Universitetet i Sørøst-Norge
Fakultet for humaniora, idretts- og utdanningsvitenskap
Institutt for matematikk og naturfag
–
Masteroppgave
Studieprogram: Grunnskolelærerutdanningen 5.-10. trinn
Vår 2023

Liv-Marit Boxaspen Braatø og Maren Tveiten Rilvaag

Elevers arbeid med matematisk modellering

En kvalitativ studie av elevers arbeid med Fermi-problemer, og dere refleksjoner rundt arbeid med Fermi-problemer

Universitetet i Sørøst-Norge

Fakultet for humaniora, idretts - og utdanningsvitenskap

Institutt for matematikk og naturfag

Postboks 235

3603 Kongsberg

http://www.usn.no

Denne avhandlingen representerer 45 studiepoeng

Sammendrag

Nøkkelord: matematisk modellering, Fermi-problemer, LK20, estimering, sosial læring

Formålet med denne masteroppgaven er å få innsikt i elevers arbeid med matematisk modellering samt deres refleksjoner rundt å arbeide på denne måten. Matematisk modellering sees på som å bruke matematikken for å løse et problem fra virkeligheten. Det står sterkt i den gjeldende læreplanen (LK20) og det gjøres omfattende internasjonal forskning på temaet, i tillegg vi ønsket å lære mer om temaet. Vi ønsket å bruke en type modelleringsoppgaver kalt Fermi-problemer som fra forskningsfeltet understrekes som en passende inngang til matematisk modellering. For å avgrense oppgaven har vi benyttet oss av tre forskningsspørsmål som etterspør hvordan elevene arbeidet, hvilke eventuelle utfordringer som oppstår og hva elevenes refleksjoner rundt arbeid med Fermi-problemer er. Vi gjorde en kvalitativ studie og benyttet metodene deltagende observasjon, og deretter fokusgruppeintervjuer. Teori og tidligere forskning som hjalp oss å analysere og diskutere funnene er hovedsakelig litteratur som omhandler sosiokulturell læringsteori, modellering, Fermi-problemer og samt andre relevante begreper som oppgaveparadigme og undersøkelseslandskap. Delene av datamaterialet er analysert ulikt. Data fra observasjon er kodet etter operasjonaliseringen av Blum og Leiß (2007) og data fra intervjuer har gjennomgått en tematisk analyse inspirert av Braun og Clark (2006). Analysene av funn ble ved hjelp fra teori og tidligere forskning diskutert. Det første aspektet som ble diskutert er hvordan Fermi-problemer, på bakgrunn av ulike årsaker kan fungere som inngang til modellering. Videre diskuteres det hvordan Fermi-problemer bidrar til utviklingen av flere matematiske kompetanser. Det påfølgende delkapitlet omhandler elevenes beskrivelser av å arbeide med Fermi-problemer. Til slutt fremheves elevenes egne refleksjoner rundt samarbeid og samarbeidets innvirkning på arbeid med Fermi-problemer. Underveis redegjøres et også for eventuelle utfordringer som kan oppstå i slikt arbeid. Masteroppgaven konkluderes til slutt ved å oppfordre lærere til å implementere Fermi-problemer som en inngang til matematisk modellering.

Abstract

Keywords: mathematical modelling, Fermi problems, LK20, estimating, social learning

The purpose of this master thesis er to gain insight into pupils' work with mathematical modelling and their reflections on working in this manner. Mathematical modelling is seen as a way to use mathematics to solve a real-world problem. It is emphasized in the current curriculum (LK20) and extensive international research is being conducted in mathematical modelling. Additionally, we had personal motivation to learn more about the topic. We wanted to use a type of modelling task called Fermi problems which is being emphasized by the research field as a suitable gateway into mathematical modelling. To narrow down the thesis, we used three research questions that ask how pupils work with mathematical modelling, which challenges arise during this kind of work, and what the pupils' reflections of such tasks are. We conducted a qualitative study with the methods: participatory observation and group interviews. Theory and former research which helped us analyze and discuss our results mainly consisted of literature on sociocultural learning theory, modelling, Fermi problems and other relevant terms such as landscape of investigation and exercise paradigm. The parts of the data material were analyzed differently due to its different nature. Data from observations was coded according to the operationalization by Blum and Leiß (2007), and data from interviews underwent a thematic analysis inspired by Braun and Clark (2006). The results were later discussed with the help of theory and former research. The first aspect discussed was how, for various reasons, Fermi problems can function as a gateway into mathematical modelling. Furthermore, it is discussed how Fermi problems contribute to the development of various mathematical competencies. The following subsection describes pupils' descriptions of Fermi problems. Lastly, pupils' reflections on collaboration and its impacts when working with Fermi problems are emphasized. The challenges that may arise during work with Fermi problems are described consecutively. The master thesis concludes by encouraging teachers to implement Fermi problems as a gateway into mathematical modelling.

Innholdsfortegnelse

Figuroversikt

Forord

Da var fem år på grunnskolelærerutdanningen ved USN over. Denne masteroppgaven markerer slutten på fantastiske studieår som har gått så altfor fort. Vi har fått utvikle oss både faglig og sosialt. Selv om studietiden har vært preget av koronapandemi og nedstengning har vi laget minner og dannet vennskap for livet. Dette masterprosjektet har lært oss så mye, og gitt oss erfaring med et tema som lenge har engasjert oss. Vi gleder oss til Novemberkonferansen 2023 hvor vi, sammen med vår veileder, skal videreformidle prosjektet vårt til matematikklærere fra hele landet.

Det er mange vi ønsker å takke, men først og fremst vil vi rette en stor takk til vår veileder, Suela Kacerja. Ditt engasjement har vært en stor motivasjon dette året. Uten din tro på oss, og gode og konstruktive tilbakemeldinger hadde vi ikke dratt dette prosjektet i havn. Videre vil vi takke ledelsen ved skolen vi samlet inn data for å ta imot prosjektet vårt på en så god måte, og selvfølgelig læreren som ga oss tid til å samle inn empiri. Takk for at du ga oss tillit til å prøve ut noe vi aldri hadde gjort før – uten deg hadde det ikke blitt noen oppgave. En stor takk rettes også til de flotte ungdommene som stilte opp som informanter.

Tusen takk til våre kjære medstudenter for hyggelige avbrekk i det som har vært en travel og stressende tid. Vil ønsker også å takke familie, venner og Eirik for støtte den siste tiden, særlig når utfordringene har stått i kø. Spesielt takk til Inger Helene, Malin og pappa som har korrekturlest for oss.

Helt til slutt vil vi rette en stor takk (og klem) til hverandre. Samarbeidet har beriket denne oppgaven, og ikke minst vårt nære vennskap. Å være samarbeidspartnere har vært morsomt når arbeidet har gått som vi har tenkt, men kanskje enda viktigere når det har buttet imot. Nå skal vi heie på hverandre i nye roller med minner om en fin tid som masterstudenter <3

Drammen, juni 2023

Liv-Marit Boxaspen Braatø og Maren Tveiten Rilvaag

1 Innledning

Matematikken sees ofte på som et litt annerledes fag i skolen. Det er sterke tradisjoner for memorering og mengdetrening, noe som kjennetegner det typiske *oppgaveparadigmet* (Skovsmose, 2001). Matematikken kan gi så mye mestringsfølelse samtidig som det kan bidra til en vond følelse når man ikke mestrer det. Fra den anerkjente boken til Katz (2014) kan vi se at matematikken originalt ble benyttet som verktøy for å forstå virkeligheten. Pytagoras læresetning er et godt eksempel på hvordan matematikere i flere århundrer har brukt matematikk for å forstå virkeligheten, for eksempel ved konstruksjon av bygninger.

I dag, derimot, oppfatter ikke samfunnet matematikkundervisningen slik. «Mathematics education counts in society. However, society does not necessarily count in mathematics education» (Andersson & Valero, 2016, s. 199). Med dette sitatet forteller Andersson & Valero (2016) at man ikke alltid bruker samfunnet i matematikkundervisningen selv om matematikken i aller høyeste grad eksisterer i samfunnet. Personlig sender vi inn skattekort, setter opp budsjett og beregner tiden vi bruker til jobb og skole. Media presenterer også en del matematikk for oss. Under pandemien ble vi presentert statistikk for antall smittetilfeller det var beregnet å få den kommende perioden, og det skrives nå om høye priser på mat, strøm og annet man trenger som følge av blant annet inflasjon. Alt dette er matematikk, og i opplæringsloven står det beskrevet allerede i §1-1 Formålet med opplæringa at «skolen skal åpne dører mot verden og framtiden (…)» (Opplæringslova, §1-1, 1998). Dermed har matematikkundervisningen også et ansvar for å forberede elevene på verden, og matematikken eksisterer i aller høyeste grad i verden rundt dem.

Som tidligere nevnt har matematikkfaget et rykte på seg som et fag med mye memorering og mengdetrening, og med liten tilknytning til virkeligheten. Statistikken på elevens forhold til matematikk er heller ikke optimistisk. I Stortingsmelding 22 (2010-2011) trekkes det frem at mange elever har et dårlig forhold til matematikk og at hele 25-30% får karakteren 1 eller 2 på avsluttende eksamen i 10. klasse. Nyere tall fra Stortingsmelding 21 (2017-2018) belyser at hele 15-20 % av elevene som går ut av grunnskolen har så svake ferdigheter at de vil ha problemer med å fullføre videregående opplæring samt klare seg i arbeidslivet, dette innebærer blant annet ferdigheter innen matematikkfaget. Videre belyser også Stortingsmelding 44 (2008 – 2009*)* at opplæringen er for lite tilpasset elevenes behov, og at det er utfordrende å vise fagets relevans og nytte i yrkeskarriere og dagligliv. Det er derfor tydelig at det eksisterer et stort behov for å bli flinkere til å tilpasse undervisningen til hver enkelt elev, samt å gjøre undervisningen mer virkelighetsnær for elevene. Hvordan dette kan gjøres ønsker vi å se nærmer på.

1.1 Bakgrunn for oppgaven

Vi tar opp denne utfordringen og presenterer en mulighet som kan bidra til å invitere virkeligheten tilbake inn i matematikkundervisningen, ved bruk av matematisk modellering. På bakgrunn av tidligere argumenter som sitatet til Andersson og Valero (2016), Formålsparagrafen i opplæringsloven og den nedslående statistikken fra flere stortingsmeldinger er det avgjørende å bygge en bro mellom matematikkundervisningen og resten av verden. Denne brobyggingen er selve definisjonen på begrepet matematisk modellering (Niss & Jensen, 2002), som er tema for denne oppgaven.

I korte trekk kan matematisk modellering beskrives som å bruke matematikken til å løse problemer fra virkeligheten (Blum & Ferri, 2009) [se kapittel 1.4]. Modelleringens sentrale plass i gjeldende læreplanverk, heretter omtalt som LK20, var en sterk bidragsyter til valget av matematisk modellering som tema. Allerede i første setning under *Fagets relevans og sentrale verdier* i læreplanen for matematikk står det at: “Matematikk er et sentralt fag for å kunne forstå mønstre og sammenhenger i samfunnet og naturen gjennom modellering og anvendelser” (Utdanningsdirektoratet, 2020a, s. 2). Med dette kan vi si at modellering er sentralt for at eleven skal forstå samfunnet rundt seg. Det er rimelig å anta at å bruke matematikken til å løse problemer på skolen kan bidra til at elevene rustes til å bruke matematikken til å løse problemer også på andre arenaer.

Et av det nye komponentene ved LK20 var *kjerneelementene*. Disse beskrives som det viktigste faglige innholdet i matematikkfaget og noe som må lære for å mestre faget (Utdanningsdirektoratet, 2019). *Modellering og anvendelse* er her et eget kjerneelement, dette gjør at Utdanningsdirektoratet (2020b) bidrar til å etterspørre at modellering skal ha en sentral plass i matematikkundervisningen. De forklarer modellering som å beskrive virkeligheten med matematisk språk (Utdanningsdirektoratet, 2020b). Vi kan tydelig se sammenhengen til Blum og Ferri (2009) sin definisjon som påpeker at modellering er overgangen mellom matematikk og virkelighet. Videre under kjerneelementet understrekes det at elevene skal kunne vurdere modellenes gyldighet, i tillegg til å anvende matematikken i ulike situasjoner, også utenfor klasserommet

(Utdanningsdirektoratet, 2020b). Oppsummert kan en si at flere kilder peker på at samfunnet etterspør kompetanse innen matematisk modellering.

Forskningsfeltet understreker også viktigheten av mer forskning på matematisk modellering. Det finnes flere studier på hvordan elevene arbeider med matematisk modellering (for eksempel Blum & Leiß, 2007; Blum & Ferri, 2009; Blum, 2015), men blant annet Peter-Koop (2004) etterspør mer forskning rundt elevers modelleringsprosesser. Selv om modellering har fått en så sentral plass i LK20 påpeker Blum og Ferri (2009) at det det skjer lite modellering i klasserommet. Virkelighetsnære problemer brukes først etter man har tatt vekk konteksten for at elevene kun skal øve på matematikken (Blum & Ferri, 2009). Lite bruk av modellering i klasserommet kan skyldes at lærerne i for liten grad har erfaring med bruk av matematisk modellering i undervisning. Dette kan bidra til at modellering sees på som en åpen og uforutsigbar undervisningsmetode. (Blum & Ferri, 2009; 2014). Vi ser at det finnes flere studier på hva lærere tenker om matematisk modellering (for eksempel Lesh & Caylor, 2007; Blum & Ferri, 2014), men det eksisterer lite forskning om hva elevene synes om denne typen arbeid. Dette gjelder særlig av norsk forskning.

Da modellering en ny undervisningsform for mange, er det behov for å senke terskelen for å ta det i bruk. Dette foreslår forskningsfeltet at kan gjøres ved å benytte seg av en type modelleringsoppgaver kalt Fermi problems, oversatt til Fermi-problemer (Ärlebäck, 2009; Ärlebäck & Bergsten, 2010). Disse oppgavene setter søkelys på å estimere (Albarracín & Gorgorió, 2019) [se kapittel 2.5]. En av fordelene med dem er at de krever lite forkunnskaper rundt arbeid med modellering og lite bestemte matematiske forkunnskaper (Ärlebäck & Bergsten, 2010). Det vil ikke si at de elevene kan bruke det de har av matematiske forkunnskaper og dermed noe som kan bidra til at de blir mer bevisste på hva de har av forkunnskaper (Ärlebäck & Bergsten, 2010). Fordi vi ikke kjenner til elevenes matematiske ferdigheter kan Fermi-problemer være hensiktsmessig å bruke.

Av egen erfaring ser vi at flere elever sliter med å se relevansen av matematikkfaget og er lite motiverte. Ved å jobbe med modellering kan vi være med å vise elevene at matematikk er relevant for hverdagslivet deres, uavhengig av om de velger et yrke hvis hverdag preges av mye matematikk. Dette understreker Blum (2015) når han gir grunner for å inkludere modellering i undervisningen. Han beskriver den *psykologiske årsaken* som sier noe om at det kan bidra til at matematikkfaget oppleves som relevant. Dette kan bidra til å øke elevenes motivasjon (Blum, 2015).

Fra høsten 2023 skal vi begge ut i arbeidslivet som pedagoger og fordi modellering står så sentralt i forskning og styringsdokumenter vil det å ha kunnskap om modellering være en fordel også på det personlige planet. Vi har gjennom praksis og arbeid i skolen ved siden av studiet opplevd at elever ofte ikke forstår at de driver med matematikk utenom skolen, og motsatt. Vi har et ønske om å hjelpe oss selv som fremtidige lærere, og andre lærere med å bidra til å gjøre matematikkfaget mer relevant for elevene. Dette trekker også Wedege (2010) frem i sin artikkel hvor hun beskriver at selv voksne ikke gjenkjenner matematikk i hverdagen som matematikk. Her tenker vi at modellering kan fungere som en brobygger mellom virkeligheten og matematikken.

1.2 Formål, problemstilling og forskningsspørsmål

I vårt litteratursøk fant vi generelt lite norsk forskning på matematisk modellering selv om det står sterkt i LK20. Det er dog skrevet flere masteroppgaver de siste årene om temaet. Det er rimelig å anta at denne økningen i masteroppgaver om temaet kan være et resultat av at modellering har fått større plass i LK20, som igjen har resultert i at det antakelig undervises mer om det i lærerutdanningene. Vi tenker vi at vi kan bidra til forskningsfeltet, til oss selv som lærere, og til andre lærere. Det finnes lite forskning på elevers meninger om modellering og dette hullet ønsker vi å bidra til å tette.

Vårt bidrag dreier seg derfor om modellering som skjer i grupper, rettet mot ungdomsskoleelever. Med bakgrunn i argumentene om at modellering er gjeldende i læreplanverket, at forskningsfeltet etterlyser mer forskning på temaet og en personlig motivasjon for å vite mer om matematisk modellering har vi formulert en problemstilling for denne oppgaven. Vi har som formål å få innsikt i ungdomsskoleelevers arbeid med matematisk modellering og deres refleksjoner rundt denne arbeidsformen. Problemstillingen vi har valgt er:

Hvordan arbeider ungdomsskoleelever med matematisk modellering, i form av Fermi-problemer, og hvilke refleksjoner gjør de seg rundt slik arbeid?

For å kunne svare på denne problemstillingen har vi valgt å dele den opp ved hjelp av tre forskningsspørsmål. Den første delen av problemstillingen etterspør hvordan elevene arbeider. Vi vil dermed se elevene arbeide i en naturlig situasjon. I og med at modelleringsprosessen kan deles i flere steg [se kapittel 2.2] vil det være naturlig å se på hvilke av disse som er framtredende i elevenes arbeid og hvordan de kan se ut. Derfor har vi utformet følgende forskningsspørsmål:

1. *Hvilke deler av modelleringsprosessen er synlige i elevers arbeid med Fermi-problemer, og hvordan kommer disse til syne?*

Vi har innledningsvis presentert forskning på at modellering er et sentralt aspekt i den nye læreplanen. Som nevnt finnes det flere studier på feltet om hva lærere synes, og dermed tenker er utfordrende med matematisk modellering (for eksempel Lesh & Caylor, 2007; Blum & Ferri, 2014). Vi fant derimot lite forskning på hva ungdomsskoleelever synes i vårt litteratursøk. Derfor ønsker vi å bidra til å fylle dette hullet i forskningsfeltet og etterspør:

2. *Hva slags utfordringer har elevene i arbeid med Fermi-problemer?*

Den andre delen av problemstillingen legger vekt på elevenes refleksjoner rundt matematisk modellering. For å få innsikt i dette benyttes fokusgruppeintervjuer av elever [se kapittel 3.1.2] Denne delen har fått sitt eget forskningsspørsmål som lyder som følger:

3. *Hvilke refleksjoner gjør elevene seg om å arbeide med Fermi-problemer?*

1.3 Avgrensninger

Vi har valgt å forske på et elevperspektiv, og lærerperspektivet vil naturlig nok ikke få like mye plass. Prosjektet er avgrenset til én skole. Vi har gjennomført datainnsamlingen på 9 trinn høsten 2022. Det er grunn til å tro at funnene ville sett noe annerledes ut dersom en hadde brukt 8. trinn eller 10. trinn. Vi har ikke gjort ytterligere avgrensinger i informanter i form av kjønn, etnisitet eller faglig prestasjonsnivå. Datainnsamlingen er også gjort under kun tre uker. Å samle inn data over lenger tid kan antakelig gi andre funn. Som beskrevet ovenfor har vi valgt å begrense oss til å bruke Fermi-problemer.

1.4 Begrepsavklaring

Matematisk modellering er allerede kort definert, men i denne oppgaven defineres matematisk modellering som å bruke matematikken til å løse problemer fra virkeligheten (Blum & Ferri, 2009). Dermed bygger vårt syn på modellering på Niss og Jensens (2002) sitt, hvor modelleringen sees på som en bro mellom matematikken og virkeligheten. En går fra den virkelige verden og til matematikken og tilbake igjen (Blum & Ferri, 2009). Matematisk modellering og modellering brukes om hverandre, men det har samme betydning i denne masteroppgaven. Begge brukes for å variere ordbruk.

Fermi-problemer er en type modelleringsoppgaver hvor man benytter en matematisk modell for å estimere en verdi for en gitt kvantitet (Albarracín & Gorgorió, 2019). Fordi Fermi-problemer baserer seg på en matematisk modell, kvalifiserer det til å være en type modelleringsoppgaver. Man estimerer et svar fordi fasitsvaret ofte er utilgjengelig ved at man ikke kan finne eksakte variabler (Albarracín & Gorgorió, 2019). Oppgavene inneholder lite numerisk data og derfor må elevene finne estimater på hensynene de ønsker å ta i betraktning (Ärlebäck & Bergsten, 2010). Estimering er kort sagt at man finner en tilnærmet verdi for noe (Albarracín & Gorgorió, 2019) [se kapittel 2.4.2].

1.5 Struktur

Kapittel 1 gir introduksjon til relevante begreper, samt formålet med oppgaven, i tillegg til problemstilling og problemstillingens formål. **Kapittel 2** tar for seg relevant teori og plasserer oppgaven innenfor fagfeltet. Her presenteres teori og tidligere forskning som har betydning for oppgaven. Videre er metodedelen presentert i **kapittel 3**. Valg av metode, utvalg, pilotering, validitet og reliabilitet, og etiske betraktninger utdypes her. Vi så det mest ryddig å presentere analysedelen i eget kapittel, den følger dermed i **kapittel 4.** Her beskrives analyseprosessene av datamaterialet. **Kapittel 5** er en fremstilling av funnene våre, det er strukturert i tre delkapittel. Det første omhandler elevenes arbeid med modellering, etterfulgt av elevutfordringer og til slutt av elevenes tanker og refleksjoner. I **kapittel 6** diskuteres funnene opp mot teori og tidligere forskning lagt frem i kapittel 2. Til slutt vil vi komme med en avsluttende kommentar og komme med forslag til videre forskning i **kapittel 7**.

2 Teori og tidligere forskning

I dette kapittelet følger teori og tidligere forskning som er sentrale for denne oppgaven. For å få bedre flyt i teksten har vi valgt å slå sammen teori og tidligere forskning. På den måten kan en vise til både teori og tidligere forskning når vi gjøre rede for et begrep. Vi har dermed besluttet å omtale forskning som *studier* eller *forskningsartikler* for å vise til forskjellen.

Først i dette kapitlet vil teori rundt sosial læring fremstilles både som et læringssyn og fordi det står sentralt da modelleringsoppgaver ofte løses i grupper og at dette vil påvirke samarbeidet. Videre vil det avklares hva som menes med en matematisk modell. Det følger derfor naturlig at matematisk modellering blir gjennomgått for å spisse oppgaven inn på Fermi-problemer og estimering. Vi bruker også Skovsmoses (2001) begreper *oppgaveparadigme* og *undersøkelseslandskap* da disse står sentralt for hvordan elevene kan oppleve undervisning denne typen undervisning.

2.1 Sosiokulturell læringsteori

Det er hovedsakelig to årsaker til at sosiokulturell læringsteori har fått plass i dette kapitlet. Det første dreier seg om vårt syn på læring. Vi ser på læring som noe som ikke skjer i et vakuum, men i interaksjon med andre. Dermed går vi ikke i dybden på sosiokulturell læringsteori, men benytter den som et overordnet perspektiv i denne masteroppgaven. Den andre årsaken til at sosiokulturell læringsteori har fått plass er fordi modelleringsoppgaver er noe som oftest arbeides med i grupper. Denne påstanden er basert på bakgrunn av at informantene i tidligere studier arbeider i grupper (for eksempel Peter-Koop, 2010; Albarracín & Gorgorió, 2012, Albarracín et al., 2019; Albarracín & Gorgorió, 2019). Fermi-problemene denne masteroppgaven dreier seg rundt er intet unntak. Derfor er det hensiktsmessig å ha med teori på sosiokulturell læringsteori rettet mot læring i gruppearbeid.

Lære sammen med andre

Vygotsky (1978) skilte seg fra tidligere pedagogiske retninger, som for eksempel behaviorismen og kognitivismen, da han la grunntankene for den sosiokulturelle læringsteorien (Wittek & Brandmo, 2014). I denne teorien er det fokus på at man lærer via andre, og at all læring skjer i en sosial kontekst (Vygotsky, 1978). Vygotsky (1978) selv mente at man lærer mer i samarbeid med andre eller med veiledning fra en voksen. Læring skjer mellom mennesker og redskaper i kontekst (Wittek, 2014). Dette kan argumenteres for når man ser elever som kanskje mislykkes i en skolesammenheng, men som allikevel klarer å lære masse om verden rundt seg (Saljö, 2001). Denne eleven har tilegnet seg kunnskap på andre steder enn på skolen, det kan være i den sosiale konteksten i familien, blant venner eller på fotballbanen. Man lærer ikke i et vakuum. Samfunnet rundt oss former oss og er med på å bestemme hva som er hensiktsmessig å lære (Saljö, 2001). For eksempel er digitale ferdigheter mye viktigere å tilegne seg i dag enn for 30 år siden fordi mye av det som skjer i samfunnet skjer digitalt.

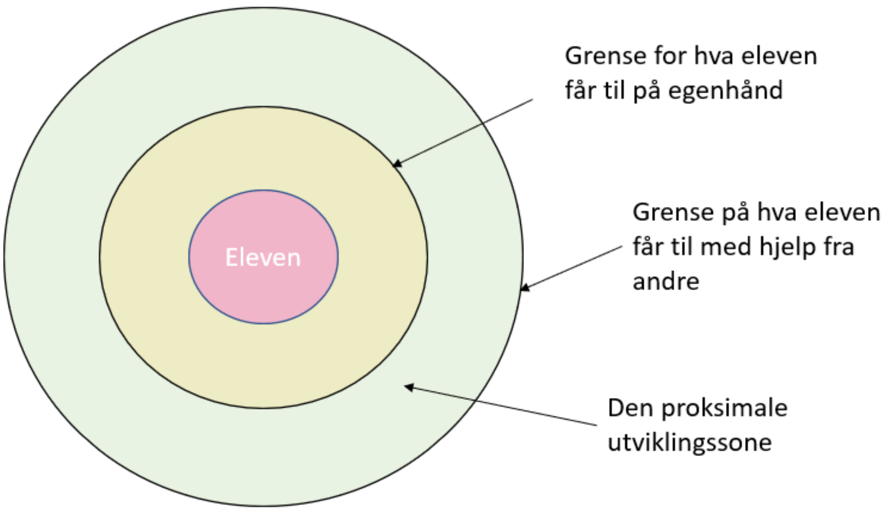
Redskaper

Saljö (2001) påpeker at selv om hjernen vår ikke har forandret seg stort på tusenvis av år så har våre intellektuelle og fysiske ferdigheter gjort det. Dette kan forklares med at vi har benyttet oss av *redskaper* eller *verktøy*. Et redskap defineres innen sosiokulturell læringsteori som de ressursene, språklige og fysiske, vi bruker til å forstå omverdenen og til å handle i den (Vygotsky, 1978; Saljö, 2001). Det vil si at vi har brukt disse redskapene til å tilegne oss nye ferdigheter. Disse redskapene kompenserer for der vi mennesker kommer til kort. Vi har for eksempel laget biler som kan hjelpe oss fordi vi ikke hadde klart å gå de lange avstandene hele tiden. Det samme gjelder for skoleverket og læring. For å for eksempel finne en løsning på en modelleringsoppgave trengs språket for å kommunisere forslag til hvordan en kan gå fram. Saljö (2001) påpeker at vi blir delaktige i det gjennom interaksjon med andre.

Særlig språket bidrar til å skape mening, og samtidig dele erfaringer med andre (Saljö, 2001). Videre påpeker Saljö (2001) at mennesket er lærende. Det vil si at vi gjør oss "erfaringer og bruker dem i fremtidige sammenhenger" (Saljö, 2001, s. 13). Med språket kan også andre lære av våre erfaringer og bruke disse i fremtidige situasjoner. Fordi flere mennesker gir flere erfaringer er det rimelig å anta at man kan lære mer sammen.

Den proksimale utviklingssone

Dette får oss over på Vygotskys (1978) modell *den proksimale utviklingssonen*. Det er en modell som har som formål å vise hva eleven klarer alene og hva eleven klarer i samråd med andre. Den proksimale utviklingssonen er det området mellom det aktuelle utviklingsnivået, det vil si hva eleven kan få til på egenhånd, og hva man kan få til sammen med andre (Vygotsky, 1978). Vygotsky (1978) forklarer videre at "andre" kan være en voksen eller en faglig sterkere medelev. Vi ser at dette området omfatter mer enn hva en kan klare alene og understreker viktigheten av interaksjon med andre når det kommer til læring.



Figur 2.1 Vår fremstilling av Vygotskys (1978) proksimale utviklingssone.

Stillasbyggere

De som er rundt oss og gjør at vi kan få til mer med enn for oss selv har blitt kalt *stillasbyggere*. Dette er noen som er mer kompetent og som kan hjelpe den som lærer til å løse problemer de ikke ville kunne løse alene (Vygotsky, 1978). Læreren blir ofte sett på som en viktig stillasbygger i denne sammenhengen. Læreren veileder slik at den lærende løser problemet helt til den lærende klarer å løse det på egenhånd (Vygotsky, 1978). Som nevnt kan også andre være stillasbyggere for den lærende, for eksempel medelever (Vygotsky, 1978). Medelever som stillasbyggere vil være sentrale i denne oppgaven da elevene som nevnt arbeider i grupper. Medelever fungerer som en stillasbygger når den hjelper en annen medelev til å mestre mer. Dette får oss over på elevsamarbeid, noe som er svært relevant for denne oppgaven.

2.1.1 Tidligere forsking på samarbeid i matematikk

Som allerede beskrevet fokuseres det særlig i denne oppgaven samarbeid mellom elever da det står sentralt når man arbeider med modelleringsoppgaver. De fleste studier som er gjort på modelleringsoppgaver har, som nevnt, brukt gruppearbeid (for eksempel Peter-Koop, 2004; Albarracín & Gorgorió, 2012, Albarracín et al., 2019; Albarracín & Gorgorió, 2019).

Edwards & Jones (1999) intervjuet elever i alderen 12-16 år om hva de tenker om samarbeid og presenterer en rekke positive aspekter ved å jobbe i grupper. For det første følte elevene at de lærte mer matematikk og at man fikk se problemet fra ulike innfallsvinkler. Videre fortalte elevene at de lærte seg å lytte til andres ideer og bidrag. Å jobbe i grupper gjorde også at noen elever ble mer selvsikre og motiverte. Elevene mener også at vennskapene til de på gruppen hadde en positiv effekt. Til slutt pekte de på at de fikk gjort mer fordi man ikke sto ansvarlig for å gjøre alt selv (Edwards & Jones, 1999).

Koçak et al. (2009) lister opp flere fordeler med å jobbe i grupper, blant annet nevner de at elevene lærer å respektere andres meninger, utvikler samarbeidsevner, lærer seg å hjelpe andre, øve på å utrykke seg, føle at man bidrar, få nye venner og opprettholde eksisterende vennskap. Vi kan se at flere av disse fordelene samsvarer med aspektene Edwards og Jones kom fram til. Med dette er Koçak et al. (2009) med på å understreke viktigheten av samarbeid. I deres artikkel finner de at å jobbe i grupper gjør at elevene får forbedret sin evne til å tenke kritisk, og til å løse problemer (Koçak et al., 2009). Elevene inviteres til å delta mer muntlig og diskutere seg imellom.

Sofroniou og Poutos (2016) ser i sin artikkel nærmere på effektiviteten rundt gruppearbeid i matematikk. De gjør både en kvalitativ undersøkelse hvor de spør ingeniørstudenter hva de synes om gruppearbeid, og en kvantitativ undersøkelse på studentenes prestasjoner på eksamen etter at de jobbet i grupper med temaet integrasjon. Deres funn peker på gruppearbeid som positivt. Hele 70% oppgir at de synes å jobbe i grupper er hjelpsomt og at det har en positiv effekt på å lære seg matematikk. I tillegg ser man på sluttresultatet at i klassen som jobbet i grupper gjorde 47,8 prosent av studentene det bedre på integrasjonsoppgavene, enn de andre spørsmålene på prøven. I kontrollklassen derimot gjorde bare 37,5 prosent det bedre, det vil si klassen som ikke praktiserte slikt gruppearbeid i arbeid med dette temaet (Sofroniou & Poutos, 2016).

Sofroniou og Poutos (2016) påpeker derimot at undersøkelsen er gjort i en liten klasse og at det ikke nødvendigvis gjelder alle. De understreker også at gruppearbeid ikke er svaret for enhver utfordrende pedagogisk praksis. Læreren og andre aspekter vil også kunne påvirke (Sofroniou & Poutos, 2016). I undersøkelsen var det fortsatt noen som svarte at gruppearbeidet var utfordrende selv om flertallet beskrev det som en ressurs.

2.2 Definisjon av en matematisk modell

Før man utdyper hva matematisk modellering er, vil det være passende at det også diskuteres hva en matematisk modell er. Ärlebäck et al. (2017) beskriver i sin artikkel de ulike representasjoner for modellering og deres formål. I forbindelse med dette beskriver de hva som kjennetegner en matematisk modell:

> All of these representations capture some sense that a mathematical model is a simplified version of some aspect of the real world that is formalized in mathematics for the purpose of solving a problem situation in the real world. (Ärlebäck et al., 2017, s. 74)

Her er det viktig å presisere at en matematisk modell brukes til en forenklet fremstilling av en virkelighetsnær problemstilling. Denne modellen kan benyttes for å løse denne problemstillingen (Ärlebäck et al., 2017). I LK20 forklares en modell som å beskrive virkeligheten med matematisk språk (Utdanningsdirektoratet, 2020b). Vi kan se sammenhengen her ved at den forenklede modellen er det matematiske språket.

En måte å dele inn modeller på er i *teoretiske* og *empiriske* modeller (Hana, 2013). Teoretiske modeller er laget for å passe en ønsket situasjon. Ved empiriske modeller derimot: «(…) har man et datamateriale som man ønsker å finne matematiske relasjoner i» (Hana, 2013, s. 186). Hana (2013) gir å finne en persons timelønn og sannsynlighet for mynt eller kron som eksempler på teoretiske modeller. Empiriske modeller derimot er vanskelig å avgjøre hvor korrekte de er, og Hana (2013) bruker regresjon som et eksempel på en slik modell. Der prøver man å finne en graf som på best mulig vis skal passe til datasettet man har.

2.3 Matematisk modellering

En mulig beskrivelse på matematisk modellering er «A learning milieu where students are invited to take a problem and investigate it. » (Barbosa, 2003, s. 294). Han vektlegger at elevene inviteres til å undersøke et problem. Modellering er også å bruke matematikken til å løse virkelighetsnære problemer for så å tolke dem inn i en virkelighetsnær kontekst igjen (Blum & Ferri, 2009). Modelleringsoppgaver har høye kognitive krav (Blum & Ferri, 2009). Gjerne fordi man trenger flere matematiske kompetanser for å kunne gjennomføre en slik oppgave [se kapittel 2.3.4]. Modelleringsoppgaver er åpne oppgaver med et virkelig problem. Det er gjerne flere løsningsmetoder og har ikke nødvendigvis et fasitsvar, eller så er ikke fasitsvaret tilgjengelig for oss og derfor må den virkelighetsnære situasjonen forenkles (Ärlebäck et al., 2017). Fordi man selv velger hvor forenklet modellen skal være har en nødvendigvis ikke all informasjon oppgitt i oppgaven (Ärlebäck & Bergsten, 2010).

Forskningsfeltet beskriver hvorfor modellering bør være i læreplanen, og i undervisningen. Blum (2015) gir fire grunner til bruken av modellering. Den første er den *pragmatiske årsaken* som beskriver at elevene må kunne omforme problemer til matematikk og det skjer ved å knytte hverdagslivet inn i matematikkundervisningen. Videre beskriver den *formative årsaken* at elever trenger ulike former for kompetanse i matematikk, blant annet argumentasjonskompetanse som kan dannes ved å jobbe med modellering. Argumentasjon er nemlig et viktig aspekt ved modellering fordi elevene skal legge frem løsningsmetodene sine. Den nest siste årsaken til at modellering bør være med i læreplan og undervisning er den *kulturelle årsaken* som sier noe om at elevene må se at matematikken er brukt og brukes i samfunnet for å forstå viktigheten av matematikk. Den siste årsaken er den *psykologiske* årsaken som viser at virkelighetsnære eksempler kan oppleves som motiverende for elevene (Blum, 2015; Berget & Bolstad, 2019). Med dette understreker forskningsfeltet flere fordeler ved bruk av modellering.

Modellering som fartøy, modellering som innhold og modellering som kritikk

Det finnes noen overordnede perspektiver på modellering. Julie (2002) skiller nemlig mellom *modellering som innhold* og *modellering som et fartøy*. Førstnevnte vektlegger utviklingen av kompetanse for å modellere ekte situasjoner (Barbosa, 2006). Hovedformålet er dermed modelleringen i seg selv. Det vil si elevene skal bygge matematiske modeller knyttet til sosiale og naturvitenskapelige fenomener uten at bestemte matematiske konsepter skal være formålet (Julie, 2002). Modellering som fartøy vektlegger derimot modellering som en måte å lære matematiske konsepter og prosedyrer (Barbosa, 2006; Julie, 2002). Modelleringen i seg selv står ikke i fokus, men brukes heller som er redskap for å lære noe annet (Barbosa, 2006). Julie (2002) stiller seg kritisk til at dette paradigmet står for det meste av modelleringen som skjer i klasserommet. Han vektlegger at man bør benytte både modellering som innhold og modellering som fartøy.

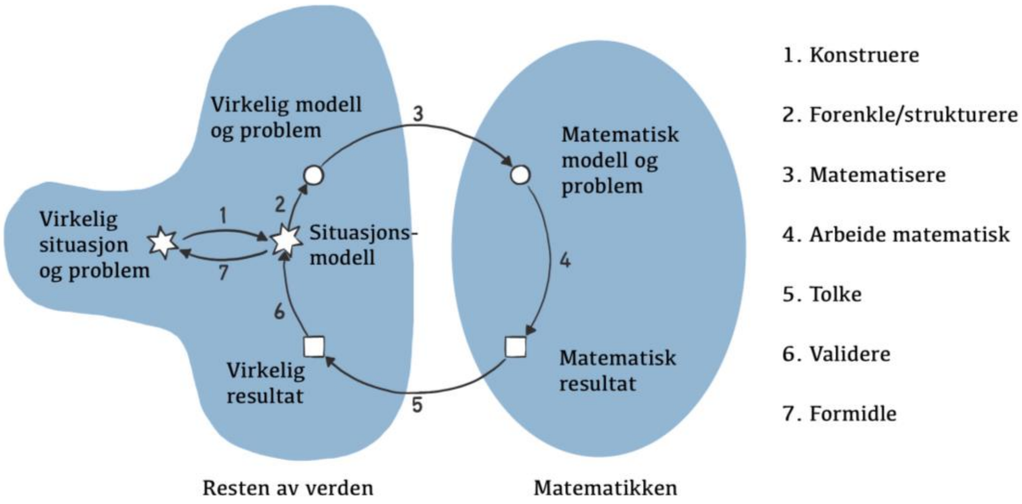
Barbosa (2003) foreslår et tredje perspektiv som omhandler matematikken i samfunnet, kalt *modellering som kritikk.* Dette perspektiver bygger på sosiokulturelle studier og kritisk tenkning rundt matematiske modeller i samfunnet (Barbosa, 2006). Videre beskriver Barbosa (2006) hvordan matematiske modeller ikke er objektive og at beslutninger som tas i samfunnet er basert på matematiske modeller. Dermed er det viktig at elever får muligheten til å diskutere disse modellenes roller. Alrø og Skovsmose (2002) påpeker at denne kritikken kan være både positiv og negativ.

2.3.1 Modelleringsprosessen

Ärlebäck et al. (2017) gjør i sin artikkel rede for ulike representasjoner av modelleringsprosessen. Selv om dette ikke er modelleringen direkte, gir en representasjon et rammeverk for hvordan modelleringen kan se ut. Det er en representasjon av modellering. En representasjon er ikke selve objektet man prøver å fremstille, men heller en måte å fremstille dem på (Hana, 2014). De ulike representasjonene har ulike formål og er utviklet på bakgrunn av hva som er hensikten med dem. Det gjør at de har noen styrker og svakheter, og derfor er det viktig med et utvalg av representasjoner (Blum, 2015; Ärlebäck et al., 2017). Å bruke modeller tilpasset det man skal undersøke er essensielt. Noen ganger må man til og med bruke flere modeller for å få med seg alle aspektene (Ärlebäck et al., 2017). I neste avsnitt beskrives noen eksempler for å vise til ulike formål ved en representasjon, men av hensyn til hva som er relevant videre i masteroppgaven beskrives ikke disse i detalj. Deretter følger utdypende beskrivelse av representasjonene som brukes videre i denne oppgaven.

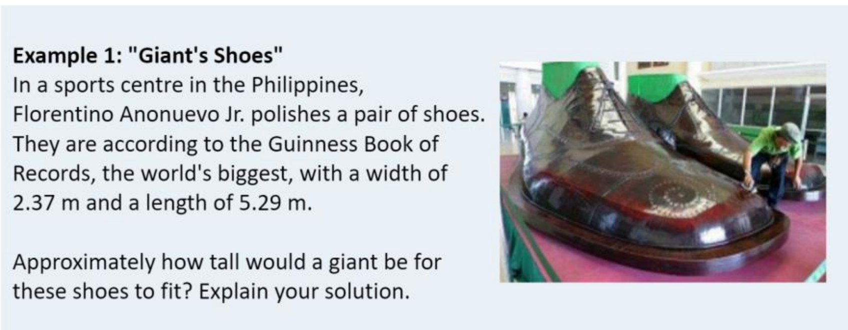
Greefrath et al. (2011) har i sin representasjon tatt hensyn til datamaskinens rolle og legger til et ekstra «felt» i modelleringssyklusen som setter søkelys på at datamaskinen kan gi oss resultater. Her er det digitale aspektet formålet en skal se nærmere på. OECD (2013) har utviklet et rammeverk for å sette PISA-oppgavene de benytter inn i en av fire kontekster, den *personlige, samfunnsmessige, yrkesmessige og vitenskapelige* [vår oversettelse]. Et annet eksempel på en annen representasjon er Rosa og Oreys (2015). De beskriver viktigheten av å se på det enkelte individet som modellerer og konteksten hen befinner seg i. Denne modellen tar hensyn til de menneskelige delene ved modelleringsprosessen.

Nedenfor har vi forklart de ulike stegene i modellen vi har valgt å ha hovedfokus på. Den er en av de mest anerkjente og er utviklet av Blum og Leiß (2007). Denne modellen er sentral for vår oppgave fordi vi ønsker å besvare forskningsspørsmål rundt hvilke deler av modelleringsprosesser som står sentralt i elevers arbeid. Denne representasjonen er meget hjelpsom i kognitive analyser av elevers arbeid (Blum & Ferri, 2009). Her deles modelleringssyklusen inn i syv steg [se figur 2.3]. Blum (2015) legger vekt på at alle de ulike representasjonene har styrker og svakheter avhengig av hva som er formålet med det man skal analysere. Denne modellen egner seg godt til kognitive analyser og den er derfor svært hensiktsmessig å bruke i vår oppgave, da vi skal se hvordan elevene arbeider og hva deres refleksjoner er. Alle stegene er ifølge Blum og Ferri (2009) også kognitive barrierer for elevene. Dette vil være sentralt å se på ettersom et av forskningsspørsmålene omhandler utfordringer med modellering. Vi har valgt å oversette de syv stegene ved hjelp av forklaringene til Blum (2015) og Berget & Bolstad (2019).



Figur 2.2 Vår fremstilling av Blum og Leiß (2007, s. 225) sin modelleringsprosess.

De ulike stegene i modelleringssyklusen til Blum og Leiß (2007) er forklart nedenfor i sammen en oppgave hentet fra Blum og Ferri sin (2009) artikkel [se figur 2.3]. Årsaken til at vi har valgt å forklare stegene med et eksempel er for å konkretisere dem. Denne oppgaven går ut på at elevene skal beregne hvor høy man må være for å bruke sko som er 2,37 meter brede og 5,29 meter lange. Løsningen vi viser til underveis er gjort av oss selv.


Example 1: "Giant's Shoes"
In a sports centre in the Philippines, Florentino Anonuevo Jr. polishes a pair of shoes. They are according to the Guinness Book of Records, the world's biggest, with a width of 2.37 m and a length of 5.29 m.

Approximately how tall would a giant be for these shoes to fit? Explain your solution.

Figur 2.3 Oppgave hentet fra Blum og Ferri (2009, s. 45).

Det første steget kalles *constructing*. Her konstrueres en mental modell av situasjonen man står ovenfor (Blum & Leiß, 2007; Blum, 2015). I dette steget forsøker problemløseren å forstå problemet (Blum & Ferri, 2009; Berget & Bolstad, 2019). Man lager en slags situasjonsmodell som kan være et visuelt bilde av situasjonen (Blum og Leiß, 2007; Blum, 2015). Dette steget kan for eksempel være at elevene lager en mental modell ved å se for seg en person som skal passe til disse store skoene. Dette steget har vi oversatt til *konstruering*.

Det andre steget kalles *simplyfying/structuring.* I dette steget forenkler og strukturer man modellen man står ovenfor ved bruk av antagelser. Det vil si at man velger hva man skal ta hensyn til (Blum & Leiß, 2007; Blum, 2015). Her må man kanskje hente inn informasjon man ikke har fra før av (Berget & Bolstad, 2019). Det vil si at informasjonen ikke er oppgitt i oppgaveteksten. Dette gjør man for å lage en *virkelig modell* og problemløseren må avgjøre hva sentrale begreper i oppgaveteksten betyr (Blum & Ferri, 2009). Dette steget kan for eksempel være når elevene planlegger at de skal se bort ifra enten høyden eller bredden av foten. Dette steget har vi oversatt til *forenkling og strukturering*.

Steg nummer 3 blir kalt *mathematising,* og kjennetegnes ved at man matematiserer konseptene og relasjonene vi fant i steg 2 (Blum, 2015). Den virkelighetsnære situasjonen gjøres om til en matematisk modell (Blum & Ferri, 2009). Med dette kan vi se i modellen at vi har beveget oss fra den virkelige verden og inn i matematikken. Elevene lager en matematisk modell for situasjonen ved å bruke matematisk språk, eller rettere sagt så aktiverer de den matematiske verktøyene (Blum & Leiß, 2007; Berget & Bolstad, 2019). Her kan for eksempel elevene snakke om at de skal finne forholdet mellom sin egen fot og høyde for deretter å finne ut hvor mange "føtter" høye de er selv. Dette steget er oversatt til *matematisering*.

Videre kaller Blum (2015) steg nummer 4 for *working mathematically.* Det kjennetegnes ved å kalkulere og sammenligne. Her jobber elevene matematisk, dette er før de matematiske resultatene settes inn i en kontekst. Vi befinner oss fortsatt i matematikken. Her kan elevene dividere 169 cm (eksempel på høyde) med 24, 1 cm (størrelse 39) man er 7 ganger høyere enn lengden av foten. For deretter å multiplisere lengden av kjempens fot med 7 og få ca. 37 meter. Dette steget er oversatt til *å arbeide matematisk.*

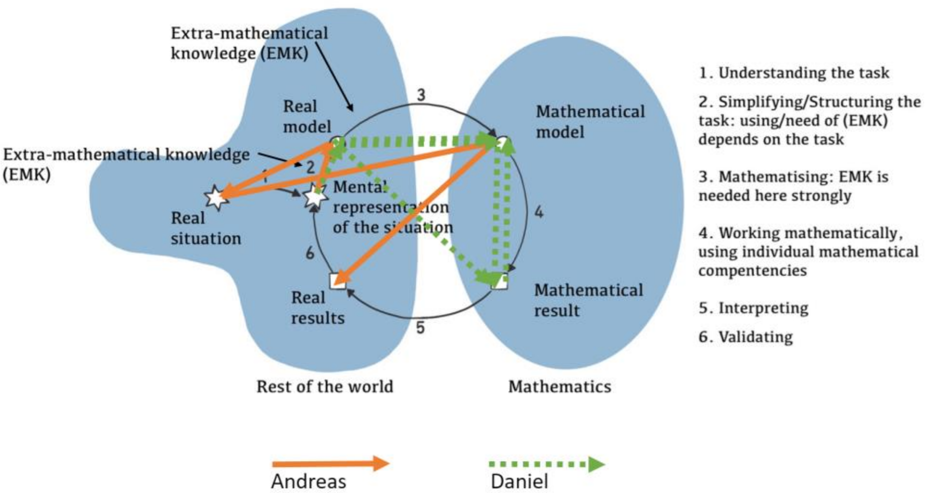
I steg nummer 5, *interpreting*, tolker man det matematiske resultatet inn i den virkelige verden (Blum, 2015). Det matematiske resultatet blir satt inn i en kontekst. Med dette beveger en seg fra matematikken og tilbake til resten av verden. Man får ikke bare et matematisk resultat, men et virkelig resultat (Blum, 2009). Elevene kan her sette resultatet inn i en kontekst ved å si: «Det vil si at kjempen som eier disse skoene må være 37 meter høy.» Dette steget er oversatt til *tolkning*.

Steg nummer 6 går ut på å validere resultatet, en kan spørre seg selv om det virkelige gir mening (Blum, 2015). For eksempel vil kan kunne se at man må gjøre seg flere betraktninger og ta disse med i beregningene (Blum, 2009). Man beveger seg her tilbake til *situasjonsmodellen*. Blum og Leiß (2007) kaller dette steget validating og vi har oversatt til *validering*. Her vurderer man løsningen man har kommet fram til (Berget & Bolstad, 2019). Her kan for eksempel elevene spørre seg om kjempen virkelig kan være 37 meter høy.

Det siste steget handler om *exposing*. Blum (2015) forklarer steget som at man skriver ned hele løsningen. I formidlingssteget forklarer man hvordan man har løst problemet, her er det viktig å vise frem de hensynene man har valgt å ta (Berget & Bolstad, 2019). Vi har oversatt dette steget til *formidling*. Her kan elevene for eksempel forklare at de fant forholdet, som var 7, mellom en vanlig fot og høyde for så å multiplisere dette forholdet med lengden på kjempens sko.

Modellering som en ikke-syklisk prosess

Videre ønsker vi å bruke fremstillingen til Borromeo Ferri (2007) understreker at modellerings-prosessen ikke foregår syklisk [se figur 2.4]. Modellen hennes er basert på Blum og Leiß (2007) sin og begge er relevant for vår oppgave. Den har som formål å sette søkelys på at modellering ikke trenger å være en lineær prosess. En syklisk modell omfavner ikke de mange læringsveiene som kan oppstå (Borromeo Ferri, 2007). Under vises det et eksempel på at elevene kan hoppe over steg, bevege seg fram og tilbake og at noen steg ikke alltid har en plass i en elevs modelleringsprosess. Det er rimelig å anta at dette blir relevant også for våre informanter.

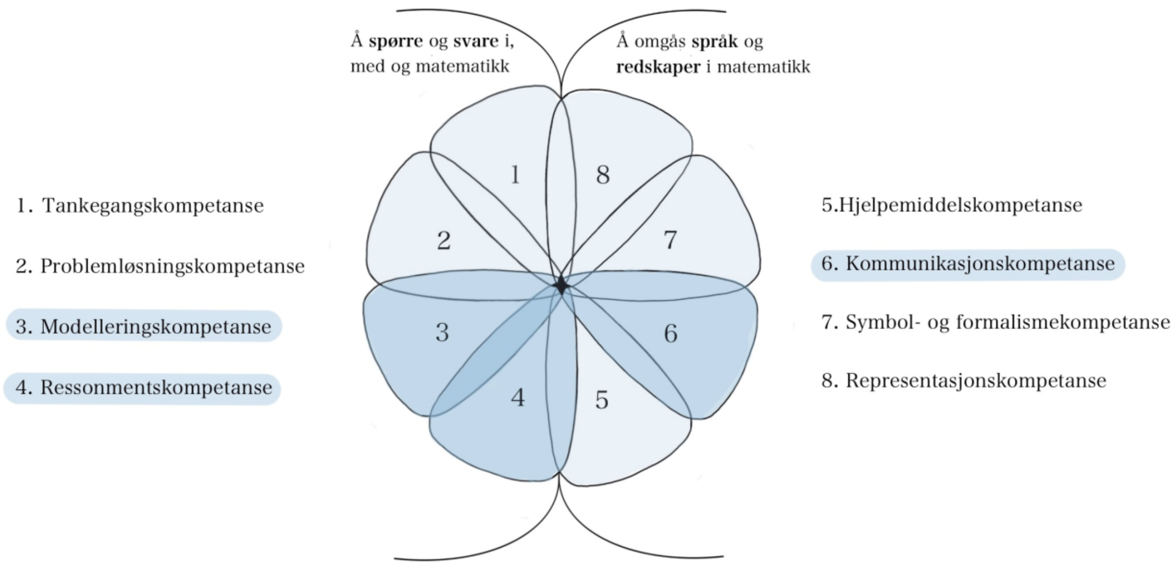


Figur 2.4 Individual modelling pathways (Borromeo Ferri, 2007, s. 2087).

2.3.2 Modelleringskompetanse

I 2002 publiserte Undervisningsministeriet i Danmark rapporten *Kompetencer og Matematiklæring* (Niss & Jensen, 2002). Niss & Jensen (2002) ledet prosjektet og foreslo en fornyelse av matematikkundervisningen. Rapporten var et resultat av arbeidet for å etablere en kompetansebasert og systematisk forståelse, samt en utvikling av hva det innebærer å mestre matematikkfaget. Niss og Jensen (2002) beskrev matematisk kompetanse som delt inn i to hovedkompetanser, hvor hver av disse igjen er delt inn i fire matematiske kompetanser. Rapporten understreker at selv om hver kompetanse har sin egen selvstendige og avgrensede identitet, er det likevel overlapp mellom de ulike kompetansene. Matematisk kompetanse blir beskrevet som et knutepunkt i en klynge av matematisk innhold. Konsentrasjonen er sterkest nær midten og blir gradvis tynnet ut mot kanten. Dette viser at man ikke kan betrakte de matematiske kompetansene isolert, men i sammenheng med deres kompetansepartnere.

På neste side vår egen representasjon av Niss og Jensen (2002) sine *åtte matematiske kompetanser*. Vi bruker den norske oversettelsen til Mona Røsseland (2005a; 2005b). Kompetansene som er markert med farge, er de som blir brukt i vår oppgave.



Figur 2.5 Vår fremstilling av Niss og Jensens (2002, s. 45) åtte matematiske kompetanser.

I vår oppgave er det naturlig å se nærmere på modelleringskompetansen. Niss & Jensen (2002) bruker to begreper for å beskrive denne kompetansen; *modellanalyse* og *modellbygging*. *Modellanalyse* beskrives som evnen til å klare og analysere for hvorfor og hvordan man kan bruke eksiterende modeller. Dette innebærer at man klarer å «avmatematematisere» matematiske modeller som allerede eksisterer, altså å oversette matematiske modeller til hverdagslige situasjoner. Det motsatte, *modellbygging*, er å oversette den hverdagslige sitasjonen til matematikk for å klare å løse den matematisk. I *aktiv modellbygging* er det flere elementer som spiller inn. Først må man strukturere situasjonen som skal modelleres, deretter oversette det vil si å matematisere situasjonen som resulterer i en matematisk modell. Videre bør man kunne bearbeide og bruke denne modellen til å løse de matematiske problemene den passer til, og å klare å validere den ferdige modellen. Det å validere inneholder å kunne analysere modellen kritisk både i sammenheng med nytte og relevans og i sammenheng med mulige alternative modeller. Til slutt handler det om å kommunisere modellen og dens resultater til andre (Niss & Jensen, 2002). Med andre ord handler aktiv modellbygging om å få et overblikk over og å kunne styre den samlende modelleringsprosessen. Modelleringskompetanse defineres som: «someone's insightful readiness to carry through all parts of a mathematical modelling process in a certain context» (Blomhøj & Jensen 2007, s. 48). Det understrekes dermed av dem at man skal gjennom alle underkategoriene i modelleringssyklusen for å ha modelleringskompetanse.

2.3.3 Elevers meninger om matematisk modellering

Det tredje forskningsspørsmålet vi har presentert stiller spørsmål ved hva slags refleksjoner elever har om matematisk modellering. Selv om det er lite forskning på ungdomsskoleelevers meninger om dette temaet fant vi en forskningsartikkel og masteroppgave som er relevante for vår oppgave. Funn fra disse som er relevante for denne oppgaven presenteres under.

Özdemir og Üzel (2012) gjennomførte en studie hvor de intervjuet elever fra 6., 7. og 8. trinn som hadde arbeidet med modelleringsoppgaver i tre måneder. Fordi denne forskningen er gjort på elever i samme aldergruppe som våre informanter ser vi denne forskningen som relevant for vår oppgave. De konkluderer med at elevene i det store bilde er svært positive til denne måten å arbeide på (Özdemir & Üzel, 2012). De understreker at modelleringen hadde en positiv innvirkning på å lære matematikk og å senke elevenes stressnivå. I studien fant de syv hovedtemaer som vi har valgt å presentere. Det første temaet omhandler bidrag til gruppearbeidet hvor elevene fastslår at de blant annet får samlet ideene ved å jobbe sammen og at de ikke ville vært like effektive dersom de skulle arbeidet alene. I tillegg påpeker de at alle fikk delta og at de likte at gruppene ble delt inn av lærere da gruppene besto av både høytpresterende og lavtpresterende elever. Det neste temaet omhandler bidrag til klassediskusjonen. Her påpeker elevene at det var nyttig å se andres løsninger og at de dermed ble mer observante på egne feil i tillegg til at de måtte argumentere for hvorfor løsningen deres var riktig.

Et tredje tema var elevers syn på modelleringsoppgaver. Elevene påpeker blant annet at oppgavene var interessante, at de ble nysgjerrige og at de kjente dem igjen fra hverdagslivet. Det fjerde temaet omhandler lærerens rolle. Det femte temaet derimot omhandler bidrag til å lære matematikk hvor elevene blant annet påpeker at de kommer til å huske det bedre, at alle var interesserte i selve oppgaven og at det var en interessant måte å lære på. Videre handler tema 6 om stress hvor elevene blant annet forteller at de var redde for å fremstå som lavtpresterende, men at dette var en avslappende måte å arbeide på. Tema 7 omhandler nemlig det at elevene likte arbeidsmåten og at slike oppgaver var bedre når man løste dem i gruppe (Özdemir & Üzel, 2012).

Det finnes lite norsk forskning på hva elevene tenker om matematisk modellering. Derfor har vi valgt å trekke fram en masteroppgave som omhandler *problem posing*, en annen type modelleringsoppgaver. I denne kommer mye av de samme funnene som studien til Özdemir & Üzel (2012). Elevene påpeker blant annet at de liker å bruke lang tid på en stor oppgave i stedet for mange små og de likte at det var flere mulige framgangsmåter. Elevene synes også at gruppediskusjonene var sært positive og at det var bra å gjøre noe annet enn å jobbe med oppgaver fra læreboka individuelt (Vethe, 2015).

2.4 Fermi-problemer

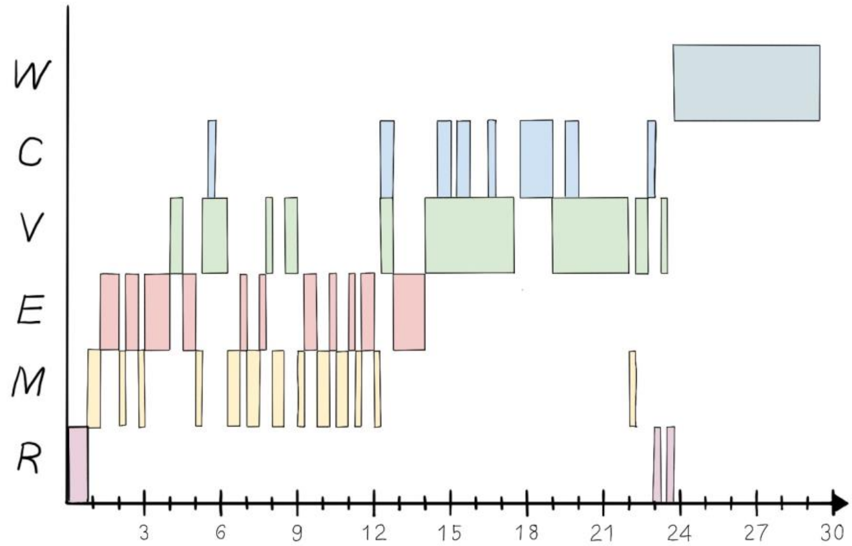
Det finnes flere typer modelleringsoppgaver og i denne masteroppgaven ble det valgt Fermi-problemer. Dette er en type modelleringsoppgaver oppkalt etter fysikeren Enrico Fermi hvor estimering inngår som en viktig del (Albarracín & Gorgorió, 2019). Fermi-problemer er en oppgavetype hvor man benytter en matematisk modell for å estimere en verdi for en gitt kvantitet (Albarracín & Gorgorió, 2019). Det vil si at det er en type modelleringsoppgaver fordi det trengs en matematisk modell for å løse et problem. Det fokuseres også på at å estimere et svar på et realistisk problem er viktigere enn å komme fram til et eksakt svar. Man trenger ikke å ha arbeidet med modellering tidligere for å kunne jobbe med Fermi-problemer, derfor bruker vi dette da vi ikke kjenner til hvordan klassen er vant til å arbeide i matematikktimene. Oppgavene er ofte korte og bruker et enkelt språk, som minsker språkutfordringer. Elevene blir bevisste på hva de kan fordi de må bruke forkunnskapene de har (Ärlebäck & Gorgorió, 2019). Disse oppgavene er åpne spørsmål med lite numerisk data som gjør at man må ta egne hensyn og finne egne variabler (Ärlebäck & Bergsten, 2010). Albarracín og Gorgorió (2015) understreker at etter hvert som elevene får arbeidet mer med Fermi-problemer utvikler de sine måter å løse dem på, noe som bidrar til at de blir mer selvsikre. Ferrando et al. (2017) påpeker at erfarne elever bruker flere hensyn i beregninger og dermed lager en mer nøyaktig modell som dermed gir et mer nøyaktig resultat.

Modelling Activity Diagrams (MAD)

Ärlebäck (2009) har utviklet seks underprosesser for modellering tilpasset Fermi-problemer. Vi har valgt å kalle underprosessene for steg da det er begrepet Blum og Leiß (2007) benytter og disse to diskuteres sammen senere i oppgaven. Dette kalles Modelling Activity Diagrams, heretter omtalt som MAD. Vår innfallsvinkel i denne oppgaven er bruken av Fermi-problems som en inngang til modellering. Dette er grunnen til at vi valgte å benytte modellen til Blum og Leiß (2007) og ikke MAD som utgangspunkt i kodingen og analyseringen av vår data. Vi ønsker å se Fermi-problemer fra et generelt modelleringsperspektiv. De to rammeverkene har allikevel mye til felles da Ärlebäck (2009) har utviklet MAD fra Blum og Leiß (2007). Det vil dermed si at utfordringene som oppstår kan knyttes til Blum og Leiß (2007) sin modell og denne studien er derfor relevant for vår oppgave. Nedenfor er de seks underprosessene beskrevet og fordi de brukes videre i oppgaven er de oversatt av oss for leservennlighetens skyld. Denne avgjørelsen ble tatt på bakgrunn av at det i våre øyne fantes en oversettelse med samme betydning.

Reading (R) er det første steget og innebærer å lese oppgave samt å få en viss forståelse av oppgaven, dette steget er oversatt til *å lese og forstå* (Ärlebäck, 2009). Denne ser vi ligner på Blums og Leiß (2007) sitt steg, konstruering. Det neste steget kalles making model (M) hvor man både forenkler og strukturerer oppgaver i tillegg til å matematisere dem, det er oversatt til *å lage en modell* (Ärlebäck, 2009). Dette ser vi at kan tilsvare Blum og Leiß (2007) sin andre og tredje steg forenkling og strukturering og matematisering. Neste steg kalles estimating (E) og den beskrives som å lage kvantitative estimater (Ärlebäck, 2009). Dette steget er *å estimere*. Fra denne går en videre til calculating (C) som beskrives som å gjøre matematikk, for eksempel å løse likninger. Dette steget er oversatt *å kalkulere*. Den er svært lik å arbeide matematisksteget som er beskrevet over (Blum og Leiß, 2007). Validating (V) er Ärlebäcks (2009) nest siste steg, den innebærer «å tolke, verifisere og validere resultater, kalkuleringer og modellen selv» [vår oversettelse]. Denne inneholder både tolkning og validering fra Blum og Leiß (2007) sin modell. Den har fått samme oversettelse som Blum og Leiß (2007), *å validere*. Det siste steget i MAD kalles writing (W) hvor en skal oppsummere hele prosessen, svært likt som i formidlingssteget. Dette steget er oversatt til *å skrive.*

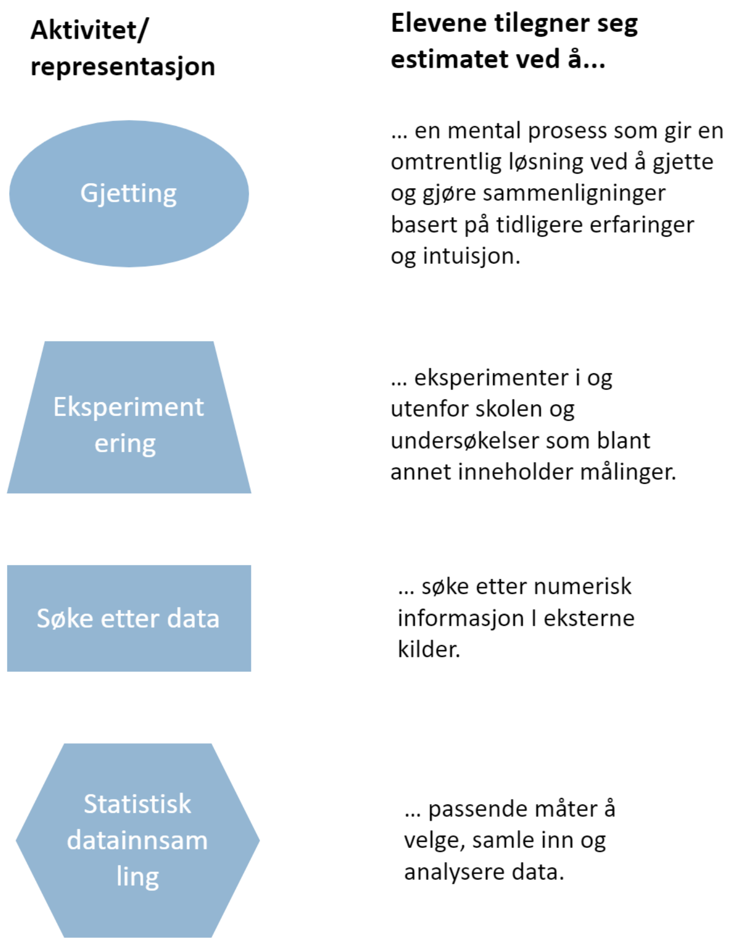
Ärlebäck (2009) og andre anerkjente forskere har analysert hvor lenge elevene befinner seg i de ulike stegene og ikke minst når de oppstår. Dette fremstilles i en type skjemaer som i eksemplet nedenfor. X- aksen tilsvarer minutter elevene befinner seg i de ulike stegene, hvor R står for reading, M for model making osv. Albarracín et al. (2019) har også arbeidet med å sette elevenes modelleringsprosesser inn i MAD-skjemaet.



Figur 2.6 Eksempel på fremstilling av elevers arbeid i de ulike stegene i MAD (Ärlebäck, 2009, s. 345).

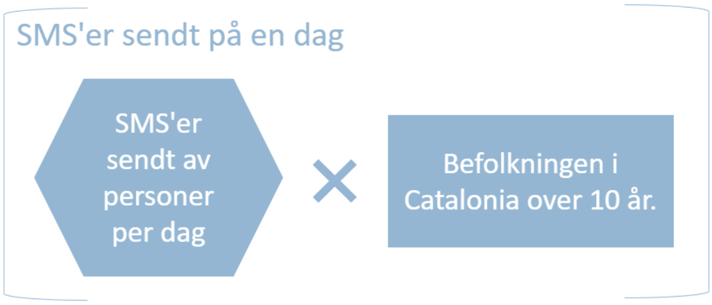
Fermi problem Activity Template (FpAT)

Albarracín og Ärlebäck (2019) har også utviklet en annen type rammeverk. Dette heter *Fermi problem Activity Template,* heretter omtalt som FpAT. Det har som formål å både dele opp problemet i mindre problemer samtidig som det gir struktur som beskriver aktivitetene elevene har gjort for å løse problemet (Ärlebäck & Albarracín, 2019b). De har utarbeidet begreper for fire aktiviteter elever kan gjøre når de jobber med Fermi-problemer. Den første kalles *guesstimation* og går ut på at gjetter og sammenligner med tidligere erfaringer for å finne et estimat. Dette har vi oversatt *gjetting*. Den andre kalles *experimentation,* oversatt til norsk har vi kalt den *eksperimentering.* Den går ut på å undersøke og eksperimentere for å finne et estimat, for eksempel å ta tiden på noe. Det tredje verktøyet kalles *looking for data,* her brukes eksterne kilder som for eksempel internett eller lærer for å finne et estimat. Denne er oversatt til *søke* *etter data*. Dette innebærer ikke kun søke opp på internett, men også for eksempel å spørre lærer. Det fjerde og siste verktøyet kalles *statistical data collection* som går ut på passende måter å samle inn og analysere statistikk, for eksempel å ta gjennomsnittet av flere eksperimenter (Ärlebäck & Albarracín, 2019). Denne komponenten er oversatt til *statistisk datainnsamling*. Videre i oppgaven vil de norske oversettelsene brukes.



Figur 2.7 Vår oversettelse av FpAT-rammeverket til Ärlebäck og Albarracín (2019, s. 11).

Dette er en måte å se elevenes fremgangsmåter og fordi vi har et forskningsspørsmål som omhandler hvordan modelleringsprosessen kommer til syne er dette relevant for oss å bruke som analyseverktøy. Ärlebäck & Albarracín (2019) viser i et eksempel hvordan dette brukes. Elevene har fått i å oppgave å finne ut hvor mange SMS-er som sendes i Catalonia. Her uttrykker elevene at de fant ut via en spørreundersøkelse hvor mange SMS-er informantene sendte og dermed fant et gjennomsnitt av dette, dette er kategoriseres under *statistisk datainnsamling* da det gjøres en analyse av data. Dette multipliseres med antall mennesker som bor i Catalonia som man regner med har en mobiltelefon. For å finne ut dette må elevene *søke etter data* fra en ekstern kilde (Ärlebäck & Albarracín, 2019). I kapittel 5 presenteres skjemaer for hvordan våre informanter løste sine oppgaver.



Figur 2.8 Vår fremstilling av eksempel hentet fra Ärlebäck og Albarracín (2019, s. 12).

I en studie så Albarracín og Ärlebäck (2022) nærmere på bruken av Fermi-problemer og FpAT-rammeverket med lærerstudenter for å få virkelige kontekster inn i klasserommet. Selv om denne studien er gjort på lærerstudenter er vår konklusjon at den er relevant for oss. Det er lite trolig at ungdomsskoleelever har bedre forutsetninger enn lærerstudenter for å klare slike typer oppgaver når de heller ikke har arbeidet på denne måten. Lærerstudentene arbeidet i par og fikk utdelt to ulike Fermi-problemer; problem A og problem B hvor oppgave A var fra en kjent kontekst og oppgave B var mer komplekst. Albarracín og Ärlebäck (2022) så i sine funn viktigheten av valg av Fermi-problemer. Dette var synlig ved at mange av problemene lærerstudentene møtte i arbeid med problem B var relatert til mangel på erfaring i den virkelige verden. Disse problemene ble identifisert ved hjelp av FpAT Albarracín og Ärlebäck, 2022)

2.4.1 Hvorfor bruke Fermi-problemer som inngang til modellering?

Flere anerkjente forskere på feltet har gjort studier som anbefaler bruken av Fermi-problemer som en inngang til modellering. Det er vist at alle steg i modelleringsprosessen er godt representert i elevenes arbeid med Fermi-problemer (Ärlebäck, 2009; Ärlebäck & Bergsten, 2010). Her fant man også at elevene klarer å validere modellen, noe tidligere forskning hadde lagt frem at var utfordrende for elevene (Borromeo Ferri, 2007). Fermi-problemer bidrar også til at elevene diskuterer i grupper, noe som gjør at gruppen går gjennom de ulike stegene. Albarracín & Gorgorió (2012) understreker også at ungdomsskoleelever har kunnskap nok til å løse *inconceivable magnitude problems*, som vi har oversatt til *ufattelige problemer*. Gruppearbeidet kan også bidra til at flere deltar (Ärlebäck, 2009; Albarracín & Gorgorió, 2012; 2019). Gruppediskusjonen i seg selv kan dermed være en grunn til å benytte Fermi-problemer som en inngang til modellering. Ärlebäck & Bergsten (2010) påpeker videre i sin studie at man i slike situasjoner trekker fokuset vekk fra matematikken, men at elevene fortsatt diskuterer matematikk indirekte ved å strukturere problemet og ved å gjøre estimatet.

Læreres oppfatning av modellering

En annen grunn til at vi har valgt disse oppgavene er fordi de ikke krever noen spesifikke forkunnskaper med modellering og kan løses i ulike kompleksitetsgrader (Ärlebäck & Bergsten, 2010). Flere forskere trekker fram at lærere opplever modellering som uforutsigbart og tidkrevende, i tillegg til at man trenger kunnskap om virkeligheten (Lesh & Caylor, 2007; Blum & Ferri, 2014). I en annen studie av Blum & Ferri (2014) gjorde de en kvantitativ studie av tyske læreres refleksjoner om hva som oppleves som barrierer og motivasjon til å arbeide med matematikk. Her fant de ut at *tid* oppleves som en barriere for hele 50% av lærerne. De oppmuntrende funnene er dog at tid ikke er en like stor barriere for lærere som er vant til å anvende modellering ofte i sin undervisning fordi man blir vant til måten å arbeide på (Blum & Ferri, 2014).

Blum & Ferri (2014) fant videre at læreren opplevde noen aspekter som motivatorer for å anvende modellering. For eksempel at elevene kan arbeide på egenhånd, og at matematikken kan brukes videre i livet. Selv om det finnes lite norsk forskning på læreres syn på modellering, var det nettopp dette Pedersen (2022) undersøkte i sin masteroppgave. Pedersen (2022) sine informanter underbygger funnene fra Blum og Ferri (2014). I begge studiene kommer det frem at informantene synes modellering er tidkrevende og utfordrende på bakgrunn av manglende kursing. Videre fant Pedersen (2022) i sin masteroppgave at lærere likevel er positive til modellering fordi modelleringsoppgaver er med på å variere undervisningen, og at lærere ser verdien av å kunne bruke matematikken videre i livet. Mange lærere tenker også at modelleringsoppgaver er vanskelige og dermed forbeholdt sterktpresterende elever (Lesh & Caylor, 2007). Det oppløftende med dette er at forskere på feltet har kommet frem til at svaktpresterende elever kan ha bedre nytte av å arbeide med modellering enn tradisjonell matematikkundervisning (Lesh & Doerr, 2003).

Tilpasset opplæring

At Fermi-problemer kan løses i ulike grader av kompleksitet og på ulike måter gjør at de egner seg til tilpassing av undervisningen, slik at dette ikke trenger å være en bekymring for læreren. Elevene arbeider med samme oppgave, men kan tilpasse til sitt nivå ved for eksempel å velge eller å velge bort hensyn å ta når de løser oppgaven. Alle elever har nemlig krav på å få tilpasset opplæring etter deres forutsetninger (Opplæringslova, 1998, §1-3). I tillegg har ikke Fermi-problemer et eksakt svar (Ärlebäck & Bergsten, 2010) og dermed antar vi at dette kan bidra til at frykten for å ta feil blir mindre.

2.4.2 Estimering

Fermi-problemer legger som nevnt ikke søkelys på å finne et fasitsvar, men heller at man estimerer et svar. Det er derfor hensiktsmessig å definere estimering. Albarracín og Gorgorió (2019) gjengir en beskrivelse av estimering som å finne en tilnærmet en gitt kvantitet, sett i lys av en gitt kontekst. Det legges også vekt på at det skal ligge en viss argumentasjon til grunn for hvorfor det er et passende estimat. Videre gir Albarracín og Gorgorió (2019) flere eksempler på at man bruker estimering mye i dagliglivet. Noen av eksemplene er å beregne tid, om man har kjøpt nok mat til det antallet mennesker som kommer på besøk og størrelsen på kofferten man skal ha med seg på reise. Dermed kan en argumentere for at å estimere er en egenskap man kan kunne trenge senere i livet. Dette vil igjen forsterke begrunnelsen for å bruke Fermi-problemer i undervisningen da de i aller høyeste grad bygger på estimering. Det er ingen tvil om at estimering er en viktig kompetanse å tilegne seg da det ifølge Sriraman og Knott (2006) er en av de tre viktigste målene med matematikkundervisning.

Estimering i læreplanen

Estimering som en viktig ferdighet understrekes av Sunde et al. (2022): "Acknowledging evidence that the ability to estimate has major consequences for both later mathematics learning and real-worldfunctionality." Sunde et al. (2022) har sett nærmere på mulighetene elever i de skandinaviske skolene får til nettopp å estimere.

Deres funn viser at læreplanene i Danmark og Sverige har noen tydelige mål som omhandler noen former for estimering. I LK20 fant de ingen. Av totalt 95 kompetansemål finnes det ikke et kompetansemål som direkte omhandler estimering (Sunde et al., 2022). Det er dog flere som indikerer bruken av estimering. For eksempel sies det at et kompetansemål etter 3. klasse skal elevene: «bruke ulike måleenheter for lengde og masse i praktiske situasjoner og begrunne valget av måleenhet» (Utdanningsdirektoratet, 2020c, s.7). Hvis en skal være noe kritisk til disse funnene må en ta stilling til at LK20 inneholder kompetansemål, og ikke innholdsmål slik tidligere læreplaner har gjort og dermed vil det på et vis være naturlig at det ikke står noe direkte om estimering (Utdanningsdirektoratet, 2020d). Allikevel kan å estimere sees på som en kompetanse, og vårt søk i læreplanen ga heller ingen treff på estimering direkte. Flere lærere forteller også at de opplever kompetansemålene som mer åpne enn i tidligere læreplaner (Wedde, 2022). Uansett vil det da si at det er opp til hver enkelt skole og lærer å sørge for at elevene lærer seg de ulike formene estimering. Dette er enda en grunn til å ta i bruk Fermi-problemer i undervisningen.

2.5 Elevutfordringer med matematisk modellering

Det er flere av stegene som Blum og Ferri (2009) understreker at elever ofte har utfordringer med. Det er ofte det første steget *konstruere.* Her glemmer ofte elevene å ta hensyn til konteksten i oppgaven, henter ut tall og kalkulerer rundt disse uten at tallene egentlig er av betydning for oppgaven. Dette kan by på utfordringer for elever som har vanskeligheter med språk eller lesevansker da det må plukkes ut essensiell informasjon. Et annet steg elever ofte synes er vanskelig er *forenkling og strukturering* hvor elevene er redde for eller ikke forstår at de må ta visse forutsetninger. Det siste steget det ofte oppstår problemer rundt er *valideringen*, hvor elevene ikke tenker på om svare kan stemme i en realistisk kontekst (Blum & Ferri, 2009). Det er i tillegg viktig å påpeke at elever sjelden følger denne modellen syklisk, men det kan gi oss et innblikk i de ulike stegene de kan stå ovenfor.

Blum og Ferri (2009) understreker at elever ofte synes modelleringsoppgaver er vanskelige. Dette er fordi de er kognitivt krevende i tillegg til at det henger tett sammen med andre kompetanser innenfor matematikk. For eksempel resonnementkompetanse og kommunikasjonskompetanse. *Resonnementskompetansen* handler mye om det å klare å tenke og argumentere med skriftlig eller muntlig støtte for hvorfor matematikken stemmer, eller ikke stemmer (Niss og Jensen, 2002). Dette kan vi anta står sentralt i modellering da validering av den matematiske modellen og resultatet er et sentralt aspekt. Niss og Jensen (2002) beskriver videre *kommunikasjonskompetanse* både som om det å klare og sette seg inn i, og forstå andres matematiske utsagn - skriftlig, visuelt og muntlig. I tillegg til og selv utrykke seg på ulike måter matematisk. Niss og Jensen (2002) skriver videre at det er viktig å klare å tilpasse nivået på det matematiske innholdet rettet mot mottaker i denne kompetansen. Denne kompetansen er viktig når man arbeider med modellering fordi elevene arbeider i grupper og er avhengige av å forstå hverandre.

Det er også noen typer feil forskningsfeltet peker til i arbeid med modellering. Niss & Jankvist (2020) har identifisert fem typer feil når de så på videregåendeelever som arbeidet med matematisk modellering. Disse typene feil ser vi som relevante for ungdomsskoleelever fordi det er liten sannsynlighet for at dette ikke er utfordrende for ungdomsskoleelever når det er utfordrende for videregående elever. Den første feiltypen kalles *type 0* og det er når elevene ikke aksepterer oppgaven og prøver å finne alternative ruter. Feil *type 1* dreier seg derimot om at elevene ikke svarer på oppgaven som er gitt, men heller tar tallene i oppgaver og gjøre vilkårlige regneoperasjoner med dem. *Type 2* feil handler mer om de matematiske forholdene i oppgaven og at disse ikke blir tatt seriøst. *Type 3* handler om de matematiske regneoperasjonene hvor de enten ikke klarer å matematisere modellen eller gjør matematiske feil. *Type 4* er den siste typen feil og dreier seg om validering. Utfordringen i denne typen feil er at elevene ikke ser på om resultatet de har fått gir mening i den virkelige verden (Niss & Jankvist, 2020).

Elevutfordringer med Fermi-problemer

Selv om vi nå har omtalt tidligere forskning tilknyttet utfordringer rundt matematisk modellering ønsker vi også å presentere to artikler som legger frem noen typer feil knyttet spesifikt til Fermi-problemer. Moreno et al. (2021) har definert fire typer feil som kan oppstå når elevene arbeider med Fermi-problemer ut ifra Ärlebäcks (2009) MAD-rammeverk. Moreno et al. (2021) gjorde forskningen på studenter, men det er rimelig å anta at vi kan finne lignende feil hos våre informanter.

Den første typen feil kalles *type 1 feil.* Denne feilen oppstår i stegene å estimere og å lage en modell. Her kan elevene gjøre fire ulike ting. De kan lage en modell uten at elementer fra virkeligheten er tatt i betraktning. Elevene kan være inkonsekvente i typer elementer som bør være med. Dette kan for eksempel være fordi de vet at hensynene har betydning, men ikke vet hvordan de skal ta det i betraktning. De kan la være å lage en modell som kan uttrykkes ved matematisk språk. De kan også la være å lage en virkelig modell. På denne måten unngår de problemet. Feil *type 2* oppstår også i stegene å estimere og å lage en modell. Her kan elevene foreta seg tre ting som bidrar til denne typen feil. Det første er at modellen ikke stemmer overens med virkeligheten. Videre kan de lage en modell som ikke er ferdig ved å se vekk fra sentrale hensyn. Eller så kan de løse problemet ved å ikke lage en matematisk modell (Moreno et al., 2021). Vi kan se at denne typen feil kan ligne på Niss og Jankvist (2020) sin feil type 3. Feil *type 3* oppstår i kalkuleringssteget. Her kan elevene foreta seg tre ting som bidrar til denne typen feil. De kan for det første ikke kunne nok om det matematiske objektet og for eksempel bruke cm i stedet for cm^2. De kan ikke vite hvordan de skal utføre regneoperasjoner og prosedyrer eller ikke vite hvordan de skal matematisere et hensyn de ønsker å ta med i betraktning. Feil *type 4* oppstår i valideringssteget. Her er de to ting elevene kan gjøre som bidrar til denne typen feil. Enten at de ikke tolker svaret inn i modellen de har laget eller at de ikke ser svakhetene ved den originale modellen (Moreno et al., 2021).

2.6 Undersøkelseslandskap og oppgaveparadigme

Skovsmose (2001) beskriver i sin artikkel at en kan plassere matematiske oppgaver og aktiviteter i ulike miljøer fra 1-6. De blir kategorisert etter hvor undersøkende de er. De blir enten plassert i *oppgaveparadigme* som blir sett på som at elever driver mengdetrening og gjør det samme om og om igjen. Eller plassert i et *undersøkelseslandskap*, her jobber elevene mer utforskende. Det vil si at elevene inviteres til å formulere spørsmål og finne forklaringer. Når man arbeider i et undersøkelseslandskap er det elevene som bestemmer. Videre presiserer Skosvmose (2001) at en et læringsmiljø kun kan fungere som et undersøkelseslandskap dersom elevene aksepterer denne invitasjonen. Skovsmose (2001) beskriver i sin studie at det å arbeide i *undersøkelseslandskapet* kan bidra til at elevene blir mer aktive i sine læringsprosesser. Den andre kategorien som deler oppgavene og aktivitetene inn, er hvor relevante de er. Her finnes det tre kategorier: *ren matematikk, semi-realistisk og virkelighetsnært* [vår oversettelse] (Skovsmose, 2001). Det å gjøre matematikken mer relevant og virkelighetsnær kan være med på å bidra til refleksjoner for matematikken og dens bruk. *Undersøkelseslandskap* og *oppgaveparadigme* er relevante for vår oppgave fordi elevene kan arbeide utforskende når de arbeider med modellering, ved at de bestemmer hvordan arbeidet skal legges opp. I tillegg handler modellering handler om å bygge en bro mellom matematikken og virkeligheten, og har dermed som mål å være virkelighetsnært.

Kategoriseringen mellom hvor utforskende oppgaven er, samt hvor nært den er tilknyttet virkeligheten gir seks læringsmiljøer. Oppgaver og aktiviteter kan kategoriseres som en av disse seks. Dette er illustrert i vår fremstilling av Skovsmoses (2001, s. 126) tabell nedenfor. Fordi modellering som nevnt handler om å løse virkelighetsnære problemer samtidig som elevene skal finne sin egen måte å løse oppgavene, kan vi argumentere for at modelleringsoppgaver helst bør befinne seg i miljø 4 eller 6 [figur 2.9].

Didaktisk kontrakt og risikosonen

Skovsmose beskriver overgangen fra oppgaveparadigme til et undersøkelseslandskap som at *den didaktiske kontrakten* kan brytes. Den didaktiske kontrakten sier noe om balansen i et miljø (Skovsmose, 2001). Dette innebærer alle aspektene som påvirker et miljø, for eksempel hva man skal jobbe mest med, hvordan undervisningen er lagt opp eller hvordan oppgavene vanligvis ser ut. Elevene og lærerne har en felles forståelse av hva som prioriteres i miljøet. Når denne kontrakten brytes ved at for eksempel at lærer ikke innehar en bestemt fremgangsmåte eller et fasitsvar finner man seg i *risikosonen*. Denne innbefatter der hvor læreren ikke lenger har kon-

	Oppgaveparadigme	Undersøkelseslandskap
Referanser til vanlig matematikk	(1)	(2)
Referanser til semi-virkelighet	(3)	(4)
Referanser til virkeligheten	(5)	(6)

Figur 2.9 Vår fremstilling av Skovsmose (2001, s. 126) sitt undersøkelseslandskap og oppgaveparadigme.

troll over det som skjer og det oppstår mer usikkerhet (Skovsmose, 2001). Skovsmose beskriver denne usikkerheten som noe som bør omfavnes og som kan forbedre matematikkundervisningen. Dette er en måte å forandre undervisningen på (Skovsmose, 2001). Å arbeide i undersøkelseslandskapet kan være å befinne seg i risikosonen, noe som kan by på uforutsigbarhet. Å forlate risikosonen vil dog gjøre at man går vekk fra muligheten til å forandre den didaktiske kontrakten (Skovsmose, 2001).

2.7 Oppsummering av teori og tidligere forskning

I dette kapitlet ble teori og tidligere forskning som er relevant for denne oppgaven presentert. Først ble det redegjort for sosiokulturell læringsteori som grunnleggende læringssyn for oppgaven før det gikk videre over på de mange fordelene forskningsfeltet beskriver når det kommer til elevsamarbeid i matematikk. Hva en matematisk modell er avklart kort før det lengste kapitlet på teori og tidligere forskning er presentert. Her ble det redegjort for overordnete perspektiver på modellering, og stegene i Blum og Leiß (2007) sin representasjon ble utdypet da de er sentrale videre i oppgaven. En forskningsartikkel som omhandler elevers meninger om modellering ble presentert, denne brukes mye videre i oppgaven. Dermed spisset kapitlet seg inn på

Fermi-problemer og sentrale begreper og modeller som FpAT, MAD og estimering beskrives. Videre redegjøres det for forskningsfeltets syn på Fermi -problemer som inngang til modellering. Deretter forklares eventuelle elevutfordringer rundt modellering og Fermi-problemer da dette etterspørres spesifikt i et av forskningsspørsmålene. Til slutt beskrives begrepene oppgaveparadigme og undersøkelseslandskap som er sentrale videre i oppgaven.

3 Metodologisk tilnærming

I dette kapittelet begrunnes valg av metodene som er brukt i denne oppgaven: observasjon og gruppeintervju. Hvordan dataene er samlet inn er også nøye beskrevet. Videre har vi forklart hva utvalget vårt består av. Deretter følger en beskrivelse av piloteringen og den innvirkning for oppgaven. Til slutt har vi forklart de forskningsetiske betraktningene som ligger til grunn for denne masteroppgaven. De ulike fasene i datainnsamling og analyse av dette prosjektet er fremstilt i figuren nedenfor. Alle fasene beskrives nærmere i dette kapitlet og i kapittel 4.

Fase 1	Fase 2	Fase 3	Fase 4	Fase 5
Informasjons-møte med faglærer Samtykke-erklæring Utforming av intervjuguide og observasjons-skjema Pilotering av observasjon Eventuelle endringer i observasjons-skjema	Rekrutering av informanter Ferdigstille intervjuguide og observasjons-skjema Observasjon med lydopptak Renskrive observasjons-notater Transkribering av observasjon	Fokusgruppe -intervjuer Transkribering av intervjuer På begynt analyse: koding og kategorisering av intervjuer	Analyse av gruppeintervju Operasjonalisering av modellerings -prosessen Kode transkriberinger av observasjoner	Sammenstilling av analyse og data

Figur 3.1 Oversikt over de ulike fasene i prosjektet

3.1 Forskningsdesign

«Et forskningsdesign er en overordnet metodisk plan for den den forskningsdesign som skal gjennomføres» (Blikstad-Balas & Dalland, 2021, s. 21). Vi ønsket å forske i det kvalitative paradigmet og ville benytte oss av deltagende observasjon og fokusgruppeintervjuer for å besvare vår problemstilling. Videre beskrives det praktiske rundt gjennomføringen av datainnsamling. I første fase kontaktet vi en skole vi kjenner til hvor vi ble satt i kontakt med en matematikklærer på 9. trinn. Faglæreren, med det fiktive navnet Per, hadde to av klassene på trinnet i matematikk. Vi bestemte oss for å pilotere i den ene klassen og gjennomføre datainnsamling i den andre. Piloteringen skjedde over to klokketimer når klassen var delt i to. De gjorde en oppgave og framførte for de andre hva de hadde gjort per time. Etter pilotering fant vi ut at vi ville ha mer tid per oppgave [se kapittel 3.3]. Før datainnsamling fikk vi selvsagt godkjenning fra Sikt [se vedlegg I]. Vi måtte søke Sikt (u.å) fordi vi skulle samle inn personopplysninger. Før vi søkte måtte vi skrive et samtykkeskjema til foresatte, dette er lagt ved i vedlegg II.

Datainnsamlingen startet med at vi først var i klassen og fortalte om hva som skulle skje, fortalte om at det var frivillig å delta og at om de som ønsket å delta måtte levere samtykkeskjema signert av foresatte. Klassen var delt i to under datainnsamlingen og i hver halvdel skulle vi observere to grupper på tre elever. Halvdel A skulle jobbe med pusteoppgaven [se kapittel 3.3] og halvdel B skulle jobbe med TikTokoppgaven [se kapittel 3.3]. Datainnsamlingen skjedde over tre intensive uker høsten 2022. Hver gruppe skulle først bruke 60 minutter på å jobbe med oppgaven. Neste time, nøyaktig en uke seere, skulle de forberede seg og framføre for de andre gruppene. I ettertid hadde vi et kort intervju med hver gruppe. Begrunnelse for valg av metode og beskrivelse av dem kommer nedenfor [kapittel 3.1.1 og 3.1.2]. Datainnsamlingens gang er for ordens skyld illustrert i tabellen nedenfor (tabellen fortsetter på neste side).

Halvdel A: Pusteoppgave	Gruppe 1	Time 1: Jobbe med pusteoppgaven i 60 minutter.
		Time 2: Forberede til presentasjon ca. 25 minutter. Framføre for de andre 30 minutter (ca. 5 minutter til hver gruppe).
		Intervju med gruppen på eget grupperom på skolen (10-20 minutter)
	Gruppe 2	Time 1: Jobbe med pusteoppgave i 60 minutter.
		Time 2: Forberede til presentasjon ca. 25 minutter. Framføre for de andre 30 minutter (ca. 5 minutter til hver gruppe).
		Intervju med gruppen på eget grupperom på skolen (10-20 minutter)

Halvdel B: TikTokoppgave	Gruppe 3	Time 1: Jobbe med TikTokoppgave i 60 minutter.
		Time 2: Forberede til presentasjon ca. 25 minutter. Framføre for de andre 30 minutter (ca. 5 minutter til hver gruppe).
		Intervju med gruppen på eget grupperom på skolen (10-20 minutter)
	Gruppe 4	Time 1: Jobbe med TikTokoppgave i 60 minutter.
		Time 2: Forberede til presentasjon ca. 25 minutter. Framføre for de andre 30 minutter (ca. 5 minutter til hver gruppe).
		Intervju med gruppen på eget grupperom på skolen (10-20 minutter)

Figur 3.2 Oversikt over datainnsamlingen.

Vår problemstilling etterspør hvordan elever arbeider med modellering via Fermi-problemer og hva deres refleksjoner rundt slikt arbeid er. Vi ønsker en dypere og mer detaljert forståelse av dette og valgte derfor å benytte metoder fra det kvalitative paradigmet. Dette skiller seg fra kvantitative studier som ha som mål å samle inn målbare data (Nyeng, 2012). I kvalitative studier brukes metoder som gir data som er dyptgående og detaljerte (Høgheim, 2020; Anker, 2020). Det er i tillegg gjerne et mindre utvalg i kvalitative studier enn ved kvantitative (Andersson-Bakken et al., 2021). Fordi vi har brukt flere metoder fra samme paradigme vil det si at vi benytter oss av *triangulering*. Det betyr at vi brukte to kvalitative metoder som gir to ulike perspektiv (Røykenes, 2008). I dette studiet er metodene observasjon og gruppeintervju valgt fordi de samsvarer med problemstillingen vår: *Hvordan arbeider elevene med matematisk modellering, i form av Fermi-problemer, og hva er deres refleksjoner rundt slikt arbeid?*

3.1.1 Deltagende observasjon

I denne oppgaven ble det brukt lydopptak av elever som arbeidet i grupper samt at vi skrev ned observasjonsnotater underveis. Det er verdt å nevne at vi bare tok lydopptak når elevene arbeidet i grupper og ikke når de presenterte for de andre. Dette var for å unngå at elever som ikke hadde levert samtykkeskjema skulle få stemmene sine med på lydopptaket. Observasjonen foregikk over fire klokketimer. Begrunnelsen for valget av observasjon er fordi vi ønsket å se hvordan elevene arbeider med modellering i en naturlig setting i klasserommet, og da er observasjon en passende metode (Andersson-Bakken et al., 2021). Det er også lite tidkrevende for deltagerne (Tjora, 2021). Lydopptaket hjalp oss med å observere uten å måtte notere alt elevene sier. Begrunnelsen for dette er at man som observatør skriver ned for mye kan mening og innhold forsvinne (Høgheim, 2020). Vårt fokus som observatør var å se på kroppsspråk, gester og samspill. Dette ble skrevet ned i observasjonsnotatene da det ikke fanges opp av lydopptaket. For å skrive ned observasjonsnotater laget vi et observasjonsskjema [se vedlegg III].

Vi valgte *fullt deltagende observatørrolle* med forbehold om at vi inntok en lærerrolle når elevene arbeidet (Andersson-Bakken et al., 2021). Tjora (2021) sin kategori *observerende deltaker* er også passende for å beskrive vår observatørrolle. Det vil si at vi snakket med elevene før observasjonene hvor vi snakket om hvem vi er og hva vi gjør der, i tillegg til at vi trenger deres hjelp til forskning. For leservennlighet brukes kun *observasjon* videre i oppgaven. Under observasjonene veiledet vi sånn som vi ville gjort som lærere. Etter observasjonene hadde vi et kort gruppeintervju med hver gruppe (Andersson-Bakken et al., 2021). Elevene skal arbeide så mye som mulig på egenhånd fordi vi ønsker å se deres arbeid som ikke er påvirket av læreren, men vi så i piloteringen at de trengte både støtte og veiledende spørsmål [se kapittel 3.3]. Dette er grunnlaget for at vi valgte en deltagende observatørrolle. Dersom det skjedde noe spesielt under observasjonen skrev vi ned tidspunkt slik at vi kan koble sammen observasjonsnotatene med lydopptaket. Vi trodde på forhånd at det kunne bli utfordrende å kombinere lydopptak og observasjonsnotater så dette var et tiltak for å gjøre det litt lettere. Samtidig som begge deler gir en dypere forståelse av elevenes arbeid.

Det er viktig at vi skiller mellom observasjon og tolkning når en observerer så dette har vi gjort i observasjonsnotatet [se vedlegg III] (Andersson-Bakken et al., 2021). Det er allikevel vanskelig å vite hva som foregår i hodene til elevene og derfor bestemte vi oss for å ha et gruppeintervju med hver av gruppene i tillegg for å utfylle en svakhet ved observasjon som metode. Vi visste ikke hva elevene selv tenkte. Et av forskningsspørsmålene lyder også som følger: "*Hvilke refleksjoner gjør elevene seg om å arbeide med Fermi-problemer?"* Elevers tanker kan bare nås ved å snakke med dem. Intervju ga derfor en mulighet til å se flere detaljer og få elevenes perspektiv på arbeidet. I tillegg vil det kunne oppklare eventuelle misforståelser som har oppstått under observasjonene (Bjørndal, 2017).

3.1.2 Fokusgruppeintervju

Etter de fire timene med observasjon gjennomførte vi, som nevnt, et kort gruppeintervju på 10-20 minutter. Intervjuene ga et dypere innblikk i arbeid med matematisk modellering. I tillegg var det lettere for elevene å svare da vi spurte om noe konkret de har jobbet med enn å ha et intervju uten kontekst (Svenkerud, 2021). Begge studentene var til stede slik at en kan ha hovedrolle som spørsmålsstiller og en har som hovedoppgave å ta notater. Tjora (2021) understreker at det kan være hensiktsmessig med det som kalles a*ssisterende moderator* som noterer da det kan være utfordrende å stille både spørsmål og oppfølgingsspørsmål, samtidig som man noterer. I tillegg kan det være distraherende for de som intervjues. *Moderatorens* oppgave derimot er å stille spørsmål og stille oppfølgingsspørsmål. Lydopptaket sikret at mer data ble med. *Stimulusmaterialene*, altså rekvisitter man bruker i intervjuer, var plakatene elevene har arbeidet med (Tjora, 2021). Dette er for at intervjuet skulle dreie seg om den konkrete oppgaven og at plakatene kan gjøre det lettere for elevene å huske hva de jobbet med.

I valg av intervjuer valgte *fokusgruppeintervjuer*. Vi ønsket at elevene skulle få snakke sammen under intervjuet og dermed var fokusgruppeintervjuer passende (Tjora, 2021). Det er fordi de har arbeidet sammen om modelleringsoppgavene. Fokusgruppeintervjuene vi gjennomførte er inspirert at det Tjora (2021) beskriver som *fokuserte* intervjuer da vi ønsket å bruke korte intervjuer som omhandlet den konkretene oppgaven elevene hadde arbeidet med. Videre i oppgaven omtaler vi dem som intervjuene for bedre flyt i teksten. For å ha struktur på intervjuet utarbeidet vi en semistrukturert intervjuguide [se vedlegg IV]. Elevene ble spurt om hva de syntes fungerte bra og hva som var vanskelig. De ble også spurt om hva de tenker om den felles fremføringen de hadde foran de andre elevene hvor de forklarte hvordan de hadde gått fram og hva de hadde kommet fram til. Elevene ble også bedt om å ta oss gjennom en gang til hva de hadde tenkt under arbeidet med oppgaven

3.2 Utvalg

I denne studien kontaktet vi ledelsen på en skole vi har kjennskap til, en av lederne sendte ut e-post til aktuelle matematikklærere vi kunne samarbeide med og vi bestemte oss for å samarbeide med Per som har to klasser i matematikk på 9. trinn. Det ble sendt samtykkeskjema hjem til foresatte da elevene er for unge til å samtykke på egenhånd (Blikstad-Balas & Dalland., 2021). Blant elevene ble det et *formålstjenlig utvalg* fordi elevene oppfyller noen kriterier. For oss er det at de går på en norsk ungdomsskole. Blant de elevene vi fikk samtykke ble det trukket tilfeldig tolv elever som ble delt i fire grupper på tre elever per gruppe (Blikstad-Balas & Dalland, 2021). En kan da regne med at dette er representativt for denne skolen, men ikke for alle ungdomsskoler i Norge. Det er de samme elevene som ble intervjuet i grupper i ettertid.

Både elevene og læreren hadde som oss ingen erfaring med bruk av modellering i undervisning fra tidligere. Dermed var denne typen oppgave ny for elevene. Nedenfor kommer en presentasjon av de fire ulike gruppene.

3.2.1 Presentasjon av informanter

Våre informanter består som nevnt av 12 elever fordelt på 4 grupper, det vil si 3 elever på hver gruppe. Det er verdt å nevne at vi fra nå av omtaler informantene våre som *elever* da det er nettopp det de er. To av gruppene har arbeidet med pusteoppgaven, det er gruppe 1 og 2. De andre to har arbeidet med TikTokoppgaven, det er gruppe 3 og 4 [se figur 3.2]. Alle navnene nedenfor er fiktive for å beskytte informantenes anonymitet (Anker, 2020). Datainnsamlingen utspilte seg over tre uker høsten 2022. Den første uka av datainnsamlingen refereres til som uke 1, den andre som uke 2 og den tredje som uke 3. Ukenummer referer ikke til ukenummer i året, men i perioden vi samlet inn data. En uke før datainnsamlingen begynte var vi innom klassen og presenterte oss og fortalte hva vi skulle gjøre. Vi informerte også om samtykke og det var frivillig å delta og delte ut samtykkeerklæringen. Det kan være verdt å nevne at vi studenter omtales som *observatør* i delen som omfatter transkriberinger fra observasjoner og som *intervjuer* i transkriberingene som omfatter intervjuene. For å gjøre funnene tydeligere har vi valgt at alle navnene følges av et tall som representerer hvilken gruppe de tilhører, for eksempel Lise$_1$ som betyr at Lise tilhører gruppe 1.

Gruppe 1

Gruppe 1 består av **Gina$_1$, Lise$_1$** og **Abdi$_1$.** Alle tre elevene var til stede under den første timen. Lise1 var derimot syk den andre timen og var dermed ikke til stede da elevene framførte for resten av gruppene. På intervjuet var hun tilbake igjen og deltok. Den første timen fant sted i uke 1 av datainnsamlingen, den andre timen nøyaktig en uke etter i uke 2. Intervjuet fant derimot sted på mandagen i uke 3 av datainnsamlingen. Dette var fordi det var da det passet i elevenes timeplan. Denne gruppen jobbet med pusteoppgaven.

Gruppe 2

Gruppe 2 består av **Alexander$_2$, Leah$_2$** og **William$_2$**. Alle elevene var til stede under den første timen, den andre timen og intervjuet. Den første timen fant sted i tirsdag uke 1 av datainnsamlingen, den andre timen fant sted nøyaktig en uke etterpå i uke 2. Intervjuet ble holdt onsdag i uke 2, altså dagen etter gruppen hadde sin andre time. Denne gruppen jobbet med pusteoppgaven.

Gruppe 3

Gruppe 3 består av **Linnea$_3$, Therese$_3$**og **Oliver$_3$**. Alle elevene deltok den første timen. Den fant sted i uke 2 av datainnsamlingen. Den andre timen og intervjuet fant sted nøyaktig en uke senere i uke 3. Linnea$_3$ var syk og det var derfor bare Therese$_3$ og Oliver$_3$ som deltok på den siste timen og presenterte til de andre, samt under intervjuet. Den andre timen og intervjuet skjedde på samme dag med et par timers opphold mellom. Denne gruppen jobbet med TikTo-koppgaven.

Gruppe 4

Gruppe 4 består av **Fatima$_4$, Julie$_4$ og Maja$_4$.** Alle elevene deltok både den første og andre timen samt intervjuet. Den første timen fant sted onsdag i uke 2. Den andre timen fant sted akkurat en uke senere, i uke 3. Intervjuet skjedde senere samme dag. Denne gruppen arbeidet med TikTokoppgaven.

Uke:	Dag:	Hva:	Hvem:
1	Mandag	Informasjon til elever	Hele klassen
	Tirsdag	Første time - pusteoppgave	Gruppe 1 og 2
2	Tirsdag	Oppsummering og presentasjon – pusteoppgave	Gruppe 1 og 2
	Onsdag	Første time - TikTokoppgave	Gruppe 3 og 4
	Onsdag	Intervju – pusteoppgave	Gruppe 2
3	Mandag	Intervju - pusteoppgave	Gruppe 1
	Onsdag	Oppsummering og presentasjon – TikTokoppgave	Gruppe 3 og 4
	Onsdag	Intervju – TikTokoppgave	Gruppe 3 og 4

Figur 3.3 Tidsplan og rekkefølge for datainnsamlingen.

3.3 Pilotering

I forbindelse med denne masteroppgaven gjennomførte vi en pilotering før datainnsamling. Det vil si at man tester ut det man skal gjøre i datainnsamlingen før selve datainnsamlingen blant en liknende populasjon som en har tenkt å forske på (Høgheim, 2020). Dette var for å styrke vår oppgave og for å sørge for at det ga oss data til å kunne svare på problemstillingen. Som beskrevet innledningsvis var matematisk modellering noe vi hadde lyst til å finne ut mer om da ingen av oss hadde så mye erfaring med slikt arbeid i klasserommet. Piloteringen var dermed også for å trygge oss selv [kapittel 1.1]. Dette ble gjort i en klasse på samme trinn som datainnsamlingen ble gjort i. De har også samme faglærer. Vi ser det sannsynlig at elevene i begge klassene vil ha samme forutsetninger. Piloteringen skjedde over to klokketimer hvor de arbeidet med følgende oppgaver:

1. Hvor mange ganger har du pustet inn i ditt liv? (Time 1)
2. Hvor mange TikToker kan man se på 2 timer? (Time 2)

Det er de samme oppgavene som ble brukt under datainnsamlingen, elevene vi piloterte med de fikk 1 klokketime på hver av oppgavene. Begrunnelse for valg av oppgaver følger nedenfor [kapittel 3.4]. Vi gjennomførte piloteringen fordi det var noen aspekter vi var usikre på og ville teste ut. Vi kom fram til at vi ville se nærmere på disse aspektene:

- Vanskelighetsgrad/oppgave: Bør noe endres?
- Bruk av hjelpemidler: kalkulator, mobil osv.
- Tidsbruk: Trenger vi mer eller mindre tid?
- Gruppestørrelse: Er 3 elever per gruppe passende?
- Plassering av grupper: Skjer det noen forstyrrelser?
- Plassering av observatør: Hvor skal vi sitte? Skal vi sitte som en del av gruppen?
- Observatørrolle: Deltagende eller ikke-deltagende
- Hjelp fra lærer/observatører: Hvor mye/hva skal vi si?
- Fremføringer av Fermi-problem: Hva gikk bra? Noe som burde endres?
- Annet: uventede ting som har innvirkning

Vi kom fram til at gruppestørrelse på 3 elever, slik vi hadde planlagt, fungerte fint da det ikke ble for mange slik at noen ikke kom til ordet. I tillegg fant vi ut at ordlyden og vanskelighetsgraden på oppgaven var passende da alle gjennomførte, men samtidig møtte på litt utfordring underveis. Vi gjennomførte piloteringen i halv klasse og synes dette fungerte fint da elevene fikk bedre plass og kunne sitte lenger fra hverandre, dermed kunne vi lettere unngå forstyrrelser. Til slutt fant vi ut at å bruke én mobil per gruppe til tidtaking og kalkulator fungerte og ikke var så stor distraksjon som vi først trodde.

Noen aspekter forandret vi på etter pilotering. Den viktigste var vår egen observatørrolle. Vi så at elevene trengte veiledning og valgte derfor en deltagende observatørrolle hvor vi inntok en lærerrolle. Vi valgte også å gi bedre tid per oppgave, og på fremføringene i datainnsamlingen slik at elevene skulle å størst mulig læringsutbytte.

Å pilotere hjalp oss også å spisse oppgaven, og forberede oss og læreren på å gjennomføre opplegget i datainnsamlingen.

3.4 Valg av oppgaver til datainnsamling

Da vi skulle velge oppgaver å bruke i vår datainnsamlings sto vi mellom 5 oppgaver vi enten hadde funnet fra tidligere Fermi-problemer eller laget selv. Vi ønsket å benytte kun 2 av disse og valgte derfor å løse oppgavene hver for oss for å se på eventuelle styrker og svakheter ved de forskjellige. Valget falt på pusteoppgaven og TikTokoppgaven [se kapittel 3.3]. Det er det flere årsaker til. For det første så vi at oppgavene kunne løses på flere måter og i ulike kompleksitetsgrader, da vi hadde valgt ulike fremgangsmåter. I tillegg så vi at oppgavene var mulig å gjennomføre i klasserommet. Vi fulgte hver vår gruppe og kunne gjerne blitt med dem ut, men av hensyn til at det er andre gruppene tenkte vi å holde oss i klasserommet. Den siste årsaken til at disse oppgavene ble valgt er at vi synes oppgaveteksten inneholdt lite hensyn de måtte ta med og de la dermed opp til at elevene måtte finne egne variabler og finne et estimat, noe som er typisk Fermi-problemer (Albarracín & Gorgorió, 2019). Etter å ha valgt disse oppgavene gjorde piloteringen oss enda sikrere i valget. Piloteringen ble som beskrevet over gjennomført i en parallellklasse med samme faglærer og da vi så at oppgavene passet denne klassen bestemte vi oss for å bruke dem videre i datainnsamlingen. Oppgavene er lagt ved i vedlegg V.

Vi delte som nevnt klassen vi gjennomførte datainnsamlingen i, i to halvdeler. Halvdel A og halvdel B gjorde ulike oppgaver fordi vi ikke ville at den første gruppen skulle fortelle de andre om oppgavene, og dermed legge føringer for hvordan den neste gruppen skulle løse oppgaven. Vi ønsket at elevene skulle finne sine egne fremgangsmåter. Halvdel A arbeidet med pusteoppgaven og halvdel B med TikTokoppgaven [se figur 3.2].

Beskrivelse av TikTok

For å forstå elevenes refleksjoner kan det være hensiktsmessig med noe kjennskap til applikasjonen TikTok. Har man allerede kjennskap til appen er ikke dette avsnittet essensielt å lese, dersom det ikke er kjent kan dette være god bakgrunnsinformasjon. En rask titt innom appen TikTok gir oss informasjon om at TikTok er et sosialt medium hvor man kan lage, se, sende og reagere på videoer av ulik lengde. De kan være opp til 3 minutter lange og handle om hva som helst så lenge de er innenfor TikTok sine retningslinjer. TikTok har en algoritme som styres av hva slags videoer man ser på, hva man liker, hva man kommenterer på og hva man sender til andre. Denne algoritmen lager en "foryoupage" (fyp) for hver bruker. Her får man opp videoer tilpasset tidligere interaksjoner på TikTok. Man kan også velge å se kun av personer man følger. Dersom man er ferdig med å se en video eller ikke ønsker å se mer kan bare "scrolle" eller bla videre. TikTok brukes mye av barn og unge og er kjent for å være et viktig aspekt i livene deres. Vi vil heretter kalle videoene for TikToker eller TikTok-videoer for å variere ordbruk.

3.5 Studiens kvaliteter

Validitet handler om å måle det man har som formål (Nyeng, 2012). Anker (2020) påpeker at en ofte bruker *gyldighet* i kvalitative studier og dette vil brukes heretter. Det vil si at metodene som benyttes passer med problemstillingen. Vi har som tidligere beskrevet valgt observasjon fordi det fungerer godt til å undersøke naturlige, sosiale settinger (Tjora, 2021) og intervjuer fordi det egner seg godt til å se på elevenes refleksjoner rundt arbeid med modellering (Tjora, 2021). Problemstillingen spør etter hvilke modelleringssykluser elever bruker i arbeid med Fermi-problemer, og hva deres refleksjoner rundt slikt arbeid er. En mulig svakhet ved observasjon er at man ikke vet hva mennesker egentlig tenker (Tjora, 2021). Ved at elevene snakker sammen har vi prøvd å begrense denne svakheten så langt det går fordi meningene deres kommer frem. En mulig svakhet med et intervju er at informantene sier noe de egentlig ikke mener eller som ikke stemmer med virkeligheten (Tjora, 2021). For å forhindre dette har vi vært svært nøye på at elevene kan fortelle om negative sider ved modellering også. Et helt konkret tiltak var å spørre elevene hva de synes om modellering, g hva de synes var utfordrende. Disse svakhetene var også noe av grunnlaget for at disse to metodene ble valgt da de kan utfylle hverandre ved at vi spør elevene om deres mening etter at vi har observert. I tillegg bruker vi observasjonene til å avgjøre om det elevene sier stemmer overens med slik det så ut til da de arbeidet med Fermi-problemer.

Anker (2020) forteller også om sammenhengen mellom metode og problemstilling. I denne masteroppgaven ville problemstillingen vår og for eksempel dokumentanalyse som metode fungert dårlig. Vi spør etter hva elever gjør og hva deres erfaringer er, da er det nærliggende å tenke at man bruker metoder som gir tilgang til elevenes livsverden. Observasjon og intervju er dermed passende metoder. Dette prosjektet befinner seg i det kvalitative paradigmet og det er begrenset hvor mye funnene kan generaliseres til å gjelde en større gruppe, for eksempel alle ungdomsskoleelever. Allikevel kan funnene være av betydning for lærerprofesjonen som ønsker å vite mer om hvordan elever arbeidet med modellering. Forskningsfeltet kan også ha nytte av funnene fra denne studien for videre forskning på temaet. Et siste tiltak vi gjennomførte for å sikre oppgavens gyldighet var å pilotere (Høgheim, 2020). Det ga en indikasjon på om problemstillingen passet til metodene vi hadde valgt å benytte.

Reliabilitet handler om undersøkelsen er til å stole på (Nyeng, 2012). Anker (2020) beskriver at det er vanlig å anvende pålitelighet i stedet for reliabilitet innen kvalitativ forskning, og videre i denne oppgaven benyttes dette begrepet. Noen av komponentene innen pålitelighet er å gjøre redegjøre og forklare valgene man har gjort i løpet av prosjektet. En må også samtidig forklare hvilke deler av datamaterialet som har blitt brukt (Anker, 2020). Vi har skrevet ned om vi har tatt sitatene fra intervju eller observasjon. Dette er for å sikre at et sitat ikke blir tatt ut av kontekst. Det er også for eksempel sentralt å forklare hva slags observasjonssrolle man har anvendt og hvordan intervjuene har foregått. Disse forklaringene må være gode nok til at studien kan gjentas (Anker, 2020). For å sikre transparens har vi også gjort det slik at da vi kodet, skjedde det først hver for oss først før vi kodet sammen. Dette diskuteres også videre helt til slutt under studiens begrensninger [kapittel 6.5]. Andre aspekter som kan plasseres under pålitelighet er også beskrevet når vi gjør rede for vår egen forskerrolle [se kapittel 3.6]. Det og andre etiske vurderinger følger i neste delkapittel.

3.6 Forskningsetiske vurderinger

I et forskningsprosjekt er det alltid behov for å ta stilling til noen etiske betraktninger og se på forskningen sin med et kritisk blikk. Under følger en beskrivelse av betraktningene som ble gjort i forbindelse med dette masterprosjektet.

Anonymisering og samtykke

Vi tok lydopptak av elevene og her ble noen navn ble sagt høyt av de andre elevene. Derfor måtte vi anonymisere dem. På bakgrunn av at det kan oppgis personopplysninger måtte vi søke Sikt, som da het Norsk Senter for Forskningsdata (NSD), og lydopptakene måtte lagres på "sikre og krypterte datalagringsområder" (Anker, 2020). Personopplysningene ble anonymisert fortløpende mens vi transkriberte. Lydopptak er en personopplysning ifølge Sikt og vi måtte derfor være forsiktige med oppbevaringen og lagringen av disse. Vi brukte to enheter med UiO-nettskjema sin app per gruppe. I UiO-nettskjema lagres ikke lydopptakene lokalt på mobiltelefon, men krypteres og lagres i nettskjema (Universitetet i Oslo, 2017). På denne måten sikrer vi oss at vi har trygg oppbevaring av data.

Videre fikk elever og lærer vite at det var frivillig å være med (Anker, 2020) og at de kunne trekke seg uten at det fikk noen konsekvenser for dem.

Fremstilling av data

Det var også viktig at elevene visste hva som skulle skje og hvorfor vi var der. Et etisk aspekt var å velge ut datamateriale som ga et helhetlig bilde, det kan for eksempel være at vi ikke kun brukte bare det ingen har fått til eller alle har fått til for å gi et feilaktig bilde av forskningen. Kort fortalt så kunne vi ikke velge ut datamateriale kun for at det skulle passe inn i oppgaven. Vi måtte også tenke nøye gjennom hvordan vi fremstilte elevene når vi valgte ut sitater og lignende, dette var noe å tenke over i analysedelen (Anker, 2020). Anker (2020) forteller videre om en tommelfingerregel vil være at informantene skal kunne lese oppgaven når den er ferdig. Dette kan nok bli litt utfordrende for oss nettopp fordi informantene er ungdomsskoleelever og fordi denne masteroppgaven er skrevet for forskningsfeltet og for lærerprofesjonen. Elevene skal føle at de har hjulpet oss og bidratt til feltet. Vårt ønske er at masteroppgaven skal publiseres og være tilgjengelig for alle.

Kritisk blikk på egen forskerrolle

I dette prosjektet brukte vi lærer og elever som en av oss kjenner til fra før av, som informanter. Dette gjorde at vi som forskere måtte være ekstra tydelige på hvordan vi skulle observere slik at det ikke skiller gruppene fra hverandre. Det kan være fort gjort å kun se det positive eller negative elevene gjør (Andersson-Bakken et al., 2021). Dette var viktig å tenke over slik at vi ble så objektive som mulig. Et tiltak som vi satt innfor å hindre subjektivitet var å være nøye på å skille mellom observasjon og tolkning. Dette skal deles i to kolonner i observasjonsnotatet [vedlegg 1] slik at det som er vår tolkning tydeliggjøres (Andersson-Bakken et al., 2021). Det er kanskje ikke mulig å være helt objektive da vi er generelt positive til bruken av modellering.

Det kan dermed bli vanskelig å se det negative ved det, men ved å være klar over våre holdninger vil det kanskje hjalp oss å tenke over at vi tok med både det som er positivt, men også det som var utfordrende.

Likt læringsutbytte

Vi bestemte oss for å gjennomføre både datainnsamlingen og piloteringen når klassen var delt i to for å minske forstyrrelser imellom gruppene. For at hele klassen skulle få likt læringsutbytte gjennomførte læreren det samme opplegget for den andre gruppen i piloteringen. I datainnsamlingen jobbet begge halvdeler av klassen med oppgavene, men de hadde en oppgave hver så alle skulle få prøve seg. Selv om vi hadde 12 elever som informanter, arbeidet også de andre elevene i klassen med oppgaven. Dette er for at alle skal få likt læringsutbytte og at det ikke skal straffe seg å ikke delta i studien.

Sårbarhet: TikTokoppgave og skriving

Et aspekt i dette prosjektet som vi som ikke forutså eller som fant sted under piloteringen er at det virket som noen elever ikke ville vise til de andre hva de så på TikTok. Dette var selvsagt ikke målet med oppgaven, men en del grupper valgte å se på TikTok og telle som framgangsmåte. Noen elever ga ulike unnskyldninger til hvorfor det ikke gikk og vi som studenter skjønte at det føltes privat. Vi ville selvsagt ikke at informantene våre skulle synes det var ubehagelig å delta i prosjektet så vi var raske med å si at man ikke trenger å vise dette fram om man ikke ønsket. Et par elever var også litt engstelige for å skrive på plakaten, vi vet ikke om de var redde for å gjøre feil eller hva som var årsaken, men dette ble også løst ved at ingen ble tvunget til å skrive.

Dette var ikke synlig under piloteringen, men elevene er forskjellige og dermed kan dette være sårt for noen og ikke andre. Vår viktigste oppgave som forskere er å beskytte informantene våre og vi gjorde det vi anså som rett når vi så at dette var ubehagelig. Om ingen på gruppen hadde villet skrive på plakaten ville dette vært et etisk dilemma da det er essensielt for vår oppgave at elevene skriver ned framgangsmåten sin. Heldigvis løste det seg fint da noen andre på gruppen meldte seg frivillig til å skrive på plakaten.

3.7 Oppsummering av metode

Denne oppgaven befinner seg i det kvalitative paradigme og benytter seg av deltagende observasjon og fokusgruppeintervjuer da det er hensiktsmessige metoder for å få svar på vår problemstilling som omhandler hvordan elevene arbeider med modellering og hva deres refleksjoner rundt slikt arbeid er. Elevene arbeidet først med modelleringsoppgaver vi hadde laget mens vi observerte, for deretter å bli intervjuet som gruppe om deres refleksjoner. Fordi vi ikke hadde noe særlig erfaring med modellering og for å styrke oppgaven valgte vi å gjennomføre pilotering på en annen klasse på samme trinn, som også har samme lærer. Dette ga oss svar på viktige aspekter vi lurte på og gjorde oss observante på uforutsette aspekter. Det ble gjort et formålstjenlig utvalg hvor 12 ungdomsskoleelever ble tilfeldig valgt ut blant de som skrev under på samtykkeskjemaet. At metodene samsvarer med det vi ønsket å finne ut av sikrer oppgavens gyldighet. For å sikre oppgavens pålitelighet satt vi inn noen grep som å ikke ta elevens sitater ut av kontekst samt at begge studentene kodet intervjuene hver for seg også sammen. Det var flere etiske betraktninger å ta hensyn til, men det mest sentrale var å beskytte informantene våre. Etter datainnsamlingen var det duket for analyse av datamaterialet.

4 Analytisk tilnærming

I dette kapittelet presenteres analyseprosessen av dataene. Vi har to litt ulike framgangsmåter på observasjoner og intervjuer. Dette er ganske enkelt fordi vi i observasjonene ser vi etter deler av modelleringsprosessene, mens vi intervjuene er vi ute etter elevenes refleksjoner. På denne måten sto vi igjen med to datasett. Intensjonen var at intervjuene skulle være en liten del av datamateriale som kom til syne. Vi så derimot etter intervjuene at de ga flere interessante funn enn først antatt. Dermed ser vi dem nå som likeverdige da de svarer på hver sin del av problem-stillingen. De ulike framgangsmåtene for analyse er beskrevet nedenfor.

4.1 Fremgangsmåte for analyse av observasjon

I dette datamaterialet er det i alt 8 lydopptak og observasjonsnotater. Det er 2 lydopptak per gruppe og til sammen 4 grupper. Det første lydopptaket er på ca. 50 minutter og det neste er på ca. 25 minutter. Vi transkriberte opptak fra to grupper hver. Analysene fordelte seg i følgende faser:

1. Transkripsjon av observasjon
2. Sette inn observasjonsnotater
3. Operasjonalisering av modelleringsprosessen
4. Koding av transkriberinger etter operasjonalisering
5. Kondensering
6. Delkapitler

Vi startet med å transkribere alle lydopptakene (*steg 1*). Dette var en prosess som krevde både tid og konsentrasjon. Elevene fikk fiktive navn og alle personopplysninger ble anonymisert underveis. Derfor var det den studenten som satt med gruppen som transkriberte opptakene. Elevene jobbet godt og var veldig engasjerte. Dette gjorde at de ofte snakket i munnen på hver-andre noe som gjorde transkriberingsarbeidet utfordrende og mer tidkrevende enn først antatt. Noen elever hadde også stemmer som hørtes like ut. I alt satt vi igjen med 124 sider med tran-skriberinger kun fra observasjon, noe som gjorde at kodingen også var tidkrevende. Vi har prøvd å gjengi det elevene sa så nøyaktig som mulig, men har lagt til noen forklaringer skrevet i parentes dersom det er uklart hva elevene sikter til. Dersom det ble mye pauseord kortet vi ned dette noe. *Steg 2* innebar at vi måtte sette inn observasjonsnotatene i transkriberingene. Det kunne nemlig være det var noe vi så under observasjonen som man ikke får med seg av å kun høre på. Et eksempel var at en elev satt med hodet på pulten i en lenger periode. I lydopptaket kommer ikke dette til syne og vi tenkte derfor at både observasjonsnotater og lydopptak var en god ide. Dette ble skrevet inn i transkriberingene med *…*.

I *steg 3* lagde vi en operasjonalisering av modelleringsprosessen [se kapittel 4.1.1]. Å operasjonalisere vil si å konkretisere abstrakte begreper for å kunne finne dem igjen i et datamateriale (Nyeng, 2012). Vi valgte denne framgangsmåten da et av våre forskningsspørsmål spør etter hvordan de ulike underprosessene kommer til syne, og derfor var det hensiktsmessig å se etter dem. En av delprosessene vi skulle se etter var for eksempel *matematisering,* for å kunne lete etter dette måtte vi vite hvordan matematisering kunne se ut. Vi fant dermed ut at matematisering er å lage en passende matematisk modell ved å matematisere disse konseptene og relasjonene (Blum, 2015) og laget eksempler som kunne passe i vår oppgave. Matematisering kan for eksempel se ut som følgende utsagn: «Hvis vi legger sammen og deler på hvor mange vi er så finner vi gjennomsnittet". I tillegg til stegene i modelleringsprosessen så vi etter utfordringer som oppsto underveis da dette er sentralt for forskningsspørsmål 2. Operasjonaliseringen lå foran oss gjennom hele kodingsprosessen og vi gikk mye tilbake til den. Det er for å sikre at kodingen ble mest mulig lik for alle grupper.

Steg 4 innebar å kode transkriberingene fra observasjonene. Vi ga dermed hver underprosess for modellering en farge. Deretter markerte vi den fargen på utsagn vi mente tilhørte de ulike stegene. Dette var en tidkrevende prosess og var også utfordrende fordi stegene i modelleringsprosessen fort går inn i hverandre. Illustrasjonen under viser hvordan de ulike delene av modelleringsporsessen ble markert med en bestemt farge. Det er verdt å nevne at vi kodet elevene som gruppe og ikke hver enkelt elev. Vi kodet først hver for oss også kodet vi sammen for å sikre at vi kodet riktig etter operasjonaliseringen.

Lise: OI! Okei, hvor mange ganger har du pustet inn i livet ditt? Da må vi sjekke hvor mange du har pustet, hvor mange ganger du har pustet inn i minuttet også må vi ta hvor mange ganger vi puster når du sover for da er det annen pust - Også må vi gange det med antall det med..ehm.. Antall..

Gina: Timer? **Lise:** -NEI

Lise: Med antall minutter du har levd

Gina: Også timer..

Lise: Hvis du ganger med timer med, ja

Figur 4.1 Illustrasjon av koding etter operasjonalisering av observasjonstranskriveringene.

Steg 5 besto av å ta for seg en og en underprosess og *kondensere* innholdet ned til mønstre som gikk igjen samt ha med spenninger mellom de ulike gruppene. Kondensering vil si å sammenfatte det viktigste fra en tekst (Anker, 2020). Vi synes dette er en hensiktsmessig løsning når datamaterialet er omfattende. Vi fant ut at det mest systematiske var og først skrive en kondensering av hver enkelt gruppe. For så å skrive en ny kondensering av alle fire gruppene hvor man første presentere det som eventuelt er likt mellom gruppene og deretter spenninger og brudd mellom gruppene. Det siste steget, *steg 6*, er å skrive analysen hvor delkapitlene er delt inn etter stegene i modelleringsprosessen i Blum og Leiß (2007) sin representasjon [vår oversettelse]:

1. *Konstruering*
2. *Forenkling/strukturering*
3. *Matematisering*
4. *Arbeide matematisk*
5. *Tolke*
6. *Validere*
7. *Formidle*

I tillegg har vi et forskningsspørsmål som spør etter hvilke utfordringer elever har med slikt arbeid og "elevutfordringer" har derfor fått sitt eget delkapittel.

4.1.1 Operasjonalisering av modelleringsprosessen

Steg i modelleringsprosess-ene:	Hvordan kan det se ut?	Eksempler til våre oppgaver
1. Konstruering (å forstå oppgaven)	Vi konstruerer en mental modell av situasjonen (Blum, 2015)	Plukke ut informasjon. Leser oppgaven og prøver å forstå hva man spør etter. Sier hva de skal finne ut. **Eksempler:** «Vi skal finne ut hvor mange ganger vi har pustet ...» «Hvor mange TikToker man kan se» «Betyr det at vi skal ...?»
2. Forenkling og strukturering	Vi forenkler og strukturerer en mental modell ved å anta at vi for eksempel skal kjøre bil finner ut hva bensinprisen er (Blum, 2015).	Hvilke hensyn tar de? **Eksempler:** «Vi gidder ikke ta med at man puster fort når man trener.» «Først gjør vi sånn.. Så sånn.» «Men det går ikke for vi vet ikke hvor fort vi puster om natta, det står ikke der.» «Vi burde kanskje ha med at man puster fortere når man er liten.»
3. Matematisering	Vi lager en passende matematisk modell ved å matematisere disse konseptene og relasjonene (Blum, 2015). Setter opp en formel.	Tar tiden når noen puster eller ser på TikTok **Eksempler:** «Først ganger vi så vi får en time også så med 24 så vi får et døgn, også med 365 dager så vi får et år også med 14 så vi får 14 år.» "Vi må først finne for en time, så for en dag, så for en måned." «Vi må ta gjennomsnittet av oss tre.»
4. Arbeide matematisk	Vi jobber matematisk ved å kalkulere og sammenligne (Blum, 2015).	Legge sammen, finne gjennomsnitt, multiplisere, teller, ingen kontekst (Skjer med kalkulator) **Eksempler:** «23 ganger 60 er 1380 pust» «90 ganger 60, det er jo 5400»
5. Tolkning	Vi tolker det matematiske resultatet inn i den virkelige verden (Blum, 2015)	Runder av? Setter svaret i kontekst **Eksempler:** «13 stykker ja, da ser vi 13 videoer da.»

		«Så det vil si at vi puster 1380 pust på en time?»
6. Validering	Vi validerer resultatet: Gir det virkelig mening å kjøre 10 minutter lenger for å spare 1,40 dollar? Hva med forurensningen? (Blum, 2015).	Kan det stemme? Kan det virkelig stemme? Sjekker om fremgangsmåten egentlig er realistisk (stemmer i flere tilfeller) **Eksempler:** «Jeg tror ikke det stemmer for henne fordi jeg får lenger videoer.» «Hvorfor fikk jeg så mye mer enn deg?»
7. Formidling	Til slutt skriver vi ned hele løsningen (Blum, 2015).	Fremføring siste time: forklaring ut ifra hvilke hensyn man har valgt å ta med **Eksempler:** «Vi har fått mindre enn dem for vi så mindre TikToker i minuttet.» «Vi tok ikke med at man puster raskere når man trener og da fikk vi høyere tall enn dem.»

Utfordringer		Når elevene møter på vanskeligheter. **Eksempler:** «Hmm.. Dette var vanskelig.» «Jeg vet ikke hvordan man gjør det.»

Figur 4.2 Operasjonalisering av modelleringsprosessen

4.2 Fremgangsmåte for analyse av intervjuer

Vi gjorde en tematisk analyse da vi analyserte intervjuene. Braun og Clark (2006) understreker at det ikke finnes et fasitsvar i analyse av kvalitative materiale og at man beveger seg mye frem og tilbake i prosessen, noe vi også erfarte i vår analyseprosess. I dette datamaterialet er det i alt 4 gruppeintervjuer. Det er gjort et intervju av hver gruppe og alle intervjuene er mellom 10 til 20 minutter. Det ble også tatt noen observasjonsnotater av studenteten som ikke var spørsmålsstiller. Disse delte vi opp slik at vi transkriberte 2 intervjuer hver. Studenten som observerte gruppen, var også den som transkriberte intervjuet da hun var mest kjent med elevenes stemmer.

Vi benyttet oss av seks steg, inspirert av de seks stegene Braun & Clark (2006) presenterer. Selv om denne prosessen kategoriseres som induktiv var det ryddig å ha Braun og Clarks (2006) retningslinjer å gå etter for å sikre at analysen ikke ble gjort tilfeldig og at alt datamaterialet ble analysert. Stegvis så analyseprosessen slik ut:

1. Bli kjent med data ved transkripsjon av intervjuer
2. Sette inn observasjonsnotater i intervjuer og kode dem
3. Legge koder inn i Miro og finne overordene temaer
4. Revidere og vurdere temaer
5. Definere og navngi temaer
6. Skrive funnene ut ifra temaene i Miro

Steg 1 besto av å bli kjent med datamaterialet, dette ble vi allerede under datainnsamlingen og vi ble enda bedre kjent med datamaterialet når vi transkriberte. Vi gjorde transkriberingene kort tid etter intervjuene. Vi benyttet muligheten til å skrive ned ideer til temaer allerede her (Braun & Clark, 2006). I alt satt vi igjen med 45 sider med transkriberinger fra intervjuene. Transkriberingen hjalp oss med å kunne gjennomføre et grundig analytisk arbeid (Høgheim, 2020).

Etter transkribering ble eventuelle observasjonsnotater lagt inn da ikke alt kommer til syne på et lydopptak (Tjora, 2021). Vi kodet deretter datamaterialet. En kode inneholder et interessant trekk ved sitatet (Braun & Clark, 2006) og en kan si at man setter en merkelapp eller gi noe et begrep (Anker, 2020). Dette tilsvaret *steg 2* i prosessen. Nedenfor er et utklipp fra kodingen hvor den første kolonnen er hvem som sier hva, det neste er sitatet og den siste kolonnen er koden som brukes. Vi kodet først hver for oss og deretter sammen for å sørge for at den mest beskrivende koden, og *transparens* i oppgaven (Anker, 2020).

I5	Det vi lurer litt på da... Er hva syns dere om å jobbe med matematikk sånn som vi gjorde de siste timene nå?	Intervjuer stiller spørsmål – hva syns dere om å jobbe med FP
G2	Det var ganske gøy, det var liksom ikke noen fasit. Det pleier liksom å være fasit til hver oppgave, men her måtte du liksom komme deg fram til det selv.	Gøy uten fasit
I6	Mhm*bekreftende*	Intervjuet bekrefter
G3	Du måtte liksom regne det fram til det selv, og i grupper sammen, som vi ikke har så mye av. Så det var litt gøy.	Gøy å jobbe i grupper og finne ut selv
L2	Og hver oppgave pleier jo å ta.. Eller det pleier liksom å være ganske mange forskjellige oppgaver. Men her hadde vi bare en oppgave å fokusere på, det var ganske gøy	Gøy med god tid på oppgaven
A2	Jeg syns det var gøy fordi det er veldig annerledes enn det vi ofte gjør, i stedet for å sitte på en pult og variere oppgaver (mener å jobbe med flere oppgaver) så syns jeg dette her var mye mer relaterbart.	Mer relaterbart og bedre enn alene

Figur 4.3 Utklipp fra koding av intervjuene)

I *steg 3* var det på tide å se etter temaer, altså å samle koder inn under noe felles (Braun & Clark, 2006). Vi brukte programmet Miro, en slags samskrivingstavle, for å gjøre denne prosessen mer oversiktlig for oss. Disse kodene ble først lagt inni Miro fordelt på de fire gruppene, her la vi til "navn" på de ulike lappene slik at man lett kunne finne tilbake til det originale sitatet. Nedenfor er det vist en kode, men en liten rød firkant nederst som sikter til at det var Gina$_1$ sitt 2. sitat (G2). Dette var for å se om det var noen mønstre eller kategorier som gikk igjen. Etter å ha studert datamateriale nøye kom vi frem til følgende kategorier:

Figur 4.4 Eksempel på kode

1. Aspekter ved oppgaven
2. Åpen oppgave
3. Samarbeid
4. Fremføringer, og hva ville de gjort annerledes?
5. Elevutfordringer
6. Annet

Kategori 1 *aspekter ved oppgaven* består av to deler: *tidsbruk og relevans* da de henger nøye sammen. Kategori 2, *åpen oppgave*, fikk være en egen fordi alle gruppene pratet en del om dette. Alle gruppene snakket en del om *samarbeid* og på bakgrunn av at det står sentralt når en jobber med modellering fikk det også egen kategori. Videre reflekterte elevene over hva de kunne gjort annerledes, særlig etter fremføringene for de andre gruppene. *Derfor ble fremføring og hva kunne vi gjort annerledes* den fjerde kategorien. Vi har et forskningsspørsmål som omhandler elevers *utfordringer*, så dette ble grunnlaget for å la det bli kategori 5. Alle kodene ble deretter lagt inn etter kategorier i Miro, dette er vist i illustrasjonen under. I *steg 4* så vi etter om temaene hadde nok data bak seg til å kunne være et tema. Noen endringer ble gjort, for eksempel ble noen kategorier som passet sammen slått sammen, eksempelvis tidsbruk og relevans. Det endelige resultatet ble seende slik ut.

Figur 4.5 Illustrasjon av koder lagt inn under kategorier i Miro.

Dette gjorde datamaterialet svært oversiktlig og det ble dermed lettere å få en best mulig presentasjon av funn. Analyseprosessen fram til dette var tidkrevende, men det gjorde arbeidet med å skrive analyse mer oversiktlig og overkommelig. Så til tross for at det tok mye tid og energi er vi i ettertid fornøyde med valget om å gjøre det slik for denne delen av datamaterialet.

Ved å transkribere, kode to ganger og legge inn i Miro ble vi også svært godt kjent med datamaterialet. *Steg 5* besto i å navngi og definere temaene vi hadde funnet. Vi så også på hvilke temaer som skulle brukes videre i oppgaven (Braun & Clark, 2006). Det siste og *6. steget* besto i å skrive analysen. Den er presentert i kapittel 5.2 og 5.3 da kapittel 5.1 stort sett dreier seg om datamateriale fra observasjoner [se kapittel 5].

4.3 Hvorfor ulike analyseprosesser for observasjon og intervju?

Vi valgte ikke den samme prosessen for observasjonene som for intervjuene da observasjonene var i en naturlig setting hvor elevene snakker i munnen på hverandre og fullfører hverandres setninger. Det blir derfor mer utfordrende å kode på samme måte som på intervjuene, så der brukte vi heller forskningsspørsmålene og så etter de ulike delene av modelleringsprosessene og eventuelle utfordringer [se kapittel 5.1].

Analysen av observasjonene kan sees på som deduktiv da vi beveget oss fra teorien, Blum og Leiß (2007) sin representasjon for modelleringsprosessen, og inn i dataene våre. Analysen av intervjuene kan sees på som en induktiv prosess da vi beveget oss fra empirien og fant passende teori (Nyeng, 2012). For eksempel så vi at *samarbeid* hadde stor innvirkning på elevenes tanker og refleksjoner, og dermed trengte vi teori og tidligere forskning på dette. Selv om analyseprosessene er svært ulike vil de benyttes noe om hverandre for å presentere funn fordi metodene som nevnt utfyller hverandre og kan gi et mer helhetlig inntrykk av elevenes arbeid med modellering.

4.4 Oppsummering av analytisk tilnærming

Selv om prosessene av data fra observasjon og intervjuer har vært ulike var de første stegene ganske like. Vi transkriberte alt av lydopptak både fra observasjon og intervju, dette var en tidkrevende prosess. Deretter satt vi observasjonsnotater inn i transkriberingene. Etter dette benyttet vi oss av litt ulike prosesser. I analyse av transkriberinger fra observasjoner laget vi en operasjonalisering av modelleringsprosessen til Blum og Leiß (2007). Denne brukte vi til å identifisere og kode transkriberingene. Når dette var gjort valgte vi å kondensere, det vil si å skrive et sammendrag av hvordan en og en underprosess så ut. Dette dannet grunnlaget for delkapitlene som omhandler funn fra observasjoner [kapittel 5.1 og 5.2]. I intervjuene derimot ville vi finne ut hva elevene tenkte og valgte en litt mer åpen tilnærming. Vi kodet alle intervjuene og la dem inn i Miro. Dette gjorde det lettere å finne hovedtemaene. Disse ble revidert og til slutt skrev vi delkapitlene til funnene fra intervjuer ut ifra temaene i Miro [kapittel 5.2 og 5.3]. Våre funn legges frem i neste kapittel.

5 Funn

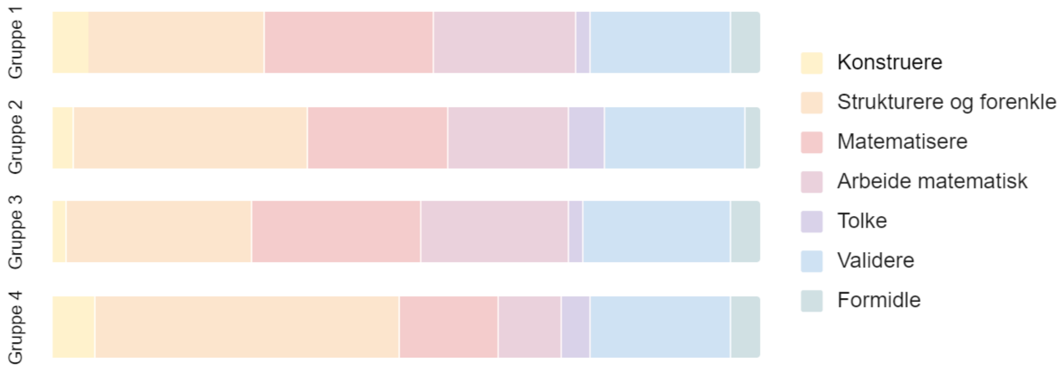
I dette kapitlet presenteres funn fra vår datainnsamling som kommenteres og tolkes. Felles for de tre delkapitlene er at vi først presenterer funn som er felles med alle eller flertallet av gruppene for deretter å presentere eventuelle brudd og spenninger. Kapitlet er strukturert etter forskningsspørsmålene som er presentert i kapittel 1. De lyder som følger:

1. *Hvilke deler av modelleringsprosessen er synlige i elevers arbeid med Fermi-problemer, og hvordan kommer disse til syne? → Kapittel 5.1*
2. *Hva slags utfordringer har elevene i arbeid med Fermi-problemer? → Kapittel 5.2*
3. *Hvilke tanker og refleksjoner gjør elevene seg om å arbeide med Fermi-problemer? → Kapittel 5.3*

I kapittel 5.1 brukes data fra timene vi observerte og tok lydopptak mens elevene arbeidet. På bakgrunn av at vi har operasjonalisert modelleringsprosessen brukes teori fra Blum (2015) for å forklare hvorfor de ulike utsagnene passer inn i det gitte steget. Vi har valgt å fokusere mest på den første timen når elevene arbeidet og ikke hvordan de fremførte, fordi hvordan elever arbeides etterspørres i problemstillingen. Vi hadde også tydeligere data fra denne delen fordi alt elevene sa ble tatt lydopptak av. I kapittel 5.2 hvor vi så på elevutfordringer ble data fra både observasjon og intervju brukt. Disse to delkapitlene bærer preg av mange begreper, hensyn, utfordringer og ulikheter mellom grupper. Derfor har vi valgt å fremstille dette i en oppsummerende figur helt til slutt, for at leser lettere skal kunne forstå innholdet [se figur 5.7]. Siste forskningsspørsmål besvares i kapittel 5.3. Her brukes data fra intervjuene vi gjennomførte etter at elevene hadde arbeidet med Fermi-problemer.

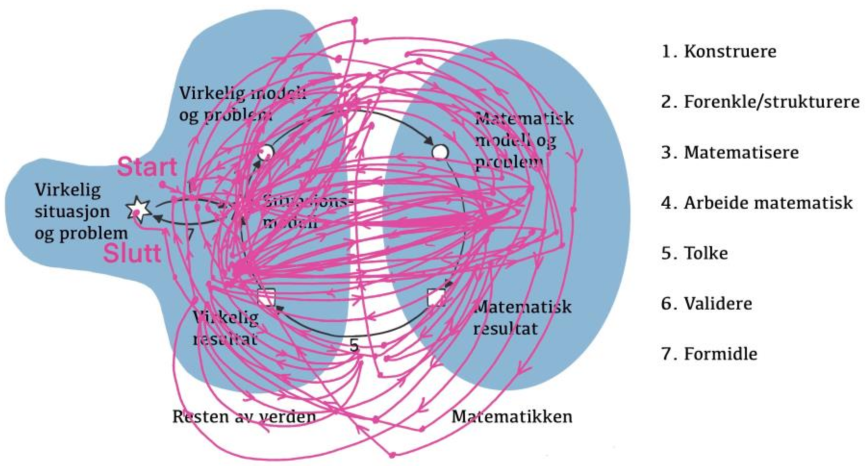
5.1 Hvilke deler av modelleringsprosessen er synlige i elevers arbeid med Fermi-problemer, og hvordan kommer disse til syne?

Først i dette kapitlet er det et avsnitt over generelle funn. Deretter er funnene delt inn etter kategoriene fra modellen til Blum og Leiß (2007). I dette kapittelet skal vi se nærmere på hvordan de ulike stegene i modelleringsprosessen ser ut når elevene arbeider. I tillegg til hvordan det enkelte steget ser ut har vi beskrevet hvilke steg elevene kommer fra og hvilke steg de som regel beveger seg til for å vise til hvordan elevenes prosesser foregår. Først ønsker vi å presentere et diagram [figur 5.1] som skal visualisere forholdet mellom tid brukt i de ulike stegene i gruppenes arbeid i timen. Den viser også forskjellene mellom gruppene. Dette er kun for å visualisere forskjellene, ikke for å vise eksakt tid da det ikke er en del av forskningsspørsmålet som besvares.



Figur 5.1 Illustrerer forholdet mellom de ulike stegene i modelleringssyklusen.

Et generelt funn er at elevene ikke beveger seg syklisk i modelleringsprosessen. Vi har tatt inspirasjon fra modellen til Borromeo Ferri (2007) som har som formål å vise modelleringsprosessen som ikke-syklisk [se figur 5.2]. Elevene går frem og tilbake i tillegg til å hoppe over steg. I eksemplet under kan vi se hvordan gruppe 1 beveger seg i prosessen. Poenget er ikke at alle pilene skal være enkle å følge, men den er laget for å understreke poenget med at elevenes modelleringsprosess ikke foregår syklisk. Noe av årsaken til dette kan være at elevene arbeider som gruppe. Det er tre individer på hver gruppe med ulike tanker og fremgangsmåter. I tillegg skal de kommunisere og forstå hva hverandre mener, noe som kan gjøre at man må beveger seg mellom stegene.



Figur 5.2 Framstilling av gruppe 1 sin modelleringsprosess.

5.1.1 Konstruering

Konstruering er det steget hvor man lager en mental modell av problemet (Blum, 2015). Konstrueringssteget er lett å se i elevens arbeid med Fermi-problemer da alle gruppene begynner arbeidet her. Dette steget var kort og vises hos elevene ved at de leser oppgaven og sier den høyt. Gruppene var ivrige og brukte ikke lang tid på å lese oppgaven før de fort flyttet seg over i et nytt steg. For gruppe 3 var dette den eneste gangen de befant seg i dette steget. Nedenfor følger et eksempel fra dem, som er typisk for alle fire gruppene i oppstart av oppgaven. Der ser vi at Therese$_3$ tar tak i oppgaven og leser den høyt for de andre.

> ***Therese$_3$:*** *Hvor mange TikToker kan man se på 2 timer?*

I sitatet over vises det hvor kort konstrueringssteget er sammenliknet med de andre stegene. Therese$_3$ leser oppgaven høyt for å få en forståelse av hva oppgavene faktisk spør etter. Alle elevene går raskt videre til et annet steg, dette antar vi at er fordi oppgaveteksten er relativt kort og det er lite informasjon de trenger å hente ut fra den. Vi kan dermed tolke det som at elevene selv tenker at de forstår hva oppgaven spør etter. De fleste hensynene skal de finne på egenhånd. Elevene beveget seg hovedsakelig videre til forenklings- og struktureringssteget.

Etter mye arbeid i andre steg av modelleringssyklusen beveger gruppe 1, 2 og 4 seg tilbake til konstrueringssteget. Når gruppene kommer tilbake til konstrueringssteget er det som regel fra forenklings- og struktureringssteget og valideringssteget. Første gangen gruppe 1 og 2 befinner seg tilbake i dette steget er det observatøren som har ledet dem hit da elevene har mistet retning for oppgaven. Allikevel beveger gruppe 1 og 2 seg til konstrueringssteget på egenhånd ved et senere tidspunkt da de vil se om svaret de har fått svarer på oppgaven. I arbeidet i konstrueringssteget skilte gruppe 4 seg ut. Dette var den eneste gruppen som kun beveget seg til dette steget på eget initiativ under arbeidet med TikTokoppgaven. Gruppe 4 var raske med å finne en løsning på oppgaven, og dermed også et mulig svar. Dette førte til at de selv kom tilbake til konstrueringssteget ved å prøve å forstå bedre hva oppgaven spør etter. Gruppe 4 er midt i en validering av om det er mulig å se 240 TikToker på 2 timer, da Fatima$_4$ bruker oppgaveteksten som argument for at svaret kan stemme. På denne måten beveger de seg tilbake til konstrueringssteget.

Fatima$_4$: *Ja, hvor mange videoer KAN man se på 2 timer?*

Gruppe 4 la seg mye opp i ordlyden av oppgaven. Ordet «kan» gjorde at gruppe 4 flere ganger, helt selv, gikk tilbake til dette steget. Det er synlig at det var viktig for denne gruppen å få en felles forståelse av oppgaven for videre arbeid.

Dette følger også modellen til Blum og Leiß (2007). Alle disse sitatene befinner seg i konstrueringssteget da elevene konstruerer en mental modell av oppgaven de har fått tildelt. Gruppene leser oppgaven, sier ting høyt og plukker ut informasjon for å prøve og forstå hva oppgaven går ut på. Dette kan for eksempel være å finne ut hva som ligger i ordet «kan» (Blum, 2015). Vi ser at det er mest vanlig å bevege seg fra konstrueringssteget og over til forenklings- og struktureringssteget.

5.1.2 Forenkle og strukturere

I dette steget *strukturerer* elevene arbeidet og *forenkler* til sitt bruk (Blum, 2015). Dette steget er en av de mest synlige i elevenes arbeid, dog noe mer hos noen grupper enn andre. Alle gruppene beveger seg som nevnt raskt til dette steget fra konstrueringssteget. Det som ser likt ut i alle grupper uavhengig av tiden de bruker er at de legger en plan for hvordan de skal gå fram. Det er derimot ulikt hvor lenge og hva som kjennetegner dette steget hos gruppene. Gruppe 1 og 3 legger fort en plan de ønsker å gå for. Det kommer til syne i sitatet under fra gruppe 1:

Lise$_1$: *Da må vi sjekke hvor mye du har pustet, hvor mange ganger du har pustet inn i minuttet så må vi ta hvor mange ganger vi puster når du sover for da er det annen pust.*

Lise$_1$ viser til oppgavens spørsmål om å finne ut hvor mange ganger man har pustet inn i løpet av livet. Lise$_1$ fortsetter med to hensyn. Det første er hvor mange ganger man har pustet inn i minuttet, som kan tolkes som at hun ønsker å finne ut antall innpust på 1 minutt i våken tilstand. Det neste hensynet er «hvor mange ganger vi puster inn når du sover» hvor hun påpeker forskjell i antall innpust når man er våken og når man sover. Det virker som de andre er med på planen til Lise$_1$ da de andre nikker og gruppen fort setter i gang med den.

Gruppe 2 og 4 bruker lenger tid på å legge en plan for arbeidet fordi de argumenterer med hverandre om hvilke hensyn de skal ta med og hvordan disse skal tas i betraktning. For eksempel ønsker gruppe 2 å finne ut hvor fort William$_2$ når han løper. Leah$_2$ mener det holder med å søke opp et gjennomsnitt mens Alexander$_2$ mener dette må måles ved å telle når William$_2$ løper. Han slår seg dermed ikke til ro med at tallet ikke er helt nøyaktig. Gruppe 1 derimot tar i bruk andre verktøy for å gjøre svaret mer eksakt ved at de skal telle antall innpust i 1 minutt på alle tre gruppemedlemmene og gjøre et gjennomsnitt.

> ***Gina$_1$:*** *Også kan vi ta forskjellig, alle har jo forskjellig, så hvis vi tar på alle.*

Gina$_1$ mener her at alle puster i ulikt tempo og dette dermed kan ha innvirkning. For å få et mest mulig eksakt svar teller de innpust i 1 minutt på alle tre gruppemedlemmene. Vi tolker dette som at Gina$_1$ bruker hverdagserfaringene sine om at man mest sannsynlig puster i ulikt tempo. Mye tyder på at denne gruppen har forstått at svaret ikke trenger å være helt nøyaktig, men at de gjør tiltak for å få det så nøyaktig som mulig.

Når gruppene ønsker å ta med beregninger rundt nye hensyn til betraktning kommer de tilbake til forenklings- og struktureringssteget. Da beveger de seg som regel fra arbeide matematisk-steget, matematiseringssteget og valideringssteget. Gruppe 3 skiller seg fra de andre gruppene da de må veiledes mer av observatøren for å få lagt en plan. Therese$_3$ kommer fram til at hun ser mindre TikToker når hun lager TikTok-videoer selv. Oliver$_3$ kommer også frem til at tid han bruker i kommentarfeltet kan ha innvirkning. For å komme i gang med beregninger på disse hensynene må observatøren veilede dem. Gruppe 1, 2 og 4 trenger også veiledning i noen grad, men er mer selvgående i dette steget enn gruppe 3. For eksempel får Lise$_1$ en «aha-opplevelse» når hun innser at man puster saktere når man sover:

> ***Lise$_1$****: Men dere egentlig.. Så puster man jo annerledes på natta fordi da puster man jo saktere!*

Her kommer Lise$_1$ på et hensyn de enda ikke har gjort beregninger på, men dette er et hensyn hun kom på helt i starten. Det ser derimot ut til at hun har glemt dette hensynet og kommer på det igjen. Dermed legger elevene en ny plan for gjennomføring. Mye tyder på at gruppen forenklet oppgaven i starten ved at de ikke tok dette hensynet i betraktning. Deretter legger de en plan for hvordan de skal gå fram. De gjør et estimat på hvor mange innpust man har per minutt og bestemmer seg for ti innpust. Det skal de bruke for de 9 timene de sover og tallene fra det første de regnet ut for de 15 timene de er våkne. Med dette beveger elevene seg bakover i modelleringsprosessen for å gjøre nye beregninger.

Som nevnt er også gruppe 2 og 4 i dette steget når de ønsker å ta med nye hensyn i beregningene. Det som er spesielt med gruppe 4 er at de bruker store deler av timen i dette steget. De diskuterer nye hensyn, men prater også om hvorvidt hensynene skal være med eller ikke. I tillegg snakker de mye forbi hverandre og steget bærer preg av usikkerhet. For eksempel når de skal telle videoer de ser på 1 minutt, virker det som de er enige om å ikke hoppe over videoer de ikke vil se, men det blir snart tydelig at dette ikke var avklart for alle. Det er rimelig å anta at elevene forstår at disse hensynene har innvirkning på det endelige resultatet. De kommer dog ikke videre med beregningene da de er usikre på hvordan de skal gå fram.

Fordi dette er et steg hvor elevene bruker mange hensyn følger det en oppsummering av disse. Gruppe 1 og 2 jobber som nevnt med pusteoppgaven. Begge grupper tar hensyn til når de har bursdag, altså nøyaktig hvor mange dager de har levd. Gruppe 2 er også opptatt av skuddår. Gruppe 1 derimot tar hensyn til forskjell i innpust når man sover og når man er våken. Gruppe 3 og 4 jobber derimot med TikTokoppgaven. Gruppe 3 tar hensyn til at de bruker noe av tiden til å lage TikTokvideoer og at man bruker tid på å se i kommentarfeltet. Gruppe 4 tar også opp de samme hensynene som gruppe 3, men tar det ikke med videre til matematisering. De diskuterer også hensyn rundt om de skal hoppe over videoer eller se hele, om å se en video flere ganger telles som flere videoer og om man skal se videoer blant de du følger eller i foryoupage.

Alt dette befinner seg i forenklings- og struktureringssteget fordi å legge en plan kan inngå i strukturering. Man strukturer en mental modell (Blum 2015). Videre er å gjøre antagelser, eller som vi kaller det, å ta hensyn en del av forenkling. Elevene forenkler oppgaven ved å velge seg ut noen hensyn (Blum, 2015). Dermed befinner elevene seg i dette steget i modelleringsprosessen. Elevene beveger seg ofte videre til matematiseringssteget fra forenklings- og struktureringssteget, noe som er naturlig om man ser på modellen til Blum og Leiß (2007). I tillegg beveger de seg til valideringssteget noe som kommer tydelig frem hos gruppe 4 som går rett fra å planlegge hensyn til å anslå at svaret de først fikk stemmer.

5.1.3 Matematisere

I *matematiseringssteget* lager elevene en passende matematisk modell ved å matematisere hensynene de har valgt ut (Blum, 2015). Når elevene beveger seg til dette steget, er det naturlig nok ofte fra forenklings- og struktureringssteget. Vi ser også at de matematiserer konseptene på nytt etter å ha vært i valideringssteget hvor de stiller spørsmål ved det de har gjort. Felles for alle gruppene i matematiseringssteget er at de legger en plan for regneoperasjoner som skal gjennomføres og finner tall for hensynene de har valg å ta i betraktning. Elevene finner ut hva de skal gjøre og rekkefølgen det skal gjøres i. Under følger et eksempel hvor Lise$_1$ og Abdi$_1$ legger en plan for hvordan de skal gå videre etter at de har funnet ut antall innpust per minutt.

> ***Abdi$_1$:*** *Også gange med 60 for å få en time.*
> ***Lise$_1$:*** *Også kanskje til en dag?*
> ***Abdi$_1$:*** *Også gange da det med 365 for å få et år også gange da det med 13 eller 14.*

Her ser vi at elevene finner tall for hensynene, eller rettere sagt estimater for hensynene. Det vil si at de skal multiplisere med 60 minutter for å finne antall innpust på en time og 365 dager for å finne antall innpust på ett år. De legger også en plan for matematiske operasjoner ved å for eksempel si "Også gange med ...". Med dette matematiserer elevene hensynene de bestemte seg for å ta med i forenklings- og struktureringssteget og står igjen med estimater for disse hensynene.

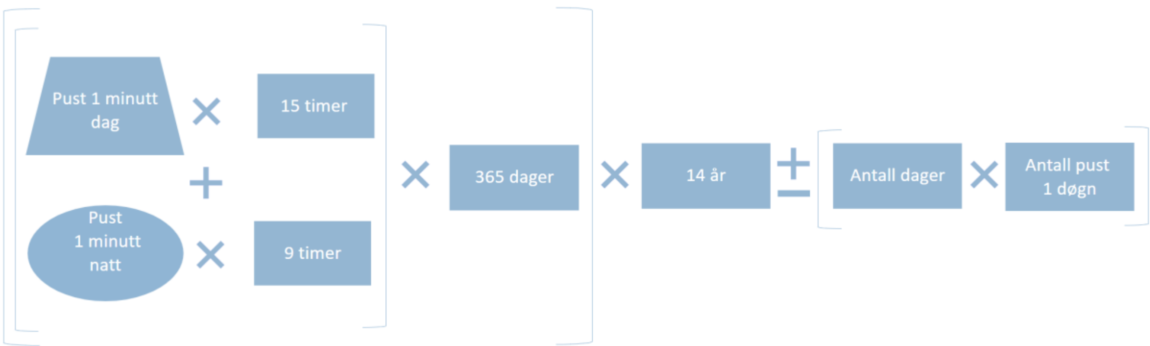
Det er ulikt mellom gruppene hvor land tid de bruker og hvor lenge de argumenterer i matematiseringssteget. Gruppe 1 og 2 er de som bruker mest tid i dette steget, og de forflytter seg til dette steget jevnt gjennom hele timen. Dette skjer når de planlegger regneoperasjoner med nye hensyn. Det som er spesielt med gruppe 4 er at matematisering for det meste dukker opp når de tar tiden og teller på nytt etter det første estimatet, men de bruker ikke tallene de finner videre og legger ikke en plan for videre regneoperasjoner som vist i forenklings- og struktureringssteget. For eksempel skal de sjekke hvor mange TikTok-videoer de ser på 1 minutt. Da de får en video som er over ett minutt og dermed ikke støtter det første estimatet avbryter de forsøket.

En annen interessant forskjell er at gruppene som jobbet med TikTokoppgaven, gruppe 3 og 4, raskere kommer til matematiseringssteget ved at de gjetter hvor mange TikTok-videoer de ser på den viss tid. Dette skjer ikke hos gruppe 1 og 2 som må ta tiden og telle for å finne et estimat. Dette kan vi tolke som at elevene har et nærmere kjennskap til TikTok og dermed lettere kan gjette seg til et estimat.

Elevene beveger seg mye frem og tilbake mellom matematiseringssteget og arbeide matematisksteget. I tillegg til dette ser vi at elevene beveger seg til forenklings- og struktureringssteget ved å gå frem og tilbake mellom denne og matematisering. Alt elevene gjør her kan gå innunder matematisering fordi de matematiserer hensynene de har tatt. I tillegg lager de en «formel» og finner tall for de ulike hensynene de skal ta i betraktning (Blum, 2015).

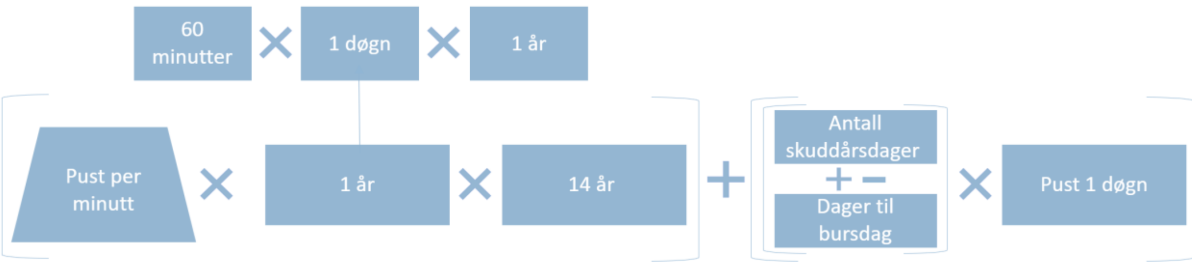
Vi ser at elevene gjør en rekke ulike matematiske aktiviteter når de arbeider med disse oppgavene. For å gjøre disse aktivitetene tydeligere har vi fremstilt dem tydeligere i Ärlebäck og Albarracíns (2019) FpAT-rammeverk som er beskrevet i teorikapitlet [se kapittel 2.5]. Først presenteres løsningen til gruppe 1 og 2 da de arbeidet med pusteoppgaven og deretter for gruppe 3 og 4 som arbeidet med TikTokoppgaven. Til tross for at to og to grupper arbeidet med sammen oppgave er det ulikt hvordan de valgte å løse oppgaven, og hvilke hensyn de valgte å ta med i betraktning.

Gruppe 1 eksperimenterte og fant antall innpust i våken tilstand for deretter å gjette på hvor mange innpust de har om natten. De antok at de sov 9 av 24 timer i døgnet og dermed var våkne 15 timer. De multipliserte antall innpust i våken tilstand med 15 og antall innpust når man sover med 9 timer og la sammen for å finne et estimat for 1 døgn. Dette multipliserte de med 365 dager for å finne antall innpust for 1 år. Fordi alle var, eller fylte, 14 år dette året multipliserte de med 14 for deretter å legge til eller trekke fra antall dager til deres fødselsdag eller dager siden de hadde fødselsdag.



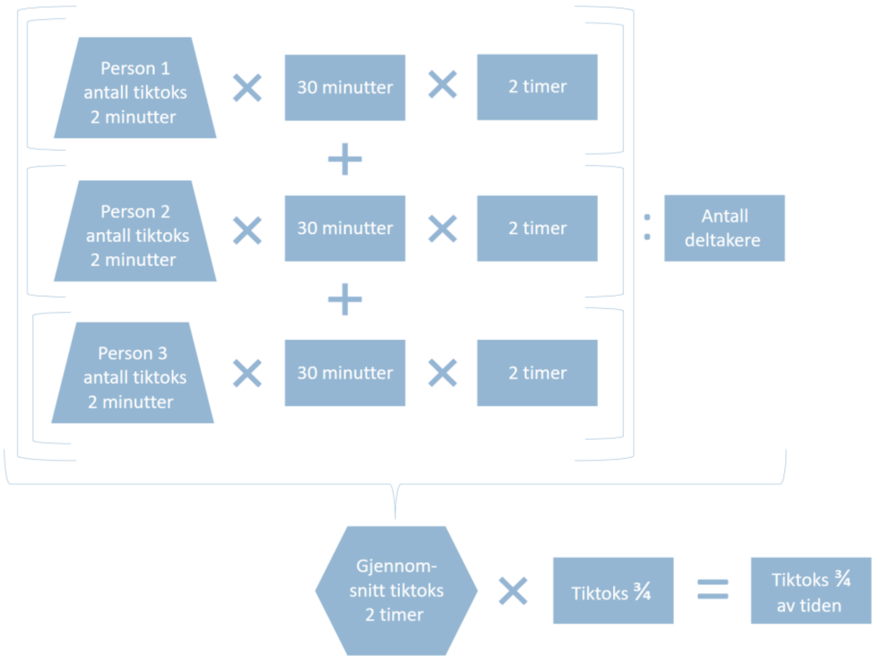
Figur 5.3 FpAT-skjema pusteoppgave, gruppe 1

Gruppe 2 gjør som gruppe 1 og tar tiden i 1 minutt for så å finne antall innpust på 1 år. Deretter finner de antall innpust på 14 år. Til dette steget gjør de akkurat det samme som gruppe 1, sett bort i fra at gruppe 2 kun gjør målinger på ett av gruppemedlemmene. Allikevel gjør gruppe 2 noen andre hensyn etter de har funnet antall innpust på 14 år. De gjør beregninger på skuddårsdager. Disse legges til svaret, og de trekker fra antall dager til personen de har testet på har bursdag.



Figur 5.4 FpAT pusteoppgave, gruppe 2.

Gruppe 3 tok tiden og fant antall TikToker de så på 2 minutter for alle tre på gruppen. De multipliserte alle tallene med 30 minutter for å finne antall TikTok-videoer på 1 time for deretter å multiplisere med 2 for å finne antall TikToker sett på 2 timer. Deretter tok de gjennomsnittet av disse tre estimatene. Dette brukte de videre for å finne ut hvor mange TikTok-videoer man ser når man bruker 30 minutter av tiden på å lage TikTok-videoer. De multipliserer derfor gjennomsnittet med ¾.



Figur 5.5 FpAT TikTokoppgave, gruppe 3.

Gruppe 4 gjetter på hvor mange TikToker de ser på 1 minutt også multipliserer opp dette med 60 for å finne antall TikToker sett på 1 time. Deretter multipliserte de med 2 for å finne antall TikToker sett på 2 timer.

Figur 5.6 FpAT TikTokoppgave, gruppe 4.

5.1.4 Arbeide matematisk

I dette steget *arbeider elevene matematisk* ved å kalkulere og sammenligne (Blum, 2015). Vi ser at elevene hovedsakelig beveger seg hit fra matematiseringssteget, noe som følger Blum og Leiß (2007) sin modell. I dette steget bruker elevene estimatene de fant i hvert delproblem fremstilt under FpAT-skjemaene ovenfor. Det var mange likheter mellom gruppene og utsagnene lyder stort sett likt for alle gruppene. Alle gruppene bruker litt tid på å komme til dette steget. Dette kan enkelt forklares med at det er naturlig å være innom andre steg først for å finne hensyn og legge en plan. Under følger et eksempel fra gruppe 3 hvor de har funnet ut at Therese$_3$ ser 23 TikTok-videoer på 2 minutter. Dette brukes til å multipliseres med 30 minutter for å finne antall TikToker på 1 time, for deretter å multiplisere med 2 for å finne antall TikTok-videoer sett på 2 timer.

> ***Oliver$_3$:*** **skriver* 23*30 også ganger 2?*
> ***Therese$_3$:*** *1380*

Disse utsagnene er typisk for alle fire gruppene. Utsagnene dreier seg stort sett om «det gange det» og alle sammen holder seg stort sett innen de fire regneartene. Etter dette kommer gruppe 1 og 3 stort sett tilbake til steget når de skal gjøre beregninger på nye hensyn. Nedenfor er et eksempel fra når gruppe 3 skal beregne hvor mange TikToker de kan se på 2 timer når de bruker 30 minutter på å lage en TikTok.

> ***Linnea$_3$:*** *Hvis jeg skal ha ¾ av noe, og det er 2000, så finner jeg først ut hvor mye ¼ er og det er 500. Også ganger jeg det med 3.*

Linnea$_3$ legger frem et forslag om at fordi 30 minutter er ¼ av tiden, kan de finne ut hvor mange TikToker man ser på de resterende ¾. Derfor finner hun ut hvor mye ¼ av TikTokene, som er 500, og multipliserer det med 3 for å finne ¾ av TikTokene. Her ser vi at Linnea bruker sine forkunnskaper om brøk og bruker det tidligere resultatet for å finne det nye. Hun ser sammenhengen mellom at de skal trekke fra 30 minutter med TikToker og at 2 timer består av fire «30-minuttere».

Gruppene kom fram til ulike svar i dette steget. Gruppe 1 kom fram til et svar på ca. 119,5 millioner innpust i løpet av livet og gruppe 2 kom derimot fram 73,5 millioner. Det er en tydelig forskjell i disse svarene. De kan forklares med at antall innpust per minutt, på dagtid, var rundt 20 hos gruppe 1 og 10 hos gruppe 2. Gruppe 2 benyttet også 10 innpust i minuttet for hele døgnet. Gruppe 3 og 4 ender også opp med veldig ulike svar. Gruppe 3 får 2000 TikToker sett på to timer og gruppe 4 får 240 TikToker sett på to timer. Dette kan skyldes at gruppe 4 er nøye på å se TikTokene ferdig før de blar videre og fordi TikTokalgoritmen har gjort at de muligens får opp lenger videoer enn gruppe 3.

Mot slutten av timen bærer det preg av at gruppene befinner seg lite i dette steget. Årsaken til at gruppe 4 ikke kommer seg hit igjen er fordi de bruker store deler av timen i for eksempel forenklings- og struktureringssteget, og dermed ikke gjør nye beregninger. Gruppe 1 befinner seg mer i dette steget fordi de gjør nye beregninger hele tre ganger i løpet av timen. Uavhengig av om de kommer tilbake til steget eller ikke kan disse utsagnene settes under arbeide-matematisk fordi det er det elevene gjør. De arbeider matematisk med tall de har kommet fram til uten at de har blitt puttet inn noen kontekst enda (Blum, 2015). Fra dette steget beveger elevene seg videre til tolkningssteget og valideringssteget ved å sette svaret inn i kontekst og stille spørsmål ved om det virkelig kan stemme.

5.1.5 Tolke

Å tolke vil si å sette det matematiske resultatet inn i den virkelige verden (Blum, 2015). Som nevnt beveger elevene seg til dette steget gjerne fra arbeide matematisksteget, noe som følger modellen til Blum og Leiß (2007). Vi ser også et par eksempler av at elevene går til dette steget fra matematisering ved å tolke hva man egentlig finner ut ved å anvende formelen de har laget. Alle gruppene bruker lite tid i dette steget sammenlignet med andre steg. Av alle gruppene er det gruppe 1 og 3 som bruker minst tid. Gruppe 1 veiledes av observatøren for å komme seg til tolkningssteget.

> ***Observatør:*** *Hva har dere funnet ut der nå da? Når dere har ganga med 60?*
> ***Gina$_1$:*** *Vi har funnet ut hvor mange ganger vi har pustet i løpet av 1 minutt.*

***Lise*$_1$*:** *Nei, 1 time.*

Gina$_1$ gjør et forsøk på å sette svaret inn i kontekst, men blir straks rettet på av Lise$_1$ som påpeker at tallet de har funnet er antall innpust på 1 time. Det skjer flere ganger at elevene kun befinner seg i dette steget fordi observatør tar initiativ og får elevene til å sette ord på det. Gruppe 1 og 3 er innom tolkningssteget noen ganger i løpet av timen og gruppene tolker svaret inn i en kontekst underveis i oppgaven. For eksempel skal resultatet for antall innpust på en time brukes for å finne antall innpust på et døgn for deretter ett år.

Gruppe 2 og 4 kommer seg til dette steget på egenhånd da de etter mellomregninger prøver å sette svaret inn i kontekst. Nedenfor følger et eksempel fra gruppe 2 hvor William$_2$ stadfester hvor mye han har pustet inn i løpet av livet.

***William*$_2$*:** *Så jeg har pustet inn 73 555 200 ganger i løpet av livet.*

Her setter William$_2$ det høye tallet de har kommet fram til inn i en kontekst som er antall innpust han har tatt i løpet av livet. Med dette setter William$_2$ det matematiske resultatet tilbake i den virkelige verden. Dette tallet gir ikke stort med informasjon uten at det settes inn i en kontekst. Herfra beveger de seg gjerne videre til validering. Tolking og validering kan komme i samme setning ved at svaret først settes inn i kontekst også valideres. Både når man tolker resultater i mellomregninger og endelige svar inn i en kontekst inngår det i tolkningssteget. Blum (2015) understreker nemlig at dette er sentralt for dette steget, tallene elevene har funnet settes inn i en kontekst.

5.1.6 Validering

Valideringssteget går ut på at vi kontrollerer hvor gyldig resultatet er (Blum, 2015). Validering er stort sett en underprosess som elevene bruker mye av tiden i [se figur 5.1]. De validerer riktignok ikke så lenge av gangen, men de befinner seg i steget jevnt gjennom timen. Skulle man skille på noe er det at det ikke kommer fullt så mye av det på slutten av timen. Det vil si at det er lite validering av det endelige resultatet. Generelt bærer utsagn i dette steget preg av at elevene forsikrer seg om svaret de har fått kan stemme, og at det er kritiske til både seg selv og andre. Det er mye likheter mellom gruppene i dette steget. Nedenfor følger et eksempel hvor elevene er kritiske til de andre på gruppen. Dette kommer fram hos alle gruppene. Gina$_1$ er for eksempel kritisk etter at Lise$_1$ har forsøkt å regne ut 10 ganger 60 da det vil gi antall innpust i timen når man sover:

> ***Lise$_1$****: Da blir det 60, og da må man ta ...*
> ***Gina$_1$****: 1 pust per minutt da? *høres skeptisk ut**
> ***Lise$_1$:*** *Og da må man ta pust på en time ...*
> ***Gina$_1$:*** *Det er 10 minutter *peker* Du sa ti pust per minutt?*

Gina$_1$ ser raskt at Lise$_1$ har regnet ut feil når hun har multiplisert 10 innpust med 60 minutter og dermed har fått 60 innpust i timen til svar. Gina$_1$ ser at dette ikke kan stemme fordi det blir 1 innpust i minuttet. Fordi hun stiller seg kritisk til dette blir det raskt oppklart. Dette er en validering av en mellomregning, men gruppe 4 skiller seg ut da de er den eneste gruppen som bruker god tid på å validere det endelige svaret. De validerer det endelige svaret de får ved å både være kritiske til det, i tillegg til å argumentere for hvorfor svaret kan stemme. Dette kan vi se i det første sitatet under hvor Fatima$_4$ ikke synes resultatet gir mening.

> ***Fatima$_4$:*** *Det gir ikke mening, å kunne se på 240 TikToker på 2 timer*
> ***Julie$_4$:*** *Pluss minus da*
> ***Maja$_4$****: Det ble veldig mye*

Fatima$_4$ og Maja$_4$ synes her at det ikke gir mening å kunne se hele 240 TikTok-videoer på 2 timer. En kan tolke det dit hen at de bruker sin kjennskap til TikTok til å validere svaret sitt. En kan tolke det som at Fatima mener at et så høyt svar ikke kan stemme. Det tyder på at elevene synes det er utfordrende å validere svaret de har fått da de ikke har et fasitsvar å validere opp mot.

Validering er et steg som viser at modelleringsprosessen ikke er syklisk, det vil si at elevene beveger seg over i dette steget fra alle de andre stegene, men noen i større grad enn andre. Selv om validering kommer etter tolkningssteget i modellen til Blum og Leiß (2007) er det ikke her den dukker opp mest rett og slett fordi det som nevnt er lite tolkning i elevens arbeid. Vi ser den stort sett etter at elevene har vært i arbeide matematisksteget. For alle gruppene dukker den også mye opp etter forenklings- og struktureringssteget. De beveger seg også videre til de fleste andre steg fra valideringssteget. Dette kan forklares med at de arbeider som gruppe og ofte må stille spørsmål til det de andre sier.

Å være kritisk og argumentere for det endelige svaret man får er det som kjennetegner validering ifølge Blum (2015). Å validere underveis er nødvendigvis ikke mot det endelige svaret, men elevene stiller seg kritiske i mellomregninger de selv eller noen på gruppen gjør ved å spørre seg selv om det kan stemme. Dermed er dette også utsagn som man ifølge Blum (2015) tilhører valideringssteget.

5.1.7 Formidle

Formidlingssteget kjennetegnes av at hele løsningen oppsummeres og skrives ned (Blum, 2015). Formidling er den underprosessen som er minst til stede når elevene arbeider på egenhånd. I den andre timen derimot viser elevene hva de har tenkt til de andre gruppene. Vi gjorde ikke taleopptak av dette da vi risikerte at elever som ikke hadde samtykket ble med på lydopptaket, men vi fikk tillatelse av Sikt [se vedlegg I] til å samle inn plakatene til elevene og ta notater underveis i presentasjonene deres. Fremføringene ble snakket om av alle gruppene i intervjuene og vi har derfor valgt å presentere funn herfra i kapittel 5.3 slik at vi unngår gjentagelser.

Vi finner allikevel noen eksempler på formidling underveis mens elevene arbeider. Noen grupper bruker mer tid på formidling enn andre. Utsagn for alle grupper bærer preg av at de diskuterer hvordan de skal skrive ned løsningen sin og at de forklarer løsningen ut ifra hensynene de har tatt. Gruppe 1 og 3 bruker minst tid i dette steget mens vi ser flere eksempler på dette steget hos gruppe 2 og 4. Alexander$_2$ fokuserer videre på å få med alle hensynene de har tatt når de skal skrive ned løsningen sin på plakaten:

> ***Alexander$_2$:*** *Det er cirka hvis man tenker med skuddår og alt.*

Alexander$_2$ oppsummerer hensynene de har tatt. Vi tolker det som at Alexander$_2$ ønsker å forsikre seg om at svaret kan stemme hvis man tar med skuddår og antall dager til William$_2$ har bursdag i beregningene. Dette tolker vi som at han forstår deres resultat deres er "korrekt" dersom man tar nettopp disse hensynene.

Vi observerer at elevene skriver ned og forklarer ut ifra hensyn underveis. Det som er spesielt med dette steget blant våre elever er at det ofte er en på gruppen som skriver ned og forklarer underveis mens de andre fortsetter i andre steg. Helt til slutt er steget mest tydelig når elevene fremfører for hverandre. I presentasjonene forklarer elevene hva de gjorde ut ifra hensynene de har tatt. Noen forklarer hvorfor de fikk høyere eller lavere resultater enn de andre gruppene. På denne måten forklarer de egne resultater med tanker på hensyn de har valgt å ta stilling til. Dette er eksempler på formidling fordi de skriver ned hele løsningen med hensynene de har valgt å ta i betraktning (Blum, 2015).

5.2 Hva slags utfordringer har elevene i arbeid med Fermi-problemer?

Både under observasjon og intervju oppsto det noen utfordringer. Først presenteres funn om utfordringer som både var synlige i observasjonene og intervjuene. Før vi går over til utfordringer som enten kun oppsto i observasjonene eller som elevene snakket om i intervjuene.

5.2.1 Hensyn og estimering som et problem

Gruppe 1, 2 og 3 gir uttrykk for at det er utfordrende å skulle ta så mange hensyn. Under observasjonene oppstår det utfordringer med å forstå at de kan gjøre et estimat dersom det ikke er mulig å finne et eksakt tall på et hensyn. For eksempel visste ikke gruppe 1 hvordan de skulle finne ut hvor mye man pustet om natta. Da de heller ikke fikk søkt seg frem til et eksakt tall visste de ikke hva de skulle gjøre. Videre forsøker gruppen å finne ut hvordan de skal vite hvor mye man puster når man sover:

> ***Gina$_1$***: *Jammen, hvordan skal vi finne ut hvor mye vi puster på natta?*
> ***Abdi$_1$:*** *Jammen, det er jo ikke akkurat å ta tiden det er jo ikke akkurat (lett) å telle pust når man ligger og sover*
> ***Lise$_1$:*** *At vi puster litt dypere, da tar vi heller at, når er det du legger deg? *Peker på Abdi$_1$**

Gina$_1$ stiller her spørsmål ved hvordan de skal finne ut antall innpust man tar når man sover. Abdi$_1$ påpeker videre at det er umulig å telle innpust mens man sover og dermed er det vanskelig å finne estimat på samme måte som de har gjort til nå. Videre fastslår Lise$_1$ at man puster litt dypere, noe som gjør at gruppen kommer inn på at det må være færre innpust i minuttet. Senere i timen ender de opp med å gjette på 10 innpust fordi alle tre hadde rundt 20 innpust i minuttet når man er våken. Her ser vi at de bruker erfaringer fra hverdagslivet ved å påpeke at man puster dypere når man sover. Lise$_1$ ønsker videre å finne ut hvor mange timer man sover og spør derfor Abdi$_1$ når han legger seg. De bruker også tallene de tidligere har kommet fram til for å gjøre et estimat.

Det at man ikke kan finne eksakte tall å bruke for å løse oppgaven gjør til og med at gruppe 2 til tider mener at oppgaven er uløselig, og at det finnes ikke et svar. At hensyn og estimering var vanskelig er også noe de legger vekt på i intervjuene da de bekrefter at de er vant til gitte variabler. De står fast når de i intervjuene skal forklare tankeprosessen rundt hvor mye William$_2$ pustet som baby. Det går som følger:

> ***Alexander$_2$:*** *Må vi da plusse på når han er mindre?*
> ***Leah$_2$:*** *Det betyr at da må vi liksom finne ut hvordan man regner ut.*
> ***Alexander$_2$:*** *Hvor mange pust han tok da, men vi vet ikke.*
> ***Leah$_2$:*** *I det året han var så og så gammel.*
> ***Alexander$_2$:*** *Det går ikke.*
> ***Leah$_2$:*** *Og så plusser vi alle de sammen.*
> ***Alexander$_2$:*** *Det går ikke, vi vet ikke hvor mye han pusta da.*

Sitatet starter med at Alexander$_2$ spør om de skal legge til antall innpust William$_2$ tok da han var liten, da de finner ut at spedbarn puster fortere enn tenåringer. Alexander$_2$ mener her at det ikke går an å ta med dette hensynet fordi de ikke vet eksakt hvor mye William$_2$ pustet da han var baby. Vi ser her at elevene snakker forbi hverandre. For mens Leah$_2$ ønsker å finne et estimat har Alexander$_2$ bestemt seg for at det ikke er mulig å finne tall for dette hensynet. Her er det litt forskjeller innad i gruppen.

5.2.2 Samarbeid

Alle grupper ser positive aspekter ved å samarbeide med medelever, dette beskrives i kapittel 5.3.3. Gruppe 2 og 3 påpeker allikevel noen utfordringer rundt samarbeidet. Gruppe 3 ønsker å se på hvor mange TikToker man ser dersom man bruker en halvtime på å lage TikToker og dermed bare så på TikTok 1,5 time. Linnea$_3$ har en ide om at de kan ta resultater for antall TikToker de hadde sett på to timer og multiplisere det med 0,75 da det gir ¾ av det opprinnelige svaret. Therese$_3$ og Oliver$_3$ synes det var vanskelig å forstå.

> ***Oliver$_3$:*** *For hvis noen kan noen ting bedre enn meg, så føler jeg at jeg ikke henger helt med på det.*

Her ser vi at det blir vanskelig når noen på gruppen kan mer enn andre og ikke får formidlet hva de mener slik at de andre forstår. Det er et brudd i kommunikasjonen mellom gruppemedlemmene. Gruppene er satt sammen tilfeldig noe som gjør at man ikke har tatt hensyn til prestasjonsnivå i matematikk. Dette kan være noe årsaken til at disse utfordringene oppstår, i tillegg kan det tyde på at Linnea$_3$ ikke får forklart på sine medelevers nivå. Vi observerte også at Oliver$_3$ og Therese$_3$ ikke gjorde noen innsats for å uttrykke at de ikke forsto, noe som kan tyde på at Linnea$_3$ ikke visste at hun måtte forklare på en annen måte. Dermed er det et brudd i kommunikasjonen begge veier.

Gruppe 2 har også litt delte meninger om samarbeidet. De forteller at det tar litt lenger tid når alle skal komme med innspill og en må argumentere med hverandre. På den andre siden forteller Leah_2 at hun hadde slurvet mye mer. Alexander_2 legger til at han ville slitt med å velge ut hvilke hensyn han skulle ta med uten hjelp fra gruppen.

5.2.3 Validering av endelig resultat er utfordrende

I observasjonene og intervjuene kommer det, som presentert under validering [kapittel 5.1.6], fram at det elevene opplevde som utfordrende å validere det endelige resultatet. Dette gjelder særlig gruppe 1 og gruppe 2. Lise_1 forteller at hun hadde trodd på tallene dersom hun hadde fått dem presentert, men at hun ikke kunne gjettet seg til et noenlunde likt svar.

> ***Leah₂:*** *Eller jeg kunne liksom forstått at det var de tallene, men jeg hadde liksom ikke trodd at jeg hadde pusta så mye.*

Dette tolker vi som at det er vanskelig å validere at dette høye tallet kan være riktig, da det er usikkert hva hun kunne "gjetta" seg frem til. Det later til at om svaret hadde blitt for eksempel 100 000 eller 10 millioner kunne vært like troverdig. Tallet er rett og slett for høyt. Gruppe 2 legger derimot vekt på at det er andre måter å validere svaret sitt på enn å sammenligne med det man kan gjette seg fram til. Elevene sier at man for eksempel kan bruke ulike framgangs-måter og se om man får noe som ligner eller sammenligne med andre grupper.

5.2.4 Mangel på benevninger

En utfordring var bruk av benevninger, dette gjelder særlig gruppe 3 og 4. Elevene regner, men skriver sjeldent hva de ulike tallene står for og dette byr på forvirring. Eksemplet nedenfor er når gruppe 3 har målt at de ser 30 TikToker på 2 minutter og skal finne ut hvor mange TikToker de dermed ser på 2 timer. De multipliserer da 30 TikToker med 30 minutter for å få antall TikTok-videoer på 1 time. De bruker riktignok ikke benevninger og når de går tilbake er de usikre på hva de har gjort når det kun står "30*30".

> ***Intervjuer:*** *Men hva regner du ut når du tar 30*30 da?*
> ***Oliver₃:*** *Det er 900.*
> ***Intervjuer:*** *Men hva er de 900 for noe da?*
> ***Oliver₃:*** *Det er hvor mange TikToker man ser.*
> ***Intervjuer:*** *På?*
> ***Oliver₃:*** *På 30 ...*
> ***Intervjuer:*** *På 30 minutter?*

*__Oliver$_3$:__ Jaa *usikker* eller nei..*

Her ser vi at elevene helt fint klarer å regne ut 30 multiplisert med 30, men at mangelen på benevninger gjør dem usikre på om de ser 900 TikToker på 30 minutter, 1 time eller 2 timer. Intervjuer prøver flere ganger å få elevene til å sette tallet 900 inn i en kontekst og det kommer tydelig fram at elevene er usikre på hva tallet står for. Noe av forvirringen oppstår nok også fordi Oliver$_3$ ser akkurat 30 TikToker. Dermed er det samme tall multiplisert med seg selv og de blir usikre på hvorfor de har gjort nettopp dette. Gruppe 4 har en lignende forvirring når de skriver «2 40 sekunder». En annen på gruppen leser dette som 240 sekunder, mens den som skrev den mente 2 minutter og 40 sekunder. Her er sifrene i ulike tallsystemer og det blir dermed ikke det samme. Disse to situasjonene blir enda mer utfordrende når det er flere på gruppen. For en av elevene er det kanskje tydelig at «2 40» betyr 2 minutter og 40 sekunder, men det er det derimot ikke når det leses av noen andre på gruppen.

5.3 Hvilke refleksjoner gjør elevene seg om å arbeide med Fermi-problemer?

I dette delkapittelet følger resultater fra intervjuene. De er delt inn etter hovedtemaene som er presentert i kapittel 4.2. Først presenteres sentrale *aspekter ved oppgaven*, deretter *åpen oppgave* og videre *samarbeid*. Siste delkapittel kalles *fremføring og hva ville de gjort annerledes?*

5.3.1 Aspekter ved oppgaven

I intervjuene forteller elevene mye om tidsbruk og oppgavens relevans. Disse er begge aspekter rundt oppgavene elevene jobbet med og derfor har vi valgt å kalle delkapitlet «aspekter ved oppgaven». I tillegg er de nært knyttet til hverandre fordi man etter vår mening bør bruke god tid på Fermi-problemer. I tillegg kan elevene gjøre disse oppgavene mer relevante for seg selv ved å ta hensyn til det de kan om konteksten og ser nødvendig å ha med. Dermed har alle begge to fått plass i dette delkapittelet.

Generelt sett uttrykker alle gruppene at arbeidsmåten var interessant og at den skilte seg ut fra slik de vanligvis arbeider, noe Oliver$_3$ uttrykker.

> ***Oliver$_3$**: Jeg synes det har vært en interessant og litt sånn enestående måte å lære på da.*

Tre av gruppene sier at de ønsker å jobbe mer på denne måten. Gruppe 4 lurer også på om dette er noe vi skal fortsette med videre. Dette tilsier at elevene alt i alt synes det var positivt å arbeide med Fermi-problemer.

Tidsbruk

Alle grupper oppgir at de liker å bruke god tid på én oppgave. Noen grupper uttrykker under intervjuene at de ville hatt mer tid slik at de kunne tatt enda flere hensyn. Videre funn angående tidsbruk handler om at elevene ikke er vant til å ha så god tid på kun én oppgave, men at dette slettes ikke oppleves negativt. Lise_1 fra gruppe 1 forteller om dette når de får spørsmål om hva elevene synes om å arbeide med Fermi-problemer. Det kommer til syne i sitatet nedenfor:

> **$\textbf{Lise}_1$**: *Og hver oppgave pleier jo å ta ... Eller det pleier liksom å være ganske mange forskjellige oppgaver. Men her hadde vi bare en oppgave å fokusere på, det var ganske gøy.*

Her påpeker Lise_1 at de er vant til å gjøre flere oppgaver hver time, noe som gjør at det blir kortere tid til hver oppgave. Videre sier hun at hun liker å kun arbeide med én oppgave. Dette tolker vi som at hun liker oppgaven til tross for at den er stor og omfattende, og selv om den krever flere regneoperasjoner holder den seg til én kontekst hele tiden. Videre ser hun at alle regneoperasjonene er en del av veien til det endelige resultatet. Elevene blir nemlig spurt om de synes at de gjør mindre matematikk denne timen selv om de kun har gjort én oppgave. Gina_1 mener ikke det og det begrunner hun med at de brukte flere regneoperasjoner og gjør mange mellomregninger i én oppgave.

> ***$\textit{Gina}_1$**: For da var jo forskjellige: vi måtte plusse, minuse, gange så det er jo ganske mange måter å jobbe med matte på ...*

Med dette kan vi tolke at elevene synes timen var like nyttig selv om de kun jobbet med en oppgave da de kunne fokusere på samme oppgave over lenger tid. I tillegg er det flere deloppgaver innen samme oppgave så det ble ikke slik at elevene gjorde færre regneoperasjoner enn i en "vanlig time". De benyttet seg også at flere regnearter.

Relevans

Gruppe 1, 3 og 4 gir, etter spørsmål om hva de tenker om oppgavene, uttrykk for at oppgaven oppleves mer relevant enn matematikkoppgavene de er vant med.

> ***Abdi$_1$****: At vi faktisk kan ha bruk for det, å regne de ut i stedet for å sitte og gjøre oppgaver. Som kanskje ikke er ... Som virker så relevante da*

Abdi$_1$ sier her at han mener de får bruk for denne måten å jobbe på senere i livet. Dette kan vi tolke som at den har innvirkning på andre aspekter enn skolen og matematikkundervisningen. Elevene har funnet fremgangsmåten for å løse et problem selv og vi kan tolke dette som at de øver seg på å løse problemer. Elevene kan også lære litt av konteksten oppgaven er satt i. Gruppe 3 uttrykker at TikTokoppgaven ga mer innblikk i hvor mange TikToker man faktisk ser, og at kjennskapet til appen fra før av gjorde det lettere å velge hva man skulle ta hensyn til.

> ***Oliver$_3$****: Meg som ser mye på TikTok da, jeg tenker jo at jeg vet litt hvordan jeg bruker appen.*

Med dette ser vi at elevene bruker livserfaringene de har for å løse oppgaven, særlig det å komme på hensyn de skal ta med i beregningene. Dette påpeker Oliver$_3$ ved at han vet hvordan TikTok fungerer og dermed har kjennskap til de ulike aspektene som kan ha innvirkning når man skal regne ut hvor mange TikToker man ser. Dette kan for eksempel tid man bruker i kommentarfeltet og at man ikke alltid ser hele videoen før man blar videre.

Gruppe 2 skiller seg fra de andre gruppene, hvor Leah$_2$ uttrykker oppgaven ikke er fullt så relevant da hun ikke har behov for å regne ut akkurat dette. Her kommer det tydelig fram at elevene har jobbet med to ulike oppgaver. Gruppe 3 og 4 har arbeidet med TikTokoppgaven og uttrykker at oppgaven føles mer virkelighetsnær. TikTok er en kjent app for elevene og dermed følte de selv at de satt med en del forkunnskaper som kunne bistå dem. Det tilsier at det er ulikt hvordan gruppene har tolket spørsmålet om relevans. Gruppe 1, 3 og 4 uttrykker at oppgaven oppleves relevant da det er kjente kontekster og at de ser verdien av å jobbe med dette da det kan hjelpe dem å løse lignende oppgaver og situasjonen i fremtiden. Gruppe 2 derimot tolker spørsmålet litt mer bokstavelig og tenker at pusteoppgaven ikke gir dem så mye nyttig informasjon som de kan ta med seg videre i livet.

5.3.2 Åpen oppgave

Alle grupper forteller i intervjuene at de ser noe positivt ved at oppgaven er åpen. Gruppe 1 og 2 utrykker at de synes det er gøy å finne sin egen fremgangsmåte. Særlig gruppe 2 snakket mye om dette. Alexander$_2$ uttrykker dette når han får spørsmål om hva han synes om arbeidsformen:

> ***Alexander$_2$:** Det var interessant på en sånn, det var sånn spennende fordi vi fikk jo sånn tenke på noe som er liksom umulig å tenke på. Så vi må liksom bare finne ut hvordan vi kan løse det problemet …*

Alexander$_2$ sier dermed at det er interessant å gå fra noe som er umulig å tenke på til at man finner en løsning på problemet. Han påpeker her at det umiddelbart ikke er mulig å finne et svar og at problemet ser ut som umulig å løse. Det kan tolkes som om Alexander$_2$ synes at det er spennende å finne et svar på noe som er umulig å svare på, selv om vi tidligere har sett at det også er utfordrende. Han konstaterer at de må finne ut «hvordan» de kan løse problemet, da blir fokuset på hvordan de skal finne ut av det.

Alle gruppene presiserer også at dette er en ny måte lære på. Gruppe 4 sier at denne oppgaven skiller seg fra "oppgavene i boka". Et annet sentralt funn er at særlig gruppe 2 forteller om at oppgaven heller fokuserer på framgangsmåter fremfor et fasitsvar og bidrar til mye tenkning:

> ***Leah$_2$:** Det å regne på den var litt mer viktig enn svaret. Og det er jo egentlig det vi ønsker å lære da. Vi ønsker ikke å lære svaret. Vi ønsker å lære oss regnemetodene, alle de reglene og sånn.*

Dette viser at elevene liker å kunne tenke seg frem til egne framgangsmåter, og at de må velge egne hensyn gjør at fremgangsmåte er viktigere enn et fasitsvar. Vi tolker det som at det er lettere å prøve seg fram uten et press på kun én korrekt framgangsmåte. Leah$_2$ sier til og med at dette er dette de ønsker å lære seg, de matematiske fremgangsmåtene og reglene.

Uten fasit

Gruppe 1, 2 og 4 forteller om at de synes det var gøy og interessant å jobbe med matematikk-oppgaver uten fasitsvar. Dette forteller de om når de får spørsmål om hva de synes om denne arbeidsformen i matematikk.

> **Gina$_1$:** *Det var ganske gøy, det var liksom ikke noen fasit. Det pleier liksom å være fasit til hver oppgave, men her måtte du liksom komme deg fram til det selv.*

Gina$_1$ uttrykker her at oppgaver uten fasitsvar skiller seg fra oppgavene de er vant til å jobbe med. Dette var noe de likte ved oppgaven. Hun påpeker også at de måtte komme frem til hvordan man skulle løse oppgaven på egenhånd, da det ikke sto i oppgaven hvordan den skulle løses. Noen av gruppene uttrykker også at det å jobbe uten et fasitsvar gjør at fokuset i oppgaven blir flyttet fra selve svaret og over på det å lære. Dette kan tolkes som at når det finnes et fasitsvar blir fokuserer elevene mest på å finne det rette svaret, og blir dermed redd for å gjøre feil. I denne oppgaven hvor det ikke finnes et fasitsvar er det rimelig å anta at denne frykten blir mindre.

Gruppe 4 blir spurt om hva de tenker om at oppgaven ikke har et fasitsvar og gir uttrykk for at de synes det er behagelig å ikke måtte forholde seg til et fasitsvar. Derimot sier de at de trodde de hadde gjort feil når de så hva de andre gruppene sitt resultat var. Dette svarer Fatima$_4$ da hun for spørsmål om hva de tenker om fremføringen med de andre gruppene:

> ***Fatima$_4$**: Ehh, jeg begynte å tenke sånn: er det vi som er på bærtur?*

Her trodde gruppe 4 at de hadde tatt feil fordi deres svar var langt unna de andre gruppene sitt, noe som viser at de ofte sammenligner svar da de vanligvis jobber med oppgaver som har en fasit. Vi tolker det som at de synes det var behagelig uten fasitsvar når de jobbet selv, men at det var litt mer skummelt når de så de andre gruppene sitt svar. Dette førte til at det ble vanskelig å bruke en valideringsmetode de er vant til å bruke.

Gruppe 3 skiller seg fra de andre gruppene når det kommer til fasitsvar. De uttrykker at det var vanskelig å komme i gang med oppgaven når det ikke var noe fasitsvar. Noe som tilsier at dette er en uvant måte å jobbe på for elevene, og at fasitsvaret ofte brukes som noe man skal komme frem til.

5.3.3 Samarbeid

Alle fire gruppene forteller at å jobbe sammen som gruppe har vært en ressurs. Samarbeid kommer opp flere ganger når de får spørsmål om hva de synes har fungert bra:

> ***Lise$_1$:** Samarbeidet kanskje*
> ***Gina$_1$**: Jaa*
> ***Abdi$_1$**: Det at vi satt med noen man kanskje ikke kjenner altfor godt, at vi fikk jobbe sammen*

Her påpeker Lise$_1$ som nevnt at samarbeidet har fungert bra. Abdi$_1$ kommer også med et svært viktig poeng, den sosiale verdien av samarbeidet. Å bli bedre kjent med de andre i klassen er med på at samarbeidet sees som noe positivt. Etter oppfordring fra intervjuer gjør de seg også noen tanker om hvordan de tror det hadde vært å jobbe alene med denne oppgaven.

> ***Gina$_1$**: For liksom, hvis du ikke vet helt hvordan du skal regne det ut, eller hvordan du skal komme frem til det så har du noen du kan samarbeide med for å komme frem til det.*

Gruppe 1 kommer her med enda en fordel ved å jobbe i grupper. Gina$_1$ forteller om tryggheten samarbeidet gir når man står fast. Therese$_3$ fra gruppe 3 og Julie$_4$ fra gruppe 4 forteller også at de ikke hadde kommet på alle de ulike hensynene på egenhånd, noe som understreker tryggheten ved å ha en gruppe. Både gruppe 1 og 3 forteller videre at det er en ressurs at alle har ulike bidrag, og Oliver$_3$ mener at alle bidrag ble hørt. Vi observerer at alle elever bidrar i gruppearbeidet, selv om noen bidrar mer enn andre. I tillegg har vi notert utsagn og innspill fra alle elevene. Det er derimot litt ulikt hvordan gruppene har valgt å fordele arbeidet. Gruppe 1 forklarer gruppearbeidet slik:

> ***Lise$_1$**: Også kan én gjøre det og noen andre gjøre det liksom så da går det kanskje litt fortere også.*

De valgte dermed å benytte muligheten til å fordele oppgaver siden de var flere. Gruppe 4 derimot forteller at de gjorde alle delene sammen som en gruppe. Selv om gruppearbeidet ble løst ulikt virker det som at begge grupper ser verdien av samarbeidet, og ser det sosiale og morsomme ved å arbeide i gruppe. Å jobbe sammen kan også oppleves som mer motiverende og interessant, noe Therese$_3$ understreker i sitatet nedenfor.

> ***Therese$_3$:** Jeg synes det var mye gøyere enn å jobbe "vanlig".. Fordi liksom, det er litt kjedelig å bare sitte å jobbe alene og ikke sammen.*

5.3.4 Fremføringer og hva ville de gjort annerledes?

Etter spørsmål om hva elevene synes om fremføringene snakker alle gruppene om at de synes det var spennende å se hva de andre gruppene hadde tenkt når de viste sine løsninger av oppgaven. De sa det at det var interessant å se hva de andre gruppene hadde gjort annerledes enn dem. Gruppene begynte også å sammenligne både svar og løsninger.

> ***William$_2$:** Var interessant å se hvordan de andre hadde løst det.*
> ***Leah$_2$:** Ja, også kunne vi liksom sammenlikne svarene.*
> ***Alexander$_2$:** Og hvordan de hadde tenkt og sånn. William$_2$ hadde jo veldig få pust i forhold til alle de andre.*

Her ser vi at elevene reflekterer rundt hvorfor gruppene fikk ulike resultater på grunn av forskjellige variabler. Det fremtrer også som at de liker å kunne sammenligne med de andre gruppene på denne måten, og at det var læring i refleksjonene. Dette tolkes som at elevene ble mer klar over hva som hadde innvirkning på resultatet og dermed hvorfor de fikk så ulike svar.

Gruppe 1 forteller at de synes det var morsomt å vise sin egen fremgangsmåte samt å se hva de andre hadde tenkt. Gruppe 3 derimot likte ikke så godt å dele selv, men forteller videre at de allikevel likte fremføringene fra de andre gruppene. Oliver$_3$ forteller at de fikk nye ideer til hvordan oppgaven kan løses og følte dermed at de lærte av hverandre. Dette understreker at elevene synes det å høre andres løsninger var interessant og lærerikt. Noe som tyder på at dersom elevene skulle gjort oppgaven igjen ville de kanskje brukt noen av fremgangsmåtene og hensynene til de andre gruppene.

Vi observerte at gruppe 4 brukte en del tid mens de jobbet på å sammenlikne med andre grupper. Dette gjorde dem usikre på eget svar, da svarene i oppgaven var svært ulike ettersom de hadde tatt ulike hensyn. Dette fremkommer også i intervjuet etter spørsmål om hva de tenker om fremføring:

> ***Fatima$_4$:*** *Ehh, jeg begynte å tenke sånn: er det vi som er på bærtur?*
> ***Julie$_4$:*** *Ja, fordi sånn noen av de hadde liksom noen litt rare metoder, vi skjønte liksom ikke helt hvordan de på 1 minutt hadde klart å se 30 videoer. Der vi hadde sånn: 5 videoer, 4 videoer og 1 video.*

Gruppe 4 stiller seg kritiske til at man skal klare å se 30 videoer på 1 minutt når de selv ser rundt 4. Her ser vi igjen at elevene tror de har gjort noe feil da svarene er veldig ulike fra de andre gruppene. De reflekterer rundt hvordan de andre kom frem til så ulike variabler fra deres egne. Det viser derimot at de forstår at variablene påvirker hvor høye svarene blir. Det er dermed variablene og ikke svarene til de andre de er kritiske til.

I intervjuene ble gruppene også spurt om det var noe de ville gjort annerledes om de hadde fått oppgaven på nytt. Da svarte flere av gruppene at de ville angrepet oppgaven annerledes fra start. Elevene på gruppe 2 forteller at de ville gjort beregninger på hensyn som de kom på i løpet av arbeidet. Etter hvert som de kom på flere hensyn følte de at oppgaven ble vanskeligere og vanskeligere. De kom fram til at det kunne vært hensiktsmessig å ha en lenger tankeprosess før de satte i gang med selve utregningen, dette kommer fram i intervjuene etter spørsmål om hva som var vanskelig. Da kommer Leah_2 med et forslag om å tenke litt lenger før man setter i gang med oppgaven:

> ***Leah₂**: Så egentlig burde vi hatt sånn brainstorming helt på starten.*

5.4 Oppsummering av funn

Med dette er funnene fra observasjon og intervju lagt frem. Av stegene i modelleringssyklusen ser vi spor av alle, men det er ulik grad av hvor synlige de er. Elevene er kort innom konstrueringssteget. Dette steget byr senere på utfordringer for gruppe 4 i form av tolkning av oppgavetekst. Tolkningssteget og formidlingssteget er også to av underprosessene som elevene bruker lite tid i sammenlignet med de andre stegene. Elevenes oppgaveløsning bærer preg av at observatøren måtte lede dem innom tolkningssteget for at mellomregningene skal tolkes inn i en kontekst. To steg som er mer synlig er matematiserings- og arbeide matematisksteget. I arbeide-matematisksteget sier og gjør elevene stort sett det samme. Matematisering bærer preg av at elevene legger en plan for regneoperasjonene de skal gjennomføre og finner tall for hensynene de skal bruke. I arbeide matematisksteget bruker elevene for det meste de fire regneartene. Både matematisering og arbeide matematisk kommer som regel igjen når elevene finner nye hensyn de ønsker å ta med i beregningene. Forenklings- og struktureringssteget og valideringssteget er de to stegene som synes aller mest. Forenklings- og struktureringssteget sees når elevene legger en plan og velger ut hvilke hensyn de skal ta. Noen grupper argumenterer mye mens andre går for første og beste plan. Valideringssteget får som nevnt også mye plass, men det er mest mellomregningene som valideres. Det bærer også preg av at elevene er kritiske til seg selv og de andre på gruppen.

Både i observasjonene og intervjuene oppsto det noen utfordringer. Elevene synes det var uvant å skulle finne variabler selv og så noen utfordringer med samarbeidet. Vi observerte også at manglende bruk av benevninger gjorde oppgaven utfordrende for gruppe 3 og 4.

Elevene har mange refleksjoner rundt denne måten å jobbe på. De liker at de får god tid, å jobbe i gruppe, at oppgaven er åpen og at det føles relevant. De ser også stort sett på samarbeidet som en ressurs ved at man for eksempel kan få hjelp. Samarbeidet er noe de bruker de mye tid på å snakke om. De legger også til at de følte de kunne lære av de andre gruppene sine fremgangsmåter. Disse funnene er sentrale videre i oppgaven og vil diskuteres opp mot teori og tidligere forskning i neste kapittel. Noen hovedfunn fra kapittel 5.1 og 5.2 er illustrert nedenfor:

Gruppe	Hensyn	Estimert tid brukt i de ulike stegene	Utfordringer	Endelig resultat av oppgaven
1	Pust 1 minutt Pust dag og pust natt Gjennomsnitt Bursdager		Hensyn og estimering Validering	119 575 867 innpust i løpet av livet
2	Pust 1 minutt Bursdag Skuddårsdager		Hensyn og estimering Validering Samarbeid	73 555 200 innpust i løpet av livet
3	TikTok 2 minutter Gjennomsnitt Bruker tid på TikTok Se så naturlig som mulig		Validering Samarbeid Benevninger	2000 TikToker på 2 timer
4	Antall TikToker sett på 1 minutt Se hele TikToken Gjennomsnitt av 5 TikToker		Hensyn og estimering Benevninger Oppgavetekst	240 TikToker på 2 timer

Konstruere · Strukturere og forenkle · Matematisere · Arbeide matematisk · Tolke · Validere · Formidle

Figur 5.7 Oversikt over gruppenes hensyn, tid i faser, utfordringer og endelig resultat

6 Diskusjon

I dette kapitlet blir funnene våre diskutert opp mot tidligere forskning og teori som ble presentert i kapittel 2. Denne oppgaven har som hensikt å få innsikt i elevers arbeid med matematisk modellering, herunder Fermi-problemer, samt få innsikt i deres refleksjoner rundt denne måten å jobbe på i matematikkundervisning. Vi repeterer problemstillingen oppgitt i kapittel 1:

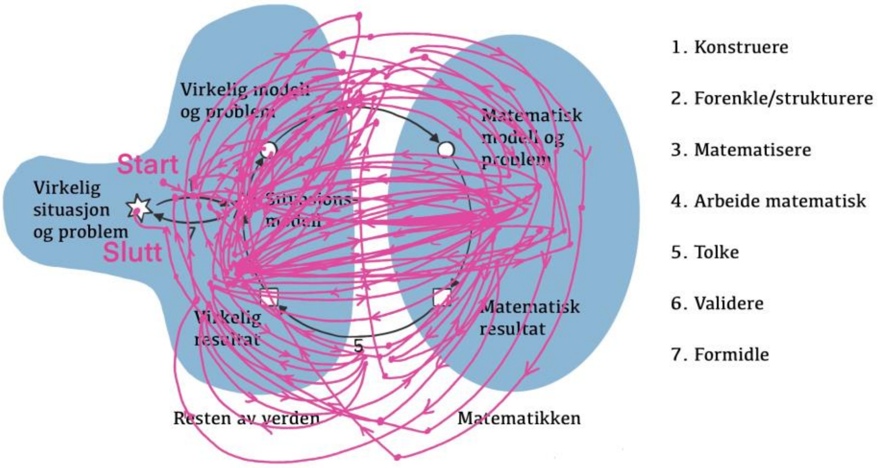
Hvordan arbeider ungdomsskoleelever med matematisk modellering, i form av Fermi-problemer, og hvilke refleksjoner gjør de seg rundt slik arbeid?

Kapittel 6.1- 6.4 skal ut ifra funnene våre, teori og tidligere forskning forsøke å besvare denne problemstillingen. Didaktiske implikasjoner følger fortløpende i teksten. Årsaken til dette er for å sikre en flyt i teksten og for å unngå for mye gjentagelse.

6.1 Fermi-problemer fungerer som inngang til modellering

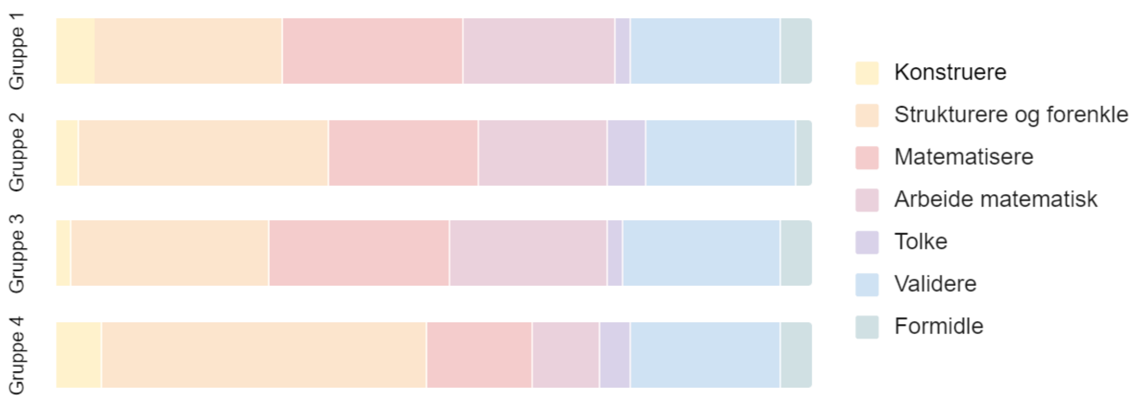
Alle steg er representert

Fra funnene våre kan vi se at elevene noen ganger beveger seg syklisk, for eksempel fra forenklings- og struktureringssteget til matematiseringssteget, er ikke dette alltid tilfelle. Vi har redegjort for hvor elevene kommer fra og hvor de beveger seg til under hvert steg, og noen steg viser til stor variasjon. Noen av gruppene beveger seg flere runder rundt i syklusen samt mye frem og tilbake. I tillegg hopper noen grupper over steg. Dette understreker Borromeo Ferri (2007) sitt poeng med at modelleringsprosessen ikke foregår syklisk. Det finnes også variasjoner mellom gruppene. Dette illustreres i figuren nedenfor, som først ble presentert i kapittel 5.



Figur 5.2 Framstilling av gruppe 1 sin modelleringsprosess.

Vi ser derimot at alle stegene er representert. Dermed har vi tilegnet oss nyttig og interessant innsikt om alle underprosessene. Blomhøj og Jensen (2007) påpeker i sin artikkel at en må være innom alle stegene for å ha modelleringskompetanse. Med dette kan vi tolke det som at våre elever innehar modelleringskompetanse. Dette beskrives nærmere i kapittel 6.2. Det er som nevnt ulikt hvor mye tid gruppene bruker i de ulike stegene. Overordnet kan man se en del likheter koblet til eksempelet fra Ärlebäcks (2009) MAD-skjema for Fermi-problemer [se kapittel 2.5.4]. Funnene hans tyder på at det brukes lite tid i konstrueringssteget i forhold til de andre stegene. Et eksempel på dette er tatt med i kapittel 2.4. Det brukes videre mye tid i å lage modellsteget og valideringssteget i Ärlebäcks (2009) sine funn, noe det også gjør blant våre elever i de tilsvarende stegene i modellen til Blum og Leiß (2007). Å lage en modell tilsvarer som beskrevet forenklings- og forenklingssteget og matematiseringssteget sammen (Ärlebäck, 2009). Med dette kan vi se at våre funn stemmer overens med tidligere studier om forhold mellom tid brukt i de ulike stegene. Vi påpeker igjen at vi operasjonaliserte Blum og Leiß (2007) sin modell. Allikevel er det interessant at funn fra vår studie og funn fra Ärlebäck (2009) sine studier da MAD-skjemaet er utviklet for Fermi-problemer. I funnene oppsummerte vi disse forskjellene ved å presentere en illustrasjon. Denne har vi valgt å ta med her for at leser skal kunne se til den underveis.



Figur 5.1 Illustrerer forholdet mellom de ulike stegene i modelleringssyklusen.

Figur 5.1 illustrerer at elevene bruker store deler av tiden i forenklings- og struktureringssteget. De planlegger og velger ut hvilke hensyn de skal ha med i beregningene. Blum og Ferri (2009) legger vekt på at forenklings- og struktureringssteget er utfordrende for elevene. De understreker at elevene strever med å utføre planen da de ikke finner et eksakt svar på hensynene de ønsker å ta (Blum og Ferri, 2009). Dette er også et problem for våre elever. Det at elevene strever i dette steget tolker vi som en årsak til at de bruker store deler av tiden i steget. Særlig Alexander2 henger seg opp i at oppgaven ikke er mulig å løse da det ikke finnes et eksakt svar for hensynene og gruppen bruker mye tid på å argumentere seg imellom. Det betyr altså at det er utfordrende å skulle estimere. For gruppe 4 er dette også et lignende problem da de ikke kommer seg videre med hensynene de ønsker å gjøre beregninger på. Dette stemmer overens med Moreno et al. (2021) sin *type 1 feil*. Her kommer elevene på hensynene, men de vet ikke hvordan de skal gjøre beregninger på dem (Moreno et al., 2021). Noe også Niss og Jankvist (2020) sin forskning støtter oppunder. De forklarer at deres *type 3 feil* innebærer at elevene har problemer med å kalkulere, noe som for eksempel kan være å matematisere modellen. Dette ser de også ut til at våre informanter til dels synes er utfordrende. Allikevel klarer elevene til slutt å lage modeller og viser ved å bruke mye tid i forenklings- og struktureringsteget at de klarer å knytte hensyn fra hverdagen inn i oppgaven. De forstår at disse hensynene vil ha innvirkning på det endelige resultatet.

Etterfølgende steg i modelleringssyklusen er matematisering. Den er også mye synlig i elevens arbeid i forhold til andre steg. Dette er illustrert i figur 5.1. Her matematiserer elevene relasjonene og hensynene de fant i steget før. Det kan for eksempel være om man skal gjøre egne beregninger på innpust om natten, og i arbeid med TikTokoppgaven kan det være om en skal ta i betraktning at man ikke ser TikTok-videoer ferdig. Informasjon, eller data, elevene må hente ut fra oppgaveteksten kan være ordet "kan" samt "2 timer" fra TikTokoppgaven. Dette er karakteristikker på det Hana (2013) omtaler som *empiriske modeller*, som referer til modeller som lages ut ifra et datasett for å passe til dette datasettet. I våre funn ble elevenes empiriske modeller fremstilt i Albarracín og Ärlebäcks (2019) FpAT rammeverk. Det er interessant å se at elevene tar i bruk alle de fire ulike matematiske aktivitetene Albarracín og Ärlebäck (2019) beskriver, men noen aktiviteter tas i bruk i større grad enn andre. *Søke etter data* er godt representert. Det er derimot interessant å se at elevene avanserer oppgaven ved å for eksempel eksperimentere og ta gjennomsnittet. Dermed er også eksperimentering og statistisk datainnsamling også representert i elevenes modeller. Alt dette viser at variasjonen i de matematiske aktivitetene elevene har gjort for å løse Fermi-problemet.

Validering er overraskende mye synlig i elevenes modelleringsprosesser og elevene vender som nevnt tilbake til dette steget mange ganger. På den ene siden legger Blum og Ferri (2009) vekt på at dette steget er utfordrende for elevene. Flere studier forklarer at en utfordring rundt validering da elevene ikke sjekker om det de har kommet fram til er fornuftig og gir mening, at de rett og slett ikke validerer (Blum & Ferri, 2009; Niss & Jankvist, 2021; Moreno et al., 2021). Våre funn viser også at validering av endelig resultat er utfordrende av samme årsak som Blum og Ferri (2009) presenterer. Elevene sier selv at de ikke tenker over å validere det endelige svaret samt at tallet fra pusteoppgaven er såpass høyt at de tror de kan stemme, men at det er vanskelig å vite sikkert. På den andre siden ser vi at elevene klarer å validere fremgangsmåter og mellomregninger og bruker mye tid på dette. Dette funnet kan støttes av Ärlebäck (2009) som argumenterer for at validering er noe elevene får til og det ser vi at våre elever også gjør underveis i arbeidet.

Videre ser vi at noen steg er mindre representert av ulike årsaker, slik det framgår i funnene våre. Konstrueringssteget er en av dem. Den brukes som regel bare i starten av arbeidet og noen grupper kommer tilbake til den noen få ganger. Dette samsvarer med flere av Ärlebäck (2009) og Albarracín et al. (2019) sine fremstillinger i MAD-skjemaet som viser at elevene befinner seg i konstruering i starten av arbeidet og kommer tilbake til konstruering igjen mot slutten av timen. På den ene siden påpeker Blum og Ferri (2009) at dette steget kan være utfordrende for elevene, noe våre informanter også gir uttrykk for selv om de tar lett på oppgaveteksten i starten av timen. På den andre siden beveger de seg allikevel raskt videre til neste steg så mye tyder på at elevene selv tenker at de har plukket ut det trenger av informasjon og forstått oppgaveteksten. De henger seg dog opp i oppgaveteksten litt senere i timen og er usikre på hva som menes med den. Som nevnt under funn henger spesielt gruppe 4 seg opp i oppgaveteksten og lurer på hva som menes med ordet *kan.* Steget de opplever disse utfordringene i kalles konstrueringssteget. Blum og Ferri (2009) understreker at dette er et steg hvor elevene ofte strever. Dette stemmer dermed for noen av våre informanter også.

Tolkningssteget er også et steg elevene befinner seg lite i. Et interessant funn er at dette steget gjerne befinner seg sammen med validering, noen ganger i samme setning. Dette stemmer godt overens med Blum og Leiß (2007) sin modell da de er etterfølgende steg. Det er allikevel interessant å se til Ärlebäcks (2009) rammeverk MAD hvor tolkning og validering er et og samme steg fordi de kan være utfordrende å skille. Dette har vi som nevnt også sett flere eksempler på i våre funn. En mulig årsak til at tolkningssteget er lite representert blant våre elever kan være mangelen på benevninger. Da elevene bruker lite benevninger byr det på utfordringer, særlig for gruppe 3 og 4. For eksempel står gruppe 3 fast når de skal multiplisere 30 med 30 og ikke forstå hva noen av tallene står for. Mellomregningene tolkes ikke inn i en kontekst. Blum og Ferri (2009) nevner ikke dette steget eksplisitt som et steg det er mye utfordringer rundt, men våre informanter opplever allikevel utfordringer i forbindelse med den. Fordi elevene sier at de er vant til oppgaver med gitte variabler er det også rimelig å anta at det er vant til gitte benevninger. Når dette er noe elevene må finne ut av selv byr det på utfordringer.

Oppgaver med gitte variabler og benevninger har langvarige tradisjoner i oppgaveparadigmet (Skovsmose, 2001) og fordi elevene ikke har arbeidet så mye med å bruke egne hensyn er det heller ikke unaturlig at de synes dette er vanskelig. Fordi oppgaven gir mulighet for mange fremgangsmåter og ikke har noen fasit kan man si at den befinner seg i et *undersøkelseslandskap* (Skovsmose, 2001). En annen årsak til at man kan argumentere for at elevene befinner seg i et *undersøkelseslandskap* er fordi de har akseptert invitasjonen til å finne mulige forklaringer på Fermi-problemet. I tillegg til at de bestemmer hvordan arbeidet skal gjennomføres og hvilke hensyn som skal tas i betraktning. Dette er, ifølge Skovsmose (2001), kjennetegn på et *undersøkelseslandskap*. I tillegg er oppgavene laget nært knyttet til virkeligheten og en kan dermed argumentere for at de befinner seg i læringsmiljø 6 da de både er virkelighetsnære og utforskende. Dette er en mulig forklaring for at elevene synes det er utfordrende å ta egne hensyn. Hensynene, med tilhørende benevninger, er ikke oppgitt i oppgaveteksten og dermed brytes den *didaktiske kontrakten* fordi verken oppgaven innehar en bestemt fremgangsmåte eller et spesifikt svar (Skovsmose, 2001). Vi kan dermed si at vi befinner oss i *risikosonen* ved at en slik type oppgave bidrar til mer uforutsigbarhet (Skovsmose, 2001). Vi vet fra tidligere forskning at denne uforutsigbarheten og tidsaspektet oppleves som en barriere for lærere når det kommer til arbeid med modellering (Lesh & Caylor, 2007; Blum & Ferri, 2014).

Innblikket i disse stegene ser vi som et av våre bidrag til forskningsfeltet. I tillegg kan utfordringene som oppstår i stegene være av betydning for matematikklærere fordi man da vet hva en kan bistå elevene med. Til slutt kan det være oppmuntrende å se at selv uerfarne elever klarer å benytte seg av alle stegene, dette diskuteres videre nedenfor.

Flere argumenter for Fermi-problemer som inngang til modellering

Over ser vi at alle steg i modelleringsprosessen er godt representert i arbeid med Fermi-problemer. Dette er det første argumentet for at Fermi-problemer fungerer som inngang til videre arbeid med matematisk modellering. At alle stegene er representert bruker også flere forskere på feltet som argument for Fermi-problemer som inngang til modellering (Ärlebäck, 2009; Ärlebäck & Bergsten, 2010).

Som nevnt hadde verken vi eller elevene noen erfaring med bruken av modellering, men elevene gir uttrykk for at det er lærerikt og nyttig allikevel. Vi observerer også at det skjer mye matematikk i løpet av disse timene. Beregninger rundt nye hensyn bidrar til at elevene gjør flere regneoperasjoner. Dermed kan man argumentere for at lærere bekymrer seg unødig da de er engstelige for å ta i bruk modellering. Jevnt over ser vi at elevene tar utfordringen og jobber konsentrert med oppgaven gjennom hele timen. Vi ser dermed at elevene er i stand til å løse *ufattelige problemer,* som Albarracín & Gorgorió (2012) også argumenterer for. I kapittel 5 viser vi at elevene klarer å lage en matematisk modell. Alle gruppene lager, som tidligere beskrevet sin egen *empiriske modell* (Hana, 2013). At elevene må kunne omforme problemer til matematikk beskriver Blum (2015) som den *pragmatiske årsaken* til å ta i bruk modellering i undervisning. Som tidligere presentert står modellering også sterkt i LK20 med eget kjerneelement (Utdanningsdirektoratet, 2020b). Dermed kan LK20 fungere som en rettferdiggjørelse av tiden man bruker på Fermi-problemer og matematisk modellering.

Et annet argument for å bruke tid på Fermi-problemer er at elevene selv generelt er positive til denne arbeidsmåten. De omtaler det med positive adjektiv som "gøy", "interessant" og "spennende". Med dette og at elevene arbeidet hele timen uten å miste fokus kan vi tolke det som at de var motiverte. Blum (2015), og Berget og Bolstad (2019), nevner motivasjon som en grunn til å innføre modellering i undervisning. Dette beskrives i den *psykologiske årsaken* hvor modellering kan oppleves som motiverende for elevene. Med dette er det naturlig å trekke inn flere argumenterer for at Fermi-problemer er en fin inngangsport til modellering. Verken vi, læreren eller elevene hadde noen særlig erfaring med modellering og elevene er positive til arbeidsmåten. I tillegg spurte elevene om vi kunne fortsette å arbeide på denne måten, noe som tydet på at de likte å arbeide med Fermi-problemer. Vi har med dette underbygget argumentet til Ärlebäck og Bergsten (2010) om at Fermi-problemer ikke krever tidligere erfaring med modellering eller noen spesifikke matematiske forkunnskaper da selv uerfarne elever kom fram til en løsning.

Özdemir og Üzel (2012) så i sin studie på elevers meninger om modellering. Deres informanter synes modelleringsoppgaver er interessante og forteller at de aktiverer nysgjerrigheten hos dem. Alle gruppene blant i vår studie mener også det samme. De syntes måten å arbeide på er interessant og Oliver[3] benytter for eksempel ordet «enestående» om arbeid med Fermi-problemer. Videre mener elevene at de ikke lærer mindre selv om de kun arbeider med én oppgave. Dette stemmer også godt overens med studien til Özdemir og Üzel (2012) hvor informantene selv mener at de kommer til å huske det de har lært bedre. En kan argumentere for at å sette søkelys på én oppgave over lenger tid kan bidra til at man husker det man har lært bedre, særlig når oppgave har funnet sted i en kjent kontekst.

At hele modelleringsprosessen er representert, at elevene får til å løse slike oppgaver til tross for ingen erfaring, modelleringens plass i gjeldende læreplanverk og at elevene selv er svært positive kan ha betydning for matematikklærere. Kanskje vil disse argumentene fungere som en motivasjon for å ta i bruk Fermi-problemer som en inngang til matematisk modellering.

Det skal dog nevnes at det eksisterer en rekke elevutfordringer knyttet til arbeid med matematisk modellering. Selv om en ikke skal se vekk fra disse utfordringene er vår tolkning at årsaken til disse utfordringene kommer av at elevene ikke vant til å arbeide på denne måten. Denne antagelsen bygger på at elevene selv nevner at de ikke er vant til å jobbe i grupper i matematikken. I tillegg at de frem til nå ikke har blitt eksponert for, eller arbeidet med, oppgaver uten et fasitsvar. Utsagnet til Lise$_1$ om at det vanligvis jobber med flere små oppgaver [se kapittel 5.3.1] og som Therese$_3$ påpeker, at de til vanlig arbeider individuelt [kapittel 5.3.3] tilsier at elevene ofte har befunnet seg i *oppgavepardigmet* (Skovsmose, 2001). Utsagnene til elevene om at oppgavene opplevdes mer virkelighetsnære er med på å støtte oppunder denne påstanden [kapittel 5.3.1. Kanskje kan dette bidra til at elevene kan se at matematikken brukes i hverdagen. Noe vi innledningsvis presenterte at Wedege (2010) trekker fram at er et problem i befolkningen, at man ikke forstår at matematikken er rundt dem.

Albarracín og Gorgorió (2015) understreker at jo mer man arbeider med Fermi-problemer jo mer eksakt blir svarene. Dette ser vi også hos våre informanter bare i løpet av disse to timene. De tør å ta flere og flere hensyn i løpet av timen. Gruppe 1 tar for eksempel etter hvert hensyn til ulik innpust på dag og natt samt at de alle har ulike bursdager og dermed ikke har levd like mange dager. Blum & Ferri (2014) sin studie blant tyske lærere sier at lærere synes det er uforutsigbart og potensielt tidkrevende å skulle arbeide med modellering. Vårt inntrykk er at utfordringene er minimale i forhold til mulighetene modellering gir. Barrieren med tidsbruk vil ifølge Blum & Ferri (2014) avta etter hvert som man jobber mer med modellering. Dette kan bidra til å ufarliggjøre denne arbeidsformen. Vårt funn er av betydning for matematikklærere. Det er viktig for lærere som ønsker å implementere denne metoden å være oppmerksomme på at det kan oppstå utfordringer, både for dem selv og for elevene, da de kanskje ikke er vant til denne arbeidsmåten. Det vil ta en viss tid å tilpasse seg, men det betyr ikke at metoden ikke vil gi resultater.

6.2 Fermi-problemer øver matematisk kompetanse

Modelleringskompetanse og estimering

Modelleringskompetanse er å oversette virkeligheten til matematikken og matematikken tilbake til virkeligheten (Niss & Jensen, 2002). Dette ser vi at elevene får til da de først gjør beregninger på antall innpust eller TikToker for deretter å putte disse estimatene tilbake i den virkelige verden [kapittel 5.1.3]. Med dette kan vi påstå at våre elever både har og utvikler *modellerings-kompetanse*. De får til å sette en virkelig situasjon inn i matematikken og tilbake igjen til virkeligheten. Vi ser også at denne evnen forbedres kun i løpet av den ene timen elevene arbeider. Det at elevene både har og raskt utvikler modelleringskompetanse kan være nyttig å vite for matematikklærer. Som tidligere nevnt, støttes dette opp under av Albarracín og Gorgorió (2015) som påpeker at estimatene blir mer eksakte desto mer erfaring med Fermi-problemer man har. Våre elever avanserer oppgaven i løpet av timen hvor de går tilbake og gjør nye hensyn. Dette kan vi se i fremstillingen av elevenes FpAT-skjemaer presentert i kapittel 5.1.3.

I disse skjemaene ser vi at elevene benytter seg av alle fire aktivitetene som er presentert. Gruppe 3 tar for eksempel gjennomsnittet og gjør dermed *statistisk datainnsamling*. Gruppe 4 benytter seg blant annet av gjetting når de antar at de ser to TikToker per minutt. Videre bruker for eksempel gruppe 2 eksperimentering når de teller antall innpust i 1 minutt. Alle gruppene benytter seg også mye av å søke etter data når de for eksempel finner ut hvor mange dager det er i et år eller hvor mange skuddårsdager de har levd. Dermed kan vi se at aktivitetene elevene har benyttet seg er varierte.

Det er varierende for hvor mange hensyn og dermed mellomregninger informantene bruker. Albarracín & Ärlebäck (2022) legger frem i sin studie at jo flere delproblemer man benytter seg av i FpAT-rammeverket jo myer nøyaktig blir resultatet. Dette er mulig å overføre også til våre informanter da vi ser at for eksempel gruppe 3 har eksperimentert for alle 3 gruppemedlemmer i tillegg til å ta gjennomsnittet av disse tallene. Det er derfor rimelig å anta at deres svar er mer nøyaktig enn for eksempel gruppe 4 sitt estimat sett i lys av hvilke hensyn de har valgt å benytte seg av. Vi kan dermed se at elevene på egenhånd tilpasser oppgaven til sitt nivå. Derfor kan en konkludere med at retten til tilpasset opplæring er ivaretatt (Opplæringslova, 1998, §1-3). Lesh og Doerr (2003) trekker også fram at svaktpresterende elever kan prestere bedre under arbeid med modelleringsoppgaver enn oppgavene som ofte finnes i læreboken. Dette er en viktig implikasjon for lærerprofesjonen da å bruke Fermi-problemer kan være en inkluderende måte å tilpasse undervisningen. Alle jobber med samme oppgave, men de tilpasser det faglige nivået selv.

FpAT-rammeverket visualiserer forskjellene mellom gruppene i hvor avansert de har gjort løsningen sin. For eksempel får gruppe 1 vist flere hensyn i beregningene, mens gruppe 2 og 4 ikke får gjort beregningene på alle hensynene de kommer opp med. Dette kan skyldes Moreno et al. (2021) sin *type 1 feil* og Niss og Jankvist (2020) sin *type 3 feil* slik som vi beskrev i kapittel 6.1. Betydningen det har for implikasjon av modellering i undervisning er at en må jobbe mer med modelleringsoppgaver for å få mer nøyaktige estimater (Albarracín & Gorgorió, 2015). Albarracín & Gorgorió (2015) påpeker også at elevene blir mer selvsikre i arbeidet jo mer man har jobbet med modellering. I tillegg har tidligere forskning vist at erfarne elever tar flere hensyn i betraktning og dermed får et mer nøyaktig estimat (Ferrando et al., 2017). Det er verdt å nevne at særlig gruppe 2 beskriver i intervjuene at de hadde angrepet oppgaven annerledes dersom de skulle gjort den på nytt ved å bruke mer tid i konstrueringssteget, forenklings- og struktureringssteget. Det er rimelig å anta at de ønsker å avansere løsningen sin ytterligere neste gang de arbeider med Fermi-problemer.

For å finne en løsning på oppgavene så elevene det nødvendig å estimere. Vi husker at Albarracín og Gorgorió (2019) definerer estimering som å finne en tilnærmet verdi for en kvantitet ut ifra en kontekst. Med dette kan vi se at å kunne estimere er nødvendig I modelleringskompetanse da det eksakte estimatet ofte er utilgjengelig. Fermi-problemer bygger på å kunne gjøre estimater og ut ifra tidligere forskning kan en tolke det å kunne estimere som en særdeles viktig ferdighet (Albarracín & Gorgorió, 2019). Ärlebäck (2009) synliggjør hvor vesentlig det er ved å gjøre estimering til et eget steg i sitt MAD-rammeverk. modelleringskompetansen. I tillegg mener Sriraman og Knott (2006) at estimering er en av de tre viktigste målene med matematikkundervisning. Dermed er det viktig at elevene får øve seg på dette. Allikevel sier den norske læreplanen ingenting direkte om estimering.

Sunde et al. (2022) fant i sin studie ikke et eneste kompetansemål i LK20 som setter estimering på agendaen, noe det gjør i de gjeldene læreplanene i Sverige og Danmark. Dette gjør at det blir hver enkeltes lærer sitt ansvar, noe som forståelig nok kan nedprioriteres I en ellers hektisk lærerhverdag. Sunde et al. (2022) påpeker at evnen til å estimere er viktig både for matematikk-ferdigheter og andre aspekter i livet. Denne mangelen vil vi ydmykt foreslå som en mangel i LK20 på da estimering ikke nevnes direkte. Vi ser som nevnt at elevene estimerer mye og får det til. Lærere skal fra før av forholde seg til kompetansemål, tverrfaglige temaer, kjerneelementer og grunnleggende ferdigheter. Det er dermed mye å forlange at de skal få tid til å putte egne elementer, som estimering, inn i sin egen undervisningspraksis. Som nevnt ga heller ikke vårt søk i læreplanen noen funn på estimering direkte. Særlig interessant er dette når modellering er fremtredende i (Utdanningsdirektoratet, 2020a; 2020b). Vi ser også at fordi elevene kommer fram til et resultat har de fått til å estimere selv om det oppsto noen utfordringer underveis [kapittel 5.2.1].

Fermi-problemer øver andre matematiske kompetanser

Videre ser vi at modelleringsoppgaver bidrar til å øve andre matematiske kompetanser i tillegg til modelleringskompetanser. Blant annet ser vi at elevene må argumentere for framgangsmåten eller løsningen de kommer med noe som kjennetegner resonnementskompetansen (Niss & Jensen, 2002). Dette er som nevnt særlig synlig hos gruppe 2, men alle gruppene stiller kritiske spørsmål til hverandre som bidrar til at man må øve på å argumentere matematisk. At de arbeider i grupper bidrar dermed til at de får øvet på å uttrykke seg (Koçak et al., 2009). Blum (2015) nevner også argumentasjon som en viktig faktor i grunner til å ta i bruk modellering, dette beskrives i den formative årsaken. Ved å arbeide med modellering kan elevene forbedre sine argumentasjonsferdigheter. Det er rimelig å anta at våre elever også forbedrer disse ferdighetene ved å øve på dem.

Elevene benytter seg av språket for å argumentere og løse oppgaven. De må kommunisere deres ideer og løsningsforslag til de andre på gruppen, samt stille spørsmål ved de andres bidrag. En tydelig sammenheng her vil være Vygotskys (1978) teori om *redskaper*, hvor han blant annet nevner språket som et eksempel på redskap vi bruker for å forstå og for å handle i omverdenen. Dette kan for eksempel være når elevene kommer på ett nytt hensyn gruppen ikke har gjort beregninger på. Elevene benytter seg av språket for å tilegne seg ferdigheter som trengs for å løse Fermi-problemer. Dette kan eksempelvis være å estimere, dersom dette er en ferdighet de ikke innehar fra før av. Ferdighetene elevene tilegner seg ved å løse slike oppgaver kommer godt med når de skal løse andre typer modelleringsoppgaver, men også når de står ovenfor problemer i hverdagen.

Det holder ikke bare med at man bruker språket. Elevene må også forstå andres utsagn samt å utforme utsagn som er tilpasset gruppemedlemmene. Dette kjennetegner kommunikasjonskompetansen (Niss & Jensen, 2002). Gruppe 3 møter som nevnt på utfordringer i kommunikasjonen når Linnea$_3$ forklarer noe som Therese$_3$ og Oliver$_3$ ikke forstår. En kan dermed argumentere for at språket ikke er tilpasset godt nok til gruppemedlemmene og at dette er en kompetanse som må øves mer på. Dette er derimot ikke ensidig da kommunikasjonskompetanse også omhandler å forstå det andre sier, Oliver$_3$ og Therese$_3$ legger ikke inn en innsats for å forstå da de ikke ber Therese$_3$ forklare på nytt. Niss og Jensen (2002) beskriver at kommunikasjonskompetansen gjelder både for å tilpasse språk til andre, men også for å forstå det andre kommuniserer til dem.

Kommunikasjonskompetansen kan også utartes skriftlig og det byr på utfordringer for blant annet gruppe 4 da de glemmer benevninger. Dette misforstås av en annen på gruppen og også her svikter det i kommunikasjonskompetansen (Niss & Jensen, 2002). Modelleringsoppgavene bidrar til å øve og mulig utvikle andre matematiske kompetanser uten at dette var vår intensjon med oppgaven. Dette kan igjen underbygge for fordeler med å bruke modelleringsoppgaver. Vi ønsket å se hvordan elevene arbeidet med Fermi-problemer og så at dette bidro til å øve på andre kompetanser enn modelleringskompetansen. Dette kan forklares med Niss og Jensens (2002) modell på de åtte matematiske kompetansene. Figuren [figur 2.5] illustrerer at kompetansene henger tett sammen ved at «kronbladene» på figuren går inn i hverandre. Vi ser i elevenes arbeid med Fermi-problemer at det er vanskelig å øve modelleringskompetanse uten å øve resonnements- og kommunikasjonskompetanse. Utfordringene kan forklares med at elevene ikke er vant til denne typen gruppearbeid i matematikk og at en må øve mer på å forklare til hverandre og å uttrykke det dersom det er noe en ikke forstår. Selv om det oppstår slike utfordringer, er elevene positive til Fermi-problemer. Det diskuteres videre i det neste kapitlet.

6.3 Elevene synes Fermi-problemer er positivt

Tidligere har vi beskrevet hvordan elevene generelt sett er svært positive til å arbeide med Fermi-problemer. Dette er noe som studien til Özdemir og Üzel (2012) konkluderer med. Blum (2015) påpeker også at modelleringsoppgaver kan virke motiverende for elever.

Elevene synes kjennetegn på Fermi-problemer er positivt

Elevene kommer med flere innspill på hva de liker og hva de synes fungerte bra. Noen av dem er kort oppsummert ved at det ikke finnes et fasitsvar, at man har god tid på en oppgave, at oppgaven er åpen og at de fikk jobbe i grupper. Det som er interessant er at alle disse utsagnene er kjennetegn på Fermi-problemer. Fermi-problemer er åpne oppgaver der man må ta egne hensyn for å kunne gjøre et estimat (Albarracín og Gorgorió, 2019). Det er ikke et fasitsvar eller en bestemt måte å utføre oppgaven på. Det er rimelig å anta at man må bruke god tid på et Fermi-problem da man ofte må løse mange delproblemer for å komme fram til et estimat. I tillegg er det vanlig å gå innom mange steg på veien fordi modelleringsprosessen består av flere steg (Blum & Leiß, 2007). Når denne måten er ny for elevene å arbeide med vil det også ta noe mer tid enn når de er erfarne (Blum & Ferri, 2014). Videre påpeker elevene at de liker bedre å arbeide med én stor oppgave over tid enn mange små, noe også Vethe (2015) fant i sin masteroppgave om *problem posing*.

Elevene er som regel positive til at det ikke er et fasitsvar på oppgaven. De forteller at de føler det blir mer søkelys på å lære, ikke på å finne et rett svar. Vi tolker dette som at elevene føler mindre press og stress når de arbeider med disse oppgavene. Vi ser lignende funn i det 6. temaet i studien til Özdemir og Üzel (2012) hvor deres informanter forteller at de føler mindre stress fordi frykten for å fremstå som svakt presenterende er borte. En risikofaktor fjernes ved å flytte fokuset vekk fra å finne et fasitsvar.

Alexander$_2$ tilføyer et viktig perspektiv hvor han ser på oppgaven som umulig å løse da hensynene ikke har et fasitsvar. Han legger videre vekt på at det var interessant og allikevel finne en løsning på problemet. Her har Alexander$_2$ fanget selve essensen ved Fermi-problemer hvor fokuset ligger på å bruke en matematisk modell for å gjøre et estimat (Albarracín & Gorgorió, 2019). Det er tidvis umulig, som Alexander$_2$ kaller det, å finne et eksakt svar på både hensynene underveis og det endelige resultatet. Det er verdt å nevne at det finnes et fasitsvar, men det er ofte ikke tilgjengelig da virkeligheten sjeldent kommer med et fasitsvar på forhånd. Den eneste måten å vite sikkert hvor mange ganger noen har pustet er å måle fra personen tar sitt første innpust, noe som selvsagt ikke er aktuelt for våre elever. *Den didaktiske kontrakten* brytes ved at læreren ikke kjenner til dette fasitsvaret, slik Skovsmose (2001) kaller det når balansen i et miljø forandrer seg fra det man er vant til. Særlig når det understrekes av Blum og Ferri (2009) at elever ofte synes modelleringsoppgaver er kognitivt krevende kan man anta at å gå fra det «umulige» til å finne en løsning kan bidra til en følelse av mestring hos elevene.

Veien til svaret er viktigere enn fasitsvaret

Elevene drar fram et viktig aspekt rundt dette med fasitsvar, eller rettere sagt, mangelen på et fasitsvar. Leah2 legger nemlig vekt på at veien til svaret er viktigere enn det endelige svaret. Som allerede nevnt har ikke modelleringsoppgaver et fasitsvar fordi en må estimere underveis, noe som gjør det mulig å se bort ifra at det finnes ett riktig svar (Albarracín & Gorgorió, 2019). Informantene til Özdemir og Üzel (2012) påpeker også at disse oppgavene gjorde at de ikke var redde for å fremstå som svaktpresterende. Vi velger å tolke det som at det ikke er fasitsvaret som står i fokus som en komponent til dette synet. Det er jo ikke slik at oppgaver i *oppgave-paradigmet* (Skovsmose, 2001) ikke har fokus på at man skal lære fremgangsmåten. Allikevel tolker vi ut ifra elevenes utsagn at fasitsvaret fort blir I fokus hos elevene, uten at det er verken læremidlene eller lærernes intensjon. Med dette kan Fermi-problemer bidra til at også elevene flytter fokuset over på å lære fremgangsmåten. Det kan også være mindre skremmende å diskutere fremgangsmåten når elevene egentlig tror de diskuterer en kjent kontekst, selv om de absolutt diskuterer mye matematikk (Ärlebäck & Bergsten, 2010) [se kapittel 6.4]. Ärlebäck og Albarracín (2022) påpeker også i sin studie at hvor mye kontekst den enkelte kan påvirker hvor mange utfordringer man støter på underveis. Vi har valgt ut kontekster vi tenker er relevante for elevene. Relevans er noe elevene forteller en del om under intervjuene og dette forklares nærmere i neste avsnitt.

Relevante oppgaver

Fordi Fermi-problemer er tatt fra en virkelighetsnær kontekst er det rimelig å anta at de skal oppleves relevante for elevene. Flere elever nevner også relevansen og konteksten fra virkeligheten som positivt. Dette er interessant da hele kjernen i modellering er å bygge en bro mellom virkeligheten og matematikkundervisningen (Blum og Ferri, 2009). At elevene ser at matematikken er relevant til andre aspekter i livet kan knyttes til Blums (2015) *kulturelle årsak* for bruk av modellering. Ved å jobbe med modellering kan elevene få se at matematikken brukes i samfunnet rundt dem og matematiske ferdigheter er derfor gunstig å tilegne seg.

Elevene har dog litt ulike meninger om hvor relevant det oppleves. Tre grupper ser oppgaven de har arbeidet med som svært relevant, mens William2 påpeker at hun ikke kommer til å få bruk for spesifikt denne oppgaven senere i livet. Med dette kan man se at elevene definerer relevans noe ulikt. De tre gruppene klarer å se modellering som innhold (Julie, 2002; Barbosa, 2006). De føler at de får øvd seg på å løse denne typen oppgaver selv om det spesifikke spørsmålet ikke har stor innvirkning senere i livet (Barbosa, 2006). De får øvet seg på å modellere.

Informantene i studien til Özdemir og Üzel (2012) konstaterer at de kjente igjen oppgavene fra hverdagslivet og at dette var med på å øke interessen for oppgaven. Trolig var dette med på at elevene våre jobbet iherdig gjennom hele timen, noe som samsvarer i tema 5 i funnene til Özdemir og Üzel (2012) sin studie. Her sier informantene at hele gruppen var interessert i oppgaven og at de tror de komme til å huske dette bedre. En kan dermed konkludere med at dette stemmer fordi konteksten er fra egen hverdag og at elevene dermed har knagger å henge læringen på. Formålsparagrafen kan her være verdt å nevne hvor skolen plikter seg til å forberede elevene på omverdenen og framtiden (Opplæringsloven, 1998, §1-1). Vi har ved disse funnene vist at Fermi-problemer kan bidra til det, ifølge elevene selv. Som nevnt foregår arbeid modelleringsoppgaver ofte i grupper og kan dermed sees på som en karakteristikk. Dette diskuteres nærmere i neste kapittel.

6.4 Elevene ser samarbeidet rundt Fermi-problemer som en ressurs

Som nevnt ser alle grupper noe positivt med samarbeid og nevner det når de blir spurt om hva som har fungert bra i arbeid med matematisk modellering. De fleste ser samarbeidet som en ressurs. Vi tolker det dit hen at elevene ser det som motiverende å jobbe i gruppe basert på de positive beskrivelsene de kommer med om gruppearbeidet. Gruppearbeid som motivasjonsfaktor fant man også i studien til Edwards & Jones (1999). Elevene trekker frem en rekke fordeler, men det er viktig å trekke fram utfordringene rundt ulikt faglig nivå blant gruppemedlemmene og utfordringer rundt skriftlig kommunikasjon [se kapittel 6.3]. Våre elever nevner eksplisitt samarbeid når de skal svare på hva som fungerte bra. Mye tyder på at samarbeidet var en sterk bidragsyter til det positive synet på modelleringsoppgaver. Dette samsvarer med funn fra Özdemir og Üzel (2012) hvor informantene også mente at å jobbe i grupper forbedret arbeidsmåten ytterligere.

Trygghet og mer effektivt å løse oppgaven sammen

Flere elever påpeker at gruppearbeidet oppleves trygt når de skulle sette i gang med en oppgavetype de aldri hadde løst før. I tillegg var det mulig å få inn flere innspill og perspektiver på hvordan man kan løse oppgaven. Disse fordelene understrekes også i en rekke studier. 70% av informantene i studien til Sofroniou & Poutos (2016) trekker fram at gruppearbeidet opplevdes som hjelpsomt. Elevene får muligheten til å fordele arbeidet slik at de ikke står med hele arbeidsbyrden alene og får flere vinklinger på oppgaven fungerer som en ressurs (Edwards & Jones, 1999; Koçak et al., 2009; Özdemir & Üzel, 2012). Selv om ikke vi ser at forskningsfeltet nevner trygghet eksplisitt antar vi at å jobbe med venner samt å få høre andre ideer når man står fast er betryggende for elevene. Dermed kan vi tenke oss at samarbeid er hjelpsomt.

En viktig evne elevene får øvet seg på er og måtte ta stilling til flere perspektiver og ideer, er å respektere andres meninger. Ikke minst får de kanskje utviklet samarbeidsevnene sine. Forskningsfeltet understreker også disse fordelene ved bruk av elevsamarbeid (Edwards & Jones, 1999; Koçak et al., 2009). Med dette ser vi at arbeid med modellering ikke kun bygger en bro mellom matematikken i seg selv og virkeligheten (Blum & Ferri, 2009), men at de også kan bidra til å bygge evner som er nødvendig i andre fag og i andre aspekter ved livet. Å kunne samarbeide er viktig selv når problemet man står ovenfor ikke har noe med matematikk å gjøre.

Selv om bidragene stort sett blir hørt, og flere forslaget beriker løsningen av oppgaven er elevene kritiske til både seg selv og andre. Å tenke kritisk er dermed noe de får øvet seg på. Vi ser dette som en vesentlig fordel ved gruppearbeid, noe også Koçak et al. (2009) fastslår i sin studie. Gruppe 2 påpeker argumentasjon mellom gruppemedlemmer som slitsom, men på bakgrunn av argumentene i dette avsnittet at det kan være svært lærerikt. Argumentasjon er en måte å kommunisere på og dette beskrives nærmere i neste avsnitt.

Kommunikasjon

Som nevnt krever samarbeidet også at man kommuniserer, noe som kan bidra til å øve kommunikasjonskompetanse (Niss & Jensen, 2002). Flere tidligere studier tilsier også at å jobbe i gruppe gjør at flere deltar (Ärlebäck, 2009; Özdemir og Üzel, 2012; Albarracín & Gorgorió, 2019). I kapittel 5 presenterte vi funn på at alle elevene deltar og bidrar i arbeidet, selv om det selvsagt er forskjell mellom enkeltelever [kapittel 5.3.3]. Fordi man arbeider som gruppe bidrar det også til at man diskuterer, noe våre informanter gjorde mye. Ärlebäck og Bergsten (2010) påpeker at gruppediskusjonen i seg selv kan være en grunn til å benytte seg av Fermi-problemer som inngang til matematisk modellering. Når elevene jobber i grupper øver de på å uttrykke seg og argumentere, noe som Koçak et al. (2009) fastslår som vesentlig fordel med gruppearbeid. Det er ikke sikkert våre elever er klar over hvor mye matematikk de diskuterer forårsaket av at de diskuterer en kjent kontekst, men å strukturere og å gjøre estimater er i aller høyeste grad en del av matematikken (Ärlebäck & Bergsten, 2010). Tidligere presenterte vi at alle elevene deltok i gruppediskusjonen [kapittel 5.3.3] og vi ønsker dermed å foreslå at Fermi-problemer ufarliggjør matematiske diskusjoner. Selv om alle er med i diskusjonen går den ikke knirkefritt. Samarbeid i modelleringsoppgaver kan, som alle andre undervisningsformer, by på utfordringer. Sofroniou & Poutos (2016) nevner dette i sin artikkel, bare fordi flertallet liker det så betyr det ikke at alle liker det.

Vi valgte nemlig å dele inn elevene i tilfeldige grupper og ikke etter faglig nivå. Det hadde både positive og negative konsekvenser. Edwards og Jones (1999) uttrykker at dette kan gjøre at elevene kan lære av hverandre og det kan styrke selvtilliten til elever som er høytpresterende, som får muligheten til å føle at de bidrar til andres læring. Özdemir og Üzel (2012) sine informanter påpeker at å ikke dele inn etter nivå var noe positivt. Elevene våre legger også vekt på at det var godt å ha noen på gruppen dersom de sto fast. Det oppsto allikevel utfordringer når det kommer til faglig nivå når Therese$_3$ og Oliver$_3$ ikke forsto Linneas$_3$ fremgangsmåte. Dermed kan vi se et aspekt som ikke er fremtredende i forskningen, men som lærere bør være oppmerksomme på. Over er det også diskutert at å øve på å tilpasse språk kan forbedre kommunikasjonskompetansen (Niss & Jensen, 2002). Dermed kan vi se en ulikhet mellom tidligere forskningen til Edwards og Jones (1999) og våre elever ved at den tidligere forskningen vi har benyttet oss av ikke sier noe om dette mulig utfordrende perspektivet. For lærerprofesjonen kan det være nyttig å vite om både fordelene og ulempene det kan medføre å ikke nivådele gruppene. Vår oppfatning er at grupper som ikke er nivådelte kan gi mange muligheter, men at læreren bør være klar over utfordringene slik at en kan veilede når det er behov for det.

Sosialt og hjelpsomt

En av fordelene elevene stadig trekker fram er det sosiale med gruppearbeid i matematikk. Et viktig eksempel er når Abdi$_1$ påpeker verdien med å sitte sammen med noen man ikke kjenner så godt fra før av. Gruppearbeidet kan dermed bidra til å både opprettholde, men også danne nye vennskap i klassen. Dette underbygges av flere forskere på feltet (Edwards & Jones, 1999; Koçak et al., 2009). Vi ser videre at elevene hjelper hverandre innad i gruppen, noe elevene opplever som betryggende.

Den proksimale utviklingssonen står sentralt i sammenheng med samarbeid. Våre informanter forteller at de fikk til mer fordi de var flere på gruppen, dette gjelder både for å komme i gang og underveis i arbeidet. Det er dermed rimelig å anta at de befant seg i den *proksimale utviklingssone* (Vygotsky, 1978; Saljö, 2001). Gruppemedlemmene fungerer dermed som *stillasbyggere* (Saljö, 2001) for hverandre. De finner trygghet i hverandre og får nye perspektiver de ikke hadde kommet på selv. For eksempel vet ikke Gina$_1$ hvordan de skal gjøre beregninger rundt antall innpust om natta, men Lise$_1$ fungerer da som en *stillasbygger* da hun forklarer en mulig fremgangsmåte ved å dele opp døgnet i to deler [se kapittel 5.1.2]. Også for de som fungerer som *stillasbyggere* kan dette vært positivt. Edwards og Jones (1999) fant i sin studie ut at noen elever blir mer selvsikre av å kunne hjelpe andre. Med andre ord kan å være *stillasbygger* fungere som en vinn-vinn-situasjon. Å hjelpe andre trenger ikke bare å ha betydning for matematikklasserommet, men også ellers i livet og flere forskere fremhever at evnen til å hjelpe er en viktig lærdom fra gruppearbeid (Edwards & Jones, 1999; Koçak et al., 2009). Koçak et al. (2009) understreker at dette er en av måtene en kan føle at man bidrar til felleskapet.

Våre informanter konstaterer flere ganger at det var interessant å se de andres løsninger under fremføringene. Informantene i studien til Özdemir og Üzel (2012) påpeker også at dette var interessant, men er særlig opptatt av at de ble mer observante på egne feil. Det er ikke noe våre elever tar opp, trolig fordi de er innforstått med at oppgavene de arbeidet med ikke hadde et fasitsvar. De påpekte dog at de først ble redde for at de hadde gjort feil på bakgrunn av at svarene de fikk var så ulike. Gruppe 4 skjønte ikke hvordan gruppe 3 hadde klart å se 30 TikToker på 1 minutt. Med dette er det naturlig å trekke inn Barbosas (2003) modellering som kritikk ved at gruppe 4 er kritiske til gruppe 3 sin modell.

En likhet mellom studien til Özdemir og Üzel (2012) og vår studie er at elevene måtte argumentere for hvorfor de hadde fått akkurat det resultatet og hvordan det kunne stemme i lys av de hensynene de hadde tatt i betraktning. Elevene kan dermed fungere som *stillasbyggere* på tvers av gruppene. For eksempel påpeker Oliver$_3$ at han kunne løst oppgaven annerledes når han så hvordan de andre hadde løst det ved å ta i bruk flere hensyn. Igjen sier de ingenting om at de ble mer observante på egne feil slik som i Özdemir og Üzel (2012) sin studie, men det er rimelig å anta at de kanskje kunne ta inspirasjon fra de andre gruppene til å gjøre estimatene mer eksakte.

Disse funnene kan ha betydning for å bruke gruppearbeid i matematikk. Vi har sett at elever kan være *stillasbyggere* for hverandre. Vi prøver ikke å påstå at å sette elevene i grupper er løsningen på alle problemer. Over er det for eksempel beskrevet noen utfordringer rundt samarbeid. Allikevel kan denne oppgaven bidra med innsikt rundt flere positive aspekter ved gruppearbeid, hvor den største er hvor nyttig elevene synes det er med gruppearbeid. Det er også viktig at noen av disse fordelene er uavhengig om man arbeider med modellering eller noe annet i gruppe, men flere studier gjør at man kan påstå at modellering har en sterk tradisjon for gruppearbeid (Albarracín & Gorgorió, 2012, Albarracín et al., 2019; Albarracín & Gorgorió, 2019; Peter-Koop, 2004) og ved å la elevene arbeide i gruppe legger man til rette for at en kan få erfare alle disse fordelene.

6.5 Studiens begrensninger

Når en gjennomfører et masterprosjekt vil det som regel være noen faktorer som gjør at oppgaven får sine begrensinger og svakheter. For å sikre transparens (Anker, 2020) ønsker vi å legge fram disse begrensningene før en avslutning presenteres i neste kapittel.

Prosjektet ble gjennomført i kun en klasse, dog i to puljer. At studien har få informanter kan ha innvirkning på studiens funn. Funnene fra denne studien kan med dette ikke generaliseres til å gjelde alle ungdomsskoleelever, men som beskrevet tidligere er det heller ikke hensikten med en kvalitativ studie. Studien kan allikevel ha overføringsverdi (Anker, 2020). Vi ønsker å gi en dypere forståelse av elevenes modelleringsprosesser og deres refleksjoner for å bidra til feltet, andre matematikklærere og oss selv som pedagoger. Vi mener at denne studien kan gi nyttig detaljinformasjon allikevel. I retrospekt kunne vi ønsket oss at begge gruppene gjorde begge oppgavene for å se nærmere på utviklingen av arbeidet med modellering over tid. Årsaken til at dette ikke kunne la seg gjøre er preget av både tidsaspektet rundt dette prosjektet og at vi ikke ønsket at elevene skulle legge føringer for hvordan deres medelever skulle løse oppgavene.

Vi rekrutterte informanter via en skole og en lærer vi kjenner til. Dette kan også ha innvirkning, selv om elevene er tilfeldig valgt blant de som leverte tilbake samtykkeskjemaet. Noe av årsaken til at elevene arbeidet så godt og var så positive til opplegget kan ha sammenheng med at de trodde vi ville de skulle det ut av lojalitet til oss eller læreren sin. Vi sa at de gjerne måtte være kritiske, men vi så også at muligheten til å kunne hjelpe oss med oppgaven var motiverende for mange av elevene. På den andre siden kan vårt kjennskap til klassen gjøre det til en mer virkelighetsnær klasseromssituasjon. En lærer vil kjenne til elevene sine og en kan dermed argumentere for at dette bidro til en mer autentisk situasjon.

Det man også risikerer når man observerer elever er at vi som observatører har en innvirkning på elevenes arbeid (Tjora, 2021). Vi veiledet hver vår gruppe hele tiden, det har man nok ikke mulighet til en hektisk lærerhverdag hvor man ofte står alene med en hel klasse. Utfallet ville kanskje sett noe annerledes ut dersom vi ikke hadde sittet med dem. Selv om det var vår intensjon å la elevene jobbe så selvstendig som mulig kan dette ha påvirket elevene.

Helt til slutt skal det sies at noen grupper måtte vente lenger fra siste timen de arbeidet med oppgaven til de ble intervjuet. Dette kan nok ha ført til at noen hadde arbeidet med modellering friskere i minnet, men grunnet en travel skolehverdag måtte det bli slik. Det så heller ikke ut som at det hadde særlig innvirkning fordi elevene hadde plakatene de arbeidet med foran seg. På intervjuet med en av gruppene var det kun to elever som var til stede grunnet sykdom. Det er usikkert på hva slags innvirkning dette hadde, men vi erfarte selv at intervjuet av denne gruppen ga tilsvarende like funn som hos de andre gruppene.

7 Avslutning

Med bakgrunn av modelleringens sentrale plass i LK20 og forskningsfeltets behov for flere studier samt personlig motivasjon for å vite mer om temaet ønsket vi å se nærmere på elevers arbeid med modellering. Formålet med denne studien var å få innsikt i ungdomsskoleelevers arbeid med matematisk modellering og hva deres refleksjoner rundt arbeid med matematisk modellering er, ved bruk av Fermi-problemer. Vi formulerte dermed følgende problemstilling:

Hvordan arbeider ungdomsskoleelever med matematisk modellering, i form av Fermi-problemer, og hvilke refleksjoner gjør de seg rundt slik arbeid?

Et av de mest sentrale funnene i denne studien er at Fermi-problemer fungerer som inngang til matematisk modellering ved at elevene er innom alle underprosessene, dog ikke syklisk. Noen steg er mer synlige enn andre. Et spennende funn er at elevene bruker mye av tiden i forenklings- og struktureringssteget og overraskende nok i valideringssteget. Førstnevnte steg understreker at dette er en ny måte å arbeide på for elevene da de synes å skulle ta egne hensyn er utfordrende, men alle grupper kommer allikevel fram til en løsning. Valideringssteget kjennetegnes av at elevene er kritiske til seg og andre, men også dette steget bærer med seg utfordringer rundt å validere høye tall. En del av utfordringene som oppstår tolker vi at er et resultat av at elevene ikke er vant til denne arbeidsmåten. Dette er basert på elevenes utsagn. Alt i alt ser vi at elevene får til å løse Fermi-problemer til tross for ingen tidligere erfaring med matematisk modellering da de klarer å lage matematiske modeller. I tillegg er elevene svært positive til denne typen arbeid. Disse funnene kan som nevnt medvirke til argumenter for å prøve ut Fermi-problemer som inngang til modellering.

Det andre sentrale funnet omhandler de ulike kompetansene elevene både får brukt og utviklet i arbeid med Fermi-problemer. Ved at elevene klarer å finne en løsning innehar de modelleringskompetanse, men vi ser også forbedring bare i løpet av to timer ved at estimatene blir mer eksakte. Vi ser også at elevene tar i bruk alle fire aktivitetene i FpAT-rammeverket. Noen løser flere delproblemer enn andre, og tilpasser dermed oppgaven til sitt faglige nivå. Et positivt aspekt ved å arbeide med modellering er at elevene også øver andre matematiske kompetanser. Vi ser tegn til at elevene får øvet argumentasjonskompetanse ved å måtte argumentere for sin løsning ovenfor gruppemedlemmer og andre grupper. Videre ser vi også at kommunikasjonskompetanse er sentralt da de både må tilpasse språk til de andre, og en må legge inn innsats for å forstå hva de andre mener. Dette går ikke knirkefritt hos alle grupper, men dette kan trolig forbedres dersom de får jobbet mer med det. er trolig at dette kan forbedres dersom de får jobbet mer med Fermi-problemer.

Et tredje hovedfunn er at elevene er svært positive til Fermi-problemer. De snakker om aspekter de liker som også er kjennetegn på Fermi-problemer. Det kan være at det ikke finnes et fasitsvar, at oppgaven var åpen, at oppgavene oppleves relevante og ikke minst at de arbeidet i grupper. Alt dette er som tidligere beskrevet kjennetegn på Fermi-problemer. Et særdeles viktig poeng fra elevene er at Fermi-problemer legger til rette for fokus på fremgangsmåte og ikke ett fasitsvar, noe som vi tolker som at kan bidra til mindre stress og frykt for å gjøre feil. Elevene sier selv at de føler det blir mer fokus på læring. Videre forteller de at det var spennende å gå fra noe som var umulig å tenke på til en faktisk finne en løsning.

Basert på elevenes sterke fokus på hvordan arbeid med Fermi-problemer tilrettela for samarbeid har vi valgt ut dette som et hovedfunn. Elevene kommer fram til mange fordeler ved samarbeid, for eksempel at det føles tryggere, at oppgaven er lettere å løse ved flere bidrag og ikke minst at det sosiale aspektet blir ivaretatt. Videre ser vi at Fermi-problemene er med på å ufarliggjøre matematisk diskusjon da fokuset flyttes til en kjent kontekst. I tillegg finnes det hjelp å få fra gruppemedlemmer om man skulle stå fast. Det er også mulig å lære av de andre gruppenes løsningsmetoder, noe elevene ser på som interessant.

Det er med ydmykhet vi legger fram disse positive funnene, men det er hensiktsmessig å understreke at arbeidet ikke har gått knirkefritt. Det er utfordringer med denne typen arbeid, slik som alle andre undervisningsmetoder. Vi håper allikevel at fordelene vi har presentert i denne oppgaven vil veie opp for utfordringene, og at matematikklærere ønsker å ta oppfordringen både fra oss og elevene om å arbeide med Fermi-problemer som inngang til modellering. Vi har hvert fall sett hva Fermi-problemer kan bidra til og det er ingen tvil om at vi kommer til å ta det i bruk i egen undervisning.

7.1 Forslag til videre forskning

Denne masteroppgaven er som nevnt avgrenset til å gjelde elevers arbeid med matematisk modellering. Selv om vår studie omhandler elevperspektivet er det presentert tidligere forskning på at lærere er positive til modellering, men er skeptiske til eventuelle utfordringer som kan oppstå ved å benytte seg av det. Et bidrag til forskningsfeltet kunne dermed vært å se nærmere på hvordan lærerne som benytter seg av matematisk modellering tar det i bruk i undervisning. En mulighet kan være å følge en lærer som anvender modellering som undervisningsmetode for deretter å intervjue læreren.

I tillegg kunne det være spennende å utvide prosjektet både til å både gjelde flere elever og samle inn data over lenger tid. Det kunne vært interessant å se eventuelle forskjeller g likheter mellom våre funn. Er alle ungdomsskoleelever like positive til Fermi-problemer? Å utvide prosjektet til å gjelde en lenger tidsperiode kunne være av interesse for å se utviklingen av arbeid med modelleringsoppgaver over tid. Vi valgte ungdomsskolen til vår studie, men det kunne vært interessant å se videre på for eksempel barneskolen. Også forskningsfeltet etterlyser mer forskning på barneskoleelevers modelleringsprosesser (Peter-Koop, 2004).

Vi så her på Fermi-problemer som inngang til matematisk modellering og benyttet en generell representasjon for modellering, nemlig Blum og Leiß sin (2007) modell. Det kunne være av betydning å gå nærmere inn på Ärlebäcks (2009) MAD-rammeverk. En kunne for eksempel velge å operasjonalisere dette rammeverket i stedet.

Litteraturliste

Albarracín, L., & Gorgorió, N. (2012). Inconveivable magnitude estimation problems: an opportunity to introduce modelling on Secondary School. *Journal of Mathematical Modelling and Application. 1*(7), 20-33.

Albarracín, L., & Gorgorió, N. (2015). On the role of inconceivable magnitude estimation problems to improve critical thinking. I U. Gellert, J. Giménez, C. Hahn, & S. Kafoussi (Red.), *Educational paths to mathematics* (s. 263–277). Springer.

Albarracín, L. & Gorgorió, N. (2019). Using Large Number Estimation Problems in Primary Education Classrooms to Introduce Mathematical Modelling. *International Journal of Innovation in Science and Mathematics Education*, 2(27), 45-57. 10.30722/IJISME.27.02.004.

Albarracín, L. & Ärlebäck, J.B. (2019). Characterising mathematical activities promoted by Fermi problems. *For the learning of mathematics, 39*(3), 10-13. https://www.jstor.org/stable/26854427

Albarracín, L. & Ärlebäck, J.B. (2022, 29.-30. mai). *Exploring the use of Fermi Problems and the FPAT-framework with pre-service primary teachers to bring real-life contexts into classrooms* [Paperpresentasjon]. MADIF- 13, Växjö, SE. http://matematikdidaktik.org/wp-content/uploads/2022/03/madif13_FP_012_albaraci%CC%81n_WEBB.pdf

Albarracín, L., Ärlebäck, J.B., Civil, E. & Gorgorió, N. (2019). Extending Modelling Activity Diagrams as a tool to characterise mathematical modelling processes. *The Mathematics Enthusiast, 16* (1), 211-230. https://scholarworks.umt.edu/cgi/viewcontent.cgi?article=1455&context=tme

Alrø, H. & Skovsmose, O. (2002). *Dialogue and Learning in Mathematics Education: Intention, Reflection, Critique.* Klüwer.

Andersson-Bakken, E., Bjørnestad, E. & Andersson-Bakkken, C.P. Observasjon som metode i barnehage- og klasseromsforskning. I E. Andersson-Bakken & C.P. Dalland (Red.). *Metoder i klasseromsforskning.* (s. 123-152). Universitetsforlaget.

Andersson, A. & Valero, P. (2016). Negotiating Critical Pedagogical Discourses: Contexts, Mathematics and Agency. I P. Ernest, B. Sriraman & N. Ernest (Red.), *Critical Mathematics Education: Theory, Praxis, and Reality* (s. 199-226). Information Age Publishing.

Anker, T. (2020). *Analyse i praksis: En håndbok for masterstudenter.* Cappelen Damm AS.

Ärlebäck, J.B. (2009). On the use of realistic Fermi problems for introducing mathematical modelling in school. The *Mathematics Enthusiast, 3*(6), 331–364.

Ärlebäck, J.B. & Albarracín, L. (2019). The use and potential of Fermi-problems in the STEM disciplines to support the development of twenty-first century competencies. *ZDM Mathematics Education, 2019*(51), 979–990. https://doi.org/10.1007/s11858-019-01075-3

Ärlebäck, J.B & Bergsten, C. (2010). On the use of Fermi-problems in introducing mathematical modelling in upper secondary mathematics. I C. Haines, R. Lesh, P. L. Galbraith & A. Hurford. (Red.), *Modelling Students' Mathematical Modelling Competncies.* (S. 597-609). Springer New York, NY.

Ärlebäck, J.B, Doerr, H.M & Misfeldt, M. (2017). Representations of Modelling in Matematics Education. I G. Stillman, W.H-J. Blum & G. Kaiser. (Red.). *Mathematical Modelling and Applications: Crossing and Researching Boundaries in Mathematics Education,* (s. 71-81). Springer

Barbosa, J. C. (2003) What is mathematical modelling? I S. J. Lamon, W. A. Parker, & S. K. Houston (Red.), *Mathematical modelling: a way of life. ICTMA11* (s. 227-234). Horwood Publishing.

Barbosa, J. C. (2006). Mathematical modelling in classroom: a socio-critical and discursive perspective. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik* 38, 293–301. https://doi.org/10.1007/BF02652812

Berget, K. L. & Bolstad, O. H. (2019). Perspektiv på matematisk modellering i Kunnskapsløftet og Fagfornyinga. *Nordisk Tidsskrift for Utdanning og Praksis = Nordic journal of education and practice*, *13*(1), 83–97. https://doi.org/10.23865/up.v13.188

Bjørndal. (2017). *Det vurderende øyet: observasjon, vurdering og utvikling i pedagogisk praksis* (3. utg.). Gyldendal akademisk.

Blikstad-Balas, M. & Dalland, C. P. (2021). Forskningsdesign- Hva må du tenke på når du skal planlegge et forskningsprosjekt? I E. Andersson-Bakken & C.P. Dalland (Red.). *Metoder I klasseromsforskning.* (s. 21-45). Universitetsforlaget.

Blomhøj, M & Skånstrøm, M. (u.å). *Modellering som middel og mål i skolens matematikkundervisning.* Høgskulen på Vestlandet. https://www.hvl.no/forsking/konferanse/larer-konferanse-5.-november/morten-blomhoj-og-mikael-skanstrom/

Blum, W., & Leiß, D. (2007). How do students and teachers deal with modelling problems? I C. Haines, P. Galbraith, W. Blum, & S. Khan (Red.), *Mathematical modelling: Education, engineering and economics* (s. 222–231). Horwood.

Blum, W. (2015). Quality Teaching of Mathematical Modelling: What Do We Know, What Can We Do?. I Cho, S. (Red). *The Proceedings of the 12th International Congress on Mathematical Education.* Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-319-12688-3_9

Blum, W. & Ferri, R.B. (2009). Mathematical Modelling: Can It Be Taught and Learnt? *Journal of Mathematical Modelling and Application*, 1(1), s. 45-58. https://www.researchgate.net/publication/279478754_Mathematical_Modelling_Can_It_Be_Taught_And_Learnt

Blum, W. & Ferri, R.B. (2014). Barriers and Motivations of Primary Teachers for Implementing Modelling in Mathematics Lessons. I B. Ubuz, C. Haser & M.A: Mariotti (Red.). CERME 8 - Proceedings of the Eight Congress of the European Society for Research in Mathematics Education, 1000-1009. Middle East Technical University. file:///C:/Users/Bruker/Downloads/BorromeoFerri_Blum_CERME_8_publ%20(1).pdf

Borromeo Ferri, R. (2007). Personal experiences and extra-mathematical knowledge as an influence factor on modelling routes of pupils. I D. Pitta-Pantazi & G. Philippou (Red.), *Proceedings of CERME 5* (s. 2020–2079). Larnaca.

Braun, V., & Clark, V. (2006). Using thematic analysis in psychology. *Qualitative Research in Psychology*, 77– 101. https://doi.org/10.1191/1478088706qp063oa

Edwards, J-A. and Jones, K. (1999) Students' views of learning mathematics in collaborative small groups. I O. Zaslavsky (Red.), *Proceedings of the 23rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (s. 281-288). PME.

Ferrando, I., Albarracín, L., Gallart, C., García-Raffi, L. M., & Gorgorió, N. (2017). Análisis de los Modelos Matemáticos Producidos durante la Resolución de Problemas de Fermi. *Boletim de Educação Matemática*, *31*(57), 220-242.

Greefrath, G., Siller, H.-S., & Weitendorf, J. (2011). Modelling considering the influence of tech- nology. In G. Kaiser, W. Blum, R. Borromeo Ferri, & G. Stillman (Red.), *Trends in teaching and learning mathematical modelling* (s. 315–329). Springer.

Høgheim. (2020). *Masteroppgaven i GLU*. Fagbokforlaget.

Hana, G. M. (2013). *Matematiske byggesteiner*. Caspar forlag.

Hana, G. M. (2014). Representasjoner. I G. M. Hana, *Matematiske tenkemåter* (s. 131–182). Caspar forlag.

Julie, C. (2002). Making relevance relevant in mathematics teacher education. In *Proceedings of the 2nd International Conference on the Teaching of Mathematics (at the undergraduate level)* (s.1-8). Wiley.

Katz, V. J. (2014). *History of mathematics* (3.utg.). Pearson.

Koçak Z.F., Bozana, R. & Iúıka, Ö. (2009). The importance of group work in mathematics. *Procedia Social and Behavioral Scencies*, (1), 2363-2365. file:///C:/Users/Bruker/Downloads/The_importance_of_group_work_in_mathematics.pdf

Lesh, R. & Caylor, B. (2007). Introduction to the Special Issue: Modeling as Application versus Modeling as a Way to Create Mathematics. *International Journal of Computers for Mathematical Learning 12* (3), 173-194. https://doi.org/10.1007/s10758-007-9121-3

Lesh, R. & Doerr, H. M. (2003). Foundations of a models and modeling perspective on mathematics teaching and learning. I R. Lesh & H. Doerr (Red.). *Beyond constructivism: A models and modeling perspective on mathematics teaching, learning, and problem solving içinde* (s. 3-34). Lawrence Erlbaum.

Meld. St. 44 (2008-2009). *Utdanningslinja.* Kunnskapsdepartementet. https://www.regjeringen.no/contentassets/8ccdb8d0af81437e95d2144649864169/no/pdfs/stm200820090044000dddpdfs.pdf

Meld. St. 22 (2010-2011). *Motivasjon-Mestring-Muligheter.* Kunnskapsdepartementet. https://www.regjeringen.no/contentassets/0b74cdf7fb4243a39e249bce0742cb95/no/pdfs/stm201020110022000dddpdfs.pdf

Meld. St. 21 (2016-2017). *Lærelyst – tidlig innsats og kvalitet i skolen.* Kunnskapsdepartementet. https://www.regjeringen.no/no/dokumenter/meld.-st.-21-20162017/id2544344/?ch=1

Moreno, A. Martín, M. & Ramírez-Uclés, R. (2021). Errors of pre-service mathematics teachers solving a modelling task. *PNA. 15*(2), 109-136. https://doi.org/10.30827/pna.v15i2.20746

Niss, M. & Jankvist, U. T. (2020). Upper secondary school students' difficulties with mathematical modelling. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 51(4), 467-496, https://www.tandfonline.com/doi/epdf/10.1080/0020739X.2019.1587530?needAccess=true&role=button

Niss, M. & Jensen, T. H. (2002). *Kompetencer og matematiklæring: ideer og inspiration til udvikling af matematikundervisning i Danmark*. Undervisningsministeriets forlag.

Nyeng, F. (2012). Nøkkelbegreper i forskningsmetode og vitenskapsteori. Fagbokforlaget.

OECD. (2013). *PISA 2012 assessment and analytical framework: Mathematics, reading, science, problem solving and financial literacy.* OECD Publishing.

Opplæringslova. (1998). *Lov om grunnskole og den videregående opplæringa*. LOV-1998-07-17-61. Lovdata. https://lovdata.no/dokument/NL/lov/1998-07-17-61?q=oppl%C3%A6ringsloven

Özdemir, E. & Üzel, D. (2012). Student Opinions On Teaching Based On Mathematical Modelling. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, (55), 1207-1214. https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2012.09.616.

Pedersen, J. S. (2022). *Læreres syn på matematisk modellering: En kvalitativ studie av matematikklæreres erfaringer ved bruk av matematisk modellering i ungdomsskolen.* [Masteroppgave]. Universitetet i Sørøst-Norge.

Peter-Koop, A. (2004). Fermi problems in primary mathematics classrooms: Pupils' Interactive modelling processes. I I. Putt, R. Faragher, M. McLean, & Mathematics Education Research Group of Australasia (Red.), *Mathematics education for the third millennium: Towards 2010. Proceedings of the 27th annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia.* (s. 454-461). Mathematics Education Research Group of Australasia.

Rosa, M., & Orey, D. (2015). Social-critical dimension of mathematical modelling. I G. A. Stillman, W. Blum, & M. Biembengut (Red.), *Mathematical modelling in education research and practice: Cultural, social and cognitive influences* (s. 385–395). Springer

Røsseland, M. (2005a). Hva er matematisk kompetanse? *Tangenten*, (1). 12-18.

Røsseland, M. (2005b). Hva er matematisk kompetanse-del 2. *Tangenten*, (2). 48-53.

Røykenes K. (2008). Metodetriangulering – et metodisk minefelt eller en berikelse av fenomener? *Sykepleien Forskning*. 3(4) S. 224-226.DOI: 10.4220/sykepleienf.2008.0081

Säljö, R. (2001). *Læring i praksis: et sosiokulturelt perspektiv*. Cappelen akademisk forlag.

Sikt. (u.å.). *Meldeskjema for personopplysninger i forskning*. *https://sikt.no/fylle-ut-meldeskjema-personopplysninger*

Skovsmose, O. (2001). Landscapes of Investigation. *ZDM*, *33*(4), 123–132. https://doi.org/10.1007/BF02652747

Sofroniou, A. & Poutos, K. (2016). Investigating the Effectiveness of Group Work in Mathematics. *Education Sciences.6*(3), 1-15. https://doi.org/10.3390/educsci6030030

Sriraman, B., & Knott, L. (2009). The mathematics of estimation: Possibilities for interdisciplinary pedagogy and social consciousness. *Interchange*, *40*(2), 205–223. https://doi.org/10.1007/s10780-009-9090-7

Sunde, P. B., Petersson, J., Nosrati, M., Rosenqvist, E & Andrews, P. (2022). Estimation in the Mathematics Curricula of Denmark, Norway and Sweden: Inadequate conceptualiasations of an Essential Competence. *Scandinavian Journal of Educational Research. 66*(4). 626-641. https://doi.org/10.1080/00313831.2021.1897881

Svenkerud, S. W. (2021). Intervjuer i klasseromsforskning. I E. Andersson-Bakken & C.P. Dalland (Red.). *Metoder I klasseromsforskning.* (s. 91-103). Universitetsforlaget.

Tjora, A. (2021). *Kvalitative forskningsmetoder i praksis.* Gyldendal Norsk Forlag AS.

Universitetet i Oslo. (26. september 2017). *Nettskjema-diktafon mobilapp.* https://www.uio.no/tjenester/it/adm-app/nettskjema/hjelp/diktafon.html

Utdanningsdirektoratet. (18. november 2019). *Hva er kjerneelementer?* https://www.udir.no/laring-og-trivsel/lareplanverket/stotte/hva-er-kjerneelementer/

Utdanningsdirektoratet. (2020a). *Matematikk 1-10 (MAT01-05): Fagets relevans og sentrale verdier (MAT01-05).* Fastsatt ved forskrift. Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2020. https://www.udir.no/lk20/mat01-05/om-faget/fagets-relevans-og-verdier

Utdanningsdirektoratet. (2020b). *Matematikk 1–10 (MAT01-05): Kjerneelement.* Fastsatt ved forskrift. Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2020. https://www.udir.no/lk20/mat01-05/om-faget/kjerneelementer

Utdanningsdirektoratet. (2020c). *Matematikk 1-10 (MAT01-05): Kompetansemål og vurdering.* Fastsatt ved forskrift. Læreplanverket for 2020. https://www.udir.no/lk20/mat01-05/kompetansemaal-og-vurdering/kv22

Utdanningsdirektoratet. (2020d). *Kunnskapsgrunnlag for kvalitetskriterium for læremiddel i norsk.* Fastsatt ved forskrift.Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2020. https://www.udir.no/kvalitet-og-kompetanse/laremidler/kvalitetskriterier-for-laremidler/kunnskapsgrunnlag-kvalitetskriterium-norsk/generelt/foeringar-for-laremidla-i-LK20/

Vethe, T.I. (2015). *Problem posing i matematikk i eit elevperspektiv.* [Masteropppgave]. Høgskolen i Bergen.

Vygotsky, L. S. (1978). *Mind in Society: Development of Higher Psychological Processes.* Harvard University Press.

Wedde, Elise. (31. august 2022). *Hvordan er de nye læreplanene innført i skolen? – rapport fra evaluering av fagfornyelsen.* Utdanningsforbundet. https://www.utdanningsforbundet.no/var-politikk/publikasjoner/2022/hvordan-er-de-nye-lareplanene-innfort-i-skolen--rapport-fra-evaluering-av-fagfornyelsen/

Wedege, T. (2010). People's mathematics in working life: Why is it invisible? *ALM International Journal, 5*(1), 89-97. https://files.eric.ed.gov/fulltext/EJ1068213.pdf

Wittek, L. (2014). Sosiokulturelle tilnærminger til læring. I J.H. Stray & L. Wittek (Red.), *Pedagogikk: en grunnbok* (s. 133- 148). Cappelen Damm Akademisk.

Wittek, L. & Brandmo, C. (2014). Ulike tilnærminger til læring. I J.H. Stray & L. Wittek (Red.), *Pedagogikk: en grunnbok* (s. 133- 148). Cappelen Damm Akademisk.

Vedlegg

Vedlegg I: Godkjenning fra Sikt

Sikt

Meldeskjema / Elevers arbeid med matematisk modellering / Vurdering

Vurdering av behandling av personopplysninger

Referansenummer	Vurderingstype	Dato
998850	Standard	01.11.2022

Prosjekttittel
Elevers arbeid med matematisk modellering

Behandlingsansvarlig institusjon
Universitetet i Sørøst-Norge / Fakultet for humaniora, idrett- og utdanningsvitenskap / Institutt for matematikk og naturfag

Prosjektansvarlig
Suela Kacerja

Student
Liv-Marit Braatø

Prosjektperiode
15.08.2022 - 01.06.2023

Kategorier personopplysninger
Alminnelige

Lovlig grunnlag
Samtykke (Personvernforordningen art. 6 nr. 1 bokstav a)

Behandlingen av personopplysningene er lovlig så fremt den gjennomføres som oppgitt i meldeskjemaet. Det lovlige grunnlaget gjelder til 01.06.2023.

Meldeskjema

Kommentar
OM VURDERINGEN
Personverntjenester har en avtale med institusjonen du studerer ved. Denne avtalen innebærer at vi skal gi deg råd slik at behandlingen av personopplysninger i prosjektet ditt er lovlig etter personvernregelverket.

Personverntjenester har nå vurdert den planlagte behandlingen av personopplysninger. Vår vurdering er at behandlingen er lovlig, hvis den gjennomføres slik den er beskrevet i meldeskjemaet med dialog og vedlegg.

VIKTIG INFORMASJON TIL DEG
Du må lagre, sende og sikre dataene i tråd med retningslinjene til din institusjon. Dette betyr at du må bruke leverandører for spørreskjema, skylagring, videosamtale o.l. som institusjonen din har avtale med. Vi gir generelle råd rundt dette, men det er institusjonens egne retningslinjer for informasjonssikkerhet som gjelder.

TYPE OPPLYSNINGER OG VARIGHET
Prosjektet vil behandle alminnelige kategorier av personopplysninger frem til 01.06.2023.

LOVLIG GRUNNLAG
Prosjektet vil innhente samtykke fra foresatte til behandlingen av personopplysninger om barna. Vår vurdering er at prosjektet legger opp til et samtykke i samsvar med kravene i art. 4 og 7, ved at det er en frivillig, spesifikk, informert og utvetydig bekreftelse som kan dokumenteres, og som den registrerte/foresatte kan trekke tilbake.

Lovlig grunnlag for behandlingen vil dermed være foresattes samtykke, jf. personvernforordningen art. 6 nr. 1 bokstav a.

PERSONVERNPRINSIPPER
Personverntjenester vurderer at den planlagte behandlingen av personopplysninger vil følge prinsippene i personvernforordningen om:

- lovlighet, rettferdighet og åpenhet (art. 5.1 a), ved at foresatte får tilfredsstillende informasjon om og samtykker til behandlingen
- formålsbegrensning (art. 5.1 b), ved at personopplysninger samles inn for spesifikke, uttrykkelig angitte og berettigede formål, og ikke viderebehandles til nye uforenlige formål

- dataminimering (art. 5.1 c), ved at det kun behandles opplysninger som er adekvate, relevante og nødvendige for formålet med prosjektet
- lagringsbegrensning (art. 5.1 e), ved at personopplysningene ikke lagres lengre enn nødvendig for å oppfylle formålet

DE REGISTRERTES RETTIGHETER

Personverntjenester vurderer at informasjonen om behandlingen som de registrerte og deres foresatte vil motta oppfyller lovens krav til form og innhold, jf. art. 12.1 og art. 13.

Så lenge de registrerte kan identifiseres i datamaterialet vil de ha følgende rettigheter: innsyn (art. 15), retting (art. 16), sletting (art. 17), begrensning (art. 18) og dataportabilitet (art. 20).

Vi minner om at hvis en registrert/foresatt tar kontakt om sine/barnets rettigheter, har behandlingsansvarlig institusjon plikt til å svare innen en måned.

FØLG DIN INSTITUSJONS RETNINGSLINJER

Personverntjenester legger til grunn at behandlingen oppfyller kravene i personvernforordningen om riktighet (art. 5.1 d), integritet og konfidensialitet (art. 5.1. f) og sikkerhet (art. 32)

Ved bruk av databehandler (spørreskjemaleverandør, skylagring, videosamtale o.l.) må behandlingen oppfylle kravene til bruk av databehandler, jf. art 28 og 29. Bruk leverandører som din institusjon har avtale med.

For å forsikre dere om at kravene oppfylles, må dere følge interne retningslinjer og eventuelt rådføre dere med behandlingsansvarlig institusjon.

MELD VESENTLIGE ENDRINGER

Dersom det skjer vesentlige endringer i behandlingen av personopplysninger, kan det være nødvendig å melde dette til oss ved å oppdatere meldeskjemaet. Før du melder inn en endring, oppfordrer vi deg til å lese om hvilke type endringer det er nødvendig å melde:

https://www.nsd.no/personverntjenester/fylle-ut-meldeskjema-for-personopplysninger/melde-endringer-i-meldeskjema. Du må vente på svar fra oss før endringen gjennomføres.

OPPFØLGING AV PROSJEKTET

Personverntjenester vil følge opp ved planlagt avslutning for å avklare om behandlingen av personopplysningene er avsluttet.

Kontaktperson hos oss: Callan Ramewal

Lykke til med prosjektet!

Vedlegg II: Informasjonsskriv med samtykkeerklæring til fore-satte

Vil ditt barn delta i vårt forskningsprosjekt
" Å dra virkeligheten inn i matematikktimene"?

- **Til foresatte ved 9. trinn på** [redacted]

Dette er et spørsmål til deg/dere om deres barn kan delta i et forskningsprosjekt hvor formålet er å hjelpe lærere å gjøre undervisningen mer relevant for elevene. I dette skrivet gir vi deg informasjon om målene for prosjektet og hva deltakelse vil innebære for ditt/deres barn.

Formål
Vi er to lærerstudenter som har et masterprosjekt om matematisk modellering.
Matematisk modellering er koblingen mellom matematikk og hverdagen, eller sagt på en annen måte, å bruke matematikken til å løse problemer. Dette er sterkt representert i den nye læreplanen (LK20) i tillegg til at vi har et personlig ønske om å gjøre matematikkundervisningen mer relevant for elevene. I den forbindelse ønsker vi å se nærmere på hvordan elever arbeider med matematisk modellering da dette er et felt det er lite forskning på. Vi har dermed formulert følgende problemstilling: "Hvilke utfordringer har norske ungdomsskoleelever med matematisk modellering?"

Dataene vi samler inn vil kun brukes i dette masterprosjektet og det er viktig å påpeke at alle deltagere anonymiseres i oppgaven.

Vi ønsker å observere 2 matematikktimer hvor ditt/deres barn arbeider med modelleringsoppgaver i grupper. I tillegg ønsker vi å ta taleopptak slik at vi sikrer så detaljert data som mulig. Det vil verken skrives eller spørres om personopplysninger.

Hvem er ansvarlig for forskningsprosjektet?
Universitetet i Sørøst-Norge er ansvarlig for prosjektet.

Hvorfor får du spørsmål om å delta?
Ditt barn får spørsmål om å delta fordi læreplanen som gjelder for dem er LK20 hvor matematisk modellering er et sentralt aspekt. I tillegg fordi de går på ungdomsskolen i kommunen som hører til vårt universitet.

Vi har bedt faglærer [redacted] sende ut dette for oss da de har kontaktinformasjon til dere.

Hva innebærer det for deg å delta?
Dette innebærer at vi vil gi kort informasjon til elevene på forhånd om hvem vi er og hvorfor vi er hos dem. Deretter vil vi observere 2 matematikktimer hos klassen til ditt barn hvor vi skriver anonyme observasjonsnotater og tar lydopptak av de gruppene vi observerer.

Opplysningene som samles inn er navn på samtykkeskjema, samt at det er en viss sannsynlighet for at elevene sier hverandres navn i taleopptaket.

Det er frivillig å delta
Det er frivillig å delta i prosjektet. Hvis du velger å delta, kan du når som helst trekke samtykket tilbake uten å oppgi noen grunn. Alle dine personopplysninger vil da bli slettet. Det vil ikke ha noen negative konsekvenser for deg hvis du ikke vil delta eller senere velger å trekke deg.

Det vil ikke påvirke ditt eller ditt barns forhold til verken skolen eller ansatte ved skolen.

De som ikke deltar, vil få samme tilbud om undervisning uten å bli observert.

Ditt personvern – hvordan vi oppbevarer og bruker dine opplysninger
Vi vil bare bruke opplysningene om deg til formålene vi har fortalt om i dette skrivet. Vi behandler opplysningene konfidensielt og i samsvar med personvernregelverket.

Maren Tveiten Rilvaag, Liv-Marit Boxaspen Braatø, og veileder Suela Kacerja vil ha tilgang til datamaterialet. Datamaterialet vil også kunne diskuteres med medstudenter, men vil da anonymiseres først.

Obervasjonsnotatene vil ikke inneholde personopplysninger.

Deltagerende vil ikke kunne gjenkjennes i publikasjon, både navn og skole vil være fiktivt.

Hva skjer med personopplysningene dine når forskningsprosjektet avsluttes?
Prosjektet vil etter planen avsluttes 1. juni 2023. Alle opptak slettes etter prosjektslutt og observasjonsnotater makuleres.

Hva gir oss rett til å behandle personopplysninger om deg?
Vi behandler opplysninger om deg basert på ditt samtykke.

På oppdrag fra Universitet i Sørøst-Norge har Personverntjenester vurdert at behandlingen av personopplysninger i dette prosjektet er i samsvar med personvernregelverket.

Dine rettigheter
Så lenge du kan identifiseres i datamaterialet, har du rett til:

- innsyn i hvilke opplysninger vi behandler om deg, og å få utlevert en kopi av opplysningene
- å få rettet opplysninger om deg som er feil eller misvisende
- å få slettet personopplysninger om deg
- å sende klage til Datatilsynet om behandlingen av dine personopplysninger

Hvis du har spørsmål til studien, eller ønsker å vite mer om eller benytte deg av dine rettigheter, ta kontakt med:

- Universitet i Sørøst-Norge ved Suela Kacerja (suela.kacerja@usn.no), Maren Tveiten Rilvaag (221421@usn.no) og Liv-Marit Braatø (223731@usn.no)
- Vårt personvernombud: Paal Are Solberg (personvernombud@usn.no)

Hvis du har spørsmål knyttet til Personverntjenester sin vurdering av prosjektet, kan du ta kontakt med:

- Personverntjenester på epost (personverntjenester@sikt.no) eller på telefon: 53 21 15 00.

Med vennlig hilsen

Suela Kacerja — Maren Tveiten Rilvaag

(Veileder/forsker) — Liv-Marit Boxaspen Braatø
(Studenter)

Samtykkeerklæring

Jeg har mottatt og forstått informasjon om prosjektet og har fått anledning til å stille spørsmål. Jeg samtykker til:

- ☐ å delta i observasjon
- ☐ å delta i lydopptak

Jeg samtykker til at mitt barns opplysninger behandles frem til prosjektet er avsluttet

----

(Ditt barns navn)

(Signert av foresatt, dato)

Vedlegg III: Observasjonsskjema

OBSERVASJONSSKJEMA	
Gruppe 1	Elev 1
	Elev 2
	Elev 3

Tidspunkt:	
Dato:	
Fokus:	

Plassering, observatørrolle og beskrivelse av bakgrunnsinformasjon:

Illustrasjon - plassering av gruppen som observeres:

OBSERVASJON	TOLKNING

Vedlegg IV: Semistrukturert intervjuguide

Tidsramme: 15-30 minutter

Setting: Grupperom på skolen med begge studenter til stede

Oppstart

1. Hva synes dere om å jobbe med matematikk slik vi har gjort de siste timene?

Hoveddel

2. Hva har vært vanskelig?

(hvilke hensyn man skal ta, ikke fasitsvar, om svaret kan stemme)

3. Hva har fungert bra?

(samarbeid, ulike løsninger, variasjon, relevans og kreativitet)

4. Hva synes dere om fremføringene med de andre gruppene?

Avslutning

5. Er det noe dere ville gjort annerledes? I så fall, hva og hvorfor? Noe for å komme nærmere svaret?
6. Er det noe mer dere ønsker å legge til?

Vedlegg V: Oppgaver brukt i datainnsamling

Oppgave 1:

Hvor mange ganger har du pustet inn i ditt liv?

Oppgave 2:

Hvor mange TikTok-videoer kan man se på 2 timer?