. *Elaboreringsstrategiar* omhandlar å kunne knytte ny kunnskap til tidlegare forkunnskapar, og *organisasjonsstrategiar* er ein strategi for å skape oversikt, struktur og innbyrdes samanheng i kunnskapen – der ein dannar nye skjema, og nytt og gammalt integrerast på ein ny måte.

Ostad (2008) presenterer også to ulike typar av strategiar. *Generelle strategiar*, som dreiar seg om ein intrapsykologisk term som inkluderer dei psykologiske vilkåra som ligg til grunn for arbeid med å oppnå gode matematikkunnskaper og effektiv oppgåveløysing. Desse strategiane kjenner ein ofte betre som metakognitive strategiar. Dei *oppgåvespesifikke strategiane* derimot omhandlar måtar elevane disponerer når dei løyser oppgåver i matematikk. Her fungera strategiane som ein åtferdsrelatert term (Svingen, 2016). Halford (1993) meiner at dei mekanismane som ligg bak strategivala ein tek er nettopp; metakognitive og assosiative. Tidlegare har strategiutvikling blitt sett på som ei endring frå bruk av ein strategi til ein annan. Ein gjekk seinare vekk frå denne tanken, og fokuserte i staden meir på at utviklinga representerte ei gradvis endring der nye strategiar ikkje vart erstatta, men fungerte i eit fellesskap med dei eksisterande strategiane. Evna til å etablere hensiktsmessige strategiar, vert trekt fram som ein av fem sentrale kriterie for å oppnå forståing. Det meinast at forståing har ein funksjon, ikkje berre å utvikle nye strategiar, men også å sette tidlegare strategiar inn i nye samanhengar (Ostad, 2008). Kartlegging av utvikling av strategibruk blant elevar utan matematikkvanskar, har vist at strategibruken til elevane varierte både med alder og læringsforutsetningar, men også at enkeltelevars strategibruk varierte basert på tidspunkt og i ulike

situasjonar. Ostad (2008) fremjar eit positivt syn på ei systematisk strategiopplæring. Det hevdast nemleg at ei potensiell forklaring på at elevar med matematikkvanskar opplever lite meistring i faget, ligg forankra i skulens undervisningsopplegg.

## Metarefleksjon

Det å motta informasjon, verte presentert, øve eller handle fører som regel ikkje direkte til læring. Gjennom refleksjon vert ein tvinga til å ta stilling til den informasjonen ein møter, i kombinasjon med egne erfaringar og kunnskarar frå tidlegare, for så å kople dette til praksis og sjå framover. Dette vil vidare føre til ei samanslåing av det gamle og nye, ei samanfating som vil kunne vere ressurs for utvikling (*Refleksjonens betydning for læring*, 2016). Refleksjon er ein utøvande praksis der ein går tilbake til ein situasjon og grublar over betydinga av seg sjølv og andre i omgivnadane i det som nettopp har skjedd. Her set ein fokus på det som er opplevd av ein sjølv og andre, eit grunnlag for framtidig handling dannast (Raelin, 2001). Å reflektere over noko, for eksempel eit matematisk problem eller ei hending vil bety at ein set ord på problemet, for så å sette det inn i ein samanheng (Strømfors & Edland-Gryt, 2013). Imsen (2020) presenterer læring som abstraksjon, og tanken er at læring ikkje handlar om «avfotografering» eller reproduksjon av ytre kunnskap. I læringsprosessen skjer det nemleg ei omforming av kunnskap, ved at ein trekker ut sjølvve meininga, der informasjonen vert vald ut og «pakka saman» til ein heilskap.

Det elementet i kognitivismen som mogleg har hatt størst innverknad på pedagogikken, er konstruktivismen – ideen om at elevar sjølv konstruerer sin versjon av omverda gjennom dei erfaringane som dei gjer (Wittek & Brandmo, 2014). Konstruktivismen meiner at kunnskap ikkje er noko som «eksisterer i ein sjølv», men i staden er eit menneskeskapt produkt skapt i vårt strev etter å forstå og forklare verda rundt oss. Frå ei side ser den kognitive konstruktivismen på læring som eit individuelt opplegg, der læring skjer gjennom samspel mellom eleven og den fysiske omverda. Eleven konstruerer sjølv sine egne kunnskarar ut frå den miljømessige stimulansen og dei moglegheitene som ligg føre for aktiv utforsking (Imsen, 2020). Ein kan seie at læring og kognitiv utvikling er noko som grunnleggande skjer gjennom aktiv utforsking av fenomen i omgivnadane (Wittek & Brandmo, 2014).

Piaget sine teoriar har hatt stor innflytelse på pedagogisk tenkning, og det pregar fortsatt utdanningssystemet, spesielt når det gjeld tanken om elevaktive undervisningsmetoder (Wittek &

Brandmo, 2014). I kognitiv læringsteori er det dei indre, kognitive prosessane, altså elevane sine tankeprosessar, som er utgangspunktet for læringa (Lyngsnes & Rismark, 2014)

Når det er snakk om kva læring eigentleg er, vert refleksjon lagt fram som noko ein *må* gjennom for å få ein fullstendig læringsprosess. Elevane bør inviterast til å reflektere over læringa (fagleg refleksjon) og prosessrefleksjon (metakrefleksjon). Den faglege refleksjonen er viktig for læringsutbyttet, mens metarefleksjonen er viktig for å verte flinkare til å lære i framtida (*Refleksjonens betydning for læring*, 2016). Fagleg refleksjon handlar om å gå inn i ei enkelthending. Strømfors & Edland-Gryt (2013) viser til at ein del forskning konkluderer med at refleksjon over eige arbeid er ein måte å fremje profesjonalitet, fagleg vekst og utvikling på. Kvar samtale om faglege spørsmål definerast ikkje som fagleg refleksjon. Sentralt for fagleg refleksjon er at ein gjennom ein engasjert og fokusert samtale forsøker å oppnå ei djupare forståing av noko ein sjølv har vore deltakande i. Her skjer det då ei rørsle fram og tilbake mellom ei konkret hending frå praksis og refleksjon over denne hendinga.

Bruner (1996) ser på refleksjon som ei form for interpersonleg forhandling av meining. Han er oppteken av metakunnskap, og tanken om at dette gjev bevisst og gjennomtenkt grunnlag for interpersonlege forhandlingar av meining. Metakunnskap kan samanliknast med metarefleksjon. Meta betyr «etter», og handlar om at noko kjem etter eller ut over refleksjonen: ein reflektera over det ein tenker. Vidare kan omgrepet metarefleksjon sjølvstilt sidestilt med metakognisjon, tenking om tenking, eller refleksjon om tenking. Metakognisjon er ei form av høgare ordens kognisjon, altså tenking. Mens kognisjon generelt viser til bevisstheit og forståing, så viser metakognisjon til ein overordna bevisstheit om dette (Svartdal, 2023).

Metakognisjon representerer mange ulike funksjonar, og ein kan sjå på det som ei verktøykasse. Martinez (2006) identifiserer tre hovudkategoriar av metakognisjon: metahukommelse og -forståing, problemløysing og kritisk tenking. Metakognitive aktivitetar inkludera sjølvregulering, strategival, planlegging, overvaking, revidering og vurdering (Flavell, 1979). Pintrich (2002) representerer dette rammeverket, og presenterer kategoriar som inkluderer elevars kunnskap om generelle strategiar for læring og tenking. Dei uttrykker at eit viktig aspekt ved læring, er at elevane må ha sjølvinnstilt og forståing for konseptuell eller prosessuell kunnskap. Dette vil føre til at dei ikkje legg inn innsatsen for å tilegne seg eller konstruere ny kunnskap. Viktigheita av at elevane kan å reflektere over eigen læring står dermed sentral for utvikling i faget. Elevar som ikkje klarer å reflektere over det dei har lært, eller reflektere over det dei har reflektert, vil ikkje vere i stand til å forstå sin eigen posisjon i læringsprosessen. Dei vil då også i liten grad forstå kva dei må gjere for å utvikle seg. Når elevane



får reflektere over eigen eller andres læring kan elevane litt etter litt utvikle bevisstheit om eigen læringsprosess. Elevar som lærer å formulere spørsmål, søke svar og uttrykke forståinga si på ulike måtar, vil gradvis kunne delta meir i eiga læring og utvikling. Elevane utviklar ein djupare innsikt når dei ser samanhengar mellom kunnskapsområde, og ikkje minst når dei beherskar mangfaldet av strategiar for å tilegne seg, dele og stille seg kritisk til kunnskap (Kunnskapsdepartementet, 2017).

## 2.3 Misoppfatning

Det andre hovudtemaet i denne oppgåva er misoppfatning i matematikk. Misoppfatning har blitt sett på som ein av dei største barrierane for læring i matematikkfaget. Læring avhengar av det kognitive nivået til kvar enkelt elev, og kompleksiteten omgrepa ein skal lære har. Noko som betyr at det i stor grad ikkje er mogleg å forvente at kvar enkelt elev vil kunne lære omgrep og fagleg innhald i same tempo eller på ein korrekt måte (Ay, 2017). På denne måten argumenterar Ay (2017) for at denne konseptlæringsprosessen kan gi nokre elevar moglegheita for å gå av vegen og produsere faglege misforståingar, også omtalt som *misoppfatningar*. Misoppfatning påverkar læring i stor grad, fordi dei fleste misoppfatningar er djuptliggande, utbreiddt og forårsaka av permanente hindringar for konseptuell forståing. Det er viktig å vite forskjellen mellom dei feila elevane gjer, og dei misoppfatningane dei er i.

### Definisjonen på misoppfatning

Det eksistera fleire definisjonar på misoppfatning, men i stor grad uklare definisjonar. Dagens læringsvitenskapslitteratur brukar omgrepet i nokon eller liten grad, men mest som eit utdefinert omgrep eller for å representere eit plasseringssyn på elevlæring. Maskiewicz & Lineback (2017) analyserte og gjennomgjekk ulik litteratur for å undersøke korleis omgrepet vart definert. Resultatet viste at mange av artiklane og litteraturen ikkje definerer omgrepet klart, og tillegg låg det liten forklaring på korleis misoppfatning kan relaterast til teorien om læring. Det var ein gjennomgåande mangel på ei felles betydning for omgrepet. Mens nokre forfattarar brukte omgrepet i forbifarta, utan å definere det, eksisterte det forfattarar som la inn ein innsats for å vise til korleis dei konseptualiserte omgrepet.

Alle elevar kan oppleve at dei gjer feil som kjem meir eller mindre tilfeldig, fordi dei ikkje er merksame nok eller har lese oppgåva godt nok. Forskjellen mellom desse feila og misoppfatning, er

at sistnemnde ikkje er tilfeldig. Bak misoppfatningar ligg ei bestemt tenking og ein idé som ein brukar konsekvent (Brekke, 2002). Ser ein på omgrepet *matematikkvanskar*, så kan dette handle om at eleven ikkje får tileigna seg dei kunnskapane som er forventa ut i frå alder, klassesteg og læreforutsetningar (Aaslund & Nygaard, 2021). Det kan opplevast vanskeleg å plassere misoppfatning under ein type matematikkvanske, då det å vere i ein misoppfatning i liten grad kan assosierast med verken alkalkuli, dyskalkuli eller allmenne matematikkvanskar. Alle desse viser til spesifikke og meir kompliserte diagnosar som påverkar læringa i faget i mykje større grad enn misoppfatning opplevast å gjere. Misoppfatning kan oppstå blant alle elevar, og representerer ikkje ein spesifikk matematikkvanske, men ei kognitiv utfordring. Kverndokken et al., (2019, s. 343) presenterer *reknehol* som er eit metaforisk omgrep ein kan trekke inn i denne samanhengen. Dette er eit omgrep som vert nytta om elevar som streva innanfor eit område i matematikk. Elevar står ovanfor eit reknehol når noko verkar utfordrande å lære eller forstå, der dei kan «falle ned i holet». På same måte som ved misoppfatningar, kan ein finne strategiar eller hjelpemiddel som kan dekke over desse «hola». Ein kan «fylle hola» med kunnskap som eleven lærer, ein kan «bygge bru over holet» ved å finne hjelpemiddel som eleven kan bruke når eit problem oppstår, eller ein kan «gå rundt holdet» ved hjelp av strategibruk som eleven tek i bruk.

Strategibruk dimensjonen har likevel fått ein meir sentral plass i tanken om elevars matematikkvanskar. Strategi i ein matematisk tilnærming rettar som nemnt tidlegare, fokuset mot det som forgår når eleven løyser matematikkoppgåver (Ostad, 2008). Strategiar vert også sett på som relativt store einheiter som rommar ein rekke forskjellige delkomponentar av kognitiv og metakognitiv karakter. Som Elstad (2021) påpeikar, så treng elevane å utvikle eit stort repertoar av læringsstrategiar for å tileigne seg ulikt lærestoff. Når eleven arbeider med oppgåver i matematikk vil det vere ein stor fordel for eleven dersom den har bygd seg opp eit repertoar av slike strategiar. Det viser seg nemleg som ein fordel i læringsprosessen, og at internaliseringsprosessen frå bruk av primitive backup-strategiar til retrievalstrategiar, aukar forskjellen mellom elevar med og elevar utan matematikkvanskar. Backup-strategiar tilsvara direkte modellering og tellestrategiar, mens retrievalstrategiar tilsvara tal fakta og fleksibel bruk av strategiar (Svingen, 2016). Dette viser til strategibrukinternalisering, altså tanken om ei omflytting som skjer gjennom utviklingsmessige nivå av stadig meir avansert bruk av strategiar (Ostad, 2010). Elevar kan ta i bruk retrievalstrategiar når oppgåveløysinga kjenneteiknast av at eleven hentar fram kunnskapsenheiter frå eit lager – «hente-fram-strategiar». Backupstrategiane vert brukt som ei namn betinging på alle dei andre strategiane (Ostad, 2008). Olstad (2010) trekker fram at sterkt kognitiv lagringsbelastning og tilkorkoming når

det gjeld internalisering av privat tale og strategibruk, kan karakterisere dei fleste elevar med matematikkvanskar. Dei poengterer også at det trengs meir forskning på feltet.

Misoppfatning vert sett på som ufullstendige tankar knytt til eit omgrep, og vil vere ein del av barns normale utvikling (Brekke, 2002). Misoppfatning har generelt blitt sett på som feil som hindrar læring (Smith et al., 1993). Fordi barnet tolkar nye idear ut frå erfaringane dei her, eller basert på forkunnskapane sine, så vil dei kunne trekke ugyldige slutningar og generalisere på sviktande grunnlag. Når dette skjer, så snakkar vi om at dei *er i ein misoppfatning (Hva er en misoppfatning?, u.å.)*. Brekke (2002) snakkar om at misoppfatning er eit resultat av overgeneralisering av elevens tidlegare kunnskapar til nye områder der desse kunnskapane ikkje gjeld fullt ut. Fordi generalisering vert sett på som ein del av den naturlege oppveksten, kan ein ikkje kome utanom at generalisering og misoppfatning vil førekome (Brekke, 2002). Ein kan trekke dette opp mot den kognitive læringsteorien, og presentere tanken om at eit komplekst konsept vil ha ulike sider, der nokre stemmer med elevens tidlegare erfaring, mens andre motseier dei. Ser eleven berre dei sidene som fell saman med deira egne erfaringar, så vil eleven assimilere kunnskapen; og ingen store endringar skjer i tankesettet. Dette generaliserast så til å gjelde heile konseptet, og den naudsynte akkommodasjonen, der store kognitive endringar skjer, uteblir (Säljö, 2020). Säljö (2020) uttrykker at ei kognitiv konflikt vil vere viktig for elevens utvikling, for at dei skal kunne oppdage nye aspekt. Dette avgjerast ut i frå om eleven oppdagar dei nye erfaringane ikkje passar inn i dei skjema som allereie eksisterer for eleven. Omarbeidar ein ikkje misoppfatningane, vil dei kunne skape problem for elevane i vidare forståing og læring i faget (Brekke, 2002)

Med misoppfatning meiner ein då ei fastlagt oppfatning kring eit omgrep som det ikkje er meininga at ein skal ha. Dette kjem av at ein har ein misforståing eller ei manglande oppfatning av omgrepet, som igjen kan kome av nettopp overgeneralisering. Sagt på ein annan måte så overførast ein tankemåte som kan vere riktig i spesielle tilfelle, til situasjonar der den tankemåten ikkje lenger fungerer (Nygaard & Zernichow, 2006). Smith et al. (1993) legg fram ulike påstandar om kva misoppfatningsomgrepet handlar om. Dei meiner at alle *elevar har misoppfatning*, fordi dei kjem inn i undervisninga med ulike førestillingar om det matematiske fenomenet som læraren skal undervise om. *Misoppfatning stammar frå tidlegare læring*, og påpeikar at elevanes misoppfatning er eit resultat av deira erfaring i den fysiske verda, eller frå tidlegare undervisning. Vidare meiner dei at *misoppfatning kan vere stabil og utbredt blant elevane, og motstandsdyktig mot endring*, noko som handlar om at dette er noko som dukkar opp konsekvent før og etter undervisning blant eit stort antall elevar innanfor fleire ulike felt. Og til slutt trekker dei fram at *misoppfatning forstyrar*

*læringa*, fordi den styrke og mangelfulle innhald, hindrar elevane i å lære ekspertkonsept. I opplæringa handlar det om å få elevane til å innsjå at ideane og omgrepa dei dannar, og tek med seg inn i undervisning, ikkje alltid gjeld i alle situasjonar. Ein elev har sjeldan utvikla eit omgrep fullstendig berre gjennom erfaringar gjort på eit avgrensa felt. Desse ufullstendige tankane knytt til eit omgrep vert av Brekke (2002) definert som misoppfatningar (Brekke, 2002).

## Diagnostisering i matematikk

Formålet med all kartlegging i skulen er å kunne vurdere og analysere informasjon om elevane for å forbetre undervisninga. Wiggo Kilborn snakkar om å diagnostisere elevane, for å poengtere at jo nøyare ein gjer det, dess betre hjelp kan ein få til å individualisere undervisninga. Han trekker fram at diagnose må bygge på ei teoretisk haldbar oppfatning og kva tankesett ved eleven ein ønsker å utvikle, og som kan lede til eit langsiktig mål for læring (Kilborn, 1992). Opplæringa har derfor et behov for eit omgrep som både omhandlar analyse av her og no-situasjonen, men som også gir rom for til å vurdere kunnskapsutviklinga over tid. Melbye (1995) trekk fram omgrepet *diagnostisering*, som eit svar på dette. Innanfor matematikken snakkar ein om å avdekke faglege svakheiter og finne årsaka til dei. Ein arbeidsmåte der vi bevisst fokusera på og arbeider med vanlege feil og misoppfatningar elevane har, kallar vi diagnostisk undervisning. Med denne arbeidsmåten ønsker ein både å diagnostisere tankane dei enkelte elevane har utvikla rundt ulike omgrep, men også det matematiske innhaldet i lærestoffet (Brekke, 2018). Her finn ein elevens kunnskapsnivå i faget, samt gjer eit forsøk på å finne årsak til elevane sine fagvanskar. Formålet med diagnostisering vert sett på som å finne fram til kva erfaringar elevane treng å tileigne seg i undervisninga for å kunne bygge opp aktuelle omgrep (Brekke, 2018). Misoppfatning eksisterer i alle klasserom, og læraren treng gode didaktiske verktøy for å kunne diagnostisere og arbeide med desse utfordringane i klasserommet.

## Diagnostisk undervisning

Diagnostisk undervisning er ein bevisst arbeidsmåte der ein sett søkelys på – og arbeider med – vanlege feil og misoppfatningar som elevane har. Formålet med denne forma for undervisning er at diagnostiseringa skal finne fram kva erfaringar elevane treng å gjere gjennom undervisning for å bygge aktuelle omgrep (Matematikksenteret, u.å.-b). Beins (2012) poengtera at pedagogisk sett så kan ein seie at diagnostisk undervisning er ein konsekvens av det konstruktivistiske synet på læring.

Dette handlar om at elevane sjølve organiserer si eiga erfaringsverd og konstruerer sin eigen kunnskap. Diagnostisk undervisning vert presentert av Brekke (2002) som ein arbeidsmåte i matematikkundervisninga som tek omsyn til forskingsresultat når det gjeld å lære ulike omgrep i matematikk. Denne arbeidsmåten krev at dei skal kunne sikte mot å bygge opp solide omgrep som kan gi eit godt grunnlag for langtidslæring. Den diagnostiske undervisninga omhandlar ein arbeidsmåte der ein legg til rette for aktivitetar som gjer at elevane kan tileigne seg erfaringar, som dei vidare kan bygge kunnskap på. Det baserar seg då på eit prinsipp om at det er mogleg å identifisere kva tankar elevane har gjort seg om det komande lærestoffet, og ikkje minst kva misoppfatningar og hindringar elevane vanlegvis møter på når dei utviklar omgrep i matematikk (Matematikksenteret, u.å.-b). Dette sjåast på som eit matematisk verktøy som ein kan bruke meir konkret som hjelp i matematikkundervisninga, framfor generelle læringsteoriar. Det er også eit verktøy ein kan bruke for å samle inn informasjon om elevane (Beins, 2012). Matematikksenteret legg fram ein tanke om at ein kan trekke fram ulike fasar innanfor diagnostisk undervisning:

1. Identifisering av misoppfatning og delvis utvikla omgrep hos eleven.
2. Tilrettelegge undervisning slik at eventuelle misoppfatningar blir framheva. Dette kallast å *skape kognitiv konflikt*.
3. Løyse den kognitive konflikta gjennom diskusjon og refleksjon i undervisning.

Omgrepet kognitiv konflikt representerer den kognitive læringsteorien med Piaget (2003) i spissen. I følge han forstår elevane alt nytt dei står ovanfor, ut i frå det dei allereie kan. Kognitivismen og konstruktivismen seier at læring dreier seg om endring av mentale strukturer. Det vektleggast at når elevar forsøker å lære matematikk og ikkje forstår noko, så oppstår det ein ubalanse som dei forsøker å rette opp. Elevane forsøker heile tida i arbeidet med faget å skape system og meining (Hinna & Rinvold, 2022). Piaget (2003) meiner at det er naturleg som menneske å organisere tankeprosessane inn i kognitive strukturar, som han definera som skjema. Det han omtalar som skjema, representerer elevane sine erfaringar, tenkemåte og kunnskap. Han meiner vidare at elevar lærar ved å putte erfaringane sine inn i dei mentale skjema. Oppstår det ein ubalanse mellom skjemaet og dei nye erfaringane, oppstår det ei kognitiv konflikt. Ei kognitiv konflikt oppstår når elevane erfarer at det tankemønsteret dei har er ufullstendige eller utilstrekkelege, og det skapast eit behov for å endre tankemønster. Piaget vektlegg tanken om at vi menneske er bygd slik at denne konflikta vil gi motivasjon for læring (Lyngsnes & Rismark, 2014).

Ein grunnleggande idé bak diagnostisk undervisning handlar om at elevane kan ha feilaktige eller uheldige matematiske tankemønster, som hemmar dei i å oppnå meistring og moglegheit for vidare læring i faget. Det vert derfor sett på som avgjerande og svært viktig å diagnostisere elevane, for å kunne ta tak i misoppfatningane deira, slik at ein kan tette kunnskapshola elevane har (Beins, 2012). Diagnostisk undervisning baserer seg derfor på prinsippet om at det er mogleg å identifisere kva tankar elevane har gjort seg om det komande lærestoffet, og ikkje minst kva misoppfatningar og hindringar dei vanlegvis støyter på når dei utviklar omgrep i matematikkfaget (Matematikksenteret, u.å.-a). Alan Bell (Bell, 1993) legg fram fem prinsipp for kva god læring er, og som ein bør ta til vurdering når ein skal ta val om undervisningsmetodar. Desse prinsippa vert også trekt fram av Brekke (2002), då han uttrykker at diagnostisk undervisning prøver å ta utgangspunkt i alle desse. Prinsippa omhandlar å ha:

1. Ei *samanheng mellom kunnskapsnivåva*, dette gir varigheit i kunnskapen.
2. *Struktur og kontekst*.
3. *Tilbakemelding* på om eleven har løyst problem rett.
4. *Refleksjon og tilbakeblikk*, korleis ny kunnskap høver inn i elevens eksisterande kunnskap.
5. *Intensitet*, gjennom repetisjon og diskusjon som vil kunne gje betre læringsutbytte.

## Diagnostiske oppgåver

I tradisjonell undervisning gjennomfører ein oftast prøver i matematikk etter undervisningsperiodar, for å undersøke og finne ut kor godt elevane har fått tak på det faglege innhaldet. Som ein kontrast til dette så presentera KIM-prosjektet *diagnostiske oppgåver*. Dette er oppgåver som gjerne kjem før undervisninga, og vert brukt for å (Brekke, 2002):

- identifisere og framheve misoppfatningar som elevane har utvikla.
- gi læraren informasjon om løysingsstrategiar eleven brukar for ulike typar oppgåver.
- rette undervisninga mot å fremje misoppfatning.
- måle korleis undervisninga har hjelpt elevane til å overvinne misoppfatningane.

Når elevane skal arbeide med diagnostiske prøver, kan det ver fint å ta i bruk oppgåver som eleven ikkje tidlegare har arbeida med. Til tross for at elevane då møter nye idear og utfordringar, så vil dei oftast ha ein tanke om korleis dei skal løyse desse oppgåvene for å finne svar. Oppgåvene skal ikkje vere der for å vurdere og rangere elevane, men meir for å oppdage kva tankar elevane har om eit omgrep, bli kjend med vanskane som eksisterer og hjelpe læraren med å planlegge undervisninga (Brekke, 2002). Formålet med diagnostiske oppgåver vil derfor handle om å unngå å stille spørsmål

som er forma slik at elevane får rett svar sjølv ved feilaktige idear knytt til omgrepet. Ikkje berre vil slike oppgåver vise læraren kvar elevane ligg fagleg, men dei vil også kunne danne eit grunnlag for vidare arbeid med diagnostisk undervisning i klassa. Karlsen & Klaveness (2019) uttrykker at det er vesentleg i læringsprosessen at elevar gjer feil, for å gradvis kunne blir ein meir erfaren diskursdeltakar. Jo Boaler (Boaler, 2016) argumenterer vidare for at elevar lærar meir når dei gjer feil i matematikk: «When [...] mistakes are encouraged, incredible things happen» (Boaler, 2016, s. 20). Dette vert også vektlagt av tankegangen Piaget (1970) hadde om at alle innehar indre mentale skjema, som ein i møte med ny informasjon forsøker å innpasse informasjonen i. Finn ein ikkje plass til den nye informasjonen, så oppstår det ein ubalanse – ei kognitiv konflikt, der hjerna forsøker å gjenopprette balansen. Læringa skjer derfor gjennom at ein klarer å løyse denne kognitive konflikta (Karlsen & Klaveness, 2019). Dei meiner derfor at ein er avhengig av å gjere feil for å lære, fordi om ein ikkje gjer feil eller ikkje får informasjon som ikkje eksistera i tidlegare kognitive skjema, så vil ein vidare ikkje oppnå kognitiv ubalanse og vidare ikkje lære.

## 2.4 Algebra i matematikk

«Algebra handlar om å utforske strukturar, mønster og relasjonar, og er ein viktig faktorar for at elevane skal kunne generalisere og modellere i matematikk» (Kunnskapsdepartementet, 2020). Dersom algebra ikkje hadde hatt ei større betydning enn å handle om bokstavrekning, så ville ikkje algebra stått som eit så sentralt tema i matematikken på grunnskulen. I læreplanen for ungdomstrinnet så finn ein kompetansemål i algebra, noko som bekreftar at algebra har sin plass i opplæringa i matematikk. Nokre av dei mest relevante kompetansemåla innan algebra for ungdomstrinnet er (Kunnskapsdepartementet, 2020):

- Å bruke faktorar, potensar, kvadratrøter og primtal i berekning.
- Å behandle, faktorisere og forenkle algebrauttrykk, knytte utrykka til praktiske situasjonar, rekne med formlar, parentesar og brøkuttrykk og bruke kvadratsetningane.
- Å løyse likningar og ulikskapar av første grad og likningssystem med to ukjente, og bruke dette til å løyse praktiske og teoretiske problem.
- Å analysere samansette problemstillingar, identifisere faste og variable storleikar, kople saman problemstillingar til kjende løysingsmetodar, gjennomføre berekning og presentere resultatata på ein forståeleg måte.

På ungdomstrinnet arbeidar ein mykje meir rekneteknisk med algebra, enn det ein gjer på småtrinnet. Elevar på mellomtrinnet arbeidar med grunnforståing av likningar og ulikheiter, men likevel ser ein behovet for tidleg arbeid og fokus på algebra i grunnskulen. Algebra er ein tenkemåte som skal inngå i matematikkfaget allereie på småtrinnet, eit syn som referera mykje til det vi omtalar som *tidleg algebra* (Rinvold et al., 2022). Ei rekke forskarar innan matematikk og matematikdidaktikk har opp gjennom tidene forsøkt å definere omgrepet *algebra*. Dei har også gjort forsøk på å både forklare omgrepet og belyse dei mange aspekta ved algebra, som eit svært viktig verktøy i matematikken, men også beskrive algebra som eit problematisk område i matematikkundervisninga. Dei siste tiåra har det vorte gjort mykje forskning på algebrafeltet som handlar om når elevar bør introduserast for algebra, og kva ein skal inkludere i introduksjonen av tematikken. Det har også kome fram mange ulike definisjonar på kva algebra er, i tillegg til at innhaldet i algebra har vorte større og meir komplekst opp gjennom åra (Rinvold et al., 2022)

Vi knyter oftast algebra til utforsking, generalisering, strukturar og mønster. Algebra er ei grein av matematikk samstundes som det er ein måte å tenke på, og vert sett på som eit system av notasjonar og prosederer for å løyse reine anvendte problem (Carraher & Schliemann, 2018). David Wheeler (1996) uttrykker at: «Algebra is a symbolic system (...), but it's also more than a symbolic system. Algebra is a calculus (...), but it's also more than a calculus. Algebra is a representational system (...), but also it's more than a representational system» (Wheeler, 1996, s. 319). Kieran (2014) skriv at algebra har blitt behandla som eit verktøy for å manipulere symbol og løyse problem. Ho har også i studien *Algebraic thinking in the early grades: What is it*, lagt fram eit forslag om at algebra er; eit skulefag, generalisert aritmetikk, eit verktøy, språk og kultur, ein måte å tenke på og ein aktivitet (Kieran, 2004). Bell (1996) beskriv algebra som eit middel til å utrykke nettopp generalisering, relasjonar og formuleringar, løyse problem, finne ukjente og løyse likningar. Algebraisk notasjon er viktig, men likevel vil mange vere einige i at algebraisk tenking dukka opp lenge før framkomsten av moderne algebraisk notasjon (Carraher & Schliemann, 2018).

Radford (2018) definera algebraisk tenking, og seier at det handlar om; ubestemte størrelsar, sjølvlaga eller kulturelt og historisk utvikla måtar å symbolisere dei ubestemte størrelsane på og operasjonane med dei, og til slutt å førehalde seg til dei ubestemte størrelsane på ein analytisk måte. I følge han må alle desse tre krava vere oppfylt for at det skal vere algebraisk tenkning. Kaput (2017) beskriver to kjerneaspekta ved algebraisk tenking. Han meiner at det er ein mental aktivitet der ein på ein strukturert måte formularar generaliserte mønstre. På ei anna side presentera han algebra som eit matematisk system vi kan tenke med, samt bruke til å representere generaliseringa.



Innhaldsmessig kjem desse aspekta til syne i klasserommet gjennom generalisert aritmetikk, funksjonstenking og som algebraisk modellering.

Å definere algebra er krevjande og komplekst, og ein kan sjå på Kieran (2014) sine kategoriar som forklaring på definisjonen av omgrepet, og ikkje minst kor stort omfang omgrepet har. Etter å ha sett på korleis algebra definerast og beskrivast av ulike forskarar, så kan ein med ei viss tyngde påstå at algebra i stor grad handlar om matematikk som tek i bruk bokstavar, anten for å stille opp og løyse ei likning, generalisere eller for å utføre og manipulere ein rekneoperasjon ved bruk av bokstavuttrykk. Algebra vert sett på som eit krevjande matematisk emne, og mange tenker at barn må ha oppnådd stor grad av modenheit før dei kan starte med eit så utfordrande emne i matematikk (Rinvold et al., 2022). Dette har resultert i at vi ikkje byrjar med algebra, eller at bokstavar som matematiske symbol ikkje dukkar opp i skulematematikken, før på ungdomstrinnet. Forsking utført på slutten av 1900-talet viste til nokre av manglane ved ein aritmetisk tenkemåte når elevane møter algebra først på ungdomstrinnet. Det vart trekt fram utfordringa med å gå frå ei aritmetisk til ei algebraisk tenking, noko som gav ein stimulans til å utforske om visse algebraiske aktivitetar kan verte meir tilgjengeleg for yngre elevar, og vidare hjelpe med å gjere overgangen mindre krevjande (Kieran et al., 2016). Overgangen frå aritmetikk til algebra er mykje omtalt i litteraturen, og forskarar som Kaput (2017) hevdar at det har vore sterk tradisjon for at aritmetikken ikkje berre kan lærast før algebraen utan vidare. Dei meiner at det er to greiner som må lærast uavhengig av kvarandre, med argumentet «lær aritmetikken først, så algebra», då algebra har høgare nivå og reknast som vanskelegare, slik som nemnd tidlegare. Skiftet innan forskinga på tema har gjort at dette synet har fått ein del kritikk, der ei alternativ tilnærming har vorte fremja, nemleg tanken om å innføre algebra tidlegare og delvis parallelt med aritmetikken for å auke forståinga i algebra.

### **Tidleg algebra**

Det er skrive mykje om korleis algebra kan og bør innførast, der omgrepet «early algebra» vert trekt fram (Kieran et al., 2016). Ei norsk omsetting av omgrepet, kjenner vi som prealgebra (Selvik et al., 2007). Bak omgrepet ligg tanken om at algebra skal lærast på ungdomstrinnet, men at algebralæring kan førebuast på barnetrinnet mens elevane lærer tal og talrekning. Prealgebra handlar om kva som kjem før algebra, og korleis ein kan introdusere algebra ved hjelp av dette grepet (Rinvold et al., 2022). Omgrepet kom som ei resultat av mykje forskning på utfordringane elevane på ungdomstrinnet hadde når dei lærte algebra. Mange elevar opplever overgangen frå talrekning til algebra som svært krevjande, der algebra opplevast som noko nytt og annleis. Vi ser at elevar som møter bokstavar i matematikk i yngre alder, ikkje utviklar like negative haldningar (Rinvold et al., 2022). Omgrepet

tidleg algebra er ei nyare betegnning på tanken om å drive algebraopplæring på barnetrinnet. Tidleg algebra vert rekna som den største nyvinninga innanfor den algebradidaktiske forskinga. Det vert her lagt vekt på at elevar kan starte å lære algebra mykje tidlegare enn det som tradisjonelt er vanleg (Carraher & Schliemann, 2018). Som grunnlag ligg Piagets (1936) tankegang om at barns tenking går gjennom ein modningsprosess. Tidleg algebra kan sjåast på som ei tilnærming til undervisning og læring i matematikk i dei emna som allereie eksisterer på barnetrinnet. Tidleg algebra er ein del av aritmetikken og generalisering innanfor alle matematiske områder. Den treng ikkje å verte introdusert som eit eig emne, men skal gjennomsyre aritmetikken og andre matematiske tema, for å gje elevane ei djupare forståing (Carraher & Schliemann, 2018). Tidleg algebra handlar også om strukturar, variablar, generalisering og funksjonstenking, og at ubestemte størrelsar kan representerast på andre måtar enn som alfanumerisk symbol.

## 2.5 Misoppfatning i algebra

I denne oppgåva skal eg undersøke misoppfatningar elevane har når dei gjennomfører ein diagnostisk kartleggingstest i algebra. Det vil derfor vere naturleg å trekke fram kva misoppfatning i algebra tyder, og i tillegg trekke fram typisk misoppfatningar i algebra som elevane opplever. Omganget av misoppfatningar i algebra er omfattande, og eg vil derfor berre trekke inn nokre av dei mest sentrale misoppfatningane, og dei misoppfatningane som er mest relevant for undersøkinga.

Elevar si oppfatning av algebra byggjer på dei erfaringane dei har frå talrekning (Brekke et al., 2000). Eit av dei første stega elevane tek inn i algebra-verda handlar om å utvide omgrepa dei har med seg frå aritmetikken, slik at dei også omfattar algebraiske omgrep. Forsking på feltet viser at mange elevar får problem med å lære algebra i seinare skulegang, nettopp fordi dei ikkje har solid nok kunnskap om tal og dei grunnleggande rekneoperasjonane (Kieran et al., 2016). Naalsund (2012) presentera i doktoravhandlinga «Why is Algebra so difficult?» funn som viser at mange elevar har begrensa kunnskap i aritmetikk, som vidare hindrar dei i utvikling av algebraisk kompetanse. Prosedyrane i algebrarekning er like viktige som prosedyrane i talrekning, men det er uheldig dersom elevane kun har siktemål på å huske desse prosedyrane (Brekke et al., 2000). Mange elevar kjem til klasserommet med tanken om at algebra er vanskeleg, og at det er noko dei ikkje kan relatere til tidlegare lærte tema innanfor matematikkfaget. Realiteten er at elevane har brukt algebra og symbolforståing heilt sidan dei var små (Pass, 2023).

Misoppfatning i algebra vert på same måte som misoppfatning generelt i matematikkfaget, sett på som ufullstendige tankar knytt til omgrep, og vil som nemnt tidlegare vere ein del av barns normale utvikling. Misoppfatning som resultat av overgeneralisering av elevane sine tidlegare kunnskapar skjer i alle klasserom, og alle elevar vil oppleve ei eller anna form for misoppfatning også i arbeidet med algebraoppgåver (Brekke et al., 2000). Det eksisterer mange ulike misoppfatningar, og eg vil vidare presentere nokre av dei. Nokre av dei mest typiske misoppfatningane innanfor algebra rettar seg mot det aritmetiske grunnlaget, forståing av talsymbol, reknerekkefølge og forståing av likskapsteiknet (Booth et al., 2017). Vanlege misoppfatningar når elevane løyser algebraiske uttrykk kan også handle om å bruke konvensjonane feil, samt mangel på sjølvtilitt og flyt når dei manipulera negative tal. Mange elevar brukar også ofte bokstavar i algebra utan å forstå kva dei betyr. Ei typisk misoppfatning her kan handle om ei tru på at ein bokstav berre kan stå for eit bestemt tal (*Algebra / STILK*, u.å.). Når elevar startar med å løyse algebraiske uttrykk, så kan det vere utfordrande å forstå at ein variabel faktisk er ein variabel (Pass, 2023). Evna til å ta i bruk vitskaplege formlar er avhengig av ei evne til å kommunisere algebraisk. Elevane må derfor vere trygge og inneha ein flyt i algebrarekninga (*Algebra / STILK*, u.å.). Eg har valt å dele inn misoppfatning i algebra etter følgende kategoriar; *rekneoperasjonar, forståing av bokstavsymbol og algebraiske uttrykk.*

### **Rekneoperasjonar**

Det aritmetiske grunnlaget handlar om elevars forståing av aritmetikken dei har lært (*Algebra / STILK*, u.å.). Elevane tek med seg aritmetikken og kunnskapane dei har der, i møte med algebraoppgåvene. Sjølv om elevane handterer rekkefølga av rekneoperasjonane godt i aritmetikken, kan det likevel skape kjelde til forvirring i algebra (Kieran, 2004). PEMDAS har derfor vorte eit sentralt omgrep i algebra opplæringa, og står for parentesar, eksponentar, multiplikasjon, divisjon, addisjon og subtraksjon. Operasjonane skal utførast i denne rekkefølga, og ved brot på dette vil elevane oppleve misoppfatning i algebra (Welder, 2012). Mange elevar har også problem med konvensjonane, og trur for t.d. at  $2a$  tilsvara det same som  $a^2$  (*Typiske misoppfatningar om algebra / Riktig*, u.å.). Dette gjeld også konvensjonane mellom rekneartane, der det skapast forvirring mellom rekkefølga på kva tid dei ulike rekneartane skal prioriterast. Det viser seg også at prioriteringar av rekneoperasjonar er nært bunden med parentesar. Parentesar er viktig element både i aritmetikken, men også innanfor algebra. I aritmetikken brukar vi parentes for å tydeleggjere kva operasjon som skal skje først (Welder, 2012). I algebra vil parentesen skape problem, ved at ein her må ha ei meir fleksibel forståing for parentesen. Det viser seg nemleg at mange elevar ignorera parentesen når dei arbeider med algebraoppgåver (Booth et al., 2017; Kieran, 2004; Naalsund, 2012; Welder, 2012). Ikkje nok med at elevane har utfordringar med å rekne med parentes, så skapar også algebraiske

utrykk som inneheld variablar med negative forteikn problem og misoppfatningar i tillegg til parentesen.

### **Symbolforståing**

For å kunne beherske det algebraiske symbolspråket, så er det ein forutsetning at elevane lykkast i arbeidet med transformativ algebra. Dette vil vere avgjerande for å utvikle algebraisk forståing og kompetanse. Formålet med det algebraiske symbolspråket er å kunne utrykke generaliseringa, slik at elevane kan sjå samanhengar og løyse matematiske problem. For å kunne få til dette må elevane ha innsikt i symbolbruken, og ikkje minst framgangsmåten i utrekninga (Naalsund, 2012). Fordi mange elevar ikkje har utvikla denne symbolforståinga enda, så vil dei ha utfordringar med algebra som symbolspråk, dette kjem til syne i samansette algebraiske utrykk.

Når elevar arbeider med algebraoppgåver, så er det svært mange elevar som misoppfattar bokstavane i algebraiske utrykk, og trur at dei er forkortingar for bestemte objekt – altså dei har ei manglande forståing for bokstavsymbola. Det er også vanleg at elevane har numeriske misoppfatningar, der dei tolkar ulike bokstavar som ulike tal, og trur at bokstaven står for det same talet kvar gong (*Typiske misoppfatningar om algebra / Riktig*, u.å.). Å ha forståing for at variablar er generaliserte tal, er ei av dei største utfordringane elevane opplever i algebra. Mange elevar har utfordringar med å kjenne igjen generelle lover, forstå det abstrakte, uavhengig av den spesifikke, numeriske samanhengen (Kieran, 2014; Naalsund, 2012). Mange elevar løyser algebraiske utrykk ved hjelp av prosedyrer, utan å eigentleg ha forståing for symbola dei bruker. For at elevane skal kunne utvikle ein algebraisk kompetanse så må elevane utvikle ei forståing for bokstavar og operasjonssymbol (Welder, 2012). Mange elevar har også misoppfatningar knytt til operasjonssymbola. Elevane har gjennom aritmetikken vore vande med at eit svar på ei oppgåve skal vere eit numerisk tal. Denne tankegangen er ikkje nødvendigvis gjeldande for algebraiske utrykk, som gjer at mange elevar opplever misoppfatningar knytt til at vi kan ha operasjonssymbol og variablar i løysinga samtidig. Elevane ønsker ofte å fullføre rekneprosessen og kome fram til eit svar, og trur at operasjonssymbola impliserer det å utføre ein operasjon (Welder, 2012). Naalsund (2012) argumentera for at symbol ikkje nødvendigvis betyr det same i algebra og aritmetikken, noko som vil skape forvirring blant elevane, og føre til misoppfatning. Derfor vil mange elevar i møte med algebraiske utrykk forkorte utrykk som inneheld tal og bokstavar, utan å tenke over om ein t.d. kan addere  $2 + 5b$  til å bli  $7b$ .

## Algebraiske uttrykk og likskapsteiknet

Mange elevar slit også med misoppfatning knytt til likskapsteiknets betydning, og ser ikkje forskjellen mellom ei likning og eit algebraisk uttrykk. Det forutset med andre ord ei komplett forståing av likeverdigheit og likskapsteiknet i arbeid med algebraiske uttrykk og likningar. I følge Welder (2012) er dette også ein av dei største utfordringane i arbeidet med algebra. Forsking viser at elevar kan ha ei svak forståing av likskapsteiknets som eit relasjonsteikn (Naalsund, 2012). Mange elevar er ikkje bevisste på at uttrykket på venstre side av likskapsteiknet er ekvivalent med uttrykket på høgre side. Dette vil føre til utfordringar og misoppfatningar i oppgåver der det er vesentleg at elevane forstår at likskapsteiknet symboliserer matematisk ekvivalens (Kieran, 1981; Stephens, 2006). Kieran (1981) meiner at det er nødvendig med ei relasjonell forståing av likskapsteiknet, for å kunne gjere forenklingar av det algebraiske uttrykket. Formålet med å forenkle uttrykk i algebra er å finne ei enklare form utan å endre verdien, gjennom bruk av algebraiske lover (Naalsund, 2012). Likevel har mange elevar ei operasjonell forståing, der dei trur at teiknet betyr å utføre ein operasjon. Dette kjem frå erfaringane elevane har frå aritmetikken, der likskapsteiknet blir sett på som ein prosess som alltid fører til eit svar (Welder, 2012). Misoppfatning med likskapsteiknet kan oppstå gjennom ei operasjonell forståing, då ein i slike oppgåve ikkje skal bestemme verdi for bokstavane, men finne eit ekvivalent uttrykk (Naalsund, 2012).

Oppsummert kan ein seie at dei mest typisk misoppfatningane innanfor algebra er:

- Rekneoperasjonar; Prioriteringsproblem, negative tal og oppløysing av parentesar.
- Symbolforståing; Variabelforståing, operasjonssymbol.
- Algebraiske uttrykk; Likskapsteiknets betydning
- Ikkje kontroll på konvensjonar.

## 3 Metodisk tilnærming

### 3.1 Vitskapsteoretisk forankring

Vitskap er problemløysing. Eit problem vert sett søkelys på av forskaren for at det vidare kan kastast hypotesar ut i forsøk på å løyse problemet. Vitskap vert sett på som systematisk, metodisk og kritiske undersøkingar, som gir etterprøvbare antakelsar om verda, og som heng saman med mål om ny kunnskap (Gundersen, 2021). I kvardagen har ein ikkje like stort behov for å finne den nye kunnskapen, og bruken av systematisk og formaliserte analyser vert overflødig (Thrane, 2019). Vitskapen betraktast som ei undersøking av verda, der ein forsøker å finne ut korleis verda heng saman. Det mest markante skiljet mellom vitskaplege- og andre undersøkingar, er skiljet mellom måten ein søker sanninga på (Nyeng, 2018). Vitskapen omhandlar to ulike sider, nemleg *vitskapsteorien* og *metoder*. Vitskapsteorien er ulike perspektiv på kunnskap og omhandlar synet på kva kunnskap er og korleis kunnskap kan skapast, mens metoder er den praktiske sida ved kunnskapen, altså kva metode kan skaffe informasjonen (Høgheim, 2020).

Framlegget ein presentera om fenomenet må kunne grunnjevast, men også kunne vere etterprøvbare, for at ein skal kunne kalle dei vitskaplege. I ei forskingsoppgåve skal ein presentere funna sine på ein slik måte at forskarar som kjem etter kan oppnå dei same resultata, noko som igjen skapar meir truverdigheit (Toft, 2022). Vitskapen gir med andre ord ikkje ein sikker kunnskap om verda, men påstandar og antakelsar, der dei best grunnigde oftast verkar mest riktig. Kva kriterium som trengs for å seie om kunnskapen er gyldig og etterprøvbar har mange ulike oppfatningar. Ein ser på ulike oppfatningar som ulike vitskapsparadigme som har vokse fram ved refleksjon over vitskapleg kunnskap og aktivitet (Gilje & Grimen, 1995). Gilje & Grimen (1995, s. 86) definerer det som: «eit allment anerkjent vitskapleg resultat som for ei tid gir ei gruppe forskarar klart definert problem og legitime problemstillingar.

Innanfor utdanningsforskning kjenner ein til ulike vitskapsteoriar, greiner av filosofi, som undersøker vitskapen og dens struktur, metodikk, grunnlag og tyding (*Hva Er Vitenskapsteoretiske Perspektiver?*, u.å.). Ein av dei mest kjende er den filosofiske *fenomenologien*, som tek utgangspunkt i den subjektive opplevinga. Her søker ein å oppnå ei forståing av ein djupare meining i enkeltindividets erfaring (Thagaard, 2018). Poenget med denne retninga er at vi erfarer verda som den eine eller den andre forma for verkelegheit, alt etter kor ein let den vise seg for oss (Nyeng, 2018). Det vektleggast eit fokus på å få fram den levde erfaring, altså å kome nærmare verkelegheita.

I ei kvantitativ forskning vil derfor denne vitenskapsteorien ikkje representere eit godt nok grunnlag for undersøking gjennom spørjeskjema og kartleggingstest (Nyeng, 2018). Ein forskar med fenomenologi som bærebjelke vil ikkje kunne nærme seg menneska ein ønsker å undersøke på same måte som i ei kvalitativ undersøking.

Nyeng (2018) presenterer vidare den *positivistiske vitenskapsteorien* som representerer tanken om at det eksisterer reine erfaringsdata som kan sikre at kunnskapen vert objektiv og verdinøytral. Det uttrykkast her at teori tuftast på slike data erstattar oppfatningar basert på spekulasjon, kjensler og overtru. Positivismen bygger på trua om ei absolutt sannheit, der kunnskapen «byggast gjennom systematiske undersøkingar av positivt gitte eller faktiske eksisterande empiriske fenomen i samfunnet» (Grønmo, 2016, s. 9). Absolutt sannheit gjer at ein ikkje opnar for subjektive tolkingar eller påverking; forskinga skal vere uavhengig av forskaren si vurdering av fakta. Målet med den vitenskapsteorien er å skrelle vekk tåkeprat og uklarheit, for så å kunne legge til rette for etterretteligheit og etterprøvbarheit (Nyeng, 2018). Positivismen bygger på dualistisk filosofi, ein moderne tradisjon som betraktar mennesket primært som eit sinn som mottek inntrykk frå ei objektiv verd utanfor. Denne verda består følgande av to ulike sfærer: menneskets bevisstheit og verda slik den er. I følge positivismen handlar utvikling av empirisk kunnskap om «å slå bru mellom desse to uavhengige sfærene» (Nyeng, 2018, s. 46–47). Positivismen har ei haldning om at ein ikkje ønsker å hevde meir enn ein kan føre bevis for i form av nøyaktige observasjonar. Det vektleggast ei positivistisk tru på ei nøytral forskarrolle, på eit nøytralt språk for å presentere data, og på moglegheit til å gjennomføre undersøkingar utan å påverke verkelegheita nemneverdig (Nyeng, 2018). Mens kvalitative metodar bygger på teoriar om tolking (hermeneutikk) og menneskelege erfaringar (fenomenologi), som handlar ulike former for systematisk innsamling, bearbeiding og analyse av materiale frå samtale, observasjon og skriftlege tekstar, så har den kvantitative undersøkinga ein positivistisk opprinnelse.

## **Metodologi**

Ein kan klassifisere forskingsmetodologiar ved å skilje mellom kvantitativ og kvalitativ forskning. Begge tilnærmingane omhandlar systematisk kunnskapsproduksjon, men representerer ulike typar av kunnskapsproduksjon (Johnsen-Høines & Alrø, 2019). Ein kan skilje mellom dei både på eit *datanivå* og eit *metodenivå*. Dette handlar om å skilje mellom tekst og tall, i tillegg til om ein føreheld seg direkte eller indirekte til mennesket. Det eksistera også ein forskjell på *nivå av forskingsdesign*, altså om ein undersøker mange eller få einingar, eller om ein undersøker årsak-virkning-samanhengar eller beskriv fenomen (Nyeng, 2018). Å ta i bruk metodar under forskning vil vere avgjerande for å kunne gjennomføre prosjektet mitt. Vi ser på metoder som eit verktøy eller ein

reiskap; ein framgangsmåte for å få svar på spørsmål (Larsen, 2017). Grønmo definerer: «Metode viser korleis vi skal skaffe kunnskapen og utvikle teoriane, og korleis vi skal sikre at kunnskapen og teorien oppfyller krava til vitenskapleg kvalitet og relevans på det aktuelle fagområdet» (Grønmo, 2016, s. 41). Nokre forskarar viser til at det bør nyttast ulike metodar innanfor vitenskapsteoriane (Krumsvik, 2013; Larsen, 2017), mens andre viser til det motsette, at det ikkje treng å vere eit skarpt skilje mellom vitenskapsteoriane og dei metodetilnærmingane som vert valt. Grønmo (2016) vektlegg ein tanke om at det ikkje eksisterer ein eintydig eller prinsipiell kopling mellom vitenskapsteori og metode, heller eit pragmatisk forhold til kva metode ein bør velje basert på hensiktsmessigheit. Det eksisterer mange ulike kvalitative og kvantitative metodar, og ein må derfor tenke over kva ein skal undersøke for å kunne velje metode (Larsen, 2017).

Eg har valt å basere forskingsdesignet i denne oppgåva på den kvantitative metodologien. Den kvantitative metodologien ser på verkelegheita som skapt av ein rekke generelle regelmessigheiter, der kvantitativ forskning søkjer kausalt å forske på slike generelle regelmessigheiter. Forskinga vil ofte innehalde spørsmål formulert som: Kor mange..? Kor mykje...? I kva grad...? (Johnsen-Høines & Alrø, 2019). Fordi data i denne undersøkinga kan teljast, arbeidast det med kvantitativ data. Dette betyr at dei kan kategoriserast slik at ein kan telle opp antall ulike svar. I denne undersøkinga arbeider eg rundt ei relasjonell problemstilling, som ønsker å sjå samanhangen mellom to ulike fenomen. Og basert på formålet med undersøkinga, om å gjennomføre ein statistisk representativ undersøking, så vil det vere mest naturleg å rette denne undersøkinga mot den kvantitative metodologien. Denne kvantitative undersøkinga vil representere ei problemstilling bestående av spørsmål, med ei bredde i datainnsamlinga og systematisk og strukturert taldata som kan samanliknast (Larsen, 2017, s. 27). Dette kjenner ein også som konfirmerande - metodar brukt når ein skal teste noko, undersøke teori eller hypoteser (Høgheim, 2020). Oppsummert kan ein seie at kvantitative metodar er alle undersøkingar som produserer meningsfullt datamateriale om dei menneskelege og sosiale forholda (Nyeng, 2018).

## 3.2 Gjennomføring av datainnsamling

For å kunne samanlikne dei ulike fenomen som står i fokus i denne undersøkinga og for å besvare forskingsspørsmåla så valde eg ulike kvantitative metoder for å innhente datamateriale. Eg har både gjennomføre eit spørjeskjema knytt til metakognitive ferdigheiter, og i tillegg ein kartleggingstest for å vurdere misoppfatning algebra blant dei same elevane. Å bruke slike testar og prøver for å



kartlegge misoppfatningar kjenner ein som diagnostiske prøver (Brekke, 2002). Eg vil først presentere val gjort i gjennomføringa av spørjeskjemaet, for så å gå inn på refleksjonar kring kartleggingstesten.

## Spørjeskjema som metode

Eg valde å bruke eit spørjeskjema for å kunne undersøke elevstemmen i ei større gruppe rundt dei valde tema, men likevel oppretthalde anonymiteten deira. Innanfor felt som sosiologi, psykologi, økonomi og utdanningsforskning er spørjeundersøking mykje brukt. Spørjeskjema er ei metode for å samle inn informasjon som kan beskrive, samanlikne eller forklare eigenskapar, haldningar, verdiar, handlingar og liknande ved ei større gruppe menneske. Spørjeundersøkingar samlar inn informasjon gjennom eit skjema som deltakaren, også kjent som respondenten, fyller ut. Nokre gongar spør ein alle medlemene i ei gruppe, altså ein populasjon, men oftast vel ein ut eit utval på vegne av gruppa (Frønes & Pettersen, 2021). I denne studien har det blitt valt ut eit utval 10.klassingar frå ein skule i landet, altså eit utval representantar frå heile populasjonen i Norge. Ein seier ofte at ei spørjeskjema har to formål (Frønes & Pettersen, 2021):

1. Å samle inn data for å undersøke fenomen og samanhengar som kan egne seg å gå vidare med i meir djuptfokuserte undersøkingar.
2. Å ta forskingsspørsmål som kan kome til overflata i ein mindre studie, til fleire respondentar, for å få eit bilete av heile populasjonen.

Når ein utformar spørjeskjema, bør ein legge vekt på god struktur, gode spørsmål og gode svarkategoriar. Det bør bestå av lukka spørsmål, med gitte svaralternativ og god gammaldags avkryssing (Larsen, 2017). Spørsmål i eit spørjeskjema standardiserast ofte, og er like for alle, gitt i ei bestemt rekkefølge og med faste svaralternativ å velje blant (Frønes & Pettersen, 2021).

Utgangspunktet for utforming av spørjeskjema er problemstillinga i undersøkinga. Spørsmåla i skjemaet må formidlast på ein slik måte at dei belyser problemstillinga. Til forskjell frå eit kvalitativt intervju, må ein ved utforming av eit prekoda spørjeskjema vite på førehand nøyaktig kva ein skal spørje om, og kva svar som er aktuelle (Johanennessen et al., 2010). Utforming av utsegn eller spørsmål vil naturlegvis vere av avgjerande tyding, der ein bør fokusere på korte og presise formuleringar og bruk av enkelt og presist språk, unngå avansert fagspråk (Teasdale & Svendsen, 2005). Spørsmåla bør stillast så konkrete som mogleg, noko som gjer det enklare for respondenten å svare, samtidig som det gir detaljert informasjon. Det vil også gjere det enklare for forskaren å tolke data i etterkant (Johanennessen et al., 2010). Jacobsen (2018) uttrykker at ein ved val av svaralternativ

opererer med tre prinsipielt forskjellige former. Forma valt i dette spørjeskjemaet vert kalla for kategorisk eller normativ. Her brukar ein svara til å gruppere einingane i ulike kategoriar, og det ein kan seie om einheitene er at dei tilhøyrer same eller forskjellige kategoriar, i dette tilfelle likheit eller ulikheit. Respondenten vert sett ovanfor eit klart val mellom alternativ. Dette gjerast ofte for å måle haldningar for og imot, som om elevane er einige eller ueinige i påstandane om seg sjølv.

Det eksisterer sjølvsagt både fordelar og ulemper med å velje denne forma for datainnsamling. Mykje av fordelane rettar seg mot at ein får innhente opplysingar frå eit større antal av personar og frå eit potensielt større geografisk område. Ein annan fordel er at datamaterialet frå spørjeskjema ofte er godt egna for å oppretthalde ei database med overblikk på statistisk bearbeiding og oppstilling av resultat. Begrensingane med spørjeskjema eksisterer også i form av at ein ikkje får gå i djupna på same måte som ved eit personleg intervju. Det eksistera utfordringar med å supplere med relevante oppfølgingsspørsmål og ein mangel på fleksibilitet. På grunn av faste svaralternativ, så bergensar ein moglegheita for å at respondenten kan utrykke seg tydeleg (Teasdale & Svendsen, 2005). Ved å gjennomføre eit spørjeskjema på ungdom vil ein også rekne med å måtte ta omsyn til at fleire ikkje svarar utfyllande nok, eller forstår hensikta godt nok, noko som også kan skape utfordringar i analyse av datamaterialet.

## Skjema brukt i denne undersøkinga

I denne undersøkinga ønsker eg å undersøke og samanlikne dei to fenomen *metakognisjon* og *misoppfatning* knytt til matematikkfaget. For å kunne samanlikne dei, må ein først kartlegge og undersøke dei kvar for seg. Å undersøke metakognitive ferdigheiter blant eit utval respondentar vart gjort gjennom eit spørjeskjema, utvikla på bakgrunn av Metacognitive Awareness Inventory-skjemaet (vedlegg 1). Dei fleste kjenner til bruken av spørjeskjema gjennom surveydesign, der spørjeskjema vert delt over nettet og fleire respondentar kan delta (Høgheim, 2020). Eg valte i staden å utforme eit fysisk skjema som dei utvalde representantane måtte besvare med penn eller blyant. MAI-skjemaet, presentert av Schraw & Dennison (1994), består av to kategoriar; 1) kunnskap om kognisjon, og 2) regulering av kognisjon. Innanfor begge desse kategoriane finn vi ulike metakognitive ferdigheiter som ein vil kunne vurdere og kartlegge.

Tidlegare i oppgåva presenterte eg dei ulike ferdigheitene som MAI-skjemaet presenterte, og som eg vil ta utgangspunkt i når eg skal drøfte resultata frå datamaterialet. For å forenkle oversikta,

resonnerte eg meg fram til ei tredeling av ferdigheitene, som nemd tidlegare i teorkapittelet.

Oversikta under viser dei korleis påstandane i spørjeskjemaet er fordelt:

<p><b>Forkunnskapar og meistringsforventing</b></p> <p>Deklarative kunnskapar</p> <p>Planleggar</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Eg kjenner til mine styrker og svakheiter når det kjem til forståing, refleksjon og læring i dei ulike faga på skulen.</li> <li>- Eg forstår kva informasjon som er viktig for å lære, og kva som ikkje er like viktig.</li> <li>- Eg er god til å organisere og strukturere informasjonen eg får.</li> <li>- Eg veit kva læraren forventar at eg skal lære når eg arbeidar med ulike tema.</li> <li>- Eg er god på å huske informasjon.</li> <li>- Eg er god til å vurdere meg sjølv og kor godt eg forstår ting.</li> <li>- Eg lærer betre dersom temaet vi skal lære om interesserer meg.</li>   <li>- Før eg startar arbeidet med ei ny oppgåve, så tenker eg over kva eg skal lære om mens eg arbeider med den.</li> <li>- Før eg startar med oppgåver så sett eg meg spesifikke mål om kva eg skal få til.</li> <li>- Når eg skal løyse ei oppgåve eller eit problem, så tenker eg på mange ulike metodar eg kan bruke for å løyse det, og vel den beste måten.</li> <li>- Eg les instruksjonane nøye før eg startar med ei oppgåve, gjerne fleire gongar.</li> <li>- Eg organiserer tida mi for å nå måla mine best mogleg.</li> </ul>
<p><b>Strategibruk</b></p> <p>Prosedyre kunnskap</p> <p>Betinga kunnskap</p> <p>Informasjonsstyringsstrategiar</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Når eg løyser oppgåver, så brukar eg ulike metodar eller strategiar som eg har lært for å hjelpe meg sjølv i arbeidet med oppgåva.</li> <li>- Dersom eg brukar strategiar for å hjelpe meg sjølv ved arbeid, så veit eg alltid kvifor eg brukar dei ulike strategiane og til kva tid det er lurt å bruke dei.</li> <li>- Når eg arbeider med noko, så nyttar eg automatisk ulike strategiar eller metodar for å svare enklare på oppgåva eller forstå betre.</li>   <li>- Eg lærer best nye ting dersom eg veit noko om temaet frå før.</li> <li>- Eg klarer best å motivere meg sjølv til å lære når eg veit at eg må.</li> <li>- Eg brukar mine styrker innanfor tenking og refleksjon til å kompensere for svakheitene mine fagleg.</li>   <li>- Dersom det vert gitt informasjon om noko, så stoppar eg opp for å få med meg det viktigaste. Enten ved å skrive ned eller lytte godt.</li> <li>- Når eg lærer nye ting, så klarer eg å fokusere på det positive ved å innhente ny informasjon og lære nye ting.</li> <li>- Eg lagar egne eksemplar når eg arbeider, for å gjere ny informasjon enklare å forstå.</li> <li>- Eg forsøker alltid å oversette ny informasjon til egne ord for å forstå innhaldet betre.</li> <li>- Når eg les eller arbeider med eit nytt tema, så spør eg meg sjølv om dette heng saman med noko eg allereie veit om temaet.</li> </ul>

	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Når eg arbeider med oppgåver så forsøker eg å dele arbeidet i mindre trinn.</li> <li>- Eg likar best å ha ei generell forståing av ting, framfor å fordjupe seg på enkelte tema.</li> </ul>
<b>Metarefleksjon</b>	
Forståings overvaking	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Eg spør meg sjølv jamleg om eg har forstått det eg skal lære.</li> <li>- Når eg løyser ei oppgåve, så vurderer eg ulike alternativ før eg svarar.</li> <li>- Når eg løyser ei oppgåve, så passar eg på å spørje meg sjølv om eg har vurdert alle alternativa eg kan bruke for å svare godt på den.</li> <li>- Eg stoppar ofte opp undervegs når eg arbeider for å sjekke om eg forstår riktig.</li> </ul>
Feilsøkingsstrategi	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Eg spør andre om hjelp dersom eg ikkje forstår noko.</li> <li>- Eg endrar val av strategi dersom eg mislykkas med å forstå noko.</li> <li>- Dersom eg vert forvirra når eg arbeider eller lærer noko nytt, så stoppar eg opp for å sjekke om det eg veit om temaet stemmer, og om eg har forstått rett.</li> <li>- Dersom eg blir forvirra når eg les, så stoppar eg og les oppatt for å forstå.</li> </ul>
Evaluering	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Når eg leverer ei prøve, så veit eg med ein gong om eg har gjort det bra eller dårleg.</li> <li>- Når eg er ferdig med ei oppgåve, så spør eg meg sjølv om det eksisterer ein enklare måte å løyse den på.</li> <li>- Eg oppsummera kva eg har lært når eg er ferdig med noko.</li> <li>- Når eg er ferdig med eit arbeid eller ei oppgåve, så spør eg meg sjølv om eg har lært så mykje som eg har potensiale til å gjere.</li> </ul>

Spørjeskjemaet (vedlegg 2) består av 39 påstandar retta mot eleven og deira forståing av eigne tankar, prestasjonar og vurderingar i faget. Påstandane er henta frå MAI-skjemaet, men desse har eg revidert, forkorta og omskrive for å tilpassast utvalet av deltakarar best mogleg. Utvalet av representantar som skulle gjennomføre det var ungdomsskulelevar, noko som gjorde at eg måtte ta hensyn til alder, motivasjon, leseferdigheiter og omgrepsforståing. Eg kunne ikkje delt ut det same skjemaet til ein høgt utdanna vaksen, som til ein 16 år gammal ungdomsskuleelev. Deltakarane bestod av eit utval av 10.klassingar frå ein bestemt skule, som fekk utdelt skjemaet fysisk. Representantar utgjorde ei gruppe på rundt 50-60 elevar. Elevane fekk utdelt eit kandidatnummer som dei brukte både på spørjeskjema og kartleggingstest, for å oppretthalde anonymiteten. Elevane fekk ca. ein klokke time på å gjennomføre både spørjeskjema og kartleggingstest, noko som var grei berekna tid. Eg hadde dialog med ein kontaktlærer i dei ulike klassene, og fekk hjelp frå dei til å gjennomføre datainnsamlinga. Nokre elevar var ikkje til stades og eit fåtal ønska ikkje å gjennomføre, men dei dei fleste tok del i prosjektet. Til MAI-skjemaet eksistera det også ein Scoring guide for å analyse dei besvarelsane som vert gjevne. I den reviderte versjonen av scoring guiden som eg vil bruke for å analysere datamaterialet, så kategoriserast ferdigheitene og eg sumerar opp svara til ein verdi som fortel oss i kva grad eleven er innanfor dei ulike kategoriane (vedlegg 4).

## Utforming av kartleggingstesten

For å undersøke misoppfatning blant elevane, tok eg i bruk ein diagnostisk kartleggingstest i datainnsamlinga. Utgangspunktet for undersøkinga var å kome innom ei større omfang av matematisk tema på testen, men på bakgrunn av tidspress og resultat, måtte ein ta omsyn slik at elevane både skulle greie og gidde å gjennomføre den. Eg landa derfor på ein kartleggingstest bestående av eit utval algebraiske oppgåver, som elevane klarte å gjennomføre i løpet av ein skuletime, saman med spørjeskjemaet.

Kartleggingstesten (vedlegg 4) består av ulike diagnostiske algebraoppgåver. Som inspirasjon tok eg i bruk matematikksenteret sine ressursider med fokus på misoppfatning i matematikkfaget (*Misoppfatninger i matematikk*, u.å.). Her finn ein både informasjon, rettleiing og opplæring i kvifor og korleis ein skal ta i bruk diagnostiske prøver i undervisning. Matematikksenteret har utvikla diagnostiske prøver innanfor fleire ulike matematiske tema (*Diagnostiske oppgaver knyttet til Brøk og prosent*, u.å.). I tillegg til Matematikksenteret sine ressursar, tok eg også i bruk Chelsea Diagnostic Mathematics Test (CSMS test) for inspirasjon. Testane og lærarguiden vart publisert i 1985, og brukt for kartlegging av misoppfatningar (*CSMS files*, 1985). Her eksistera det ei mengde av diagnostiske prøver innanfor fleire matematiske tema, blant anna algebra, og ein guide som forklarar bruken av prøvene. Desse prøvene la mykje av grunnlaget for den kartleggingstesten som eg produserte og gjennomførte i denne undersøkinga.

Oppgåvene i kartleggingstesten har som mål å kartlegge misoppfatning blant elevane, og eg har forsøkt å velge oppgåver eg skal kunne trekke opp mot dei metakognitive ferdigheitene som fokuserast på i spørjeskjemaet. Fleire av dei metakognitive ferdigheitene er utfordrande å undersøke og observere, då dei eksistera i hovudet på eleven. Det er derfor valt oppgåver der eleven må vise ferdigheiter innanfor planlegging og struktur, ved for eksempel tekstoppgåver med informasjon som trengs å sorterast. I tillegg eksistera det oppgåver med rom for bruk av forkunnskapar. Fleire av oppgåvene er også lagt opp på den måten at elevane sine læringsstrategiar bør kunne kome fram, då gjennomføringa av oppgåva vil kunne trenge ein form for strategibruk.

### 3.3 Kvalitet i forskinga

I all forskning vil kvaliteten av sjølve undersøkinga vere avgjerande for kva grad vi stolar på slutningane og funna som forskaren legg fram (Frønes & Pettersen, 2021). Å kvalitetssikre eit prosjekt handlar om å vere sjølvkritisk til eiga forskning. Innanfor kvantitativ metode nyttar ein validitet og reliabilitet som kriterium for kvalitet. Til saman vil desse vurderingane danne grunnlaget for pålitelegheita og gyldigheita undersøkinga (Frønes & Pettersen, 2021).

#### Reliabilitet

Reliabilitet handlar ikkje om kor robust undersøking er, eller om kor tillitsvekkande eller til å stole på den er, men om målesikkerheit. Ei forskning kan vere omfattande og gjennomført, men likevel ikkje ha høg nok reliabilitetsverdi. (Nyeng, 2018). Reliabilitet handlar om kor nøyaktig og påliteleg resultat i eit gitt prosjekt er. Dette handlar om undersøkingas data: kva data som vert tatt i bruk, korleis dei er samla inn og korleis dei er omarbeida (Johannesen et. al, 2010). Reliabilitet kan derfor definerast som; ein verdi som seier noko om kva grad data er fri for tilfeldige målefeil. Ein tenker derfor ikkje på om ein har fått målt det ein skulle måle, men på kor nøyaktig ei har målt det ein skulle måle (Høgheim, 2020).

I denne undersøkinga vart det tatt i bruk spørjeskjema og kartleggingstest, noko som gjorde at det ikkje eksisterte ei direkte kontakt mellom forskar og respondent. Å utforme eit spørjeskjema kan også vere eit kritisk punkt i ei forskning, og leie til svak pålitelegheit og feilkjelder. Eg forsøkte derfor å unngå doble spørsmål, ledande spørsmål eller ord som respondenten ikkje forstår (Grønmo, 2016). Før gjennomføringa av spørjeundersøkinga så gjennomførte eg ein pilotundersøking på nokre utvalde medstudentar, for å sikre at datainnsamlinga skulle fungere slik eg ønska (Befring, 2016). Dette var med på å påverka kor nøyaktige resultat eg fekk frå spørjeskjemaet. Utforminga av spørjeskjemaet i undersøkinga gjennomgjekk fleire omgangar med justeringar. Tilbakemeldingar frå medstudentar gjorde at eg skreiv om spørsmåla og påstandane, fjerna nokre og forenkla dei slik at det skulle fungere for 10.klassingar. Dette vart også gjort for å forsikre at elevane forstod eventuelle vanskelege fagomgrep som vart brukt.

For å skaffe høg reliabilitet i dette forskningsprosjektet var det en fordel å bruke organiserte spørsmål. I undersøkinga var det lagt opp til to svaralternativ, *einig* eller *ueinig*. Dette gjorde at elevane kun kryssa av på to alternative svar. For å auke sannsynet for å få svar på det eg ønskte, så

kunne eg i staden brukt ein kombinasjon av opne og organiserte spørsmål, fordi elevane i tillegg kunne svart med ord i staden for å kun krysse av mellom to alternativ. På ei anna side var denne type svaralternativ nødvendig, fordi eg tok i bruk MAI-skjemaet som grunnlag, og dette var produsert på denne måten. Ved kvalitative studium er kvalitetsforbetringa knytt til dei kvalitetsvurderingane som blir gjort under utforminga av datainnsamlinga. Ein kan difor styrke både reliabilitet og validitet gjennom endringar av undersøkingsopplegget før den eigentlege datainnsamlinga tek til (Grønmo, 2016). Basert på dette så vil eg seie at oppgåva har god reliabilitet. Undersøkinga er utført med objektive vurderingar, og ingen data har vorte manipulert for å påverke eller oppnå ønska funn. Det som kunne ha styrka reliabiliteten og forskinga enda meir, var å fått gjennomført undersøkinga på eit enda større utval av representantar. Dei empiriske data vil kunne gi drøftingspotensiale, som ein kan bruke for å argumenter for funna opp mot problemstillinga. Reliabilitet kan oppsummerast til å handle om konsistens, stabilitet og nøyaktigheit (Kleven & Hjordemaal, 2018).

## Validitet

Validitet og reliabilitet heng tett saman og påverkar kvarandre. Dette handlar om at tolkinga av validitet også påverkar reliabiliteten (Frønes & Pettersen, 2021). Validitet handlar om å sikre relevansen datamaterialet har til problemstillinga og forskingsspørsmåla. Omgrepet vert ofte brukt som gyldigheit på noko. Validiteten i undersøkinga mi handlar om å finne svar på det eg ønsker å undersøke ved at den er gyldig, og at påstandane i spørjeskjemaet og oppgåvene i kartleggingstesten er relevante for å belyse problemstillinga (Kvarv, 2021). Ved å kombinere fleire kvantitative metodar så aukar validiteten, fordi begge desse bidreg til å validere svar på det eg ønsker å få fram i undersøking. Ved å sjå på validiteten i denne undersøkinga så vil eg vurdere kor god eller relevant data representerer samanhengen mellom metakognisjon og misoppfatning i algebra (Johanennessen et al., 2010). I tillegg til å vurdere om det vi måler blant eit utval, kan representere heile populasjonen.

Fordi forskinga er todelt, og består av to ulike formar for skjema, må eg sjå på validiteten på begge. Validiteten i kartleggingstesten ligg i dei nøye utvalde algebraoppgåvene som vart brukt. Det var vesentleg at oppgåvene eg brukte var presise som mogleg når det gjaldt å avsløre spesifikke misoppfatningar. Eg tok derfor utgangspunkt i oppgåver brukt til liknande testar før, og modifiserte desse. Oppgåvene var diagnostiske oppgåver utvikla for å oppdage misoppfatningar i algebra. Kartleggingstesten vart utforma med Matematikksenteret og Brekke (2002) sitt prosjekt i bakhovudet, noko som gir god indikasjon på validiteten til oppgåvene. Fordi hensikta med spørjeskjemaet var å teste samanhengen mellom metakognisjon og misoppfatning, kan eg rekne

validiteten som høg ved bruk av spørjeskjema i tillegg. Dette viser at eg både testar misoppfatningane blant elevane, men og undersøker metakognisjonen blant dei same elevane.

Ved spørjeskjema kan ein trekke inn *omgrepsvaliditet*, som handlar om at eg som forskar måler det eg ønsker å måle, og ikkje noko anna (Nyeng, 2018). Det dreier seg om relasjonen mellom det generelle fenomenet som skal undersøkast, og dei konkrete data (Johanennessen et al., 2010). I ein undersøking vil dette vere eit ideal ein streber etter, men ikkje eit absolutt krav. Empiriske data vil ha verdi, sjølv om dei ikkje er hundre prosent gyldige, då ein sjeldan eller aldri vil kunne oppnå fullkomen valide resultat (Nyeng, 2018). Omgrepsvaliditet sjåast på som ei stor utfordring ved bruk av spørjeskjema som innehar faste svaralternativ, då spørsmål kan misforståast fordi svaralternativa er utilstrekkelege eller verd at dei gjev ledetrådar for akseptable svar (de Vaus, 2014). Ein oppnår med andre ord omgrepsvaliditet dersom det eksisterer samsvar mellom teoretisk omgrep og operasjonaliserte omgrep, i den grad det let seg gjere (Kleven & Hjordemaal, 2018).

Misoppfatning kan for mange lærarar vere eit ukjent omgrep, og det er derfor ei moglegheit for at det vil eksistere ei anna forståing av omgrepet enn det som forutsetninga i kartleggingstesten var. Dette gjeld også omgrepet metakognitive ferdigheiter, og gjennomføring av spørjeskjemaet. I spørjeskjemaet for metakognisjon er det nytta omgrep som metodar og strategiar, utan at desse omgrepa er utdjupa. Det kan derfor tenkast at respondentane i denne samanhengen har svart på noko anna enn det som var intensjonen i spørjeskjemaet, noko som kan svekke ombregpsvaliditeten i undersøkinga (de Vaus, 2014). Det er ikkje nødvendigvis slik at omgrepsvaliditeten vert svekka på grunnlag av dette, då desse grunnleggande omgrep som det kan forventast at fagfolk kjenner til. Før gjennomføring av datainnsamling, gjennomførte eg ei kontrollering av den omgrepsmessige validiteten i undersøkinga. Spørjeskjemaet og kartleggingstesten vart diskutert med medstudentar og andre fagfolk, i tillegg til at eg gjennomførte ein prestudie, der eg let ein medstudent teste ut spørjeskjemaet og kartleggingstesten. På bakgrunn av dette vart det gjort endringar som har styrke og forbetra både spørjeskjema, kartleggingstest, og ikkje minst omgrepsvaliditeten. Spørjeskjemaet og kartleggingsprøve baserast på allereie eksisterande forskning på feltet. Dette er med på å sikre omgrepsvaliditeten i undersøkinga, då oppgåvene og påstandane allereie er testa ut.

Den *indre validitet* er også relevant å trekke inn når eg snakkar om kvalitet i forskinga. Den handlar om kor vidt konklusjonane eg trekker inn har dekning i dei empiriske data i undersøkinga (Jacobsen, 2018). Den indre validiteten er god dersom ein kan stole på tolkinga som kjem fram om relasjonar mellom dei ulike variablane (Kleven & Hjordemaal, 2018). Mens den *ytre validitet* dreier seg om kva



grad funna frå undersøkinga kan generaliserast, altså kan resultatata overførast til andre område (Jacobsen, 2018). Ein ønsker å seie noko om forhold ut over dei som har deltatt i forskinga (Høgheim, 2020). Når eg analyserte data, så vart fleire svar ekskludert, på bakgrunn av at svara ikkje var representative. Nokre elevar svarte t.d. ikkje seriøst nok. Eg meiner at datamaterialet frå 50-60 representantar vil kunne belyse problemstillinga. Men for å auke validiteten i denne undersøkinga så ville det vore gunstig å hente meir data, og hatt eit større utval av representantar t.d.. Ved kvantitativ forskingsmetode kan man alltid samle inn meir data for å auke validiteten.

## Forskingsetiske omsyn

I denne masteroppgåva har eg heldt meg til NSD (Norsk Samfunnsvitenskaplege Datateneste) som informasjonskjelde og rettleiar. Etter informasjon frå NSD sine heimesider og rettleiing, basert på spørsmålet om det var behov for førehandsgodkjenning, vart det avgjort at dette ikkje var nødvendig, då spørjeskjemaet og kartleggingstesten ikkje inneheldt sensitive opplysingar.

All forskning har forskningsetiske normer å følge, dette gjeld også den forskinga som eg skal gjennomføre. Her stillast det krav til rimelegheit og openheit for dei fenomena som skal undersøkast. Dette handlar om at eg må respektere dei personane som eg forskar på og deira integritet, friheit og medbestemming. Som forskar har eg eit ansvar for at dei ikkje blir utsett for skade eller alvorleg belastning. Fordi pedagogisk forskning handlar om forskning på menneske, og tek i bruk menneske som informantar, vert forskningsetikk og forskningsetiske omsyn svært viktig (Kleven & Hjordemaal, 2018). Det å gjere brot på forskningsetiske prinsipp kan i verste fall underkjenne heile prosjektet (Høgheim, 2020). Som forskar vert ein stilt ovanfor etiske dilemma. Samfunnsvitenskaplege undersøkingar har konsekvensar, både for dei som vert undersøkt og for samfunnet. Det er mi plikt som forskar å tenke nøye gjennom korleis forskinga kan påverke elevane som det forskast på, og korleis forskinga vil oppfattast og verte brukt vidare (Jacobsen, 2018).

Som forskar må ein ha eit bevisst forhold til dei forskningsetiske retningslinjene. Forskingsetikk omhandlar ei samanfating av praktisk vitenskapsmoral, som vidare utgjer eit mangfald av verdiar, normer og reglar som regulerer forskning (Høgheim, 2020). I samfunnsvitenskapen står ein ofte ovanfor litt mindre dramatiske vallsituasjonar, men ofte svært utfordrande etiske utfordringar (Jacobsen, 2018). Forskingsetikken rettar fokuset mot dei som ein forskar på, deltakarane i undersøkinga. Fordi samfunnsvitenskapen omhandlar menneske, så vil forskning innanfor dette feltet inkludere menneske, noko som gjer at nokon sitt liv på ein eller annan måte vert påverka av forskinga (Høgheim, 2020).

Kant uttrykker at ein skal ikkje skade andre eller ville dei vondter. Likevel underkastar praktisk og etiske avveingar det ein kjenner som konsekvenslogikk. Dette handlar om et ein heile tida må vurdere om gevinsten av det ein oppnår gjennom forskning, opp mot dei problema som respondenten vil kunne oppleve (Jacobsen, 2018).

Høgheim, (2020) presenterer nokre etiske retningslinjer retta mot forskingsdeltakarar.

*Sjølvbestemmelse og samtykke* handlar om at det skal vere frivillig for elevane i denne undersøking å delta i forskinga. I dette tilfelle vart elevane informert om at dei vart gjenstand for forskinga, men at dei sjølv samtykkar og vel om dei ville delta. Friheita til å delta gjeld heile perioden forskinga held på, noko som gjer at dei når som helst kunne trekke seg frå prosjektet. Elevane i denne undersøkinga fekk eit informasjonsskriv om forskingsprosjektet, anonymitet og invitasjon til å delta. Dei valde frivillig om dei ville gjennomføre. Ei av klassene som skulle vere med i prosjektet valde å trekke seg, då ingen av elevane ønskte å gjennomføre kjorkje spørjeskjema eller kartleggingstest. *Unngå belastning* vert trekt fram i samanhengen med at eg som forskar har ansvar for at deltakarane unngår alvorlige skader eller andre belastningar som følge av forskinga – oftare relevant for forskning innanfor medisin. Prinsippet om *personvern og taushetsplikt* er svært viktig, då det er eit krav om at alle personlege og sesitive opplysingar om dei som deltek i forskinga skal anonymiserast, slik at deltakaren ikkje kan gjenkjennast i data. I denne undersøkinga fekk elevane utdelt eit deltakarnummer, og oppgav aldri noko personopplysingar som namn eller liknande. Dette vart gjort bevisst og effektivt, då det ikkje var behov for personopplysingar i denne undersøkinga. Hadde undersøkinga inneheldt intervju eller observasjon som metode, ville eg gjort andre og meir omfattande grep for å ivareta denne etiske retningslinja, som t.d. å søke til NSD, samt å gi ut eit samtykkeskjema som skulle fyllast ut. Som forskar har eg sjølv sagt også taushetsplikt om data som vert samla inn, uavhengig av metoda som vert brukt (Høgheim, 2020).

## 4 Resultat

Målet med resultatene fra datamaterialet er å kunne besvare problemstillinga i oppgåva. For å kunne gjere dette har eg delt inn resultatene ut i frå forskingsspørsmåla i oppgåva. Først vil eg undersøke i kva grad elevane på 10.trinn sjølve opplever at dei har utvikla metakognitive ferdigheiter, basert på påstandane dei har besvart. Vidare vil eg sjå på korleis 10.klassingane svarar på dei diagnostiske oppgåvene i algebra og undersøke nivået dei ligg på. Til slutt summerast det opp ei oversikt over ein potensiell samanheng mellom elevars metakognisjon og deira misoppfatning i algebra. Hensikta med inndelingane og oppsettet er å strukturere funna, og gi ein enklare presentasjon av funna som er gjort. Kategoriseringa gjer det også enklare å studere årsakssamanhengen mellom dei ulike kategoriane, for å kunne besvare problemstillinga og forskingsspørsmåla best mogleg. Når eg i denne oppgåva skal forklare eit valt fenomen, så ønsker eg gjerne å vise til kvifor dette fenomenet inntreffer. Ved å vise til ein årsakssamanheng som viser seg som regularitetar, så presenterast ein tanke om at den same effekten regelmessig følger etter den same årsaken (Tuft, 2018)

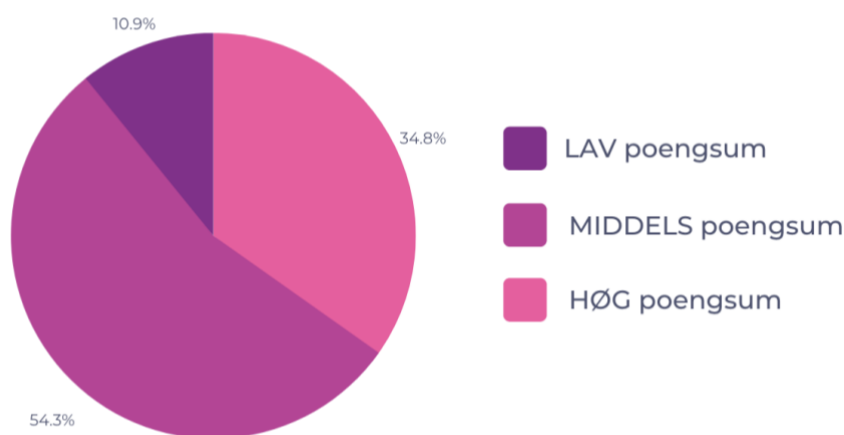
### 4.1 Metakognisjon

Det første forskingsspørsmålet ønsker å undersøke og beskrive kva grad elevane på 10.trinn sjølve opplever at dei har utvikla metakognitive ferdigheiter. Dette handlar om at elevane gjennom spørjeskjema har fått svare på og tatt stilling til ulike påstandar. Dei har fått vurdere kva grad dei opplever at dei har ei form for meistringsforventing, brukar læringsstrategiar eller driv med metarefleksjon når dei arbeider med oppgåver i matematikk. For å svare på dette spørsmålet, har eg vald å presentere resultatene i tabellar og diagram, for å få ei oversiktleg oversikt. Tabellane og diagramma er systematisert etter tre kategoriar, dei same tre kategoriane som eg har presentert tidlegare innanfor metakognisjon: meistringsforventing, læringsstrategiar og metarefleksjon. Først vil eg ta for meg dei empiriske data som rettar seg mot metakognisjon og spørjeskjemaet generelt, vidare gå inn på kategoriane av metakognisjon; meistringsforventing, læringsstrategiar og til slutt sjå på metarefleksjon. Under ser vi ein frekvenstabell som viser korleis elevane fordelar seg innanfor metakognisjon, basert på poengsummen dei fekk på spørjeskjemaet.

Tabell 1: Frekvenstabell. Elevars poengsum på spørjeskjema.

Kategori	LAV	MIDDELS	HØG
Poengsum	1-13	14-26	27-39
Relativ frekvens	11%	54%	35%
Antall elevar	5	25	16

På spørjeskjemaet kunne elevane maksimalt score 39 poeng, der alternativet *enig* gav 1 poeng, og *ueinig* gav 0 poeng. Valde ein elev for eksempel å krysse *enig* kun på 3 påstandar, så vil eleven då ende med 3 poeng på skjemaet. Som vi har sett på tidlegare tabellar, så rommar kategorien middels eit stort omfang av elevane. I dette tilfellet har 54% av alle elevane som var med i undersøkinga, fått ein poengsum som legg seg på eit middels nivå. Dette betyr at dei fleste elevane har svart både *enig* og *ueinig* på fleire påstandar. Over dobbelt så mange elevar svarte *enig* meir enn 27 gongar, enn elevar svarte *enig* mindre enn 13 gongar. Dette betyr at det er over 80% av elevane som havnar på eit nivå av metakognisjon over middels i følge dette spørjeskjemaet. Dette betyr at fleirtalet av elevane meiner at dei har utvikla metakognitive ferdigheiter av ulik grad. Elevane fordelar seg relativt likt generelt på heile skjemaet, som dei gjorde innanfor dei ulike kategoriane av metakognisjon. Elevane oppnådde poengsummane innanfor middels nivå i dei fleste tilfelle, og fleire elevar låg på høgt nivå enn lågt nivå. Dette ser ein også i sektordiagrammet skissert under.



Tabell 2: Sektordiagram. Fordeling av elevar etter svar på spørjeskjema.

### 4.1.1 Forkunnskapar og meistringsforventing

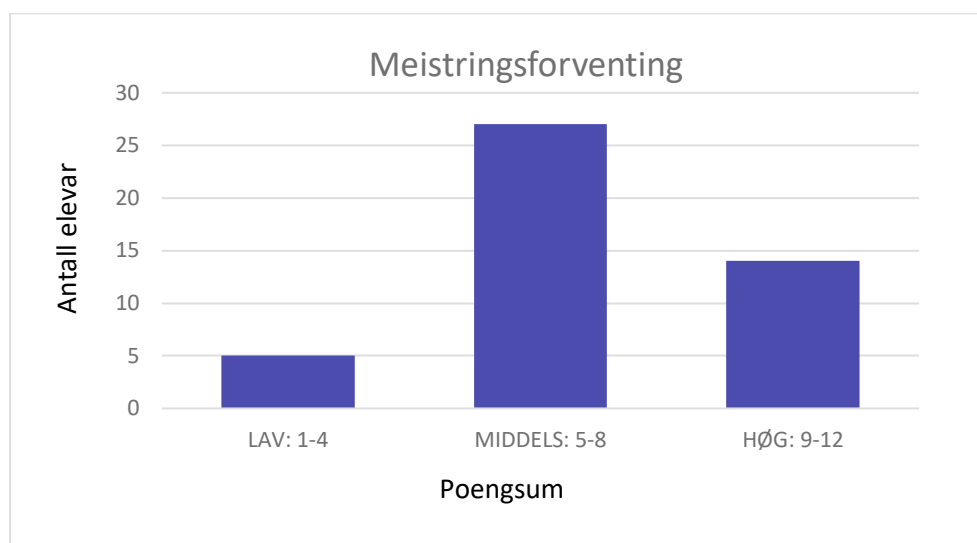
Tabell 3: Frekvenstabell. Elevars poengsum innan ferdigheita meistringsforventing.

Kategori	LAV	MIDDELS	HØG
Poengsum (Intervall)	1-4	5-8	9-12
Relativ frekvens	11%	59%	30%
Antal elevar	5	27	14

Den første tabellen er fordelt slik at poengsum viser antal poeng ein kan score basert på antal påstandar innanfor kategorien meistringsforventing. Meistringsforventing består av ferdigheitene: deklarativ kunnskap og planlegger. Elevane kunne maksimalt score 12 poeng innanfor denne kategorien. Som tabellen viser så ligg over halvparten av elevane på det poengnivået eg har vald å kalle middels. Med ein relativ frekvens på 59% viser det at dei fleste elevane ligg på verdiar som verken er veldig låge eller veldig høge. Dette betyr også at dei fleste elevane har svarte både einig og uenig på påstandane innanfor denne kategorien. Berre 5 elevar hamna innanfor det lågaste nivået, mens heile 14 elevar, over dobbelt så mange, svarar til det høgaste nivået.

Ein interessant observasjon gjort på dei empiriske data innanfor kategorien meistringsforventing, er at svært mange elevar hadde mykje høgare verdi på den deklarativ kunnskapen enn den ferdigheita som handlar om planlegging. Ein kunne maksimalt oppnå sju poeng på deklarativ kunnskap, der mange av elevane fekk både fem, seks og sju poeng. Ei gjennomsnittsrekning på poengsummane viser at gjennomsnittsverdien ligg på 5.1, noko som speglar den observasjonen som er gjort. På planleggar ferdigheita svarte elevane mykje meir ueinig som resulterte i at mange fekk verdiar under to, og fleire fekk poengsummen null. Den gjennomsnittlege poengsummen ligg på 2,3 og bekreftar desse observasjonane. Ein kunne innanfor denne ferdigheita maksimalt oppnå fem poeng, noko som er to poeng mindre enn ved deklarativ kunnskap. Likevel ser ein at med eit gjennomsnitt på 2.3 av 5 poeng, og 5.1 av 7 poeng, så scorar elevane sterkare på deklarativ kunnskap enn på planlegging. I drøftinga vil det derfor vere interessant å sjå på kva som gjer at dette er eit tilfelle.

Tabell 4: Søylediagram. Elevars poengsum innan ferdigheita meistringsforventing.



Tabellen over viser eit søylediagram som visualiserar innhaldet i frekvenstabellen for meistringsforventing. Diagrammet visualiserer det eg har trekt fram, og viser korleis fordelinga av elevane er. Ein ser tydelig at dei fleste elevane ligg på middels nivå. Søylediagrammet gir oss ei god visualisering av korleis dataene har fordelt seg. Søylerne til saman skal tilsvare maks antall poeng mogleg, og utgjer til saman 100% av poengsummen ein kan oppnå, og korleis elevane har fordelt seg innanfor dette.

#### 4.1.2 Kunnskap om strategibruk

Neste tabell viser ei fordeling av poengsum innanfor kategorien læringsstrategiar, som består av ferdigheitene: prosedyre kunnskap, betinga kunnskap og informasjonsstyringsstrategiar. Innanfor denne kategorien kunne elevane oppnå maksimalt 16 poeng. Til samanlikning med tabell 1, så ser ein at på det lågaste nivået så finn ein like mange elevar, altså 11%. Det som skil seg ut med denne kategorien er at det er ein mykje større andel elevar som ligg på eit høgt nivå, vi snakkar om ein differanse på 11% i forhold til meistringsforventing. I tillegg til dette ligg ein stor del av elevane, nesten halvparten på middels nivå, som forventa. Læringsstrategikategorien skil seg ut som den kategorien og dei ferdigheitene der elevane svarar mest *einig*.

Tabell 5: Frekvenstabell. Elevars poengsum innar ferdigheita strategibruk.

Kategori	LAV	MIDDELS	HØG
<b>Poengsum (Intervall)</b>	1-4	5-9	9-14
<b>Relativ frekvens</b>	11%	48%	41%
<b>Antal elevar</b>	5	22	19

Tabellen viser oss at elevane i større grad er delt på nivå middels og høg, og at det er få elevar innanfor den lågaste kategorien. Ser ein på intervallet middels og høg saman, så viser desse til ein relativ frekvens på 0.89 av 1.0, noko viser at eit høgt antal av elevar har oppnådd ein poengsum på fem eller høgare. Dette tyder derfor at svært mange elevar har sagt seg *enig* i dei påstandane som ligg innanfor denne kategorien og ikkje minst desse ferdigheitene.

#### 4.1.3 Metarefleksjon og feilsøking

Tabell 6: Frekvenstabell. Elevars poengsum innan ferdigheita metarefleksjon.

Kategori	LAV	MIDDELS	HØG
<b>Poengsum (Intervall)</b>	1-4	5-9	9-13
<b>Relativ frekvens</b>	20%	60%	20%
<b>Antall elevar</b>	9	28	9

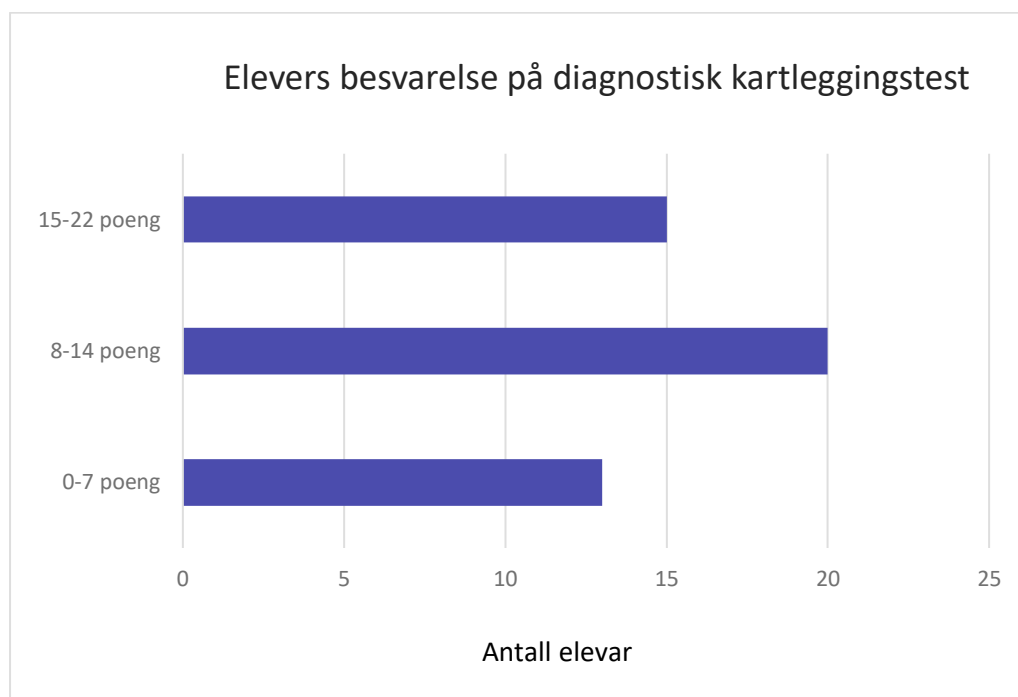
Siste tabell presenterer empirisk data innanfor kategorien metarefleksjon, som inneheld ferdigheitene; forståingsovervaking, feilsøkingstrategiar og evaluering. Her kunne elevane oppnå 13 poeng maksimalt. Denne oversikta viser ei fordeling meir lik fordelinga i tabell 1, men med klare variasjonar. Ein ser blant anna også at det er større andel av elevar som ligg på eit lågt nivå i denne kategorien, i forhold til dei andre kategoriane. Den relative frekvensen er fordelt i ein 20-60-20 variant, der nivå låg og høg utgjer begge 20% av elevane, mens det midtnivået utgjer heile 60%.

Innanfor denne kategorien er det med andre ord fleire elevar som har svart *uenig* på påstandane, enn ved dei andre kategoriane. Eg observerar også at i forhold til dei to andre kategoriane, så er det færre elevar som har svart *einig* på alle påstandane innanfor desse ferdigheitene. Kan ein då ved drøfting kome fram til at fleire elevar har lågare ferdigheiter i metarefleksjon og evaluering av eiga læring?

## 4.2 Misoppfatning

Det andre forskingsspørsmålet ønsker å undersøke og beskrive kva ulike misoppfatningar elevar på 10.trinn har, når dei gjennomfører ein diagnostisk kartleggingstest i algebra. Elevane har svart på ulike matematiske oppgåver og reknestykke innanfor algebraisk tenking. For å besvare dette spørsmålet har eg vald å presentere funna i eit søylediagram som viser totaloversikt over kor mange poeng elevane har oppnådd på kartleggingstesten. Eit poeng i denne samanhengen betyr eit riktig svar. Dess færre poeng eleven har, desse fleire misoppfatningar finn ein i svara til eleven. Sagt på ein annan måte, har eleven høg poengsum, har han få feil og liten grad av misoppfatning i algebra. Eg vil også trekke fram ulike misoppfatningar som er observert i dei empiriske data, og trekke fram nokre av dei typisk misoppfatningane eg ser blant elevane i algebra.

Tabell 7: Søylediagram. Elevsvara på diagnostisk kartleggingstest.





På same måte som ved kategoriane innanfor metakognisjon, så ser ein at elevane fordelar seg relativt jamt mellom dei lågaste og høgaste poengsummane, medan flest elevar legg seg midt på. Det er fleire elevar som har 15-22 poeng enn det er elevar som har 0-7 poeng, dette betyr at det er fleire elevar som har mykje rett på kartleggingstesten, enn elevar som har mykje misoppfatning. Likevel er det 20 elevar som har oppnådd 8-14 poeng, noko som tilsvara rundt 53% av alle elevane som gjennomførte kartleggingstesten. Det at 13 elevar har oppnådd ein totalpoengsum mellom 0-7 poeng, viser at det er elevar i dette uvalet som har mykje misoppfatningar knytt til algebra. På testen var dette berre to elevar som opplevde å få 21 og 22 poeng. Nokre av misoppfatningane skil seg meir ut enn andre, og førekjem oftare enn andre.

#### 4.2.1 Oppgåver der elevane svarar mest feil

I teorikapittelet, under misoppfatning i algebra, trekk eg fram ulike og typiske misoppfatningar i algebra, og som mange elevar opplever i arbeidet med algebraiske oppgåver. I dei empiriske data henta frå kartleggingstesten, så ser vi tydeleg at fleire av desse misoppfatningane viser seg. Eg vil legge fram nokre av dei misoppfatningane elevane som gjennomførte kartleggingstesten hadde, gjennom eksempel frå elevsvara. Eg har valt å trekke fram dei oppgåve der flest elevar svarte feil, då desse oppgåvene i stor grad viser til misoppfatning blant elevane.

##### **Oppgåve 1b, reknestykke nummer 2**

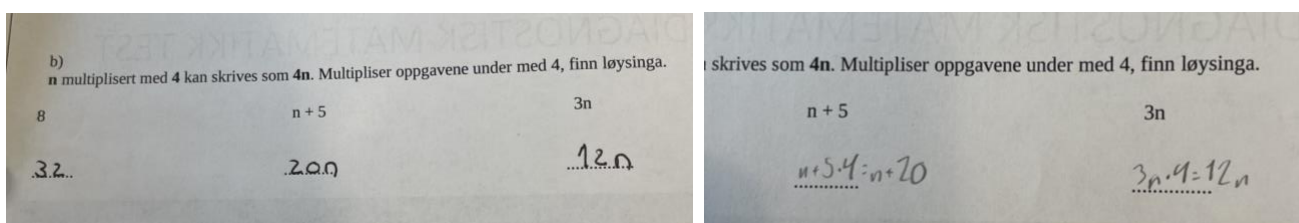
I den første oppgåva eg vil ta føre meg, så skulle elevane rekne eit algebraisk uttrykk. I oppgåva skulle dei multiplisere uttrykket  $n+5$  med 4, og kome fram til eit svar. Nokre elevar forstod prosedyra og klarte å rekne ut, dei fekk  $4n + 20$  som svar. Når eg ser på oversikta over besvarelsane på oppgåva, så viser det seg at heile 33 elevar svarte feil på denne oppgåva, i tillegg til at 12 elevar svarte blankt. Dette betyr at over 80% av elevane svarte feil på denne oppgåva, og i tillegg viser dette at svært mange hadde misoppfatning knytt til denne oppgåva.

b)  
 $n$  multiplisert med 4 kan skrives som  $4n$ . Multipliser oppgavene under med 4, finn løysinga.

$8$	$n + 5$	$3n$
.....	.....	.....

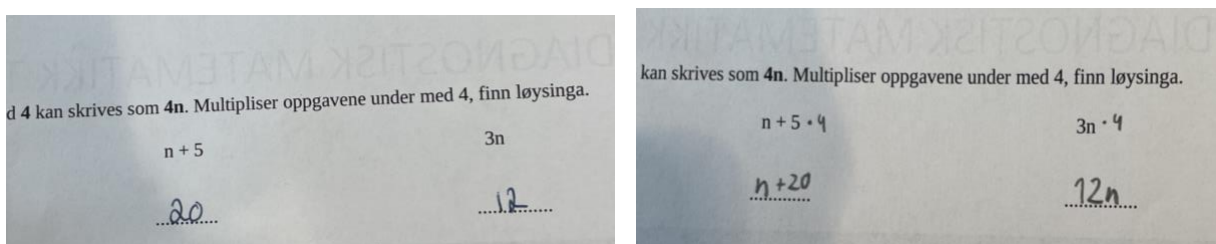
*Figur 1: Oppgåvetekst henta frå kartleggingstest.*

Som nemd i teorikapittelet så har mange elevar misoppfatningar når det kjem til symbolforståing i algebra. Dette inneber ei utfordring med å forstå operasjonssymbola. Vi ser at fleire elevar trur at operasjonssymboloet i det algebraiske uttrykket impliserer at dei skal utføre ein operasjon. Dette gjer at mange av elevane i undersøkinga ønsker å kome fram til eit svar på uttrykket, og forstår ikkje at ein kan ha både operasjonssymbol og variablar i løysinga samtidig (Welder, 2012). Vi ser at fleire av elevane har kome fram til løysingar som  $20n$  og  $20$ . Dette viser at elevane har misoppfatningar knytt til symbolforståing og bruk av operasjonssymbola i algebraiske uttrykk. Ein kan også trekke dette opp mot misoppfatning knytt til likskapsteiknet. I algebra forenkler ein uttrykk, men som elevsvara viser og som nemd, så trur mange elevar at teiknet betyr å utføre ein operasjon (Welder, 2012). Erfaringane elevane har frå aritmetikken gjer at det er utfordrande for elevane å skjønne at dei ikkje treng å finne eit svar på uttrykket, men i staden finne eit ekvivalent uttrykk (Naalsund, 2012).



Figur 2: Elevsvar henta frå kartleggingstest. Oppgåve 1b.

Det kan sjå ut som at elevane har tenkt at ein kun kan multiplisere tala, for så å addere bokstaven til det numeriske svaret etterpå. Elevane har multiplisert 5 med 4, og vidare løyst uttrykket  $n + 20$  og fått  $20n$  som svar. Ein annan elev har fått 20 som svara, noko som kan vise at han har oversett variablar i uttrykket, og kun rekna med tala. Dette er typisk for elevar som har misoppfatningar knytt til bokstavsymbola, dei overser variablar, reknar kun med tala og får derfor feil svar (*Typiske misoppfatningar om algebra / Riktig, u.å.*).



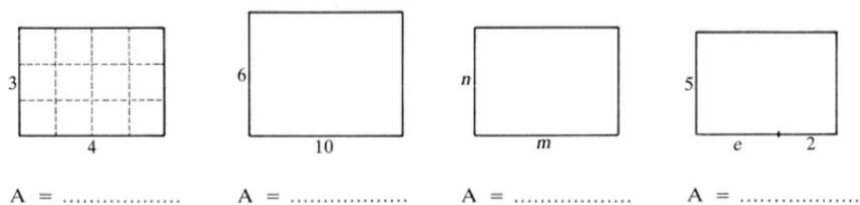
Figur 3: Elevsvar henta frå kartleggingstest. Oppgåve 1b.

På denne oppgåva i kartleggingstesten så ser vi og at nokre elevar har forstått at dei kan kome fram til ei løysing som inneheld både variablar og operasjonsteikn. Likevel har nokre elevar kome fram til svaret  $n + 20$ . Misoppfatning knytt til bokstavsymbola i algebra, kjem fram gjennom elevens tankar om at han berre skal rekne med dei numeriske tala. Eleven let  $n$  vere ein del av løysinga, men tek ikkje med denne variabelen i rekneoperasjonen, noko som gir feil svar.

### Oppgåve 3d

I den andre oppgåva eg vil trekke fram, så skulle elevane finne ei løysing for arealet av eit rektangel. Rektangela i utrykka dei løyste tidlegare var enklare og ikkje like utfordrande. Elevane fekk eit rektangel der kortsidene, altså bredda av figuren, var 5, og langsiden, lengda, var  $e + 2$  lang. Oppgåva for elevane var då å finne eit uttrykk som gjorde at dei kunne finne ei løysing for arealet av rektangelet. Nokre av elevane forstod at dei ikkje kunne få eit svar på denne oppgåva, men eit algebraisk uttrykk bestående av både variablar og operasjonsteikn. Svaret på oppgåva skulle vere  $5e + 10$  eller  $5(e + 2)$ . På denne oppgåva var det 27 elevar som svarte feil, og 15 elevar som svarte blankt, noko som også ved denne oppgåva viser at ein stor andel elevar hadde misoppfatning knytt til denne algebraoppgåva.

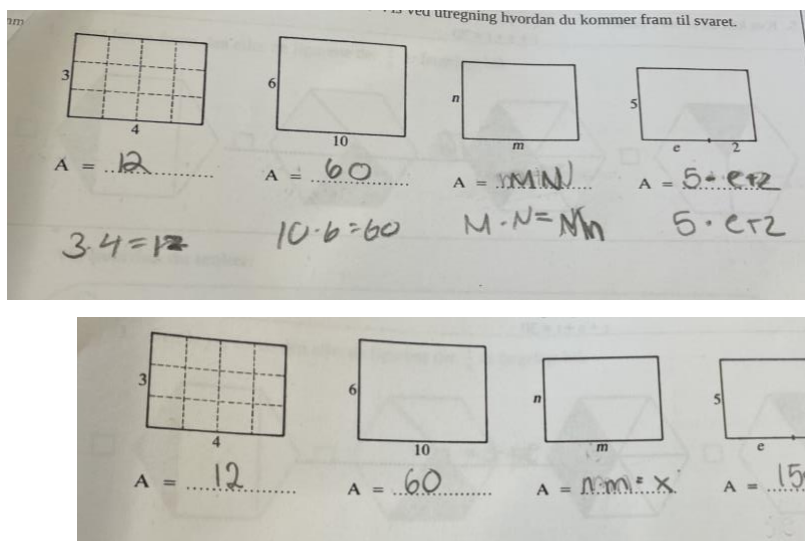
3. Hva er arealet av disse geometriske figurene? Vis ved utregning hvordan du kommer fram til svaret.



Figur 4: Oppgåvetekst henta frå kartleggingstest.

Den tydelegaste misoppfatninga som kjem fram i elevsvara knytt til denne oppgåva, er misoppfatninga som handlar om prioriteringsfeil i rekneoperasjonen. Sjølv om elevane handtera rekkefølga av rekneoperasjonane godt i aritmetikken, kan det likevel skape kjelde til forvirring i algebra, noko ein ser tydeleg i oppgåver som denne (Kieran, 2004). Elevane lærer i aritmetikken at ein skal rekne ut arealet, ved å ta lengde multiplisert med bredda, dette ser ein at elevane meistrar i utrykka tidlegare i oppgåva. Når elevane møter på eit rektangel der lengda består av to variablar, så får elevane utfordringar med generalisere kunnskapen frå aritmetikken til algebra, og får ofte feil svar. Den eine eleven har rett tankegang, men endar med eit ope svar, då eleven ikkje forstå at han må involvere ein parentes for å få riktig løysing. Som nemd tidlegare så vil ein parentes kunne

skape problem i algebrarekning. Eleven manglar ein meir fleksibel forståing for parentesen, og at eleven ignorerer tanken om at parentesen trengs i dette uttrykket (Booth et al., 2017; Kiearn, 2004; Naalsund, 2012; Welder, 2012)



Figur 5: Elevsvar henta frå kartleggingstest. Oppgåve 3d.

Ein annan elev svarar og får  $15e$  som løysing på oppgåva. Dette viser at eleven har ei form for misoppfatning knytt til symbolforståing. Igjen ser vi at elevar som har utfordring med operasjonssymbolet, og trur at dette i algebra impliserar at dei skal utføre ein operasjon. Eleven har funne ut at lengde multiplisert med breidde gir,  $5 \times 2 + e$ , og sit med løysinga  $15e$ . I denne oppgåva kan ein også trekke dette opp mot misoppfatning knytt til likskapsteiknet. I algebra forenkler ein uttrykk, men som elevsvara viser, så trur mange elevar at teiknet betyr å utføre ein operasjon (Welder, 2012). Erfaringane elevane har frå aritmetikken gjer at det er utfordrande for elevane å skjønne at dei ikkje treng å finne eit svar på uttrykket, men i staden finne eit ekvivalent uttrykk (Naalsund, 2012). I tillegg til aritmetisk reknefeil, der eleven får  $5 \times 2 = 15$ , så har eleven addert variabelen  $e$  med 15 for å kome fram til eit svar. Eleven forståar ikkje at ein kan ha både operasjonssymbol og variablar i løysinga samtidig (Welder, 2012).

#### Oppgåve 4c

Den tredje oppgåva eg vil trekke fram frå datamaterialet er oppgåve 4c. Dette er ei oppgåve bestående av eit algebraisk uttrykk som elevane skulle rekne og finne løysinga på. Elevane fekk reknestykket  $(a + b) + a$ , eit algebraisk reknestykke bestående av to ulike variablar med positivt forteikn, og ein parantes. Elevane skulle i denne oppgåva forenkla uttrykket og kome fram til

løysinga  $2a + b$ , dette var det ikkje alle elevane som gjorde. For å få rett svar på denne oppgåva må elevane ha forståing for rekkefølga til rekneoperasjonane, og ikkje minst forståing for korleis ein reknar med parantes i algebraiske uttrykk. På denne oppgåva var det 26 elevar som svarte feil, og 14 elevar som leverte blant, igjen eit stort antal elevar med misoppfatningar knytt til denne oppgåva.

4.  $a + 3a$  kan skrives enklere som  $4a$

Skriv disse regnestykka enklere, dersom det går ann:

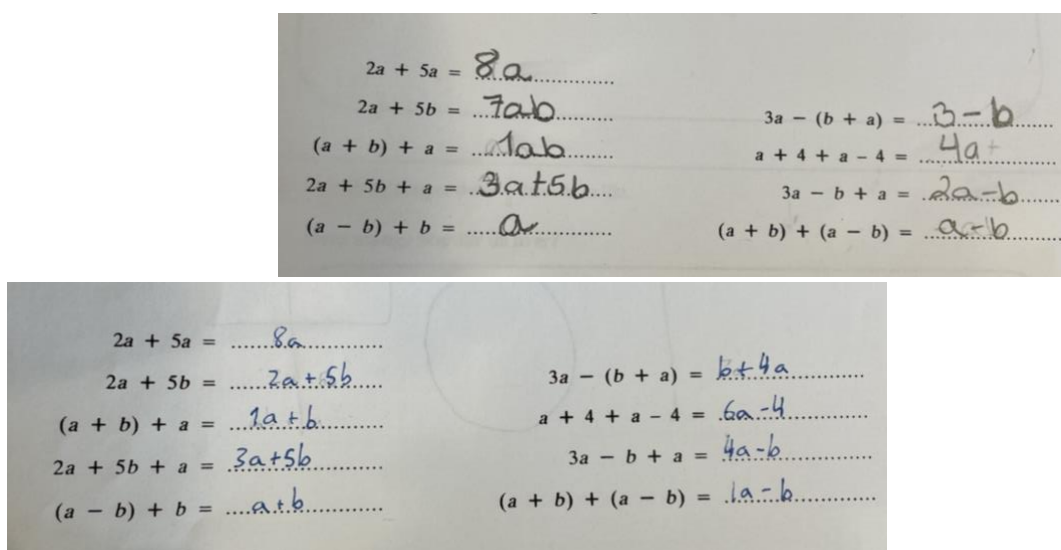
$2a + 5a = \dots\dots\dots$	
$2a + 5b = \dots\dots\dots$	$3a - (b + a) = \dots\dots\dots$
$(a + b) + a = \dots\dots\dots$	$a + 4 + a - 4 = \dots\dots\dots$
$2a + 5b + a = \dots\dots\dots$	$3a - b + a = \dots\dots\dots$
$(a - b) + b = \dots\dots\dots$	$(a + b) + (a - b) = \dots\dots\dots$

Figur 6: Oppgåvetekst henta frå kartleggingstest.

Tek ein utgangspunkt i det eine elevsvaret, så ser ein at eleven har kome fram til løysinga:  $a^2b$ . Dette kan indikere at eleven har multiplisert variabelen utanfor parentesen, men den same variabelen i parentesen, for å løyse opp parentesen. Vi løyser opp parentesar i algebraiske uttrykk på denne måten dersom det for eksempel står  $2a(a+4)$ , fordi det då står multiplikasjon mellom  $2a$  og parantesen, men ikkje i dette tilfellet. Dette viser at eleven har problem og ei misoppfatning knytt til konvensjonane i algebrarekning. Eleven trur at  $2a$  tilsvarar det same som  $a^2$  (*Typiske misoppfatningar om algebra / Riktig*, u.å.). Eleven har med andre ord både misoppfatning knytt til parentes i algebraiske uttrykk og konvensjonane.

Figur 7: Elevsvar henta frå kartleggingstest. Oppgåve 4c.

Vi ser også at eleven som har svart at løysinga på oppgåva er  $a^2 + ba$ , har nokre av dei same misoppfatningane som eleven over. Denne eleven også har utfordringar når det kjem til konvensjonane. Han trur også at han må multiplisere inn variabelen utanfor parentesen, for å kunne løyse opp parentesen. Dette gjer at eleven får  $a^2$  i staden for  $2a$  som svar. I tillegg har denne eleven også multiplisert variabelen  $b$  med variabelen utanfor parentesen, noko som gjer at han sit att med den løysinga som han gjer, altså feil svar. Som Kieran (2004) poengterer, sjølv om elevane handtera rekkefølga av rekneoperasjonane godt i aritmetikken, så viser det seg at desse kan skape forvirring i algebra. Det ein også ser i nokre av elevsvara, er at elevane har utfordringar med å forstå parentes i kombinasjon med forteikn. Mange elevar huskar ein konvensjon som handlar om at dersom det står eit negativt forteikn framfor ein parentes, så skal forteiknet i parentesen endrast når vi løyser opp parentesen. Dette gjeld kun for negativt forteikn, noko mange elevar har utfordringar med å skilje mellom. I elevsvara under, så ser ein at elevane har endrar forteiknet som står utanfor parentesen, og derfor rekna feil. I tillegg til å ha misoppfatning knytt til konvensjonen, så har dei også rekna feil. Hadde forteiknet i parantesen skulle endra seg, så hadde svaret vorte  $-b$ .



Figur 8: Elevsvar henta frå kartleggingstest. Oppgåve 4c.

#### Oppgåve 4f

I oppgåve 4f er det også svært mange elevar som opplever misoppfatningar i algebra. Det er 22 elevar som svarar feil, og 19 elevar som leverer blankt. Mange av elevane har også i denne oppgåva utfordringar med parentesen i uttrykket, og misoppfatningar knytt til parentes med negativt forteikn. Typiske misoppfatningar knytt til dette handlar som nemd over om forteiknet skal inngå i parentesen

eller ikkje, og om forteiknet skal endrast ved oppløysing av parentes. Svaret på oppgåva skal vere  $2a - b$ , noko få av elevane fekk til. Ein elev fekk svaret  $3 - b$ , noko som viser at han har tenkt at  $3a - a$  gir løysinga 3, fordi vi trekk frå  $a$  og  $a$  forsvinn, og vidare latt variabelen  $-b$  stå att i uttrykket. Ein annan elev har fått løysinga  $b + 4a$ , noko som tyder på at eleven har løyst opp parentesen, og endra forteiknet utanfor parentesen, slik at variabelen  $b$  vert negativ, og variabelen  $a$  beheld det positive forteiknet. Begge desse løysingane viser tydeleg misoppfatning knytt til symbolforståing og ikkje minst rekneoperasjonane. Mange elevar løyser som nemd tidlegare algebraiske uttrykk ved hjelp av prosedyrar basert på aritmetikken, utan å eigentleg ha forståing for symbola dei bruker. For at elevane skal kunne utvikle ein algebraisk kompetanse så må elevane utvikle ei forståing for bokstavar og operasjonssymbol (Welder, 2012).

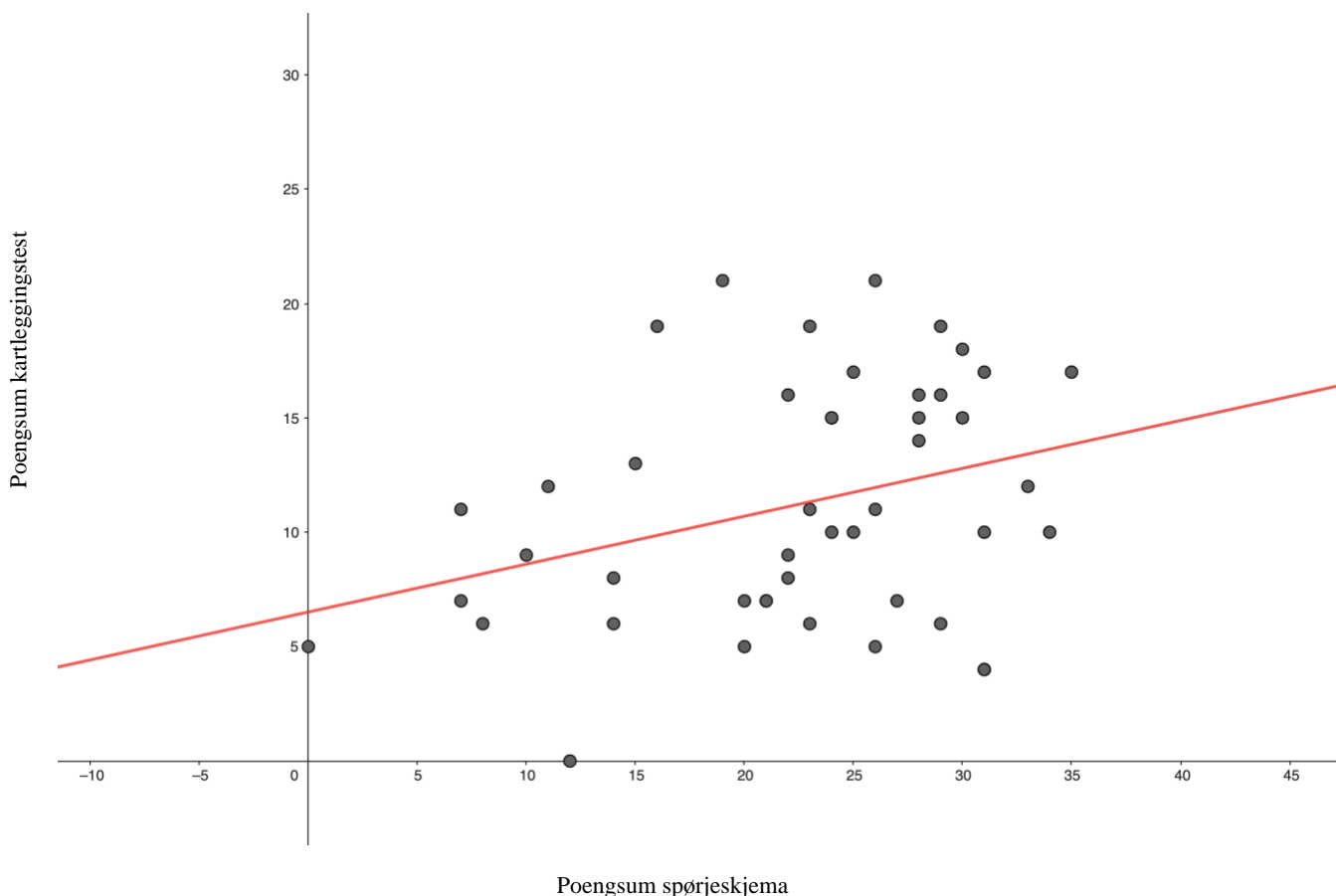
Misoppfatninga knytta til konvensjonar er også tydeleg til stades i denne oppgåva. Fleire av elevane har utfordringar med å forstå kva tid dei skal multiplisere og kva tid dei skal addere eller subtrahere variablane i uttrykket. Konvensjonen i algebra seier at ein skal løyse opp parentesen først, men det varierer korleis ein skal gjere dette, basert på variablar og forteikn framfor parentesen. Nokre av elevane har løyst opp parentesen slik det er meininga å gjere, mens andre elevar har gjennomført faktoriseringa av uttrykket ved å multiplisere variabelen framfor parentesen med tala inne i parentesen. Dette fører til feil svar, og vidare til ei misoppfatning i algebra. Ein elev har blant anna multiplisert og fått likninga  $3ab + 3a^2$ .

### 4.3 Samanhengen mellom omgrepa

Med det tredje og siste forskingsspørsmålet så ønskjer eg å finne svar på om ein kan sjå samanhengar mellom elevars metakognisjon og misoppfatning i arbeidet med algebraoppgåver. Basert på resultata henta frå spørjeskjemaet og kartleggingstesten, så vil eg presentere ein potensiell samanheng gjennom bruk av diagram. Eg vil legge fram eit punktskjema for å grafisk vise samanhengen mellom variablane. I punktskjemaet vil  $x$ -verdien stå for antal poeng eleven har på spørjeskjemaet, mens  $y$ -verdien vil stå for antal poeng eleven har på kartleggingstesten. Dersom eleven har høg verdi på kartleggingstesten, tyder dette at eleven har få feil, og derfor også få misoppfatningar. Det eg ønsker er å undersøke om elevar med høg poengsum på kartleggingstesten, også har høg poengsum på spørjeskjemaet, altså gjev høg metakognitiv verdi liten grad av feil svar og misoppfatning i algebra.

Fordi eg i denne undersøkinga ønsker å sjå på samanhengen mellom to variablar, metakognisjon og misoppfatning i matematikk, så tek eg i bruk statistikk og analyse av statestikk som rettar seg mot samvariasjon. For å sjå på dette kan ein ta i bruk regresjon eller korrelasjon, men eg vel i denne oppgåva å finne svar ved å tolke spreingsplottet skissert under (Medbø, 2018). Når eg ønsker å undersøke samanhengen mellom variablane i denne undersøkinga, så er det med tanken om at det eksisterer ein samheng. Dette handlar om at eg tenker at desse på ein eller annan måte kan relaterast til kvarandre (Løvås, 2013). Undersøkinga mi baserar seg på eit datasett med  $n$  par observasjonar. Figur 9 viser til ulike par med observasjonar over samanhengen mellom forklaringsvariablane metakognisjon og misoppfatning i matematikk. Eg har i denne figuren teikna eit spreingsplott, for å skissere samanhengen mellom variablane i dei ulike para. Målet med spreingsplottet er å vise samanhengen mellom to kvantitative variable målt på det same individet, der kvar individ tilsvara eit punkt i grafen.

Tabell 8: Linær regresjon. Samanheng mellom variablane metakognisjon og misoppfatning.





Som i ein kvar grafisk framstilling av data, så vil eg sjå etter eit overordna mønster, eller påfallande avvik frå dette mønsteret. Ved eit spreingsplott seier ein at samanhengen er stor, og korrelasjonen tydeleg, dersom punkta ligg nær ei rett linje, og svak dersom dei har stor spreing rundt ei rett linje (Universitetet i Oslo, 2022). Vi antek at datasettet består av  $n = 46$  par av observasjonar, som eg betegnar som  $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots (x_n, y_n)$ . Datapunkta er markert for kvart koordinat, altså kvart variabelapar. I spreingsplottet ser vi ein relativt klar samanheng mellom  $x$  og  $y$ . Vi kan seie at det er ein tydeleg samanheng mellom variablane, fordi  $y$  viser seg å vere av stor verdi når  $x$  er av stor verdi, på same måte som ulike  $y$  verdier viser seg å vere små når  $x$  verdiane er små. Det eksisterer også nokre avvik frå denne tanken, som ein kan sjå i tabellen, dette vil eg kome tilbake til. I spørjeskjemaet kunne elevane oppnå maksimalt 39 poeng, der nivå: lav = 1-13 poeng, middels = 14-26 poeng og høg = 27-39 poeng. På kartleggingstesten kunne elevane oppnå 22 poeng maksimalt, og nivå var delt inn etter poengskalaen: lav = 0-7 poeng, middels = 8-14 poeng og høg = 15-22 poeng. Dette betyr at dei ulike kategoriane innanfor dei to variablane ikkje romma eksakt dei same poengverdiane, noko som bør takast med i tolkinga av punktgrafen.

Dei fleste av variabelpara viser til den samanhengen vi er ute etter, der  $x$  verdien er innanfor same poengnivå som  $y$  verdien er. Altså poengsummen til eleven innanfor metakognisjon ligg innanfor same nivåkategori som metakognisjonspoengsummen gjer. Elevane som ligg forbi 26 på  $x$ -aksen, bør i utgangspunktet også ligge over 15 på  $y$ -aksen, for at variabelparet og svara skal gå innanfor poengnivå høg. Vi ser at 50% av dei elevane som svarar enig på 26 eller fleire av påstandane i spørjeskjemaet, også har over 15 poeng på kartleggingstesten. Likevel ser ein at fleire elevar med poengsum på spørjeskjemaet, har lågare poengsum enn 15 på kartleggingstesten, men svært få, noko som er å forvente. Vi kan også sjå at fleire av dei elevane som har svart enig på 13 eller mindre påstandar, og har lav verdi av metakognisjon, oppnår 8 eller mindre poeng på kartleggingstesten, noko som viser til mykje misoppfatning. Sjølv om dei fleste av variabelpara viser den samanhengen vi er ute etter, så eksisterer det også avvik i datamaterialet. Fleire av elevane har svart til høg poengsum på spørjeskjemaet, men oppnådde lav eller middels poengsum på kartleggingstesten. Nokre elevar opplevde også det motsette, at dei fekk middels poengsum på spørjeskjemaet, men opplevde mindre grad av misoppfatning.

## 5 Diskusjon

Hensikta med denne studien var å finne ut av kva grad av samanheng vi kan sjå mellom metakognisjon og misoppfatning i matematikk, blant 10.klassingar. I dette kapittelet vil eg summere og drøfte hovudfunna frå analysekapittelet, i lys av teoretisk rammeverk og tidlegare forskning. Eg vil i drøftingsprosessen ta utgangspunkt i forskingsspørsmåla og oppsettet i rammeverket, for å til slutt kunne belyse problemstillinga i oppgåva: «*I kva grad er det samanheng mellom metakognisjon og misoppfatning i algebra?*», for å sjå på samanhengen.

### 5.1 Metakognisjon

Metakognisjon har gjennom oppgåva vore eit av to hovudtema i undersøkinga. Det første forskingsspørsmålet ønskte å finne svar på kva grad elevar på 10.trinn har metakognitive ferdigheite. Dette vil eg vidare drøfte, i tillegg til å oppsummere metakognisjon som omgrep i opplæringa. Det eksisterer mange definisjonar og modellar for å forklare metakognisjonen. Omgrepet refererer direkte til tenking om eigen tenking, eit omgrep introdusert av kognitive psykologar og utviklingspsykologar på 70-talet. Omgrepet vart presentert for å karakterisere ein persons bevisstheit og kunnskap om sin eigen tenking og minnekapasitet - kognisjon om kognisjon (Brandmo, 2014b). I følge både Flavell (2000) og Pintrich (2002) delast metakognisjonsteorien inn i to områder: kunnskap og prosess. Schuster et al. (2020) underbygger denne ideen ved å vektlegge at metakognisjon omfattar to viktige element: metakognitiv kunnskap og ferdigheiter. Dei seier at kunnskapen omhandlar kunnskap om seg sjølv som elev og læringsstrategiar, i tillegg til kunnskap om bruken av læringsstrategiane. Her kjem vi inn på kategoriane brukt i spørjeskjemaet i studien, nemleg meistringsforventingane elevane har om seg sjølv i møte med ny informasjon og kompetansen rundt bruken av læringsstrategiar. Vi kan seie at metakognisjon i matematikk handlar om å ta eit mentalt steg tilbake frå det arbeidet ein gjer i læringsprosessen, for å bevisst tenke over sin eigen kognitive prosess. Evna til å reflektere er også svært viktig å trekke inn når vi snakkar om metakognisjon som element i opplæringa, fordi evna til å reflektere over hensikta med det ein lærer, kva ein har lært og ikkje minst kvifor ein lærer er sentral for kognitiv utvikling (Nostrati & Wæge, 2018). Schuster et al. (2020) oppsummerar metakognitive ferdigheita til å handle om planlegging, overvaking og evaluering, omgrep som representerer same omfang som dei kategoriane brukt i denne studien.

### 5.1.1 Kategoriar av metakognitive ferdigheiter

For å systematisere metakognisjonsomgrepet, valde eg i denne undersøkinga å ta utgangspunkt i MAI-skjemaet og dei metakognitive ferdigheitene det representerte. Skjemaet inneheldt åtte ferdigheite. Fordi det eksisterte likskapar mellom fleire av ferdigheitene valde eg å samle dei saman, og presenterte tre kategoriar av metakognitive ferdigheiter. Meistringsforventing representera den deklaratve kunnskapen og planleggingsferdigheita, som handlar om elevars tankar om seg sjølv og korleis dei planlegg og strukturera arbeidet sitt basert på dette. Kunnskap om bruk av læringsstrategiar inneheld prosedyrekunnskap, betinga kunnskap og informasjonsstyringsstrategiar, som alle handlar om overvaking og elevars kunnskap og kva tid, korleis og kvifor dei skal bruke læringsstrategiar mest nyttig for læring. Til slutt snakkar eg om metarefleksjon, som rommar ferdigheiter innanfor forståingsovervaking, feilsøking og evaluering, altså elevens evne til å reflektere over eiga læring. Igjen ser vi at desse kategoriane liknar mykje på dei kategoriane og aspekta som tidlegare forskarar presenterer. Mange læringsteoriar rettar fokuset mot den ytre stimuleringa som påverkar individet ved læring, mens den kognitive teorien og seinare forskning presenterer ein tanke om at elevar «kan vere sine egne læremeistrar» (Imsen, 2020). Som menneske bør eleven ha evnar til å sette seg mål, danne førestillingar om kva ein kan klare, og vidare gjere vurderingar av eigne prestasjonar, noko som er positivt for læringsprosessen.

I denne undersøkinga har eg forsøkt å måle i kva grad elevar opplever at dei har utvikla metakognitive ferdigheite. Gjennom bruk av spørjeskjema, har ei statistisk oversikt over 10.klassingar sine svar på ulike påstandar vist at det eksisterer metakognitive ferdigheiter blant elevane. Nokre elevar scorar høgare og svarar meir *einig* på påstandane enn det andre elevar gjer, men alle elevar opplever i ei eller anna grad at dei har utvikla metakognitive ferdigheite. I denne undersøkinga har 80% av elevane hamna på eit middels eller høgt nivå av metakognisjon. Fleirtalet av elevane oppfattar derfor at dei har utvikla eit relativt høgt nivå av metakognisjon. Ingen elevar hadde full score på undersøkinga, noko som betyr at ingen elevar svarte *einig* på alle påstandane. I tillegg var 54% av elevane innanfor nivå middels, noko som betyr at dei fleste elevane har svart både *einig* og *ueinig* i fleire av påstandane. Dette er resultat som kjem frå eit spørjeskjema elevane sjølv har svart på, noko som betyr at resultatata representerer elevane sine oppfatningar av eigen metakognisjon. Nokre elevar kan derfor ligge på høgare nivå av metakognisjon enn det dei eigentleg har av ferdigheiter og motsett, fordi elevane kan ha problem med å ta vurderingar om seg sjølv som lærande. Nokre elevar har kanskje aldri tenkt over at dei tek i bruk læringsstrategiar i arbeidet med matematikkoppgåver, men gjer det likevel. Mens andre elevar meiner at dei er gode på å strukturere

ny informasjon, men så klarer dei det ikkje likevel og gjer mykje feil i matematiske oppgåver. Resultata viser at elevane fordelar seg relativt likt innanfor metakognisjon generelt, som dei gjer spesielt i dei ulike kategoriane.

### **Meistringsforventing**

Det viser seg i fleire tilfelle at høge meistringsforventingar blant elevar er ein fordel i møte med nye oppgåver. Elevar som har høge meistringsforventingar oppfattar ofte nye oppgåver som utfordringar og moglegheiter framfor uløselege problem. Desse elevane har større grad av mot og motivasjon for å ta fatt på oppgåva, i forhold til elevane med låge meistringsforventingar, som i større grad opplever nye og ukjente oppgåver som truande (E. M. Skaalvik & Skaalvik, 2019). Fordelen med høge meistringsforventingar er at desse vil kunne gi gode prestasjonar fagleg (Diseth, 2019). Elevar som går inn i nye utfordringar med meir positivitet til oppgåva, større sjølvoppfatning om eige kunnskapsgrunnlag og ikkje minst er i stand til å planlegge og strukturere arbeidet sitt, vil ha større grunnlag for å prestere betre fagleg. Dette kan vi argumentere for, fordi desse elevane vil vere seg sjølv bevisst, vite kvar dei står fagleg og kunne tilpasse og regulere seg i møte med ny informasjon, for å oppnå kognitiv utvikling.

Meistringsforventingane i møte med læringsprosessen er dei forventingane elevane har om seg sjølv til å lære, og dei planleggingsferdigheitene dei har til å strukturere oppgåvene. Med ein relativ frekvens på 59% på middels nivå, så kan vi argumentere for at dei fleste av elevane i undersøkinga opplever at dei har verken låge eller høge meistringsforventingar. Basert på oversikta over metakognisjon generelt, var det forventa at fordelinga av elevane ville legge seg slik. Det som skilte seg ut i datamaterialet var at eit stort fleirtal av elevane scora mykje høgare på deklarativ kunnskap, enn på ferdigheita til å planlegge. Dette betyr at elevane opplever at dei i større grad har kontroll på kunnskapar om eigne ferdigheiter, enn evna til å planlegge og strukturere den nye informasjonen og dei ulike utfordringane dei møter på. I læringsprosessen er det bra at elevane har kunnskap om eigne ferdigheiter og moglegheiter, fordi ein er avhengig av å ha tru på at ein kan gjennomføre oppgåvene ein støyter på (C. Skaalvik & Skaalvik, 2020b).

Målet med opplæringa er at elevane skal oppleve kognitiv utvikling og fagleg prestasjon. Når Diseth (2019) snakkar om behovet for prestasjon, så legg han vekt på tanken om at elevane må ha eit indre ønske om å gjere noko betre. Dei må kunne bygge ein motivasjon og ei forventing om at dei kan oppnå eit mål eller prestere på eit visst fagleg nivå. Forsking viser nemleg til at meistringsforventingane til elevane vil kunne ha betydning for tankemønster og motivasjonen deira, i

tillegg til å kunne påverke kognisjonen, emosjonane og åtferda deira i møte med utfordringar i matematikk (Skaalvik & Skaalvik, 2019). Elevane tek med seg erfaringar inn i læringsprosessen som påverkar om elevane er i stand til å tenke positivt, nå mål, oppfatte moglegheitene, i tillegg til innsats og uthaldenheita deira i læringsprosessen. På ein anna side er det også viktig å ha ferdigheiter til å kunne strukturere og planlegge arbeidet når ein møter nye utfordringar eller ukjente ting, då dette vil kunne vere ein ressurs for læring og informasjonsinnhenting.

Den kognitive utviklinga og elevanes erfaringar viser seg å vere eit element som er sentral i læringsprosessen. Elevar møter ein kvar situasjon med eit så kalla skjema, som innehar forkunnskapar og erfaringar som elevane har med seg (Haugen, 2006). Elevar har behov for å utvikle dette skjemaet. Når eleven møter ny informasjon eller nye erfaringar så vil dei lære ved å putte nye erfaringar inn i det mentale skjemaet. Oppstår det ubalanse mellom skjemaet og dei nye erfaringane, så oppstår det ei kognitiv konflikt. Ei kognitiv konflikt der elevane erfarer at tankemønster dei har er ufullstendig, og eit behov for endring av tankemønster oppstår (Lyngsnes & Rismark, 2014). Læringa skjer derfor gjennom at ein klarer å løyse denne kognitive konflikten. Men utan ferdigheiter til å ha sjølvoppfatning om eige kognitivt nivå, eller ferdigheiter til å oppdage nye erfaringar og systematisere dei, så vil det vere utfordrande for elevane å bruke dette positivt i læringsprosessen.

### *Læringsstrategiar*

Når vi snakkar om evna elevane treng til å planlegge og strukturere ny informasjon, så minner denne om ferdigheitene elevane treng knytt til bruk av læringsstrategiar. Elstad (2021) meiner at elevane treng å utvikle eit stort repertoar av læringsstrategiar som kan brukast i tilpassa form, for å tileigne seg ulikt lærestoff. Dette er viktig, fordi å ha godt utvikla læringsstrategiar handlar om kva grad eleven på ein aktiv, fleksibel og effektiv måte kan tilpasse seg dei ulike læringssituasjonane. Imsen (2020) underbygger dette med å seie at læringsstrategiar skal vere ein ressurs for å lette informasjonsbehandlinga slik at kunnskapstileigninga betrast. Ostad (2008) presisera same tankegang, og uttrykker at evna til å etablere hensiktsmessige strategiar er ein av fem sentrale kriterium for å oppnå forståing. Ikkje berre vil dette vere ein fordel for forståinga, men elevar som opparbeider seg kunnskap rundt læringsstrategiar, har større moglegheit for å produsere uendeleg mange forskjellige strategiar, som igjen vil lette arbeidet i vidare læringsprosess. Læringsstrategi er eit verktøy elevane kan ta i bruk for å kome seg frå eit punkt i læring, til eit tilfeldig anna punkt (Skemp, 1976; Wæge og Nosrati, 2018). Hitching & Mørch (2014) uttrykker at når elevane møter på nye utfordringar eller matematiske problem dei ikkje meistarar med ein gang, er det vesentleg å ha ein kompetanse eller ferdigheiter til å kunne finne dei strategiane som skal til for å finne nye løysingar.

Resultat frå denne undersøkinga viser at kategorien om læringsstrategi kjem fram som den sterkaste kategorien for elevane. I undersøkinga består kategorien av viktige ferdigheiter for å vite kva tid og korleis ein skal ta i bruk læringsstrategiar for å oppnå kognitiv utvikling. Innanfor denne kategorien er det ein større andel elevar som ligg på eit høgt nivå og som opplever at dei i større grad har metakognitiv kunnskap om læringsstrategiar. I tillegg til dette ligg omlag 50% av elevane innanfor middels nivå, som forventast, basert på dei tidlegare kategoriane og statistikken. I denne kategorien svarar fleire elevar einig enn ueinig på fleire påstandar, noko som gjer at nivået av metakognisjon innanfor desse metakognitive ferdigheitene utpeikar seg.

Ferdigheitar retta mot bruk av læringsstrategiar er både viktig for den kognitive utviklinga, i tillegg til at fleire sjølv elevar opplever at dei har kunnskapar innanfor dette området. Forsking gjort av Andreassen (2014) viser at prestasjonane til barn og unge i matematikk forberast vesentleg når dei hadde metakognitiv forståing for kva tid og korleis dei skulle bruke læringsstrategiar i læringsprosessen (Andreassen, 2014). Dette bekreftar kvifor Læreplanverket vektlegg at skulen skal bidra til at elevane reflekterer over eiga læring, forstår eigen læring og tileignar seg kunnskap på sjølvstendig vis (Kunnskapsdepartementet, 2017). Erfaringar som gir deg verktøy for å møte seinare potensielle utfordringar, vert sett på som rikande for opplæringa. I dette tilfelle kan ein snakke om allereie opparbeida skjema og læringsstrategiar som kan hjelpe elevane i møte med nye erfaringar.

### *Metarefleksjon*

Over har eg gått inn på om dei ferdigheitene som handlar om elevens sjølvoppfatning av kompetanse, evne til å strukturere ny informasjon og ferdigheita til å bruke læringsstrategiar i arbeid med matematikken. For elevane er det ikkje nok å ta i mot informasjon eller verte presentert for noko nytt for å lære. Det viser seg nemleg at ein er avhengig av å reflektere over eigen læring for å oppleve ei djupare forståing og kognitiv utvikling. Gjennom refleksjon vert elevane tvungen til å ta stilling til den informasjonen dei møter på, i kombinasjon med egne erfaringar og forkunnskapar, for å vidare kunne kople dette til praksis og vidare læringsprosess. Strømfors & Edland-Gryt (2013) viser til at ein del forskning konkludera med at refleksjon over eige arbeid er ein måte å fremje profesjonalitet, fagleg vekst og utvikling på, mens Brune (1996) er opptatt av metakunnskap, og tanken om at dette gir bevisst og gjennomtenkt grunnlag for interpersonlege forhandlingar av meining.

Metarefleksjon vert sett på som sentralt og viktig for fagleg utvikling. Elevane som innehar denne ferdigheita vil i større grad oppleve djupare kognitiv utvikling. I denne undersøkinga omhandlar metarefleksjon ferdigheitene: forståingsovervaking, feilsøkingstrategiar og evaluering. Alle desse ferdigheitene går inn på det Kunnskapsløftet omtalar som læring om egen læring. Skulen skal nemleg bidra til at elevane reflekterer over eiga læring, forstår sin eigen læringsprosess og tileignar seg kunnskap på sjølvstendig vis. Får elevane reflektere over eigen og andres læring, så kan elevane utvikle bevisstheit kring sin eigen læringsprosess (Kunnskapsdepartementet, 2017). Det er derfor kritisk å sjå at ein større del av elevane i undersøkinga ligg på eit lågt nivå innanfor denne kategorien av metakognitive ferdigheiter. Det er med andre ord fleire elevar som har svart ueinig på påstandane, enn ved dei andre kategoriane. Det er vanskeleg å avgjere kva som gjer at denne kategorien skil seg ut, men ein kan tenke seg at dette er resultat av for lite fokus på metarefleksjon i dagens undervisning. Basert på læreplanverkets ønske og krav om refleksjon over elevens læring, og fordelen dette har for djupare kognitiv utvikling, er det negativt å sjå resultatane frå undersøkinga om at 10. klassingane i liten grad opplever at dei har ferdigheiter innanfor metarefleksjon.

Elevar som lærer å formulere spørsmål, søke svar og uttrykke forståinga si på ulike måtar, vil gradvis kunne delta meir i eiga læring og utvikling. Elevane utviklar ein djupare innsikt når dei ser samanhengar mellom kunnskapsområde, og ikkje minst når dei beherskar mangfaldet av strategiar for å tileigne seg, dele og førehalde seg kritisk til kunnskap (Kunnskapsdepartementet, 2017). Viktigheita av at elevane kan å reflektere over eigen læring er som nemnt sentralt for utviklinga i faget. Elevar som ikkje klarer å reflektere over eigen kognisjon, eller reflektere over det dei har reflektert, vil ikkje vere i stand til å forstå sin eigen posisjon i læringsprosessen. Dei vil då også i liten grad forstå kva dei må gjere for å utvikle seg.

### 5.1.2 Kognitiv utvikling i læringsprosessen

Brandmo (2014a) presentera omgrepet kognitivism, og omtalar kognitivismen som eit grunnleggande premiss for læringstilnærmingar. Kognitivismen legg føring for tanken om at mentale prosessar, der *kva* og *korleis* ein tenkjer i ein læringssituasjon har betydning for kor godt ein lærer. Kognitiv forskning uttrykker at læring vert sett på som eit resultat av ein aktiv prosess frå det enkelte individs side, og ikkje som eit resultat av passiv mottaking av informasjon frå omverda (Ostad, 2010). Imsen (2020) stiller seg bak denne tanken og presenterer læring som abstraksjon, og seier at læring ikkje handlar om «avfotografering» eller reproduksjon av ytre kunnskap. I læringsprosessen skjer det nemleg ei omforming av kunnskap, ved at ein trekk ut sjølve meninga, der informasjonen

vert vald ut og «pakka saman» til ei heilheit. Forskinga som eksisterer på matematikklæring og -vanskar i dag, handlar i større grad om fokus på representasjonar og prosessar, fordi vi ser positiv effekt av denne måten å lære på blant elevar. Det eksisterer eit større fokus på korleis matematikk kunnskapens struktur kjem fram i arbeidsprosessar, der oppmerksamheita vert retta mot opplæring i løysingsmåtar og innlæringsmåtar. Vi snakkar i mykje større grad om læringsstrategiar og strategiopplæring (Ostad, 2010). Her kjenner vi igjen omgrepa og kategoriane innanfor dei metakognitive ferdigheitene, nemleg ein prosess som består av informasjonsstrukturering basert på forkunnskapar, erfaringar og meistringsforventing, bruk av læringsstrategiar og løysingsstrategiar for å forstå og til slutt evaluere og reflektere over utøvinga.

Metakognisjon kan derfor sjåast på som evna til å vite kva vi veit, kva vi ikkje veit og korleis vi skal forbetre det vi ikkje veit. Vi kan seie at metakognisjon let elevane ta kontroll over eiga læring og tenke reflekterande, for å kunne forstå utfordringar dei støyter på og vidare vite kva strategiar som trengs for å løyse problemet. Elevane får moglegheit til å planlegge, overvake og endre deira kognisjon, for å utvikle seg fagleg - element og bevisstheit som er avgjerande for akademisk suksess (Laskey & Hetzel, 2010). Metakognisjon har i tidlegare forskning også blitt presentert som ei bru mellom avgjersletaking og hukommelse, mellom læring og motivasjon, og ikkje minst mellom læring og kognitiv utvikling (Metcalf et al., 1994). Vi kan basert på dette argumentere for at metakognisjon er avgjerande for kognitiv utvikling i læringsprosessen. Eit argument som forsterkast fordi bruken av metakognisjon også tidlegare har vorte sett på som å vere essensiell for å oppnå læring i fag som matematikk (Hartman, 2001).

Metakognitive prosessar kan nemleg forklare kvifor nokre elevar utviklar seg raskare og huskar meir enn andre. Forsking viser nemleg at høgt-presterande elevar har i mange tilfelle vist seg å vere meir metakognitivt bevisste og engasjerer seg meir i sin eigen åtferd, enn det dei lågt-presterande elevane oftast gjer (Hartman, 2001). Elevar som opplever gode prestasjonar i matematikk veit ofte kva som skal til for å nå eit mål, kva strategibruk dei må velje og ikkje minst korleis dei skal strukturere prosessen for å enklast mogleg løyse problem og utfordringar dei støyter på undervegs. Dei metakognitive ferdigheitene som er brukt i denne undersøkinga og læringsprosessen har likskap som vist tidlegare. Zimmerman (1990) tek dei metakognitive prosessane og kategoriserer dei etter steg i læringsprosessen: planlegging, målsetting, organisering, sjølvovervaking og sjølvevaluering. Han påpeikar at det ikkje er nok at elevane utelukkande innehar metakognitiv kunnskap, dei må også vere sjølvregulerte nok til å vite effekten av bruken av dei når det arbeidast med matematikk.



## 5.2 Misoppfatning

Misoppfatning er det andre hovudtemaet i undersøking. Med det andre forskingsspørsmålet ønsker eg å finne svar på kva 10. klassingar svarar når dei gjennomfører ein diagnostisk kartleggingstest. Eg vil drøfte om elevane har misoppfatning knytt til algebra, og trekke fram typiske misoppfatningar. Med misoppfatning meiner ein då ei fastlagt oppfatning kring eit omgrep som det ikkje er meininga at ein skal ha. Dette kjem av at ein har ein misforståing eller ei manglande oppfatning av omgrepet.

### 5.2.1 Alle elevar opplever misoppfatning

I læringsprosessen vil alle elevar oppleve at dei gjer feil som er meir eller mindre tilfeldige, fordi dei ikkje er oppmerksame nok (Brekke, 2002). På ei anna side vil alle elevar også oppleve misoppfatning. Bak misoppfatningane ligg ei bestemt tenking og ein idé som dei brukar konsekvent utan å skjønne at dei gjer feil. Misoppfatning oppstår blant alle elevar, ikkje som ein spesifikk matematikkvanske, men i staden som ei kognitiv utfordring. Brekke (2002) vektlegg at misoppfatningar er eit resultat av overgeneralisering av elevens tidlegare kunnskap til nye områder der desse kunnskapane ikkje gjeld fullt ut. Generalisering er ein del av den naturlege oppveksten til alle elevar, og ein kan ikkje kome utanom at dette vil oppstå blant alle elevar.

For å undersøke korleis elevar på 10. trinn svarar når dei arbeider med algebra oppgåver, og for å finne ut om dei opplevde misoppfatning, så gjennomførte eg i denne studien ein diagnostisk kartleggingstest. På testen var det kun to av elevane som hadde tilnærma full score, med 21 og 22 poeng, noko som betyr at nesten alle elevane opplevde misoppfatning. Misoppfatning kjem til syne ved at elevane hadde feil svar på nokre av oppgåvene, som ikkje gav full score på testen. Oppgåvene brukt i kartleggingstesten var diagnostiske oppgåver, oppgåver laga for å kartlegge og arbeide med misoppfatningar i matematikk (jf. kapittel 3.2).

På same måte som ved kategoriane innanfor metakognisjon, så fordelar elevane seg relativt jamt mellom dei lågaste og høgaste poengsummane, mens flest elevar oppnår poengsum på eit middels nivå. Dette betyr at det allereie her er tendensar til ein samanheng mellom metakognisjon og misoppfatning i matematikk, ved at dei statistiske tabellane (tabell 1; tabell 7) fordelar seg nokså likt. Dei aller fleste elevane fekk ein poengsum på over 8 poeng, noko som viser til at dei har middels eller liten grad av misoppfatning, mens 13 elevar ikkje oppnådde meir enn 0-7 poeng, noko som gir høg grad av misoppfatning i algebra. På ei anna side ser ein at over 50% av elevane ligg på middels

nivå, noko som betyr at over halvparten av elevane hadde ein del misoppfatning i algebra, samtidig som dei viste til ein del fagleg kompetanse i emnet. Med kun ein elev som nådde full score på kartleggingstesten, så kan eg argumentere for at alle elevar opplever misoppfatning i ulik grad, også i algebra på 10. trinn. Ein elev har sjeldan utvikla eit omgrep fullstendig berre gjennom erfaringar gjort på eit avgrensa felt. Dette vil eg kome meir inn på når eg skal drøfte kring dei typiske misoppfatningane som dukka opp i undersøkinga. Det viser seg nemleg at elevane i møte med algebra har med seg mykje erfaringar frå aritmetikken, noko som skaper utfordring og problem.

### 5.2.2 Misoppfatningar i algebra basert på erfaring

Eg har tidlegare gått inn på at elevar møter ein kvar situasjon i læringsprosessen med eit skjema, der kognitiv konflikt vil vere effektivt for å utvikle desse skjema. Elevane tek med seg forkunnskapar inn i klasserommet og i matematikkfaget, og utviklar robuste oppfatningar som ofte er forskjellige frå dei aksepterte matematiske og vitenskaplege konseptane som undervisninga presenterer (Maskiewicz & Lineback, 2017). Misoppfatning har i følge Smith et al. (1993) generelt blitt sett på som feil som hindrar læring, men etter seinare forskning kan ein i denne samanhengen trekke det fram som nye erfaringar elevane ikkje har oppdaga og tilarbeidd godt nok. Elevar tolkar nye idear ut frå erfaringane dei har, eller basert på forkunnskapane sine, noko som betyr at dei vil trekke ugyldige slutningar og generalisere på sviktande grunnlag i mange tilfelle. Smith et al. (1993) legg fram ulike påstandar om kva misoppfatningsomgrepet handlar om. Dei meiner at alle «elevar har misoppfatning» (Smith et al., 1993), fordi dei kjem inn i undervisninga med ulike førestillingar om det matematiske fenomenet som læraren skal undervise om. Dei meiner også at «Misoppfatning stammar frå tidlegare læring» (Smith et al., 1993), og påpeikar at elevanes misoppfatning er eit resultat av deira erfaring i den fysiske verda, eller frå tidlegare undervisning.

Elevane møter nye erfaringar i matematikk, og er avhengig av å oppdage desse nye aspekta for å oppnå kognitiv utvikling. I eit matematisk perspektiv snakkar vi om dei nye erfaringane som dei misoppfatningane elevane har knytt til temaet, altså dei erfaringane dei ikkje har putta inn i skjemaet og lært enda. Dersom elevane ikkje tek tak i misoppfatningane og omarbeidar dei, så vil dei kunne skape problem for eleven i vidare forståing og læring i faget (Brekke, 2002). Evna til å oppdage den kognitive konflikten er viktig for elevens forståing og læring (Säljö, 2020). Elevane er avhengig av å gjere feil eller ha misoppfatning for å kunne lære av feila (Karlsen & Klaveness, 2019). Dersom elevane verken har misoppfatningar eller oppfattar ny informasjon som ikkje eksisterer i tidlegare kognitive skjema, så vil dei ikkje oppleve den kognitive ubalansen, og dermed ikkje lære av den.

Dette er sjølvstøtt også avhengig av at elevane vert opplært til å drive med denne type læringsprosess. Å oppdage den kognitive konflikten, for så å bruke metakognitive ferdigheiter for å løyse den, vil ikkje vere mogleg dersom elevane ikkje vert lært opp til å arbeide på denne måten.

Elevane tek med seg erfaringane sine i møte med algebra. Oppfatninga elevane har av algebra byggjer på dei erfaringane dei har frå talrekninga og aritmetikken (Brekke et al., 2000). Mange elevar har meistringsforventingar knytt til at algebra er vanskeleg, og at det er noko som ikkje kan relaterast til tidlegare lærte tema i matematikkfaget. Erfaringane elevane har knytt til algebra verkar i først omgang ikkje eksisterande, då dei ikkje møter bokstavvariablar før på ungdomstrinnet. Realiteten er at elevane har brukt algebra og symbolforståing heilt sidan dei var små (Pass, 2023). Eit av dei første stega elevane tek inn i algebra-verda handlar om å utvide omgrepa dei har med seg frå aritmetikken, slik at dei også omfattar algebraiske omgrep. Forsking på feltet viser at mange elevar får problem med å lære algebra i seinare skulegang, nettopp fordi dei ikkje har solid nok kunnskap om tal og dei grunnleggande rekneoperasjonane (Kieran et al., 2016). Elevane har utfordringar med å løyse den kognitive konflikten knytt til algebra.

Algebra vert sett på som eit krevjande matematisk emne, og mange tenker at barn må ha oppnådd stor grad av modenheit før dei kan starte med eit så utfordrande emne i matematikk (Rinvold et al., 2022). Dette har resultert i at elevane ikkje møter bokstavar som matematiske symbol i skulematematikken før på ungdomstrinnet. Forsking på slutten av 1900-talet viste til problematikken ved dette. Det vart trekt fram utfordringar med å gå frå ei aritmetisk til ei algebraisk tenking, noko som gav ein stimulans til å utforske om visse algebraiske aktivitetar kan verte meir tilgjengeleg for yngre elevar, og vidare hjelpe med å gjere overgangen mindre krevjande (Kieran et al., 2016). Dei siste tiåra har det vorte gjort mykje forskning på feltet som handlar om når elevar bør introduserast for algebra, og kva ein skal inkludere i introduksjonen av tematikken (Rinvold et al., 2022). Skiftet innan forskinga på tema har gjort at ein har fremja tanken om å innføre algebra tidlegare og delvis parallelt med aritmetikken for å auke forståinga i algebra. Omgrepet *tidleg algebra* kom som eit resultat av dette, fordi mange elevar opplever overgangen frå talrekning til algebra som svært krevjande, der algebra opplevast som noko nytt og annleis, i staden for at elevane klarer å løyse den kognitive konflikten og implementere dei nye erfaringane. Rinvold et al. (2022) poengterer at elevar som møter bokstavar i matematikk i yngre alder, ikkje utviklar like negative meistringsforventingar. Elevane er meir positive i møte med algebra på ungdomstrinnet, i tillegg til at dei har betre utvikla metakognitive ferdigheiter fordi dei gjennom erfaring har utvikla seg kognitivt innanfor algebra.

### 5.2.3 Typiske misoppfatningar i algebra

I all tematikk i matematikkfaget så oppstår det ulike former for misoppfatning. Mykje av misoppfatningane knytt til algebra omhandlar elevars erfaringar og utfordringane dette gir. Eg har tidlegare nemnd at i møte med algebra, så tek elevane med seg aritmetikken og kunnskapane dei har der i frå (jf. kapittel 5.2). Det aritmetiske grunnlaget som elevane har og forståinga dei har av aritmetikken påverkar i stor grad elevanes evne til å møte nye erfaringar i algebra. I mange tilfelle vil elevane handtere rekneoperasjonar godt i aritmetikken, men på same tid oppleve forvirring i algebra, fordi dei ikkje klarer å løyse den kognitive konflikten som oppstår (Kieran, 2004). Oppsummert så ser vi at dei typiske misoppfatningane innanfor algebra rettar seg mot:

- Rekneoperasjonar: Prioriteringsproblem, negative tal og oppløysing av parentesar.
- Symbolforståing: Variabelforståing, operasjonssymbol.
- Algebraiske uttrykk: Likskapsteiknets betydning
- Ikkje kontroll på konvensjonar.

Som nemnd viser resultatane i denne undersøkinga at misoppfatningane til elevane stammar frå erfaringane dei har med seg frå aritmetikken. Dei typiske misoppfatningane er henta frå dei oppgåvene der flest elevar opplevde misoppfatning, for å kunne få fram variasjon av typiske misoppfatningar. Resultatane frå undersøkinga viste at elevane i fleire tilfelle opplevde dei same misoppfatningane. Mange elevar hadde utfordringar med rekneoperasjonane, gjennom misoppfatningar knytt til prioriteringsproblem, rekning med negative tal og oppløysing av parentes.. Reglane og prosedyrane elevane kjenner frå aritmetikken kan i ei viss grad fungere i algebra, men i mange tilfelle ikkje. I algebra skjer det endringar i rekneoperasjonane og prosedyrar for kva prioriteringar ein skal gjere først og sist for å kome fram til ei løysing. Elevane hadde derfor også misoppfatning knytt til oppløysing av parentes, og spesielt ved variablar med negativ forteikn, i tillegg til forståing av konvensjonane i algebra. Det ein ser i nokre av elevsvara, er at fleire av elevane også hadde utfordringar med å forstå rekning med parentes i algebra. Mange elevar huskar ein konvensjon som handlar om at dersom det står eit negativt forteikn framfor ein parentes, så skal forteiknet i parentesen endrast når vi løyser opp parentesen. Skal elevane forstå parentesen i algebra, så må dei ha ein fleksibel forståing. Parentes i aritmetikken tydeleggjer kva operasjon som skal skje først, det kan skape problem i møte med algebraiske uttrykk (Welder, 2012). Dette fører til at elevane prøver seg fram, men ender ofte med feil svar. Dette er fordi dei ikkje har generalisert desse erfaringane godt nok enda. Det at denne kognitive ubalansen ikkje retta opp gjer at dei står i ei misoppfatning.

Elevane i denne undersøkinga hadde også misoppfatningar knytt til symbolforståing og kva eit algebraisk uttrykk var. Fordi mange elevar løyser tidlegare algebraiske uttrykk ved hjelp av prosedyrar basert på aritmetikken, utan å eigentleg ha forståing for symbola dei bruker, vil det i stor grad oppstå misoppfatning. For at elevane skal kunne utvikle ein algebraisk kompetanse så må elevane utvikle ei forståing for bokstavar og operasjonssymbol (Welder, 2012). Dette handlar blant anna om at elevane må utvikle ei forståing for det algebraiske symbolspråket. Når elevar møter algebra, har dei fleste ikkje utvikla denne symbolforståinga, noko som gjer at dei i stor grad vil ha utfordringar med algebra som symbolspråk. Mange elevar misoppfattar bokstavane i algebraiske uttrykk, og trur at dei er forkortingar for bestemte objekt. Elevane har også numeriske misoppfatningar, som handlar om at dei tolkar ulike bokstavar som ulike tal, og trur at bokstavane står for det same talet kvar gong. Dette er også typisk for elevar med misoppfatning i algebra å oversjå variablar, og vidare kun rekne med tala (*Typiske misoppfatningar om algebra / Riktig*, u.å.).

I tillegg til misoppfatningar knytt til variabelforståinga, så har fleire elevar utfordringar med å forstå operasjonssymbola. I resultatata i denne undersøkinga kjem det fram at fleire av elevane har utfordringar med å skjønne likskapsteiknets betydning i algebraiske uttrykk. Mange elevar er ikkje bevisste på at uttrykket på venstre side av likskapsteiknet er ekvivalent med uttrykket på høgre side. Erfaringane elevane har frå aritmetikken gjer at det er utfordrande for elevane å skjønne at dei ikkje treng å finne eit svar på uttrykket, men i staden finne eit ekvivalent uttrykk (Naalsund, 2012). På ei anna side viser misoppfatning knytt til likskapsteiknet, at elevane trur at dette impliserer at dei skal utføre ein operasjon. Dette kjem frå erfaringane har frå aritmetikken, der likskapsteiknet sjåast på som ein prosess som alltid fører til eit svar. I algebra forenkler ein uttrykk, men som elevsvara viser og som nemnt, så trur mange elevar at teiknet betyr å utføre ein operasjon (Welder, 2012). Dette gjer at mange av elevane i undersøkinga ønsker å kome fram til eit svar på uttrykket, og forstår ikkje at ein kan ha både operasjonssymbol og variablar i løysinga samtidig. Vi ser i resultatata at dei elevane som har løyst denne kognitive konflikten ikkje har misoppfatning knytt til dette. Desse elevane forstår at dei ikkje treng å finne eit svar på uttrykket, men at løysinga kan bestå av både variablar og operasjonsteikn.

### 5.3 Samanhengen mellom omgrepa

I denne delen av diskusjonen vil eg rette fokuset mot det tredje forskingsspørsmålet i oppgåva. Dei to første forskingsspørsmåla fokuserte på kva grad elevar på 10.trinn hadde utvikla metakognitive ferdigheite, i tillegg til å undersøke kva misoppfatningar som dukkar opp blant dei same elevane når dei gjennomførte ein diagnostiske kartleggingstest i algebra.

- «I kva grad opplever elevar på 10. trinn at dei har utvikla metakognitive ferdigheiter?»
- «Korleis svarar 10. klassingar når dei arbeider med diagnostiske oppgåver i algebra?»

Det tredje forskingsspørsmålet ville på ei anna side undersøke samanhengen mellom desse fenomena: «Kva samanhengar ser ein mellom 10.klassingars metakognisjon og misoppfatning, i arbeid med algebraoppgåver?». Dette forskingsspørsmålet rettar også fokuset mot det som eg ønsker å vise til når eg svarer på problemstillinga i denne oppgåva. Eg ønsker å finne samanhengen mellom variablane i denne undersøkinga, med tanken om at den eksisterer, og at desse kan relaterast.

Basert på resultatata i undersøkinga og den teoretiske forankringa kan eg argumentere for at det eksistera ein relativt tydleg samanheng mellom dei to fenomena. Resultata i punktskjemaet (tabell 8) viser til at variablane x og y i dei fleste tilfelle har ein korrelasjon, og legg seg relativt nærme den linjere grafen vist i tabellen. I variabelpara viser det at når x-verdiane, som i dette tilfelle er poengsummen til elevane innanfor metakognisjon, er høge, så er også y-verdiane høge. Y-verdiane, viser til poengsummen til elevane innanfor diagnostiske oppgåver i algebra. Dette betyr at når elevane i fleire tilfelle hadde høge x-verdiar, altså høgt utvikla metakognitive ferdigheiter, så hadde elevane høge y-verdiar også, som betyr lite misoppfatning i algebra. Nokre elevar skilde seg ut som eit avvik i datamateriale, ved at verdiane deira ikkje hadde like stor grad av korrelasjon.

På ein annan side så vil dette vere avvik vi må rekne med i alle studiar, og avvik som førekjem i få tilfelle. Hadde eg gjennomført denne undersøkinga på eit enda større utval av 10. klassingar, hadde eg forhåpentlegvis fått enda meir og klarare data på den samanhengen som eg argumenterer for at eksisterer. I ein kvar grafisk framstilling av data, så vil ein sjå etter eit overordna mønster, eller påfallande avvik frå dette mønsteret, noko eg har funne gjennom punktskjemaet i resultatdelen (tabell 8). Ved eit spreingsplott seier ein at samanhengen er stor, og korrelasjonen tydeleg, dersom punkta ligg nær ei rett linje, og svak dersom dei har stor spreing rundt ei rett linje, noko som bekreftar argumentet mitt om at variablane har ein samanheng. Eg vil vidare også argumentere for at et eksisterer ein samanheng, ved å drøfte teorien kring misoppfatning og metakognisjon.

### 5.3.1 Metakognitive ferdigheiter i læringsprosessen

Overordna del i læreplanverket kan ikkje tydeleggjere det godt nok, når dei uttrykker at: «Skulen skal bidra til at elevane reflekterer over si eiga læring, forstår sin eigen læringsprosess og tileignar seg kunnskap på sjølvstendig vis» (*Kunnskapsdepartementet, 2017*). Med dette meiner dei at elevane skal utviklast til sjølvstendige individ som i læringsprosessen veit kvar dei ligg kognitivt, kva som må til for at dei utviklar seg og ikkje minst som reflektera over læringa i etter tid for å oppnå ei djupare forståing. Dette handlar om å ha meistringsforventing til sin eigen læringsprosess, inneha kunnskap om læringsstrategiar som ressurs for læring og til slutt metarefleksjon som reiskap for å verte bevisst over eigen læring. Læring som prosess, der elevanes strategi og tenking konkurrerer likt med tanken om mengda korrekte svar har vorte lagt meir vekt på i opplæringa (Nostrati & Wæge, 2018). Det har med andre ord vorte meir fokus på korleis elevane brukar sin matematiske kompetanse, kva strategiar dei vel når dei løyser oppgåver og kva omgrepsforståing dei har. Ostad (2008) fremjar eit positivt syn på ei systematisk strategiopplæring. Det hevdast nemleg at ei potensiell forklaring på at elevar med matematikkvanskar opplever lite meistring i faget, ligg forankra i skulens undervisningsopplegg. Eit undervisningsopplegg vi kan tenke at manglar fokus på utvikling av metakognitive ferdigheiter, samt kartlegging og arbeid med misoppfatning.

Resultat frå tidelegare forskning viser til at direkte undervisning innan ferdigheiter som metakognisjon representera, kan vere nyttig for opplæringa (Blakey & Spence, 1990). Når overordna del snakkar om at elevane skal lære å lære, så ønsker ein å la elevar utvikle eit repertoar av ferdigheite som brukast for å løyse problem, der hovudmålet er utdanning gjennom bruk av læringsstrategiar og refleksjon. Når ein i opplæringa møter på situasjonar eller utfordringar ein ikkje meistrar, eller ikkje klarer å løyse fordi det representera nye erfaringar, så kan metakognitive ferdigheiter kome inn i bildet. Slike ferdigheiter er nødvendige når den vanlege responsen ikkje er tilstrekkeleg nok (Blakey & Spence, 1990).

Med dette som grunnlag, kan eg argumentere for at metakognitive ferdigheiter vil vere avgjerande og viktige for at elevane skal oppnå kognitiv utvikling og kome seg vidare i læringsprosessen. Elevane skal gjennom bruk av læringsstrategiar og metarefleksjon kunne på eit djupare plan utvikle seg og lære. Elevanes erfaringar og meistringsforventing vil spele inn som element i denne læringsprosessen, fordi elevane møter nye utfordringar, med dei erfaringane dei har frå tidlegare. Med rett opplæring i bruk av læringsstrategiar, og evna til å reflektere over eigen læring, så vil dette vere med på å skape læring i staden for utfordring og misoppfatning i matematikkfaget. Dette

handlar om at eleven skal: 1) lærast opp til å ha sjølvoppfatning om sitt eigen fagleg utgangspunkt og kva moglegheiter dei har til å lære, 2) utvikle eit repertoar av læringsstrategiar som dei kan ta i bruk for å løyse dei kognitive konflikter dei møter på og 3) drive metarefleksjon for å evaluere og reflektere over eigen læringsprosess for å vidare lære.

### 5.3.2 Kognitiv konflikt – eit verktøy mot misoppfatning

Eg har tidlegare snakka om kognitiv konflikt som ein ressurs for læring i matematikk. Eg vil argumentere for at kognitiv konflikt også vil kunne vere eit verktøy i møte med misoppfatningar i algebra og matematikken generelt. Vi kan trekke dette opp mot den kognitive læringsteorien, som representera tanken om at det er dei indre kognitive prosessane som er utgangspunkt for læring (Lyngsnes & Rismark, 2014). Säljö (2020) uttrykker at ei kognitiv konflikt vil vere viktig for elevens utvikling, for å kunne oppdage nye aspekt. For at dette skal vere gjeldande, må elevane vere i stand til å oppdage dei nye erfaringane som ikkje passar inn i det kognitive skjemaet deira. Elevane må kunne oppdage misoppfatningane sine, for å vidare bearbeide dei. Omarbeidar dei ikkje misoppfatningane, så vil dette i staden skape problem i vidare forståing og læring i matematikkfaget (Brekke, 2002).

Målet med å bruke kognitiv konflikt som ressurs i opplæringa, er å la elevane sjølv oppdage nye erfaringar og undersøke kva dei må gjere for å implementere desse i dei allereie eksisterande erfaringane dei har, for å skape ein djupare samanheng og kognitiv utvikling. Dersom elevane kun ser sidene som fell saman med dei erfaringane dei allereie har, så vil elevane assimilere kunnskapen, noko som ikkje fører til store endringar i tankesettet deira. Men omarbeidast dei nye erfaringane og ein akkommodasjon skjer, vil dette føre til kognitive endringar og elevane har potensiale for å læring (Säljö, 2020). Læring skjer når elevane er i stand til å putte erfaringane sine inn i dei mentale skjema. Når det oppstår ein ubalanse mellom skjemaet og dei nye erfaringane, så oppstår den kognitive konflikta. Denne konflikta vil vere ressurs for læring når elevane erfarer at det tankemønsteret dei har er ufullstendig, og det skapast eit behov for å endre tankemønster (Lyngsnes & Rismark, 2014). Den metakognitive ubalansen vil oppstå uansett, men kognitiv konflikt som ressurs for læring vil ikkje eksistere dersom elevane sjølv ikkje oppfattar at den kognitive ubalansen er der.

I opplæringa bør det fokuserast på ei undervisning der elevane lærast til å diagnostisere misoppfatningane sine, finne ut kva som gjer at dei står i ei kognitiv ubalanse, for så å arbeide med å løyse den kognitive konflikta. For å få til dette må opplæringa innebere ei form for diagnostisering



av meistringsforventingane og erfaringane til elevane. Vidare lære elevane til å ta i bruk læringsstrategiar for å arbeide med misoppfatningane, og til slutt jobbe med metarefleksjon av læringsprosessen for å forbetre og utvikle elevane vidare i denne prosessen. Diagnostisk undervisning er ein bevisst arbeidsmåte der ein sett søkelys på, og arbeider med vanlege feil og misoppfatningar som elevane har. Formålet med denne forma for undervisning er at diagnostiseringa skal finne fram kva erfaringar elevane treng å gjere gjennom undervisning for å bygge aktuelle omgrep (Matematikksenteret, u.å.-b). Beins (2012) poengtera at pedagogisk sett så kan vi seie at diagnostisk undervisning er ein konsekvens av det konstruktivistiske synet på læring. Der eit sentralt element i konstruktivismen handlar om at menneske konstruerer sin eigen kunnskap gjennom aktivitet og subjektive prosessar som resulterer i læring. Dette handlar om at elevane sjølv organiserer og strukturerer si eiga erfaringsverd og sin eigen kunnskap.

Ein grunnleggande idé bak diagnostisk undervisning handlar om at elevane kan ha feilaktige matematiske tankemønster, som hemmar dei i å oppnå meistring og moglegheit for vidare læring i faget. Det vert derfor sett på som avgjerande og svært viktig å diagnostisere elevane, for å kunne ta tak i misoppfatningane deira, slik at ein kan tette kunnskapshola elevane har (Beins, 2012).

Diagnostisk undervisning baserer seg derfor på prinsippet om at det er mogleg å identifisere kva tankar elevane har gjort seg om det komande lærestoffet, og ikkje minst kva misoppfatningar og hindringar dei vanlegvis støyter på når dei utviklar omgrep i matematikkfaget (Matematikksenteret, u.å.-a). Med denne arbeidsmåten ønsker ein både å diagnostisere tankane dei enkelte elevane har utvikla rundt ulike omgrep, men også det matematiske innhaldet i lærestoffet. Her finn ein elevens kunnskapsnivå i faget, samt gjer eit forsøk på å finne årsak til elevane sine fagvanskar.

Misoppfatning eksisterer som sagt i alle klasserom, og læraren treng gode didaktiske verktøy for å kunne diagnostisere og arbeide med desse utfordringane i klasserommet. Eg argumenterer for at matematikkopplæring i stor grad bør fokusere på diagnostisk undervisning i ein kombinasjon med fokus på å utvikle metakognitive ferdigheiter blant elevane. Dette vil både kunne hjelpe elevane til å diagnostisere misoppfatningane deira, minske grad av misoppfatning dei står i, for å vidare utvikle elevane til å møte utfordringar i seinare læringsprosess og samfunnet generelt. Matematikksenteret presenterer ei diagnostisk undervisning som skal handle om ulike fasar: 1) Identifiseringa misoppfatningar, 2) tilrettelegging av undervisning for å framheve eventuelle misoppfatningar, skape ei kognitiv konflikt, 3) løyse den kognitive konflikta. Dette er fasar som minner oss mykje om den læringsprosessen presentert tidlegare, der kategoriane av metakognisjon står sentralt. Begge versjonar representera tanken om læring som prosess, der ein først identifiserer uklare omgrep, nye

erfaringar eller misoppfatning. Vidare brukar strategiar og ei form for tilrettelagt undervisning for å løyse den kognitive koflikta som oppstår. For å til slutt ta i bruk diskusjon og refleksjon for å oppnå ei djupare forståing og vidare læring når ein løyser konflikta.

## 6 Avsluttande refleksjon

### 6.1 Konklusjon

Formålet med denne masteroppgåva var å undersøke problemstillinga: «I kva grad er det samanheng mellom metakognisjon og misoppfatning i algebra?». Eg tok i bruk tre forskingsspørsmål som hjelp til å belyse dette. Dei to første handla om i kva grad elevar på 10.trinn opplevde at dei hadde utvikla metakognitive ferdigheiter, samt korleis dei same elevane svarte når dei gjennomførte en diagnostisk kartleggingstest i algebra. Forskingsspørsmåla rettar seg mot to ulike fenomen, men begge desse var viktige å belyse for å til slutt svare på det tredje forskingsspørsmålet, som handla om samanhengen mellom dei. Omgrepa er henta frå to ulike teoretiske forankringar, men i løpet av undersøkinga ser ein at dei heng meir saman enn først tenkt.

Eg har i undersøkinga tatt i bruk spørjeskjema og diagnostisk kartleggingstest som metode for å hente inn empirisk datamateriale. Spørjeskjemaet var inspirert av MAI-skjemaet, og inneheldt påstandar om elevars eigen oppfatning av utvikla metakognitive ferdigheiter. Svara til elevane utgjorde verdiane for kva grad elevane opplevde at dei hadde utvikla metakognitive ferdigheiter. Skjemaet var også utgangspunktet for dei tre kategoriene av metakognitive ferdigheite som har gått igjen i oppgåva, og som eg i stor grad har retta fokuset mot når eg snakkar om metakognisjon. Den diagnostiske kartleggingstesten vart utarbeida med Matematikksenterets ressursider og Chelsea Diagnostic Mathematics Tests oppgåvene som utgangspunkt. Testen bestod av diagnostiske algebraoppgåver som skulle kartlegge elevars misoppfatning i algebra.

Gjennom arbeidet med oppgåva har det vorte enda tydelegare for meg at metakognisjon er eit sentralt aspekt ved kognitiv utvikling og læring. Ikkje minst at metakognisjon kan representast som eit verktøy for å arbeide med misoppfatningar i matematikk. Elevane skal i opplæringa utviklast til sjølvstendige individ som har meistringsforventingar om eigen kognisjon, har kunnskap om bruk av læringsstrategiar som ressurs for læring og som kan bruke metarefleksjon for å tenke over eigen læringsprosess. Eg har funne argument for at metakognitive ferdigheiter i undervisning vil vere nyttig for opplæringa, som ressurs når elevar møter nye erfaringar dei ikkje meistrar. I dette tilfellet representerer misoppfatningar i algebra nye erfaringar som elevane ikkje har omarbeida og løyst den kognitive ubalansen ved. Metakognisjon representera ferdigheiter som alle elevar har behov for, og som alle elevar vil dra nytte av i læringsprosessen. Alle elevar har behov for å utvikle

metakognisjon, fordi desse ferdigheitene er med på å løyse kognitive konflikhtar i læringsprosessen, som vidare skapar kognitiv utvikling.

Resultata i undersøkinga mi viser at alle elevar i ei eller anna form opplever å misoppfatning i algebra, noko som tydeleggjer behovet for metakognisjon blant alle elevar. Mange av elevane slit med dei same misoppfatningane knytt til rekneoperasjon, variabelforståing og likskapsteiknets betydning – med erfaringar frå aritmetikken som grunnlag. Misoppfatning eksisterer i alle klasserom, og lærarens behov for gode didaktiske verktøy er sentral. Eit fokus på diagnostisk undervising og utvikling av metakognisjon blant elevane, vil kunne minske grad av misoppfatning og ruste elevane til å handtere utfordringar elles i læringsprosessen. Elevane som har høg grad metakognisjon har ferdigheiter til å strukturere ny informasjon, dei kjenner sine egne moglegheiter til læring, dei veit kva strategiar som trengs for å løyse den kognitive ubalansen og ikkje minst klarer å reflektere over eigen læringsprosess for å skape djupare forståing. Dette er elevar som i større grad har mindre misoppfatningar i faget, fordi dei klarer å omarbeide dei nye erfaringane som misoppfatningane representerer.

## 6.2 Implikasjonar

Prosjektet har hatt eit utval av 50-60 elevar som avgrensar størrelsen og tyngda på resultata. Det ville i vidare forskning vore interessant å gjennomført den same undersøkinga på fleire elevar, for å sjå om resultata mine kan representere eit større utval representantar. I datamaterialet var det både jenter og gutar som gjennomførte spørjeskjemaet. Det ville i vidare forskning også vore spennande å undersøkt om det eksisterer ulikheiter mellom kjønna når det kjem til tema i undersøkinga. Til slutt ville eg også retta fokuset mot påstanden om at læraren utpeikast som ei sentral kjelde til at elevars misoppfatning i matematikk. I framtida kan det vere lurt å opplyse og utdanne lærarar om desse tema. For å undersøke desse tre retningane ville det vore spennande å ta i bruk intervju og observasjon som metode, nettopp for å kunne få eit nærare bilete av kva elevar og lærar tenker rundt fenomenet metakognisjon og misoppfatning.

## 7 Litteraturliste

- Academic support center. (u.å.). *Metacognitive Awareness Inventory*. <https://www.rcsj.edu/Tutoring-site/Gloucester-site/Documents/Metacognitive%20Awareness%20Inventory.pdf>
- Algebra / STILK*. (u.å.). Henta 18. mai 2023, frå [https://www-stem-org-uk.translate.goog/resources/community/collection/22070/algebra?\\_x\\_tr\\_sl=en&\\_x\\_tr\\_tl=no&\\_x\\_tr\\_hl=no&\\_x\\_tr\\_pto=wapp](https://www-stem-org-uk.translate.goog/resources/community/collection/22070/algebra?_x_tr_sl=en&_x_tr_tl=no&_x_tr_hl=no&_x_tr_pto=wapp)
- Andreassen, R. (2014). Læringsstrategiar. I *Pedagogikk: En grunnbok* (s. 214–231). Cappelen Damm AS.
- Ay, Y. (2017). A Review of Research on The Misconceptions in Mathematics Education. I Dr. M. Shelley & Dr. M. Pehlivan, *Education Research Highlights in Mathematics* (s. 21–31). ISRES Publishing.
- Befring, E. (2016). *Forskningsmetoder i utdanningsvitenskap*. Cappelen Damm AS.
- Beins, B. C. (2012). Jean Piaget: Theorist of the Child's Mind. I W. E. Pickren, D. A. Dewsbury, & M. Wertheimer, *Portraits of pioneers in developmental psychology* (s. 89–109). Psychology Press.
- Bell, A. (1993). Principles for the Design of Teaching. *Educational Studies in Mathematics*, 24(1), 5–34.
- Bell, A. (1996). Problem-Solving Approaches to Algebra: Two Aspects. I *Approaches to Algebra* (s. 167–185). Dordrecht: Springer Netherlands.
- Blakey, E., & Spence, S. (1990). Developing Metacognition. *ERIC Clearinghouse*.
- Boaler, J. (2016). *Mathematical mindsets: Unleashing students' potential through creative math, inspiring messages, and innovative teaching*. Jossey Bass Publishers.
- Booth, J., Mcginn, K., Barbieri, C., & Young, L. (2017). Misconceptions and Learning Algebra. I *And the rest is just algebra* (s. 63–78). [https://doi.org/10.1007/978-3-319-45053-7\\_4](https://doi.org/10.1007/978-3-319-45053-7_4)
- Bradal, R. (2010, oktober 5). *Ronalds blogg om god matematikkundervisning: Affektive sider ved matematikkfaget*. <http://ronaldmatte.blogspot.com/2010/10/affektive-sider-ved-matematikkfaget.html>
- Brandmo, C. (2014a). Kognitive og sosialkognitive tilnærmingar til læring. I *Pedagogikk: En grunnbok* (s. 179–196). Cappelen Damm AS.
- Brandmo, C. (2014b). Metkognisjon og selvregulert læring. I *Pedagogikk: En grunnbok* (s. 197–213). Cappelen Damm AS.
- Brekke, G. (2002). *Introduksjon til diagnostisk undervisning i matematikk*. Nasjonalt læremiddelsenter.

- Brekke, G. (2018). *Kartlegging av matematikkforståelse: Utdrag fra Introduksjon til diagnostisk undervisning i matematikk*. Matematikksenteret.  
[https://realfagsloyper.no/sites/default/files/2018-09/Brekke%2C%20G\\_Introduksjon%20til%20diagnostisk%20undervisning%20i%20matematikk%20%E2%80%93%20Utdrag.pdf](https://realfagsloyper.no/sites/default/files/2018-09/Brekke%2C%20G_Introduksjon%20til%20diagnostisk%20undervisning%20i%20matematikk%20%E2%80%93%20Utdrag.pdf)
- Brekke, G., Grønmo, L. S., & Rosén, B. (2000). *Kartlegging av matematikkforståelse: Veiledning til algebra*. Nasjonalt læremiddelsenter.  
<https://web01.usn.no/~panderse/KIMhefter/kimgammelalge.pdf>
- Bruner, J. S. (1996). *The culture of education*. Harvard University Press.
- Carraher, D., & Schliemann, A. (2018). *Carraher and Schliemann—Cultivating Algebraic Thinking*.  
<https://doi.org/10.13140/RG.2.2.19993.26728>
- CSMS files. (1985). <http://iccams-maths.org/CSMS/>
- de Vaus, D. (2014). *Surveys in social research* (6. utg.). Routledge.
- Dewey, J. (1997). *How to think*. Dover Publications.
- Diagnostiske oppgaver knyttet til Brøk og prosent*. (u.å.). Matematikksenteret. Henta 5. april 2023, frå <https://www.matematikksenteret.no/kartlegging-i-matematikk/misoppfatninger-i-matematikk/diagnostiske-oppgaver-knyttet-til-br%C3%B8k-og>
- Diseth, Å. (2019). *Motivasjonspsykologi*. Gyldendal.
- Elstad, E. (2021). Læringsstrategier. I *Pedagogikk for kommende lærere* (s. 125–147). Universitetsforlaget.
- Flavell, J. (1979). Metacognition and Cognitive Monitoring: A New Area of Cognitive—Developmental Inquiry. *American Psychologist*, 4(10), 906–9011.
- Formålet med opplæringen*. (u.å.). Henta 24. mai 2023, frå <https://www.udir.no/lk20/overordnet-del/formalet-med-opplaringen/?lang=nob>
- Frønes, T. S., & Pettersen, A. (2021). Spørreundersøkelser i utdanningsforskning. I E. Andersson-Bakken & C. P. Dalland, *Metoder i klasseromsforskning: Forskningsdesign, datainnsamling og analyse* (s. 167–205). Universitetsforlaget.
- Gilje, N., & Grimen, H. (1995). *Samfunnsvitenskapenes forutsetninger: Innføring i samfunnsvitenskapenes vitenskapsfilosofi* (2. utg.). Universitetsforlaget.
- Grønmo, S. (2016). *Samfunnsvitenskapelige metoder* (2. utg.). Fagbokforlaget.
- Gundersen, D. (2021). Vitenskap. I *Store norske leksikon*. Universitetet i Oslo.  
<https://snl.no/vitenskap>
- H. Flavell, J. (2000). Development of children’s knowledge about the mental world. *The International Society for the Study of Behavioural Development*, 24(1), 15–23.

<https://doi.org/10.1080/016502500383421>

- Hartman, H. J. (2001). Developing Students' Metacognitive Knowledge and Skills. I H. J. Hartman (Red.), *Metacognition in Learning and Instruction: Theory, Research and Practice* (s. 33–68). Springer Netherlands. [https://doi.org/10.1007/978-94-017-2243-8\\_3](https://doi.org/10.1007/978-94-017-2243-8_3)
- Haugen, R. (Red.). (2006). *Barn og unges læringsmiljø 1: Grunnleggende prosesser i læring og utvikling* (2. utg.). Høyskoleforlaget AS.
- Hinna, K. R. C., & Rinvold, R. A. (2022). Språk og didaktiske verktøy. I *QED 1-7: Matematikk for grunnskolelærerutdanningen Bind 1* (2. utg., s. 659–729). Cappelen Damm AS.
- Hitching, G. H., & Mørch, H. W. (2014). Problemløsning i matematikk. I T. Stølen Gustavsen, K. R. C. Hinna, I. C. Borge, & P. S. Andersen, *QED 5-10: Matematikk for grunnskolelærerutdanningen Bind 2* (s. 745–777). Cappelen Damm akademisk.
- Holm, M. (2012). *Opplæring i matematikk* (2. utg.). Cappelen Damm akademisk.
- Hva er en misoppfatning?* (u.å.). Matematikksenteret. Henta 22. februar 2023, frå <https://www.matematikksenteret.no/kartlegging-i-matematikk/misoppfatninger-i-matematikk/hva-er-en-misoppfatning>
- Hva Er Vitenskapsteoretiske Perspektiver?* (u.å.). Henta 8. desember 2022, frå <https://www.finanssenteret.as/emne/4686/hva-er-vitenskapsteoretiske-perspektiver>
- Høgheim, S. (2020). *Masteroppgaven i glu*. Fagbokforlaget.
- Imsen, G. (2020). *Elevens verden: Innføring i pedagogisk psykologi* (6. utg.). Universitetsforlaget.
- Jacobsen, D. I. (2018). *Hvordan gjennomføre undersøkelser? Innføring i samfunnsvitenskapelig metode* (3. utg.). Cappelen Damm akademisk.
- Johanennessen, A., Tuft, P. A., & Christoffersen, L. (2010). *Introduksjon til samfunnsvitenskapelig metode* (4. utg.). Abstrakt forlag.
- John Dewey og hans syn på utdanning*. (2018, september 21). Utforsk Sinnet. <https://utforsksinnet.no/john-dewey-og-hans-syn-pa-utdanning/>
- Johnsen-Høines, M., & Alrø, H. (2019). Forskningsmetodologi og undervisningsmetodologi i utdanningsforskning. I *Demokratisk danning i skolen* (s. 34–48). Universitetsforlaget. <https://doi.org/10.18261/9788215031637-2019-02>
- Kaput, J. (2017). *1 What Is Algebra? What Is Algebraic Reasoning?* (s. 5–18). <https://doi.org/10.4324/9781315097435-2>
- Karlsen, L., & Klaveness, E. (2019). Favorittfeil og forhandling om mening. I K. Kverndokken (Red.), *101 grep for å aktivisere elever i matematikk: Matematikdidaktikk i teori og praksis* (s. 107–132). Fagbokforlaget.
- Kieran, C. (1981). Concepts associated with the equality symbol. *Educational Studies in*

- Mathematics*, 12(3), 317–326. <https://doi.org/10.1007/BF00311062>
- Kieran, C. (2004). Algebraic thinking in the early grades: What is it. *The Mathematics Educator*, 8, 139–151.
- Kieran, C. (2014). Algebra Teaching and Learning. I S. Lerman (Red.), *Encyclopedia of Mathematics Education* (s. 27–32). Springer Netherlands. [https://doi.org/10.1007/978-94-007-4978-8\\_6](https://doi.org/10.1007/978-94-007-4978-8_6)
- Kieran, C., Pang, J., Schifter, D., & Ng, S. F. (2016). Survey of the State of the Art. I C. Kieran, J. Pang, D. Schifter, & S. F. Ng (Red.), *Early Algebra: Research into its Nature, its Learning, its Teaching* (s. 3–32). Springer International Publishing. [https://doi.org/10.1007/978-3-319-32258-2\\_2](https://doi.org/10.1007/978-3-319-32258-2_2)
- Kilborn, W. (1992). Noe om diagnostisk undervisning. I S. Mellin-Olsen (Red.), *Perspektiver på matematikkvansker* (s. 29–40). Caspar forlag AS.
- Kleven, T. A., & Hjordemaal, F. (2018). *Innføring i pedagogisk forskningsmetode: En hjelp til kritisk tolking og vurdering* (3. utg.). Fagbokforlaget.
- Opplæringslova, LOV-1998-07-17-61 (1998).
- Kunnskapsdepartementet. (2017). *Overordnet del – verdier og prinsipper for grunnopplæringen*. Fastsett som forskrift ved kongelig resolusjon. Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2020. <https://www.udir.no/lk20/overordnet-del/?lang=nob>
- Kunnskapsdepartementet. (2020, august 1). *Læreplan i matematikk 1.–10. Trinn (MAT01-05)*. Udir. <https://www.udir.no/lk20/mat01-05?lang=nob>
- Kvarv, S. (2021). *Vitenskapsteori: Tradisjoner, posisjoner og diskusjoner* (3. utg.). Novus.
- Kverndokken, K., Klaveness, E., & Karlsen, L. (Red.). (2019). *101 grep for å aktivisere elever i matematikk: Matematikdidaktikk i teori og praksis*. Fagbokforlaget.
- Larsen, A. K. (2017). *En enklere metode: Veiledning i samfunnsvitenskapelig forskningsmetode* (2. utg.). Fagbokforlaget.
- Laskey, M. L., & Hetzel, C. J. (2010). Self-Regulated Learning, Metacognition, and Soft Skills: The 21st Century Learner. I *Online Submission*. <https://eric.ed.gov/?id=ED511589>
- Lyngsnes, K., & Rismark, M. (2014). *Didaktisk arbeid* (3. utg.). Gyldendal akademisk.
- Løvås, G. G. (2013). *Statistikk for universitet og høyskole* (4. utg.). Universitetsforlaget.
- Martinez, M. E. (2006). What is Metacognition? *Phi Delta Kappan*, 87(9), 696–699. <https://doi.org/10.1177/003172170608700916>
- Maskiewicz, A. C., & Lineback, J. E. (2017). *Misconceptions Are “So Yesterday!”*. 12(3), 315–575. <https://doi.org/10.1187/cbe.13-01-0014>
- Matematikksenteret. (u.å.-a). *Diagnostisk undervisning*.



[https://www.matematikkssenteret.no/sites/default/files/attachments/Elever%20som%20prester%20lavt/P3\\_M3Brekke-G-Diagnostisk-undervisning\\_Utdrag.pdf](https://www.matematikkssenteret.no/sites/default/files/attachments/Elever%20som%20prester%20lavt/P3_M3Brekke-G-Diagnostisk-undervisning_Utdrag.pdf)

Matematikkssenteret. (u.å.-b). *Kartlegging av matematikkforståelse: Diagnostisk undervisning*. Henta 4. mai 2023, frå

[https://www.matematikkssenteret.no/sites/default/files/attachments/Elever%20som%20prester%20lavt/P3\\_M3Brekke-G-Diagnostisk-undervisning\\_Utdrag.pdf](https://www.matematikkssenteret.no/sites/default/files/attachments/Elever%20som%20prester%20lavt/P3_M3Brekke-G-Diagnostisk-undervisning_Utdrag.pdf)

Medbø, J. I. (2018). *Innføring i statistikk og dataanalyse: For studenter i idretts- og helsefag*. Cappelen Damm akademisk.

Metcalf, B. in the D. of P. J., Metcalf, J., & Shimamura, A. P. (1994). *Metacognition: Knowing about Knowing*. MIT Press.

*Misoppfatninger i matematikk*. (u.å.). Matematikkssenteret. Henta 5. april 2023, frå

<https://www.matematikkssenteret.no/kartlegging-i-matematikk/misoppfatninger-i-matematikk>

Norman, E. (2019). *Affekt og kognisjon*. Universitetsforlaget.

Nostrati, M., & Wæge, K. (2018). *Dybdeløring i matematikk*.

[https://realfagsloyper.no/sites/default/files/2021-03/T3.P1.M1A-](https://realfagsloyper.no/sites/default/files/2021-03/T3.P1.M1A-Dybdel%C3%A6ring%20i%20matematikk_2.pdf)

[Dybdel%C3%A6ring%20i%20matematikk\\_2.pdf](https://realfagsloyper.no/sites/default/files/2021-03/T3.P1.M1A-Dybdel%C3%A6ring%20i%20matematikk_2.pdf)

Nyeng, F. (2018). *Nøkkeltbegreper i forskningsmetode og vitenskapsteori*. Fagbokforlaget.

Nygaard, O., & Zernichow, A. G. (2006). Den blokkerende misoppfatning. I *Spesialpedagogikk* (Bd. 4, s. 34–38). <https://home.uia.no/olavn/blokkerende.pdf>

Naalsund, M. (2012). *Why is Algebra So Difficult?: A Study of Norwegian Lower Secondary Students' Algebraic Proficiency: Thesis Submitted for the Degree of Philosophiae Doctor (PhD)*. Faculty of Educational Sciences, University of Oslo.

Ostad, S. A. (2008). *Strategier, strategiobservasjon og strategioppløring: Med fokus på elever med matematikkvansker*. Læreboka forlag AS.

Ostad, S. A. (2010). *Matematikkvansker: En forskningsbasert tilnærming*.

Pass, A. (2023, februar 7). 4 Common Misconceptions Students Have About Algebra and How Publishers Can Help. *A Pass Educational Group LLC*. <https://apasseducation.com/education-blog/4-misconceptions-students-have-algebra/>

Piaget, J. (2003). Part I: Cognitive Development in Children--Piaget Development and Learning. *Journal of Research in Science Teaching*, 40. <https://eric.ed.gov/?id=ej773455>

Pintrich, P. R. (2002). The Role of Metacognitive Knowledge in Learning, Teaching, and Assessing. *Theory Into Practice*, 41(4), 219–225.

Raelin, J. A. (2001). Public Reflection as the Basis of Learning. *Management Learning*, 32(1), 11–30. <https://doi.org/10.1177/1350507601321002>

- Refleksjonens betydning for læring.* (2016, april 3). YtreVenstre.  
<http://www.ytrevenstre.no/refleksjon/>
- Rinvold, R. A., Stølen Gustavsen, T., Hinna, K. R. C., & Sundtjønn, T. (2022). Algebra. I T. Sundtjønn (Red.), *QED 1-7: Matematikk for grunnskolelærerutdanningen Bind 1* (2. utg., s. 177–276). Cappelen Damm akademisk.
- Røsseland, M. (2005). *Hva er matematisk kompetanse?* Caspar.  
[http://www.caspar.no/tangenten/2005/rosseland\\_1\\_2005.pdf](http://www.caspar.no/tangenten/2005/rosseland_1_2005.pdf)
- Schraw, G., & Dennison, R. S. (1994). Assessing Metacognitive Awareness. *Contemporary Educational Psychology, 19*(4), 460–475. <https://doi.org/10.1006/ceps.1994.1033>
- Schuster, C., Stebner, F., Leutner, D., & Wirth, J. (2020). Transfer of metacognitive skills in self-regulated learning: An experimental training study. *Metacognition and Learning, 15*(3), 455–477. <https://doi.org/10.1007/s11409-020-09237-5>
- Selvik, B. K., Rinvold, R., & Høines, M. J. (2007). *Matematiske sammenhenger.* Caspar forlag AS.
- Skemp, R. R. (u.å.). *Relational Understanding and Instrumental Understanding.*
- Skemp, R. R. (2006). Relational Understanding and Instrumental Understanding. *Mathematics Teaching in the Middle School, 12*(2), 88–95.
- Skaalvik, C., & Skaalvik, E. M. (2020a). Innledning. I *Opplæring til selvstendighet: Et sosialt kognitivt perspektiv* (s. 11–18). Universitetsforlaget.
- Skaalvik, C., & Skaalvik, E. M. (2020b). Mestringsforventning. I *Opplæring til selvstendighet: Et sosialt kognitivt perspektiv* (s. 40–50). Universitetsforlaget.
- Skaalvik, E. M., & Skaalvik, S. (1996). *Selvoppfatning, motivasjon og læringsmiljø.* TANO AS.
- Skaalvik, E. M., & Skaalvik, S. (2019). *Skolen som læringsarena: Selvoppfatning, motivasjon og læring* (3. utg.). Universitetsforlaget.
- Smith, J. P., diSessa, A. A., & Roschelle, J. (1993). Misconceptions Reconceived: A Constructivist Analysis of Knowledge in Transition. *The Journal of the Learning Sciences, 3*(2), 115–163.
- Stephens, A. C. (2006). Equivalence and relational thinking: Preservice elementary teachers' awareness of opportunities and misconceptions. *Journal of Mathematics Teacher Education, 9*(3), 249–278. <https://doi.org/10.1007/s10857-006-9000-1>
- Strømfors, G., & Edland-Gryt, M. (2013). *Jeg visste ikke at jeg kunne så mye: Praksisrefleksjon på arbeidsplassen.* Gyldendal akademisk.
- Svartdal, F. (2023). Metakognisjon. I *Store norske leksikon.* <https://snl.no/metakognisjon>
- Svingen, O. E. L. (2016). *Barns strategier i arbeid med tall.* Matematikksenteret.  
<https://www.matematikksenteret.no/sites/default/files/attachments/page/Svingen%20Barns%20strategier%20i%20arbeid%20med%20tall.pdf>

- Säljö, R. (2020). Støtte til læring—Tradisjoner og teorier. I *Praktisk-pedagogisk utdanning* (2. utg., s. 57–82). Fagbokforlaget.
- Tanner, K. D. (2012). Promoting Student Metacognition. *CBE Life Sciences Education*, 11(2), 113–120. <https://doi.org/10.1187/cbe.12-03-0033>
- Teasdale, T., & Svendsen, H. (2005). Spørgekemaer. I G. Christensen (Red.), *Psykologiske og pædagogiske metoder: Kvalitative og kvantitative forskningsmetoder i praksis* (s. 57–66). Roskilde Universitetsforlag.
- Thagaard, T. (2018). *Systematikk og innlevelse: En innføring i kvalitative metoder* (5. utg.). Fagbokforlaget.
- Thrane, C. (2019). *Kvantitativ metode*. Cappelen Damm AS.
- Toft, A. (2022). *Videoforelesing 1: Hva er vitenskap?* [Undervisningsvideo].
- Tufte, P. A. (2018). *Hvordan lese kvantitativ forskning?* Cappelen Damm AS.
- Typiske misoppfatninger om algebra / Riktig*. (u.å.). Henta 18. mai 2023, frå <https://riktig.gyldendal.no/artikler/typiske-misoppfatninger-om-algebra>
- Universitetet i Oslo. (2022). *Kapittel 2: Utforske data—Sammenhenger*. [https://www.uio.no/studier/emner/matnat/math/STK1000/h20/forelesninger/kapittel2\\_ml.pdf](https://www.uio.no/studier/emner/matnat/math/STK1000/h20/forelesninger/kapittel2_ml.pdf)
- Welder, R. M. (2012). Improving Algebra Preparation: Implications From Research on Student Misconceptions and Difficulties. *School Science and Mathematics*, 112(4), 255–264. <https://doi.org/10.1111/j.1949-8594.2012.00136.x>
- Wheeler, D. (1996). Backwards and Forwards: Reflections on Different Approaches to Algebra. I N. Bernarz, C. Kieran, & L. Lee (Red.), *Approaches to Algebra: Perspectives for Research and Teaching* (s. 317–325). Springer Netherlands. [https://doi.org/10.1007/978-94-009-1732-3\\_21](https://doi.org/10.1007/978-94-009-1732-3_21)
- Wittek, L., & Brandmo, C. (2014). Ulike tilnærminger til læring: Et historisk riss. I *Pedagogikk: En grunnbok* (s. 113–143). Cappelen Damm akademisk.
- Wæge, K., & Nosrati, M. (2018). *Motivasjon i matematikk*. Universitetsforlaget.
- Wæge, K., & Nostrati, M. (2015, april 30). *Sentrale kjennetegn på god læring og undervisning i matematikk*. Utdanningsforskning.no. <https://utdanningsforskning.no/artikler/2015/sentrale-kjennetegn-pa-god-laring-og-undervisning-i-matematikk/>
- Zimmerman, B. J. (1990). Self-Regulated Learning and Academic Achievement: An Overview. *Educational Psychologist*, 25(1), 3–17. [https://doi.org/10.1207/s15326985ep2501\\_2](https://doi.org/10.1207/s15326985ep2501_2)
- Aaslund, M. A., & Nygaard, S. (2021). *Matematikkvansker* (2. utg.). Fagbokforlaget.

# Vedlegg 1

## Metacognitive Awareness Inventory (MAI)

Think of yourself as a **learner**. Read each statement carefully. Consider if the statement is true or false as it generally applies to you when you are in the role of a learner (student, attending classes, university etc.) Check (✓) True or False as appropriate. When finished all statements, apply your responses to the Scoring Guide.

	True	False
1. I ask myself periodically if I am meeting my goals.		
2. I consider several alternatives to a problem before I answer.		
3. I try to use strategies that have worked in the past.		
4. I pace myself while learning in order to have enough time.		
5. I understand my intellectual strengths and weaknesses.		
6. I think about what I really need to learn before I begin a task		
7. I know how well I did once I finish a test.		
8. I set specific goals before I begin a task.		
9. I slow down when I encounter important information.		
10. I know what kind of information is most important to learn.		
11. I ask myself if I have considered all options when solving a problem.		
12. I am good at organizing information.		
13. I consciously focus my attention on important information.		
14. I have a specific purpose for each strategy I use.		
15. I learn best when I know something about the topic.		
16. I know what the teacher expects me to learn.		
17. I am good at remembering information.		
18. I use different learning strategies depending on the situation.		
19. I ask myself if there was an easier way to do things after I finish a task.		
20. I have control over how well I learn.		
21. I periodically review to help me understand important relationships.		
22. I ask myself questions about the material before I begin.		
23. I think of several ways to solve a problem and choose the best one.		
24. I summarize what I've learned after I finish.		

	True	False
25. I ask others for help when I don't understand something.		
26. I can motivate myself to learn when I need to		
27. I am aware of what strategies I use when I study.		
28. I find myself analyzing the usefulness of strategies while I study.		
29. I use my intellectual strengths to compensate for my weaknesses.		
30. I focus on the meaning and significance of new information.		
31. I create my own examples to make information more meaningful.		
32. I am a good judge of how well I understand something.		
33. I find myself using helpful learning strategies automatically.		
34. I find myself pausing regularly to check my comprehension.		
35. I know when each strategy I use will be most effective.		
36. I ask myself how well I accomplish my goals once I'm finished.		
37. I draw pictures or diagrams to help me understand while learning.		
38. I ask myself if I have considered all options after I solve a problem.		
39. I try to translate new information into my own words.		
40. I change strategies when I fail to understand.		
41. I use the organizational structure of the text to help me learn.		
42. I read instructions carefully before I begin a task.		
43. I ask myself if what I'm reading is related to what I already know.		
44. I reevaluate my assumptions when I get confused.		
45. I organize my time to best accomplish my goals.		
46. I learn more when I am interested in the topic.		
47. I try to break studying down into smaller steps.		
48. I focus on overall meaning rather than specifics.		
49. I ask myself questions about how well I am doing while I am learning something new.		
50. I ask myself if I learned as much as I could have once I finish a task.		
51. I stop and go back over new information that is not clear.		
52. I stop and reread when I get confused.		

This survey and scoring guide are attributed to Schraw, G. & Dennison, R.S. (1994). Assessing metacognitive awareness. *Contemporary Educational Psychology, 19*, 460-475.

## Vedlegg 2

### Spørreskjema: Metakognitiv bevisstheit

Tenk på deg sjølv når du lærer nye ting og arbeider med fag. Her skal du vurdere dine egne tankar og vurderingar kring dette. Les påstandane nøye og kryss av for *enig* eller *uenig*.

Sjå deg sjølv i rolla som elev, korleis tenkjer og reflekterer du når du arbeider med oppgåver og lærer nye ting. Vurder om påstanden er sann eller usann.

Meiner du påstanden stemmer for deg, så kryssar du *enig*, stemmer den ikkje, så kryssar du *uenig*.

		Einig	Uenig
1.	Eg spør meg sjølv jamleg om eg har forstått det eg skal lære.		
2.	Når eg skal løyse ei oppgåve, så vurderer eg ulike alternativ før eg svarar.		
3.	Når eg løyser oppgåver, så brukar eg ulike metodar eller strategiar som eg har lært for å hjelpe meg sjølv i arbeidet med oppgåva. For eksempel...		
4.	Eg kjenner til mine styrker og svakheiter når det kjem til forståing, refleksjon og læring i dei ulike faga eg arbeider med på skulen.		
5.	Før eg startar å arbeide med ei oppgåve, så tenker eg over kva eg skal å lære om mens eg arbeider med den.		
6.	Når eg leverer ei prøve, så veit eg med ein gong om eg gjorde det bra eller dårleg på den.		
7.	Før eg startar med oppgåver så sett eg meg spesifikke mål om kva eg skal få til.		
8.	Dersom det vert gitt informasjon om noko, så stoppar eg opp for å få med meg det viktigaste. Enten ved å for eksempel skrive det ned eller lytte godt.		
9.	Eg forstår kva informasjon som er viktig å lære og kva som ikkje er like viktig.		
10.	Når eg løyser ei oppgåve, så passar eg på å spør meg sjølv om eg har vurdert alle alternativa eg kan bruke for å svare godt på den.		
11.	Eg er god til å organisere og strukturere informasjon eg får.		
12.	Dersom eg brukar strategiar for å hjelpe meg sjølv ved arbeid og oppgåvegjering, så veit eg alltid kvifor eg brukar dei ulike strategiane og til kva tid det er lurt å bruke dei.		
13.	Eg lærar best dersom eg veit noko om temaet frå før.		
14.	Eg veit kva læraren forventar at eg skal lære når vi arbeider med ulike tema.		
15.	Eg er god på å huske informasjon.		
16.	Når eg er ferdig med ei oppgåve, så spør eg meg sjølv om det eksisterar ein enklare måte å løyse den på.		

17.	Når eg skal løyse ei oppgåve eller eit problem, så tenker eg på mange ulike metodar eg kan bruke for å løyse det, og vel den beste måten.		
18.	Eg oppsummerar kva eg har lært når eg er ferdig med noko.		
19.	Eg spør andre om hjelp dersom eg ikkje forstår noko.		
20.	Eg klarer å motivere meg sjølv til å lære når eg må.		
21.	Eg bruker mine styrker innanfor tenking og refleksjon til å kompensere for svakheitene mine fagleg.		
22.	Når eg lærer nye ting, så klarer eg å fokusere på det positive ved å innhente seg ny informasjon og lære nye ting.		
23.	Eg lagar egne eksempel når eg arbeider, for å gjere ny informasjon enklare å forstå.		
24.	Eg er god til å vurdere meg sjølv og kor godt eg forstår ting.		
25.	Når eg arbeider med noko, så nyttar eg automatisk ulike strategiar eller metodar for å svare enklare på oppgåver eller forstå betre.		
26.	Eg stoppar ofte opp undervegs når eg arbeider for å sjekke om eg forstår riktig.		
27.	Når eg er ferdig, så spør eg meg sjølv om eg har forstått det eg skulle lære.		
28.	Eg brukar å teikne diagram eller skisser for å forstå betre når eg lærer.		
29.	Eg forsøkar alltid å oversette ny informasjon til egne ord for å forstå innhaldet betre.		
30.	Eg endrar val av strategi dersom eg mislykkast med å forstå noko.		
31.	Eg les introduksjonen nøye før eg startar med ein oppgåve, gjerne fleire gongar.		
32.	Når eg les eller arbeider med eit nytt tema, så spør eg meg sjølv om dette heng saman med noko eg allereie veit om temaet.		
33.	Dersom eg vert forvirra når eg arbeider eller lærer noko nytt, så stoppar eg opp for å sjekke om det eg veit om temaet stemmer, og om eg har forstått det riktig.		
34.	Eg organiserer tida mi for å nå måla mine best mogleg.		
35.	Eg lærer betre dersom eg temaet vi skal lære om interesserar meg.		
36.	Når eg arbeider med oppgåver så forsøker eg å dele arbeidet i mindre trinn.		
37.	Eg likar best å ha ei generell forståing av ting, framfor å fordjupe seg på enkelte tema.		
38.	Når eg er ferdig med eit arbeid eller ei oppgåve, så spør eg meg sjølv om eg har lært så mykje som eg hadde potensiale til å gjere.		
39.	Dersom eg blir forvirrar når eg les, så stoppar eg og lesar oppatt for å forstå.		

## Vedlegg 3

### Metacognitive awareness inventory (MAI) – Scoring guide

For kvart *enig*, gi 1 poeng i poengkolonna. For kvart *uenig*, gi 0 poeng i poengkolonna.

**Total** - poengsummen for kvar kategori og plass i boksa. **Les** beskrivelsen knytt til kvar seksjon.

#### KUNNSKAP OM KOGNISJON

<b>Deklarative kunnskap</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>Elevens kunnskap om seg sjølv og sine ferdigheiter.</li> </ul> <b>Prosedyrekunnskap</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>Elevens kunnskap om korleis og til kva tid ein skal benytte strategiar/læringsprosesyder.</li> </ul> <b>Betinget kunnskap</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>Elevens kunnskap om kortid og kvifor vi brukar strategiar/læringsprosedyrer.</li> </ul>	<b>Deklarative kunnskap</b>		<b>Poeng</b>
	4. Eg kjenner til mine styrker og svakheiter når det kjem til forståing, refleksjon og læring i dei ulike faga eg arbeider med på skulen.		
	9. Eg forstår kva informasjon som er viktig å lære og kva som ikkje er like viktig.		
	11. Eg er god til å organisere og strukturere informasjon eg får.		
	14. Eg veit kva læraren forventar at eg skal lære når vi arbeider med ulike tema.		
	15. Eg er god på å huske informasjon.		
	24. Eg er god til å vurdere meg sjølv og kor godt eg forstår ting.		
	35. Eg lærer betre dersom eg temaet vi skal lære om interesserar meg.		
	TOTAL		7
<b>Prosedyrekunnskap</b>	<b>Poeng</b>	<b>Betinget kunnskap</b>	<b>Poeng</b>
3. Når eg løyser oppgåver, så brukar eg ulike metodar eller strategiar som eg har lært for å hjelpe meg sjølv i arbeidet med oppgåva. For eksempel...		13. Eg lærar best nye ting dersom eg veit noko om temaet frå før.	
12. Dersom eg brukar strategiar for å hjelpe meg sjølv ved arbeid og oppgåvegjerjing, så veit eg alltid kvifor eg brukar dei ulike strategiane og til kva tid det er lurt å bruke dei.		20. Eg klarer best å motivere meg sjølv til å lære når eg veit at eg må.	
25. Når eg arbeider med noko, så nyttar eg automatisk ulike strategiar eller metodar for å svare enklare på oppgåver eller forstå betre.		21. Eg bruker mine styrker innanfor tenking og refleksjon til å kompensere for svakheitene mine fagleg.	
	TOTAL		TOTAL
	3		5

Undersøkinga og poeng guiden tilskrives Schraw, G. & Dennison, R.S. (1994). Assessing metacognitive awareness. Contemporary Educational Psychology, 19, 460-475. Egen revidering og oversettelse til norsk, Holen.T.



## REGULERING AV KOGNISJON

<b>Planlegger</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Elevens planlegging, målsetting og tildeling av ressurser før læring.</li> </ul>		<b>Planlegger</b>		<b>Poeng</b>			
<b>Informasjonsstyringsstrategier</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Elevens ferdigheiter og strategibruk for til å behandle informasjon meir effektivt. (F.eks organisere, utdjupe, oppsummere og selktiv fokusering).</li> </ul>		5. Før eg startar å arbeide med ei oppgåve, så tenker eg over kva eg skal å lære om mens eg arbeider med den.					
<b>Forståingsovervåking</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Elevens vurdering av eins lærings- eller strategibruk.</li> </ul>		7. Før eg startar med oppgåver så sett eg meg spesifikke mål om kva eg skal få til.					
<b>Feilsøkingstrategier</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Elevens strategiar for å feilsøke og rette opp forståings- og ytelsesfeil.</li> </ul>		17. Når eg skal løyse ei oppgåve eller eit probel, så tenker eg på mange ulike metodar eg kan bruke for å løyse det, og vel den beste måten.					
<b>Evaluering</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Elevens analyse av ytelse og strategieffektivitet etter ei læringsperiode.</li> </ul>		31. Eg les introduksjonen nøye før eg startar med ein oppgåve, gjerne fleire gongar.					
		34. Eg organiserer tida mi for å nå måla mine best mogleg.					
		TOTAL		7			
<b>Informasjonsstyringsstrategiar</b>		<b>Poeng</b>		<b>Forståingsovervåking</b>		<b>Poeng</b>	
8. Dersom det vert gitt informasjon om noko, så stoppar eg opp for å få med meg det viktigaste. Enten ved å for eksempel skrive det ned eller lytte godt.				1. Eg spør meg sjølv jamleg om eg har forstått det eg skal lære.			
22. Når eg lærer nye ting, så klarer eg å fokusere på det positive ved å innhente seg ny informasjon og lære nye ting.				2. Når eg skal løyse ei oppgåve, så vurderer eg ulike alternativ før eg svarar.			
23. Eg lagar eigne eksempel når eg arbeider, for å gjere ny informasjon enklare å forstå.				10. Når eg løyser ei oppgåve, så passar eg på å spør meg sjølv om eg har vurdert alle alternativa eg kan bruke for å svare godt på den.			
28. Eg brukar å teikne diagram eller skisser for å forstå betre når eg lærer.				26. Eg stoppar ofte opp undervegs når eg arbeider for å sjekke om eg forstår riktig.			
29. Eg forsøkar alltid å oversette ny informasjon til eigne ord for å forstå innhaldet betre.							
32. Når eg les eller arbeider med eit nytt tema, så spør eg meg sjølv om dette heng saman med noko eg allereie veit om temaet.							
36. Når eg arbeider med oppgåver så forsøker eg å dele arbeidet i mindre trinn.							
37. Eg likar best å ha ei generell forståing av ting, framfor å fordjupe seg på enkelte tema.							
TOTAL		8		TOTAL		4	

Undersøkinga og poeng guiden tilskrives Schraw, G. & Dennison, R.S. (1994). Assessing metacognitive awareness. Contemporary Educational Psychology, 19, 460-475. Egen revidering og oversettelse til norsk, Holen.T.

Feilsøkingstrategi	Poeng	Evaluering	Poeng
19. Eg spør andre om hjelp dersom eg ikkje forstår noko.		6. Når eg leverer ei prøve, så veit eg med ein gong om eg gjor det bra eller dårleg på den.	
30. Eg endrar val av strategi dersom eg mislykkast med å forstå noko.		16. Når eg er ferdig med ei oppgåve, så spør eg meg sjølv om det eksisterar ein enklare måte å løyse den på.	
33. Dersom eg vert forvirra når eg arbeider eller lærer noko nytt, så stoppar eg opp for å sjekke om det eg veit om temaet stemmer, og om eg har forstått det riktig.		18. Eg oppsummerar kva eg har lært når eg er ferdig med noko.	
39. Dersom eg blir forvirrar når eg les, så stoppar eg og lesar oppatt for å forstå.		27. Når eg er ferdig, så spør eg meg sjølv om eg har forstått det eg skulle lære.	
		38. Når eg er ferdig med eit arbeid eller ei oppgåve, så spør eg meg sjølv om eg har lært så mykje som eg hadde potensiale til å gjere.	
TOTAL	4	TOTAL	5

## Vedlegg 4

---



# DIAGNOSTISK MATEMATIKK TEST

Navn/deltager nr.: _____	Dato: _____
Skole: _____	Klasse: _____

Trude Holen  
USN Masteroppgåve

## Algebra

1. a)

4 pluss  $n$  kan skrives som  $n + 4$ . Legg til 4 på oppgavene under, og finn løsningen.

8

$n + 5$

$3n$

.....

.....

.....

b)

$n$  multiplisert med 4 kan skrives som  $4n$ . Multipliser oppgavene under med 4, finn løysinga.

8

$n + 5$

$3n$

.....

.....

.....

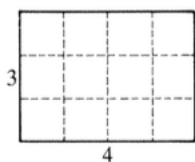
2. Hva kan du si om  $a$  dersom  $a + 5 = 8$

.....

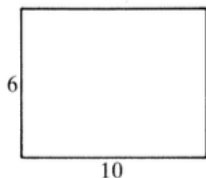
Hva kan du si om  $b$  dersom  $b + 2$  er lik  $2b$

.....

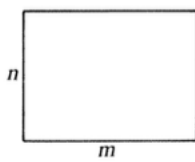
3. Hva er arealet av disse geometriske figurene? Vis ved utregning hvordan du kommer fram til svaret.



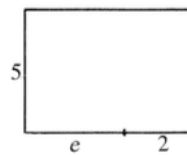
A = .....



A = .....



A = .....



A = .....

4.  $a + 3a$  kan skrives enklere som  $4a$

Skriv disse regnestykkene enklere, dersom det går an:

$2a + 5a = \dots\dots\dots$

$2a + 5b = \dots\dots\dots$

$(a + b) + a = \dots\dots\dots$

$2a + 5b + a = \dots\dots\dots$

$(a - b) + b = \dots\dots\dots$

$3a - (b + a) = \dots\dots\dots$

$a + 4 + a - 4 = \dots\dots\dots$

$3a - b + a = \dots\dots\dots$

$(a + b) + (a - b) = \dots\dots\dots$

5. Kva kan du si om  $r$  dersom  
og

$$r = s + t$$
$$r + s + t = 30$$

.....