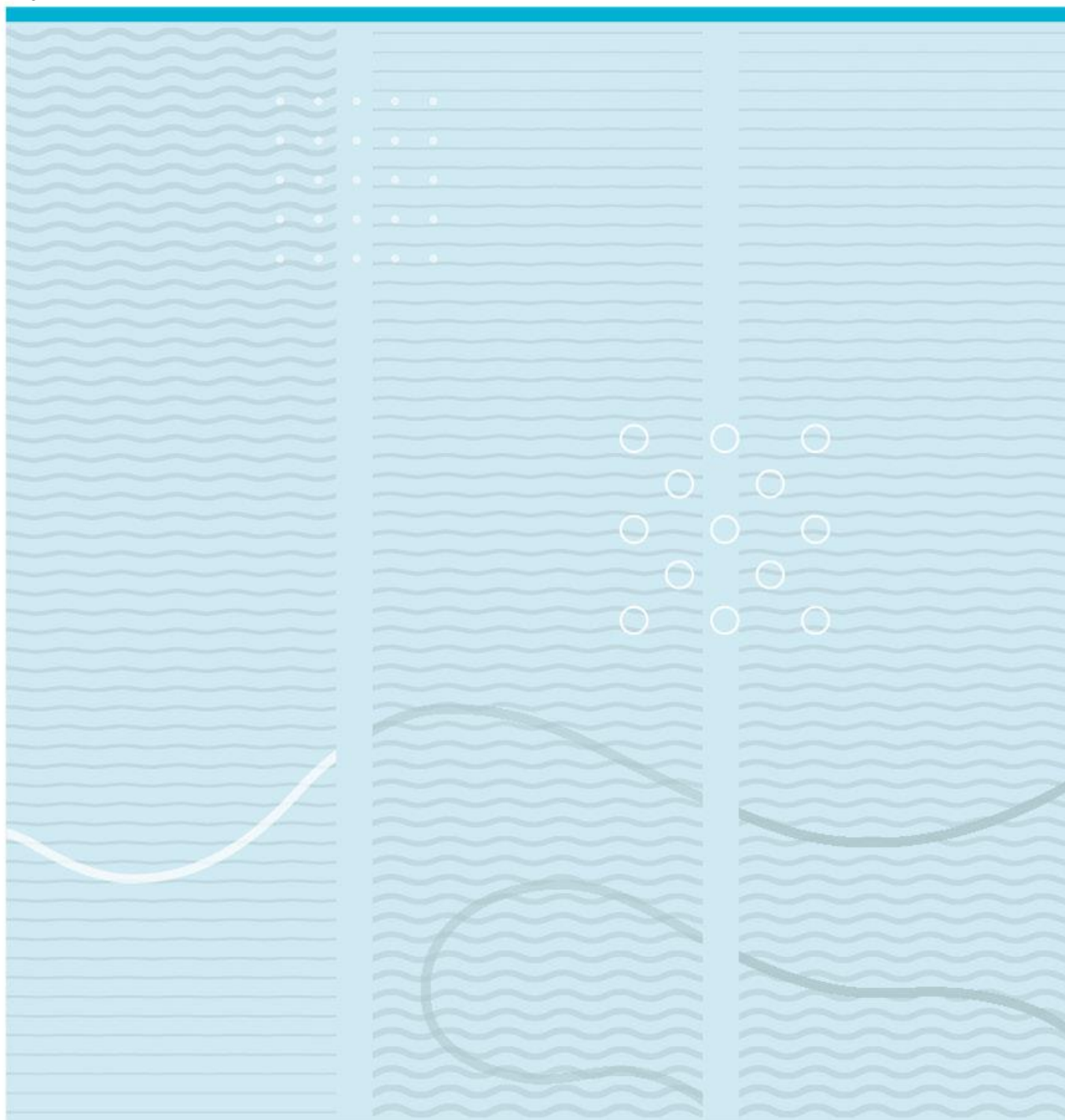


Helene Sæves Jacobsen

# Metakognitiv bevissthet og misoppfatninger i brøk på sjette og syvende trinn.





Universitetet i Sørøst-Norge  
Fakultet for humaniora, idretts- og utdanningsfag  
Institutt for matematikk og naturfag  
Postboks 235  
3603 Kongsberg

<http://www.usn.no>

© 2023 Helene Sæves Jacobsen

Denne avhandlingen representerer 45 studiepoeng

## Sammendrag

Prosjektet fokuserer på metakognitiv bevissthet og misoppfatninger knyttet til brøk hos elever i sjette og syvende trinn. Hensikten med prosjektet er å undersøke elevens egen uttrykkelse om egen metakognitiv bevissthet. Samt se på hvilke misoppfatninger knyttet til brøk elever på sjette og syvende trinn har. Videre i undersøkelsen sammenliknes elevenes metakognitiv bevissthet og deres misoppfatninger for å se om det er en sammenheng der. Studiens problemstilling er:

*«Hvilke sammenhenger er det mellom elevenes refleksjon over egne metakognitive bevissthet og misoppfatningene de har i brøk?»*

Datainnsamlingen foregår kvantitativt, ved bruk av talldata. Datamaterialet ble samlet inn ved bruk av en spørreundersøkelse og en matematisk kartleggingsprøve. Spørreundersøkelsens påstander er utarbeidet fra påstander i MAI-undersøkelsen som baserer seg på inndelingen i åtte kategorier under metakognitiv bevissthet: deklarativ kunnskap, prosedyrekunnskap, betinget kunnskap, planlegging, informasjonsstyringsstrategier, overvåking av forståelse, debuggingsstrategier og evaluering. Den matematiske kartleggingsprøven består av oppgaver som representerer fem misoppfatninger knyttet til brøk. Disse misoppfatningene er: «nevner representerer antall deler, uavhengig av størrelse», «jo større nevner (eller teller), jo større brøk», «differensen mellom teller og nevner avgjør størrelsen til en brøk», «brøkstrek er likt desimalkomma» og «tar ikke hensyn til helheten».

Datamaterialet består av 55 elevbesvarelser av spørreundersøkelsen og den matematiske kartleggingsprøven. Elevene er fra sjette og syvende trinn fra samme skole. Resultatene indikerer at rundt 30% av elevene har enten en eller flere misoppfatninger knyttet til brøk. Majoriteten av elevene uttrykker at de er relativt metakognitivt bevisste. Men ut ifra dette prosjektet kan man ikke si noe sikkert om sammenhengen mellom elever uttrykkelse om egen metakognitiv bevissthet og deres misoppfatninger. Men det man kan se at elevene med flere misoppfatninger ikke nødvendigvis tenker noe mindre om sin egen metakognitive aktivitet enn elevene uten misoppfatninger

# Innholdsfortegnelse

<b>Metakognitiv bevissthet og misoppfatninger i brøk på sjette og syvende trinn.....</b>	<b>1</b>
<b>Sammendrag .....</b>	<b>2</b>
<b>Innholdsfortegnelse .....</b>	<b>3</b>
<b>Forord .....</b>	<b>5</b>
<b>1 Innledning .....</b>	<b>6</b>
1.1 Metakognitive bevissthet .....	7
1.2 Misoppfatning .....	8
1.3 Problemstilling og forskningsspørsmål .....	9
1.4 Oppgavens struktur .....	10
<b>2 Teori .....</b>	<b>12</b>
2.1 Metakognitiv bevissthet .....	12
2.2 Misoppfatninger i matematikk .....	18
2.2.1 Diagnostiske oppgaver .....	19
2.2.2 Misoppfatninger i brøk .....	21
2.3 Sammenheng mellom metakognitiv bevissthet og matematikk .....	26
<b>3 Metode .....</b>	<b>27</b>
3.1 Forskningsdesign .....	27
3.2 Spørreskjema .....	28
3.3 Matematisk kartleggingsprøve .....	30
3.4 Utvalg og gjennomføring .....	34
3.4.1 Utvalg .....	34
3.4.2 Gjennomføring .....	35
3.4.3 Analyse av data .....	35
3.5 Studiens validitet og reliabilitet .....	36
3.5.1 Validitet .....	36
3.5.1 Reliabilitet .....	36
3.6 Etske avveininger .....	37
<b>4 Resultater .....</b>	<b>40</b>
4.1 Metakognitiv bevissthet .....	40
4.2 Misoppfatning om brøk .....	45

4.3	Hvilke sammenhenger er det mellom elevers refleksjon over egen metakognitiv bevissthet og misoppfatninger de har i brøk?.....	52
4.3.1	Elevene med misoppfatninger .....	52
4.3.2	Elever uten misoppfatninger .....	57
<b>5</b>	<b>Diskusjon .....</b>	<b>62</b>
5.1	Metakognitiv bevissthet .....	62
5.2	Misoppfatninger knyttet til brøk .....	68
5.3	Sammenheng mellom Metakognitive bevissthet og misoppfatning i brøk? .....	71
5.4	Hvilke konsekvenser har dette for matematikkundervisningen? .....	75
<b>6</b>	<b>Konklusjon .....</b>	<b>77</b>
6.1	Veier videre .....	78
	<b>Litteraturliste .....</b>	<b>79</b>
	<b>Oversikt over tabeller og figurer .....</b>	<b>84</b>
	<b>Oversikt over vedlegg .....</b>	<b>86</b>
	<b>Vedlegg 1: Spørreundersøkelse.....</b>	<b>86</b>
	<b>Vedlegg 2: Oversikt over spørsmål og tilhørende kategori.....</b>	<b>88</b>
	<b>Vedlegg 3: Matematisk kartleggingsprøve .....</b>	<b>89</b>
	<b>Vedlegg 4: Informasjonsskriv .....</b>	<b>92</b>

# Forord

Masterstudiet mitt har vært fem år med mange opp og nedturer, heldigvis flest oppturer. Jeg har lært så mye. At slutten på disse fem årene er kommet føles veldig rart, men likevel veldig deilig å se lyset i enden av tunnelen. Året med masterskriving har vært ufattelig krevende. Likevel er enden her og jeg er glad for at jeg har fått muligheten til å skrive dette prosjektet og da kunne skryte av at jeg har gjennomført en master. Studiet mitt har vært noe annerledes enn andres, jeg startet rett etter videregående. Jeg startet 19 år alene i hovedstaden på OsloMet, der tilbrakte jeg tre år hvorav det siste året ble preget av korona pandemien. Oslo var flott, men jeg ville hjemover tilbake til Vestfold. USN tok meg heldigvis godt imot og til tross for korona fikk jeg noen fine venner som jeg håper å beholde for resten av livet.

Hovedmålet med dette studiet har for meg vært å undervise og bety noe for mine fremtidige elever. De siste årene har jeg hatt muligheten til å jobbe på flere skoler samtidig som jeg har studert. Dette har hjulpet meg masse med å knytte teori til praksis, samt med dette prosjektet og forberede meg til arbeidslivet. Takk til alle kollegaer og elever som har hjulpet meg og vært tålmodige med meg i det siste skrivekaoset. Jeg vil også takke alle mine medstudenter både fra OsloMet og USN, uten de hadde jeg ikke fått til disse fem årene. Takk til alle forelesere jeg har hatt opp gjennom studiet, dere har lært meg så mye som jeg kan ta med meg videre inn i yrkeslivet. Jeg må også si tusen takk til alle elevene som har takket ja til å hjelpe meg med dette prosjektet, uten deres hjelp ville dette aldri gått. Til slutt vil jeg takke Aud som tok på seg et veiledningsansvar i siste liten for å hjelpe meg gjennom. All støtte og veiledning jeg har fått av Aud har reddet prosjektet og min mentale helse gjennom den siste måneden. Uten deg ville prosjektet hvert fall ikke nærmet seg en ferdigstillelse, tusen takk.

Sist, men ikke minst takk til samboeren, familien og vennene mine som har støttet og heiet på meg hele veien. Dere betyr alt for meg og jeg vet at dere alltid er der for meg, uansett om det er en opptur eller en nedtur. Den siste måneden har vært intens og jeg er glad for at dere alle har hjulpet meg. Jeg er studenten som driver med skippertak og prokrastinering, og nå er det over for denne gangen. Alt jeg har lært, bøkene jeg har kjøpt og erfaringene jeg har fått legger jeg i ryggsekken og tar med meg videre. Jeg er utrolig klar for å bare være lærer med all min oppmerksomhet rettet mot mine elever. Takk for alt.

Larvik, mai 2023

Helene Sæves Jacobsen

# 1 Innledning

*«Matematikk skal bidra til at elevene utvikler evne til å jobbe selvstendig og samarbeide med andre gjennom utforskning og problemløsning, og kan bidra til at elevene blir mer bevisste på sin egen læring. Når elevene får mulighet til å løse problemer og mestre utfordringer på egen hånd, bidrar dette til å utvikle utholdenhet og selvstendighet.» (Utdanningsdirektoratet, 2020a)*

Dette står skrevet i kunnskapsløftet om matematikkfagets relevans. For lærere og elever er dette noe som etterstrebes. Ikke bare er det viktig for lærere og elever, men også for foreldre og foresatte og for verden som skal ta imot elevene når de er ferdige i skolesystemet. Elevene skal bli mer bevisste på sin egen læring, altså man må jobbe med elevenes metakognitive bevissthet. Metakognitiv bevissthet og kunnskap bidrar til vellykket problemløsning (Schraw, 1998, s. 117). Problemløsning og utforskning er ett av kjerneelementene i Læreplanen i matematikk (ref.), For å bedre elevers matematiske kunnskap og kompetanse viser det seg at det er en positiv og forhøyet sammenheng mellom metakognisjon og matematikkprestasjoner (Özsoy, 2011, s. 232). Dermed mener Özsoy (2011, s. 229, 232) at metakognisjon kan egne seg som et effektivt verktøy, samt at metakognitiv kunnskap og matematisk kunnskap er en «uatskillelig enhet». Evnen til å være bevisst på sin egen læring er en essensiell evne for elevene å lykkes videre i livet. Innlæringen av metakognitiv bevissthet vil kunne bidra til mer kompetente fremtidige voksne som har mer innsikt i egen læring. Samt vil denne bevisstheten kunne bidra til at elevene utvikler en utholdenhet og en selvstendighet som kan hjelpe dem videre.

Ett av de mest utfordrende matematiske temaene er brøk, dette er både virkelighetsnært og et stort tema innenfor matematikkfaget i skolen. Kunnskap i brøk bidrar med videre innsikt i temaene algebra, desimaltall og prosent. Brøkkunnskapene er en fundamental byggestein for elevers suksess og mestring i seinere matematikk (Ingebrigtsen & Thomassen, 2022, s. 9). Misoppfatninger i et så stort og komplekst tema som brøk er viktig for læreren og elevene å fange opp, slik at man kan jobbe med å komme videre i forståelsen. «Brøk anses som et kognitivt krevende begrep» og da må lærerne ta seg tid til å løse de kognitive konfliktene som oppstår for å unngå misoppfatninger (Ingebrigtsen & Thomassen, 2022, s. 9). Når en lærer møter på elever med misoppfatninger i brøk vil det kunne være interessant å få et innblikk i elevenes refleksjoner rundt egne tankeprosesser. For å kunne hjelpe elever ut av misoppfatningen vil den metakognitive bevisstheten eleven besitter være



interessant å få et innblikk i. I denne studien skal jeg undersøke om det er noen sammenheng mellom elevenes metakognitive bevissthet og misoppfatningen de har i brøk.

Det å se på sammenhengen vil kunne være nyttig for matematikklærere og elever, fordi evnen til å være metakognitiv bevisst og fri for misoppfatninger i brøk viktig for elevens videre liv og hvordan fostre elever med slike evner er viktig for lærere som underviser i matematikk.

## ***1.1 Metakognitive bevissthet***

Metakognitive bevissthet refererer til evnen til å tenke om ens egen tenkning. Det inkluderer evnen til å planlegge, overvåke og justere læringsstrategier for å forbedre læringen. Det kan også omfatte evnen til å reflektere over ens egen kunnskap og forståelse av et emne. Metakognisjon har vært et område av interesse for forskere i flere tiår. Det historiske perspektivet på metakognisjon begynner i 1970-tallet, da psykologen John Flavell introduserte begrepet "metakognisjon" for å beskrive evnen til å tenke om ens egen tenkning (Brandmo, 2014, s. 197). Han mente at metakognisjon er en viktig del av læring og at det kan hjelpe individer å forstå og kontrollere sin egen tenkning (Flavell, 1979). Det er tre ferdigheter som går igjen i litteraturen som kan bidra til å forbedre læringen ved å tilegne seg kunnskap om planlegging, overvåking og justering av læringsstrategier (Schraw, 1998, s. 115). Som en observasjon av moderne studier så er det observert at metakognisjon blir delt inn i tre hovedgrupper, altså metakognitiv kunnskap, metakognitiv kontroll og metakognitive erfaringer (Özsoy, 2011, s. 227).

Metakognisjon og metakognitiv bevissthet er viktig innenfor skolen og er en del av matematikkfagets nye læreplan LK20, som vist til i innledningen. Dermed er det interessant å kunne måle denne prosessen. Det finnes flere måter å måle metakognitiv bevissthet på, inkludert spørreskjemaer, intervjuer og observasjoner. En vanlig metode er å bruke Metakognitive Awareness Inventory (MAI), som er et spørreskjema som måler evnen til å planlegge, overvåke og justere læringsstrategier (Schraw & Dennison, 1994).

Metakognitive Awareness Inventory (MAI) består av 22 spørsmål som vurderer fire områder av metakognitiv bevissthet: planlegging, overvåking, regulering og refleksjon (Schraw & Dennison, 1994). Spørsmålene i MAI - undersøkelsen er designet for å måle graden av bevissthet om ens egen tenkning og læringsstrategier, og hvordan man bruker dem i ulike situasjoner. Skjemaet kan også måle hvordan individer vurderer egen kunnskap og evne til å løse problemer (Balçıkanlı, 2011). MAI - undersøkelsen kan brukes for å kartlegge personer i alle aldre og utdanningsnivåer. Det kan også brukes i ulike fag og kontekster, som i skolen eller arbeidsplassen. Resultatene fra MAI kan

hjelpe lærere og instruktører å forstå hvordan elever eller studenter bruker metakognitive ferdigheter, og hva slags støtte de trenger for å forbedre læringen (Balçıkanlı, 2011). Det kan også hjelpe individer å bli mer bevisst på deres egen tenkning og læringsstrategier, og hvordan de kan forbedre dem.

## ***1.2 Misoppfatning***

Misoppfatninger i matematikk kan være et stort problem for mange studenter. De kan sitte fast i en feilaktig oppfatning og ha problemer med å forstå konsepter eller løse problemer. Misoppfatninger i matematikk i skolen har vært et kjent problem i mange år. Historisk sett har det vært en tendens til å fokusere på å lære elever formler og metoder uten å fokusere på å forstå konseptene bak dem (Ay, 2017, s. 21). Mangelen på undervisning i konseptene kan ha ført til at mange elever har utviklet misoppfatninger om matematiske konsepter (Ay, 2017, s. 22).

I det 20. århundre begynte flere forskere å undersøke misoppfatninger i matematikk og utviklet metoder for å avdekke og håndtere dem (Ay, 2017, s. 27). I dag er det et bredt spekter av metoder og verktøy tilgjengelig for å hjelpe lærere med å avdekke og håndtere misoppfatninger i matematikk, og det er et økende fokus på å forstå og ta hensyn til elevers forståelse av matematiske konsepter i undervisningen. Deriblant diagnostiske oppgaver og undervisningsopplegg, samt læringsstøttene prøver. Matematikksenteret har på sin nettside en side med masse informasjon om misoppfatninger i matematikk (Matematikksenteret, u.å.-b). Det er det en oversikt over ulike misoppfatninger i de ulike matematiske temaene, samt en forklaring og veiledning til ulike prøver og arbeid med misoppfatninger (Matematikksenteret, u.å.-d).

KIM - prosjektet (Kompetanseutvikling i matematikk) er et norsk prosjekt som har som mål å hjelpe lærere med å avdekke og håndtere misoppfatninger i matematikk hos elever (Schraw & Dennison, 1994). Prosjektet har utviklet et sett med diagnostiske oppgaver og verktøy for å hjelpe læreren med å identifisere og forstå misoppfatninger hos elever. KIM - prosjektet utviklet også et sett med pedagogiske strategier for å håndtere misoppfatninger, inkludert å bruke visualiseringer og konkrete, samt å la elever diskutere og reflektere over eget arbeid, og å bruke varierte og tilpassede oppgaver.

Diagnostiske oppgaver kan være nyttige for å avdekke disse misoppfatningene og hjelpe læreren med å gi mer tilpasset undervisning. Disse oppgavene kan være spesifikke for å teste elevens forståelse av et konkret konsept, eller de kan være mer generelle for å teste studentens generelle

forståelse av matematikk (Brekke, 2002). Læreren kan bruke resultatene fra disse oppgavene for å identifisere hvilke områder elevene har problemer med og deretter tilpasse undervisningen. Diagnostiske oppgaver har som formål om å avdekke misoppfatninger i matematikk er utviklet gjennom en kombinasjon av forskning og praktisk erfaring (Matematikksenteret, u.å.-c).

Lærere og matematikdidaktikere har også utviklet diagnostiske oppgaver basert på erfaring fra undervisning og interaksjon med elever. De har sett på hva som fungerer og ikke fungerer i klasserommet og har laget oppgaver som kan avdekke misoppfatninger og hjelpe elever med å forstå konseptene bedre (Brekke, 2002). Det er viktig å understreke at diagnostiske oppgaver ikke er konstruert for å vurdere elevenes prestasjoner eller kunnskapsnivå, men for å avdekke eventuelle misoppfatninger elever kan ha eller sitte fast i. For deretter kunne kartlegge hva elevene forstår og ikke forstår. Diagnostiske oppgaver kan også brukes for å evaluere effekten av undervisningen og tilpasse den videre undervisningen til elevenes behov (Brekke, 2002).

### ***1.3 Problemstilling og forskningsspørsmål***

Både misoppfatninger i brøk og metakognitiv bevissthet er forsket på blant elever i grunnskolen. Samt er det forsket på metakognitiv bevissthet i sammenheng med kompetanse i matematikk. Jeg vil i denne studien se på sammenhengen mellom elevenes refleksjon over egen metakognitiv bevissthet og deres eventuelle misoppfatninger i brøk. Metakognitiv bevissthet og misoppfatninger i brøk er to temaer som jeg er interessert i å se om har noen sammenheng. Dette er fordi brøk er en stor del av matematikkfaget som jeg videre skal undervise i. Og hvis det er en sammenheng mellom elevenes refleksjon over egen metakognitiv bevissthet og misoppfatninger i brøk kan dette være nyttig for meg som lærer å ha innsikt i. Samt er metakognitiv bevissthet essensielt for lærere å fokusere på i undervisning for å forme selvstendige elever. Dermed er **problemstillingen** snevret ned til:

*Hvilke sammenhenger er det mellom elevenes refleksjon over egen metakognitive bevissthet og misoppfatningene de har i brøk?*

Videre har jeg utarbeidet to **forskningsspørsmål jeg må undersøke før jeg kan svare problemstillingen:**

*Hvordan uttrykker elever på sjette og syvende trinn sine holdninger til og læring i matematikk?  
Hvilke misoppfatninger i brøk viser elever i sjette og syvende trinn i en matematisk kartleggingsprøve?*

Forskningen skal skje på sjette og syvende trinn og dermed er det valgt et matematisk tema med utgangspunkt i opplæringen deres frem til sjette trinn. Elevene har gjennomført opplæring i brøk og burde inneha en god forståelse for regning med brøk, Elevene vil nødvendigvis ikke besitte kunnskapen om hva metakognisjon betyr, men kompetansen om deres egen tenking og innlæring av matematikk har de mange erfaringer med.

Elevenes kunnskaper i brøk testes ved hjelp av en matematisk kartleggingsprøve for å avdekke misoppfatninger knyttet til brøk. Samt undersøkes elevenes metakognitiv bevissthet ved hjelp av et spørreskjema.

### ***1.4 Oppgavens struktur***

Denne studien er oppdelt i seks hovedkapitler. Etter innledningen følger et teorikapittel. Der skisserer jeg relevant teori knyttet opp til studiens hovedtemaer metakognitiv bevissthet og misoppfatninger i brøk. Under metakognisjon presenteres de ulike grenene innenfor metakognitiv bevissthet, samt de ulike metakognitive ferdighetene som er valgt til dette prosjektet. Videre beskrives misoppfatninger og begreper som diagnostiske oppgaver, misoppfatninger i brøk og aspekter ved brøk. Avslutningsvis i teorikapitlet beskrives sammenhengen mellom metakognitiv bevissthet og matematikk.

Videre følger metodekapitlet hvor metodevalget blir redegjort for, utforming av brøkprøven, samt spørreundersøkelsen. Deretter redegjøres det for utvalg, gjennomføring, studiens validitet og reliabilitet, samt etiske avveininger i forbindelse med prosjektet. I dette kapitlet presenteres alt som er gjennomført, dette innebærer også kodingen av datamaterialet.

Etterfølgende metode kommer resultatene. Her blir det redegjort for resultatene av datainnsamlingen som er utført. Først redegjøres det for resultatene av spørreskjemaet om metakognitiv bevissthet. Deretter resultatene knyttet til den matematiske testen om misoppfatninger i brøk. Til slutt i resultatkapitlet undersøker jeg mulige sammenhenger i resultatene mellom metakognitiv bevissthet og misoppfatninger i brøk.

Mot slutten av studien kommer diskusjonskapittelet, hvor funnene i studien drøftes opp mot teori fra teorikapittelet. Samt diskuteres studiens problemstilling og forskningsspørsmål opp mot funn og teori. Først diskuteres funnene omhandlende metakognitiv bevissthet opp mot teori. Deretter følger en diskusjon av funnene i misoppfatningene i brøk opp mot teori. Videre kommer sammenhengen mellom metakognitiv bevissthet og misoppfatning i brøk som diskuteres ved hjelp av teori og funn. Til slutt i diskusjonen presenteres funnenes konsekvenser for matematikkundervisning. Avslutningsvis i studien følger en konklusjon hvor studiens helhet oppsummeres og forslag til videre forskning blir presentert.

## 2 Teori

Teorikapittelet inneholder en oversikt over relevant teori som videre skal bidra til å belyse problemstillingen og forskningsspørsmålet satt for studien. I kapitlet presenteres først metakognitiv bevissthet. Tilhørende metakognitiv bevissthet presenteres blant annet inndelingen av begrepet metakognitiv bevissthet og begrepene som er tatt utgangspunkt i fra MAI - undersøkelsen. Neste teoretiske tema er et av studiens hovedtema, misoppfatninger i brøk. Under misoppfatninger i matematikk presenteres diagnostiske oppgaver og misoppfatninger i brøk. Avslutningsvis i dette kapitlet presenteres sammenhengen mellom metakognitiv bevissthet og matematikk.

### *2.1 Metakognitiv bevissthet*

«Metakognisjon refererer til tenking om sin egen tenkning». (Brandmo, 2014; Livermore, 2012). Metakognisjon innebærer en rekke ulike mentale prosesser, inkludert bevissthet om våre egne tankemønstre, evnen til å regulere og kontrollere vår oppmerksomhet og fokus, og evnen til å overvåke og justere vår egen forståelse og kunnskap (Flavell, 1979). Flavell knyttet metakognisjon opp mot barns hukommelse. Små barn har liten innsikt i sin egen tankeprosess, hva barnet vil huske eller glemme (Helstrup, 2002, s. 117). Seinere i barnets oppvekst vil barnet vite hvordan man skal unngå å glemme, barnet har utviklet et «metaminne», dette er metakognitiv kunnskap om hvordan dens egen hukommelse fungerer (Helstrup, 2002, s. 117). Slik fortsetter mennesket å utvikle sine kognitive ferdigheter mens det eldre.

Når man skal lære om metakognisjon kan man ikke unngå Descartes sitat hvor han skulle bevise sin eksistens. «Jeg tenker, altså er jeg til», Descartes knyttet sin eksistens til faktumet at han kunne iaktta sin egen tenkning (Imsen, 2017, s. 129). En viktig del av metakognisjon er at elevene må kunne overvåke sin egen forståelse og kunnskap (Livermore, 2012). Dette innebærer å kunne gjenkjenne når vi har misforstått noe eller har manglende kunnskap, og å kunne ta tak i dette og fylle inn kunnskapshullene. Det kan også innebære å kjenne igjen når man har forstått noe på et overflatenivå, men ikke har en dyp og helhetlig forståelse. Evnen til å overvåke sin egen forståelse og kunnskap kan være spesielt viktig når man arbeider med komplekse emner eller problemstillinger (Sperling et al., 2002). Metakognisjon inkluderer bevissthet om egne tankemønstre og tankeprosesser (Balçıkanlı, 2011). Dette innebærer å kunne gjenkjenne når man har tendens til å tenke på en bestemt måte, samt å kunne tilpasse sine tankemønstre når det er hensiktsmessig. Ved innlæring og bruk av metakognisjon vil elever kunne ha kontroll over hvordan de lærer som videre er viktig for deres videre selvstendige læring (Balçıkanlı, 2011).

Regjeringen og kunnskapsdepartementet gir ut NOU (Norges offentlige utfredninger) (Kunnskapsdepartementet, 2014), en av disse som ble gitt ut i 2014 omhandler elevenes læring i fremtidens skole, og her skrives det om metakognisjon. Der påpeker de at metakognisjon handler om det å kunne ta et mentalt steg tilbake fra det man holder på med eller lærer om og bevisst tenke gjennom egne fremgangsmåter og kognitive prosesser (Kunnskapsdepartementet, 2014, s. 36–37). Altså metakognisjon omfavner i skolen å kunne reflektere over hensikten med det man lærer, hva man har lært, og hvordan man lærer.

I beskrivelsen av metakognisjon vil begrepene selvregulering og selvregulert læring også komme frem i forskningen. Disse tre begrepene blir ofte brukt om hverandre. Selvregulert læring kan defineres som en prosess hvor en person tar ansvar for sin egen læring ved å sette seg mål, overvåke sin egen fremgang, tilpasse sine læringsstrategier og evaluere sin egen prestasjon (Skaalvik & Skaalvik, 2021, s. 194). Selvregulert læring kan derfor betraktes som en selvstyrt læringsprosess som krever en høy grad av selvbevissthet, selvdisiplin og motivasjon (Brandmo, 2014, s. 203). Selvregulert læring og metakognisjon er begge begreper som er knyttet til læring og kognitive prosesser, men de fokuserer på forskjellige aspekter av disse prosessene. Selvregulert læring handler om å ta ansvar for sin egen læring gjennom å sette mål, overvåke fremgang, tilpasse læringsstrategier og evaluere prestasjon (Skaalvik & Skaalvik, 2021, s. 194–195). Samt fokuserer det på hvordan en person kan regulere sine egne mentale prosesser og atferd for å oppnå mål knyttet til læring. Selv om selvregulert læring og metakognisjon har forskjellige fokusområder, er det likevel en betydelig overlapp mellom dem. Begge begrepene understreker viktigheten av selvbevissthet og selvregulering i læring. Selvregulert læring fokuserer på å regulere atferd og mentale prosesser for å oppnå mål, og metakognisjon fokuserer på bevissthet om ens egne kognitive prosesser, disse to begrepene kan ses på som gjensidig avhengige (Grønmo & Throndsen, 2006, s. 186). For eksempel kan en person som bruker selvregulert lærings - strategier være mer oppmerksomme på hvordan de tenker og lærer, og dermed ha en økt forståelse av sine egne kognitive prosesser, som igjen kan føre til at de kan optimalisere sin læring ytterligere ved å anvende metakognitive strategier (Brandmo, 2014, s. 203–207). På samme måte kan en person som har en høy grad av bevissthet om sine egne kognitive prosesser, bruke denne kunnskapen til å regulere sin atferd og mentale prosesser på en mer effektiv måte for å oppnå læringsmål (Brandmo, 2014, s. 203).

Det finnes mange forskjellige inndelinger av komponenter under metakognisjon, blant forskningen har jeg valgt å fokusere på inndelingen som brukes i artikkelen til Gökhan Özsoy (2011).

Inndelingen av metakognisjon er delt i tre hoved fasetter: metakognitiv kunnskap, metakognitiv kontroll og metakognitive erfaringer. Özsoy (2011, s. 227) viser til et sitat fra Eufklides om metakognitiv kunnskap:

*«Metakognitiv kunnskap er kunnskap vi henter fra hukommelsen og ser på hva personen vet eller tror om seg selv og de andre som kognitive vesener, deres forhold til ulike kognitive oppgaver, mål, handlinger eller strategier samt erfaringene han/hun har hatt i forhold til dem» (Eufklides 2001, s.299. gjengitt av Özsoy, 2011, s. 227)*

Den metakognitive kunnskapen kan også beskrives som kunnskap, bevissthet og en dypere forståelse av sine egne kognitive prosesser (Flavell & Wellman, 1977; Özsoy, 2011, s. 227). Metakognitiv kontroll kan bli beskrevet som evnen til å bruke den metakognitive kunnskapen strategisk for å nå sine kognitive mål (Özsoy, 2011, s. 228). Så metakognitiv kontroll er den kontrollen man har på sine metakognitive kunnskaper og anvender disse kunnskapene til å nå sine kognitive mål. Metakognitiv kontroll er også relatert til de metakognitive aktivitetene som bidrar til å kontrollere hvordan man tenker eller lærer, de kognitive prosessene (Özsoy, 2011, s. 228). Betydningen til metakognitive erfaringer er den bevisstheten og de følelsene som oppstår akkurat når personen blir presentert en oppgave og behandler den tilhørende informasjonen (Özsoy, 2011, s. 228). Under metakognitiv bevissthet fokuserer dette prosjektet mest på hva elevene kan vurdere selv gjennom en spørreundersøkelse, derfor er det den metakognitive kontrollen og kunnskapen som står i fokus.

Metakognitiv kunnskap kan deles inn i tre kunnskapstyper, deklarativ -, prosedyre - og betinget kunnskap (Özsoy, 2011), disse inndelingene bruker også MAI - undersøkelsen (Schraw & Dennison, 1994). MAI - undersøkelsen er en forkortning for Metakognitive Awareness Inventory. Det er et spørreskjema som måler bevissthet over egen tenkning og læring. MAI ble utviklet av John Schraw og Robert Dennison i 1994. Spørreskjema deles inn i to hovedkategorier, kunnskap om kognisjon og regulering av kognisjon (Schraw & Dennison, 1994). Under kunnskap om kognisjon finner vi de tre delene metakognisjon blir delt inn i deklarativ -, prosedyre - og betinget kunnskap. Samt under regulering av kognisjon, altså den metakognitive kontrollen (Özsoy, 2011, s. 228), blir det presentert noen metakognitive ferdigheter, planlegging, informasjonsstyringsstrategier, forståelsesovervåking, debugging-strategier, evaluering (Schraw & Dennison, 1994).



Metakognisjon refererer til vår evne til å tenke om vår egen tenking. Det inkluderer kunnskap om våre egne mentale prosesser, ferdigheter, og begrensninger, og hvordan vi kan bruke denne kunnskapen til å planlegge, overvåke og evaluere vår egen læring og tenkning. Deklarativ kunnskap, betinget kunnskap og prosedyrekunnskap kan alle spille en viktig rolle i metakognisjon. Deklarativ kunnskap kan også bli kalt forklarende kunnskap, dette er kunnskap om «hva» i sammenheng med kognisjon (Brandmo, 2014, s. 199). Altså den kunnskapen man må inneha om ens ferdigheter, intellektuelle ressurser og evner som lærende (Schraw & Dennison, 1994). Deklarativ kunnskap handler om hvilke læringsstrategier som trengs for å bearbeide informasjon (Pennequin et al., 2010, s. 199). Deklarativ kunnskap kan hjelpe med å forstå og huske informasjon, å forutsi og evaluere ulike resultater eller løsninger (Özsoy, 2011, s. 227). Deklarativ kunnskap kan spille en viktig rolle i metakognisjon ved å hjelpe oss å forstå hva man vet, og hva man ikke vet. For eksempel kan en person som prøver å lære et nytt emne, som kanskje ikke har mye tidligere kunnskap om dette emnet, først prøve å få oversikt over hva som allerede er kjent om emnet (Schraw, 1998, s. 114). Dette kan hjelpe personen med å identifisere hullene i sin egen kunnskap og dermed vite hva de trenger å lære mer om.

Videre kan deklarativ kunnskap hjelpe oss med å overvåke vår egen læring og tenking. For eksempel kan en person som arbeider med et matematisk problem, bruke sin deklorative kunnskap for å overvåke sin egen forståelse av problemet. Hvis personen forstår problemet, kan han eller hun fortsette å jobbe med å finne en løsning. Hvis personen ikke forstår problemet, kan personen bruke sin deklorative kunnskap til å identifisere hvilke deler av problemet som er uklare og trenger mer arbeid (Brandmo, 2014, s. 199). Til slutt kan deklarativ kunnskap hjelpe oss med å evaluere vår egen læring og tenking. For eksempel kan en person som har fullført en oppgave, bruke sin deklorative kunnskap til å evaluere sin egen ytelse og bestemme hva han eller hun kan gjøre annerledes neste gang for å forbedre resultatene (Schraw, 1998, s. 115). Gjennom å bruke deklarativ kunnskap på denne måten kan vi utvikle en dypere forståelse av vår egen kunnskap og evner, og dermed forbedre vår egen læring og problemløsning.

Metakognisjon og prosedyrekunnskap kan være nært knyttet sammen i læring og problemløsning. Prosedyrekunnskap refererer til kunnskapen om hvordan man utfører en bestemt oppgave eller aktivitet, og inkluderer vanligvis trinnvis informasjon om hvordan man kan utføre oppgaven på en effektiv måte (Helstrup, 2002, s. 118). Metakognisjon kan hjelpe oss med å evaluere vår egen prosedyrekunnskap og forbedre vår evne til å utføre en oppgave. For eksempel, hvis man prøver å lære å spille et musikkinstrument, kan metakognisjon hjelpe oss med å reflektere over egen

øvningsprosess. Man kan bruke sin prosedyrekunnskap om hvordan man spiller instrumentet for å evaluere sin egen ytelse og identifisere områder som trenger mer arbeid. Prosedyrekunnskapen er den kunnskapen man besitter om hvordan man gjør ting, automatiseringen av oppgaver (Schraw, 1998, s. 114). Videre kan man bruke sin metakognitive kunnskap for å utvikle strategier for å forbedre sin egen praksis, for eksempel ved å bryte ned en komplisert teknikk i mindre deler som kan øves separat. Prosedyrekunnskapen kan også hjelpe oss med å lære nye prosedyrer. Man kan bruke sin prosedyre kunnskap for å identifisere trinnene i en ny prosedyre, og deretter bruke sin prosedyrekunnskap til å lære og øve på hvert trinn. Gjennom å bruke metakognisjon på denne måten, kan man være mer bevisste på sin egen læring og prosess, og dermed bli mer effektive og nøyaktige i utførelsen av oppgaver (Schraw & Dennison, 1994). For å identifisere ulike prosedyrer kan læreren utføre strategien eller modellere som hjelp for å forstå og lære seg en prosess (Brandmo, 2014, s. 199).

Betinget kunnskap refererer til kunnskap om når og hvorfor man bør ta i bruk kognitive læringsstrategier eller prosedyrer (Brandmo, 2014, s. 199; Schraw & Dennison, 1994). Altså kunnskapen om hvorfor og når man kan anvende en bestemt type kunnskap i ulike situasjoner eller sammenhenger. Betinget kunnskap innebærer kunnskap om når man skal bruke spesifikke strategier (Özsoy, 2011, s. 227). Dette innebærer at man ikke bare kjenner til fakta og prosedyrer, men også hvordan man kan anvende dem på ulike måter. Metakognitiv bevissthet kan hjelpe med å evaluere egen betingede kunnskap og forbedre ens evne til å anvende kunnskapen på ulike måter (Schraw, 1998, s. 114). For eksempel, når man har lært en bestemt matematisk formel eller prinsipp, er det den betingede kunnskapen som hjelper med å reflektere over hvordan man kan anvende denne kunnskapen i ulike matematiske problemstillinger. Man kan bruke ens betingede kunnskap til å identifisere situasjoner der formelen eller prinsippet kan være relevant, og deretter bruke sin betingede kunnskap for å utvikle strategier for å anvende kunnskapen på en effektiv måte (Schraw, 1998, s. 114). Metakognitiv bevissthet kan også hjelpe oss med å lære ny betinget kunnskap. For eksempel kan vi bruke vår betingede kunnskap for å identifisere hvilke sammenhenger og situasjoner som er relevante for en bestemt type kunnskap, og deretter bruke vår betingede kunnskap for å lære hvordan man kan anvende kunnskapen i ulike sammenhenger (Brandmo, 2014, s. 199). Gjennom å bruke den betingede kunnskapen sin på denne måten, kan man være mer bevisste på egen læring og anvendelse av kunnskap, og dermed bli mer effektive og nøyaktige i utførelsen av oppgaver.

Metakognitiv bevissthet er altså delt inn i tre hoved fasetter og en av disse er metakognitiv kontroll. Underliggende i metakognitiv kontroll har man noen metakognitive ferdigheter blant annet planlegging (Özsoy, 2011, s. 228). Metakognitiv kontroll innebærer å bruke sin metakognitiv kunnskap til å regulere og kontrollere ens tenking og læring (Özsoy, 2011, s. 228). Elever som besitter denne kontrollen over egen kunnskap tenker på læringsmålene, læringsegenskapene og tiden de har tilgjengelig (Özsoy, 2011, s. 228). MAI undersøkelsen tar i bruk fem metakognitive kontrollferdigheter, planlegging, informasjonsstyringsstrategier, forståelsesovervåkning eller overvåking (monitoring), debuggingsstrategier og evaluering (Schraw & Dennison, 1994). Dette prosjektet tar utgangspunkt i disse fem kontrollferdighetene.

Planlegging innebærer planer for hvor og når en aktivitet utføres og tidsbruken som beregnes til aktiviteten (Skaalvik & Skaalvik, 2021). Man må være bevisst på hva en kan, hvilken kunnskap man besitter, læringsstrategier man kan og hvor lang tid noe vil ta. Planlegging inkluderer oppgaveanalyse, aktivering av relevant kompetanse og valg av passende strategi (Grønmo & Throndsen, 2006, s. 188). Disse valgene tar man på bakgrunn av den kompetansen man innehar og målet som er satt for aktiviteten som skal gjennomføres. Planlegging omfatter å kunne ta informasjonen om oppgavens betingelser, egne ferdigheter og ytre rammer til ettertanke, og videre sette seg et mål som må settes av tilstrekkelig med tid til, samt å kunne estimere nivået av innsats dette krever (Brandmo, 2014, s. 201).

Informasjonsstyringsstrategier er ferdigheter og strategisekvenser som brukes til å behandle informasjon mer effektivt, for eksempel å organisere, utdype, oppsummere eller selektivt fokusering (Schraw & Dennison, 1994). Man kan se på denne ferdigheten som evnen til å analysere informasjon for å så velge riktig strategi til å løse eller gjennomføre en aktivitet. Strategivalg kan være en del av planleggingsfasen, men det kan foregå et bytte underveis i oppgaveløsningen, dette er hvis man klarer å erkjenne at man har valgt feil strategi (Brandmo, 2014, s. 201).

Forståelsesovervåkning eller overvåking (monitoring) er en vurdering av egen læring og forståelse (Grønmo & Throndsen, 2006, s. 188). Samt vurdering av valg av strategi og strategibruk (Grønmo & Throndsen, 2006, s. 188; Schraw & Dennison, 1994). Hensikten med å overvåke er å kunne kontrollere at det er progresjon i arbeidet, forståelsen av stoffet og at planen og strategien som er lagt til grunn fungerer (Skaalvik & Skaalvik, 2021, s. 193).

Debuggingsstrategier er en ferdighet som retter opp når det oppstår en forståelsesfeil eller ytelsesfeil (Schraw & Dennison, 1994). Debuggingsstrategier kan også bli kalt allokering av ressurser. Dette er når man ser at noe må forandres underveis i arbeidet. Det hender at man har valgt feil strategi for å nå målet og med mer inngående kunnskap forstår dette (Brandmo, 2014, s. 201). Hvis man ser at ens kompetanse ikke strekker til for å nå målet kan en debuggingsstrategi være å spørre om hjelp. Ferdigheten kan innebære at man avslutter arbeidsinnsatsen på grunn av at man har nådd sitt mål eller ikke får til det som skal gjøres (Brandmo, 2014, s. 201).

Evaluering er en omfattende analyse etter en læringsperiode. Man analyserer og evaluerer eller vurderer læringsutbytte, resultat og effektiviteten til strategien eller de flere strategiene som ble benyttet (Grønmo & Throndsen, 2006, s. 188). For å kunne evaluere ved slutten av et arbeid, prosjekt, oppgave eller liknende må man ha jobbet metakognitivt gjennomgående i læringsprosessen. Evaluering i undervisning kan gjennomføres ved å spørre elevene om de har nådd målet sitt og hva de ville gjort annerledes neste gang (Pennequin et al., 2010, s. 206). Hensikten med evalueringen er å videre jobbe metakognitivt, for å kunne se hva som kan justeres og hva som fungerte, samt å trekke lærdom ut av læringsprosessen (Skaalvik & Skaalvik, 2021, s. 194). Ved å bruke disse metakognitive strategiene eller ferdighetene kan man øke forståelsen, forbedre hukommelsen og utvikle effektive læringsmetoder. Det er derfor viktig å lære og bruke metakognitive ferdigheter, spesielt for elever og andre som ønsker å lære og forbedre sin kompetanse.

## ***2.2 Misoppfatninger i matematikk***

Matematikk er en vitenskap som er preget av nøyaktighet og presisjon. Likevel kan det oppstå misforståelser og feilaktig læring i faget som kan føre til misoppfatninger. Misoppfatninger kan beskrives som «ufullstendige tanker knyttet til et begrep» (Brekke, 2002, s. 10). Brekke (2002, s. 10) påpeker at misoppfatninger ikke er det samme som feil, da feil er noe som kan oppstå mer eller mindre tilfeldig. Misoppfatninger er ikke en tilfeldighet. Bak en misoppfatning ligger det ofte en ide eller en bestemt tanke om hvordan noe skal gjøres, som ofte brukes konsekvent (Brekke, 2002, s. 10). En misoppfatning kan sammenliknes med en propp som sitter i et rør, slik at vannet ikke kan renne gjennom. Nygaard og Zernichow (2006) gjør denne sammenlikningen og mener at en misoppfatning er «en fastlagt oppfatning omkring et begrep som ikke har den intensjonen». Misoppfatninger kan oppstå av ulike årsaker. Noen ganger kan det skyldes feil i informasjonen som har blitt gitt til elevene, mens andre ganger kan det være en følge av begrenset kunnskap eller manglende forståelse av grunnleggende konsepter. Det kan også skyldes en negativ holdning til

matematikk, som kan føre til at elevene ikke er motiverte til å lære eller å forstå faget. En misoppfatning kan skyldes misforståelse eller manglende oppfatning av begreper, samt overgeneralisering hvor man overfører en tenkemåte som er korrekt i spesielle tilfeller til andre tilfeller hvor tenkemåten ikke fungerer lenger (Brekke, 2002; Nygaard & Zernichow, 2006).

Misoppfatninger kan være hindringer for elevenes læring og forståelse av matematikk, og det er derfor viktig å kartlegge dem tidlig og gi elevene målrettet veiledning og støtte. Det er viktig å identifisere og korrigere misoppfatninger tidlig i læringsprosessen for å unngå at de blir til en vedvarende hindring for videre læring. Elever som sliter i matematikk får ofte hjelp når de sliter, men det kan se ut til at de ikke får hjelp til å finne ut hvorfor de sliter med denne proppen (Nygaard & Zernichow, 2006). For å fange opp og korrigere misoppfatningene trengs det oppmerksomme og opplyste lærere. Lærere bør være oppmerksomme på vanlige misoppfatninger i matematikk og kunne identifisere dem når de oppstår. Hvis lærer mistenker at en elev sitter fast i en misoppfatning og ikke bare har gjort en «engangs feil» bør dette utforskes videre. For å kartlegge og oppdage disse misoppfatningene bør lærere ta i bruk diagnostiske oppgaver i undervisningen. Disse oppgavene er designet for å evaluere elevenes forståelse av et bestemt emne eller konsept, og kan brukes til å identifisere de områdene hvor elevene har misforstått eller ikke forstår konseptet helt (Brekke, 2002). Et annet verktøy som kan brukes til å kartlegge misoppfatninger er observasjon. Læreren kan observere elevene mens de arbeider med oppgaver, og se etter de vanligste feilene som elevene gjør. Observasjon kan også gi læreren en bedre forståelse av elevenes tenkemåter og tilnærminger til oppgaver. Når misoppfatningene er kartlagt, er det viktig at læreren gir elevene tilbakemelding og veiledning for å hjelpe dem å korrigere tankeprosessen sin, eller disse skjemaene som Piaget refererer til (Ay, 2017). Dette kan inkludere å gi dem tilgang til ekstra oppgaver og ressurser som kan hjelpe dem å forstå konseptet bedre, eller å gi dem individuell veiledning og støtte. For å sikre at kartleggingen av misoppfatninger er effektiv, er det viktig at læreren har god kjennskap til elevenes læringstrinn og evner, og at oppgavene og testene er representative for det fagstoffet som skal læres. Det er også viktig at læreren er tålmodig og oppmuntrer elevene til å tenke selvstendig og å ta ansvar for egen læring. For å bestemme og eliminere elevenes misoppfatninger er det viktig for lærerne å kjenne til elevenes bakgrunn og oppfatninger av det matematiske emnet (Ay, 2017, s. 22).

### 2.2.1 Diagnostiske oppgaver

Diagnostiske oppgaver og arbeid er et viktig verktøy i undervisningen for å evaluere elevenes forståelse av fagstoffet. Diagnostiske oppgaver kan være en individuell oppgave eller en serie av

spørsmål som blir gitt til en gruppe elever. Målet er å finne ut hva elevene allerede forstår og hvor deres kunnskapsnivå ligger, samt deres ferdigheter og begrepsforståelse (Brekke, 2002, s. 15). Diagnostisk arbeid i matematikkundervisning kan være avgjørende for å identifisere forskjellen på misoppfatninger og feil hos elevene, slik at læreren kan gi de som trenger målrettet veiledning og støtte (Brekke, 2002, s. 15–16). Det kan også hjelpe læreren med å planlegge undervisningen og utvikle en tilpasset undervisningsplan som tar hensyn til de individuelle behovene til elevene. Noe som er veldig i tråd med den nye læreplanen, LK20, med tilpasset opplæring (Kunnskapsdepartementet, 2019). Brekke (2002, s. 15–16) viser til en liste over hva diagnostiske oppgaver blir brukt til:

- *å identifisere og framheve misoppfatninger som elevene har utviklet, også uten at det trenger å ha vært noen formell undervisning i det en vil undersøke,*
- *å gi læreren informasjon om løsningsstrategier elevene bruker for ulike typer av oppgaver,*
- *å rette undervisningen mot å framheve misoppfatningene, for på den måten å overvinne dem og de delvise begrepene,*
- *å utvikle elevenes eksisterende løsningsstrategier,*
- *å måle hvordan undervisningen har hjulpet elevene til å overvinne misoppfatningene ved å bruke de samme oppgavene både før og etter undervisningssekvensen.*

(Brekke, 2002, s. 16)

Oppgavene trenger ofte en presentasjon fra lærer og en rubrikk hvor elevene utfordres til å vise deres tankeprosess fram mot svaret deres (Brekke, 2002, s. 16). Det er viktig å finne og bruke oppgaver som elever vanligvis kan ha problemer med å svare riktig på. Samt å unngå spørsmål og oppgaver hvor elevene kan svare riktig til tross for at eleven har et feilaktig syn knyttet til begrepet eller temaet (Brekke, 2002, s. 16). Etter at oppgavene er gitt og besvart, må læreren analysere elevenes svar for å identifisere deres kunnskapsnivå og eventuelle misoppfatninger. Dette kan gjøres ved å bruke et skjema som beskriver de vanligste feilene elevene gjør, eller ved å observere elevene mens de jobber med oppgavene. Læreren kan deretter gi tilbakemeldinger til hver enkelt elev om hva de gjorde riktig og hva de kan forbedre (Matematikksenteret, u.å.-c). I tillegg til å

bruke diagnostiske oppgaver og arbeid for å evaluere elevenes forståelse av fagstoffet, kan de også brukes som en måte å motivere elevene på. Gjennom å gi dem tilbakemeldinger på hva de allerede kan og hva de kan forbedre, kan elevene få en bedre forståelse av hva de trenger å jobbe med og hvordan de kan forbedre seg.

### 2.2.2 Misoppfatninger i brøk

Temaet brøk er et utfordrende tema for elever og omfatter mange misoppfatninger, disse er valgt for denne studien:

- *Nevneren representerer antall deler, uavhengig av størrelsen*
- *Jo større nevner (eller teller), jo større brøk*
- *Brøkestreken er likt desimalkomma*
- *Differansen mellom teller og nevner avgjør størrelsen på brøken*
- *Tar ikke hensyn til helheten*

En vanlig misoppfatning er at *nevneren i en brøk alltid representerer antall deler, uavhengig av størrelsen*. Elevene forstår ikke at hver del som representeres i brøken er like store deler, men kun antall deler (Tokle et al., 2018, s. 4). Eleven mangler forståelse for at brøk kan være del av en helhet (Tokle et al., 2018, s. 4). Tidligere master forskning på denne misoppfatningen viser at elever på mellomtrinnet svarer til at mellom 26% og 44% av besvarelsene tilsvarende misoppfatning (Vinje, 2019, s. 52–53). En annen master forskning viser til en fordeling på to skoler hvor deres testing gir et samlet antall elever under denne misoppfatningen på 22 elever på den ene skolen og 12 elever på den andre skolen (Rosland & Iversen, 2022, s. 49). Denne fordelingen er på tiende trinn og av en total på 91 elevbesvarelser. Dette viser at misoppfatningen er relativt utbredt blant både elever på mellomtrinnet og på tiende trinn.

Videre har man en misoppfatning som kalles *jo større nevneren eller telleren er, jo større blir brøken*. «Når elever skal avgjøre størrelsen til brøker er det noen som overgeneraliserer kunnskapen de har om de naturlige tallene og desimaltall» (Tokle et al., 2018, s. 7). Elevene tenker at tallet i nevner eller teller ikke har et forhold, slik at en åttendedel er mindre enn en nidel fordi åtte er mindre enn ni. Altså heltallstenkning til elevene medfører at elevene ser på telleren og nevneren som rene tallstørrelser og tar ikke hensyn til forholdet mellom disse (Tokle et al., 2018, s. 7). Vinjes resultater viser at det er flere av elevene på femte trinn med denne misoppfatningen enn både sjette og syvende trinns elevene (Vinje, 2019, s. 56). Elevene på syvende trinn viser minst antall av

besvarelser som indikerer denne misoppfatningen, På sjette og syvende trinn viser Vinjes (2019, s. 56) resultater at det er 26% på sjette trinn og 18% på syvende trinn som har denne misoppfatningen.

Resultatene fra Rosland og Iversens (2022, s. 49) forskning viser her at flere elever med denne misoppfatningen enn misoppfatningen kalt «*nevneren i en brøk alltid representerer antall deler, uavhengig av størrelsen*». Den første skolen viser til samme antall (22) av elever med denne misoppfatningen (Rosland & Iversen, 2022, s. 49). Mens den andre skolen viser til et betydelig hopp i antall elever fra den tidligere misoppfatningen, med et antall på 26 elever med misoppfatningen (Rosland & Iversen, 2022, s. 49).

Noen elever kan tro at *brøkstreken fungerer som desimalkomma* og at tallene på hver side av brøkstreken skal skilles ved å flytte desimaltegnet. For elever er det utfordrende å forstå at en brøk tilsvarer ett tall, grunnet at brøken består av to tall plassert på ulike linjer (Tokle et al., 2018, s. 12). Dette vil si at elevene vil tenke at tre femdel er det samme som 3,5. Tidligere forskning viser til to skoler med et likt antall av utbredelse av denne misoppfatningen (Rosland & Iversen, 2022, s. 49). På begge skolene som er forsket på er det 16 elever med misoppfatningen «*brøkstreken fungerer som desimalkomma*», noe som er relativt lite ut av 91 elever tilsammen (Rosland & Iversen, 2022, s. 49). Vinje (2019, s. 61) viser til at rundt 20% av elevene på de ulike trinnene på mellomtrinnet har svar som tilsvarer denne misoppfatningen. Dette er en betydelig mindre mengde elever på mellomtrinnet som viser denne misoppfatning enn hva Rosland og Iversens forskning på tiende trinn viser til.

En annen vanlig misoppfatning er at størrelsen på brøken avhenger av differansen mellom telleren og nevneren. En brøk er et multiplikativt forhold mellom to størrelser (teller og nevner) (Tokle et al., 2018, s. 15). Noen elever tilegner kunnskap basert på naturlige tall for å bestemme størrelsen på brøker, elevene anser telleren og nevneren som uavhengige tall og vurderer ikke forholdet mellom dem (Tokle et al., 2018, s. 15). Dette resulterer i at elevene ser på differansen mellom teller og nevner når de skal avgjøre brøkens størrelse. Denne misoppfatningen er i noe forskning mindre utbredt enn de tidligere misoppfatningene, for eksempel i Vinjes (2019, s. 59) forskning. Hans forskning viser at utbredelsen av denne misoppfatningen ligger på 6% til 3% på mellomtrinnet (Vinje, 2019, s. 59). I motsetning til Vinjes forskning viser Rosland og Iversens forskning en større tendens til denne misoppfatningen. Deres forskning viser til 25 elever på en skole og 17 elever på den andre skolen, dette tilsvarer over 40% av elevene som ble testet (Rosland & Iversen, 2022, s.



49). En sammenlikning av disse to studiene viser til at denne misoppfatningen er mer utbredt på tiende trinn på de valgte skolene enn på mellomtrinnet.

En annen vanlig misoppfatning i brøk er at elevene *ikke tar hensyn til helheten* eller konteksten. Elever kan ha problemer med å forstå at helheten kan endres, de vil påstå at helheten er lik som utgangspunktet hvis helheten øker og deretter minker tilsvarende (Tokle et al., 2018, s. 23). Man kan altså øke en pris med en tredel for å så minke prisen med en tredel og gå tilbake til utgangspunktet, ifølge elevene i denne misoppfatningen. Fra samme studiene som vises til over er det kun en av de som har testet denne misoppfatningen, og dette er forskningen som har blitt utført på tiende trinn. Likevel viser denne forskningen til et stort antall elever med denne misoppfatningen. Skole 1 viser til 26 elever og skole 2 viser til 27 elever med denne misoppfatningen (Rosland & Iversen, 2022, s. 49). Dette er i deres studie den misoppfatningen med flest elever hvor deres svar tilsvarer en misoppfatning (Rosland & Iversen, 2022, s. 49).

## **Aspekter ved brøk**

Matematikdidaktikeren Leen Streefland påstår at brøk er det mest problematiske området innen matematikkopplæringen (Solem et al., 2017, s. 221). Brøk er et sammensatt begrep med flere aspekter, det kan være vanskelig for elevene å holde styr på de forskjellige delene. Elevene kan generalisere informasjon innenfor ett aspekt og føre den over til et annet aspekt, noe som kan bidra til misoppfatninger. Brøkbegrepet inneholder fem forskjellige aspekter eller kategorier, disse blir kalt: del av helhet, kvotient, mål, forhold og operator (Grey & Ånestad, 2016, s. 62; Solem et al., 2017, s. 221–222).

### **Brøk som del av helhet**

Aspektet del av helhet er ofte knyttet til elevenes første møte med brøk (Solem et al., 2017, s. 225). Brøken som del av en helhet representerer en sammenlikning mellom antall deler og de delene som helheten er del inn i, her må teller være mindre enn nevner (Grey & Ånestad, 2016, s. 63). I dette aspektet ser man på forholdet mellom antall deler (teller) og det totale antallet deler som er helheten (nevner) (Solem et al., 2017, s. 225). Del av en helhet blir ofte introdusert tidlig i innlæringen av brøk, dette er fordi elevene ofte har erfaringer med dette aspektet, samt finnes det mange måter å konkretisere eller visualisere og liknende (Solem et al., 2017, s. 225).

### **Brøk som kvotient**

Kvotient er svaret i et delestykke, så man kan også kalle dette aspektet «brøk som deling» (Solem et al., 2017, s. 227). Brøk som kvotient sammenliknes med den strukturen som er i delingsdivisjon (Grey & Ånestad, 2016, s. 65). Det at brøk brukes som kvotient vil kunne være hjelpende for elever, da de kjenner til arbeidet med divisjon (Solem et al., 2017, s. 227).

### **Brøk som mål**

Aspektet brøk som mål kalles også for brøk som måling eller tall. Dette aspektet handler om å utvide tallsystemet utover det hele tallet (Grey & Ånestad, 2016, s. 63). Altså man etablerer en måleenhet som det hele og deretter bruker det hele som måleenhet til å uttrykke et mål (Solem et al., 2017, s. 229). Brøken blir brukt som tallstørrelser, som at man kan tenke på  $1\frac{1}{2}$  som et tall mellom 1 og 2 (Grey & Ånestad, 2016, s. 63). Man bruker ofte tallinje for å illustrere aspektet brøk som mål (Grey & Ånestad, 2016, s. 63; Solem et al., 2017, s. 229).

### **Brøk som forhold**

Aspektet brøk som forhold betyr dette at brøken blir betraktes som forhold, brøken vil referere til et forhold mellom to størrelser (Grey & Ånestad, 2016, s. 65). Brøk som forhold og del av en helhet er relatert til hverandre, men addisjons definisjonen er ulik og stiller to ulike utfordringer til eleven (Grey & Ånestad, 2016, s. 66). For å illustrere forskjellen viser jeg til et eksempel fra Grey og Ånestad:

*«I en eggekartong som inneholder 5 brune og 7 hvite egg, forekommer følgende forhold:  $\frac{5}{7}$  (brune sammenliknet med hvite, det vil si part-part); og  $\frac{7}{5}$  (hvite sammenliknet med brune, det vil si part-part); og  $\frac{5}{12}$  (brune sammenliknet med det hele, det vil si part-whole); og  $\frac{7}{12}$  (hvite sammenliknet med det hele, det vil si part-whole).» (Grey & Ånestad, 2016, s. 66)*

Her vil part - part være brøk som forhold, mens part - whole være brøk som del av en helhet. Videre for å vise til addisjons definisjonene:

*«I tillegg har man en kartong med 2 brune og 10 hvite egg. Ved helhetstolkning vil de si at de brune eggene utgjør  $\frac{5}{12}$  kartong +  $\frac{2}{12}$  kartong =  $\frac{7}{12}$  kartong og dermed*

*kan man si at  $\frac{7}{12}$  av en kartong er brune egg. Hvis man skal tolke oppgaven som forhold, vil man si at  $\frac{7}{24}$  av alle eggene er brune.» (Grey & Ånestad, 2016, s. 66)*

### **Brøk som operator**

Når brøken forstås som en operator, det vil si brøken er et tall som inngår i et regnestykke, som for eksempel en brøk som multipliseres med et annet tall (Solem et al., 2017, s. 230). Brøken fungerer som en forminsker eller forstørrer (Grey & Ånestad, 2016, s. 65). Noe som kan hende når elever blir presentert med en oppgave hvor brøken er en operator, er at de kan tolke oppgaven som en del av en helhet og illustrere oppgaven annerledes (Grey & Ånestad, 2016, s. 65).

### ***2.3 Sammenheng mellom metakognitiv bevissthet og matematikk***

I kunnskapsløftet LK20 under matematikkfagets relevans blir det poengtert at matematikkfaget skal bidra til elevenes utvikling av selvstendighet og samarbeid gjennom utforskning og problemløsning (Utdanningsdirektoratet, 2020a). Videre uttrykkes det at arbeidet med utforskning og problemløsning vil kunne bidra til at elevene blir mer bevisste på sin egen læring, altså mer metakognitiv bevisst (Utdanningsdirektoratet, 2020a). Özsoy (2011, s. 228) viser til Artz og Armour-Thomas som påpeker at hovedårsaken til svikt i problemløsning blant elever er at elevene ikke kan overvåke egne mentale prosesser under problemløsning.

Med dette i tankene er det funnet ut at det kan finnes positive og signifikante stigninger i prestasjon hos elever som tar i bruk aktiviteter for å utvikle sine metakognitive ferdigheter (Özsoy, 2011, s. 228–229). En metakognitiv instruksjonsmetode som for eksempel IMPROVE, indikerer at en slik tilnærming kan bidra til forbedring i elevenes evne til å løse både testliknende problemer og oppgaver knyttet til hverdagslivet (Mevarech & Fridkin, 2006, s. 88). En studie av metode IMPROVE viser til at elevene som ble utsatt for metakognitiv instruksjon utkonkurrerte elever uten instruksjon når det gjaldt matematisk prestasjon (Mevarech & Fridkin, 2006, s. 89). Elever må lære å overvåke og regulere prosedyrene i matematikk som brukes får å nå et mål om å løse matematiske problemer (Özsoy, 2011, s. 228).

I en studie gjennomført av Desoete et al. (2001, s. 445) viser de til at metakognitiv bevissthet gir elevene gode evner innenfor problemløsning. Matematikk kunnskap og metakognitiv bevissthet kan være essensielle deler for hverandre. Spesielt når man driver med problemløsning, kan det være nyttig med bevissthet om egen læring, metakognitiv bevissthet. Özsoy påstår at metakognitive ferdigheter og bevissthet er u-atskillig med matematikk kunnskap (Özsoy, 2011, s. 299). For å kunne prestere høyt i matematikk vil innsikten og bevisstheten om sin egen kognisjon være viktig.

## 3 Metode

I dette kapitlet vil jeg redegjøre for studiens forskningsdesign. Videre skal jeg presentere de metodiske valgene innenfor spørreskjemaet og den matematiske kartleggingsprøven som er valgt. Deretter redegjøres det for studiens validitet og reliabilitet. Etterfølgende av de etiske avveiningene som er gjort for studien. Til slutt redegjøres det for utvalget av deltagere til studien og gjennomføringen av datainnsamlingen.

### 3.1 Forskningsdesign

Kvantitativ forskningsdesign refererer til en tilnærming til forskning som fokuserer på å samle og analysere numerisk data for å undersøke et forskningsspørsmål. Dette designet brukes vanligvis når man ønsker å identifisere relasjoner mellom variabler, og å måle graden av disse relasjonene (Blikstad-Balas & Dalland, 2021, s. 22). Relasjonen som skal undersøkes i dette prosjektet er illustrert i problemstillingen:

*Hvilke sammenhenger er det mellom elevenes refleksjon over egen metakognitiv bevissthet og misoppfatningene de har i brøk?*

Prosjektet har i to forskningsspørsmål som må belyses før jeg kan se etter sammenhenger mellom brøk og elevers misoppfatninger i brøk:

*Hvilke metakognitive bevisstheter hevder elever på sjette og syvende trinn at de har?*

*Hvilke misoppfatninger i brøk viser elever i sjette og syvende trinn i en matematisk kartleggingsprøve?*

For å svare på problemstillingen og forskningsspørsmålene har jeg foretatt innhenting av kvantitativ data. Altså datamateriale i form av tall (Blikstad-Balas & Dalland, 2021; Høgheim, 2020; Nyeng, 2020). Valget om å samle inn kvantitativ data ble tatt på grunn av temavalget. Misoppfatninger i brøk er forsket en del på, dette er også metakognitiv bevissthet. Jeg kunne valgt å intervju elever og observere i ulike klasserom, men for at jeg skulle få en innsikt i elevenes egne meninger og deres faktiske misoppfatninger i brøk valgte jeg et anonymt spørreskjema og en anonym matematisk kartleggingsprøve. Når elevene vet at besvarelsen er anonym tror jeg at de svarer mer oppriktig enn om jeg skulle stilt dem spørsmål i et intervju.

## 3.2 Spørreskjema

Ved utforming av spørreundersøkelsen vedrørende elevens metakognitive bevissthet, var MAI undersøkelsen strekt inspirerende. Dette er et velkjent spørreskjema som omhandler elevens egen refleksjon om egen metakognitiv bevissthet. Spørreundersøkelsen består av 19 spørsmål som har som formål å kartlegge elevenes samlede metakognitiv bevissthet. Samt er det tre spørsmål for å kunne se på eventuelle avvik som kan ha sammenheng mellom kjønn eller tid på året elevene er født. Spørreundersøkelsen er basert på inndelingene som er i MAI - undersøkelsen.

Inndelingene fra MAI - undersøkelsen oversatt til norsk:

- Deklarativ kunnskap
- Prosedural kunnskap / prosedyrekunnskap
- Betinget kunnskap

De ulike metakognitive ferdighetene innenfor metakognitiv kontroll som er valgt:

- Planlegging
- Informasjonsstyringsstrategier
- Overvåking av forståelse
- Debuggingsstrategier
- Evaluering

(Schraw & Dennison, 1994)

Elevene blir presentert med en spørreundersøkelse (vedlegg 1) hvor de får påstander som de skal bestemme om gjelder for deres person. De skal enten si seg enig eller uenig. For å kunne analysere elevenes besvarelser og evne innenfor metakognitiv aktivitet vil hvert kryss i kolonnen i **enig** gi ett poeng. Mens et kryss i kolonnen hvor man er **uenig** i påstanden vil gi null poeng. Hvis deltageren har unnlatt å svare, altså svart **blankt**, gir dette minus ett poeng.

Deklarativ kunnskap er når man tenker om tenking (Hagen et al., 2012), kunnskapen om ens ferdigheter, intellektuelle ressurser og evner som lærende (Schraw & Dennison, 1994). Det er flere påstand knyttet til denne kategorien, en av de lyder som følger: «Jeg husker det jeg lærer i timene». Prosedural kunnskap beskrives som tanker relatert til bearbeiding av informasjon og kontroll av kognisjon (Hagen et al., 2012). I spørreundersøkelsen er påstand 11 under kategorien prosedural kunnskap: «Når jeg løser en oppgave ser jeg underveis om fremgangsmåten min er riktig eller feil.». Betinget kunnskap hjelper elevene med å forstå hvordan ny kunnskap kan kobles til eksisterende kunnskap, som gjør det lettere å huske og anvende ny informasjon. Her er det tilknyttet påstand som for eksempel «jeg motiverer meg selv til å lære når jeg trenger det».

Videre til de metakognitive ferdighetene er påstandene også tatt fra MAI - undersøkelsen, de er oversatt og noen er forenklet da en 7.klassing skal kunne forstå påstandene. De metakognitive ferdighetene som nevnt over er det knyttet minst en påstand til. Til ferdigheten planlegging vil elevene måtte ta stilling til om de er enige eller uenige i påstanden som kan lyde for eksempel: «Jeg tenker på hva jeg egentlig skal lære før jeg begynner på en oppgave» (Schraw & Dennison, 1994).

### Oversikt over metakognitiv ferdighet og påstander fra undersøkelsen:

Deklarativ kunnskap	Jeg husker det jeg lærer i timene. Jeg vet hva jeg kan og ikke kan i matematikk. Jeg vet hva jeg må gjøre for å lære best mulig.
Prosedural kunnskap	Jeg vet hvordan ulike fremgangsmåter som kan hjelpe meg med å løse en oppgave best mulig. Når jeg løser en oppgave, ser jeg underveis om fremgangsmåten min er riktig eller feil.
Betinget kunnskap	Jeg vet hva jeg må gjøre for å lære best mulig. Jeg lærer best når jeg allerede vet noe om temaet vi skal ha om. Jeg vet hvorfor jeg velger å løse en oppgave på en bestemt måte. Jeg motiverer meg selv til å lære når jeg trenger det.
Planlegging	Jeg tenker på hva målet er før jeg begynner på en oppgave. Når jeg løser en oppgave, bruker jeg fremgangsmåter jeg vet fungerer. For å forstå en oppgave bedre skriver jeg ned eller streker under det som er viktig i teksten. Når jeg leser en oppgave, vet jeg ofte den beste måten å løse den på.
Informasjonsstyringsstrategier	Jeg tegner for å forstå oppgaver bedre. For å forstå en oppgave bedre skriver jeg ned eller streker under det som er viktig i teksten.
Overvåking av forståelse	Når jeg er ferdig med en oppgave vet jeg om jeg har brukt riktig metode. Jeg vurderer flere alternativer før jeg svarer på en oppgave.
Debuggingsstrategier	Jeg ber om hjelp hvis jeg ikke forstår en oppgave. Jeg stopper opp og leser på nytt hvis jeg ikke forstår.
Evaluering	Jeg spør meg selv om oppgaven kunne vært løst annerledes når jeg er ferdig. Jeg vet hvor bra jeg har gjort en oppgave når jeg er ferdig.

*Tabell 3.1 Oversikt over kategorier under metakognitiv bevissthet og de tilhørende påstandene fra spørreundersøkelsen.*

### 3.3 Matematisk kartleggingsprøve

Den matematiske kartleggingsprøven består av oppgaver valgt ut ifra misoppfatninger i brøk, grunnet ønsket om å gå i dybden på elevenes omfang i et stort tema som brøk. Brøk er et gjennomgående tema på grunnskolen, og denne testen ble gjennomført på sjette og syvende trinn.. Det er også et tema som mange elever synes er utfordrende, og mange elever må jobbe seg gjennom flere misoppfatninger innenfor dette temaet (ref. forskning fra teorikapittel. Som viser at mange elever har misoppfatninger).

Den matematiske kartleggingsprøven (vedlegg 3) er basert på ulike tester fra matematikksenteret. Det er lagt inn oppgaver tilpasset til de ulike misoppfatningene i brøk. De diagnostiske oppgavene har som mål å kartlegge om elevene sitter fast i noen misoppfatninger innenfor dette temaet. Ved valg av oppgaver har jeg forsøkt å velge og utarbeide oppgaver som kan trekkes opp mot de metakognitive ferdighetene som er den andre delen av denne studien. Oppgavene er videreutviklet slik at elevene skal ha muligheten til å gi et innblikk i deres valg og begrunnelser underveis i testen. Metakognitiv bevissthet er blant annet ferdigheter som foregår i elevenes hode, noe som kan være utfordrende å observere på en matematisk kartleggingsprøve. Dermed har prøven flere oppgaver hvor elevene skal begrunne deres svar og vise deres fremgangsmåter. Samt er det diagnostiske tekstoppgaver hvor elevene må kunne sortere informasjon for å kunne svare. Elevene trenger også forkunnskap og evnen til å ta i bruk ulike strategier og metoder for å besvare oppgavene. Noen av oppgavene har en blank rute under hvor det står at elevene skal vise hvordan de tenker. Dette er blant annet fordi elever trenger å bli utfordret til å beskrive og begrunne sin matematiske forståelse og resonering (Matematikksenteret, u.å.-a).

Prøven blir kalt for en matematisk kartleggingsprøve og ikke en diagnostisk prøve fordi den består av diagnostiske oppgaver men det er for få oppgaver som tester hver misoppfatning til å kalles en diagnostisk prøve (Matematikksenteret, u.å.-a).

### Utvalgte misoppfatninger

Misoppfatningene innenfor brøk som er valgt i denne studien er:

- Nevneren representerer antall deler, uavhengig av størrelsen
- Jo større nevner (eller teller), jo større brøk
- Brøkestreken er likt desimalkomma
- Differansen mellom teller og nevner avgjør størrelsen på brøken

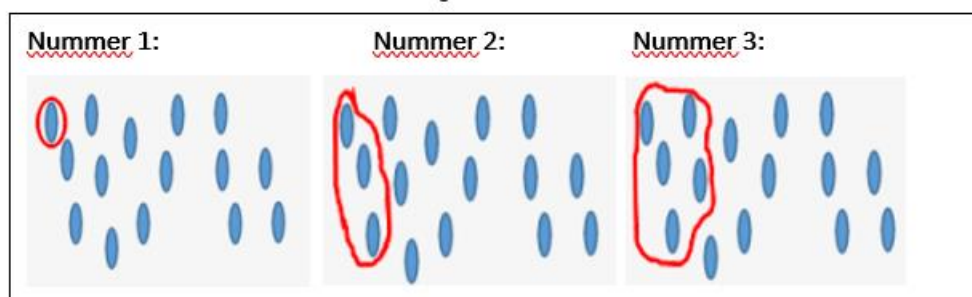


- Tar ikke hensyn til helheten

Disse beskrivelsene for de ulike misoppfatningene er ikke alltid like lett å forstå eller oversette til oppgaver. Dermed følger det nå en forklaring basert på forklaringene som er gitt på matematikksenteret (*Misoppfatninger i matematikk*, 2018).

I brøkgregning er det valgt å fokusere på fem ulike misoppfatninger. Den første misoppfatningen er «nevneren representerer antall deler uavhengig av størrelsen». Denne vises best ved illustrasjonen fra oppgave 1 i kartleggingsprøven (figur 1). Her vil eleven i denne misoppfatningen, forstå at brøk kan være en del av en helhet, men fokuset vil være på antall inni den røde sirkelen og tar ikke hensyn til størrelsen på mengdene (*Misoppfatninger i matematikk*, 2018). En elev i denne misoppfatningen ville enten valgt nummer en eller nummer to, da disse alternativene er tall som finnes i enten nevner eller teller.

På hvilket bilde er det satt ring rundt  $\frac{1}{3}$  av brikkene?



Figur 3.1 Oppgave 1 fra den matematiske kartleggingsprøven.

Neste misoppfatning er «Jo større nevner (eller teller), jo større brøk». Her sitter elevene fast i en overgeneralisering i deres kunnskap omhandlende de naturlige tallene og desimaltall (*Misoppfatninger i matematikk*, 2018). Dette fører til at elever ser kun på teller eller nevner når de skal sammenlikne størrelsen til en brøk. Oppgave 2, se figur 2, omhandler dette. Der skal elevene sortere brøkene etter størrelse. En elev som sitter fast i denne misoppfatningen vil påstå at brøken  $\frac{1}{6}$  vil være størst på grunn av brøkens nevner.

Sorter brøkene etter størrelse fra minst til størst:		
$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{6}$

Figur 3.2 Oppgave 2 fra den matematiske kartleggingsprøven.

«Brøkestreken er likt desimalkomma» er misoppfatningen hvor elevene blander sammen begrepene og sitter fast i forståelsen om at brøkestreken er et desimalkomma. Dette testes i oppgave 3 hvor elevene får spørsmålet om hvilken brøk som har samme verdi som tallet 0,37. Der får de alternativer hvor elevene som sitter fast i denne misoppfatningen vil velge brøken  $\frac{0}{37}$  istedenfor  $\frac{37}{100}$  som er riktig brøk.

Hvilken brøk har samme verdi som 0,37?

Kryss av for det du mener er riktig:	
<input type="radio"/>	$\frac{0}{37}$
<input type="radio"/>	$\frac{1}{3}$
<input type="radio"/>	$\frac{3}{7}$
<input type="radio"/>	$\frac{37}{100}$

Figur 3.3 Oppgave 3 fra den matematiske kartleggingsprøven

«Differansen mellom teller og nevner avgjør størrelsen på brøken». Elevene ser her på differansen mellom teller og nevner i en additiv sammenheng og ser ikke på den multiplikative relasjon det er mellom teller og nevner (*Misoppfatninger i matematikk*, 2018). Oppgave 4 refererer til denne misoppfatningen ved å stille spørsmålet om hva som skal stå i den blanke ruta, se figur 3. En elev

sittende fast i denne misoppfatningen vil da mest sannsynlig skrive tallet fem i den blanke ruta, da det er en mer enn fire, og det er samme forhold som er mellom 2 og 3.

$\frac{2}{3} = \frac{4}{\square}$
Hva skal stå i den tomme ruta?

Figur 3.4 Oppgave 4 fra den matematiske kartleggingsprøven.

Den siste misoppfatningen som er valgt innenfor brøk er: «Tar ikke hensyn til helheten».

Misoppfatningen handler om at noen elever ikke forstår at helheten kan endres, dersom utgangspunktet øker og deretter minker tilsvarende vil ikke helheten forandres (*Misoppfatninger i matematikk*, 2018). Fra den matematiske kartleggingsprøven vil oppgave 5 teste elevene på om de sitter fast i denne misoppfatningen. Hvis elevene sitter fastlåst vil de skrive at Abdi tok vekk  $\frac{1}{4}$  av brikkene, da dette var så mye som ble lagt til.

Abdi har 8 brikker. Han legger til $\frac{1}{4}$ av antallet, slik at han får 10 brikker. Deretter tar han bort 2 brikker. <b>Hvor stor del av brikkene tok Abdi vekk?</b>
--

Figur 3.5 Oppgave 5 fra den matematiske kartleggingsprøven.

## Oversikt over misoppfatningene og oppgaver:

Oppgave	Misoppfatning	Misoppfatnings nr.
1	Nevneren representerer antall deler, uavhengig av størrelsen.	1
2	Jo større nevner (eller teller), jo større brøk.	2
3	Brøkstreken er likt desimalkomma.	3
4	Differansen mellom teller og nevner avgjør størrelsen på brøken.	4
5	Tar ikke hensyn til helheten.	5

Tabell 3.2 Oversikt over misoppfatningene og oppgaver.

### 3.4 Utvalg og gjennomføring

I dette delkapittelet vil prosessen med utvalget av deltakere til studien bli presentert. Samt vil jeg beskrive hvordan gjennomføringen av den matematiske kartleggingsprøven og spørreundersøkelsen som ble utført.

#### 3.4.1 Utvalg

Utvalget handler om hvem som skal delta i forskningsprosjektet. For å innhente respondenter tok jeg kontakt med en stor skole jeg har kjennskap til hvor det er fire klasser på hvert trinn.

Kontaktlærerne i disse syvende klassene kunne stille opp, med de elevene som ga samtykke til å gjennomføre. Det var ikke så mange som ga samtykke til å delta i disse syvendeklassene derfor tok jeg kontakt med to kontaktlærere på sjette trinn hvor de fleste elevene ga samtykke til å delta. Det endte med samtykke fra 70 elever for å gjennomføre både den matematiske kartleggingsprøven og spørreundersøkelse. Elever fra sjette trinn vil kunne være relevante i dette prosjektet fordi seks av ti kompetansemålene etter femte trinn handler om brøk (Utdanningsdirektoratet, 2020b). Dermed vil elevene i sjette klasse ha jobbet seg gjennom det meste av brøk temaet som syvende klassingene også har gjennomført.

### 3.4.2 Gjennomføring

Elevene får først tildelt et samtykkeskjema (vedlegg 4) med informasjon om forskningsprosjektet. Denne tar elevene med seg hjem, hvor foresatte må gi samtykke for at eleven skal kunne bidra til prosjektet. Når samtykket var levert fikk elevene, som har gitt samtykke til å delta i forskningen, hvert sitt kandidatnummer. Lærerne har i forkant fått utdelt nødvendig antall informasjonsskriv, matematiske kartleggingsprøver og spørreskjema. Lærerne administrert tid og rom til prøven og undersøkelsen, og leverte disse besvarelsene til meg.

### 3.4.3 Analyse av data

Jeg overførte data fra undersøkelsen og den matematiske kartleggingsprøven til tabeller og diagrammer for å få en oversikt over datamaterialet. For å svare på forskningsspørsmål 1 samlet jeg data i en tabell for å se trender i elevenes uttalelser og egen metakognitiv bevissthet. Påstandene elevene tok stilling til, ble samlet i kategoriene:

- Deklarativ kunnskap
- Prosedyrkunnskap
- Betinget kunnskap
- Planlegging
- Informasjonsstyringsstrategier
- Forståelsesovervåking eller overvåking (monitoring)
- Debuggingsstrategier og
- Evaluering

Forskningsspørsmål 2 ble undersøkt gjennom utarbeidet av diagrammer som viser andel elever og de ulike misoppfatninger elever viser i brøkgregning. De fem oppgavene illustrerer fem ulike misoppfatninger, og hvert svar ble kodet til riktig løsning, misoppfatning eller feil/ubesvart. Siden jeg har kandidatnummer på alle besvarelsene, var det enkelt å koble sammen hver enkelt elevs svar på spørreundersøkelsen og den samme elevens kartleggingstest. Jeg plukket ut de fem elevene med flest misoppfatning og fem elever uten misoppfatninger, og undersøkte om det var forskjeller i hvordan de ser på sin egen læring i matematikk, altså deres kognitive metabevissthet i matematikk.

## 3.5 *Studiens validitet og reliabilitet*

### 3.5.1 Validitet

For å sikre den overordnede validiteten i datamaterialet for dette prosjektet, er det reflektert nøye over utvalg av deltagere og forskningsmetode i planleggings- og gjennomføringsfasen. Oppgavene i kartleggingsprøven og påstandene i spørreundersøkelsen er basert på allerede eksisterende tester og undersøkelser knyttet til undersøkning av misoppfatninger og metakognitiv bevissthet. Dette er med på å sikre begrepsvaliditeten i prosjektet, fordi oppgavene og påstandene allerede er utprøvd av flere forskere. For at den eksterne validiteten, altså graden av generaliserbarhet (Høgheim, 2020, s. 121), i dette prosjektet skulle vært enda høyere ville det vært gunstig å innhente enda mer data. Likevel mener jeg at, selv om det alltid kunne vært innhentet mer data, så kan datamateriale fra 70 elever belyse mellomtrinnslevers metakognitive bevissthet og misoppfatninger i brøk.

I arbeidet med datamaterialet er det også flere besvarelser blitt ekskludert, da det ikke fremstår at deltageren har svart etter beste evne eller seriøst. Disse besvarelsene vil ikke være representative. Det er også besvarelser som er blitt ekskludert på grunn av kopieringsproblemer. Altså det har skjedd noe med prøven når den ble kopiert opp, noe har blitt borte i kopieringen. Selv om hver lærer fikk utdelt et sett med prøver og spørreskjema til elevene som hadde samtykket, ble dette borte. Dette førte til noe feil og flere besvarelser som måtte ekskluderes fra prosjektet. Når man tar i bruk kvantitativ forskningsmetode vil man alltid kunne samle inn mer data for at den eksterne validiteten blir sterkere.

### 3.5.2 Reliabilitet

Reliabilitet refererer til graden av konsistens og pålitelighet i en måling eller et forskningsresultat (Høgheim, 2020, s. 183). Pålitelighet er en viktig faktor som påvirker validiteten og nytten av forskningsresultater (Frønes & Pettersen, 2021, s. 200). Hvis en måling ikke er pålitelig, kan den ikke brukes til å trekke konklusjoner eller støtte argumenter. I hovedsak handler reliabilitet om pålitelighet og nøyaktighet, hvor påliteligheten kommer av hvor nøyaktig man måler det man skal måle, målesikkerhet (Høgheim, 2020, s. 183; Nyeng, 2020, s. 105).

Både spørsmålene som inngår i spørreskjemaet og oppgavene i den matematiske kartleggingsprøven er utprøvd og testet av flere forskere. Spørsmålene og oppgavene er som nevnt tidligere gjenbrukt fra tidligere forskning på både metakognitiv bevissthet og matematiske

misoppfatninger innenfor valgte tema. Hvis man skulle gjennomført prøven for samme utvalg på nytt vil resultatene sannsynligvis være noe annerledes. Grunnen til dette er hvordan det klassiske reliabilitetsbegrepet er fokusert på den bestemte målingen akkurat når målingen blir gjennomført og dermed ikke på at resultatene mulig kan la seg reproducere grunnet forandringer i mellomtiden (Kleven, 2011, s. 90).

Når man samler inn empiriske data vil det være relevant å tenke på ulike feilkilder som kan ha en innvirkning på datamaterialet. For å sikre god reliabilitet er det essensielt å sikre at dataene er minimalt påvirket av målingsfeil, men man har ikke en garanti for at dataene er helt fri for andre feilkilder (Kleven, 2011, s. 89). Man kan argumentere for at prøven og spørreundersøkelsen i dette prosjektet har høy validitet og reliabilitet, men likevel kan man finne feilkilder som kan ha være med å påvirke prosjektets resultater. Prøven består av flere svarbokser hvor deltakerne skal forklare hvordan de har tenkt, dette er for å kunne se forskjell på de som har gjort en tilfeldig feil og de som faktisk sitter fast i en misoppfatning. Ved å se på hele besvarelsen kan man tolke svaret slik at man forstår denne forskjellen. Likevel vil det være deltakere som ikke viser tankegangen, og dermed vil kun svaret gjelde, så hvis dette svaret tilsvare en misoppfatning har man ikke noe annet å tolke enn at deltakerne sitter fast der. Da sammenlikningen mellom misoppfatninger i noen matematiske tema og metakognitiv bevissthet ikke er sammenliknet tidligere kan det være vanskelig å vite graden av reliabilitet, men man kan se om man finner en tendens.

Utvalget kan også innvirke på hvorvidt man kan generalisere resultatene til å gjelde andre skoler i landet. Om dette prosjektets utvalg er nok for generalisering er usikkert. Her vil geografiske variasjoner forekomme, samt vil deltagernes kunnskap om tall, tallregning, brøk og prosent påvirke resultatene.. Man må også trekke inn viktigheten av læreres dyktighet i innlæring, dette kan gi forskjeller ikke bare fra skole til skole, men også fra klasse til klasse. Dette kan ha en direkte innvirkning på deltagernes resultater, spesielt på den matematiske kartleggingsprøven.

### ***3.6 Etiske avveininger***

For å utvikle forskningsetikkens skjønn og refleksjon, avklare etiske dilemmaer, fremma ansvarlig forskning og forebygge uredelighet har NESH utarbeidet noen forskningsetiske retningslinjer (NESH, 2016, s. 7). Disse etiske retningslinjene handler om forskerfelleskapet, hensyn til personer, grupper og institusjoner, oppdragsgivere, finansører og samarbeidspartnere og forskningsformidling. Forskningsfelleskapet skal opptre sannferdig, behandle hverandre med respekt, samt anerkjenne hverandres bidrag i prosjekter og publikasjoner (NESH, 2016, s. 8). Som

forsker må man ta hensyn til personene som deltar i forskning, man må respektere deres menneskeverd, ta hensyn til deres integritet, sikkerhet og velferd (NESH, 2016, s. 8). Inngående i dette hensynet gjelder å informere om forskningen som personene deltar i og innhente samtykke fra deltagere. Videre har man retningslinjen omhandlende grupper og institusjoner. Noen grupper og institusjoner som forskes på er mer sårbare enn andre og kan ha et særskilt behov for beskyttelse (NESH, 2016, s. 8). Forpliktelser overfor oppdragsgivere, finansører og samarbeidspartnere gjelder for forskere, forskningsetikken skal balansere normer om åpenhet og uavhengighet mot et krav om nytte og en samfunnsrelevans (NESH, 2016, s. 8). Siste retningslinje omhandler forskningsformidling. «Forskningsinstitusjoner og forskere har ansvar for å formidle vitenskapelige resultater, arbeidsmåter og holdninger fra egen og andres forskning, til resten av samfunnet» (NESH, 2016, s. 9). En dialog på tvers av fagområder er nødvendig, samt et samspill med ulike aktører i samfunnet, og forskeres deltagelse i samfunnsdebatten er viktig for forskningsformidlingen (NESH, 2016, s. 9).

For å sikre etiske normer gjeldene for forskning er det viktig å ta hensyn til krav om et informert og fritt samtykke, behandling av personopplysninger anonymisering og oppbevaring av datamaterialet (NESH, 2006).

Før innsamlingen av data startet ble det sendt ut et informasjonsbrev til elevene og deres foresatte (se vedlegg 4). I brevet ble prosjektets formål presentert, samt informasjon om hvordan undersøkelsen og prøven skulle gjennomføres. Informanter og foresatte ble informert om at deltagelsen var frivillig.

Ved behandling av personopplysninger er det viktig å sikre de formelle kravene for behandling av personopplysninger. Da blir informasjon om prosjektet sendt inn ved hjelp av et meldeskjema til personvernombudet for forskning- og studentprosjekter (NSD, u.å.). Prosjektet behandler ingen personopplysninger, dermed ble det ikke sendt inn et meldeskjema til NSD. Alt datamateriale forekommer i anonymisert form og derfor er ikke prosjektet meldepliktig.

Videre til anonymisering og oppbevaring av datamaterialet. Datamaterialet er anonymisert, slik at verken elever eller skole kan bli identifisert. Dermed vil forskningsmaterialet som presenteres i prosjektet være anonymisert, i samråd med NESHs forskningsetiske retningslinjer (NESH, 2016). Prøven og spørreskjema ble delt ut sammen og elevene ble tildelt et kandidatnummer som de skrev på starten av både spørreskjema og prøven.



Undersøkelsene i dette prosjektet innebærer at informantene er elever i grunnskolen og i forbindelse med dette er det noen viktige etiske hensyn som må ivaretas. De viktigste etiske hensyn som må tas innebærer å tilpasse metode og innhold, samtykke fra foresatte, opplysning om frivillighet og informering (NESH, 2016, s. 20). Metode og innhold ble tilpasset til aldersgruppen og forventet kunnskapsnivå til deltagende informanter. Samtykke og informering av foresatte ble utført før datamaterialet ble samlet inn. Informasjonen om at deltagelse i prosjektet var frivillig var inkludert i informasjonsskrivet sammen med samtykkeskjemaet.

## 4 Resultater

I dette kapitlet presenteres resultatene fra spørreundersøkelsen og den matematiske kartleggingsprøven. Først presenteres resultatene av deltakernes egen metakognitiv bevissthet. Videre presenteres deltagerens resultater fra den matematiske kartleggingsprøven, derav hvilke misoppfatninger deltakerne viser. Til slutt i dette kapitlet tas problemstillingen i dette prosjektet opp, hvor resultatene fra elevene med flere misoppfatninger og deres metakognitive bevissthet blir sammenliknet. Samt en sammenlikning av resultatene fra elevene uten misoppfatninger og deres metakognitive bevissthet.

### 4.1 Metakognitiv bevissthet

Som en rød trå i dette del kapitlet vil jeg trekke frem et av forskningsspørsmålene for dette prosjektet:

*Hvordan uttrykker elever på sjette og syvende trinn sine holdninger til og læring i matematikk?*

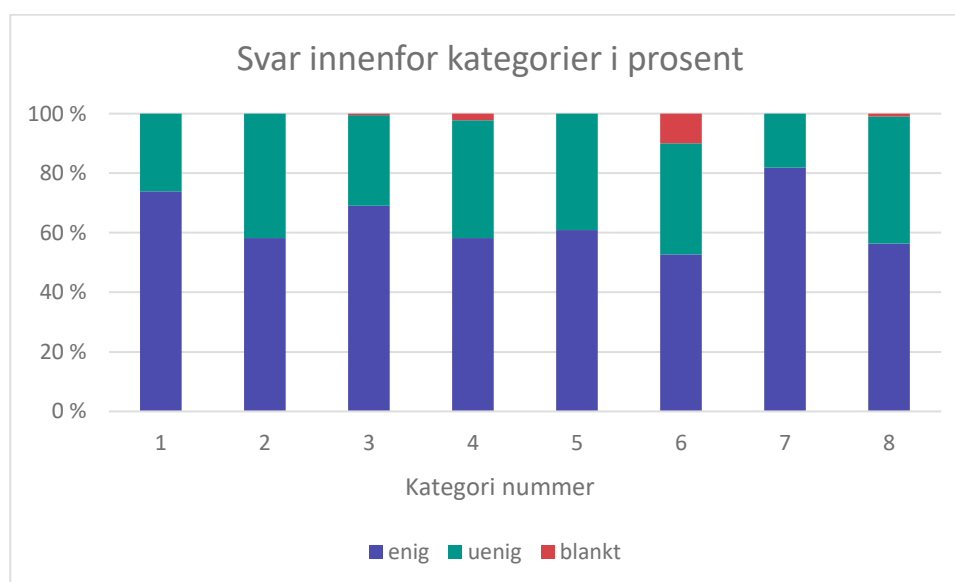
Spørreskjema som er benyttet og besvarelsene som er samlet inn kan man ikke tolke som den totale sannheten. Dette er fordi besvarelsene er kun elevenes egne refleksjoner og uttrykkelser. Dermed viser spørreskjemaet elevenes sannhet. Resultatene blir videre presentert innenfor hovedkategoriene som spørreskjemaet er basert på. Oversikt over hvilke spørsmål som tilhører hver kategori finner man i vedlegg 2. De fleste kategoriene har to spørsmål tilhørende seg, men deklarativ kunnskap har tre spørsmål og betinget kunnskap og planlegging har fire spørsmål innenfor sine kategorier. Derfor er den samlede totalen av svar innenfor kategoriene ikke den samme. Men hvert spørsmål innenfor hver kategori har til sammen 55 svar.

Et viktig resultat som er blitt observert er at de fleste deltakerne har klart å ta stilling til spørsmålene. Det er ikke alltid like lett å svare at man enten er enig eller uenig. Men de fleste har svart enten enig eller uenig, og ikke blankt. En av hovedgrunnen til at det er mange blanke svar på to kategorier, planlegging og overvåking, kan være fordi tre av spørsmålene havnet på baksiden av arket deltakerne fikk utdelt. Dette kan ha forårsaket at deltakerne ikke fikk med seg at det var spørsmål på den andre siden av arket.

Kategori	Navn	Enig	Uenig	Blank
1	Deklarativ kunnskap	122	43	0
2	Prosedyre kunnskap	64	46	0
3	Betinget kunnskap	152	67	1
4	Planlegging	128	87	5
5	Informasjonsstyringsstrategier	67	43	0
6	Overvåking	58	41	11
7	Debugging	92	20	0
8	Evaluering	60	47	1

Tabell 4.1 Total oversikt over kategori og svar.

Figur 4.1 viser at over halvparten av elevsvarene fra sjette og syvende trinn har alle de åtte kategoriene under metakognitiv bevissthet. I de neste avsnittene skal jeg kommenterer resultatene til de åtte kategoriene.



Figur 4.1 Resultater fra spørreskjema i kategorier i prosent. Deklarativ kunnskap, Prosedyrekunnskap, Betinget kunnskap, Planlegging, Informasjonsstyringsstrategier, Forståelsesovervåking eller overvåking (monitoring), Debuggingsstrategier og Evaluering

Resultatene i kategori 1, deklarativ kunnskap, viser at store deler av deltakerne hevder at de besitter denne kunnskapen. Deklarativ kunnskap er den kunnskapen man må inneha om ens ferdigheter, intellektuelle ressurser og evner som lærende (Schraw & Dennison, 1994). Deltakerne som har svart enig, hevder at de husker det de lærer i timene, vet hva de kan og ikke kan i matematikk, og de vet hva de må gjøre for å lære best. Totalen av besvarelser innenfor deklarativ kunnskap er 165 svar, dermed hevder over 70% av deltakerne at de har et godt innblikk i denne kunnskapen.

Videre til kategori 2, prosedyrekunnskap. Deltakernes besvarelser er mer jevne i denne kategorien, flertallet er også her enig med at de besitter prosedyrekunnskap. Dette er kunnskapen om hvordan man gjør ting, automatiseringen av oppgaver (Schraw, 1998, s. 114). Prosedyrekunnskapen elevene har blitt spurt om omfatter bevisstheten rundt fremgangsmåter. Deltakerne viser at denne bevisstheten om ulike fremgangsmåter er riktige eller feil, samt når man bruker ulike fremgangsmåter, uttrykker rundt 40% at er noe vanskelig. Elevene som er enige hevder at de har oversikt over hvilke fremgangsmåter som er best i ulike oppgaver og underveis i en oppgave ser de om fremgangsmåten som de har valgt er riktig eller feil.

Elevene som har deltatt i dette prosjektet fikk under kategori 2, påstanden om de tegner for å forstå en oppgave og om de streker eller skriver ned viktig informasjon for å forstå en oppgave. Figur 4.1 viser at rundt 60% av elevene hevder at de er enig i disse påstandene. Flere av elevene bruker altså disse strategiene for å sortere informasjonen som bli presentert i en oppgave. Elevenes besvarelser på den matematiske kartleggingsprøven viser også til at noen få elever faktisk tegner for å forstå en oppgave. Samtidig er det også svært få av elevene som viser i kartleggingsprøven at de setter strek under viktig informasjon i tekstoppgavene.

Resultatene fra deltakernes uttrykkelser av deres betinget kunnskap, kategori 3, viser et stort flertall som er enige påstandene (figur 4.1). Denne kategorien er den første kategorien hvor det er ett blankt svar. Som tidligere definert er betinget kunnskap den kunnskapen om når og hvorfor man bør ta i bruk kognitive læringsstrategier eller prosedyrer (Brandmo, 2014, s. 199; Schraw & Dennison, 1994). I spørreundersøkelsen handler påstandene altså om hvorfor og når elevene gjør det de gjør. De ulike spørsmålene under hver påstand finnes i tabell 1. Her er det 152 av 220 svar som er enig, og 67 som er uenig. Nærmere 70% av elevene hevder å være enig i påstandene som er under kategorien betinget kunnskap. Majoriteten av deltakerne i undersøkelsen hevder at de lærer best når de har forkunnskaper om temaet som skal læres. Samt hevder majoriteten at de vet hvorfor de velger å løse en oppgave på en bestemt måte, og at de kan motivere seg selv til å lære når de trenger det.

Planlegging, kategori 4, handler om deltakernes oppgaveanalyse, aktivering av relevant kompetanse og valg av passende strategi (Grønmo & Throndsen, 2006, s. 188). Denne kategorien har like mange svar som kategori 3, altså 220 svar, men her er det 128 som er enig. Flere av deltakerne hevder altså at de er mer bevisste i deres betingede kunnskap enn i deres planlegging. Her er det fem blanke svar, dette kan ha noe med at ett av spørsmålene innenfor denne kategorien var ett av

disse tre som havnet på baksiden av arket i utskriften. Figur 5 viser at rundt 60% av svarene til elevene er enig i påstandene under kategorien planlegging. Dette er påstandene som handler om at elevene tenker på målet før de begynner med en oppgave og bruker fremgangsmåter de vet fungerer når de løser en oppgave.

Informasjonsstyringsstrategier er navnet på kategori 5. Dette er kategorien som handler om evnen til å analysere informasjon for å så velge riktig strategi til å løse eller gjennomføre en aktivitet. I denne kategorien er det 67 enige svar og 43 uenige svar. Dermed er rundt 60% av svarene enige i at deltakerne besitter informasjonsstyringsstrategier. Flertallet av deltakerne hevder at de tegner og setter strek under viktige ting i en tekst eller oppgave.

Kategori 6 handler om overvåking. Overvåking handler om en vurdering av egen læring og forståelse (Grønmo & Throndsen, 2006, s. 188). Det mest fremtredende resultatet fra denne kategorien er antallet blanke svar. Dette er som tidligere skrevet mest sannsynlig på grunn av utskriften av spørreundersøkelsen. De to spørsmålene som tilhørte denne kategorien, kom på baksiden av arket og dermed er det noen som ikke har fått dette med seg. Grunnen til at dette er tolkingen av de fleste blanke svarene er fordi de fleste deltakerne har svart blankt på alle de tre spørsmålene på baksiden av arket. Figur 4.1 viser at litt over 50% av svarene er enig, som betyr at halvparten av deltakerne hevder at de har evnen til å overvåke sin egen læring og forståelse. Disse elevene hevder at de vet om de har valgt riktig metode når de er ferdig med en oppgave og at de vurderer flere alternativer før de svarer på oppgaven.

Nest siste kategori, nummer 7, kalles debuggingsstrategier. Debuggingsstrategier er en ferdighet som retter opp når det oppstår en forståelsesfeil eller ytelsesfeil (Schraw & Dennison, 1994). Resultatene fra spørreskjemaet viser til at rundt 80% deltakerne er enig i spørsmålene under denne kategorien. Flere av deltakerne mener at de spør om hjelp når de ikke forstår og leser på nytt hvis de ikke forstår en tekst. Elevene som har svart enig på disse påstandene uttrykker at de ber om hjelp hvis de ikke forstår en oppgave. Samt uttrykker elevene at de stopper opp og leser informasjonen på nytt hvis de ikke forstår.

Videre til siste kategori, evaluering. Evaluering handler om å analysere og vurderer læringsutbytte, resultat og effektiviteten til strategien eller de flere strategiene som ble benyttet (Grønmo & Throndsen, 2006, s. 188). Tabell 4.1 viser at denne kategorien har 60 enige svar, 47 uenige svar og ett blankt. Figur 4.1 viser at de som er enige svarene tilsvarer over 50%. Disse påstandene handler

om elevene spør seg selv om en oppgave kunne vært gjort annerledes når eleven er ferdig og om eleven vet hvor godt gjennomført oppgaven er når eleven er ferdig.

*Oppsummert: «Hvilke metakognitive bevisstheter hevder elever på sjette og syvende trinn at de har?»*

Elevene som har deltatt i dette prosjektet er fra en skole på sjette og syvende trinn, dermed vil resultatene kun gjelde for akkurat disse elevene. Men disse elevene på sjette og syvende trinn hevder å være relativt metakognitivt bevisste. Figur nummer 4.1 viser at elevsvarene på hver kategori tilsvarer minimum 50 prosent enighet i påstandene. Elevene hevder å være minst enig i påstandene under kategori nummer 6, overvåking. Evnen til å kunne overvåke sin egen forståelse er viktig for elevene å utarbeide når det er flere elever som hevder å være uenig med påstandene. Kategoriene flest elever hevder å ha er kategori 7, debugging. Dette virker lovende for elevgruppen, for å inneha ulike strategier for debugging er viktig i videre læring. Spesielt for elevene på sjette og syvende trinn som har mange år med skolegang i fremtiden. Da er det viktig for elevene å ta ansvar for egen læring som å ta ett skritt tilbake og forstå at man kan trenge hjelp når ens egen kompetanse ikke strekker til (Brandmo, 2014, s. 201). Denne debuggings prosessen og disse strategiene kan minne om elevenes evne til selvregulert læring da læringsprosessen er selvstyrt og ansvaret ligger hos elevene (Brandmo, 2014, s. 203; Skaalvik & Skaalvik, 2021, s. 194–195). Neste metakognitiv bevissthet majoriteten av elevene hevder å ha er kategori 1, deklarativ kunnskap. Den deklarative kunnskapen er det som tidligere påpekt over 70% av elevene som hevder å ha. Deklarativ kunnskap skal hjelpe elevene med å forstå og huske informasjon, samt å kunne forutsi og evaluere ulike resultater eller løsninger (Özsoy, 2011, s. 227). Mange av elevene hevder å være enige i påstandene under kategorien deklarativ kunnskap, men den deklarative kunnskapen skal også være med på å hjelpe elevene til å evaluere sin egen læring og tenking (Schraw, 1998, s. 115). Å evaluere sin egen læring og tenking, kategori evaluering, er det bare litt over 50% av elevsvarene som hevder seg enige i.

## 4.2 Misoppfatning om brøk

Prosjektets andre forskningsspørsmål handler om misoppfatninger i brøk. Forskingsspørsmålet er:

*Hvilke misoppfatninger i brøk viser elever i sjette og syvende trinn i en matematisk kartleggingsprøve?*

For å finne ut av hvilke misoppfatninger elevene har i brøk ble det benyttet en matematisk kartleggingsprøve (vedlegg 1). Denne matematiske kartleggingsprøven består av 5 spørsmål, som skal kartlegge hver sin misoppfatning innenfor temaet brøk. Tabell 4.2 viser at oppgavene fra den matematiske kartleggingsprøven og de valgte misoppfatningen innenfor brøk har samme nummer. Det vil si at oppgave en representerer misoppfatning nummer en og så videre opp til oppgave fem og misoppfatning nummer fem.

Oppgave	Misoppfatning	Misoppfatnings nr.
1	Nevneren representerer antall deler, uavhengig av størrelsen.	1
2	Jo større nevner (eller teller), jo større brøk.	2
3	Brøkestreken er likt desimalkomma.	3
4	Differansen mellom teller og nevner avgjør størrelsen på brøken.	4
5	Tar ikke hensyn til helheten.	5

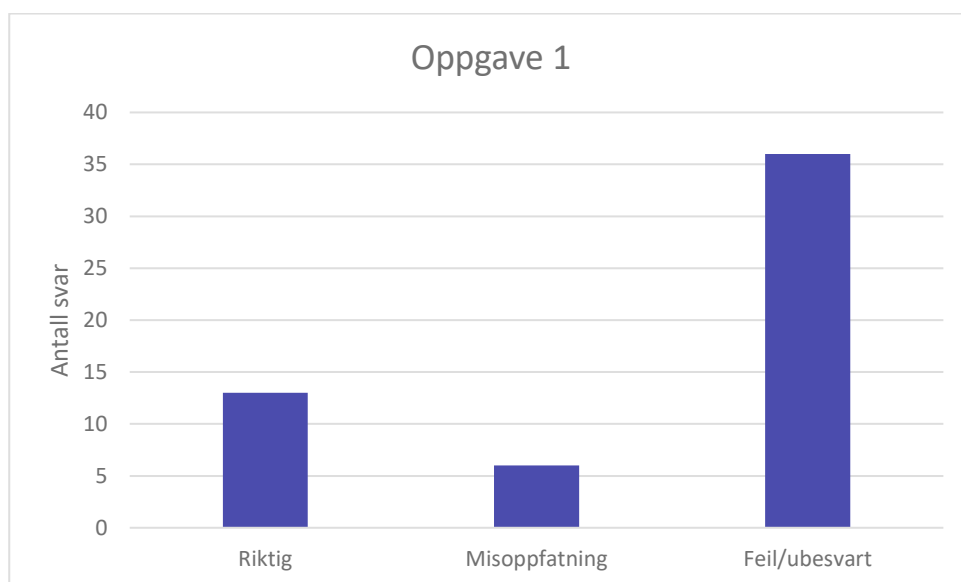
*Tabell 4.2 Oversikt over oppgave og misoppfatnings nummer.*

Videre under blir det vist til resultatene fra hver oppgave og misoppfatning. Hvert resultat fra testen er delt inn i tre deler: riktig, misoppfatning og feil eller ubesvart. Riktig er altså hvis deltakerne har svart korrekt på oppgaven. Delen om misoppfatning handler om at svaret passer inn under et svar som blir kategorisert som en misoppfatning. Feil eller ubesvart betyr at enten har deltakeren ikke svart på oppgaven eller har svart feil. Feil er en uriktig besvarelse som ikke går under kategorien og besvarelsene som passer under det man kaller en misoppfatning.

	Riktig	Misoppfatning	Feil/ubesvart
Oppgave 1	13	6	36
Oppgave 2	31	18	6
Oppgave 3	29	20	6
Oppgave 4	30	20	5
Oppgave 5	8	21	26

Tabell 4.3 Total oversikt over svar på oppgave 1 til 5 i kartleggingsprøven.

Resultatene fra oppgave 1 tilhører misoppfatning 1, «Nevneren representerer antall deler, uavhengig av størrelsen». I oppgaven skal deltakerne velge riktig bilde hvor det er satt ring rundt en tredjedel (se figur 3.1). Deltakerne blir presentert med tre alternativer, hvorav alternativene som ikke er riktig avdekker en misoppfatning. Så hvis deltakeren har svart ett av tre alternativer ville det resulterte i enten riktig svar eller en misoppfatning. Figur 7 viser resultatene fra oppgave 1.



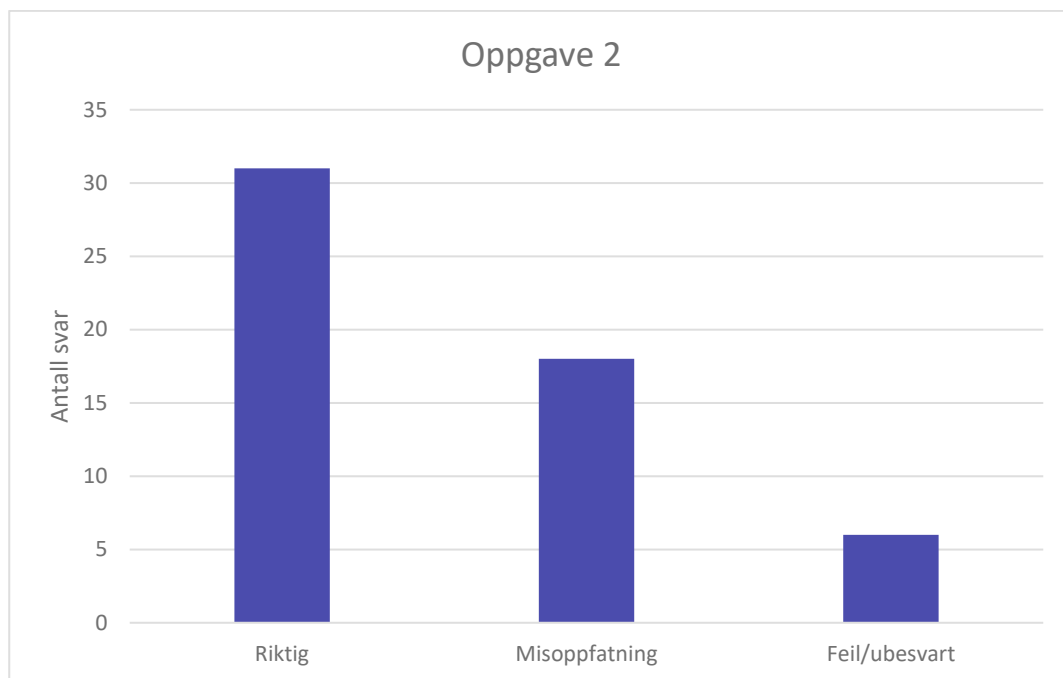
Figur 4.2 Resultater fra oppgave 1 som avdekker misoppfatning 1: «Nevneren representerer antall deler, uavhengig av størrelsen».

Resultatene viser mange ubesvarte besvarelser. Flertallet av disse ubesvarte besvarelsene er på grunn av en kopieringsfeil. I to klassesett forsvant dessverre brøken i oppgaveteksten når oppgaven ble kopiert. Dette er grunnen til at det var mange blanke besvarelser på denne oppgaven. Det er også noen deltakere som har fått den fullstendige oppgaven som ikke har svart på oppgaven. Det er 6 deltakere som har svart og viser at de har misoppfatning nummer.

Misoppfatning nummer to kalles: «Jo større nevner (eller teller), jo større brøk». I oppgave 2 skulle deltakerne sortere tre brøker fra minst til størst (se figur 3.2). Svaret som kategoriseres som en



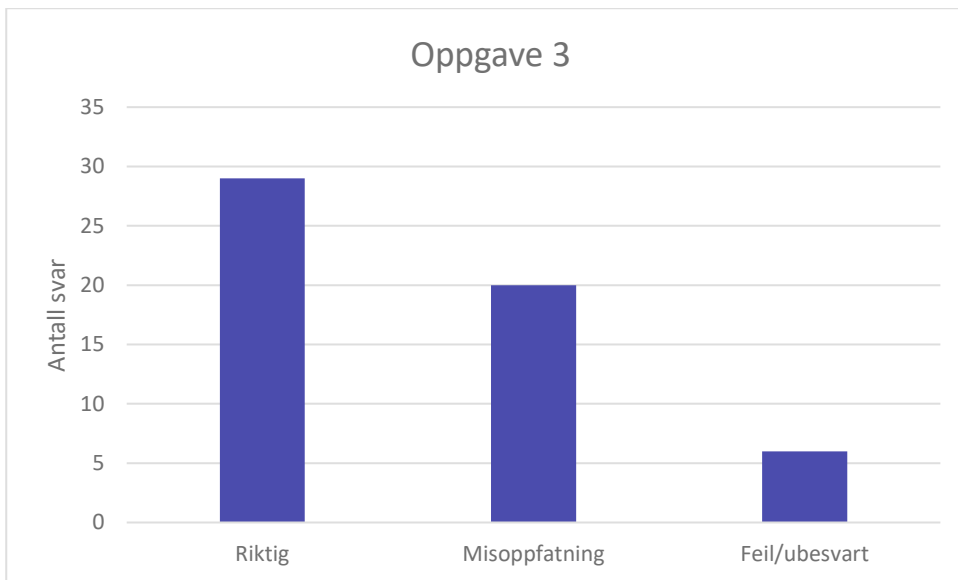
misoppfatning vil være hvis deltakeren bruker den minste brøken som den største, fordi denne brøken har det høyeste tallet i nevneren.



Figur 4.3 Resultater oppgave 2, som avdekker misoppfatning 2: «Jo større nevner (eller teller), jo større brøk».

Resultatene i figur 8 viser at over 30 deltakere fikk denne oppgaven riktig. Over 15 av deltakerne har derimot faktisk svar i kategorien misoppfatning. Til slutt i denne oppgaven har man også noen som har latt oppgaven være ubesvart eller svar feil. Feil svar blir hvis deltakeren har svart en rekkefølge som ikke er riktig eller kategoriseres som en misoppfatning. Men feil eller ubesvart er det kun 5 deltakere som har.

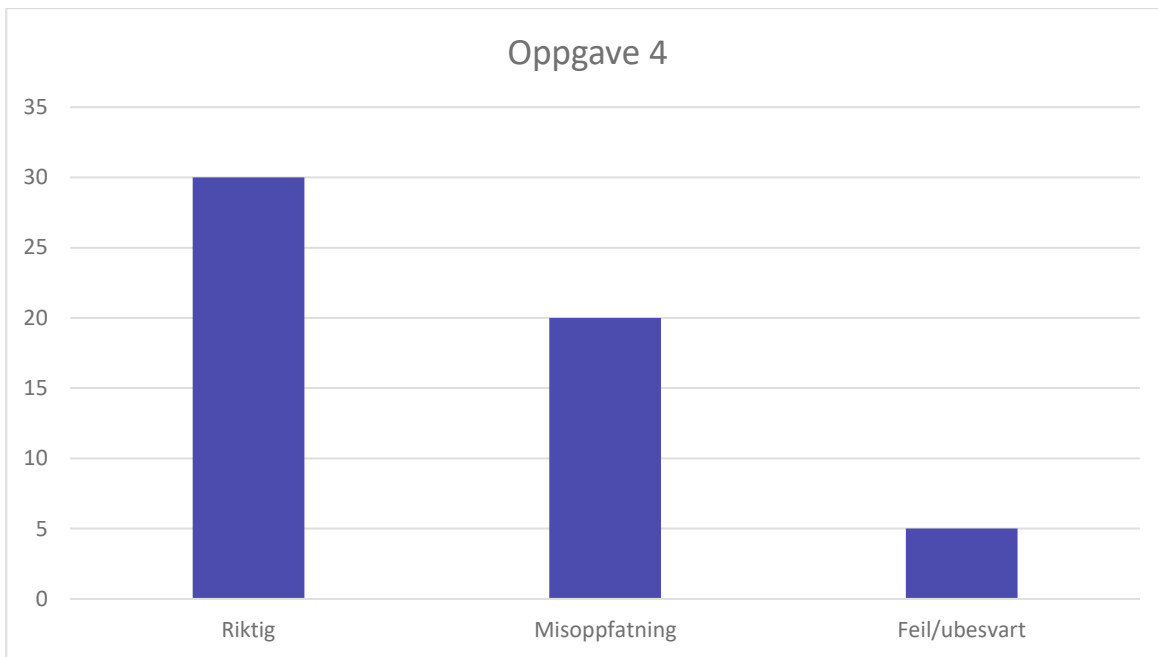
Oppgave 3 og misoppfatning nummer 3, «Brøkestreken er likt desimalkomma». Denne oppgaven gir deltakerne alternativer, hvor de skal krysse av på brøken som har samme verdi som tallet 0,37 (se figur 3.3). De tre andre alternativene enn det som er riktig vil falle under kategorien misoppfatning.



*Figur 4.4 Resultater oppgave 3, som avdekker misoppfatning 3: «Brøkstreken er likt desimalkomma».*

Nærmere 30 av deltakerne har svart riktig på denne oppgaven og forstår at brøkstreken ikke er det samme som et desimalkomma. Resultatene i figur 9 viser at det er 20 stykker med denne misoppfatningen. Man ser også at det er over 5 deltakere som har latt være å svare på denne oppgaven.

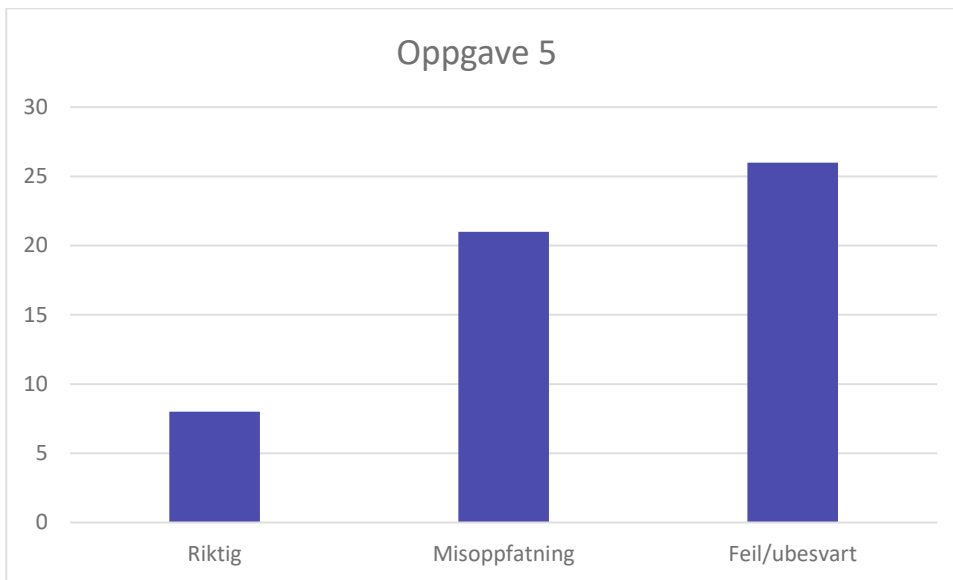
Misoppfatning nummer 4 heter «Differansen mellom teller og nevner avgjør størrelsen på brøken». Oppgaven til misoppfatning nummer 4 består av en brøk og en doblet versjon av brøken, men nevneren er fjernet. Deltakerne skal da fylle inn riktig tall i nevneren, slik at brøken blir likeverdig (se figur 3.4).



*Figur 4.5 Resultater oppgave 4, som avdekker misoppfatning 4: «Differansen mellom teller og nevner avgjør størrelsen på brøken».*

Her er det flere muligheter for å svare feil, men det er bare 5 deltakere som har svart feil eller ubesvart på denne oppgaven. Jevnere er differansen mellom de som har svart riktig eller har en misoppfatning. Det er 30 stykker som har svart riktig og 20 som har et svar som er en misoppfatning.

Siste oppgave og misoppfatning, nummer 5. Misoppfatningen heter «tar ikke hensyn til helheten». Oppgaven går ut på at man endrer på helheten, først øker helheten og så fjernes en del av den nye helheten (se figur 3.5). Hvis deltakerne antar at delen som legges til helheten er det samme som delen som fjernes i etterkant vil dette kategoriseres som misoppfatningen.



*Figur 4.6 Resultater oppgave 5, som avdekker misoppfatning 5: «tar ikke hensyn til helheten».*

Denne oppgaven er det over 25 deltakere som enten har svart feil eller ikke svart. Et resultat fra denne oppgaven er at flere deltakere ikke har svart, kanskje oppgaven var vanskelig å forstå, eller bare for vanskelig for sjette og syvende klassinger. Over 20 deltakers svar kategoriseres som misoppfatning nummer 5. Det er veldig få som har svart riktig på denne oppgaven, bare 8 deltakere. Dette kan vise til at denne oppgaven var for vanskelig og mulig litt forvirrende for deltakerne.

*Oppsummert: Hvilke misoppfatninger i brøk viser elever i sjette og syvende trinn i en matematisk kartleggingsprøve?*

Resultatene viser at alle oppgavene har fanget opp elever som har misoppfatninger i brøk

Type misoppfatning	Andel elever som har denne misoppfatningen (%) Regn ut misoppfatninger/antall svar
1. «Nevneren representerer antall deler, uavhengig av størrelsen.»	10%
2. «Jo større nevner (eller teller), Jo større brøk.»	33%
3. «Brøkestreken er likt desimalkomma.»	36%
4. «Differansen mellom teller og nevner avgjør størrelsen på brøken.»	36%
5. «Tar ikke hensyn til helheten.»	38%

*Tabell 4.4 Andel elever i prosent med de ulike misoppfatningene.*

Tabell 4.4 viser at misoppfatning nummer 2, 3, 4 og 5 er de mest fremtredende i denne deltakergruppen. Man ser i tabell 4.2 at oppgave 1 og 5 har betydelig færre riktige svar enn de andre oppgavene. Disse oppgavene har også flest deltakere som har svart feil eller ubesvart. Ett av problemene er utskriften av oppgave 1, dette har resultert i mange ubesvarte oppgaver.

Misoppfatningen som resultatene viser som den flest elever har er misoppfatning nummer 5: «Tar ikke hensyn til helheten». Tabell 4.3 viser at det er 21 elevsvar som tilsvarende misoppfatningen. Det er veldig interessant at det er kun 8 personer med riktig svar på oppgave 5. Mens oppgave 1 og misoppfatning 1: «Nevneren representerer antall deler, uavhengig av størrelsen», har 36 ubesvarede besvarelser, likevel har den 13 riktige elevsvar og kun 6 elevsvar som tilsvarende misoppfatning nummer 1. Oppgave 1 hadde vært ønskelig og gitt ut til elevene enda en gang med ordentlig utskrift og se på resultatene da.

### 4.3 Hvilke sammenhenger er det mellom elevers refleksjon over egen metakognitiv bevissthet og misoppfatninger de har i brøk?

I denne delen av resultatkapitlet blir det presentert resultatene til elevene med flest misoppfatninger og elever som ikke viser misoppfatning i brøk. Ved å sammenlikne, deres resultater på kartleggingsprøven og på spørreskjemaet skal jeg forsøke å besvare oppgavens problemstilling: «Hvilke sammenhenger er det mellom elevers refleksjon over egen metakognitiv bevissthet og misoppfatninger de har i brøk?».

Som en begrensning for dette prosjektet er det valgt fem elever med misoppfatninger i brøk og fem elever uten misoppfatninger i brøk. Disse er valgt fordi de utmerket seg i materialet. Det var totalt fem elever som ikke viste noen misoppfatninger og det var fem elever med mer enn 3 misoppfatninger. Først presenteres resultatene til elevene med flest misoppfatninger og deres refleksjoner om egen læring i matematikk. Så presenteres resultatene til elevene uten misoppfatninger, og deres refleksjoner om egen læring i matematikk.

#### 4.3.1 Elevene med misoppfatninger

Elevene har fått tildelt kandidatnummer i prosessen med innhenting av datamateriale, derfor vil de bli referert til som *elev* og deretter deres kandidatnummer. Elevene som er plukket ut har de respektive kandidatnumrene: 10, 20, 24, 25 og 50. Av disse elevene er det tre jenter og to gutter.

Elev nr.	Misoppfatning				
	1	2	3	4	5
10	x	x	x		x
20		x	x	x	x
24			x	x	x
25	x	x	x	x	x
50			x	x	x

Tabell 4.5 Oversikt over elever, med nummer, og hvilke misoppfatninger de har.

Tabell 4.5 viser en oversikt over elevene med misoppfatninger. Elevene har et kryss under nummeret hvor oppgaven og besvarelsen til eleven tilsvarer en misoppfatning. Hvis eleven har et kryss under et nummer betyr dette at eleven har den misoppfatningen nummeret over tilsvarer.

For å kunne sammenligne misoppfatninger med metakognitiv bevissthet, ble resultatene fra de utvalgte elevene samlet i en tabell (tabell 4.5)

Kategori nummer			1	1	5	1, 3	3	4	4	2	2	3	3	7	7	8	4, 5	8	6	4	6	
Nr.	Kjønn	Bursdag	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	Sum
10	Jente	09.09.2011	1	1	1	0	1	0	1	1	1	1	0	1	1	0	0	0	1	1	1	13
20	Gutt	27.06.2011	1	1	0	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	16
24	Jente	29.12.2011	0	1	1	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	0	1	1	0	1	0	10
25	Jente	11.08.2011	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	17
50	Gutt	09.09.2011	0	0	0	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	0	0	1	0	1	0	10

Tabell 4.6 Oversikt over svar på spørreskjema fra elever med misoppfatninger.

Hver kolonne etter bursdag og før sum viser til påstandene i spørreskjemaet. De grønne rutene med tallet 1 i seg er de stedene elevene har krysset av på enig til påstandene. De røde rutene med tallet 0 i seg er der elevene har krysset av på uenig. Den totale summen viser til hvor mange avkryssinger elevene har på enig.

### Elev nummer 10:

Elev nummer 10 er en jente på sjette trinn. Denne eleven har svar som tilsvarer 4 av 5 misoppfatninger fra kartleggingsprøven. Dette er misoppfatning nummer 1, 2, 3 og 5. På oppgave og misoppfatning nummer 4 har eleven svart riktig, så eleven har ikke misoppfatningen «differansen mellom teller og nevner avgjør størrelsen på brøken».

Resultatene fra spørreskjemaet viser til at eleven er enig i de fleste påstandene, faktisk enig i 13 av 19 påstander. Eleven har svart uenig i begge påstandene som inngår under kategorien evaluering. Eleven hevder altså ikke evaluere seg selv etter en gjennomføring av en oppgave, hun spør ikke seg selv om oppgaven kan ha vært gjort annerledes. Ei heller vet eleven hvor godt en oppgave er gjennomført når den er gjennomført. Hun er også uenig i 2 av 3 påstander knyttet til kategorien betinget kunnskap. Men hun er enig i påstanden som handler om bevisstheten om valget av fremgangsmåte når en oppgave blir løst. Derimot hevder hun å ikke være så bevisst på hvordan hun lærer best og til å motivere seg selv til å lære når dette trengs.

Hun er også uenig i halvparten av påstandene knyttet til planlegging. Derav påstandene om å tenke på målet før man begynner på en oppgave og å skrive eller å streke under ord for å forstå det som er viktig i en tekstoppgave. Elev nummer 10 hevder at hun bruker fremgangsmåter hun vet fungerer når hun løser en oppgave, og når hun leser en oppgave vet hun beste måten å løse denne oppgaven på. Hun enig i alle påstandene under kategoriene debuggingsstrategier, prosedyrekunnskap og overvåking. Dette betyr at elev nummer 10 hevder å være bevisst på sine fremgangsmåter, prosedyrekunnskapen. Samt hevder eleven at hun er bevisst på metode valg når oppgaven er gjennomført og har vurdert alternativene når oppgaven er gjennomført. Elev nummer 10 hevder også at hun stopper opp hvis hun ikke forstår og ber om hjelp etter å ha lest oppgaven en gang til.

### **Elev nummer 20:**

Elev nummer 20 er en gutt i sjette klasse. Denne eleven har som forrige elev, nummer 10, også 4 av 5 svar som tilsvarer misoppfatninger. Derimot har denne eleven ingen riktige, men et blankt eller feil svar. Eleven har svart blankt på oppgave nummer 1. Dermed kan man ikke påstå at eleven har eller ikke har denne misoppfatningen. Oppgaven hvor eleven har svart blankt eller feil er oppgave 1 og dermed misoppfatning nummer 1. Så man kan verken avkrefte eller bekrefte at eleven har eller ikke har misoppfatningen som kalles: «Nevneren representerer antall deler, uavhengig av størrelsen». Men elevens svar på oppgave 2, 3, 4 og 5 tilsvarer de respektive numrene til misoppfatningene eleven har.

Eleven er enig i 16 av 19 påstander. Eleven er altså uenig i kun 3 påstander og disse påstandene er: «Jeg tegner for å forstå matematikkoppgaven bedre.», «Jeg lærer best når jeg allerede vet noe om temaet vi skal ha om.» og «Når jeg løser en oppgave, ser jeg underveis om fremgangsmåten min er riktig eller feil.». Disse påstandene er alle innenfor hver sin kategori. Henholdsvis informasjonsstyringsstrategier, betinget kunnskap og deklarativ kunnskap, og prosedyrekunnskap. Den andre påstanden eleven har svar uenig på tilhører to kategorier, derfor er det fire kategorier på tre svar. Men dette betyr at eleven hevder å ha kontroll og være bevisst på sin planlegging, debuggingsstrategier, evaluering og overvåking. Eleven viser at han har flere misoppfatninger i det matematiske temaet brøk, og likevel hevder elev nummer 20 at han kan planlegge, evaluere, overvåke og har strategier for debugging. Med en misoppfatning trenger man ikke å være usikker på fremgangsmåten, da man ofte er ganske sikker på at man har riktig fremgangsmåte. Problemet med en misoppfatning er at den fremgangsmåten eleven har automatisert ikke har blitt endret ved introduisering av et nytt aspekt ved brøk.



**Elev nummer 24:**

Elev nummer 24 er en jente i sjetteklasser. Eleven har tre av fem besvarelsen som kategoriseres som misoppfatninger. Eleven har svart blankt på de to første spørsmålene og svarene på de tre neste spørsmålene tilsvarer misoppfatninger. Dette er da oppgave 3, 4 og 5, med samme nummer for misoppfatningen dette tilsvarer. Siden eleven svarer blankt, kan man ikke si noe om elevens misoppfatninger på oppgave 1 og 2. Derimot kan man si noe om svarene til elev nummer 24 på oppgave 3, 4 og 5, dette er da misoppfatningene som kalles: «Brøkstreken er likt desimalkomma», «Differansen mellom teller og nevner avgjør størrelsen på brøken» og «Tar ikke hensyn til helheten». Disse misoppfatningene har fire av de utvalgte fem elevene. Inkludert elev nummer 24.

Videre til elev nummer 24 sine resultater på spørreskjemaet. Eleven har svart enig i 10 av 19 påstander. Av kategoriene innenfor metakognitiv bevissthet hevder hun at hun kun har informasjonsstyringsstrategier. Dette betyr at eleven er enig i at hun tegner for å forstå bedre og for å forstå en oppgave bedre skriver eller streker hun under det som er viktig. Eleven svarte at hun er uenig i begge påstandene innenfor kategorien overvåking. I denne kategorien inngår bevissthet om riktig metodevalg når man er ferdig med en oppgave og vurdering av alternativer før man svarer på en oppgave. Elev nummer 24 har svart enig i halvparten av de resterende kategoriene.

**Elev nummer 25:**

Elev nummer 25 er en jente på sjette trinn. Alle svarene til denne eleven tilsvarer misoppfatninger. Eleven har alle misoppfatningene som testes i den matematiske kartleggingsprøven. Dette betyr at eleven har svart akkurat det som tilsvarer hver misoppfatning i kartleggingsprøven på hver oppgave. Det som gjør akkurat denne eleven enda mer interessant blant elevene med misoppfatninger, er at eleven har mest misoppfatninger og flest enige svar på spørreundersøkelsen av disse 5 utvalgte elever.

Eleven har svart enig på 17 av 19 påstander. Påstandene eleven ikke er enige i er under kategoriene prosedyrekunnskap og evaluering. Eleven hevder at hun ikke ser om fremgangsmåten er feil eller riktig underveis i en oppgave. Samt hevder hun at hun ikke stiller seg spørsmålet om oppgaven kunne vært løst annerledes når hun er ferdig. Bortsett fra disse to påstandene hevder elev nummer 25 å besitte deklarativ kunnskap, betinget kunnskap, evne til planlegging, debugging, informasjonsstyring og overvåking. Den eleven som har desidert flest misoppfatninger i datamaterialet som er innsamlet er også blant en av deltakerne som har sagt seg enig i flest

påstander. Hevdelsen av noe usikkerhet fra eleven når det gjelder prosedyrekunnskap og fremgangsmåter kan ha en sammenheng med misoppfatningene i brøk. Hun hevder at hun vet hvilke fremgangsmåter hun skal bruke for å løse en oppgave, men hun er ikke sikker på om det er riktig eller feil fremgangsmåte underveis i oppgaven. Når elever med misoppfatninger møter en diagnostisk oppgave for å utfordre elevens misoppfatning vil eleven velge en fremgangsmåte som har fungert på en liknende oppgave tidligere. Elevens fremgangsmåte vil kunne se riktig ut for et annet brøk aspekt for eksempel, men vil ikke fungere for det aspektet som testes. Dermed kan elev nummer 25 sine hevdelser passe perfekt inn i profilen til en som har en misoppfatning, noe eleven har.

### **Elev nummer 50:**

Elev nummer 50 er en gutt på sjette trinn. Denne eleven har som elev nummer 24, svar som tilsvarer tre misoppfatninger. Eleven har også to oppgaver som er ubesvart. Oppgavene eleven har svart blankt er oppgave 1 og 2, dermed kan man ikke si noe om eleven har disse misoppfatning 1 eller 2.. Derimot kan man si noen om oppgave 3, 4 og 5. Elev nummer 50 har altså misoppfatning nummer 3, 4 og 5. Også i likhet med elev nummer 24 har elev nummer 50, 10 av 19 enige svar på spørreskjemaet. Eleven har krysset av på uenig på alle spørsmålene i to kategorier under matekognitiv bevissthet: informasjonsstyring og overvåking av forståelse. Denne gutten tegner ikke for å forstå en oppgave bedre. Samt skriver eller streker han ikke under viktige ting i teksten. Han hevder også at han ikke vet om han har brukt riktig metode når han er ferdig med oppgaven. Videre hevder eleven at han ikke vurderer alternativene han har før han svarer på en oppgave. Eleven hever å inneha prosedyrekunnskap. Dette betyr at eleven hever å være sikker på ulike fremgangsmåter som kan være til hjelp for å løse en oppgave best mulig. Samt å kunne se underveis om den valgte fremgangsmåten er riktig eller feil. Eleven har også krysset av på enig på påstanden under kategorien planlegging som sier at eleven vet at han bruker en fremgangsmåte som fungerer når han løser oppgave. Elev nummer 50 har svart enig på begge spørsmålene under debuggingsstrategier. Denne kategorien, sammen med elevens svar viser at eleven hevder å be om hjelp hvis han ikke forstår og stopper opp og leser oppgaven på nytt hvis han ikke forstår.

### De samlede hovedfunnene fra resultatene til elevene med flest misoppfatninger:

- Alle elevene med flest misoppfatninger har svart enig på tre påstander nummer: 12, 15 og 20:
  - «Jeg vet hvorfor jeg velger å løse en oppgave på en bestemt måte.»
  - «Jeg stopper opp og leser på nytt hvis jeg ikke forstår.»
  - «Når jeg leser en oppgave, vet jeg ofte den beste måten å løse den på.»
- Kategorien innenfor metakognitiv bevissthet elevene er mest enig i er debuggingsstrategier, kategori nummer 7.
- Kategorien elevene med flest misoppfatninger er mest uenig i er evaluering, kategori nummer 8.
- Eleven med alle misoppfatningene er enig i alle påstandene bortsett fra to.

#### 4.3.2 Elever uten misoppfatninger

Elevene har fått tildelt kandidatnummer i denne prosessen med innhenting av datamateriale, derfor vil de bli referert til som *elev* og deretter deres kandidatnummer. Elevene som er plukket ut har de respektive kandidatnumrene: 53, 1006, 1014, 1020 og 12. Av disse elevene er det tre jenter og to gutter.

Elev nummer	Oppgave 1	Oppgave 2	Oppgave 3	Oppgave 4	Oppgave 5	Summert
53	0	1	1	1	1	4
1006	0	1	1	1	1	4
1014	1	1	1	1	1	5
1020	1	1	1	1	0	4
12	1	1	1	1	1	5

Tabell 4.7 Oversikt over poengene fra kartleggingsprøven til elevene uten misoppfatninger.

Tabell 4.7 viser til de utvalgte elevene er uten misoppfatninger, og med flest riktige svar. Tallene i midten av tabellen viser til elevenes resultater på de fem oppgavene. Hvis eleven har svart blankt eller feil svar på en oppgave blir det symbolisert med tallet 0. Tallet 1 viser til riktig svar på oppgaven og minus 1 viser til at svaret tilsvare svaret en elev med misoppfatning vil svare. De oransje rutene i tabellen viser summen til hver deltaker, jo høyere poengsum eleven har fått jo flere riktige har eleven. Disse elevene har ingen svar som tilsvare misoppfatninger.

Kategori nummer			1	1	5	1,3	3	4	4	2	2	3	3	7	7	8	4,5	8	6	4	6	
Nr.	Kjønn	Bursdag	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	Sum
53	Jente	03.08.2011	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	1	1	14
1006	Gutt	28.08.2010	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	-1	0	1	1	1	-1	13
1014	Jente	27.10.2010	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	1	1	13
1020	Jente	28.04.2010	0	1	1	0	0	0	1	0	0	1	1	1	1	0	0	1	0	1	0	9
12	Gutt	27.12.2010	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	17

Tabell 4.8 Oversikt over poengene fra spørreskjemaet til elevene uten misoppfatninger.

Tabell 4.8 viser resultatene til elevene med uten misoppfatninger, og flest riktige svar på kartleggingsprøven, fra spørreskjemaet. Hver kolonne mellom bursdag og sum viser til påstandene i spørreskjemaet. De grønne rutene med tallet 1 i seg er de stedene elevene har krysset av på enig til påstandene. De røde rutene med tallet 0 i seg er der elevene har krysset av på uenig. De blå rutene med tallet -1 viser til påstandene elevene ikke har svart, altså svart blankt. Den totale summen viser til hvor mange avkryssninger elevene har på enig, eleven som har svart blankt på to spørsmål har da en lavere poengsum enn antall riktige på grunn av dette.

### Elev nummer 53:

Første elev av elevene uten misoppfatninger er elev nummer 53, dette er en jente på sjette trinn. Eleven har svart riktig på 4 av 5 spørsmål. Hun har ett spørsmål som er blankt, dette er det første spørsmålet. Eleven viser at hun har kontroll på brøkbegrepet og de ulike aspektene ved brøk. Oppgave 1 er den oppgaven det var noen problemer med utskriften til elevene, denne eleven var blant en av disse gruppene. Dermed kan man ikke si noe om elevens evne under misoppfatning 1: «Nevneren representerer antall deler, uavhengig av størrelsen». De andre oppgavene har denne eleven svart riktig på. Dermed har man ikke fanget opp noen misoppfatninger med denne matematiske kartleggingsprøven. Videre til elev nummer 53 sine resultater på spørreskjemaet. Eleven har svart enig på 14 av 19 påstander. Hun hevder å være bevisst i sin deklorative kunnskap, prosedyrekunnskap, debugging og overvåking. Alle påstandene under disse kategoriene har eleven svart at hun er enig. Eleven har svart uenig på 2 av 4 påstander under kategorien planlegging, hvorav en av disse påstandene også faller under kategorien informasjonsstyringsstrategier. Hun har også svart at hun er uenig i påstander under kategoriene betinget kunnskap og evaluering.

### Elev nummer 1006:

Elev nummer 1006 er en gutt på syvende trinn. Denne eleven har som elev nummer 53, svart riktig på 4 av 5 oppgaver, hvorav oppgave 1 er den som ikke er besvart. Dermed kan man kun uttale seg om at elevens svar på denne matematiske kartleggingsprøven tilsvarer at han ikke har

misoppfatning nummer 2, 3, 4 og 5. denne eleven har også ganske kontroll på de oppgavene som er gitt ut under det matematiske temaet brøk. Videre ser man at eleven har svart enig på 15 av 19 påstander. Denne eleven har også svart blankt på to spørsmål, dette blir vist med minus 1 (-1) og fargen blå i tabell 8. Eleven har svart blankt på ett spørsmål under kategorien evaluering og ett spørsmål under overvåking. Dette er påstandene: «Jeg spør meg selv om oppgaven kunne vært løst annerledes når jeg er ferdig.» og «Jeg vurderer flere alternativer før jeg svarer på en oppgave.». Disse to påstandene har denne eleven ikke tatt noen stilling til. Men eleven har tatt stilling til de andre 17 påstandene, hvorav to av disse er besvart med uenig. Disse to påstandene faller under kategorien informasjonsstyringsstrategier, i tillegg til dette er den ene påstanden også under kategorien planlegging. Så denne eleven hevder at sine strategier for informasjonsstyring ikke er til stede.

#### **Elev nummer 1014:**

Elev nummer 1014 er ei jente på syvende trinn. Eleven er en av to elever som har alle oppgavene riktig på den matematiske kartleggingsprøven. Dermed kan man si at ifølge disse diagnostiske oppgavene i den matematiske kartleggingsprøven har ikke eleven de målte misoppfatningene i brøk. Likevel hevder denne eleven at hun ikke er så metakognitivt bevisst som de to tidligere elevene uten misoppfatninger i brøk. Hun hevder seg enig i 13 av 19 påstander. Eleven hevder seg enig i å besitte deklarativ kunnskap og debugging. Dette er de to kategoriene eleven har svart seg enig i alle påstandene innenfor kategorien. Eleven hevder seg uenig i halvparten av påstandene i kategoriene som heter: prosedyrekunnskap, betinget kunnskap, informasjonsstyringsstrategier, evaluering og overvåking. I kategorien planlegging er eleven uenig i 1 av 4 påstander, dette er påstanden hvor det handler om å skrive ned eller streke under viktige ting i en oppgave tekst.

#### **Elev nummer 1020:**

Elev nummer 1020 er ei jente på syvende trinn. Eleven har som elevene med nummer 53 og 1006 fått 4 av 5 spørsmål riktig og en oppgave som ikke er besvart. I motsetning til elevene med numrene 53 og 1006 har elev nummer 1020 svart riktig på den oppgaven de andre ikke har svart på. Eleven har nemlig svart blankt på oppgave nummer 5. Dette er misoppfatningen som heter «tar ikke hensyn til helheten». Man kan ikke hevde at eleven har eller ikke har denne misoppfatningen fordi enten har eleven latt oppgaven være ubesvart. Videre til elevens var på spørreskjemaet. Her har eleven svar enig i 9 av 19 påstander. Dette er det laveste antallet enige svar på spørreskjemaet av alle de 10 elevene som er valgt ut i dette resultatkapittelet. Eleven er en av elevene med flest riktig og likevel hevder hun at hun egentlig er lite metakognitiv bevisst. Hun er kun enig i alle påstandene i

kategorien debuggingsstrategier av alle de åtte kategoriene metakognitiv bevissthet er delt inn i dette prosjektet. Men de kategoriene hun er helt uenig i alle påstandene under er prosedyrekunnskap og overvåking.

### **Elev nummer 12:**

Den siste eleven som er valgt er elev nummer 12 som er en gutt som går på sjette trinn. Eleven har i likhet med elev nummer 1014, alle oppgavene riktig. Derfor vil man kunne si at som elev nummer 1014 at ifølge denne matematiske kartleggingsprøven og dens diagnostiske oppgaver har ikke eleven de målte misoppfatningene i brøk. Med alle svarene på den matematiske kartleggingsprøven riktig så over til resultatene på spørreundersøkelsen. Eleven hevder å være enig i 17 av 19 påstander. Han hevder å være metakognitiv bevisst. Elev nummer 25 og elev nummer 12 har begge svart enig på 17 av 19 påstander, men elev nummer 25 er eleven med svar som tilsvarer misoppfatninger på alle spørsmålene og elev nummer 12 har alle oppgavene riktig. Begge elevene har også hevdet seg uenig i påstand nummer 16, som faller under kategorien evaluering. Dette er påstanden: «Jeg spør meg selv om oppgaven kunne vært løst annerledes når jeg er ferdig.». Elevene hevder altså at de ikke tenker seg om andre alternativer etter at en oppgave er løst. Dette viser da at elever kan være på motsatte sider av misoppfatningene i brøk og likevel hevde det samme om sin egen metakognitiv bevissthet. Eleven har svart at han er uenig i påstand nummer 7 under kategorien betinget kunnskap. Dette er påstanden: «Jeg lærer best når jeg allerede vet noe om temaet vi skal ha.». Denne påstanden er det ikke så mange av de elevene som er blitt plukket ut har svart uenig på, slik som elev nummer 12.

Et funn av de presenterte resultatene ser man at alle elevene med flest misoppfatninger er elever på sjette trinn. Samt ser man at elevene med flest riktige svar på den matematiske kartleggingsprøven er flesteparten fra syvende klasse.. Man ser også at de fleste elevene uten misoppfatninger, 4 av 5, svarer uenig på påstand 17, under kategoriene planlegging og informasjonsstyringsstrategier. Mens elevene med mange misoppfatninger i brøk svarer enig i denne påstanden. Dette er påstanden som viser til at eleven streker under eller skriver ned viktig informasjon i en tekstoppgave. Påstanden som elevene med flest misoppfatninger er mest uenig i er påstand nummer 16. Denne påstanden lyder som følger: «Jeg spør meg selv om oppgaven kunne vært løst annerledes når jeg er ferdig», og denne faller under kategorien evaluering. Også de fleste elevene med flest riktige svarer også uenig eller blankt på dette spørsmålet, dette viser tabell 4.6 og tabell 4.8. Resultatene viser at elevenes totalsum på besvarelsene i spørreundersøkelsen at elevene med flest misoppfatninger hevder selv å være mer metakognitiv bevisst enn elevene uten misoppfatninger.

**De samlede hoved funnene fra resultatene til elevene uten misoppfatninger med flest rette svar på den matematiske kartleggingsprøven:**

- Alle elevene uten misoppfatninger og mest rett på prøven er enige i fem påstander, nummer: 4, 9, 14, 15 og 20
  - «Jeg vet hva jeg kan og ikke kan i matematikk.»
  - «Når jeg løser en oppgave, bruker jeg fremgangsmåter jeg vet funker.»
  - «Jeg ber om hjelp hvis jeg ikke forstår en oppgave»
  - «Jeg stopper opp og leser på nytt hvis jeg ikke forstår.»
  - «Når jeg leser en oppgave, vet jeg ofte den beste måten å løse den på.»
- Elevene er helt enig i påstandene under kategori nummer 7, debuggingsstrategier.
- Kategoriene elevene er mest uenig i er informasjonsstyringsstrategier og evaluering.
- En av elevene med alle oppgavene riktig har svart seg enig i alle påstandene bortsett fra to.

## 5 Diskusjon

Dette prosjektet har undersøkt hevdelser elever selv har om egen metakognitiv bevissthet og sammenhengen mellom disse hevdelsene og elever med misoppfatninger i brøk. Prosjektet har også sett på utbredelsen av fem misoppfatninger knyttet til det matematiske temaet brøk hos elever på sjette og syvende trinn. Metakognitiv bevissthet er tidligere i prosjektet blitt definert som kunnskap, bevissthet og en dypere forståelse av sine egne kognitive prosesser (Flavell & Wellman, 1977; Özsoy, 2011, s. 227). På grunn av valget med å undersøke ved bruk av spørreskjema ble det undersøkt elevenes egne oppfatninger om seg selv. Misoppfatninger ble også tidligere definert som «ufullstendige tanker knyttet til et begrep» (Brekke, 2002, s. 10). Misoppfatningene innenfor brøk ble videre testet ved hjelp av en matematisk kartleggingsprøve bestående av fem diagnostiske oppgaver.

I dette kapitlet vil jeg drøfte mine funn opp mot tidligere presentert teori for å svare på prosjektets problemstilling: «*Hvilke sammenhenger er det mellom elevenes refleksjon over egen metakognitive bevissthet og misoppfatningene de har i brøk?*».

Hovedtemaene for prosjektet drøftes først. Funnene gjort under metakognitiv bevissthet drøftes opp mot teori. Videre drøftes funnene og teorien under prosjektets andre hovedtema misoppfatninger i brøk. Deretter kommer prosjektets problemstilling som drøftes opp mot prosjektets funn og presentert teori.

### 5.1 Metakognitiv bevissthet

Metakognitiv bevissthet og metakognisjon er ett av prosjektets hovedtema. Tidligere i teksten har man delt inn disse begrepene inn i metakognitiv kunnskap, metakognitiv kontroll og metakognitive erfaringer. Hvorav dette prosjektet fokuserer på den metakognitive kunnskapen og metakognitiv kontrollen. Dette er fordi de metakognitive erfaringene handler om bevisstheten og de følelsene som oppstår i det øyeblikket som en person blir presentert en oppgave og behandler den tilhørende informasjonen (Özsoy, 2011, s. 228). Metakognitive erfaringer får man ikke målt med denne spørreundersøkelsen som gjelder for dette prosjektet. Prosjektet tar utgangspunkt i metakognitiv kunnskap og kontroll, samt ulike kunnskaper og ferdigheter under disse to kategoriene. Disse kunnskapene og ferdigheter er hentet med utgangspunkt i MAI-undersøkelsen, dette er grunnlaget for den metakognitive delen av prosjektet.



Metakognitiv bevissthet handler om bevissthet om egne tankemønstre, evnen til å regulere og kontrollere sin oppmerksomhet og fokus, samt evnen til å overvåke og justere sin egen forståelse og kunnskap (Flavell, 1979). Alle som har undervist eller vært på en skole eller i nærheten av elever på barneskolen vet at å kontrollere og regulere sin oppmerksomhet og fokus er vanskelig for mange barn. Dermed burde man kunne si at elever kan ha problemer med å være metakognitivt bevisste, samt overvåke og justere sin egen forståelse og kunnskap. Elevene trenger veiledning og innlæring av strategier som kan hjelpe dem til å være bevisste på sin egen læring og for å kunne ta stilling til ulike påstander om sin egen tankegang og tankeprosess. Selv om elevene på sjette og syvende trinn metaminne er bedre enn da de var små barn og gikk på småtrinnet, vil deres metakognitive aktivitet handle mest om hvordan deres egen hukommelse fungerer (Helstrup, 2002, s. 117).

Kategori	Navn	Enig	Uenig	Blank
1	Deklarativ kunnskap	122	43	0
2	Prosedyre kunnskap	64	46	0
3	Betinget kunnskap	152	67	1
4	Planlegging	128	87	5
5	Informasjonsstyringsstrategier	67	43	0
6	Overvåking	58	41	11
7	Debugging	92	20	0
8	Evaluering	60	47	1

Deklarativ kunnskap hjelper elevene med å forstå og huske informasjon, samt å kunne forutsi og evaluere ulike resultater eller løsninger (Özsoy, 2011, s. 227). Selv om mange elever er enige i påstandene under denne kategorien, er det viktig å merke seg at deklarativ kunnskap også bør bidra til at elevene kan evaluere sin egen læring og tenkning (Schraw, 1998, s. 115). Dette er en egenskap og metakognitiv bevissthet som elevene i denne undersøkelsen ikke er så enige i.

Bare litt over 50 prosent av elevsvarene hevder seg enige i påstandene i kategorien "evaluering". Dette indikerer at elevene har et visst forbedringspotensial når det gjelder evnen til å evaluere sin egen læring og tenkning. Evaluering er en viktig del av metakognisjon, da den gir elevene mulighet til å vurdere sin egen forståelse og identifisere områder der de kan forbedre seg. Evaluering i undervisning kan gjennomføres ved å spørre elevene om de hadde nådd målet sitt og hva de ville gjøre annerledes neste gang (Pennequin et al., 2010, s. 206). Påstandene elevene blir presentert med i spørreundersøkelsen er knyttet opp mot dette. Disse påstandene handler om elevene spør seg selv om en oppgave kunne vært gjort annerledes når eleven er ferdig og om eleven vet hvor godt gjennomført oppgaven er når eleven er ferdig. De utvalgte elevene fra dette prosjektet viser at elevene med flest misoppfatninger og de uten misoppfatninger også er relativt uenige i påstandene

om evaluering. Man kan se i tabell 4.6 og tabell 4.8 at elevene har svart relativt likt, og at elevene med flest og uten misoppfatninger ikke skiller seg noe særlig fra hverandre.

Elevenes evne og strategier for å styre informasjonen de får utgitt med en oppgave kan være varierende. Dette er strategisekvenser som brukes til å behandle informasjon mer effektivt, ved å organisere, utdype, oppsummere eller selektiv fokusering (Schraw & Dennison, 1994). Av elevene fra dette prosjektet er det 67 besvarelser som er enig i påstandene under denne kategorien, informasjonsstyring. Dette er rundt 60% av besvarelsene, som hevder at de tegner, streker eller skriver ned viktig informasjon for å forstå bedre. Når man ser på elevene som er valgt for å se ekstra på fra datamaterialet ser man at elevene uten misoppfatninger tar i bruk mindre informasjonsstyringsstrategier enn elevene med flest misoppfatninger. Man kan tenke seg at elevene som presterer godt ikke har det samme behovet for å styre informasjonen som bli gitt i en tekst som elever som ikke presenterer så godt.

Prosedyrekunnskap er som tidligere definert, kunnskapen man besitter om hvordan man gjør ting, automatiseringen av oppgaver (Schraw, 1998, s. 114). Påstandene i spørreundersøkelsen fokuserer på elevenes bevissthet rundt ytelsen av fremgangsmåter. Figur 6 viser at nærmere 60% av deltakerne hevder at de er enige i påstandene under kategorien prosedyrekunnskap. Disse elevene hevder at de har oversikt over hvilke fremgangsmåter som er best i ulike oppgaver og underveis i en oppgave ser de om fremgangsmåten som er valgt er riktig eller feil. Helstrup (2002, s. 118) hevder at prosedyrekunnskap er kunnskapen man har om hvordan man utfører en oppgave eller aktivitet. Denne kunnskapen inkluderer til vanlig også en trinnvis informasjon om utførelsen av en oppgave eller aktivitet på mest effektiv måte (Helstrup, 2002, s. 118). Akkurat dette handler disse påstandene fra spørreundersøkelsene også om, og med en misoppfatning vil man ofte gjøre en overgeneralisering av fremgangsmåter over flere aspekter av brøk for eksempel. En elev med en misoppfatning i brøk vil ikke nødvendigvis tenke at sin fremgangsmåte er feil, fordi eleven har foretatt en overgeneralisering hvor eleven har overført en tenkemåte fra ett område til et annet hvor det ikke fungerer (Brekke, 2002; Nygaard & Zernichow, 2006).

Av de utvalgte elevene fra resultatene både med og uten misoppfatninger er det en lik mengde uenige svar i begge gruppene under kategorien prosedyrekunnskap. I hver av gruppene er det 3 uenige svar under denne kategorien. Hvorav i tabell 6, elevene med flest misoppfatninger, er det tre av de fem personene som har svart ett uenig svar under kategori nummer 2. I tabell 8, elevene uten misoppfatninger med flest riktig, er det en person som står for to av tre uenige svar under

kategorien prosedyrekunnskap. Dette viser at elevene med mange misoppfatninger er like selvsikre på sine fremgangsmåter som elevene uten misoppfatninger. For dette prosjektet kan dette bygge under at elevene med misoppfatninger i brøk har gjort en overgeneralisering og forstår ikke at deres fremgangsmåter kommer frem til feil svar.

Den betingede kunnskapen skal hjelpe med å identifisere hvilke sammenhenger og situasjoner som er relevante for andre temaer og anvende dette til å utvikle en ny forståelse av ett annet tema (Brandmo, 2014, s. 199; Schraw, 1998, s. 114). Rundt 70% av elevene i dette prosjektet har uttrykt å være enig i påstandene under betinget kunnskap. Majoriteten av elevene hevder at de har kunnskap om når men skal bruke spesifikke strategier (Özsoy, 2011, s. 227). De utvalgte elevene i dette prosjektet med og uten misoppfatninger viser at elevene uten misoppfatninger i brøk og med flest riktige svar hevder at de er mer usikre på sin betingede kunnskap enn elevene med flest misoppfatninger i brøk. Elevene med flest misoppfatninger hevder at de har evnen til å motivere seg selv når det trengs som er det mest krevende. Med en bedre betinget kunnskap vil disse elevene mulig kunne vite når og hvorfor de trenger å motivere seg selv, mulig for å kunne forstå når og hvorfor de trenger de ulike læringsstrategier og prosedyrer. Man bruker sin betingede kunnskap til å identifisere situasjoner og temaer hvor man kan bruke strategier og kunnskap man allerede har, eller kun modifisere dette litt for å passe på en effektiv måte (Schraw, 1998, s. 114). Dette kan være utfordrende for elever, når elevene har lært seg en spesifikk strategi og bli presentert med et problem som likner, vil det være naturlig å bruke den samme strategien. Derfor trenger elever å bli utfordret av lærerne sine til å modifisere den strategien de har lært seg slik at det ikke blir en overgeneralisering.

Som tidligere definert innebærer planlegging å legge planer for hvor og når man skal utføre en aktivitet og tidsbruken som skal benyttes til denne aktiviteten (Skaalvik & Skaalvik, 2021). Resultatene i figur 4.1 viser at nærmere 60% av deltakerne hevder å være enig i påstandene under kategorien planlegging. Planlegging, som en del av elevenes metakognitive kontroll, handler om oppgaveanalyse, aktivering av relevant kompetanse og valg av passende strategi (Grønmo & Thronsen, 2006, s. 188). Elevene som er en del av disse 60% hevder også at de skriver ned og streker under viktig informasjon i teksten og vet den beste løsningen på en oppgave når eleven leser den. Altså majoriteten av utvalget hevder at de har evne til å gjøre en oppgaveanalyse, aktivere relevant kompetanse og velge passende strategi når de blir presentert med en oppgave.

Av de utvalgte elevene har alle ti elevene hevdet å være enige i påstand nummer 20, som faller under kategorien planlegging. Denne påstanden sier: «Når jeg leser en oppgave, vet jeg ofte den beste måten å løse den på.» Selv elevene med flest misoppfatninger av alle de andre elevene i utvalget hevder at de ofte vet den beste måten å løse en oppgave på når de leser denne. På den ene side kan man se på dette som at elevene med flest misoppfatninger ikke er bevisste på at den strategien de har valgt ikke fungerer til denne oppgaven, altså bevissthet over oppgavens omfang. Eller så er det elevens metaminne som ikke er utviklet nok til at elevene har innsikt og bevissthet over hvordan det egentlig er når de leser en oppgave.

Overvåking eller forståelsesovervåking blir kalt monitoring på engelsk. Tidligere definert som en vurdering av egen læring og forståelse, samt vurdering i valg av strategi og strategibruk (Grønmo & Throndsen, 2006, s. 188; Schraw & Dennison, 1994). Figur 4.1 viser at rett over 50% av elevene hevder seg enig i påstandene under denne kategorien. Disse elevene hevder at de vet om de har valgt riktig metode når de er ferdig med en oppgave og at de vurderer flere alternativer før de svarer på oppgaven. Overvåking er en kontrollkunnskap som elever burde ha for å kunne kontrollere egen progresjon i eget arbeid, forståelse av informasjon og temaet, samt at planen og strategien som er valgt fungerer (Skaalvik & Skaalvik, 2021, s. 193). Tabell 4.3 og figur 4.2 viser at av alle oppgavene er dette oppgaven med flest blanke svar. Dette kan store deler som tidligere påpekt være på grunn av at begge spørsmålene under denne kategorien havnet på baksiden av arket. Men det er ikke alle elevene som har latt alle de tre påstandene ubesvart, så dette kan være elevene ikke har klart å ta stilling til påstanden. Her igjen kan det være elevenes metaminne som ikke er utviklet nok til at disse elevene klarer å ta stilling til deres metakognitiv bevissthet over egen overvåking av forståelse (Helstrup, 2002, s. 114).

Det er verdt å merke seg at elevene hevder å være minst enige med påstandene i kategorien "overvåking". Evnen til å overvåke egen forståelse er viktig, spesielt når det er flere elever som uttrykker uenighet. Evnen til å overvåke egen forståelse blir spesielt viktig når elevene arbeider med komplekse emner og problemstillinger, noe de vil møte i skolegangen videre (Sperling et al., 2002). Den deklorative kunnskapen skal hjelpe individet til å overvåke som egen forståelse og identifisere de delene som er uklare og trenger å utbedres (Brandmo, 2014, s. 199). Elever med god deklarativ kunnskap vil dermed kunne ha en fordel når det gjelder prosjektets kategori nummer 6 under metakognitiv bevissthet, nemlig overvåking. Likevel viser resultatene at det er langt flere elever som hevder at de besitter deklarativ kunnskap enn evnen til å overvåke sin egen forståelse. De utvalgte elevene fra dette prosjektet viser at elevene med flest misoppfatninger og elevene uten

misoppfatninger ikke uttrykker noen betydelig forskjell i påstandene under kategorien overvåking. Men elevene med flest misoppfatninger uttrykker å være mer uenige i påstandene under deklarativ kunnskap enn elevene uten misoppfatninger.

Debuggingsstrategier eller bare debugging, handler om å kunne rette opp ved en forståelsesfeil eller ytelsesfeil (Schraw & Dennison, 1994). Som en strategi for debugging er det valgt å fokusere om elevene hevder at de ber om hjelp hvis de ikke forstår en oppgave og om elevene hevder at de stopper opp og leser informasjonen på nytt hvis de ikke forstår. Disse to strategiene for debugging er kanskje de viktigste for elever og lærere at elevene bruker. Som lærer er man ofte avhengig at en elev viser læreren hva hen ikke forstår. Evnen til å forstå når man faktisk trenger hjelp og når man faktisk burde lese oppgaven en gang til forteller over 80% av de deltagende elevene at de har (figur 4.1).

Det hender, som Brandmo (2014, s. 201) hevder, at man velger feil strategi for å nå målet og trenger mer inngående kunnskap for å forstå. Det er positivt at majoriteten av elevene hevder å ha strategier for «debugging». Å ha ulike strategier for å debugge og korrigere feil er viktig for videre læring. Det er viktig at elevene tar ansvar for egen læring og er villige til å be om hjelp når de trenger det. Da er det viktig for elevene å ta ett skritt tilbake og forstå at man kan trenge hjelp når ens egen kompetanse ikke strekker til (Brandmo, 2014, s. 201). Denne debuggingsprosessen og disse strategiene kan minne om elevenes evne til selvregulert læring da læringsprosessen er selvstyrt og ansvaret ligger hos elevene (Brandmo, 2014, s. 203; Skaalvik & Skaalvik, 2021, s. 194–195).

Denne kategorien er den kategorien elevene med flest misoppfatninger er mest enige i, dette er også tilfellet for elevene uten misoppfatninger. Elevene både med og uten misoppfatninger hevder at de besitter strategier for debugging, som at de ber om hjelp når de trenger det og leser en oppgavetekst på nytt hvis de ikke forstår. Under denne matematiske kartleggingsprøven fikk ikke elevene mer hjelp enn veiledning for å forstå oppgaveteksten hvis det var problemet. Så elevene med flest misoppfatninger kunne ha spurt om hjelp uten å få den inngående kunnskapen de trengte for å jobbe seg gjennom misoppfatningene sine.

## 5.2 Misoppfatninger knyttet til brøk

Prosjektets andre hovedtema er misoppfatninger knyttet til brøk. Under dette temaet har fokuset vært på fem misoppfatninger som tilhører det matematiske temaet brøk. Det å ha en misoppfatning defineres blant annet som en «fastlagt oppfatning omkring et begrep som ikke har den intensjonen» (Nygaard & Zernichow, 2006). Resultatene i denne studien er fra en matematisk kartleggingsprøve som testet 55 elever på mellomtrinnet i fem ulike misoppfatninger i brøk. Disse resultatene vil bli drøftet opp mot teorien som tidligere er presentert i prosjektet. Samt vil disse resultatene bli sammenliknet og drøftet opp mot andres resultater av forskning på misoppfatninger i brøk.

Når man skal undersøke misoppfatninger er det viktig å finne ut forskjellen på en misoppfatning og en vanlig feil. Misoppfatninger er som tidligere påpekt ikke tilfeldigheter. Bak en misoppfatning ligger det en konsekvent ide eller en bestemt tanke om hvordan noe skal gjøres (Brekke, 2002, s. 10). Dermed er det viktig når man skal undersøke etter misoppfatninger å sikre at oppgavene tester den misoppfatningen den skal. Som et alternativ kan det være lurt å sette sammen flere oppgaver under samme misoppfatning for å sikre dette. Dette er ikke gjort i dette prosjektet.

Opgavene som er brukt i denne studien er utarbeidet av matematikksenteret. Man kan med ganske stor sikkerhet påstå at disse oppgavene tester det de er ment for, da oppgavene er en del av et mye utprøvd prosjekt. Dette prosjektet ble kalt KIM - prosjektet (Kompetanseutvikling i matematikk) og hadde som mål å hjelpe lærere med å avdekke og håndtere misoppfatninger i matematikk hos elever, deriblant misoppfatninger i brøk (Schraw & Dennison, 1994). Da oppgavene i dette prosjektet er basert på oppgaver fra KIM – prosjektet, vil man kunne si at selv om det kun er en oppgave av hver misoppfatning så tester oppgaven det den skal.

«Nevneren representerer antall deler, uavhengig av størrelsen» kalles den første misoppfatningen, misoppfatning nummer en, i dette prosjektet. Denne misoppfatningen går ut på at eleven ikke forstår at hver del som representeres i brøken er like store deler, men kun antall deler (Tokle et al., 2018, s. 4). Misoppfatningen viser til at eleven mangler en forståelse av aspektet ved brøk kalt del av en helhet (Tokle et al., 2018, s. 4). Resultatene fra dette prosjektet viser til at oppgaven som testet denne misoppfatningen er oppgaven hvor en minoritet av elevbesvarelsene viser en misoppfatning. Dette er i motsetning til annen forskning på denne misoppfatningen. Vinjes resultater viser til en utbredelse av denne misoppfatningen fra 26% til 44% på mellomtrinnet (Vinje, 2019, s. 52–53). Til å støtte under den høye prosentandelen av denne misoppfatningen har man også Rosland og Iversen (2022, s. 49). Deres resultater viser at til sammen 34 elever har besvarelser

tilsvarende denne misoppfatningen av 91 elever på to ungdomsskoler (Rosland & Iversen, 2022, s. 49).

Forskjeller som er så store kan skyldes ulike ting, på den ene siden kan man se på de resterende svarene i dette prosjektet. Der ser man at majoriteten av elevene i dette prosjektet har ikke svart på denne oppgaven, noe som for det meste skyldes utskriftsproblemene som tidligere har blitt forklart. På den andre siden kan man se bort i fra dette og så kan man tenke seg at elevene på skolen som har deltatt i dette prosjektet har er bedre forståelse av del av helhet aspektet ved brøk. Samt kan det hende at elevene i dette prosjektet har hatt undervisning i brøkregning og aspektet del av en helhet i nærmere fremtid enn i de andre prosjektet. Oppgaven faller under aspektet del av helhet, og dette er ofte aspektet som elevene møter først i brøk (Solem et al., 2017, s. 225). Så det er ikke så uvanlig at dette er generaliseringen som elevene først automatiserer.

Misoppfatning nummer to kalles «jo større nevner, jo større brøk». Dette er når elever skal avgjøre størrelsen til brøker, da er det noen som overgeneraliserer kunnskapen de har om de naturlige tallene og desimaltall (Tokle et al., 2018, s. 7). Resultatene fra dette prosjektet viser til langt flere elever med denne misoppfatningen enn misoppfatning nummer 1. Antallet elever med denne misoppfatningen er 18 av 55 elever (33%). Samtidig er det denne oppgaven som har flest riktige besvarelser.. Vinjes resultater viser til mellom 26% og 6% av besvarelser som viser denne misoppfatningen i flere oppgaver fordelt på sjette og syvende trinn (Vinje, 2019, s. 56), altså et lavere antall misoppfatninger enn i dette studiet. I motsetning til Vinje, viser resultatene til Rosland og Iversen (2022, s. 49) at et betydelig stort antall av elever på tiende trinn som svarer tilsvarende til denne misoppfatningen (48 av 91 elever). På grunn av disse resultatene kan man si at resultatene til dette prosjektet ligger i midten av disse tidligere forskningene.

«Brøkstreken er likt desimalkomma» kalles misoppfatning nummer tre i dette prosjektet. Misoppfatningen er kalt det fordi for elever er det utfordrende å forstå at en brøk tilsvarende ett tall, grunnet at brøken består av to tall plassert på ulike linjer (Tokle et al., 2018, s. 12). Under denne misoppfatningen viser resultatene fra oppgave tre at 36% av elevene i denne studien har denne misoppfatningen, (se figur 4.4). Både Vinje og Rosland og Iversens forskning viser til et prosentantall på mellom 20% og 35% av elevmengden deres som har denne misoppfatningen (Rosland & Iversen, 2022, s. 49; Vinje, 2019, s. 61). Disse resultatene er ikke så langt unna hverandre noe som kan bygge under utbredelsen av denne misoppfatningen i matematikkfaget.

Videre til misoppfatning nummer 4 i dette prosjektet: «Differansen mellom teller og nevner avgjør størrelsen på brøken». Noen elever tilegner kunnskap basert på naturlige tall for å bestemme størrelsen på brøker, elevene med denne misoppfatningen anser telleren og nevneren som uavhengige tall og vurderer ikke forholdet mellom dem (Tokle et al., 2018, s. 15). Det er ganske mange i de sjette og syvende klassene som er testet i dette prosjektet, som svarer riktig på oppgave 4. Likevel er det 36% av elevsvarene som viser denne misoppfatningen. Dette er et stort antall fra sjette og syvende trinn i forhold til klassene i Vinjes forskning (2019, s. 59). Vinjes forskning viser til 3% til 6% av hans utvalg har denne misoppfatningen (Vinje, 2019, s. 59), dette er betydelig mindre enn resultatene fra dette prosjektets utvalg. Dette prosjektets resultater viser en mer likhet med elevene på tiende trinn fra Rosland og Iversens forskning (Rosland & Iversen, 2022, s. 49). Disse resultatene viser til at over 40% elever har denne misoppfatningen, Man kan altså se at flere av elevene fra dette prosjektet har generaliseringen og misoppfatningen knyttet til at «differansen mellom teller og nevner avgjør størrelsen på brøken» i likhet med en stor andel av tiende klasse elevene i studien til Rosland og Iversen (Rosland & Iversen, 2022, s. 49).

Siste misoppfatning i dette prosjektet, misoppfatning nummer 5, kalles «tar ikke hensyn til helheten». Denne misoppfatningen handler om at elever kan ha problemer med å forstå at helheten kan endres, de vil påstå at helheten er lik som utgangspunktet hvis helheten øker og deretter minker tilsvarende (Tokle et al., 2018, s. 23). Tabell 4.4 viser at i dette prosjektet er dette misoppfatningen med flest besvarelser som tilsvarer denne misoppfatningen (38%), og færrest riktige besvarelser (x%). på tiende trinn er det en stor del av elevene i utvalget til Rosland og Iversen som sliter med å ta hensyn til helheten (Rosland & Iversen, 2022, s. 49). I likhet med dette prosjektet er dette misoppfatningen med flest elevsvar som tilsvarer akkurat denne misoppfatningen (Rosland & Iversen, 2022, s. 49). For elevene på sjette og syvende trinn kan denne oppgaven ha vært for vanskelig, noe som resulterte i mange ubesvarte eller feil besvarelser som ikke avdekker en misoppfatning. Elevene på tiende trinn har kun ett kompetansemål omhandlende brøk, og dette kommer etter åttende trinn noe som gjør at det muligens er litt lenge siden de hadde brøkrekning noe som kan forklare deres høye antall av misoppfatninger i brøk.



### ***5.3 Sammenheng mellom Metakognitive bevissthet og misoppfatning i brøk?***

Tidligere forskning viser til at aktiviteter og arbeid med utvikling av elevers metakognitive bevissthet kan ha positive og signifikante stigninger i prestasjonen til elevene (Özsoy, 2011, s. 228–229). Som en avslutning under diskusjons kapittelet skal jeg trekke fram hovedmålet med dette prosjektet, problemstillingen:

*Hvilke sammenhenger er det mellom elevenes refleksjon over egen metakognitive bevissthet og misoppfatningene de har i brøk?*

For å kunne svare på prosjektets problemstilling er det viktig å ha en oversikt over de viktigste funnene fra resultatene. Dermed kommer det først en presentasjon av hovedfunnene fra resultatene til ti utvalgte elever av datamaterialet (kap. 4.3). Fem av disse elevene er elevene som hadde flest misoppfatninger. De neste fem er elevene med flest riktige svar på den matematiske kartleggingsprøven.

#### **De samlede hoved funnene fra resultatene til elevene med flest misoppfatninger:**

- Alle elevene med flest misoppfatninger har svart enig på tre påstander 12, **15** og **20**:
  - «Jeg vet hvorfor jeg velger å løse en oppgave på en bestemt måte.»
  - «Jeg stopper opp og leser på nytt hvis jeg ikke forstår.»
  - «Når jeg leser en oppgave, vet jeg ofte den beste måten å løse den på.»
- Kategorien innenfor metakognitiv bevissthet elevene er mest enig i er debuggingsstrategier, kategori nummer 7.
- Kategorien elevene med flest misoppfatninger er mest uenig i er evaluering, kategori nummer 8.
- Eleven med alle misoppfatningene er enig i alle påstandene bortsett fra to.

#### **De samlede hoved funnene fra resultatene til elevene med flest riktige svar på den matematiske kartleggingsprøven:**

- Alle elevene uten misoppfatninger og som har mest rett på kartleggingsprøven er enige i fem påstander, nummer: 4, 9, 14, **15** og **20**
  - «Jeg vet hva jeg kan og ikke kan i matematikk.»
  - «Når jeg løser en oppgave, bruker jeg fremgangsmåter jeg vet fungerer.»
  - «Jeg ber om hjelp hvis jeg ikke forstår en oppgave»
  - «Jeg stopper opp og leser på nytt hvis jeg ikke forstår.»

«Når jeg leser en oppgave, vet jeg ofte den beste måten å løse den på.»

- Elevene er helt enig i påstandene under kategori nummer 7, debuggingsstrategier.
- Kategoriene elevene er mest uenig i er informasjonsstyringsstrategier og evaluering.
- En av elevene med alle oppgavene riktig har svart seg enig i alle påstandene bortsett fra to.

Özsoy påstår at metakognitive ferdigheter og bevissthet er uatskillig med matematikkunnskap (Özsoy, 2011, s. 299). Så for å kunne prestere høyt i matematikk vil innsikten og bevisstheten om sin egen kognisjon kunne være viktig. Dette sier forskningen, og dette prosjektet har målt elevers egen refleksjon over egen metakognitiv bevissthet. Resultatene over viser til at det ikke er så store forskjeller på elevene med og uten misoppfatninger og deres refleksjoner over egen metakognitiv bevissthet. Egenskapen de utvalgte elevene med og uten misoppfatninger er mest enige at de har er under kategori 7 og kalles debuggingsstrategier. Når elevene ble presentert med den matematiske kartleggingsprøven fikk de samtidig beskjeden at deres lærer ikke skulle hjelpe elevene med fremgangsmåte eller utførelse av oppgavene. Lærerne i klasserommet fikk lov til å veilede på setningsoppbygging for å hjelpe elevene å forstå oppgavens formål. Dette var vanskelig for elevene og flere ba sine lærere om hjelp, noe som bekrefter at majoriteten av elevene rekker opp hånda og spør om hjelp når de ikke forstår. Likevel var det elever som kun trengte veiledning på oppgavetekstene og flere som hadde forstått oppgaveteksten ved å lese en gang til. Av de utvalgte ti elevene har alle hevdet at de leser oppgaven på nytt hvis de ikke forstår. Samt er det kun en av disse ti som hevder at hun ikke ber om hjelp hvis hun ikke forstår, dette er elev nummer 24 under elevene med flest misoppfatninger, altså en av de elevene som burde be om hjelp hvis hun ikke forstår. Det er viktig at elevene også kan forstå når deres kompetanse ikke strekker til og de trenger mer inngående kunnskap for å forstå (Brandmo, 2014, s. 201).

Informasjonsstyringsstrategier er tidligere definert som ferdigheter og strategisekvenser som brukes til å behandle informasjon effektivt (Schraw & Dennison, 1994). Elevene som har deltatt i dette prosjektet fikk under denne kategorien påstanden om de tegner for å forstå en oppgave og om de streker eller skriver ned viktig informasjon for å forstå en oppgave. Man vil kunne tenke at for å styre den informasjonen man får trenger man noen strategier for å forstå en oppgave eller en tekst. Men elevene her viser at de informasjonsstyringsstrategiene man bruker ikke nødvendigvis har en innvirkning på ytelse i oppgavene brukt i dette prosjektet. Likevel vil elevene som strever mulig ha enda mer behov for å styre den informasjonen de møter mer enn elevene som ikke strever så mye. Informasjonsstyringsstrategier kan sees i sammenheng med elevenes evne til å planlegge, for å kunne styre hvor og når en strategi skal brukes i en oppgave (Skaalvik & Skaalvik, 2021).

Planleggings kategorien under metakognitiv kontroll og bevissthet omfatter å kunne blant annet ta informasjonen om en oppgave (Brandmo, 2014, s. 201). Samt å sette seg et mål om hva som er tilstrekkelig tid for oppgaven og estimere nivået av innsats som oppgaven krever (Brandmo, 2014, s. 201). De utvalgte elevene er enig i majoriteten av påstandene under kategorien, både elevene med og uten misoppfatninger. Når elevene bruker strategier for informasjonsstyring, vil dette være med på å sortere informasjonen i en oppgave og få oversikt over informasjonen. Dermed burde elevene som bruker de ulike strategiene for informasjonsstyring også være god på planlegging eller hvert fall uttrykke at de er enige i påstandene. Noe de fleste av elevene både med og uten misoppfatninger uttrykker at de er. Elevenes betingede kunnskap burde også kunne bidra til å styrke elevenes informasjonsstyringsstrategier og planleggingskunnskap. Man bruker sin betingede kunnskap til å identifisere situasjoner og temaer hvor man kan bruke strategier og kunnskap man allerede har, eller kun modifisere dette litt for å passe på en effektiv måte (Schraw, 1998, s. 114). Dette kan være utfordrende for elever, når elevene har lært seg en spesifikk strategi og bli presentert med et problem som likner, vil det være naturlig å bruke den samme strategien. Derfor trenger elever å bli utfordret av lærerne sine til å modifisere den strategien de har lært seg slik at det ikke blir en overgeneralisering. Utfordringen til lærerne kan for eksempel være å bruke den matekognitive metoden IMPROVE, som også skal kunne hjelpe elevene med sin matematiske prestasjon (Mevarech & Fridkin, 2006, s. 89).

Den metakognitive kontroll ferdigheten de utvalget elevene er minst enig i er kategori 8, evaluering. Der er elevene med og uten misoppfatninger like uenige i påstand nummer 16, «Jeg spør meg selv om oppgaven kunne vært løst annerledes når jeg er ferdig.». Evalueringen går ut på å spørre elevene om de har nådd målet sitt og hva de ville gjort annerledes neste gang (Pennequin et al., 2010, s. 206). Evaluering passer som en metakognitiv kontroll under den metakognitive kunnskapen kalt deklarativ kunnskap. Deklarativ kunnskap skal bidra til å huske og forstå informasjon, å forutsi og evaluere ulike resultater og løsninger (Özsoy, 2011, s. 227). Hvis man ser på de utvalgte elevene med og uten misoppfatninger i resultatkapitlet ser man i tabell 6 og tabell 8 at elevene uten misoppfatninger hevder å ha mer deklarativ kunnskap enn elevene med flest misoppfatninger. Disse resultatene kan vise til at det er en korrelasjon mellom elevenes uttrykkelser om deklarativ kunnskap og besvarelser på den matematiske kartleggingsprøven. Elevene med god deklarativ kunnskap burde ha en bedre bevissthet om hva de kan og ikke, samt hva elevene må gjøre for å lære det nødvendige best mulig. Likevel spør elevene uten misoppfatninger seg selv om de kunne løst en oppgave annerledes når den er ferdig løst. I likhet med elevene mest misoppfatninger.

Fra datamaterialet og de utvalgte elevene ser man eleven med flest misoppfatninger og en av elevene med alt riktig har uttrykt å være enig i et likt antall av påstander. Metakognitiv kunnskap er kunnskap man henter fra hukommelsen, hvor man ser på hva personen vet eller tror om seg selv og deres forhold til ulike kognitive prosesser samt erfaringene de har hatt (Eufklides, 2002, s.299, gjengitt av Özsoy, 2011, s. 227). Målet med spørreundersøkelsen var at elevene skulle vise deres metakognitive kunnskap og kontroll. Men hvor bevisste elevene er på deres metakognitive kunnskap og kontroll avhenger på hvor ofte elevene tidligere har blitt utfordret på deres metakognitive aktivitet. Enten så er det lite sammenheng mellom elevenes matematiske prestasjon. eller så mangler eleven med flest misoppfatninger innsikt og bevissthet i sin egen metakognitive tankegang. Både Özsoy (2011, s. 299) og Desoete et al. (2001, s. 445) viser til at elever med metakognitiv bevissthet presterer bedre i problemløsning og matematikk.

## 5.4 Hvilke konsekvenser har dette for matematikkundervisningen?

*«Matematikk skal bidra til at elevene utvikler evne til å jobbe selvstendig og samarbeide med andre gjennom utforskning og problemløsning, og kan bidra til at elevene blir mer bevisste på sin egen læring. Når elevene får mulighet til å løse problemer og mestre utfordringer på egen hånd, bidrar dette til å utvikle utholdenhet og selvstendighet.» (Utdanningsdirektoratet, 2020a).*

Matematikkundervisningen skal være med å bidra til arbeid som kan gjøre elevene mer metakognitivt bevisste. Dette står det i et av de viktigste styringsdokumentene for matematikkundervisning, Læreplanen LK20. Resultatene av dette prosjektet viser at det er behov i forskningsdeltagernes klasser å jobbe med både brøk som matematisk tema og elevenes metakognitive bevissthet. Fordi metakognitiv bevissthet og matematikk kunnskap er en uatskillig enhet (Özsoy, 2011, s. 299).

Lærere burde få innsikt i viktigheten av å jobbe med elevenes metakognitive bevissthet. Samt hvordan man gjør akkurat dette. De må få hjelp og tid til å jobbe med elevene til å ta et mentalt steg tilbake fra det man holder på med eller lærer om og bevisst tenke gjennom egne fremgangsmåter og kognitive prosesser (Kunnskapsdepartementet, 2014, s. 36–37). Utdanningsdirektoratet skriver at elevene skal bli mer bevisst i sin læring ved å samarbeide og jobbe selvstendig i utforskning og problemløsning. Man kan også si at med innlæring og bruk av metakognisjon vil elever kunne ha kontroll over hvordan de lærer som videre er viktig for deres videre selvstendige læring (Balçıkanlı, 2011). Matematikk og metakognitiv bevissthet har en gjensidig avhengighet ved seg.

Arbeid med metakognitive ferdigheter vil hjelpe lærere og elever med dybdelæringen. Dybdelæring er et begrep som står stekt i Kunnskapsløftet 2020, (ref.). For eksempel kan en person som har fullført en oppgave, bruke sin deklorative kunnskap til å evaluere sin egen ytelse og bestemme hva de kan gjøre annerledes neste gang for å forbedre resultatene (Schraw, 1998, s. 115). Gjennom å bruke deklorativ kunnskap på denne måten kan vi utvikle en dypere forståelse av vår egen kunnskap og evner, og dermed forbedre vår egen læring og problemløsning., altså dybdelæring.

Metakognitive ferdigheter er også knyttet til selvregulering, som innebærer evnen til å sette seg mål, planlegge ens egen læring, opprettholde fokus og regulere egen innsats (Skaalvik & Skaalvik, 2021, s. 194–195). Elever med begrenset metakognisjon kan ha vanskeligheter med å organisere

seg, holde seg motivert og opprettholde innsatsen over tid. Dette kan påvirke deres evne til å lære og mestre matematiske konsepter.

Lærerne er utpekt som de mest sentrale kildene til at elevene opplever misoppfatning i matematikk (Nygaard & Zernichow, 2006). Elevene burde bli presentert med flere diagnostiske oppgaver og prøver, og lærerne må få mulighet til å veilede elevene gjennom disse oppgavene. Diagnostiske oppgaver er oppgavene som har som mål å finne ut hva elevene allerede forstår og hvor deres kunnskapsnivå ligger og deres ferdigheter og begrepsforståelse (Brekke, 2002, s. 15). For at elevene skal kunne komme seg ut av de eventuelle misoppfatningene trenger de veiledning og de trenger sin metakognitiv bevissthet som sine debuggingsstrategier, evaluering og overvåking. De diagnostiske oppgavene trenger ofte en presentasjon fra lærer og en mulighet for elevene å vise hvordan de tenker (Brekke, 2002, s. 16), med for eksempel en blank rute under oppgaven slik som i dette prosjektet.

Matematikkundervisningen i brøk er ett av de mest kritiske og problematiske områdene i matematikkfaget (Solem et al., 2017, s. 221). Brøkbegrepet er et sammensatt begrep med flere aspekter, som kan være utfordrende for elevene. Aspektene er forskjellige måter man kan bruke brøk på. Man kan bruke brøk som del av en helhet, som kvotient, som mål, som forhold og som operator (Grey & Ånestad, 2016; Solem et al., 2017, s. 221–222). For å unngå misoppfatninger i det matematiske temaet brøk, trenger eleven en helhetlig forståelse av brøk begrepet. Læreplanen har kompetansemål etter femte trinn hvor majoriteten av målene handler om brøk. Elevene på sjette og syvende trinn burde dermed hatt en bedre forståelse av brøkbegrepet enn resultatene viser. Kunnskapen i brøkbegrepet, og diagnostiske oppgaver og metakognitiv bevissthet burde styrkes for å hjelpe elevene gjennom misoppfatningene sine og videre i problemløsning. Denne kunnskapen i brøk er en fundamental byggestein for elevens suksess og mestring videre i matematikk (Ingebrigtsen & Thomassen, 2022, s. 9).

## 6 Konklusjon

Hensikten med dette prosjektet har vært å se på elevers egne tanker om deres metakognitive bevissthet, blant elever på sjette og syvende trinn. I tillegg ønsket jeg å undersøke om man kan finne noen sammenhenger mellom elevenes tanker om metakognitiv bevissthet og deres misoppfatninger i brøk. Bakgrunnen for dette var at metakognitiv bevissthet og matematikk prestasjon og problemløsning er forsket på, men jeg ville undersøke om det var en sammenheng med misoppfatninger i brøk. Misoppfatninger er en naturlig del av elevenes læring og noe som alle elever skal møte på. Likevel er det noen som blir lengre enn andre i disse misoppfatningene. Elevers metakognitive bevissthet er ofte jobbet med i skolen i form av evaluering av eget arbeid, men sjeldent i dybden.

I dette prosjektet har jeg utarbeidet en matematisk kartleggingsprøve som bestod av diagnostiske oppgaver med utgangspunkt i matematikksenterets og KIM-prosjektets diagnostiske prøver. Samt utarbeidet jeg et spørreskjema med utgangspunkt i påstandene fra MAI-undersøkelsen. Den matematiske kartleggingsprøven og spørreundersøkelsen ble besvart av 70 elever hvorav 55 av besvarelsene var besvart etter beste evne og var utgangspunkt for studiens analyse.

Resultatene viser at en stor mengde av elevene på sjette og syvende trinn har misoppfatninger knyttet temaet brøk.. Misoppfatningen flest av elevene i dette prosjektet har er misoppfatning nummer 5, «tar ikke hensyn til helheten». Det er også verdt å merke seg at misoppfatning nummer 3 og 4, «brøkstreken fungerer som desimalkomma» og «differansen mellom teller og nevner avgjør størrelsen på brøken» er de to misoppfatningene som er nest mest utbredt.

Videre har man elevenes metakognitive bevissthet. Man ser at elevene med flest misoppfatninger og elevene med flest riktige svar på den matematiske kartleggingsprøven svarer relativt likt på påstandene om deres metakognitive bevissthet. De utvalgte elevene i dette prosjektet viser at tilnærmet alle, uavhengig av misoppfatning eller ikke, uttrykker å være enig i at de har strategier for debugging. Debugging er strategiene man bruker for å rette opp når det oppstår en forståelsesfeil eller ytelsesfeil (Schraw & Dennison, 1994). Disse strategiene for debugging er viktig for elever på grunnskolen for å innsikt i mer inngående kunnskap om et tema, enten fra en lærer eller fra internett.

Selv om elevene ofte driver med evaluering av seg selv og eget arbeid i skolen, uttrykker elevene at denne kategorien er en av de kategoriene de er minst enige i. Det kan hende at selv om elevene ofte

blir utfordret til å evaluere seg selv eller andre, at elevene ikke gjør det naturlig for å være mer metakognitivt bevisste.

Ut ifra dette prosjektet kan man ikke si noe sikkert om sammenhengen mellom elever uttrykkelser om egen metakognitiv bevissthet og deres misoppfatninger. Men det man kan se ut fra dette prosjektet er at elevene med flere misoppfatninger ikke nødvendigvis tenker noe mindre om sin egen metakognitive aktivitet enn elevene uten misoppfatninger. Elevene med flest misoppfatninger trenger å bli utsatt for flere diagnostiske oppgaver i samspill med en lærer for å skape en kognitiv konflikt slik at de kan bli mer bevisste både i brøkgregningen tankegangen sin og tanker om egen læring. Fordi ved innlæring og bruk av metakognisjon vil elever kunne ha kontroll over hvordan de lærer som videre er viktig for deres selvstendige læring (Balçıkanlı, 2011), ville alle elever i dette prosjektet hatt fordeler ved å arbeide mer med sin metakognitive bevissthet.

## ***6.1 Veier videre***

Prosjektet har hatt ett utvalg begrenset til et antall på 55 elevbesvarelser. Studien har kartlagt elevs misoppfatninger i brøk og fått innsikt i elevs egenrapporterte metakognitive bevissthet. Det hadde vært spennende om noen gjennomførte en tilsvarende analyse med andre elever. Spesielt interessant er det å undersøke, med et større tallmateriale, om og hvordan metakognitiv bevissthet kan utnyttes til å løfte elever ut av misoppfatninger i brøk. Samt vil det kunne være spennende å foreta et intervju og observasjoner av elevene med misoppfatninger som uttrykker å være svært metakognitivt bevisst. Ved å bruke intervju og observasjon kunne man fått innsikt i elevenes metakognitive erfaringer. Dette er elevenes bevissthet og følelser som oppstår akkurat når personen blir presentert en oppgave og behandler den tilhørende informasjonen (Özsoy, 2011, s. 228).



## Litteraturliste

- Ay, Y. (2017). A review of research on the misconceptions in mathematics education. *Education Research Highlights in Mathematics, Science and Technology, 2017*, 21–31.
- Balçıklı, C. (2011). Metacognitive Awareness Inventory for Teachers (MAIT). *Electronic Journal of Research in Educational Psychology, 9*(25), 1309–1332.  
<https://doi.org/10.25115/ejrep.v9i25.1620>
- Blikstad-Balas, M., & Dalland, C. P. (2021). Forskningsdesign—Hva må du tenke på når du skal planlegge et forskningsprosjekt? I *Metoder i klasseromsforskning: Forskningsdesign, datainnsamling og analyse* (s. 21–45). Universitetsforlaget.
- Brandmo, C. (2014). Metakognisjon og selvregulert læring. I J. H. Stray & L. Wittek (Red.), *Pedagogikk—En grunnbok*. Cappelen Damm akademisk.
- Brekke, G. (2002). Introduksjon til diagnostisk undervisning i matematikk. I *Kartlegging av matematikkforståelse*. Utdanningsdirektoratet.  
<https://web01.usn.no/~panderse/KIMhefter/kimgammeldiag.pdf>
- Desoete, A., Roeyers, H., & Buysse, A. (2001). Metacognition and Mathematical Problem Solving in Grade 3. *Journal of learning disabilities, 34*(5), 435–449.
- Flavell, J. H. (1979). Metacognition and cognitive monitoring: A new area of cognitive–developmental inquiry. *American Psychologist, 34*(10), 906–911.  
<https://doi.org/10.1037/0003-066X.34.10.906>
- Flavell, J. H., & Wellman, H. M. (1977). Metamemory. *Perspectives on the development of memory and cognition.*, 3–34.
- Frønes, T. S., & Pettersen, A. (2021). Spørreundersøkelser i utdanningsforskning. I *Metoder i klasseromsforskning: Forskningsdesign, datainnsamling og analyse* (s. 167–208). Universitetsforlaget.
- Grey, J., & Ånestad, G. (2016). Aspekter ved brøk i en nasjonal prøve. I E. K. Hovik & B. Kleve (Red.), *Undervisningskunnskap i matematikk* (s. 61–77). Cappelen Damm akademisk.

- Grønmo, L. S., & Throndsen, I. S. (2006). Læringsstrategier i matematikk. I E. Elstad & A. Turmo (Red.), *Læringsstrategier: Søkelys på lærernes praksis* (s. 178–196). Universitetsforlaget.
- Hagen, R., Johnson, S. U., Rognan, E., & Hjemdal, O. (2012). Mot en felles grunn: En transdiagnostisk tilnærming til psykologisk behandling. *Tidsskrift for Norsk psykologforening*, 49(3). <https://psykologtidsskriftet.no/fagartikkel/2012/03/mot-en-felles-grunn-en-transdiagnostisk-tilnaerming-til-psykologisk-behandling>
- Helstrup, T. (2002). Læring i et kognitivt perspektiv. I I. Bråten (Red.), *Læring i sosialt, kognitivt og sosial-kognitivt perspektiv*. (s. 103–130). Cappelen Damm akademisk.
- Høgheim, S. (2020). *Masteroppgaven i GLU*. Vigmostad & Bjørke AS.
- Imsen, G. (2017). *Elevenes verden: Innføring i pedagogisk psykologi* (5. utg.). Universitetsforlaget.
- Ingebrigtsen, H. B., & Thomassen, I. J. (2022). *Brøk på mellomtrinnet og dets plass i ny læreplan- En kvalitativ studie om sjette-trinn elevers kunnskap innen brøk*. UiT Norges arktiske universitet.
- Kleven, T. A. (2011). Hvordan er begrepene operasjonalisert? I T. A. Kleven (Red.), *Innføring i pedagogisk forskningsmetode: En hjelp til kritisk tolking og vurdering*. (2. utg.). Unipub forlag.
- Kunnskapsdepartementet. (2014). *NOU 2014: 7* (NOU Nr. 7; Elevenes læring i fremtidens skole, s. 1–139). Regjeringen. <https://www.regjeringen.no/no/dokumenter/NOU-2014-7/id766593/>
- Kunnskapsdepartementet. (2019). *Læreplan i matematikk 1.–10. Trinn* ((MAT01-05)). Fastsatt som forskrift. Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2020. <https://www.udir.no/lk20/mat01-05/om-faget/fagets-relevans-og-verdier?lang=nob>
- Livermore, D. (2012). *Leading with Cultural Intelligence* (2. utg.). Saylor Academy.
- Matematikksenteret. (u.å.-a). *Fra misoppfatning til mestring*. Matematikksenteret. Hentet 29. april 2023, fra <https://www.matematikksenteret.no/kartlegging-i-matematikk/misoppfatninger-i-matematikk/fra-misoppfatning-til-mestring>

- Matematikksenteret. (u.å.-b). *Hva kjennetegner god matematikkundervisning?* Matematikksenteret. Hentet 8. november 2021, fra <https://www.matematikksenteret.no/kompetanseutvikling/hva-kjennetegner-god-matematikkundervisning>
- Matematikksenteret. (u.å.-c). *Hvordan bruke prøvene?* Matematikksenteret. Hentet 29. april 2023, fra <https://www.matematikksenteret.no/kartlegging/misoppfatninger-i-matematikk/hvordan-bruke-pr%C3%B8vene>
- Matematikksenteret. (u.å.-d). *Misoppfatninger i matematikk.* Matematikksenteret. Hentet 29. april 2023, fra <https://www.matematikksenteret.no/kartlegging-i-matematikk/misoppfatninger-i-matematikk>
- Mevarech, Z., & Fridkin, S. (2006). The effects of IMPROVE on mathematical knowledge, mathematical reasoning and meta-cognition. *Metacognition and learning*, 1, 85–97.
- Misoppfatninger i matematikk.* (2018). Matematikksenteret. <https://www.matematikksenteret.no/kartlegging-i-matematikk/misoppfatninger-i-matematikk>
- NESH. (2006). Forskningsetiske retningslinjer for samfunnsvitenskap, humaniora, juss og teologi. *De nasjonale forskningsetiske komiteer.*
- NESH. (2016). Forskningsetiske retningslinjer for samfunnsvitenskap, humaniora, juss og teologi. *De nasjonale forskningsetiske komiteer.* <https://www.forskningsetikk.no/retningslinjer/hum-sam/forskningsetiske-retningslinjer-for-samfunnsvitenskap-og-humaniora/>
- NSD. (u.å.). *Norsk senter for forskningsdata.* NSD. Hentet 2. april 2023, fra <https://nsd.no/>
- Nyeng, F. (2020). *Nøkkelbegreper i forskningsmetode og vitenskapsteori.* Fagbokforlaget.
- Nygaard, O., & Zernichow, A. G. (2006). Den blokkerende misoppfatning. *Spesialpedagogikk*, 04, 34–38.
- Pennequin, V., Sorel, O., Nanty, I., & Fontaine, R. (2010). Metacognition and low achievement in mathematics: The effect of training in the use of metacognitive skills to solve mathematical word problems. *Psychology Press*, 16(3), 198–220.

- Rosland, B. A. K., & Iversen, M. L. (2022). *Kvantitativ analyse av misoppfatninger knyttet til brøk på tiende trinn*. [Mastergradsavhandling, Universitetet i Sørøst-Norge]. Universitetet i Sørøst-Norge. <https://openarchive.usn.no/usn-xmllui/bitstream/handle/11250/3014496/no.usn%3awiseflow%3a6607915%3a50762261.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- Schraw, G. (1998). Promoting General Metacognitive Awareness. *Instructional Science*, 26, 113–125. <https://doi.org/10.1023/A:1003044231033>
- Schraw, G., & Dennison, R. S. (1994). Metacognitive Awareness Inventory (MAI). *Assessing metacognitive awareness. Contemporary Educational Psychology*, 19, 460–475.
- Skaalvik, E. M., & Skaalvik, S. (2021). *Skolen som læringsarena: Selvoppfatning, motivasjon, læring og livsmestring*. Universitetsforlaget.
- Solem, I. H., Alseth, B., Eriksen, E., & Smestad, B. (2017). *Tall og tanke 2: Matematikkundervisning på 5. Til 7. Trinn*. Gyldendal akademisk.
- Sperling, R. A., Howard, B. C., Miller, L. A., & Murphy, C. (2002). Measures of Children's Knowledge and Regulation of Cognition. *Contemporary Educational Psychology*, 27, 51–79. <https://doi.org/10.1006/ceps.2001.1091>
- Tokle, O. D., Bondø, A., & Åsenhus, R. (2018). *Misoppfatninger knyttet til brøk*. Matematikksenteret og naturfagssenteret.
- Utdanningsdirektoratet. (2020a). *Fagets relevans og sentrale verdier—Læreplan i matematikk 1.–10. Trinn (MAT01-05)*. Fastsatt som forskrift. Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2020. <https://www.udir.no/lk20/mat01-05/om-faget/fagets-relevans-og-verdier?lang=nob>
- Utdanningsdirektoratet. (2020b). *Kompetansemål etter 5. Trinn—Læreplan i matematikk 1.–10. Trinn (MAT01-05)*. Fastsatt som forskrift. Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2020. <https://www.udir.no/lk20/mat01-05/kompetansemaal-og-vurdering/kv19?lang=nob>
- Vinje, B. (2019). *Misoppfatninger tilknyttet brøk på mellomtrinnet*. [Mastergradsavhandling, NTNU]. Institutt for lærerutdanning.

Özsoy, G. (2011). An investigation of the relationship between metacognition and mathematics achievement. *Asia pacific education review*, 12, 227–235.

# Oversikt over tabeller og figurer

## Tabelloversikt

*Tabell 3.1: Oversikt over kategorier under metakognitiv bevissthet og de tilhørende påstandene fra spørreundersøkelsen.*

*Tabell 3.2: Oversikt over misoppfatningene og oppgaver.*

*Tabell 4.1: Total oversikt over kategori og svar.*

*Tabell 4.2: Oversikt over oppgave og misoppfatnings nummer.*

*Tabell 4.3: Total oversikt over svar på oppgave 1 til 5.*

*Tabell 4.4 Andel elever i prosent med de ulike misoppfatningene.*

*Tabell 4.5: Oversikt over elever, med nummer, og hvilke misoppfatninger de har.*

*Tabell 4.6: Oversikt over elevenes svar på spørreskjema.*

*Tabell 4.7: Oversikt over poengene fra kartleggingsprøven til elevene uten misoppfatninger.*

*Tabell 4.8: Oversikt over poengene fra spørreskjemaet til elevene uten misoppfatninger.*

## Figuroversikt

*Figur 3.1: Oppgave 1 fra den matematiske kartleggingsprøven.*

*Figur 3.2: Oppgave 2 fra den matematiske kartleggingsprøven*

*Figur 3.3: Oppgave 3 fra den matematiske kartleggingsprøven*

*Figur 3.4: Oppgave 4 fra den matematiske kartleggingsprøven.*

*Figur 3.5: Oppgave 5 fra den matematiske kartleggingsprøven*

*Figur 4.1: Resultater fra spørreskjema i kategorier i prosent. Deklarativ kunnskap, Prosedyrekunnskap, Betinget kunnskap, Planlegging, Informasjonsstyringsstrategier, Forståelsesovervåkning eller overvåking (monitoring), Debuggingsstrategier og Evaluering*

*Figur 4.2: Resultater fra oppgave 1 som avdekker misoppfatning 1: «Nevneren representerer antall deler, uavhengig av størrelsen».*

*Figur 4.3: Resultater oppgave 2, som avdekker misoppfatning 2: «Jo større nevner (eller teller), jo større brøk».*

*Figur 4.4: Resultater oppgave 3, som avdekker misoppfatning 3: «Brøkestreken er likt desimalkomma».*

*Figur 4.5: Resultater oppgave 4, som avdekker misoppfatning 4: «Differansen mellom teller og nevner avgjør størrelsen på brøken».*

*Figur 4.6: Resultater oppgave 5, som avdekker misoppfatning 5: «tar ikke hensyn til helheten».*

# Oversikt over vedlegg

## Vedlegg 1: Spørreundersøkelse

Kandidatnummer:

---

Kjønn:

---

Når har du bursdag?

---

	Enig	Uenig
Jeg husker det jeg lærer i timene.		
Jeg vet hva jeg kan og ikke kan i matematikk.		
Jeg tegner for å forstå matematikkoppgaven bedre.		
Jeg vet hva jeg må gjøre for å lære best mulig.		
Jeg lærer best når jeg allerede vet noe om temaet vi skal ha.		
Jeg tenker på hva målet er før jeg begynner på en oppgave.		
Når jeg løser en oppgave, bruker jeg fremgangsmåter jeg vet fungerer.		
Jeg vet hvilke fremgangsmåter jeg skal bruke for å løse en oppgave best mulig.		
Når jeg løser en oppgave, ser jeg underveis om fremgangsmåten min er riktig eller feil.		
Jeg vet hvorfor jeg velger å løse en oppgave på en bestemt måte.		
Jeg motiverer meg selv til å lære når jeg trenger det.		
Jeg ber om hjelp hvis jeg ikke forstår en oppgave.		
Jeg stopper opp og leser på nytt hvis jeg ikke forstår.		
Jeg spør meg selv om oppgaven kunne vært løst annerledes når jeg er ferdig.		
For å forstå en oppgave bedre skriver jeg ned eller streker under det som er viktig i teksten.		
Jeg vet hvor godt jeg har løst en oppgave når jeg er ferdig.		



Når jeg er ferdig med en oppgave vet jeg om jeg har brukt riktig metode.		
Når jeg leser en oppgave, vet jeg ofte den beste måten å løse den på.		
Jeg vurderer flere alternativer før jeg svarer på en oppgave.		

## Vedlegg 2: Oversikt over spørsmål og tilhørende kategori

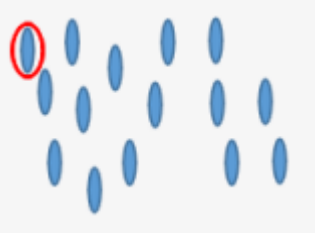
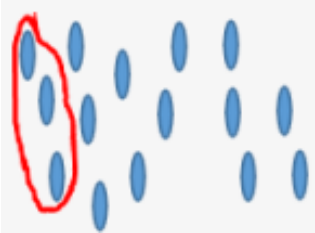
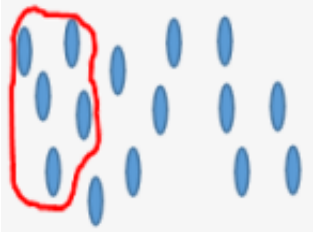
	Kategori
3. Jeg husker det jeg lærer i timene.	Deklarativ Kunnskap
4. Jeg vet hva jeg kan og ikke kan i matematikk.	Deklarativ Kunnskap
5. Jeg tegner for å forstå matematikkoppgaven bedre.	Informasjonsstyringsstrategier
6. Jeg vet hva jeg må gjøre for å lære best mulig.	Deklarativ Kunnskap og Betinget Kunnskap
7. Jeg lærer best når jeg allerede vet noe om temaet vi skal ha.	Betinget Kunnskap
8. Jeg tenker på hva målet er før jeg begynner på en oppgave.	Planlegging
9. Når jeg løser en oppgave, bruker jeg fremgangsmåter jeg vet fungerer.	Planlegging
10. Jeg vet hvilke fremgangsmåter jeg skal bruke for å løse en oppgave best mulig.	Prosedyrekunnskap
11. Når jeg løser en oppgave, ser jeg underveis om fremgangsmåten min er riktig eller feil.	Prosedyrekunnskap
12. Jeg vet hvorfor jeg velger å løse en oppgave på en bestemt måte.	Betinget Kunnskap
13. Jeg motiverer meg selv til å lære når jeg trenger det.	Betinget Kunnskap
14. Jeg ber om hjelp hvis jeg ikke forstår en oppgave.	Debuggingsstrategier
15. Jeg stopper opp og leser på nytt hvis jeg ikke forstår.	Debuggingsstrategier
16. Jeg spør meg selv om oppgaven kunne vært løst annerledes når jeg er ferdig.	Evaluering
17. For å forstå en oppgave bedre skriver jeg ned eller streker under det som er viktig i teksten.	Planlegging og Informasjonsstyringsstrategier
18. Jeg vet hvor godt jeg har løst en oppgave når jeg er ferdig.	Evaluering
19. Når jeg er ferdig med en oppgave vet jeg om jeg har brukt riktig metode.	Overvåking
20. Når jeg leser en oppgave, vet jeg ofte den beste måten å løse den på.	Planlegging
21. Jeg vurderer flere alternativer før jeg svarer på en oppgave.	Overvåking

## Vedlegg 3: Matematisk kartleggingsprøve

Kandidatnummer: \_\_\_\_\_

Oppgave 1 (nevneren representerer antall deler uavhengig av størrelsen)

På hvilket bilde er det satt ring rundt  $\frac{1}{3}$  av brikkene?

Nummer 1:	Nummer 2:	Nummer 3:
		
Svar:		

Oppgave 2 (Jo større nevner/teller, jo større brøk)

Sorter brøkene etter størrelse fra minst til størst:

$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{6}$
Svar:		

Oppgave 3 (Brøkstrek er likt desimalkomma)

Hvilken brøk har samme verdi som 0,37?

Kryss av for det du mener er riktig:

$\frac{0}{37}$

$\frac{1}{3}$

$\frac{3}{7}$

$\frac{37}{100}$

Oppgave 4 (Differansen mellom teller og nevner avgjør størrelsen på brøken)

$$\frac{2}{3} = \frac{4}{\square}$$

Hva skal stå i den tomme ruta?

Svar:

Oppgave 5 (Tar ikke hensyn til helheten)

Abdi har 8 brikker. Han legger til  $\frac{1}{4}$  av antallet, slik at han får 10 brikker. Deretter tar han bort 2 brikker. **Hvor stor del av brikkene tok Abdi vekk?**

Vis hvordan du regner her:

## Vedlegg 4: Informasjonsskriv

Kjære foreldre, foresatte og elever ved ... skole

### Vil du delta i forskningsprosjektet

#### Metakognitiv bevissthet og misoppfatninger i brøk?

Dette er et spørsmål til deg og dine foreldre/foresatte om å delta i et forskningsprosjekt hvor formålet er å se på sammenhenger mellom metakognitiv bevissthet og misoppfatninger i brøk. I dette skrivet gir vi deg informasjon om målene for prosjektet og hva deltakelse vil innebære for deg, eller ditt barn.

#### Formål

Jeg er en masterstudent ved Universitetet i Sørøst-Norge. I forbindelse med min studie, grunnskolelærer, skal jeg skrive en avsluttende masteroppgave. I dette prosjektet skal elevene gjennomføre en matematisk kartleggingsprøve og svare på en spørreundersøkelse. Prøven består av ulike oppgaver knyttet opp til temaet brøk i matematikk. Spørreundersøkelsen vil handle om metakognisjon, som er «å ha bevissthet om sine egne tankeprosesser». Spørsmålene vil være rettet mot å forstå hvor bevisst eleven er på hvordan eleven tenker. Dette prosjektet vil kunne hjelpe meg med å forstå hvordan jeg skal være som lærer i både matematikk og i andre fag.

For å ivareta elevens personvern vil eleven når prøven og spørreundersøkelsen skal svares på få utdelt kandidatnummer, slik at vi som forsker ikke vet hvem som har svart på prøvene. Den eneste som vil vite hvem som har svart på undersøkelsene er læreren til eleven. Hvis det blir et ønske om å intervju eleven vil du få et spørsmål om det fra elevens lærer. Da kan eleven velge om du vil eller ikke, elevens resultat vil kun behandles av oss og ikke vises til skolen. Det er frivillig å delta på prosjektet. Hvis du har gitt ditt samtykke til å være med på prosjektet og ombestemmer deg, sier eleven ifra til læreren. Vi håper allikevel at så mange som mulig vil være med på prosjektet, slik at vi får et grunnlag til prosjektet.

#### Hvem er ansvarlig for forskningsprosjektet?

Universitetet i Sørøst-Norge, fakultet for humaniora, idretts- og utdanningsfag er ansvarlig for prosjektet.

### **Hvorfor får du spørsmål om å delta?**

Du, ditt barn, får spørsmål om å delta fordi du går i 7.klasse/6.klasse. De andre klassene på ditt trinn vil også få spørsmål om å være med på prosjektet.

### **Hva innebærer det for deg å delta?**

Å delta i dette forskningsprosjektet innebærer at eleven skal svare på en spørreundersøkelse og en matematisk kartleggingsprøve uten hjelpemidler. Spørreundersøkelsen vil bestå av rundt 20 spørsmål. De fleste spørsmålene skal man svare på en påstand med enig eller uenig.

Spørreundersøkelsen vil ta ca. 30 minutter, og den foregår på ark. Prøven vil bestå av rundt 5 oppgaver innenfor det matematiske temaet brøk. Denne prøven vil ta rundt 30 minutter og vil foregå på ark.

Hvis det blir nødvendig for prosjektet og det blir tid til, vil noen av deltagerne bli spurt om et intervju. Intervjuet vil vare i rundt 30 minutter.

Kontaktlæreren din vil dele ut et kandidatnummer, som skal brukes når dere besvarer spørreundersøkelsen og prøven. Dermed er det kun din kontaktlærer som vet hvilket kandidatnummer du får tildelt. Hvis det blir aktuelt med et intervju, vil kontaktlæreren din bli kontaktet med en forespørsel. Videre vil din lærer ta kontakt hvis du har samtykket til et intervju. Hvis det er ønskelig kan du eller dine foreldre/foresatte be om å få spørreundersøkelsen på forhånd, samt en intervjuguide til dere som skal intervjues. Prøven deles ikke ut på forhånd grunnet at du ikke skal ha øvd på dette på forhånd, da vil ikke din besvarelse være nyttig for oss.

### **Det er frivillig å delta**

Det er frivillig å delta i prosjektet. Hvis du velger å delta, kan du når som helst trekke samtykket tilbake uten å oppgi noen grunn. Alle dine personopplysninger vil da bli slettet. Det vil ikke ha noen negative konsekvenser for deg hvis du ikke vil delta eller senere velger å trekke deg. Hvis du velger å trekke deg vil dette ikke påvirke ditt forhold til skolen eller lærere, du vil også få et annet tilbud på skolen når undersøkelsene gjennomføres.

### **Ditt personvern – hvordan vi oppbevarer og bruker dine opplysninger**

Vi vil bare bruke opplysningene om deg til formålene vi har fortalt om i dette skrivet. Vi behandler opplysningene konfidensielt og i samsvar med personvernregelverket. Det vil kun være læreren din som har tilgang til kandidatnumrene, som kobler dere til deres svar. Ved intervju vil deltagelsen bli

anonymisert ved transkribering, slik at det som brukes i prosjektet ikke vil bli gjenkjent tilbake til deg.

### **Hva skjer med personopplysningene dine når forskningsprosjektet avsluttes?**

Prosjektet vil etter planen avsluttes 01.06.2023. Etter dette vil vi beholde datamaterialet til oppgaven blir godkjent, dette er ca. 8 uker etter prosjektets slutt. Når oppgaven er godkjent etter disse ukene vil datamaterialet destrueres.

### **Hva gir oss rett til å behandle personopplysninger om deg?**

Vi behandler opplysninger om deg basert på ditt samtykke.

### **Dine rettigheter**

Så lenge du kan identifiseres i datamaterialet, har du rett til:

- innsyn i hvilke opplysninger vi behandler om deg, og å få utlevert en kopi av opplysningene
- å få rettet opplysninger om deg som er feil eller misvisende
- å få slettet personopplysninger om deg
- å sende klage til Datatilsynet om behandlingen av dine personopplysninger

Hvis du har spørsmål til studien, eller ønsker å vite mer om eller benytte deg av dine rettigheter, ta kontakt med:

- Universitetet i Sørøst-Norge ved Ali Ghaderi, [ali.ghaderi@usn.no](mailto:ali.ghaderi@usn.no).
- Biveileder: Universitetet i Sørøst-Norge ved Dan Roaldsøy, [dan.roaldsoy@usn.no](mailto:dan.roaldsoy@usn.no)
- Vårt **personvernombud**: Paal Are Solberg [personvernombud@usn.no](mailto:personvernombud@usn.no)

Hvis du har spørsmål knyttet til Personverntjenester sin vurdering av prosjektet, kan du ta kontakt med:

Personverntjenester på epost ([personverntjenester@sikt.no](mailto:personverntjenester@sikt.no)) eller på telefon: 53 21 15 00.

Med vennlig hilsen

*Ali Ghaderi*

(Forsker/veileder)

*Dan Roaldsøy*

(Biveileder)

*Helene Sæves Jacobsen*

(Student)



# Samtykkeerklæring

**Innlevering innen** \_\_\_\_\_

Jeg/vi har mottatt og forstått informasjon om prosjektet «Metakognitiv bevissthet og misoppfatninger i matematikk».

Jeg/vi samtykker til at mitt/vårt barn:

- deltar på matematisk kartleggingsprøve og spørreundersøkelser
- deltar i et eventuelt intervju
- ikke delta

Navn på barn .....

Signatur foresatte .....