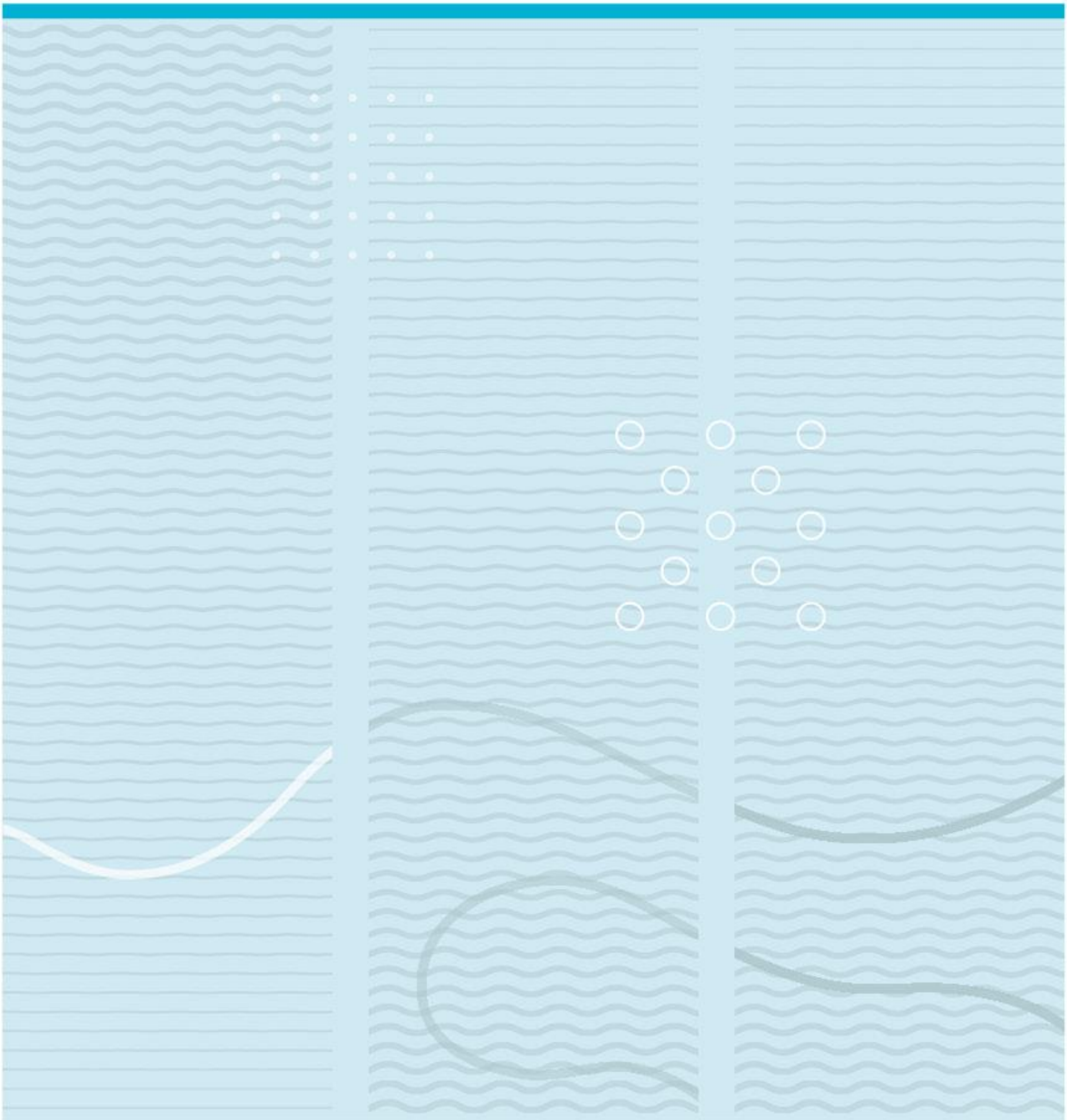
Universitetet i Sørøst-Norge
Fakultet for humaniora, idrett- og utdanningsvitenskap
–

Mastergradsavhandling
Studieprogram: MGLU2
Vår 2023

Regine Janvin

«Jeg skjønner meg ikke på brøk»

En kvalitativ undersøkelse av elevers utvikling av relasjonell forståelse knyttet til brøk og desimaltall.



Universitetet i Sørøst-Norge
Fakultet for fakultetet for humaniora, idrett- og utdanningsvitenskap
Institutt for matematikk og naturfag
Postboks 235
3603 Kongsberg

http://www.usn.no

Denne avhandlingen representerer 45 studiepoeng

Sammendrag

Denne masteravhandlingen forsker på elevers utvikling av forståelse knyttet til brøk og desimaltall. Formålet er å finne ut av om konkretiseringsarbeid og dybdelæring kan fremme en relasjonell forståelse for en mindre gruppe elever knyttet til brøk og desimaltall. Deltakerne er seks elever på 7.trinn som ønsket å delta, da de så på brøk og desimaltall som et utfordrende tema.

Bakgrunnen for avhandlingen er å kunne skape bedre læringsutbytte for elever som strever med matematikk. Flere elever strever med matematikk og synes det kan være utfordrende å følge den ordinære undervisningen. Matematikk kan være et abstrakt fag, og møtet med brøk kan virke meningsløst og fjernt. I denne studien støtter jeg meg på Skemp (1978) sin teori om instrumentell og relasjonell forståelse. Han la frem at skolen oftest har vært styrt av en instrumentell undervisning, men at elever får et større utbytte av å bygge opp en relasjonell forståelse i matematikk. Det er satt lys på misoppfatninger for å fange opp om elevene har en utviklet begrepsforståelse eller ikke knyttet til brøk og desimaltall. Videre kommer Ojose (2015), Tokle et al. (2018) og Petit et al. (2010) sine beskrivelser av utfordringer og misoppfatninger elever kan ha knyttet til brøk og desimaltall frem. Her presenteres det typiske svar elevene kan gi fra seg, dersom de ikke har en utviklet begrepsforståelse. Dette ligger til grunn for min undersøkelse om å øke elevers forståelse slik at de kan komme nærmere og utvikle en relasjonell forståelse.

For å kunne svare til problemstillingen, ble det gjennomført en interaksjon i aksjonsforskning. Jeg arbeidet tett på elevene og gjorde endringer etter elevenes behov underveis. Det ble gjennomført nye undervisnings metoder for å kunne fremme læring. Prosjektet startet med en diagnostisk test for å kartlegge hvilke misoppfatninger elevene hadde. En lignende diagnostisk test ble holdt i siste økt av prosjektet for å kartlegge elevenes utvikling av forståelse. Elevenes læringsrom sto i fokus, og undervisningen ble tilpasset etter hva elevene lærte best av. Undervisningen bestod av varierende arbeidsmetoder hvor elevene møtte ulike konkreter knyttet til brøk og desimaltall. Tilpasninger ble gjort etter elevers behov, slik at alle kunne få best mulig læringsutbytte.

Studiens hovedfunn viser at konkretiseringsarbeid gjør det lettere for elever å knytte det abstrakte innenfor matematikken til noe som beskriver hva det abstrakte betyr. Dette kommer til syne gjennom elevenes møte med konkretiseringsoppgavene, samt forklaringer de utgir underveis som viser til en økt forståelse og tilnærming til en relasjonell forståelse. Funnene viser også at utviklingen av forståelse varierer ut fra hver enkelt elev. Dette viser også at studien ikke kan svare til om den stemmer for hele populasjonen, men den kan vise til en positiv virkning av konkretisering og effekten av arbeid med en mindre gruppe.

Abstract

Title: “I don`t get fractions” – A qualitative research of students’ development of relational understanding of fractions and decimal numbers.

This thesis research students’ development of understanding related to fractions and decimal numbers. The purpose of this study is to find out whether concrete material work and in-depth learning can promote a relational understanding for a smaller group of students, related to fractions and decimal numbers. The participants consist of six pupils in the 7th grade, who wanted to participate, as they thought fractions and decimal numbers were a challenging topic.

The reason behind this thesis is to be able to create a better learning environment for students who struggle with mathematics. Several students who struggle with mathematics find it difficult to keep up with the ordinary classes. Mathematics can be an abstract subject, and the encounter with fractions can seem meaningless. In this study, I rely on Skemp (1978) theory about instrumental and relational understanding. He pointed out that schools often leaned on instrumental teaching, but that pupils get a greater benefit from building a relational understanding in the mathematical feal. Misconceptions have been highlighted in ordered to capture whether the participants have a developed understanding of the conception of fractions and decimal numbers. Furthermore, Ojose (2015), Tokle et al. (2018) and Petit et al. (2010) presents a description of the challenges and misconceptions students may have related to fractions and decimal numbers. They present the typical answers students may give if they don’t have a developed understanding of the concept. This is the background for this research of student’s understanding, so they can get closer to developing a relational understanding.

In order to be able to answer the question, I carried out an interaction in action research. I worked with the students’ and made changes according to the students’ needs along the way. New teaching methods were implemented in order to promote learning. The project started with a diagnostic test to find out which misconceptions the students had. And in also ended with a similar diagnostic test to see the students’ development of understanding. The students’ learning was in focus at all time, and the teaching techniques were formed after how the students’ learned. The teaching consisted of varying methods where the students worked with different concretes related to fractions and decimal numbers. Changes were made according to the student’s needs, so that everyone could get the best possible learning outcome.

The study’s main findings show that concretization makes it easier for students to link the abstract within mathematics to something that describes the meaning of the abstract material. This becomes

apparent through the students' encounter with the concretization tasks, as well as the explanations the students have given along the way that can show an increased understanding and approach to a relational understanding. The findings also show that the development of understanding varies according to each individual student. This also shows that the study cannot answer whether it will apply to the entire population. But it can show a positive effect of concretization and the effect of working in a smaller group.

Innholdsfortegnelse

Forord

Det er helt surrealistisk at dagen for levering av masteroppgaven er her. Fem år med hardt arbeid, med oppturer og nedturer har kommet til en ende. En ny epoke i livet er i ferd med å starte. Det virker både fint og skummelt på samme tid. Det er rart å skal legge bak seg disse fem årene for å innta en ny rolle som lærer og ikke bare vikar eller lærerstudent. Studietiden har gitt meg mye, både venner for livet, men også et stort kunnskapsrom av ferdigheter og metoder som jeg gleder meg til å ta i bruk.

Først og fremst vil jeg takke min veileder Andrea Hoffmann for å ha tatt seg god tid til å veilede meg underveis. Jeg vil takke henne for å ha lest gjennom kapitler, gitt gode kommentarer og motivert meg til å nå målet. Jeg er takknemlig for all støtte jeg har fått av både medstudenter, studieveiledere og praksislærere i løpet av disse fem årene. Jeg vil rette en takk til både venner og familie som har stilt opp og heiet på meg hele veien. Takk for at dere har stått ved min side, når jeg har mistet troen på meg selv. En ekstra takk til Mamma for å alltid ha stilt opp, lest gjennom oppgaver og motivert meg til å stå på videre. Jeg vil også takke min kjære samboer for å ha stått ved min side gjennom alle disse årene. Takk for at du har holdt ut gjennom alle oppturene og nedturene og motivert meg til å stå på videre.

Ikke minst vil jeg rette en stor takk til de fantastiske elevene som deltok i forskningsprosjektet, og takk til deres foresatte. Takk for at dere gjorde det mulig for meg å gjennomføre dette prosjektet. Det var en glede å jobbe med de fine elevene, de gjorde dette prosjektet både lærerikt og gøy. Videre vil jeg takke kollegaer for å ha vist interesse i masterprosjektet og spurt hvordan det har gått underveis. Til slutt vil jeg takke venner og familie som har tatt seg tid til å lese denne avhandlingen og som har bidratt med korrektur og innspill.

Notodden, juni 2023

Regine Janvin

1 Innledning

1.1 Bakgrunn for valg av tema

Da jeg startet på studiet var jeg ikke klar over hvor mange som strevde med matematikkfaget. Under flere praksisperioder møtte jeg stadig på elever som syntes matematikk var et utfordrende fag. Elevene som strevde kunne ofte si at matematikk var kjedelig, samt at de «hatet» matematikkfaget. Disse elevene sto ofte fast, var spørrende under en introduksjon, og flere fulgte ikke med i den felles undervisningen. Det var under møtet med disse elevene at min interesse for å finne en løsning for hvordan jeg kunne hjelpe vokste. Det var en spesiell praksisperiode som virkelig fikk meg til å tenke og reflektere over dette. Jeg var på en skole hvor de brukte nivådeling som metode. Klassen jeg underviste i, var bestående av de elevene som strevde med matematikk. Elevene ble møtt på sitt nivå og fikk mulighet til å oppleve mestring.

Det var også da jeg først lærte om Skemp (1978) sin teori knyttet til relasjonell og instrumentell forståelse jeg begynte å tenke over hvordan undervisningen i skolen er bygd opp. Skemp (1978) la frem at skolen har i større grad har vært preget av instrumentell undervisning, da dette er lettere å lære bort. Dette fikk meg til å tenke tilbake på hvordan undervisningen var da jeg selv var elev. Undervisningen slik jeg husker det, besto ofte av en kort introduksjon, etterfulgt av selvstendig arbeid. Jeg husker at jeg flere ganger kunne bruke tid på oppgaver, da det undret meg hvorfor reglene var som de var. Jeg trengte å vite hvorfor reglene fungerte eller ikke. Noen ganger klarte lærerne å forklare reglene, andre ganger ble jeg møtt med «bare husk regelen». Jeg var en elev som ikke syntes matematikkfaget var særlig gøy, da jeg ofte følte jeg ikke mestret faget. Dette var frem til ungdomskolen. Der var det en lærer som skilte seg ut. Han tok seg tid til å forklare oppgavene, noe som førte til at matematikk ga mening. Det var først da min interesse for matematikkfaget økte og jeg opplevde mestring. En annen faktor som jeg selv lærte gjennom, var praktiske eksempler, som kunne konkretisere matematikken. Jeg klarte å knytte de matematiske elementene til noe konkret, og med det økte også forståelsen. Skemp (1978) skriver at en relasjonell forståelse har flere fordeler da elever blir mer tilpasningsdyktig, samt er det lettere å huske over lengre tid (Skemp, 1978, s. 12-13). Jeg selv synes det er lettere å arbeide med matematikk når jeg vet hvorfor reglene fungerer. Med mine egne erfaringer og Skemp (1978) sin teori ønsket jeg å arbeide med å gi elever en mulighet til å utvikle en relasjonell forståelse, da det over lengre tid kan hjelpe elevene til å forstå matematikkens abstrakte elementer.

På bakgrunn av både egne erfaringer jeg selv har hatt som elev, samt de erfaringene jeg fikk gjennom praksisperiodene i studietiden, kom jeg frem til hva jeg ønsket å forske på. Jeg ønsket å hjelpe de elevene som synes matematikk var et utfordrende fag, samt se på hvordan konkreter kunne være med på å fremme relasjonell forståelse. For å kunne utføre et slikt prosjekt ble det nyttig å se hva læreplanen skriver. I læreplanen blir det skrevet om dybdelæring, og hvordan skolen skal legge til rette for dette.

> «*Skolen skal gi rom for dybdelæring slik at elevene utvikler forståelse av sentrale elementer og sammenhenger innenfor et fag, og slik at de lærer å bruke faglige kunnskaper og ferdigheter i kjente og ukjente sammenhenger*» (Kunnskapsdepartementet, 2017).

Ut ifra tidligere praksis erfaringer har jeg sett at det kan være utfordrende for elever som strever med matematikk å arbeide med dybdelæring. Det kan være vanskelig å forstå det abstrakte i matematikken og hva de matematiske elementene egentlig betyr. Formålet med prosjektet er å kunne hjelpe elever som strever med brøk og desimaltall til å kunne utvikle en relasjonell forståelse.

1.2 Problemstilling og avgrensninger

Ønsket om å studere hvordan konkretiseringsarbeid kunne fremme en relasjonell forståelse knyttet til et tema innenfor matematikken, bidro til å formuleringen av følgende problemstilling og forskningsspørsmål:

«*Hvordan kan konkretiseringsarbeid innenfor brøk og desimaltall fremme relasjonell forståelse for en mindre gruppe elever på 7.trinn?*»

> «*Hvilken innvirkning har konkretiseringsarbeidet på elever som strever med brøk og desimaltall*»
>
> «*Hvordan kan dybdelæring være til hjelp for å utvikle forståelsen?*»

Avgrensningen for forskningen ble allerede satt før problemstillingen ble ferdig formulert. Den første avgrensningen ble å kun fokusere på en mindre gruppe elever, da jeg ønsket å gi deltakerne et best mulig læringsutbytte. Det første forskningsspørsmålet setter også en konkret begrensing til elever som strever med matematikkfaget. Jeg måtte også avgrense til et spesifikt tema innenfor matematikken. Temaet ble ikke satt før et møte med kontaktlæreren for deltakerne i gruppa. Temaet brøk og desimaltall ble til da det var dette temaet klassen skulle starte med under prosjektets periode. Det ble derfor gunstig å velge temaet brøk og desimaltall, slik at elevene ikke skulle gå glipp av temaet fra den ordinære undervisningen.

1.3 Avhandlingens oppbygning

Oppbygningen til avhandlingen er fordelt inn i seks kapitler som hvert representerer deler av forskningsprosessen. Kapitlene som kommer videre i avhandlingen starter med en kort introduksjon om hva som kan forventes å møte i kapittelet. I andre kapittel blir teoretiske rammer presentert. I tredje kapittel presenteres den metodiske tilnærmingen som ble brukt på veien fra problemstilling til funn. I fjerde kapittel blir funnene presentert og analysert, før jeg i femte kapittel diskuterer disse i lys av de teoretiske rammene. I kapittel seks blir problemstillingen konkludert.

2 Teoretisk bakgrunn

I dette kapittelet presenterer jeg teori og forskning som er relevant for denne studien. Jeg starter med å presentere begrepet brøk, før jeg kort presenterer matematikkens terminologi. Videre trekker jeg frem kognitiv teori og konstruktivisme, før jeg presenterer relasjonell- og instrumentell forståelse. Deretter går jeg videre inn på diagnostiske oppgaver og misoppfatninger knyttet til brøk og desimaltall. Til slutt legger jeg frem teori og forskning knyttet til konkretiseringsarbeid og dybdelæring.

2.1 Brøk

De naturlige tallene er bestående av $N = \{1,2,3 \ldots\}$. Disse tallene brukes til telling og beskrivelse av en rekkefølge. Den første utvidelsen i tallforståelsen barn må gjøre seg er fra de naturlige tallene til heltallene, dette betyr at de negative tallene kommer med og det blir mulig å addere og subtrahere (Birkeland et al., 2018, s. 193). Heltall er det letteste for elevene å forstå. Barn lærer tidlig å telle og skaper tidlig en forståelse av prinsippet (Kilpatrick et al., 2001, s. 181). For å arbeide med brøk, må vi utvide forståelsen av tallbegrepet. Dette innebærer et begrepsmessig sprang for elevene. Brøk er et krevende begrep som trenger tid og øvelse (Birkeland et al., 2018, s.193 & s. 203-204). En brøk er et rasjonalt tall som uttrykkes slik $\frac{a}{b}$ hvor a og b er heltall der $b \neq 0$ (Vamvakoussi, & Vosniadou, S., 2010, s. 183). Brøker kan ha forskjellige betydninger i ulike sammenhenger. Birkeland et al. (2018) holder frem at brøk kan være en del av en hel, et punkt mellom to hele tall på en tallinje, en sammenlikning mellom en del og det hele, svaret til en divisjonsoppgave eller en måte å sammenlikne to størrelser på (Birkeland et al., 2018, s. 204).

2.2 Matematikkens terminologi

Språket spiller en sentral rolle i menneskelig læring, også i matematikk. Matematikkens tegn og symboler sammenliknes med et eget språk elevene skal lære å lese og forstå. Å lære disse begrepene er nært forbundet med det å lære språk. I læring og kommunikasjon av begreper bruker vi hverdagsspråket som er nært knyttet til dagliglivets erfaringer og fagspråket som er særegent for matematikken. Det er viktig at lærere har kunnskap om betydningen av språket i undervisningssammenhenger (Birkeland et al., 2018, s. 49-50). Matematikk er et fag med en egen terminologi. Det består av presise faguttrykk og et språk som ikke alltid brukes i dagligtalen og heller ikke i barns språk (Birkeland et al., 2018, s. 50). Matematikkens språk og terminologi brukes i samfunnet, men kan likevel oppleves som uforståelig og fremmed. Matematiske ord som addere, subtrahere, multiplisere og dividere er ord som ikke er naturlig i de fleste sine ordforråd og kan dermed oppfattes som fremmed. Det brukes andre ord for dette utenfor matematikken (Botten, 2016, s.68). Noe som kan styrke elevenes forståelse av matematikk og er avgjørende for deres suksess i faget, er å la dem delta i samtaler og diskusjoner. Dersom elevene er aktive i diskusjonene, kan formulere og begrunne egne matematiske ideer og resonnere ved hjelp av egne og andres forklaringer og kunne begrunne sine svar vil dette kunne hjelpe dem på å utvikle en dyp forståelse av matematikken (Wæge, 2019, s. 18). Det er viktig å ta hensyn til elevers forståelse av de matematiske ordene og utrykkene. Dersom elevene ikke har forståelse av de matematiske ordene og utrykkene som brukes kan dette skape store problemer i samtalene (Botten, 2016, s. 68).

2.3 Læring gjennom assimilasjon og akkomodasjon

2.3.1 Kognitiv teori og konstruktivisme

Piagets teori har hatt et fokus på hva som skjer når mennesker lærer, og den kan med dette plasseres inn i den kognitivt-konstruktivistiske teorien (Imsen, 2017, s. 147). Konstruktivismen omhandler teorier om kunnskap og hva det vil si å tilegne seg kunnskap. Kunnskap er ikke noe som finnes i mennesket selv, men som et menneskelig produkt av å prøve å forstå og forklare omverden. Kunnskap er skapt av mennesket og konstruert i de forståelsesformene vi har til å hjelpe oss (Imsen, 2017, s. 45 & s. 145). Kognitiv teori er opptatt av det som skjer i hodet til den som lærer. Teorien vektlegger de indre tankeprosessene som inngår i en læringsprosess. Den kognitive teorien tar for seg hva som skjer med sansene til individet når det mottar stimulering og hvordan stimuleringen formes om til informasjon som sorteres og lagres i hukommelsen (Imsen, 2017. s. 64 & s. 105). Kognitiv konstruktivisme kjennetegnes ved at den ser på læring som individuelt anliggende. Her menes det at læring skjer gjennom samspill mellom individet og den fysiske omverden (Imsen, 2017, s. 146).

Piaget (1977) legger frem at det finnes en sammenheng mellom intelligensen og de prosessene som styrer utviklingen og tilpasningen til et individ. Verbal eller kognitiv intelligens er bygget opp av praktisk sansemotorisk intelligens, som avhenger av vaner og assosiasjoner (Piaget, 1977, s. 1). Ifølge Piaget er ikke det individet lærer et speilbilde av den ytre verdenen. Individet må tilpasse seg de fysiske og mentale miljøene de er i for å overleve. Piaget antar at individet er utrustet med at kognitive struktur tar til seg stimuli og informasjon. Dette tolkes gjennom tidligere kunnskap og tilpasses slik at det samsvarer med individets kognitive strukturer. Læring er et resultat av hva individet gjør med stimuleringen. Som individ konstruerer vi vår egen subjektive kunnskap. Det skjer en vekselvirkning mellom påvirkningen og det vi gjør med påvirkning. Dette fører til at kunnskapen er i stadig forandring og utvikling (Imsen, 2017, s. 45. & Karlsdottir & Hybertsen, 2013, s. 232).

For å tilegne oss kunnskap bruker Piaget begrepet «schemata» også kalt skjema. Skjemaet er den mentale representasjonen av handlingsmønster. Skjemaene gjør oss i stand til å forstå verden rundt oss og de er byggesteinene for tenking (Karlsdottir & Hybertsen, 2013, s. 232). Handlingsmønstrene er det som sitter igjen etter et individ har erfart den ytre verdenen gjennom handling og utforskning. Skjemaene for handlingsmønstrene kan tas i bruk i ulike situasjoner og de kan utvikles gjennom læring (Imsen, 2017, s. 150-151). Den mentale utviklingen til et individ skjer gjennom en adapsjonsprosess hvor de kognitive strukturene forandres. (Karlsdottir & Hybertsen, 2013, s. 233). Intelligensen og den mentale utviklingen til et individ skjer gjennom en prosess hvor det tilpasser seg omgivelsene gjennom assimilasjon og akkomodasjon. Ved assimilasjon legger vi til den nye informasjonen eller erfaringen i de allerede eksisterende skjemaene. Dersom den nye informasjonen ikke passer inn i de allerede eksisterende skjemaene, må vi modifisere og endre på de skjemaene som er slik at informasjonen passer inn. Dette kalles akkomodasjon (Piaget, 1977, s. 7). Assimilasjon og akkomodasjon kan foregå samtidig og er gjensidig avhengige av hverandre. Det gjør at et individ kan tilpasse seg miljøet og kan mestre det på nye måter. Læring er nært knyttet til disse tilpasningene. Det er først når det skjer en endring i skjemaene at læring oppstår (Karlsdottir & Hybertsen, 2013, s. 233).

2.4 Instrumentell og relasjonell forståelse

Forståelsen av matematikken kan deles inn i to kategorier: instrumentell forståelse og relasjonell forståelse. Skemp (1978) beskriver instrumentell forståelse med ordene «*rules without reasons*». Med en instrumentell forståelse følges regler uten å forstå hvorfor, men for eleven selv er en slik regel det de mener med «forståelse». Relasjonell forståelse defineres som en forståelse av å både vite hva man gjør og hvorfor (Skemp, 1978, s. 9).

Skemp (1978, s. 10) nevner to feiltilpasninger i matematikk. Den første er elever som har mål om å få en instrumentell forståelse, men en lærer som vil at de skal få en relasjonell forståelse. Den andre er motsatt, hvor elevene ønsker en relasjonell forståelse, men læreren underviser for å gi en instrumentell forståelse. Den første skaper færre problemer for elevene, men mer frustrasjon for lærere. Elevene ønsker ikke få inn alt grunnarbeidet og begrunnelsene læreren gir. De er kun ute etter å lære regelen for å løse problemene, så fort dette er oppnådd ignorerer de resten. Dersom læreren stiller spørsmål hvor regelen ikke gjelder kan det føre til at elevene løser oppgaven feil (Skemp, 1978, s. 10). Et eksempel Skemp trekker frem er regning med måleenheter, hvor elever ikke har forstått at de må endre måleenheten(e) dersom det i regnestykket er to eller flere forskjellige måleenheter. For å kunne vite hva du skal gjøre trenger du flere regler, eller det Skemp beskriver som relasjonell forståelse (Skemp, 1978, s. 10). Den andre feiltilpasningen, hvor elevene prøver å oppnå en relasjonell forståelse, men læreren gjør dette umulig, skaper mye større utfordringer. Det kan skape store frustrasjoner dersom eleven prøver å oppnå en relasjonell forståelse, uten å få undervisningen som tilrettelegger dette. Når disse elevene da får opplæring i en relasjonell forstand kan det føre til at de raskt henger seg på og oppnår mestring (Skemp, 1978, s. 10-11).

Skolen har i større grad vært preget av instrumentell undervisning. Skemp (1978) begrunner dette med tre punkter. Den første begrunnelsen er at instrumentell matematikkforståelse kan være mye lettere å forstå. Noen temaer innenfor matematikken er vanskelig for elevene å forstå grunnen til. Et av eksemplene som trekkes frem er å dividere en brøk på en brøk, hvor regelen elevene må huske er å snu den bakerste brøken for å multiplisere brøkene sammen. En instrumentell forståelse her vil være lettere og raskere å lære enn en relasjonell forståelse knyttet til slike oppgaver. Den andre begrunnelsen er at elevene lærer å løse oppgavene fortere, slik at de opplever mestring. Lærerne forklarer dette med at elevene trenger å oppleve mestring for å øke troen på seg selv, noe elevene raskere oppnår ved en instrumentell undervisning. Den tredje bygger videre på at elevene får rett svar raskere (Skemp, 1978, s. 12).

Relasjonell undervisning i matematikken har flere fordeler. Skemp (1978) nevner fire fordeler med å lære relasjonelt. Den første er at elevene blir mer tilpasningsdyktige til nye oppgaver dersom de har en relasjonell forståelse. Det vil være lettere for dem å vite hvilke metode som fungerer og hvorfor den fungerer. Det andre punktet går ut på at en relasjonell forståelse er lettere å huske. Å oppnå en relasjonell forståelse krever mer tid og er vanskeligere å lære, men når koblingene mellom regel og grunnen til at regelen fungerer sitter og er lært, vil kunnskapen som er oppnådd vare lengre. Det vil derfor være lettere å huske over lengre tid og det blir mindre å måtte pugge på nytt senere. Det tredje punktet trekker frem at relasjonell kunnskap kan være et effektivt mål i seg selv. Ut fra et eksperiment viser det til at behovet for eksterne belønninger og straffer er sterkt redusert. Dette punktet knyttes til punkt fire hvor det blir beskrevet at relasjonelle skjemaer er organiske i kvalitet. Å lære relasjonelt og å lage seg skjemaer er med på å hjelpe elevene til å utvikle seg. Tilknytningene dette har til punkt 3 er at hvis elever får tilfredstillelse fra relasjonell forståelse, prøver de kanskje ikke bare å forstå relasjonelt neste gang noe nytt materiale dukker opp, men de prøver også aktivt å oppsøke nytt materiale og utforske nye områder selv (Skemp, 1978, s. 12-13).

2.5 Misoppfatninger og diagnostiske oppgaver

2.5.1 Hva er en misoppfatning?

Misoppfatninger er bestående av misforståelser og feiltolkninger basert på en ukorrekt mening (Ojose, 2015, s. xii). Elever med misoppfatninger har en ufullstendig tanke knyttet til et begrep. Ideer og begreper som elevene har dannet fra tidligere erfaringer, gjelder ikke alltid i nye situasjoner. Et begrep er sjeldent fullstendig utviklet etter en har gjort en erfaring på et avgrenset område. Å få elever til å forstå dette blir sett på som et problem i matematikk undervisningen (Brekke, 2002, s. 10). Ojose (2015) skriver om hvordan misoppfatninger kommer frem gjennom to mangler. Det første er konseptuelle mangler og relateres til mangel på forståelse. Elever med konseptuelle mangler har ikke en forståelse for prinsippet som er avgjørende for løsningen av et gitt problem. De forstår ikke hvordan de kan løse et gitt problem, og bruker derfor gjerne tidligere erfaringer når de skal løse en oppgave. Den andre er utførelsesmangler, disse oppstår når en forsøker å utføre en prosedyre og den går i stykker eller bare er delvis gjennomført (Ojose, 2015, s. xii).

Brekke (2002) legger frem viktigheten av å se forskjellen på feil elevene gjør, og misoppfatninger elevene har. En feil er mer eller mindre tilfeldig, gjerne fordi eleven selv ikke er oppmerksom nok, eller leser oppgaven. Misoppfatninger derimot, er ikke tilfeldige. Det ligger en bestemt tanke bak dem, en ide som brukes konsekvent. Oftest bruker elevene da tidligere kunnskaper på nye områder der disse kunnskapene ikke gjelder fullt ut. Det er et forsøk på å skape mening og sammenheng i det de lærer (Brekke, 2002, s. 10). Å forstå problemer relatert til misoppfatninger er viktig slik at det kan tas tak i og forbedres. Dersom en lærer oppdager en misoppfatning, er det viktig å hjelpe eleven å komme bort fra denne (Ojose, 2015, s. xiii-xiv).

2.5.2 Utfordringer og vanlige misoppfatninger knyttet til brøk og desimaltall

Elever kan ha utfordringer med å lære seg brøk dersom de ikke forstår meningen med brøk. De kan se på brøk som meningsløse symboler og konkludere med at teller og nevner er separate tall (Fitri & Prahmana, R. C. I., 2019, s. 1). Å lære om de rasjonale tallene er mer utfordrende enn å lære om heltallene. De er mer komplekse for de kan representeres på flere måter og det er flere måter å bruke de på (Kilpatrick et al., 2001, s. 231). En brøk kan ha ulike betydninger i ulike sammenhenger og for å utvikle et godt brøkbegrep må elevene beherske de forskjellige aspektene. Utfordringer knyttet til brøk kan ofte henge sammen med elevers tidligere erfaringer med heltall. Mange elever bruker «heltallstenkingen» når de løser oppgaver med brøk (Tokle et al. 2018, s. 3)

Petit et al. (2010, s.31) skriver om hvordan elevene bruker heltallsforståelsen i oppgaver knyttet til brøk. Han beskriver dette som upassende bruk av heltallsforståelsen og mener dette kan resultere i at elever løser brøkoppgaver feil. Det blir lagt frem fem punkter med misforståelser som kan oppstå:

1. Hvordan elever plasserer en brøk på en tallinje
2. Sammenlikning av to eller flere brøker
3. Hvordan elever ser brøkdelene av det hele
4. Estimering av størrelsen til brøken
5. Hvordan elever opererer med brøk

I arbeid med brøk kan det hende elever kun fokuserer på tellerne og/eller nevnerne i brøkene når de skal sammenlikne brøker, summere to brøker eller finne en brøkdel av en helhet (Petit et al., 2010, s. 32). Petit et al. (2010) viser til eksempler knyttet til punktene overfor dersom elevene bruker en upassende heltallsforståelse og kun fokuserer på tellerne og/eller nevnerne. Det første eksemplet er knyttet til å plassere tre brøker på en tallinje. Eleven i eksemplet har plassert tre brøker på en tallinje i denne rekkefølgen: $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$. Eleven beskriver at rekkefølgen må stemme siden 2 er mindre enn 3 og 3 er mindre en 4. Her bruker eleven en upassende heltallsforståelse til å plassere brøkene på en tallinje (Petit et al., 2010 s. 32). Ojose (2015) knytter denne misoppfatningen til elevers forståelse av hvordan de teller de naturlige tallene. Dette er en vanlig misoppfatning å ha i starten av opplæringen innen brøk. Det andre eksempelet er knyttet til punkt 2, hvor en elev sammenlikner to brøker ved å se på hvilken brøk som har høyest siffer i teller og nevner, for å konkludere med at den må være større fordi «tallene» er større. Det tredje eksempelet er knyttet til punkt 3, hvor oppgaven er å sette ring rundt $\frac{5}{8}$ av figurene. Det er 16 figurer og eleven setter ring rundt 13, da summen av 5 og 8 er 13 (Petit et al., 2010. s. 32-33).

Fitri & Prahmana (2019) utførte en studie hvor de legger frem et intervju av lærere på 7.trinn. I intervjuet kommer det frem at elevene har vanskelighetet med å løse brøkoppgaver, og at de trenger mer tid til å lære bruken av brøk. De fleste strever med å addere og subtrahere brøker. For å addere og subtrahere brøker trenger man å finne felles nevner, noe elevene strevde med å forstå. En annen utfordring som gikk igjen blant elevene, var å konvertere desimaltall til brøktall og motsatt (Fitri & Prahmana, R. C. I., 2019, s. 2). Misoppfatningen knyttet til addering med brøk fører ofte til at elever bruker feil regler i situasjonen. Elever lærer tidlig at dersom nevneren er lik, trenger de kun å legge sammen tellerne. Dersom nevnerne er forskjellige, kan det lettere oppstå misoppfatninger. For at elever skal kunne forstå hvorfor de må finne felles nevner før de kan legge sammen brøkene kan det være en god ide og bruke modeller som viser hva regnestykket betyr (Ojose, 2015, s. 8-9). Elever har gjerne samme feil dersom de får en oppgave hvor de skal subtrahere to brøker. Her vil også en figur komme til nytte for å vise hvordan de kan løse subtraksjonsoppgaver med brøk (Ojose, 2015, s. 10).

Tokle et al. (2018) legger frem seks typiske misoppfatninger elever kan ha med brøk. Disse misoppfatningene kan også knyttes til Petit et al. (2010) sin beskrivelse av misforståelser elever kan ha knyttet til brøk, samt Ojose (2015) sine nevnte misoppfatninger knyttet til brøk.

1. «*Nevneren representerer antall deler, uavhengig av størrelse*». Elevene fokuserer kun på antall deler og tar ikke hensyn til størrelse. Misoppfatningen som oppstår, er at en brøk nødvendigvis ikke trenger og deles i like store deler. Når elever med denne misoppfatningen møter figurer hvor delene i figuren ikke er like store, slik som i figuren vist under (figur 2.1), vil de tro at hver del av figuren tilsvarer $\frac{1}{5}$, selv om størrelsene er forskjellige. En annen misoppfatning til samme figur kan være at elever tenker det blå tilsvarer $\frac{1}{4}$ av figuren, siden det er en del blå og fire deler som ikke er blå.

Figur 2-1: representasjon av størrelse (Tokle et al. 2018).

2. «*Jo større nevner eller teller, jo større brøk*». I denne misoppfatningen bruker elevene heltallforståelsen. Dette fører til at de ser på tellere og nevnere som rene tallstørrelser uten å ta hensyn til forholdet mellom dem. Et eksempel er at en elev kan tenke seg at $\frac{1}{9}$ er større enn $\frac{1}{8}$ siden 9 er større enn 8. De kan også overføre samme tenking fra desimaltall til brøk. Siden 0,9 er større enn 0,8 så må jo dette stemme for brøkene $\frac{1}{9}$ og $\frac{1}{8}$. Elever med denne misoppfatningen kan også argumentere for at $\frac{1}{9}$ er nærmere 1 på samme måte som at $\frac{1}{5}$ er lik 0,5.
3. «*Brøkstreken er likt desimalkomma*». Elever kan ha vanskeligheter med å forstå at brøk representerer et tall. De ser at en brøk er satt opp av en teller, nevner og en brøkstrek, men de kan fort behandle tallene i brøken som to heltall og tro at brøkstreken er et skilletegn mellom teller og nevner. I en oppgave hvor elevene skal finne verdien til brøken, kan det hende de setter de samme tallene opp med et komma imellom seg. For eksempel vil elever med denne misoppfatningen si at $\frac{2}{5}$ er det samme som 2,5.

4. «*Differansen mellom teller og nevner avgjør størrelsen til brøken*». Som nevnt kan elever bruke sin heltallsforståelse når de skal arbeide med brøk. I en oppgave hvor to brøker skal sammenliknes, kan det hende de ser på teller og nevner som uavhengige tallstørrelser, og da ikke tar hensyn til forholdet mellom dem. I en slik oppgave svarer ikke elevene nødvendigvis feil, men det er en manglende forståelse til begrepet. Eksempelet viser en beskrivelse av at $\frac{2}{3}$ må være større enn $\frac{3}{5}$, for i $\frac{2}{3}$ mangler det bare 1 for å få enn hel, mens i $\frac{3}{5}$ mangler det 2 for å få en hel. Eleven med denne tolkningen ser på «hvor mye» som mangler, altså ser de på differansen for å avgjøre hvilken brøk som er størst. Desto mindre differanse, desto større brøk. Med denne misoppfatningen kan de også tenke seg til at $\frac{3}{4}$ er like stor som $\frac{4}{5}$.
5. «*Teller (eller nevner) er isolerte tall*». Noen elever forholder seg til enten teller eller nevner og som nevnt tidligere, ikke tar hensyn til helheten. I noen av disse tilfellene kan elevene få riktig svar. Et eksempel kan være at en pizza er delt i åtte stykker, av den blir det spist $\frac{3}{8}$. Elever som kun ser på telleren, vil svare at 3 pizzastykker er spist. Dersom oppgaven hadde vært formulert til at det ble spist $\frac{1}{4}$ av samme pizza, vil en elev som ser på telleren svare at kun 1 pizzastykke ble spist. Misoppfatningen her blir at elevene tenker at brøkdelen av en mengde er lik telleren i brøken uavhengig av antall elementer i mengden. For disse elevene vil da $\frac{1}{3}$ av dropsene i en pose utgjør 1 drops, uansett hvor mange drops det skulle være i posen.
6. «*Tar ikke hensyn til helheten*». Å kunne se brøk som en relativ størrelse blir sett på som en av de grunnleggende forståelsene av brøk. Elever med en misoppfatning til størrelsen kan oppfatte brøker som en del av den samme helheten og at verdien alltid vil være det samme forholdet til hverandre, uavhengig av brøkens helhet. Elever kan tenke at en halv av noe eller en halv av noe annet alltid er like mye. De må skape erfaringer med at brøker kan være en del av varierende mengder. En brøkdel må sees i forhold til en helhet. Elever kan oppleve dette som utfordrende for en halv befinner seg bare et sted på tallinjen, mens halvparten av noe kan variere ut ifra hva helheten er. Hvis vi ser på figur 2.2 under kan vi se en halvsirkel og en firkant. Elever kan tenke seg at halvsirkelen må være $\frac{1}{2}$, men firkanten kan være utfordrende å beskrive. Hvilken brøk figurene beskriver avhenger av hva helheten er. Det er ikke nødvendigvis slik at halvsirkelen er en halv av noe, det kan hende det er det hele, eller en enda mindre bit av noe større. Elever kan ha utfordringer med å forstå at helheten kan

endre seg. Dersom en mengde først øker med for eksempel $\frac{1}{10}$, og senere minker med $\frac{1}{10}$, kan elever konkludere med at mengden må være den samme som før.

Figur 2-2: hva er helheten? (Tokle et al. 2018).
(Tokle et al., 2018, s. 4-23).

Brøk og desimaltall er nært relatert, og elever arbeider gjerne med disse temaene samtidig. Ojose (2015) viser til misoppfatninger elever kan ha knyttet til desimaltall. En typisk misoppfatning elevene kan ha er å se på det tallet som har flest desimaler bak som det største, uavhengig om dette stemmer eller ikke. Eksempel på dette kommer senere i kapittelet. For å hjelpe elever med denne type misoppfatning kan en lærer starte med å se på tall med like mange desimaltall. Deretter kan det bygges på flere siffer og vise til hva det betyr å sette null bakerst for å vise at verdien fortsatt er den samme (Ojose, 2015, s. 15-16).

2.5.3 Hva kjennetegner diagnostiske oppgaver?

Brekke (2002) legger frem fem punkter knyttet til hvordan diagnostiske oppgaver brukes:

1. For å identifisere og fremheve misoppfatninger elevene har utviklet.
2. For å gi læreren informasjon om løsningsstrategier elever bruker i ulike oppgaver
3. For å rette undervisningen mot å fremheve misoppfatningene, for å overvinne dem og de delvise begrepene.
4. For å utvikle elevenes eksisterende løsningsstrategier
5. For å måle hvordan undervisningen har hjulpet elevene til å overvinne misoppfatningene ved å bruke de samme oppgavene både før og etter undervisningssekvensen.

(Brekke 2002, s.15-16).

Diagnostiske prøver kan bestå av oppgaver elevene ikke har arbeidet mye med tidligere. Elevene har oftest noen ideer om hvordan de kan angripe oppgavene for å finne et svar. Målet med oppgavene er å oppdage hvilke tanker elevene har om ulike begreper, bli kjent med de utfordringene elevene har knyttet til begrepene og til hjelp for å kunne planlegge undervisningen (Brekke, 2002, s. 16)

Slik som nevnt, skal en diagnostisk test være med på å fange opp om elever har misoppfatninger eller ikke. Innholdet i testen er derfor viktig. I en diagnostisk test vil en prøve å unngå spørsmål hvor elevene kan få riktig selv om de har en misoppfatning knyttet til begrepet (Brekke 2002, s. 16). Brekke legger frem fire eksempler knyttet til desimaltall der to eksempler gir liten diagnostisk informasjon, og de to andre eksemplene vil kunne fiske frem feilaktig ideer elevene kan ha knyttet til begrepene.

Eksempel 1: Regn ut: 0,24: 2

Eksempel 2: Regn ut: 0,12: 2

De to første eksemplene går ut på å dividere med desimaltall. Det første eksemplet vil ikke nødvendigvis få frem en misoppfatning da svaret blir 0,12. Dette gir liten diagnostisk informasjon da 24:2 er 12, og dermed kan elevene ut fra denne kunnskapen komme frem til 0,12. Eksempel 2 vil trolig vise om elevene har en misoppfatning eller ikke. En elev med en misoppfatning knyttet til regning med desimaltall, vil trolig svare 0,6 da 6 er halvparten av 12 (Brekke 2002, s. 16-17).

Eksempel 3: Sorter desimaltallene fra minst til størst: 0,23 – 0,62 – 0,42

Eksempel 4: Sorter desimaltallene fra minst til størst: 0,62 – 0,236 – 0,4.

De neste eksemplene går ut på å sortere desimaltallene. Eksempel 3 gir liten informasjon av om elevene har forstått hvilket tall som er størst eller minst. Eksempel 4 vil kunne gi god indikasjon på forståelsen av desimalbegrep. Elever som har misoppfatninger knyttet til sortering av desimaltall vil antakeligvis bruke strategien «det lengste tallet, er det største tallet». Dette vil ikke eksempel 3 kunne få frem, da alle tallene har like mange siffer (Brekke 2002, s. 16-17).

Dersom man skal gi ut en diagnostisk prøve er det viktig å informere elevene om målet med prøven, og at denne skiller seg fra vanlige prøver da prøvene oftest inneholder mange feil (Brekke 2002, s. 17)

2.6 Konkretiseringsarbeid

Dewey (2009) beskriver hvordan det tradisjonelle klasserommet har vært bygget. Klasserommene på denne tiden var kun laget for «å lytte», enten ved å studere lærebøker eller lytte til lærerne. Materialene som elevene skulle lære, var ferdige og forberedt av skolen og lærerne. Elevene skulle lære så mye som mulig på kort tid, og det gav lite rom for at elevene selv kunne utforske (Dewey 2009, s. 35-36). En slik oppbygning av læring var ikke Dewey enig med. Han var en av de første til å legge vekt på individets aktive medvirkning i en læringsprosess. «Learning by doing» er et begrep han brukte for å beskrive at man ikke lærer gjennom påvirkning av ytre stimuli, men ved å gjøre ting og skape erfaringer ved å se hva handlingene fører til. Læring skjer ved at individet ser sammenhengen mellom handlingene som er utført og det oppnådde resultatet (Imsen, 2017, s. 45). Dewey beskriver barn som impulsive og at de har instinkter til å utforske. Han legger fram flere eksempler med læring som oppstår når elever får lov å teste ut det de har i tankene sine. Om det er å bygge en kasse, tegne et bilde eller lage mat så gir det elevene rom for læring på et annet nivå enn å kun lytte til det som blir sagt i et klasserom. Barn liker å utforske å «gjøre» ting for å se hva som skjer. Dette kan utnyttes slik at resultatet kan bli verdifullt (Dewey, 2009, s. 39-41).

John Deweys teori om at vi lærer gjennom «å gjøre» kan vi kytte til konkretiseringsarbeid, da dette gir rom for utforskning av ulike metoder. Konkretisering er et sammensatt fenomen hvor fire aspekter står sentralt: materialisering, eksemplifisering, kontekstualisering og visualisering (Kirfel, 2010, s. 1). Materialisering blir beskrevet som å gjøre det abstrakte konkret ved å bruke materielle ting. Det vil si fysiske gjenstander som elevene kan ta på, flytte rundt og teste med. Eksemplifisering kan være arbeid med formler hvor konkretiseringen blir å vise flere eksempler for å gi en forståelse av hvordan og hvorfor formelen fungerer. Kontekstualisering er å knytte en meningsfull situasjon til en ellers abstrakt oppgave (Kirfel, 2010, s. 1). Visualisering er en prosess for å skape, tolke, bruke og reflektere over bilder, diagrammer og andre visuelle representasjoner. Disse prosessene kan gjøres mentalt i tankene våre, på papir eller ved bruk av digitale verktøy. Formålet med visualisering er å formidle informasjon, utforske nye ideer og få en dypere forståelse for det som arbeides med. Evnen til å visualisere er en viktig kognitiv ferdighet som kan forbedre problemløsning, kreativitet og læring. Når matematikk skal læres kan visualisering være et effektivt verktøy for å utforske matematiske problemer og gi mening til matematiske konsepter (Rosken & Rolka, 2006, s. 457-458). Visualisering kan tas i bruk forskjellig. Det kan være tegninger eller diagrammer. Visualiseringen kan være med å bidra til å se ulike sammenhenger som kan virke utfordrende når det presenteres med tekst. Oppgaver som visualiseres kan gi støtte til å kunne uttrykke sammenhengene i et mer formelt matematisk språk (Stedøy, 2018, s. 7).

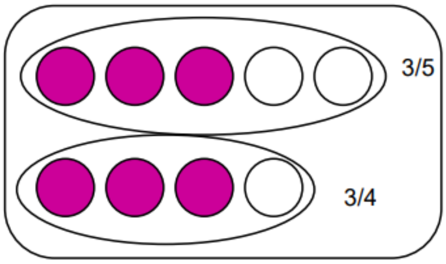
Bruken av konkretiseringsmaterialer er omdiskutert. En ulempe som trekkes frem er for eksempel at eldre barn ikke nødvendigvis får utbytte av konkretiseringsoppgaver (Thompson, 1994, s. 1). I artikkelen til Thompson (1994) blir det lagt frem både suksessfulle forsøk på konkretiserings arbeid og ikke-suksessfulle forsøk. Dette handler antakelig om aspekter ved introduksjonen og elevenes engasjement. Dersom det bare brukes konkretiseringsarbeid, kan ikke studien garantere suksess. Det må ses på hele undervisningsmiljøet for å forstå effekten av å bruke konkretiseringsarbeid. En viktig faktor er lærerens bilder av det de har tenkt å lære bort og elevenes bilder av aktiviteten de blir bedt om å delta i (Thompson, 1994, s. 1-2). Det er viktig å legge til at konkretiseringsmaterialer ikke alltid bærer med seg matematisk betydning for elevene. Det kan være stor forskjell mellom hvordan elevene opplever de faktiske materialer og hvordan de opplever skildringen av materialer. Forskjellen ligger i hvordan de brukes (Thompson, 1994, s. 3).

I den tradisjonelle undervisningen forklarer lærerne hva symboler betyr og hvordan de brukes ved å koble dem til en forbindelse. Dette kan ofte innebære bruken av konkreter eller visuelle modeller laget for at elevene skal lære matematikk på en meningsfull måte. Antakelsene til denne tilnærmingen er at modellene skal omfatte de begrepene elevene skal lære. En lærer kan gjenkjenne modellene ut fra tidligere matematiske erfaringer. Dette indikerer ikke at en elev gjør det samme. En elev ser kanskje kun de konkrete materialene (Kaufmann, 2010, s. 23). Å se matematiske ideer i konkretiseringsmaterialer kan være utfordrende. Materialet kan være konkret, men ideen til læreren er ikke nødvendigvis det elevene ser (Thompson 1994, s. 3). Et resultat av dette kan være elevers tolkninger av materialer vil være ulikt fra det som egentlig var meningen (Kaufmann, 2010, s. 23). Thompson (1994) trekker frem et eksempel med brøk, hvor tre av fem sirkler er fargelagt (figur 2-3). Her skal elevene vurdere en samling av gjenstander, der noen er forskjellige fra resten. Bildet er en konkret, men hva det illustrerer for elevene kan variere. De kan se sirklene, men det er ikke sikkert de knytter dette direkte til brøk. Tankene avhenger av hvordan de tenker på sirkler og samlinger (Thompson, 1994, s. 3-4).

Figur 2-3 «What does this collection illustrate?» (Thompson,1994, s. 4)

En lærer må være klar over at materiale kan tolkes forskjellig, og lytte til de forslagene elevene kommer med. Uten bevisstheten til dette er det lett å anta at elevene ser det vi ønsker og har tenkt at de skal se. Dersom vi ikke er bevisste, kan det skje brudd i kommunikasjonen mellom lærer og elev når en elev sier noe annet enn det som var antatt (Thompson, 1994, s. 5). Det er viktig at elever kan skape ulike tolkninger av materialer. De lærer av å få flere synspunkter, for det kan gjøre dem oppmerksomme på hvilken strategi som vil fungere i en senere situasjon. Læreren har ansvaret for å gi elevene disse mulighetene til læring (Thompson, 1994, s. 5-6).

Et annet eksempel innenfor brøk er hvordan tankene våre om materialet i en situasjon kan påvirke hvordan vi tenker på handlingen vi gjør med dem. Figur 2-4 presenterer figurer som viser $\frac{3}{5}$ og $\frac{3}{4}$. Spørsmålet om å kombinere dem kommer frem og et naturlig svar fra elever kan fort bli $\frac{6}{9}$. Dette er feil da elevene her adderer teller med teller og nevner med nevner. Dersom nevnerne er ulike trenger man å finne en felles nevner, for å så kunne addere teller med teller. I figuren er ikke dette tydeliggjort (Thompson, 1994, s. 6-7).

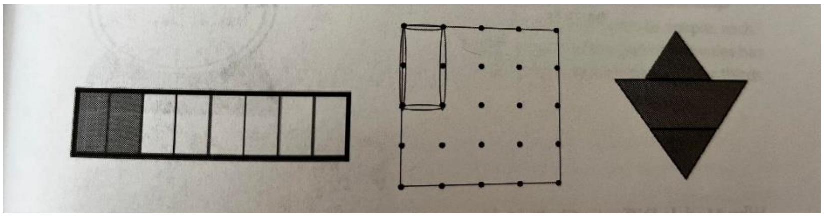


Figur 2-4 «Three-fifths and three-fourths combined into one collection» (Thompson, 1994, s. 7)

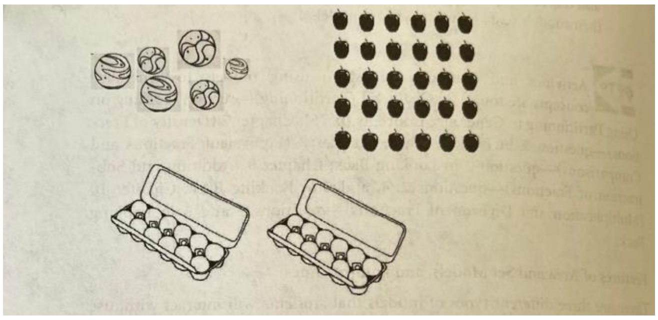
Det er ikke lett å bruke konkretiseringsmaterialer, og de kan lett misbrukes. Dersom en lærer har i tankene at elevene vil lære å utføre en forskrevet aktivitet med bruken av konkretiseringsmaterialet, kan den bli brukt feil (Thompson 1994, s. 7). Et eksempel Thompson (1994) legger frem er når læreren bruker konkreter for å modellere en symbolsk prosedyre. Her kan lærernes tanker fort komme i veien for hva som er rett og galt. Slik som nevnt kan det oppstå brudd i kommunikasjonen dersom læreren ikke er klar over hvilke ideer elevene kanskje kan komme med. Dersom en lærer møter elevene med å avvise svarene, vil elevene tenke at «å forstå» betyr å huske en forskrevet aktivitet (Thompson 1994, s. 7-8). Kaufmann (2010) skiver om konkreter knyttet til multiplisering og legger fram vanskeligheten med bruk av konkreter. Konkreter viser seg å være utfordrende for elever da det kan skape begrepsmessige problemer. Problemene kan oppstå da objektene i konkretiseringen kan ha flere betydninger for elevene. Elevene må legge en mening i objektet som brukes, og meningen må korrespondere med begrepet konkretene skal knyttes opp mot. Meningen må også korrespondere med riktig operasjon som skal gjennomføres (Kaufmann, 2010, s. 23).

Å bruke konkreter/modeller i matematikk kan hjelpe elvene til å utvikle en forståelse av temaet det arbeides med. Når elever er i ferd med å utvikle deres forståelse av et konsept, vil de fysisk lage modeller for å løse de matematiske problemene. Etter hvert vil elevene lære seg til å ikke lage en fysisk modell for hver oppgave, men heller bruke kunnskapen de har til å lage mentale modeller, altså skal de lære seg til å se modellene for seg i hodet (Petit et al., 2010, s. 2-3). Når elever arbeider for å løse ulike problemer bør undervisningen legge til rette for å bruke modeller, undersøke regelmessig, og spørre elevene om å kunne forklare hva de tenker, eller be dem forklare modellen de har laget, da dette er med på å utvikle elevenes forståelse av temaet det arbeides med (Petit et.at., 2010, s. 6).

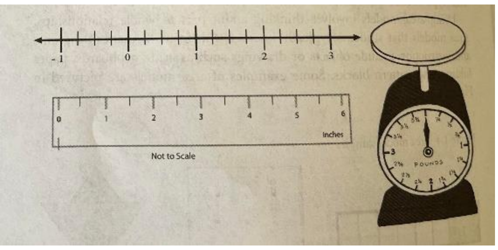
Petit et al. (2010) fremholder ulike eksempler knyttet til modellering av brøk og hvordan læringen til elevene utvikles ved å bruke ulike modeller. De viser til tre ulike modeller som kan brukes i opplæringen av brøk. Den første blir beskrevet som «arealmodell», her brukes figurer som tegninger som rutenett, mønsterblokker, papirbretting og liknende (Figur 2-5). Den andre blir betegnet som «mengdemodell». Denne beskrives som å se brøk i sammenheng med et sett fysiske objekter, som for eksempel knapper, viskelær, epler eller liknende (Figur 2-6). Den tredje modellen er Tallinje/målingsenhet. Her kan det både sees på avstanden mellom to punkter, eller plasseringen av et punkt på for eksempel en tallinje eller linjal (Figur 2-7) (Petit et al., 2010, s. 7-8).



Figur 2-5: «Arealmodell» (Petit et al., 2010, s. 7).



Figur 2-6 «Mengdemodell» (Petit et al., 2010, s. 8).



Figur 2-7 «Tallinje/målingsenhet» (Petit, et al., 2010, s. 8).

Konkretiseringsmateriale kan først og fremst gjøre det mulig for lærere og elever å ha funderte samtaler. Materialet gir noe «konkret» å samtale om. Samtalene rundt hvordan man tenker på materialene og betydningen av de ulike handlingene bør stå sentralt. For det andre gir konkretiseringsmateriale noe elevene kan handle på (Thompson, 1994, s. 8).
Konkretiseringsmaterialer kan være effektive på elevers tenking og lærers undervisning. Effekten er

knyttet til hva målet er. For å få best mulig utbytte er det viktig å stille seg spørsmålet «hva ønsker jeg at elevene skal forstå» (Thompson, 1994, s. 8).

2.7 Dybdelæring

Dybdelæring innebærer å gi elevene muligheten til å utvikle sin forståelse av begreper og sammenhenger innenfor et fag over tid. Ved å utvikle en helhetlig forståelse av fagene og sammenhengene mellom fagene vil elevenes læringsutbytte øke. Det vil samtidig bli lettere for elevene å anvende det de har lært til å løse andre problemer og oppgaver senere (Nosrati & Wæge, 2018, s. 3). Elevene i skolen skal arbeide med dybdelæring i fag. I den overordna delen av læreplanene under kompetanse i fagene understrekes det at skolen skal gi rom for dybdelæring. Å gi elevene rom for dybdelæring skal kunne hjelpe dem slik at de kan utvikle en forståelse av sentrale elementer og sammenhenger innenfor et fag. Dybdelæringen skal gi elevene muligheten til å lære å bruke de faglige kunnskapene og ferdighetene i kjente og ukjente sammenhenger. Innenfor skolefagene innebære dette å anvende kunnskaper og ferdigheter på varierte måter, slik at elevene over tid kan mestre de ulike faglige utfordringene de møter på, enten individuelt eller i samspill med andre (Kunnskapsdepartementet, 2017).

Nosrati & Wæge (2018) beskriver dybdelæring innenfor matematikken med fem komponenter. Kilpatrick et al. (2001) kaller disse for matematiske ferdigheter. **Den første ferdigheten** er begrepsmessig forståelse. Denne kompetansen innebærer å bygge opp begrepsmessige strukturer for å se sammenhenger mellom ulike begreper, ideer og prosedyrer (Nosrati & Wæge, 2018, s. 4). Innenfor matematikken innebærer dette å forstå hvorfor de matematiske ideene er viktige, samt knytte nye ideer til matematiske ideer man allerede er kjent med. Elever som utvikler begrepsmessig forståelse vil være i stand til å tolke, forstå og benytte ulike representasjoner, og kan velge passende representasjon i en gitt situasjon (Nosrati & Wæge, 2018, s. 4-6 & Kilpatric, et al., 2001, s. 381). **Den andre ferdigheten** er prosedyrekunnskap. Dette handler om kunnskapen om ulike matematiske prosedyrer og det å kunne utføre dem nøyaktig, fleksibelt og hensiktsmessig. Elever med god prosedyrekunnskap klarer å veksle mellom forskjellig prosedyrer og velge den mest hensiktsmessige. Samt gjør en god prosedyrekunnskap det mulig for elevene å bruke matematikk pålitelig for å løse problemer og teste ut matematiske ideer (Nosrati & Wæge, 2018, s. 4-6 & Kilpatric, et al., 2001, s. 362). Prosedyrekunnskap bør følges av begrepsmessig forståelse, da elevene ikke vare bør vite hvordan en prosedyre skal gjennomføres, men også hvorfor denne fungerer og stemmer (Nosrati & Wæge, 2018, s. 4-6). Begge disse begrepene er sentrale og kan knyttes til Skemp (1978) sin forskning knyttet til instrumentell og relasjonell forståelse, da de handler om å bygge forståelse for begreper, samt vite hvorfor ulike prosedyrer fungerer. Å skape en god balanse mellom prosedyrekunnskapene og begrepsmessig forståelse vil være viktig i utviklingen av gode matematikkunnskaper (Nosrati & Wæge, 2018, s. 4-6). **Den tredje ferdigheten** handler om anvendelse. Under anvendelse trekkes også strategisk tankegang inn. Dette innebærer at elevene skal kunne gjenkjenne og formulere matematiske problemer, representere dem på ulikt vis, utvikle en løsningsstrategi og vurdere om løsninger er trolig (Nosrati & Wæge, 2018 s. 5-6). **Den fjerde ferdigheten** handler om resonering. Her blir det beskrevet at elever skal kunne forklare hvordan de tenker, lytte til logisk resonnement og kunne vurdere gyldigheten til dette. Elevene skal også kunne begrunne sammenhenger mellom ulike begreper, egenskaper og fremgangsmåter. Resonneringen handler også om å kunne argumentere for om en hypotese er gyldig eller ikke. **Den femte ferdigheten** er metakognisjon og selvregulering. Metakognisjonen omhandler det å kunne ta et steg tilbake og bevisst tenke over egne fremgangsmåter. Elevene skal også kunne reflektere over hensikten med det som læres, hva som er lært og hvorfor man lærer det. Selvreguleringen handler om hvorvidt en elev klarer å regulere og styre sin egen læringsprosess (Nosrati & Wæge, 2018, s. 4-6).

3 Metode

I det tredje kapittelet av avhandlingen vil jeg forsøke å presentere valg og vurderinger jeg har gjort på veien fra problemstilling til funn. Jeg vil starte med å presentere og begrunne valg av metode og redegjøre for innsamling og analyse av data. Deretter vil jeg legge frem forskningsetiske hensyn som ble tatt, for til slutt å reflektere rundt kvaliteten på forskningen.

3.1 Kvalitativ metode

Jeg har i dette forskningsprosjektet sett på hvordan konkretiseringsarbeid og dybdelæring har kunne fremmet en relasjonell forståelse for elever som synes brøk og desimaltall er utfordrende. Forskningen har en kvalitativ tilnærming. Nyeng (2012) beskriver dette med at målet ikke er å sjekke allmenngyldig teori, men få en forståelse av et konkret fenomen. Som forsker finner man mangfold i dataene som er med på å avdekke summen av kvalitetene som gjør fenomenet til det det er. Datamaterialene vil kunne variere, men forsker går i dybden og sier mye om lite fremfor å si lite om mye (Nyeng 2012, s. 72-73). I dette forskningsprosjektet valgte jeg å gå i dybden med å studere en liten gruppe elevers utvikling av forståelse, fremfor å se på tallmessige resultater. I en kvalitativ studie er man oftest tett på det som forskes på og man må være innstilt på å gjøre endringer underveis da forholdene ikke alltid oppleves slik man hadde tenkt på forhand (Tjora, 2021, s. 17). En kvalitativ tilnærming slik Tjora (2021) og Nyeng (2012) nevner, gjorde det mulig for meg å gå i dybden og være tett på elevene i forskningen. Det gav rom for å kunne gjøre endringer underveis, noe som måtte til, da elevene arbeidet i ulikt tempo og hadde ulikt nivå. Jeg arbeidet med en liten gruppe elever i fire uker, hvor et av målene var å øke elevenes forståelse til brøk- og desimaltallbegrepet.

3.1.1 Intervensjon i aksjonsforskning

En kvalitativ studie kan bestå av flere ulike forskningsmetoder. Metoden jeg valgte for å besvare problemstillingen min er en intervensjon i aksjonsforskning. En intervensjon blir beskrevet som en form for innblanding. En intervensjonsstudie, innenfor utdanningsforskning går ut på å undersøke og evaluere hvordan endringer skjer når nye metoder og arbeidsmetoder innføres i klasserommet (Andresson-Bakke og Dalland, 2021. s. 210-211). I dette forskningsprosjektet vil intervensjonen være med på å se hvilke effekter det har for elevene å arbeide med nye metoder i en mindre gruppe.

Aksjonsforskning beskrives som et forsøk på å forandre sosiale forhold, samtidig som man systematisk studerer og måler denne forandringen. Aksjonsforskning er en type forskning som kan brukes på mange ulike felter. Det som er felles ved ulike aksjonsforskninger er at noen forskere i større eller mindre grad, bidrar gjennom sin forskningsvirksomhet til en «aksjon» eller et «tiltak» i samfunnet (Axelsen & Finset, 1973 s. 10-12). I aksjonsforskning studeres ikke bare en gitt situasjon, men forskeren er med på å endre den (Furu, 2013, s. 47). I skolen bygger aksjonsforskning på en forestilling om at alle lærere har sine personlige teorier om pedagogisk praksis. Aksjonsforskningen gir rom for at læreren kan teste ut sine personlige teorier i klasserommet. Ved å bringe forskningen inn i klasserommet hvor de pedagogiske problemstillingene befinner seg og engasjere til forskningsaktiviteter, kan eventuelle problemer løses. Den klassiske aksjonsforskningen beskrives med ideen om praktiske problemer forstås best i forsøk på å løse dem (Christoffersen & Johannesen 2012, s. 116). Aksjonsforskning fører til nærhet til deltakerne, og det er derfor viktig at forskeren er kjent med feltet. Dersom forsker er kjent med feltet det forskes i kan en kommunisere med deltakerne. Det er viktig at forskeren er kjent med skolen og de problemene som kan oppstå der (Bjørnsrud, 2005, s. 34).

Opp gjennom årene som student har jeg sett og observert at flere elever som strever med matematikk, lettere faller ut av den ordinære undervisningen. Motivasjonen til dette forskningsprosjektet kommer fra mine tidligere erfaringer fra praksis av elever som strevde med matematikk. Jeg har observert i klasserom og sett frustrasjonen i øynene til elever som sier de ikke forstår oppgavene de arbeider med. Jeg kom derfor frem til at jeg ønsket å se om en gruppe elever får en økt forståelse av å arbeide i mindre grupper og gjennom bruken av nye metoder. I aksjonsforskning involveres alle som deltar i prosjektet. Det er derfor viktig at samarbeidet mellom forsker og deltaker er velfungerende. Forskeren og deltakerne skal oppnå en form for gjensidig innsikt i hva som vil fungere best for å oppnå ønsket endring (Christoffersen & Johannesen 2012, s.

116). I dette prosjektet ble samarbeidet mellom elevene en viktig faktor i arbeidet for å gi eleven best mulig læringsutbytte. For å oppnå den gjensidige innsikten i hva som ville fungere best for å oppnå den ønskede endringen, la jeg frem ulike strategier og ulike type oppgaver. Elevene kom med innspill på hvilke typer oppgaver de selv kjente de lærte mest av. Ut fra elevenes ønsker og resultatet underveis, la jeg opp flere liknende oppgaver av den typen elevene lærte best av.

Formålet med intervensjonen i aksjonsforskning er å prøve ut noe nytt som kan bidra til en positiv endring. Som forsker skal det sees på hva som kan gjøres for å forme en gitt sosial realitet til en bedre realitet. Intervensjonen blir et middel til å løse en konkret utfordring i praksisfeltet og en utprøving som studeres i vitenskapelig forstand med hensikt å bidra til en teoriutvikling rundt den aktuelle utfordringen. Et av målene med intervensjonen er at både forsker og deltaker, gjennom studien oppnår en form for gjensidig innsikt i hva som vil bidra til en positiv endring og utvikling (Andersson-Bakken og Dalland, 2021, s. 215). I dette prosjektet var jeg ikke kjent med om elevene hadde gode arbeidsmetoder inne i klasserommet, men i starten gav elevene selv uttrykk for at å følge klassens undervisning kunne være utfordrende. De mente det var vanskelig å henge med da matematikk var utfordrende å arbeide med. Realiteten til elevene er den tradisjonelle klasseromsundervisningen, og i min forskning ble muligheten for å undervise en mindre gruppe gjennom nye strategier et viktig aspekt. Intervensjonen i denne aksjonsforskningen vil gi rom for å løse utfordringene elevene har med arbeidet i matematikk. Forskningen vil gi svar på om det ble en bedre realitet for denne elevgruppen å arbeide med de arbeidsmetodene vi gjorde. Elevene fikk også en mulighet til å selv kjenne om dette var effektivt eller ikke.

Utfordringen med aksjonsforskning er at det gis et stort spillerom for forskerens dømmekraft og vurderingsevne. Det kan være vanskelig å skille mellom vitenskapelig teori og alminnelige oppfatninger som kommer som resultat av aksjonsforskningen, fordi forskeren ikke nødvendigvis er opptatt av vitenskapelig begrunnende spørsmål, men mer opptatt av sluttproduktet og å endre noe. Prosjekt av denne typen er vanskelig å overføre til andre situasjoner (Christoffersen & Johannesen, 2012, s. 117).

3.2 Datainnsamling og gjennomføringen av forskningen

For å samle inn data til denne studien brukte jeg et ikke-sannsynlighetsutvalg. Det vil si at datamaterialet er hentet gjennom arbeid med en mindre gruppe elever og utgjør dermed en liten del av befolkningen. Studien er dermed kun representativt for seg selv og ikke hele befolkningen (Cohen et al., 2011, s. 155). Fokuset i denne studien blir derfor å gå i dybden for å se den enkelte elevs utvikling av sin forståelse knyttet til brøk og desimaltall. Datamaterialene vil kunne gi meg et svar på hvordan elevene utviklet seg underveis og om undervisningen var effektiv for den enkelte.

Dersom denne studien hadde blitt gjennomført med en annen elevgruppe ville resultatet høyst sannsynlig hatt et annet utfall.

I dette delkapittelet av avhandlingen vil jeg starte med å presentere hvordan utvalget av elevene ble gjennomført. Deretter legger jeg frem hvordan jeg brukte forskningslogg som et hjelpemiddel til å holde orden i datamaterialene. Til slutt presenterer jeg gjennomføringen av forskningen og oppgavene som ble datamaterialene til prosjektet.

3.2.1. Utvalg

Utvalget består av seks elever på 7.trinn. Alle elevene i en klasse fikk muligheten til å melde seg på prosjektet for å være med i en tilfeldig trekning om å kunne delta. De utvalgte var elever som sammen med foresatte meldte seg opp til deltakelse. Det ble satt til at alle skulle få muligheten til å melde seg på, da det ikke nødvendigvis er slik at de samme elevene har utfordringer innenfor alle de matematiske temaene. Elevene kunne selv se på hvilket tema som ble satt og vurdere om de syntes dette var et utfordrende tema eller ikke. Den utvalgte elevgruppen ble bestående av elever som syntes brøk og desimaltall var utfordrende å arbeide med. Elevene hadde noen erfaringer knyttet til temaet, men husket svært lite før prosjektstart. Flere av elevene hadde utfordringer med konsentrasjonen og syntes matematikkfaget fort kunne bli «kjedelig».

Utvalget ble rekruttert ved at jeg tok kontakt med kontaktlærer til klassen. Jeg var kjent med skolen og hadde snakket med flere ansatte om prosjektet jeg ønsket å holde. Valget av klasse var ganske tilfeldig ettersom flere lærere var interessert i å samarbeide med meg. Jeg valgte å gjennomføre opplegget med kun en gruppe, da jeg ønsket å få muligheten til å gå i dybden. Det ville også gi meg en god mengde datamateriale jeg kunne håndtere innenfor tidsrommet til masterprosjektet. Etter jeg tok kontakt med kontaktlærer for klassen fikk jeg en liste over hvilke temaer elevene skulle gjennomgå i matematikken ut høsten og våren. Ut fra denne listen valgte jeg temaet brøk og desimaltall, da klassen skulle ha dette når det passet å utføre prosjektet. Jeg ønsket at elevene som deltok fikk gjennomgang av samme tema som de andre i klassen, slik at de ikke skulle gå glipp av viktig undervisning

3.2.2 Forskningslogg

Et forskningsprosjekt kan være et ukjent landskap, der du ikke vet hva du vil finne. En logg kan i større prosjekter hjelpe til å holde oversikten over underveis arbeid og resultater. En logg kan komme til nytte når prosjektet skal analyseres og diskuteres (Aanesen, 2020). For å kunne bearbeide datamaterialene i dette forskningsprosjektet, ble det skrevet en Forskningslogg (Vedlegg 1). I en forskningslogg blir det skrevet notater underveis i et forskningsprosjekt. Her dokumenteres hva som blir gjort og planer for videre arbeid. Loggen er først og fremst for forskeren selv, hvor tanker og ideer blir notert ned. Forskningsloggen er en logg som starter samtidig som prosjektstart (Aanesen, 2020). Loggen blir i dette forskningsprosjektet et hjelpemiddel til å beskrive gjennomføringen av øktene, refleksjoner rundt ulike valg som ble tatt underveis, hvilke endringer som ble gjort og samtaler som ble holdt med elevene. Prosjektet jeg gjennomførte gikk over fire uker. Å skrive en forskningslogg ble derfor et nødvendig hjelpemiddel til å kunne bearbeide datamaterialene som skulle analyseres. I løpet av de fire ukene, ble det holdt fire undervisningstimer i uka med elevgruppen. Forskningen endte opp på totalt 16 skoletimer. Etter hver økt med elevene ble det skrevet logg. I forskningsloggen ble det skrevet om gjennomgangen for økten, hva som hendte, samtaler med elevene, arbeidet til elevene og mine refleksjoner om hva som var bra og hva som burde endres. I loggen refereres elevene ved sine pseudonymer, slik at de ikke skal kunne gjenkjennes. I forskningsprosjektet ble det gjennomført to lydopptak. Disse ble transkribert like etter økten. De transkriberte lydopptakene ble lagt inn i forskningsloggen for dagen de ble holdt, slik at jeg kunne knytte opptaket til arbeidet som ble gjennomført. Forskningsloggen gir meg som forsker en oversikt over hver økt og elevenes arbeid og fremskritt i prosjektet. Den spiller en viktig rolle i analysen, da den ga en bedre oversikt over elevers fremgang, enn kun selve oppgave.

3.2.3 Gjennomføring og oppgavesett

Datamaterialene til dette forskningsprosjektet bestod av oppgaver og oppgavebesvarelser som viser elevenes arbeid gjennom hele forskningsprosjektet. Elevbesvarelsene sees i lys av forskningsloggen og transkripsjoner av lydopptak som viser til elevers tanker og beskrivelser av oppgavene. Elevene fikk hver sin perm hvor alle oppgavene ble bevart underveis. Permen ble tatt inn etter hver økt slik at jeg kunne se over arbeidet deres underveis og vurdere om endringer i undervisningen var nødvendig.

Forskningsprosjektet ble bestående av 16 økter med elevene hvor hver økt varte i 45min. Deltakerne i prosjektet hadde fire matematikktimer i uka fordelt på fire dager. I samarbeid med kontaktlæreren til elevene ble det bestemt at elevene skulle være med ut i alle matematikktimene de fire ukene de skulle ha om brøk og desimaltall. Gjennomføringen av prosjektet ble delt i tre deler. Figur 3-1 viser prosessen. Del 1 var første økt med elevene hvor diagnostisk test 1 (Vedlegg 2) ble holdt. Dette var oppstarten til prosjektet, og gav meg en god oversikt av hva elevene trengte å arbeide videre med. Den andre delen var bestående av undervisningen og ble holdt i økt 2-15. Del 2 er bestående av en syklisk prosess. Hver økt startet med en gjennomgang hvor elevene fikk en introduksjon av det de skulle jobbe med i timen. I gjennomgangen ble det vist eksempler på oppgaver og holdt samtaler rundt temaene og målet for økten. Etter hver gjennomgang ble det gjennomført konkretiseringsoppgaver og praktiske oppgaver for å gi elevene rom for dybdelæring, samt konkreter til de matematiske elementene. Hver time hadde en kort avslutning hvor vi ofte repeterte timens innhold. Etter hver økt vurderte jeg hvordan timen gikk, hvordan elevene arbeidet og om metodene appellerte til dem eller ikke. Vurderingen gav meg rom til å vurdere om noen temaer trengte å arbeides mer med, samt til å reflektere over den enkelte elevs utvikling. Del tre av prosessen ble holdt i den siste økten, og ble bestående av diagnostisk test 2 (Vedlegg 2). Elevene arbeidet selvstendig og fikk ikke hjelp underveis. Den siste testen ga meg en helhetlig oversikt over om elevene var kvitt misoppfatningene de hadde i starten og om de hadde klart å utvikle en relasjonell forståelse til brøk og desimaltall.

Figur 3-1: Forskningsprosessen

Diagnostisk test 1 (Vedlegg 2)

Før forskningsprosjektet startet hadde jeg ikke kjennskap til elevenes kunnskapsrom. I kapittel 2.5.3 blir Brekke (2002) sin beskrivelse av diagnostiske oppgaver lagt frem. Oppgavene skal være til hjelp med å fange opp om elever har misoppfatninger. Oppgaven vil også være til hjelp for å kartlegge elevenes kunnskapsrom. Dette forskningsprosjektet startet med min interesse for å hjelpe elever til å få en bedre matematikkforståelse. For å kunne vite hva elevene kunne fra før av, så jeg på diagnostiske oppgaver som en god mulighet til å kunne videre utvikle hva som burde arbeides med. I første økt med elevene ble det derfor holdt en diagnostisk test. Denne testen gav meg en god oversikt over hva elevene trengte å arbeide videre med. Oppgavene til den diagnostiske testen ble hentet fra og inspirert av matematikksenterets læringsstøttede oppgaver (Matematikksenteret, u.å.), og Tokle et al. (2018) sine oppgaver knyttet til misoppfatninger av brøk. Desimaltallsoppgavene er inspirert av Ojose (2015) og Brekke (2002) sine misoppfatninger av desimaltallsbegrepet. Ut fra besvarelsene til denne diagnostiske testen kunne jeg utarbeide videre opplegg.

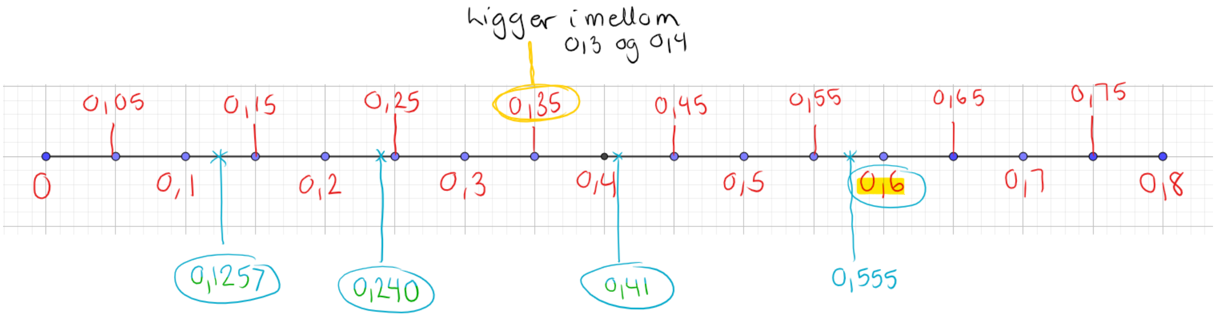
Den første diagnostiske testen ble som nevnt holdt første økt med elevene. Dette var samme dag som hele klassen skulle starte med temaet om brøk og desimaltall. Elevene hadde derfor ikke hatt om brøk og desimaltall siden skoleåret før. Før testen ble levert ut fikk elevene informasjon om hva som skulle skje den første økten og hva de skulle arbeide videre med. De ble kjent med at de skulle ha en test slik at jeg kunne få en oversikt over hva de kunne fra før av, og da få muligheten til å legge til rette for videre læring. Jeg presenterte testen for elevene for å ufarliggjøre den før de startet. For meg var det viktig at elevene ble kjent med hva testen gikk ut på, slik at de ikke skulle miste motet om de fikk feil.

Oppgavene i den diagnostiske testen var bestående av oppgaver som ville få frem om elevene hadde misoppfatninger knyttet til brøk og desimaltall. Oppgave 1 – 4 var knyttet til desimaltall, som viser om elevene hadde forståelse for desimaltallbegrepet eller ikke. Oppgave 5-10 var knyttet til brøk, og ga svar på om elevene hadde misoppfatninger knyttet til brøkbegrepet.

Undervisning og oppgaver underveis

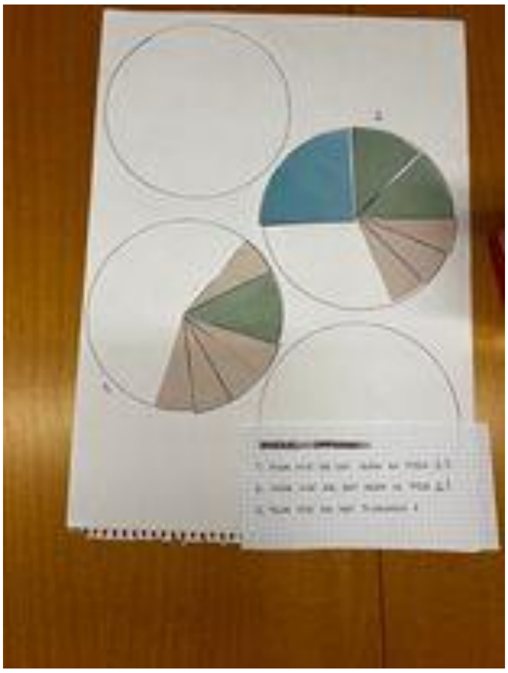
For å gi elevene variert undervisning og oppgaver som kunne gi dem et stort arbeids- og læringsrom laget jeg flere oppgaveark (Vedlegg 4). Elevene sa selv de likte å arbeide med oppgaver på papir fremfor å bruke datamaskinen. Oppgavene elevene arbeidet med var bestående av rene matematiske oppgaver, eksemplifiseringsoppgaver og oppgaver som visualiserte brøk og desimaltall. Etter hver uke repeterte vi ukas arbeid. Repetisjonen ble en gjennomgang hvor jeg spurte elevene om å svare på ulike eksempeloppgaver, samt forklare dersom de sto fast. Repetisjonen ga meg en god oversikt over progresjonen til elevene. Jeg brukte tavleundervisning som en oppstart for de fleste øktene. På tavlen viste jeg eksempler på regneoppgaver og figurer som viser hvordan og hvorfor matematiske regler fungerte. Et av målene med prosjektet var å gi elevene muligheten til å utvikle en relasjonell forståelse knyttet til brøk og desimaltall. Det ble derfor viktig å vise hvordan og hvorfor reglene til oppgavene stemte. Under arbeid av oppgavene var elevene flinke til å spørre om hjelp, samt flinke til å hjelpe hverandre.

I andre økt begynte jeg å vise modeller for å konkretisere desimaltall- og brøkbegrepet. Den første oppgaven jeg viste var en visualiseringsoppgave knyttet til desimaltallets størrelse. Jeg hadde laget en tallinje hvor ulike desimaltall ble lagt inn. Figur 3-2 var en av tallinjene jeg viste til elevene. I tallinjen var det plassert tall som hørte til den første diagnostiske testen. Målet med denne oppgaven var å vise en visuell-konkretisering av hva størrelsen til desimaltall er.



Figur 3-2: Tallinje med desimaltall

Den andre oppgaven som ble brukt tidlig i prosjektet var en materialiseringsoppgave knyttet til brøk. Oppgavens mål var å konkretisere størrelsen til brøken, utviding og forkorting og hvorfor brøkens nevner må være lik dersom to brøker skal adderes eller subtraheres. Figur 3-3 viser et eksempel av det som ble kaldt «Pizzaene» gjennom prosjektet. «Pizzastykkene» kommer i fire forskjellige størrelser. Stykkene representerte todeler, firedeler, åttendedeler og sekstendeler. Jeg laget stykkene slik at de kunne passe inn i hverandre og symbolisere at mengdene kan være like, selv om pizzastykkene er forskjellige størrelser. Pizzaoppgavene ble brukt gjennom hele prosjektet til å forklare ulike aspekter ved brøk.

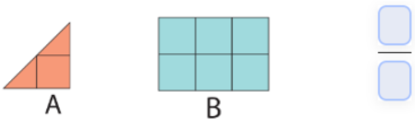


Figur 3-3: Pizzaoppgave

For å gi elevene variert undervisning og gi dem rom for å arbeide selvstendig ble det gitt ut flere oppgaveark underveis. Oppgavene under viser to eksempler på ulike oppgaver hvor konkretisering ble brukt. «Oppgave 1» er bestående av oppgaver hvor visualisering av brøk blir brukt for å få eleven til å se sammenhengen mellom figurer og brøker. «Oppgave 2» er et utsnitt fra oppgaver som gir elevene eksemplifisering og dybdelæring. Eksemplifiseringen oppstår ved at eleven må løse flere liknende oppgaver for at de får øving i hvordan de kan sammenlikne verdier til to brøker og hva likeverdige brøker betyr. Dybdelæringen i oppgavene kan knyttes til Nosrati & Wæge, (2018) & Kilpatric, et al. (2001) sine tre første punkter av matematiske ferdigheter. Elevene måtte arbeide med begrepsforståelse, bruke prosedyrekunnskapene sine, samt vite hvilken strategi de skulle anvende for å løse oppgavene.

Oppgave 1: Finn brøkdelen

a) Hvor stor brøkdel er figur A av figur B?



b) Hvor stor andel av figurene er sirkler?

Oppgave 2: Sammenlikne brøker

a) Hvilken brøk har størst verdi?

1. $\frac{1}{4} \bigcirc \frac{1}{5}$ 2. $\frac{3}{5} \bigcirc \frac{2}{3}$ 3. $\frac{12}{20} \bigcirc \frac{21}{35}$

b) Hvilket tall mangler?

1. $\frac{1}{8} = \frac{\square}{48}$ 2. $\frac{\square}{27} = \frac{2}{3}$

Bilde: Oppgaver hentet fra vedlegg 4

Oppgavene underveis var bestående av en mengde liknende oppgaver som gav elevene rom for å lære reglene for de gjeldene oppgavene. For å kunne gi elevene en bedre forståelse ble det hver økt trukket frem viktige begreper. Disse begrepene ble skrevet opp på et eget ark (Vedlegg 5), sammen med ulike regler elevene fikk bruk for i oppgavene de møtte. Begrepsarket ble brukt som en metode for å hjelpe elevene til å øke forståelsen, slik at de kunne ha noe å se tilbake på dersom de ble usikre. Dybdelæring og konkretiseringsoppgaver ble en sentral del av forskningen for å gi elevene et best mulig læringsutbytte.

For at elevene skulle få arbeide med mest mulig av det samme som de andre i klassen deres, hentet jeg flere oppgaver av den læringsressursen elevene vanligvis bruker. Læringsressursen elevene pleier å bruke i matematikk er Multi sine nettoppgaver. Flere oppgaver er derfor hentet fra Skolestudio, Multi fagrom 7.trinn, kapittel 2: brøk og desimaltall. Alle elevene fikk utdelt samme oppgaveark, men mengden oppgaver ble tilpasset etter elevenes behov og arbeidstempo. For to av elevene ble mengden oppgaver for store. For at disse skulle kunne oppleve mestring og få muligheten til å komme gjennom alt som måtte gjennomgås, fikk de et kryss med oppgavene de måtte gjøre.

Diagnostisk test 2 (Vedlegg 3)

Den siste delen av prosjektet ble holdt siste økt med elevene. For å kunne komme frem til en konklusjon og for å kunne svare til problemstillingen ble det gjennomført en ny diagnostisk test (Vedlegg 3). Denne testen var liknende den første og hadde som mål å se om elevenes misoppfatninger var borte, samt om løsningene deres tydet på en utvikling av relasjonell forståelse.

3.3 Databearbeiding

3.3.1 Pseudonymisering

Datamaterialene mine ble frembrakt ved å pseudonymere elevene i loggen. Det vil si at enkelte identifiserende parametere erstattes med pseudonymer, som vil være unike identifikatorer. Pseudonymiseringen gjør det vanskeligere å knytte bestemt data til en eventuell elev, men det er fortsatt en indirekte sjanse for at eleven kan bli gjenkjent (Datatilsynet, 2015). Elevene fikk sine pseudonymer før prosjektstart, slik at ingen lett skulle kunne gjenkjennes i loggen eller i denne avhandlingen. Siden det var seks elever som deltok, fikk de bokstaven E med et tall bak fra 1-6 som representerer hver elev. I lydopptaket som ble tatt, transkriberte jeg disse like etter økten, hvor elevene blir referert til med sitt kodenavn. Dette ble gjort for å bevare elevenes personvern. I kapittel 3.4 vil jeg trekke frem utfordringer rundt anonymiseringen av elevenes identitet.

3.3.2 Analysemetode

For å besvare problemstillingen og forskningsspørsmålene til denne avhandlingen valgte jeg å analysere datamaterialene gjennom en personifisert tilnærming og tematisk analyse. Dataene er analysert både deduktivt og induktivt. I dette forskningsprosjektet har jeg samlet inn store menge datamaterialer. For å kunne analysere datamaterialene har jeg måtte velge ut det som er mest sentralt i oppgaven, og det som kan svare til problemstillingen. Jeg har laget kategorier og koder for å legge frem hovedinnholdet i datamaterialene. Ved å kategorisere og kode datamaterialene kan hovedinnholdet bli presentert på en systematisk og oversiktlig måte (Anker, 2020, s. 73-75). I en forskningsprosess vil analysen farges av de erfaringene og opplevelsene, samt de subjektive og individuelle teoriene en forsker tar med seg. Analysen er preget av forskerens egne meninger og erfaringer, selv om forskningen skal møtes med et åpent sinn. Det er derfor viktig at en forsker er bevisst på egen subjektivitet og de individuelle teoriene hen bringer med seg i analyseprosessen (Postholm, 2005, s. 86). Selv om jeg må være bevisst på egen subjektivitet, vil analysen til dels være preget av egne tolkninger og meninger knyttet til elevenes forståelse og utvikling. Valgene jeg har tatt underveis har vært med på å frembringe resultatene, dersom noen andre skulle analysert de samme datamaterialene kan det hende dette hadde blitt gjort annerledes.

I dette forskningsprosjektet har elevenes utvikling stått sentralt. For å kunne se nærmere på den enkelte elev sin utvikling har jeg brukt en personifisert tilnærming til å analysere oppgavene og utviklingen til den enkelte. Personifisert tilnærming innebærer analyser og presentasjoner av data hvor individet er i fokus. I forskningsprosessen kan det skrives ideer og forslag til tolkninger knyttet til den enkelte elev. Notater som tas underveis vil gi et grunnlag for personifiserte tolkninger (Thagaard, 2009, s. 148). Elevene som deltok i prosjektet er selvstendige individer, med hver sin personlighet og hver sine måter å lære på og arbeide på. Det ble derfor naturlig for meg som forsker å fokusere på den enkeltes utvikling for å se hvilken effekt forskningsprosjektet hadde. Den personifiserte tilnærmingen gjorde det mulig for meg å gå i detalj på utviklingen til hver av elevene. For å kunne analysere datamaterialene systematisk ble datamaterialene delt inn i kategorier og koder. Analysen av kategoriene og kodene ga et grunnlag for å utvikle tolkninger der den enkelte elev var i fokus. Kategoriene gjorde det mulig å analysere personifisert og tematisk (Thagaard, 2009, s. 148). Kategoriene og kodene som er brukt i analysen er felles for alle elevene. Det ga meg som forsker et grunnlag for å analysere den enkelte elev, for og så kunne sammenlikne og se likheter og ulikheter av hele gruppa.

En tematisk analyse beskrives av Braun og Clarke (2006) ved at forskeren kan identifisere, analysere og rapportere mønstre (temaer) i datamaterialet sitt. Et tema fanger opp noe viktig med dataen, og blir beskrevet som et mønster som går igjen i datamaterialene. Temaer er ikke enkle eller isolerte. De kan inkludere flere elementer som handlinger, følelser, tanker, sosiale strukturer og interaksjoner. Et tema må ikke nødvendigvis dekke et stort område av datamaterialene. Hovedmålet er å fremme et viktig element i helheten til forskningsspørsmålet (Braun & Clarke, 2006, s. 82). Et tema er ikke bare en beskrivelse av det som skjer i dataene, men det inkluderer også en tolkning eller forståelse av betydningen knyttet til dette mønsteret. Temaer er ikke bare funnet i dataene, men også konstruert mellom data og forskerens tolkninger og perspektiver (Braun & Clarke, 2006, s. 86).

Analysen av datamaterialene er som nevnt bestående av deduktiv og induktiv analyse. Braun og Clark (2012) beskriver tematisk analyse som nettopp både deduktiv og induktiv. I den deduktive tematiske analysen brukes forhåndsidentifisert teori. Forskeren bruker de forhåndsbestemte teoretiske rammene til å identifisere temaer i datamaterialer. I den deduktive tilnærmingen kan temaene allerede være kjent på forhånd og dataene kan brukes til å støtte eller avkrefte teorier (Braun & Clarke, 2012). Den deduktive tematiske analysen vil i dette forskningsprosjektet knyttes til Skemp (1978) sin teori om relasjonell og instrumentell forståelse. Disse temaene vil bli identifisert gjennom elevenes arbeid med oppgaver og samtaler jeg hadde med dem underveis. Samt vil elevenes metoder for oppgaveløsing knyttes opp mot Piaget (1977) sin skjemateori. Piagets teori presenteres også gjennom Imsen (2017) & Karlsdottir & Hybertsen (2013) sine beskrivelser. For å identifisere forståelsen og utviklingen til elevene vil analysen også knyttes opp mot begrepet misoppfatning. For å kunne identifisere de eventuelle misoppfatningene brukes Tokle et al. (2018), Petite, et al. (2010), Brekke (2002), Ojose (2015), Fitri & Prahmana (2019), som alle trekker frem utfordringer og misoppfatninger knyttet til brøk og desimaltall. Den induktive tematisk analysen refererer til en tilnærming hvor temaene utvikles direkte fra datamaterialene, uten at de blir knyttet til en teori eller hypotese (Braun & Clarke, 2012). Temaene blir identifisert ved å se gjennom og merke relevante elementer i datamaterialene og deretter gruppere dem i temaer og koder. Den induktive tilnærmingen tillater åpenhet for hva dataene faktisk sier, og gjør det mulig å legge frem funn som belyser områder som tidligere ikke har blitt identifisert (Braun & Clarke, 2012). Det var hensiktsmessig i dette forskningsprosjektet å både analysere datamaterialene induktivt og deduktivt. Med den deduktive tilnærmingen kunne jeg teste om teoriene knyttet til forskningen stemte for deltakerne til dette prosjektet. Samt som den induktive analysen kunne svare på om arbeidet i mindre gruppe og tilpasningen av oppgaver og undervisning hadde en god effekt på hele elevgruppa.

For å kunne lage et systematisk overblikk over datamaterialene ble det brukt koding og kategorisering. Koding involverer å systematisk identifisere og navngi meningsfulle segmenter av datamaterialene, og deretter organisere disse i kategorier og temaer (Braun & Clarke, 2006, s. 83). I dette forskningsprosjektet er det både brukt åpen koding og teoretisk drevet koding. I en åpen koding går forskeren gjennom datamaterialene for å identifisere meningsfulle segmenter av dataene ved hjelp av notater eller koder. Segmentene omfatter relevant informasjon som kan identifisere et tema eller konsept. I åpen koding blir datamaterialene utforsket uten forhåndsbestemt struktur. Teoretisk drevet koding involverer bruken av teoretiske rammer eller konseptuelle rammeverk til å strukturere koding i dataene. Rammeverket for den teoretisk drevne kodingen baseres på de teoretiske perspektivene som er relevant for forskningsspørsmålet (Braun & Clarke, 2006, s. 83-92). De åpne kodene i forskningsprosjektet er hentet fra elevenes arbeid og forskningsloggen og handler om hvordan elevene arbeider og møter undervisningen. Når de teoretisk drevne kodene skulle utvikles så jeg på hvilke misoppfatninger elever kunne ha knyttet til brøk og desimaltall. Kodene om desimaltall forståelse ble hentet fra Brekke (2002) og Ojose (2015) som legger frem vanlige misoppfatninger knyttet til desimaltall. Kodene knyttet til brøk er hentet fra teoriene til Tokle et al. (2018), Petite et al. (2010) og Fitri & Prahmana (2019).

Å analysere involverer å konstant gå frem og tilbake mellom datamaterialene, kodene av dataene som blir analysert og analysen av dataene som produseres (Braun & Clarke, 2006, s. 86-88). Braun & Clarke (2006) beskriver en prosess bestående av seks steg for å gjennomføre en tematisk analyse. Prosessen beskriver en systematisk tilnærming til å analysere de kvalitative dataene. Jeg rettet meg etter disse stegene da jeg foretok min analyse.

Den første fasen i prosessen handler om å bli kjent med dataene. Forskeren blir kjent med materialene gjennom å lese og notere viktige ideer, tanker og refleksjoner. I denne fasen er det også viktig å transkribere de verbale dataene (Braun & Clarke, 2006, s. 86-88). I dette forskningsprosjektet besto den første fasen å transkribere lydopptakene og sette samtalene inn i loggen til dagen de ble spilt inn. Videre var det å lese gjennom loggene samtidig som jeg så over elevenes oppgavebesvarelser. Dette gav meg muligheten til å reflektere over likheter og ulikheter i elevenes arbeid, samt få et overblikk over den enkelte elevs utvikling gjennom prosjektet.

Den andre fasen starter etter datamaterialene er blitt lest gjennom og innebærer å generere mulige temaer ved å merke viktige setninger og avsnitt og deretter organisere dem inn i kategorier og koder. Prosessen med å kode og plukke ut viktige temaer er en viktig del av analysen da datamaterialene blir organisert inn i meningsfulle grupper (Braun & Clarke, 2006, s. 88-89). For å kunne identifisere potensielle temaer ble det viktig å se sammenhenger mellom elevenes svar i de diagnostiske testene. Det ble også viktig å finne ut av hvordan elevene utviklet seg gjennom konkretiseringsmaterialene, og gi passende koder til hvordan møtet deres ble med disse oppgavene. I fase to skrev jeg opp flere notater og stikkord til koder og temaer datamaterialene kunne representere.

I den tredje fasen foretar forskeren en systematisk gjennomgang av temaene som er valgt for å avgjøre om de er gyldige, sammenhengende og dekker hele datasettet. Kodene og temaene som er funnet vil bli sortert ut fra om de svarer til problemstillingen og forskningsspørsmålet (Braun & Clarke, 2006, s. 89). For å kunne svare på problemstillingen ble det i denne fasen viktig å plukke ut de mest relevante temaene som kunne gi et bredt overblikk over utviklingen til elevene. Jeg lagde en oversikt over de viktigste temaene som ble notert opp i den andre fasen av analyseprosessen.

I den fjerde fasen utfører forskeren en omfattende analyse av temaene for å bestemme hvordan temaene og kodene er relaterte til hverandre og forskningsspørsmålet. I denne fasen ser forskeren over om det er nok datamaterialer som støtter temaene. Her blir det gjort revurderinger og endringer av temaene og kodene som er satt for å sørge for at de dekker datamaterialene og kan svare til problemstillingen for forskningen (Braun & Clarke, 2006, s. 91). I denne fasen sjekket jeg gjennom om kodene dekket datamaterialene jeg skulle fremstille. Det ble gjort endringer, noen koder ble fjernet og nye koder ble lagt frem.

I den femte fasen rapporterer forskeren funnene ved å beskrive hvert tema i detalj og gi eksempler fra dataene som støtter hvert tema (Braun og Clarke, 2006, s. 92).

Den sjette og siste fasen begynner når forskeren har satt de endelige temaene og kodene på plass. I denne fasen skrives analysen, og datamaterialene blir presentert. Forskeren skal i denne fasen velge ut eksempler som er passende og kan støtte temaene som er valgt ut i de tidligere fasene (Braun & Clarke, 2006, s. 93). Den siste fasen er bestående av analysen av elevenes besvarelser, samt utviklingen de hadde underveid.

For å analysere datamaterialene har jeg valgt å analysere elevenes arbeid hver for seg, for så å drøfte likhetene og ulikhetene. Analysen av den enkelte elev deles inn i tre kategorier; diagnostisk test, 1, arbeid underveis og diagnostisk test 2. Kodene knyttet til de diagnostiske testene er frembrakt gjennom en deduktiv tilnærming. Kodene av underveisarbeidet er frembrakt gjennom loggene og elevenes arbeid. Elevenes forståelse blir analysert gjennom kodene. I tabellen viser jeg til relevant teori som kan beskrive om elevene har en misoppfatning eller ikke. For å kunne analysere forståelsen og utviklingen av forståelsen, har jeg som tidligere nevnt knyttet den deduktive analysen til Skemp (1978) og Piaget (1977). For å kunne analysere om elevene har en instrumentell eller relasjonell forståelse, vil oppgavebesvarelsene sees i lys av beskrivelsene elevene gir. For å kunne se elevenes utvikling, vil underveisarbeidet og samtalene som elevene har hatt, samt besvarelsene i sluttesten kunne vise til om forståelsen er relasjonell eller instrumentell. Piaget (1977) sin teori om hvordan elevene anvender kunnskapen, vil vises gjennom misoppfatningene og svarene. Bruker de en tidligere kunnskap som ikke passer inn, kan dette vises i besvarelsene elevene utgir.

<table>
<tr><td colspan="3"><u>Fase 1: Analyse av den enkelte elev</u></td></tr>
<tr><td>Kategori:</td><td>Koder:</td><td>Hvordan analyseres koden:</td></tr>
<tr><td rowspan="4">Diagnostisk test 1</td><td>Desimaltall forståelse
- Desimaltallets størrelse
- Addere desimaltall</td><td>Kodene knyttet til desimaltall forståelsen er frembrakt gjennom Brekke (2002) og Ojose (2015) sine beskrivelser av hvilke misoppfatninger elever kan ha knyttet til desimaltallbegrepet.

Analysen knyttes opp mot om elevene har en utviklet begrepsforståelse. Klarer de å sortere desimaltallene, og regne sammen desimaltallene, eller har elevene de misoppfatningene Brekke (2002) og Ojose (2015) presenterer.</td></tr>
<tr><td>Finne en brøk av en del</td><td rowspan="3">Kodene knyttet til brøk er frembrakt gjennom misoppfatningene og utfordringene Tokle et al. (2018), Petit et al. (2010) og Fitri & Prahmana (2019) legger frem.

Kodene analyseres gjennom elevenes svar og knyttes opp mot teoriene nevnt, for å vise til om de har en misoppfatning eller ikke.</td></tr>
<tr><td>Brøkens størrelse:
- Brøkens representasjon
- Verdien til en brøk</td></tr>
<tr><td>Sammenlikne brøker:
- Likeverdige brøker
- Addere brøker</td></tr>
<tr><td>Kategori:</td><td>Koder:</td><td>Hvordan analyseres koden:</td></tr>
<tr><td rowspan="3">Arbeid underveis</td><td>Arbeidstempo</td><td rowspan="3">Kodene knyttet til arbeidet underveis er hentet ut fra empirien til studiet. De er frembrakt gjennom elevenes arbeid og loggen som beskriver hvordan elevene arbeidet underveis i prosjektet.</td></tr>
<tr><td>Gjennomgangen av undervisningsøktene</td></tr>
<tr><td>Møtet med konkretiseringsoppgavene
- «tallinjen»</td></tr>
</table>

	- «pizzaoppgaven» - Addisjon, subtraksjon - Multiplikasjon - Divisjon	Analysen vil trekke frem hvor mye eleven arbeider med, hvordan de opplevde og møtte oppstarten av øktene, hvordan de arbeidet i møte med konkretiseringsoppgavene og hvordan de arbeidet med oppgavearkene.
	Oppgavearkene	
Kategori:	**Koder:**	**Hvordan kodene analyseres:**
Diagnostisk test 2	Desimaltall - Størrelsen til desimaltallet - Addere med desimaltall	Koden om desimaltall er lik som test 1 og er hentet fra Brekke (2002) og Ojose (2015) sin beskrivelse av misoppfatninger elever kan ha knyttet til desimaltall.
	Brøkens størrelse - Brøkens representasjon - Verdien til en brøk	Kodene knyttet til brøk er hentet fra Tokle et al. (2018), Petit et al. (2010) og Fitri & Prahmana (2019) beskrivelser av utfordringer og misoppfatninger knyttet til brøkbegrepet
	Sammenlikne brøker: - Likeverdige brøker	
	Regne med brøk - Addere - Subtrahere - Multiplisere - Dividere	

3.4 Forskningsetiske hensyn

Personvernsopplysninger er opplysninger som kan knyttes til en person. I et forskningsprosjekt som kan koble opplysninger til et navn, må opplysningene regnes som personopplysninger. Dersom en forsker på et tidspunkt av prosjektet sitter på persondata, må dette meldes inn, selv om dette skal anonymiseres i publikasjonen (Norsk senter for forskningsdata, u.å.). I denne studien deltok seks elever på 7.trinn som syntes matematikk var et utfordrende fag. Ettersom jeg var usikker på hvordan dataene skulle samles inn og ønsket å ha muligheten til å ta lydopptak av samtaler, måtte prosjektet mitt godkjennes av NSD. Jeg sendte inn en søknad og fikk godkjenning fra NSD (Vedlegg 6). Etter godkjenning snakket jeg med kontaktlærer for klassen og fikk avtalt tid til å levere ut et infoskriv og samtykkeskjema (Vedlegg 7). Jeg informerte elevene i klassen om hva prosjektet gikk ut på før det ble levert ut. Alle elevene i denne klassen fikk tildelt dette infoskrivet, slik at de sammen med foresatte kunne velge om de ønsket å delta eller ikke. I dette prosjektet begrenset jeg meg til at maks seks elever fikk delta. Dersom flere enn dette meldte seg på skulle det bli en tilfeldig trekning av hvem som fikk muligheten til å delta. Dette ble gjort etter avtale med kontaktlærer, slik at alle som ønsket kunne få en sjanse til å delta.

Etter de elevene som ønsket å delta hadde fått underskrift på samtykkeskjemaet, sendte jeg en ny beskjed hjem til disse elevene. Her ble det informert om at eleven fikk delta i prosjektet og når prosjektstart skulle starte samt hvor lenge det skulle pågå.

Under prosjektet informerte jeg elevene dersom det skulle tas opptak, slik at de kunne si ifra om det var greit eller ikke. Selv om det ble godkjent av foresatte ønsket jeg å informere elevene dersom de en dag ikke ønsket at det skulle tas opptak. Det ble kun tatt lydopptak ved to anledninger, en med den første diagnostiske testen og en med den siste diagnostiske testen. Disse ble transkribert og slettet samme dag. Jeg tok kun to opptak, da arbeidet gjennom ukene ikke ble en naturlig setting til å ta opptak. Ved de to nevnte anledningene spurte jeg elever om å forklare hvordan de tenkte når de løste de ulike oppgavene.

Jeg samlet inn data gjennom ulike oppgaver elevene har arbeidet med. Flere av disse anses som personidentifiserende. Både disse og samtykkeskjemaene ble bevart utilgjengelig for andre gjennom hele prosjektet. Oppgavearkene som er brukt i avhandlingen er anonymisert. Ved prosjektslutt ble all data slettet og makulert.

I dette prosjektet kan det være utfordrende å anonymisere fullstendig da det kun var seks elever som deltok og både andre lærere på skolen samt klassen elevene går i vet hvem som deltok. Blir oppgaven lest av de som har kjennskap til elevene som deltok, kan det hende elevene kan gjenkjennes. Foresatte fikk muligheten til å lese materialer som omhandler deres barn, dersom de ønsket. Det var viktig for meg at deltakerne, foresatte og kontaktlærer fikk muligheten til å godkjenne det som ble skrevet, da det skaper en tillit og trygghet rundt deltakelsen.

3.5 Kvalitetsvurdering

Tjora (2021) har lagt frem et eget kapittel knyttet til kvaliteten i kvalitative forskninger. Jeg har valgt å bruke de tre punktene han trekker frem for å kvalitetsvurdere forskningen jeg har gjennomført.

3.5.1 Gyldighet

Gyldigheten knyttes til spørsmålet om hvorvidt de svarene en forsker finner i forskningen svarer på de spørsmålene som stilles (Tjora 2021, s. 260). Videre nevner Tjora (2021) pragmatisk gyldighet, som knyttes til aksjonsforskning. Pragmatisk gyldighet skal teste om forskningen fører til endring eller forbedring. Jeg kan starte med å trekke frem problemstillingen min. Den spør etter hvordan konkretiseringsarbeid innenfor brøk kan være med på å fremme relasjonellforståelse for en mindre gruppe elever. Underspørsmålene legger til hvilke effekt konkretiseringsarbeidet har på elever som strever med brøk og desimaltall og hvordan dybdelæring kan være til hjelp for å utvikle forståelsen. Resultatet jeg fikk på den diagnostiske sluttprøven gav meg et svar på om undervisningen hadde effekt på elevene eller ikke. Samt kunne jeg se underveis i prosjektet hvordan eleven lærte gjennom ren tavleundervisning og konkretiseringsoppgaver. Når det gjelder den pragmatiske gyldigheten kan vi se sammenhengen mellom test 1 som ble holdt i starten og sluttesten. Disse testene gir en oversikt over hva elevene lærte gjennom undervisningen og hvilken endring de hadde i sin læringskurve. Elevene lærte forskjellig, men det ble en tydelig forbedring hos hver elev, noe som kan tyde til en utvikling av forståelse. Jeg vil trekke frem at det ikke er nok med «bare» seks elevers resultat for å si om forskningen er gyldig, men det kan legges til at forskningen er gyldig for denne elevgruppen. Dette går jeg videre inn på i 3.5.3. Videre trekker Tjora (2021) inn at gyldigheten i forskningen kan styrkes ved å tydeliggjøre hvordan forskningen praktiseres ut fra spørsmålene vi stiller, og hvordan disse formes med utgangspunkt i temaet som forskes på. Gyldigheten styrkes også ved å gjøre rede for valg knyttet til datagenereringsmetode og teoretisk innspill i analysen. Dette kapittelet er et forsøk på å gjøre rede for valgene som er tatt underveis i forskningen. Problemstilling ble redegjort i kapittel 1, og teoretisk innspill er redegjort i kapittel 2.

3.5.2 Pålitelighet

Påliteligheten handler om sammenhenger internt i forskningsprosjektet og hvordan dette synliggjøres i rapporteringen. Påliteligheten styrkes gjennom relevante koblinger mellom empiri, analyse og teori (Tjora, 2021, s. 263). Jeg har i denne masteravhandlingen prøvd å legge frem sammenhenger og koblinger mellom disse punktene. I teorikapittelet trekkes det frem relevant teori for studien, i empirien har jeg hatt fokus på å øke elevenes forståelse og i analysen brukes teorien og empirien aktivt for å se elevenes utvikling.

Et annet punkt som har betydning for påliteligheten, er forskers relasjon til deltakerne og hvordan deltakerne ble valgt ut (Tjora, 2021, s. 264). Det var som nevnt i 3.2.1. en tilfeldighet i hvem som fikk delta i prosjektet. Jeg hadde kjennskap til noen av elevene fra før av og andre jeg knapt hadde møtt på tidligere. Å ha kjennskap til deltakerne kan både ha fordeler og ulemper. Men i dette prosjektet så jeg på dette som en fordel, da det å bygge gode relasjoner hadde en kortere vei enn om jeg ikke hadde kjent elevene i det hele tatt. Dette gjorde at vi raskt kunne starte opp, og jeg kunne fort ta opp læringsstrategiene elevene appellerte godt til. Som forsker kan en ulempe med å kjenne elevene være at jeg tar med meg mine egne antakelser og forutsettinger som kan påvirke hvordan jeg tolker situasjonene jeg kommer i. Siden jeg hadde kjennskap til noen av elevene fra før av, kan det hende jeg konkluderer ut ifra disse kjennskapene til elevene. Som forsker er det derfor viktig at jeg er klar over dette slik at resultatet ikke blir påvirket av hva jeg skulle vite fra før av.

Tjora (2021) trekker også frem transparens i forbindelse med åpen forskning, og knytter dette til å gjøre egne empiriske data tilgjengelig for andre slik at andre kan gjennomføre tilsvarende analyser og gjenta forskningen for å styrke forskningens troverdighet. Pålitelighet og gyldighet tar for seg refleksjoner over hvor gode valg tas underveis knyttet til empiri, teori og analyse. Transparent derimot hvor godt disse valgene formidles (Tjora, 2021, s. 264). I denne avhandlingen har jeg prøvd å formidle valgene jeg har tatt underveis. Forskningen som ble gjennomført er, som nevnt tidligere og som nevnes i kapittel 3.5.3 ikke nødvendigvis gjeldene for hele populasjonen, eller i alle liknende tilfeller. Men for å sikre transparens, og gi andre muligheten til å komme tettere på empirien, legges oppgavene som er brukt som vedlegg. I Analysekapittelet blir elevenes arbeid fra start til slutt presentert og deres resultater legges frem. Alle metodene som ble brukt underveis, både de som fungerte bra og de som fungerte mindre bra vil trekkes frem i analysekapittelet. De empiriske dataene gjøres tilgjengelig slik at andre som ønsker kan gjennomføre tilsvarende forskningsprosjekter.

3.5.3 Generaliserbarhet

Generaliserbarheten knyttes til undersøkelsens gyldighet og relevans utover de tilfellene som har vært utforsket (Tjora, 2021, s. 260). Innenfor kvalitativ forskning generaliseres ikke statistikk, og vi må derfor tenke annerledes. Det vil si at forskningen nødvendigvis ikke er gjeldene for hele populasjonen (Tjora, 2021, s. 267). Utvalget står som beskrevet i 3.2.1, består av 6 elever på 7.trinn, hvilket gjør at resultatet ikke nødvendigvis gjelder for alle 7.klasseinger. Tjora (2021) beskriver en form for moderat generalisering der det er opp til forskeren å avgjøre i hvilke situasjoner resultatene vil være gyldige (Tjora, 2021, s. 268). Til tross for et begrenset utvalg, kan undersøkelsen fortelle oss noe om elevenes forståelse av brøk og desimaltall og hvordan de lærer gjennom bruken av konkretiseringsoppgaver. Selv om resultatet sannsynligvis vil variere ut fra hvilke elever som deltar, kan det likevel fortelle noe om effekten av arbeid i mindre gruppe og arbeid med dybdelæring og konkretiseringsarbeid. Jeg har forsøkt i dette metodekapittelet å legge frem en grundig redegjørelse av metodiske valg, og vil i neste kapittel gi innsikt i funnene disse valgene har ledet frem til.

4 Analyse

I dette fjerde kapittelet av avhandlingen analyseres datamaterialene som ble samlet inn. For å fremstille analysen har jeg som forklart i kapittel 3.3 analysert elevenes arbeid hver for seg. Hver elev ble analysert gjennom en personifisert analyse da elevene presenteres gjennom deres arbeidsmetoder, strategier og møter med oppgaver. Det ble også gjennomført en tematisk analyse ved at temaene og kodene er felles for gruppa. For å lage en oversiktlig struktur i analysen har hver elev fått sitt eget delkapittel. I elevenes kapittel presenterer jeg arbeidet deres fra den første diagnostiske testen, hvordan de arbeidet underveis og den andre diagnostiske testen. Oppgavene til elevene blir analysert og knyttet opp mot teorien presentert i kapittel 2.

Elevene i dette prosjektet har løst mange oppgaver på papir. I oppgavene ser vi håndskriften til elevene, noe som kan bli kategorisert som en personopplysning. Jeg bestemte meg derfor for å selv skrive opp svarene til elevene i oppgavene som blir brukt, slik elevene skrev det. Jeg gjorde dette for at ikke elevene skal gjenkjennes gjennom håndskriften sin. Når jeg henviser til elevene vil jeg bruke pseudonymene deres, som nevnt i kapittel 3.3.1. Jeg kommer til å legge frem noen av samtalene jeg hadde med elevene hvor de beskriver hvordan de løste de ulike oppgavene.

Matematikken har, slik Birkeland et al. (2018) sier, en egen terminologi bestående av faguttrykk vi vanligvis ikke bruker i dagliglivet. Botten (2016) legger frem at det er kan skape problemer for elever dersom de ikke forstår de matematiske ordene, da de ikke er i deres naturlige ordforråd. For elevene i mitt utvalg merket jeg tidlig at de matematiske ordene addisjon, subtraksjon, multiplikasjon og divisjon var utfordrende å forstå. De opplevde ordene som fremmed og klarte ikke knytte ordene til regnearten. Elevene brukte selv ordene pluss, minus, ganging og deling. Jeg tok derfor hensyn til dette og brukte de ordene som var mer naturlige for elevene å bruke. I oppgavearkene brukte jeg de matematiske begrepene for regneartene slik at elevene kunne se begrepet i sammenheng med regnearten i oppgaven. I undervisningen måtte jeg legge om og bruke ordene elevene selv bruker. I begrepsarket brukte jeg begrepene pluss, minus, ganging og deling for å gjøre det lettere for elevene å forstå hvordan de skulle løse regneoppgaver med brøk (Vedlegg 5). I det videre vil jeg presentere den tematiske og personifiserte analysen av den enkelte elev.

4.1 Elev 1

E1 strevde med konsentrasjonen og syntes at matematikk var et utfordrende fag å arbeide med. Hun kunne raskt falle ut dersom oppgavene ble vanskelige. E1 hadde sine sterke sider i faget som hun klarte å bruke i ulike oppgaver. Hun opplevde en motivasjon og mestring gjennom de sterke sidene, men av og til kunne disse ferdighetene ta opp ett større fokus enn det å løse selve oppgaven. Mengden med oppgaver kunne fort virke utilstrekkelig for E1 å løse. For å motivere E1 til å arbeide, og gi henne muligheten til å oppleve mestring, ble mengden med oppgaver tilpasset. E1 fikk et kryss med de oppgavene som måtte løses i løpet av timene. Med en slik tilpasning fikk E1 muligheten til å komme gjennom alle temaene som skulle gjennomgås. Når E1 opplevde mestring, fikk hun motivasjon til å løse oppgaver videre. Dersom hun møtte motstand, kunne det ta noe lengre tid for henne å komme videre i arbeidet.

4.1.1 Diagnostisk test 1

Oppgave 1:

Studer tallene 0,5 og 0,23. Hvilke av tallene er størst?

0,5

Forklar og vis hva du tenker:

Oppgave 2:

Sorter tallene fra minst til størst, Forklar hva du tenker:

0,1275 0,6 0,240 0,41 0,13 0,300

0,6 / 0,13

0,1275

0,6 \ 0,13 \ 0,41 \ 0,240 \ 0,300 |

Oppgave 3:

Skriv et tall som er større en 0,3 og mindre enn 0,4

Vis/Forklar hva du tenker:

0,05

Oppgave 4:

En sekk med poteter veier 3,6kg, stemmer det at to sekker vil veie 6,12kg?

Er påstanden sann eller usann? Vis og forklar under hva du tenker:

Påstanden er sann

3,6
\+ 3,6

I oppgave 1 har E1 svart riktig, men ikke avgitt en forklaring til hva hun tenker eller hvordan hun kom frem til svaret. Under testen merket jeg at E1 sto fast. Hun hadde svart på oppgave 3, men hoppet over oppgave 2. Jeg startet en samtale med eleven for å høre hva hun tenkte.

> Jeg: Hva tenker du om svaret ditt på oppgaven? (Viser til oppgave 3)
>
> E1: Jeg vet ikke
>
> Jeg: (leser oppgaveteksten). Skriv et tall som er større en 0,3 og mindre enn 0,4
>
> E1: Fordi 0,05 er midt imellom
>
> Jeg: Er det midt imellom?
>
> E1: Ja, jeg tror det

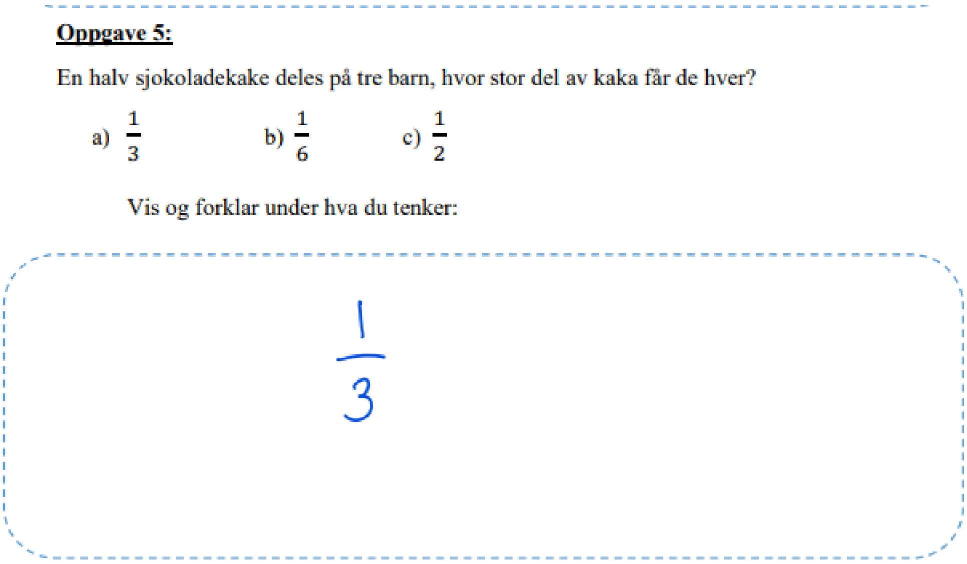
Eleven hadde ikke mer forklaring enn at hun tenkte at 0,05 var mellom 0,3 og 0,4. Jeg gikk derfor videre å spurte henne om oppgave 2

> Jeg: Hva tenker du her? (viser til oppgave 2). Hvilket tall tror du er det minste tallet?

E1 peker på tallet 0,6.

> Jeg: Hvorfor tenker du at det er det minste tallet?
>
> E1 Hmm…at, jo, fordi det er det minste tallet. Jeg vet ikke hvorfor, men det er det minste tallet
>
> Jeg: Ja, bare skriv opp, slik du tenker rekkefølgen skal være

Etter samtalen begynte eleven å skrive opp rekkefølgen vist til i oppgaven. E1 bruker det Brekke (2002) og Ojose (2015) skriver om misoppfatningen knyttet til sorteringen av desimaltall, «Det lengste tallet er det største tallet». I oppgave 4 skriver E1 at påstanden er sann. Hun har satt opp et regnestykke uten å regne ut, og konkluderer med det at utsagnet må stemme. Dette stemmer med misoppfatningen knyttet til å regne med desimaltall da E1 ikke så at tallene bak komma går fra tideler til enere. Ut fra svarene i de fire første oppgavene viser E1 til ufullstendige tanker knyttet til desimaltall begrepet da «feilene» eleven har ikke er tilfeldige. E1 viser også til det Imsen (2017) og Karlsdottir & Hybertsen (2013) presenterer om Piaget sin teori knyttet til den kognitive utviklingen, da hun bruker en tidligere kunnskap til å løse problemer der kunnskapen ikke stemmer. E1 husker noe om desimaltall, men bruker også det Petit et al. (2010) kaller for heltallsforståelsen, da hun i oppgave 2, sorterer tallene etter det som hadde stemt, dersom tallene ikke hadde vært bak kommaet.



Oppgave 5:

En halv sjokoladekake deles på tre barn, hvor stor del av kaka får de hver?

a) $\frac{1}{3}$ b) $\frac{1}{6}$ c) $\frac{1}{2}$

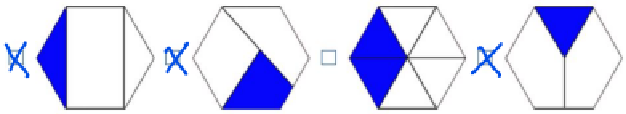
Vis og forklar under hva du tenker:

$\frac{1}{3}$

Oppgave 5 er knyttet til kategorien «å finne en brøk av en del». E1 har lest oppgaven om at tre barn skal dele en halv sjokoladekake. E1 viser til Tokle et al. (2018) sin misoppfatning knyttet til å ikke ta hensyn til brøkens helhet. E1 bruker tallene informasjonen gir, men har ikke kunnskap om hva det vil si å finne en brøk av en del, og bruker derfor kunnskapen om å finne en brøk av en helhet i stedet. E1 viser til det Skemp (1978) beskriver som en instrumentell forståelse, da hun ikke er kjent med hvilken regel som skal brukes i denne oppgaven. Samt bruker hun det Imsen (2017) og Karlsdottir & Hybertsen (2013) legger frem om Piagets teori, knyttet til å bruke sin tidligere kunnskap. Hun viser til kunnskap om brøk, men bruker den ikke riktig.

Oppgave 6:

Sett kryss foran den eller de av figurene som viser $\frac{1}{3}$.



Forklar/ Vis hvordan du tenker her:

Oppgave 7:

a) Regn ut: $\frac{2}{6} + \frac{1}{4}$

$$\frac{2}{6} + \frac{1}{4}$$

$$\frac{2}{6} + \frac{1}{4} = \frac{3}{10}$$

b) Skriv en brøk som er mellom $\frac{1}{3}$ og $\frac{2}{3}$

Vis og forklar hva du tenker:

I oppgave 6 har eleven krysset av på tre av de fire figurene. E1 viser til misoppfatningen Tokle et al. (2018) beskriver som «nevner representerer antall deler, uavhengig av størrelse». E1 fokuserer ikke på størrelsen til stykkene, men kun hvilket antall som er fargelagt. Dette kan også knyttes til Skemp (1978) sin beskrivelse av instrumentell forståelse, da eleven bruker en regel som ikke stemmer for oppgaven. Hun har kunnskap til at en tredjedel representerer en av tre, men har ikke forståelse av at delene i brøken må være like store.

I oppgave 7 har E1 kun svart på oppgave a). Oppgaven viser et addisjonsstykke hvor nevnerne er ulike. E1 har satt brøkene over hverandre, slik man gjør når man regner med heltall. Svaret til elevene viser at hun har addert teller med teller og nevner med nevner. Fitri & Prahmana (2019) beskrev dette som en av utfordringene elever kan ha knyttet til brøk. E1 har ikke forståelse for at hun må finne en felles nevner før oppgaven kan regnes sammen. Igjen bruker E1 det Imsen (2017) og Karlsdottir & Hybertsen (2013) beskriver om Piaget sin teori, knyttet til å bruke tidligere kunnskap. E1 svarte ikke på oppgave 7 b), antakeligvis for hun ikke kunne finne en brøk som var mellom brøkene i oppgaven.

Oppgave 8:

Hvilket tall har samme verdi som $\frac{3}{4}$?

☐ 3 ☐ 0,75 ☒ 3,4 ☐ 0,25

Vis/Forklar hvordan du tenker her:

Oppgave 9:

a) Skriv en brøk som har samme verdi som $\frac{3}{7}$.

Vis/Forklar hva du gjør og forklar hva du tenker:

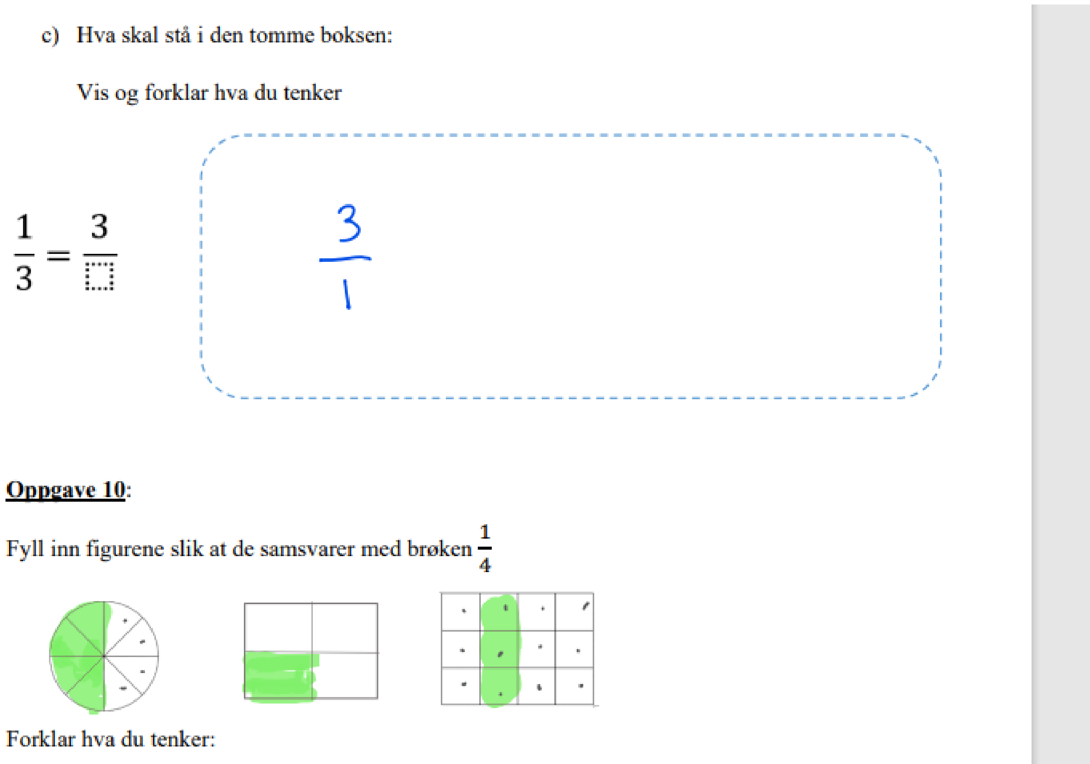
3,7

b) Skriv en brøk som har dobbel så stor verdi som $\frac{2}{5}$

Vis og forklar hva du tenker under:

$\frac{4}{10}$

I oppgave 8 krysser E1 av på 3,4 som verdien til brøken i oppgaveteksten. I oppgave 9a) skal eleven finne en likeverdig brøk til brøken i oppgaven. Her ser vi Tokle et al. (2018) sin misoppfatning knyttet til å se på brøkstreken som et desimaltallkomma. E1 bruker tallene i brøkene og endrer brøkstreken til et komma for å vise til verdien til brøkene. I oppgave 9b) vil en kunnskap om hva verdien til en brøk være sentral for å løse oppgaven. E1 har lest oppgaven og utvidet brøken med to. 4 er det dobbelte av 2 og 10 er det dobbelte av 5. E1 viser til det Skemp (1978) beskriver som en instrumentell forståelse. Samt kan svaret knyttes til det Imsen (2017) og Karlsdottir & Hybertsen (2013) sin beskrivelse av Piagets teori om den kognitive utviklingen, da E1 bruker tidligere kunnskap for å løse oppgaven. Dersom et heltall skal få dobbelt verdi, vil det stemme og multiplisere med to, men denne regelen gjelder ikke for brøk. E1 er ikke kjent med hva verdien til brøken betyr.



I oppgave 9c byttet E1 rundt på tallene i brøken for å komme frem til svaret.

I oppgave 10 har E1 fargelagt figurene. I den første figuren har hun ikke tatt hensyn til helheten, og fargelagte fire av åtte ruter. I de to neste klarer hun å fargelegge riktig.

Denne testen viser at E1 ikke har en fullstendig forståelse knyttet til brøk- og desimaltallsbegrepet. Flere av misoppfatningene kommer til syne gjennom svarene. E1 bruker det Skemp (1978) beskriver som «rules wihout reasons». Hun bruker regler uten å forstå hvordan eller hvorfor de ikke fungerer, noe som peker mot en instrumentell forståelse. Piaget (1977) beskriver at gjennom assimilasjon legges ny informasjon inn i de allerede eksisterende skjemaene. E1 prøver å plassere informasjonen hun leser i de eksisterende skjemaene i hodet uten at de passer inn. Dette fører til at hun bruker de tidligere kunnskapene til å løse oppgavene. Reglene og kunnskapene E1 bruker stemmer ikke nødvendigvis med reglene innenfor desimaltall og brøk. Testen ga meg en god indikasjon på hva E1 trengte å arbeide med for å nærme seg en relasjonell forståelse av brøk og desimaltall.

4.1.2 Arbeid underveis

Som nevnt i introduksjonen strevde E1 med konsentrasjonen. I arbeidet underveis hadde hun dager hvor hun fikk unnagjort mye og dager hvor hun ikke fikk gjort like mye. Etter den første diagnostiske testen startet undervisningen som skulle øke elevenes relasjonelle forståelse gjennom varierte oppgaver. E1 sitt arbeid varierte gjennom ukene. Konsentrasjonen gjorde at hun, som nevnt kunne miste fokuset på det hun skulle arbeide med. E1 kunne noen dager si at oppgavene var «kjedelige» eller «vanskelige». Det var oftest de dagene hun ikke fikk gjennomført like mye. Andre dager tok hun seg god tid til å studere oppgavene, noe som førte til at hun fikk løse flere oppgaver. E1 fikk tilpasset oppgavemengden med å få et kryss ved de oppgavene hun måtte gjøre. Dette førte til at E1 fikk løst flere av de ulike oppgavene. E1 kunne lukke permen dersom oppgavene ble «kjedelige», men med denne tilpasningen endret dette seg. E1 fikk mer variasjon i oppgavene og kom raskere videre.

I starten av flere økter brukte jeg det Kirfel (2010) beskriver som eksemplifiseringsoppgaver, samt visuelle figurer for å konkretisere oppgavene. I gjennomgangen kunne E1 miste fokus, og svare «vet ikke» på spørsmål. Dersom E1 svarte dette, prøvde jeg å utdype spørsmålet. E1 fikk da en ekstra mulighet til å svare.

I en av de første øktene gikk jeg gjennom tallinjen vist til i kapittel 3.3.2. E1 var noe ufokusert i gjennomgangen. Jeg stilte henne spørsmål knyttet til hvilket tall som er størst av 0,1275 og 0,6.

> Meg: Med desimaltall kan vi legge på så mange nuller vi vil bak desimaltallet uten at verdien endres. Så hvis jeg legger tre nuller bak 0,6. hvilket tall er da størst? (peker på 0,1275 og 0,6000)
>
> E1: 0,6?
>
> Meg: Ja bra!

E1 svarer spørrende og virker ikke sikker på svaret sitt. Etter gjennomgangen og samtalen med hele gruppa jobbet vi med tallinjen. E1 kikket på tallinjen og lyttet til forklaringen om hvorfor og hvordan vi kan si at et desimaltall er større eller mindre. Selv om E1 var noe ufokusert i gjennomgangen, klarte hun å følge med på tallinjen og delta i samtalene der. E1 studerte tallene og var med på at vi måtte se på tallet plassert på tidelsplassen først, for å vurdere størrelsen. Petit et al.

(2010) beskriver at bruken av modeller kan hjelpe til å utvikle forståelse til temaet det arbeides med. Tallinjen hjalp E1 til å forstå desimaltallenes størrelser, da modellen tydelig viste hva desimaltallets størrelse er.

E1 sitt møte med brøk og figuren til brøk var lettere. E1 studerte figurene og fikk med seg at «stykkene» i figuren må være like store for at figuren skulle kunne samsvare med en brøk. I oppgavene hvor jeg brukte «pizzaen» vist til i kapittel 3.3.2 klarte E1 å koble sammen at selv om brøker har forskjellig sifre, kan verdien og mengden fortsatt være det samme.

I eksemplifiseringsoppgavene, hvor det ble rent matematiske brøker uten figur kunne det bli noe utfordrende for E1 å forstå hva som skulle gjøres. Men når hun skjønte at utvidelse av brøk samt å finne felles nevner kunne knyttes til multiplikasjon, gikk det opp et lys. E1 var veldig god på å multiplisere og klarte raskt å finne ut av hvordan hun kunne finne felles nevner. E1 fikk flere positive tilbakemeldinger på dette.

E1 sitt møte med oppgavearkene var varierende. Etter E1 fikk kortet ned på mengden, ble de noe lettere å fullføre. Dersom E1 ikke klarte å konsentrere seg og oppgavene ble «kjedelige» eller «vanskelige», lukket hun permen. Jeg tok meg god tid til E1 og forklarte regler underveis, da hun ofte trengte oppfriskning i hvordan oppgaver skulle løses. De oppgavene hvor E1 kunne multiplisere, ble oppgaver hun mestret raskere da hun fikk en motivasjon gjennom denne sterke siden.

Halvveis inn i prosjektet gav jeg et oppgaveark knyttet til å skulle utvide og forkorte brøker. Dette ble holdt som en liten «test» på slutten av økt 8. E1 arbeidet motivert og flittig med testen. Hun sto på og arbeidet godt, men rakk ikke alle oppgavene. Før jeg sendte E1 opp i klasserommet spurte jeg om hun kunne forklare to av oppgavene hun ikke rakk. E1 klarte å forklare hvordan oppgavene skulle løses helt riktig, samt beskrev hun hvorfor de måtte løses slik. Forklaringen E1 gav knyttet til oppgavene tydet på det Skemp (1978) beskriver som en relasjonell forståelse. E1 viste forståelse av hvilke regel hun skulle bruke, og hvorfor de var riktige. E1 har gjort det Piaget (1977) kaller for en akkomodasjon, da hun har modifisert skjemaene i hodet for å tilpasse den nye kunnskapen.

Wæge (2019) legger frem at elevenes forståelse av matematikk kan styrkes gjennom samtaler og diskusjon, da elevene kan få mulighet til å reflektere og begrunne de matematiske ideene sine. Dersom E1 sto fast med en oppgave brukte jeg teknikken med å la henne forklare hvordan hun kunne løse oppgaven. Noen ganger var dette utfordrende. Andre ganger klarte hun å forklare bra med egne ord. E1 viser relasjonell forståelse i flere av forklaringene på oppgavene. E1 hadde utfordringer med å skrive ned alt, og tempoet var ikke alltid like raskt. Når E1 fikk muligheten til å utdype hvordan en oppgave skulle løses gjennom å bruke språket, så jeg at hun i flere anledninger forsto hvordan og hvorfor ulike regler fungerte. Dersom E1 var usikker på oppgaven hjalp jeg med å forklare samtidig som vi løste oppgaven sammen.

4.1.3 Diagnostisk test 2

Oppgave 1:

a) Sorter tallene fra minst til størst, Forklar hva du tenker:

0,1275 0,6 0,240 0,41 0,13 0,300

0,1275

0,240

0,

0,300 | 0,41 | 0,6

0,1275 | 0,13 | 0,240

b) Skriv et tall som er større en 0,3 og mindre enn 0,4. Vis/Forklar hva du tenker:

0,35

Oppgave 2:

En sekk med poteter veier 3,6kg, stemmer det at to sekker vil veie 6,12kg?

Er påstanden sann eller usann? Vis og forklar under hva du tenker:

~~3x6~~

3,6 + 3,6 = 6,12

Sann

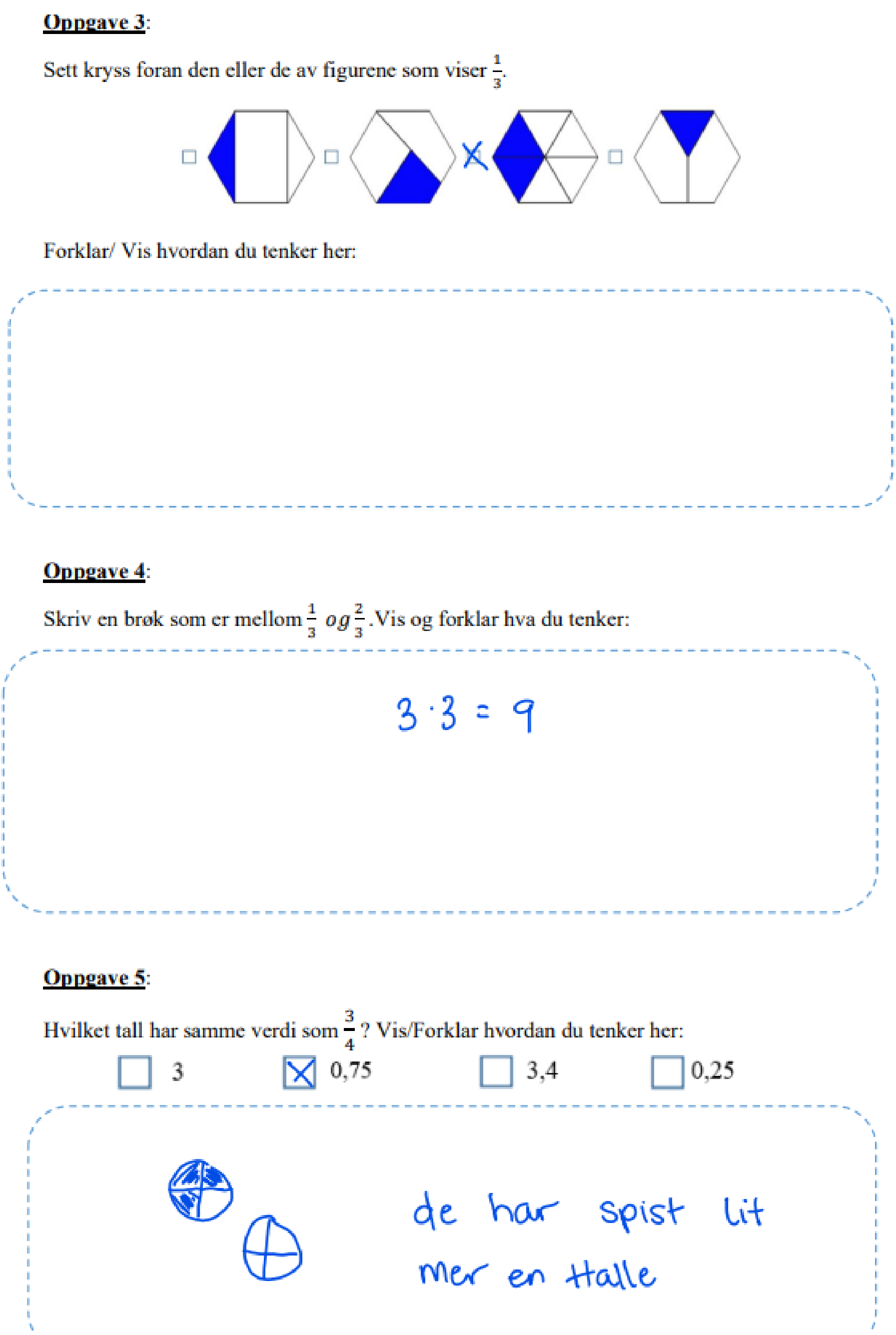
Oppgave 1 og 2 er knyttet til desimaltall. I den første oppgaven har E1 sortert tallene i en rotete rekkefølge. For å vite hvordan hun tenkte, hadde jeg en samtale med henne.

> Meg: Kan du forklare meg hvordan rekkefølgen din er i oppgave 1 og hva du tenker?
>
> E1: 0,1275 er minst for den starter på 1, så kommer 2, derfor kommer 0,13 etter. Etter den kommer 0,240. siden jeg ikke fikk helt plass hoppet jeg opp og skrev 0,300 der, så 0,41 og 0,6. Siden 0,6 er det største tallet.

Meg: Ja, okei! Så rekkefølgen din starter med de tre nederst i hjørnet og fortsetter med de tre desimaltallene over?

E1: Ja.

Etter samtalen kunne jeg da forstå hvordan eleven tenkte i oppsettet til rekkefølgen. Forklaringen viser det Skemp (1978) beskriver som en relasjonell forståelse, da hun bruker de riktige reglene for desimaltall i oppsettet av rekkefølgen. I oppgave 1b svarer E1 riktig. I oppgave 2 overfører hun derimot ikke tallet fra tidelsplassen til enerplassen for å regne ut regnestykke, og gir med det samme svaret hun ga i den første testen. E1 viser til en relasjonell forståelse knyttet til å sortere desimaltallene, men har ikke klart å utvikle en fullstendig forståelse av desimaltallets betydning knyttet til å skulle regne med desimaltall. E1 sin metode for å regne med desimaltall viser en instrumentell forståelse, da hun bruker regler som ikke stemmer for å regne sammen desimaltallene.



Oppgave 3:

Sett kryss foran den eller de av figurene som viser $\frac{1}{3}$.

☐ ☐ ☒ ☐

Forklar/ Vis hvordan du tenker her:

Oppgave 4:

Skriv en brøk som er mellom $\frac{1}{3}$ $og\frac{2}{3}$. Vis og forklar hva du tenker:

$3 \cdot 3 = 9$

Oppgave 5:

Hvilket tall har samme verdi som $\frac{3}{4}$? Vis/Forklar hvordan du tenker her:

☐ 3 ☒ 0,75 ☐ 3,4 ☐ 0,25

de har spist lit mer en Halle

De neste oppgavene er knyttet til brøk. I oppgave 4 velger E1 riktig figur knyttet til brøken, noe hun ikke gjorde i den første testen. Det samme gjelder i oppgave 5. I den første testen valgte E1 3,4 som verdien til brøken. I denne testen har hun valgt 0,75 og tegnet en figur som viser 3 av fire stykker fargelagt. E1 knytter brøken til noe som er «spist». I oppgave 4 viser E1 til det Ojose (2015) beskriver som utførelsesmangel. E1 har startet med på å multiplisere 3 ganger 3, men ikke komt lengre enn til at dette blir 9. Altså er prosessen bare delvis gjennomført. Denne oppgaven strevde eleven med på den første testen også.

Oppgave 6:

a) Skriv en brøk som har samme verdi som $\frac{3}{7}$.

Vis/Forklar hva du gjør og forklar hva du tenker:

$$\frac{3}{7} \quad \frac{21}{49}$$

b) Skriv en brøk som har dobbel så stor verdi som $\frac{2}{5}$

Vis og forklar hva du tenker under:

$$\frac{4}{10}$$

c) Hva skal stå i den tomme boksen:

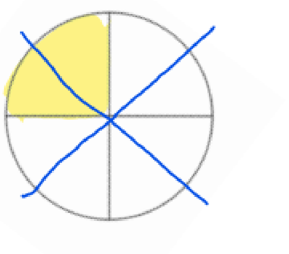
Vis og forklar hva du tenker

$$\frac{18}{27} = \frac{2}{3}$$

I oppgave 6a og c har E1 svart riktig. E1 bruker kunnskapene om multiplikasjon til å løse oppgavene, men viser ikke en beskrivelse eller utregning av hvordan hun kommer frem til svaret. Oppgave 6b er lik oppgave 9b fra diagnostisk test 1. E1 har denne gangen svart likt som første gang. Dette viser at E1 ikke har utviklet en fullstendig forståelse til brøkbegrepet. Skemp (1978) sin beskrivelse av instrumentell forståelse og det Imsen (2017) og Karlsdottir & Hybertsen (2013) beskriver om Piagets teori knyttet til den kognitive utviklingen, kan knyttes til E1 sin forståelse av oppgave 6. E1 har fått kunnskap om hva likeverdig brøk er, og hvordan hun skal finne et tall som mangler. Men viser i oppgave 6b at hun ikke har dekket kunnskapsrommet fullstendig og da ikke utviklet en relasjonell forståelse.

Oppgave 7:

1. Fyll inn figuren slik at den samsvarer med brøken $\frac{1}{4}$
2. Utvid brøken og figuren med 2. Hva skjer med stykkene i figuren?



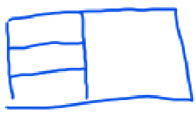
Forklar hva du tenker:

Oppgave 8:

a) En halv sjokoladekake deles på tre barn, hvor stor del av kaka får de hver?

A $\frac{1}{3}$ B $\frac{1}{6}$ C $\frac{1}{2}$

Vis og forklar under hva du tenker:



0 0 6

I oppgave 7 har E1 fargelagt figuren riktig etter det oppgaven spør etter. Eleven skrev ingen forklaring til hvordan brøken kan utvides, men tegnet opp strekene riktig, ettersom den skal deles i like store biter.

Meg: Jeg ser du har laget noen streker i figuren, hva betyr disse?

E1: jeg delte alle stykkene i to, siden det er det samme som å utvide brøken, stykkene blir bare litt mindre.

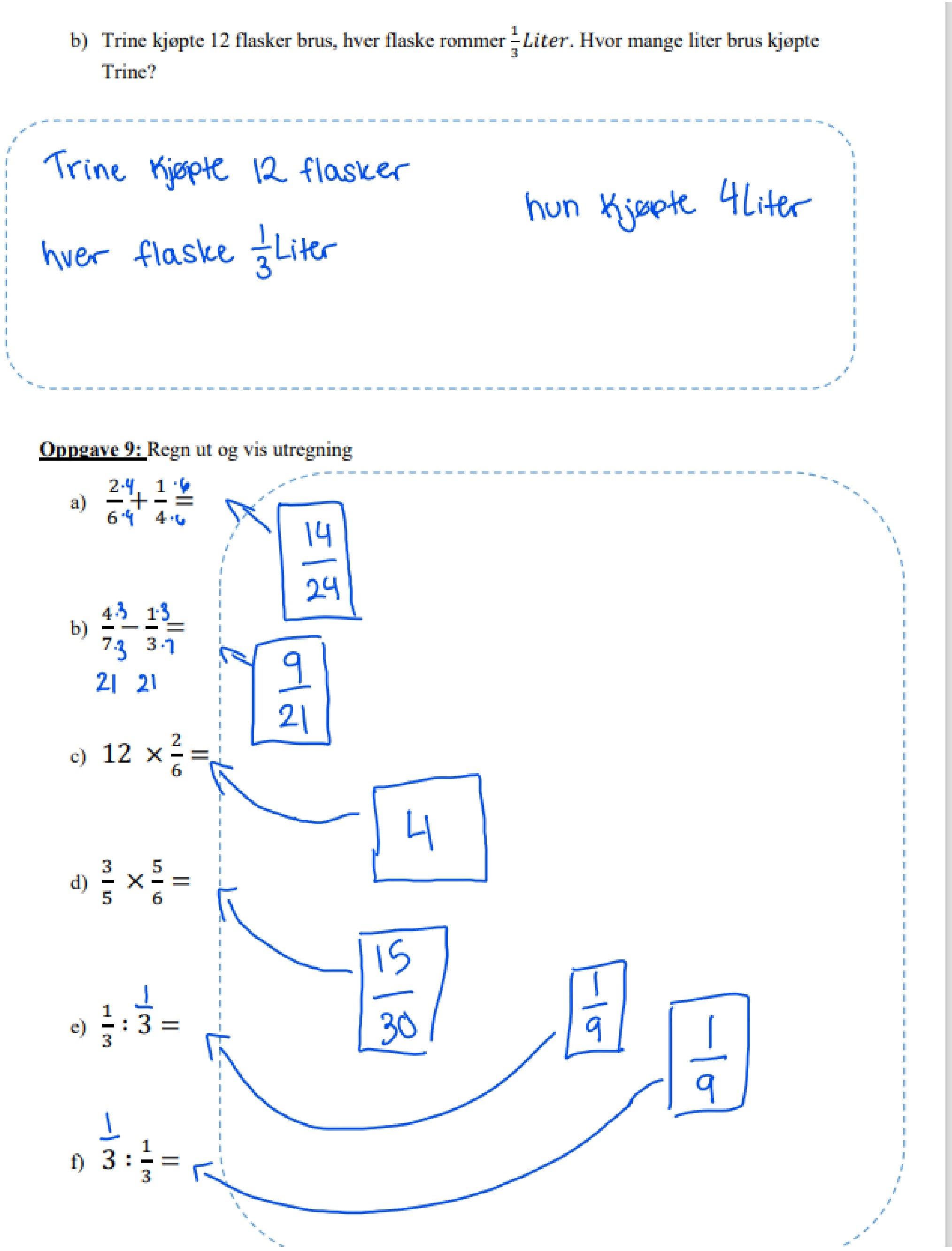
Meg: Ja! Og hvilken brøk får du etter du har laget strekene

E1: (teller alle rutene og hvor mange av de som er fargelagt» to åttende del er fargelagt, og det er det samme som en fjerdedel.

Meg: så bra.

E1 fikk igjen forklare tankene bak svaret sitt. Hun skrev ikke noe mer, men hun svarte på spørsmålene jeg stilte.

Oppgave 8a er lik oppgave 5 i diagnostisk test 1. E1 har svart det samme hun svarte i den første testen. Denne gangen har E1 laget en figur, men klarer ikke bruke den til å løse oppgaven. E1 overfører ikke teksten til et passende regnestykke eller en passende figur. I denne oppgaven viser E1 til det Skemp (1978) beskriver som en instrumentell forståelse. Hun har ikke fått en fullstendig utvikling av den relasjonelle forståelsen knyttet til å skal trekke ut hva tekstoppgaven sier.


b) Trine kjøpte 12 flasker brus, hver flaske rommer $\frac{1}{3}Liter$. Hvor mange liter brus kjøpte Trine?

Trine kjøpte 12 flasker

hver flaske $\frac{1}{3}$Liter

hun kjøpte 4Liter

Oppgave 9: Regn ut og vis utregning

a) $\frac{2\cdot 4}{6\cdot 4}+\frac{1\cdot 6}{4\cdot 6}=$ $\boxed{\frac{14}{24}}$

b) $\frac{4\cdot 3}{7\cdot 3}-\frac{1\cdot 3}{3\cdot 7}=$ $\boxed{\frac{9}{21}}$

21 21

c) $12\times\frac{2}{6}=$ $\boxed{4}$

d) $\frac{3}{5}\times\frac{5}{6}=$ $\boxed{\frac{15}{30}}$

e) $\frac{1}{3}:\frac{1}{3}=$ $\boxed{\frac{1}{9}}$

f) $\frac{1}{3}:\frac{1}{3}=$ $\boxed{\frac{1}{9}}$

Oppgave 8b er også en multiplikasjonsoppgave, men knyttet til heltall multiplisert med brøk. E1 viser ikke en utregning, men skriver «hun kjøpte 4 liter». E1 klarte å trekke ut informasjonen i teksten og bruker den riktig til å løse oppgaven.

I oppgave 9 varierer svarene. I oppgave 9a har E1 skrevet opp hvordan hun utvider brøken og kommet frem til riktig svar. I oppgave 9b har eleven utvidet den ene brøken med 3, og i den andre har hun multiplisert nevneren med syv og telleren med tre. Brekke (2002) skriver at en feil oppstår når eleven ikke har vært oppmerksom. Denne oppgaven kan tyde på at feilen kommer fra å ikke være oppmerksom, da hun i tidligere har klart å løse liknende oppgaver. Dersom brøkene hadde vært $\frac{12}{21} - \frac{3}{21}$ så hadde svaret vært riktig. I oppgave 9c og 9d har eleven kommet frem til riktig svar. Når E1 løste oppgave 9f brukte hun teknikken med å snu den ene brøken, men hun snur feil brøk.

Denne diagnostiske testen viser at E1 har utviklet forståelsen. E1 viser flere tegn til både det Skemp (1978) beskriver som relasjonell forståelse og instrumentell forståelse. E1 har gjennom prosjektet klart å forklare hvordan og hvorfor regler stemmer knyttet til ulike oppgaver. Hun forklarer også noen av svarene i den andre diagnostiske testen. Samtidig er deler av forståelsen fortsatt instrumentell ettersom hun ikke alltid vet hvordan eller hvorfor reglene fungerer. E1 viser også til det Piaget (1977) kaller for en akkomodasjon, da hun har endret på de skjemaene hun hadde før prosjektstart, slik at den nye kunnskapen kunne passe inn. E1 sin utvikling viser at hun nærmer seg en relasjonell forståelse på flere områder.

4.2 Elev 2

E2 var en elev som ikke strevde noe særlig med matematikkfaget, men syntes brøk var utfordrende. Hun ønsker å delta for å få en bedre forståelse av brøk og desimaltall. E2 var en stille og sjenert elev som ikke sa mye med mindre hun fikk direkte spørsmål. Hun arbeidet godt med oppgavene, og brukte ikke lang tid til å gjennomføre dem. Dersom noe ble vanskelig, rakk hun opp handa og ventet til jeg kom for å hjelpe. E2 arbeidet godt sammen med de andre i gruppen. Dersom den ved siden av E2 syntes en oppgave var vanskelig, kunne hun hjelpe med å forklare.

4.2.1 Diagnostisk test 1

Oppgave 1:

Studer tallene 0,5 og 0,23. Hvilke av tallene er størst?

0,5 er størst

Den er størst fordi 0,5 = 0,50 og da er 0,50 større enn 0,23

Forklar og vis hva du tenker:

Oppgave 2:

Sorter tallene fra minst til størst, Forklar hva du tenker:

0,1275   0,6000   0,2400   0,4100   0,1300   0,3000

0,1275 / 0,13 / 0,240 / 0,300 / 0,6

Jeg tar null bak alle tallene sånn at det blir fire tall bak komma

Oppgave 3:

Skriv et tall som er større en 0,3 og mindre enn 0,4

Vis/Forklar hva du tenker:

0,35

0,35 er midt i mellom 0,3 og 0,4

Oppgave 4:

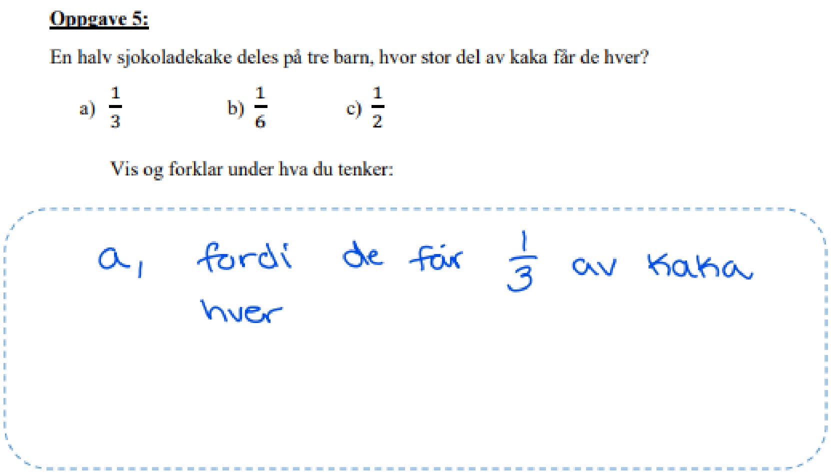
En sekk med poteter veier 3,6kg, stemmer det at to sekker vil veie 6,12kg?

Er påstanden sann eller usann? Vis og forklar under hva du tenker:

$$\begin{array}{r} \scriptstyle 1 \\ 3,6 \\ +\,3,6 \\ \hline 7,2 \end{array}$$

Påstanden er usann fordi 3,6 + 3,6 er mer enn 6,12

Oppgave 1-4 er knyttet til desimaltall forståelse. E2 svarte riktig på alle oppgavene og begrunner svarene godt. I oppgave 1 begrunner hun svaret med å skrive «0,5. Den er størst fordi 0,5=0,50 og da er 0,50 større enn 0,23». i oppgave 2 har E2 satt nuller bak alle desimaltallene i oppgaveteksten slik at det er like mange siffer bak hvert tall. Deretter viser hun rekkefølgen hvor det minste tallet er først og det største tallet er til slutt. E2 har plassert tallene i en stigende rekkefølge, men mangler tallet 0,41. Siden E2 forklarer hva hun tenker og rekkefølgen er riktig kan det tyde på at hun har utført det Brekke (2002) beskriver som en feil. Feilen virker tilfeldig og ikke knyttet til en ufullstendig tanke. I oppgave 3 har E2 også svart riktig, og forklarer svaret med at 0,35 er midt imellom 0,3 og 0,4. I oppgave 4 har E2 satt opp regnestykket for 3,6+3,6 og kommet frem til svaret 7,2. Hun skriver derfor at påstanden er usann. E2 viser ikke til misoppfatningene Brekke (2002) og Ojose (2015) beskriver knyttet til regning med brøk og sortering av desimaltall. Med beskrivelsene E2 legger ved i oppgavene kan det tyde på en relasjonell forståelse. E2 forklarer hva hun tenker og viser at hun har en forståelse for regler knyttet til desimaltallbegrepet.



Oppgave 5:

En halv sjokoladekake deles på tre barn, hvor stor del av kaka får de hver?

a) $\frac{1}{3}$ b) $\frac{1}{6}$ c) $\frac{1}{2}$

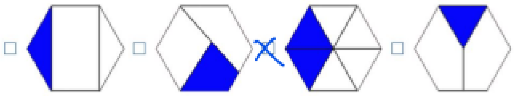
Vis og forklar under hva du tenker:

a, fordi de får $\frac{1}{3}$ av kaka hver

I oppgave 5 har E2 svart $\frac{1}{3}$. E2 leser oppgaveteksten, og trekker ut informasjonen med at tre barn skal dele «noe». E2 har svart med en brøk som hadde stemt dersom det var tre barn som skulle delt en hel. E2 viser til Tokle et al. (2018) sin misoppfatning knyttet til brøkens helhet. E2 har ikke kjennskap til hvordan hun skal finne en brøk av en del. E2 bruker det Imsen (2017) og Karlsdottir & Hybertsen (2013) beskriver om Piagets teori knyttet til å bruke kunnskap fra tidligere erfaringer.

Oppgave 6:

Sett kryss foran den eller de av figurene som viser $\frac{1}{3}$.



Forklar/ Vis hvordan du tenker her:

Jeg tenker at $\frac{1}{3}$ må være helt like store i en figur

Oppgave 7:

a) Regn ut: $\frac{2}{6}+\frac{1}{4}$

$\frac{2\cdot 4}{6\cdot 4}+\frac{1\cdot 6}{4\cdot 6}$

$\frac{8}{24}+\frac{6}{24}=\frac{14}{24}$

Jeg tenkte at jeg måtte gange 6 og 4 for å få samme tall nede

b) Skriv en brøk som er mellom $\frac{1}{3}$ og $\frac{2}{3}$

Vis og forklar hva du tenker:

$\frac{1}{3}$

Jeg skjønte ikke helt men er det jeg tror.

$\underset{9}{\overset{3}{\frac{1\cdot 3}{3\cdot 3}}}$ og $\underset{9}{\overset{6}{\frac{2\cdot 3}{3\cdot 3}}}$

E2 har kommet frem til riktig svar i oppgave 6 og 7a. E2 beskriver i oppgave 6 at stykkene i figuren må være helt like. I oppgave 7a viser E2 utregningen med å utvide brøkene før hun legger sammen teller med teller. Hun beskriver at hun måtte «gange» for å få samme tall «nede». E2 sin beskrivelse av oppgave 6 kan tyde på det Skemp (1978) beskriver som relasjonell forståelse, da E2 velger rett figur og begrunner svaret. I oppgave 7a er det noe vanskeligere å vite om E2 har en relasjonell forståelse eller om hun har det Skemp (1978) beskriver som en instrumentell forståelse. Det kan hende E2 har lært seg regelen for at man skal finne felles nevner, men svaret indikerer ikke at E2 har forstått hvorfor denne regelen skal brukes.

I oppgave 7b viser E2 til det Ojose (2015) beskriver som utførelsesmangel, da hun forsøker seg på en prosedyre, men den har gått i stykker og kun blitt gjennomført delvis. E2 har svart at hun ikke helt skjønte oppgaven og svarer feil. E2 grublet på denne oppgaven og har prøvd å utvide brøkene som er i oppgaveteksten. E2 har utvidet begge brøkene med 3 og skrevet 9 under begge brøkene, 3 over den første og 6 over den andre. Dette viser at E2 har tenkt ut en løsning, men har ikke klart å overføre dette til å finne en brøk som er imellom, altså ble det et brudd i prosedyren. E2 bruker det Imsen (2017) og Karlsdottir & Hybertsen (2013) legger frem om Piagets teori knyttet til å bruke tidligere kunnskap til å løse en oppgave, hvor kunnskapen ikke stemmer. E2 har noe kunnskap om brøk, men har samtidig ikke en fullstendig forståelse knyttet til begrepet. Hun prøver å løse oppgaven med den tidligere kunnskapen, men er ikke kjent med hva likeverdige brøker betyr. E2 ser ikke sammenhengen mellom tallene hun får med å utvide brøkene og det å skulle finne en brøk som er større enn $\frac{1}{3}$ og mindre enn $\frac{2}{3}$.

Oppgave 8:

Hvilket tall har samme verdi som $\frac{3}{4}$?

☐ 3 ☒ 0,75 ☐ 3,4 ☐ 0,25

Vis/Forklar hvordan du tenker her:

$\frac{3}{4}$ er 75% av 100% så da tror jeg 0,75

Oppgave 9:

a) Skriv en brøk som har samme verdi som $\frac{3}{7}$.

Vis/Forklar hva du gjør og forklar hva du tenker:

$\frac{4}{9}$ Jeg tror men er ikke helt sikker

b) Skriv en brøk som har dobbel så stor verdi som $\frac{2}{5}$

Vis og forklar hva du tenker under:

$\frac{4}{10}$ jeg dobla $\frac{2}{5}$

I oppgave 8 svarer E2 riktig. Hun knytter brøken i oppgaveteksten til prosent og kommer frem til at verdien er 0,75. E2 bruker ordene «tror jeg» i forklaringen. Dette kan indikere en usikkerhet og gjør det vanskeligere å vite om hun har en relasjonell eller en instrumentell forståelse. Men E2 viser derimot ikke noen misoppfatning knyttet til å finne verdien til en brøk.

I oppgave 9a svarte E2 med en brøk som ikke tilsvarer en likeverdig brøk. Jeg oppdaget dette under testen og startet en samtale med E2.

> Jeg: Hva tenkte du når du kom frem til svaret ditt?
>
> E2: Jeg tenkte at seks syvendedeler skiller like mye som åtte niendedeler. Først tenkte jeg at 3+3 er seks og det er like mye fra sju til seks som ni til åtte. Og siden tre er halvparten av seks og fire er halvparten av åtte så tenkte jeg at fire niendedeler er det samme som tre syvendedeler.

E2 beskriver svaret med at hun først tenkte på at $\frac{6}{7}$ skiller like mye som $\frac{8}{9}$ og beskriver dette med at det er like mye fra 7 til 6 som 9 til 8. Denne første beskrivelsen kan knyttes til Tokle et al. (2018) sin misoppfatning «*differansen mellom teller og nevner avgjør størrelsen til brøken*». Men siden hun legger til at halvparten av 6 er 3 og halvparten av 8 er 4, og da svarer at $\frac{4}{9}$ har lik verdi til brøken i oppgaveteksten, vil ikke denne misoppfatningen stemme til svaret. Misoppfatningen E2 har kan fortsatt knyttes til at hun har en ufullstendig tanke knyttet til hva likeverdig brøk betyr.

I oppgave 9b svarer E2 det samme som E1 svarer og beskriver det med at hun dobla brøken i oppgaveteksten. E2 bruker igjen sin tidligere kunnskap til å svare på oppgaven. Hun bruker ordet «dobbel verdi», men utfører en handling som tilsvarer å utvide en brøk.

c) Hva skal stå i den tomme boksen:

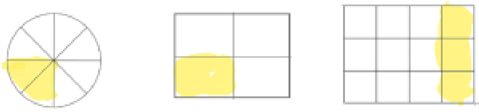
Vis og forklar hva du tenker

$$\frac{1}{3} = \frac{3}{\boxed{9}}$$

$\frac{1}{3}$ er likt som $\frac{3}{9}$

Oppgave 10:

Fyll inn figurene slik at de samsvarer med brøken $\frac{1}{4}$



Forklar hva du tenker:

Jeg delte opp rutene i fire deler

I oppgave 9c har E2 kommet frem til riktig svar. E2 har skrevet inn det riktige tallet som mangler, men forklarer ikke mer enn at hun beskriver at brøkene er like. Siden E2 fikk feil på oppgave 9a og b kan dette vise til det Skemp (1978) beskriver som en instrumentell forståelse knyttet til brøkbegrepet. E2 bruker regler hun har lært tidligere, men vet ikke hvordan eller hvorfor de fungerer eller ikke.

I oppgave 10 viser E2 til en forståelse av at stykkene i en figur må være like store, og hun klarer med denne kunnskapen å fargelegge riktig mengde med ruter.

E2 viser kunnskap knyttet til desimaltallbegrepet, men har en del utfordringer knyttet til brøk. E2 husker en del fra tidligere, men bruker det Skemp (1978) beskriver som «rules without reasons». Hun er ikke sikker på hvordan eller hvorfor reglene i oppgavene fungerer eller ikke, og får derfor rett på noen av oppgavene og feil på noen andre. Vi kan forstå det med Piagets kognitive skjemaer, der E2 forsøker å få ny kunnskap til å passe i etablerte skjema der den ikke nødvendigvis stemmer.

4.2.2 Arbeid underveis

I arbeidet underveis var E2 motivert for å møte de nye arbeidsoppgavene og metodene. E2 var som nevnt sjenert og sa ikke stort med mindre hun fikk direkte spørsmål. Dersom E2 fikk et direkte spørsmål i gjennomgangen, klarte hun oftest å svare riktig. Selv de gangene hun virke usikker, kunne hun svare riktig. E2 arbeidet i et godt tempo, og løste alle oppgaven som skulle løses gjennom prosjektet. Dersom E2 var usikker på en oppgave prøvde hun seg litt frem, men rakk opp handa for å få hjelp. Som regel trengte hun kun en kort forklaring, før hun forstod hva hun skulle gjøre videre. I oppgavearkene er de eneste feilene jeg har funnet det som Brekke (2002) beskriver som feil. Altså kan det tyde på en feil som har skjedd med en tilfeldighet. Feilene jeg har oppdaget har for eksempel gått ut på å addere to brøker sammen, som egentlig skulle ha blitt subtrahert.

I gjennomgangen av øktene fulgte E2 godt med. Hun studerte oppgavene som ble gjennomgått på tavla og fikk med seg innholdet i øktene. Dette speiles igjen i hvordan E2 løste oppgavene underveis, da hun sjeldent trengte å spørre om hjelp. E2 deltok også mer og mer i felles undervisning. Mot slutten av prosjektet kunne E2 ta til orde uten å få et direkte spørsmål. Noe som viser til en utvikling i tryggheten i gruppa, samt en trygghet i svarene hun ga. E2 kunne også forklare hvordan og hvorfor en regel i en oppgave stemte. Noe som kan tyde på det Skemp (1978) kaller for en relasjonell forståelse.

E2 sitt møte med konkretiseringsoppgavene var til god hjelp for å kunne utvikle en relasjonell forståelse. Hun koblet figurene, modellene og eksemplifiseringsoppgavene godt sammen og klarte med det å løse oppgavene underveis godt. Hun hadde en god konsentrasjon gjennom prosjektet, og det var svært sjeldent hun falt ut. E2 kunne av og til bli distrahert dersom andre elever begynte å prate med henne, men hun fikk fremdeles løst de oppgavene hun skulle. Petit et al. (2010) og Stedøy (2018) legger begge frem hvordan modeller og visuelle oppgaver kan være til hjelp med å se sammenhenger og utvikle forståelse. E2 sin forståelse økte gjennom konkretiseringen, noe som speiles i oppgavene hun løste og forklaringene hun gav underveis. Kunnskapen E2 har utviklet viser også til at hun har gjort det Piaget (1977) kaller for akkomodasjon, da hun tilpasset skjemaene i hodet slik at den nye kunnskapen passet inn.

4.2.3 Diagnostisk test 2

a) Sorter tallene fra minst til størst, Forklar hva du tenker:

0,1275 0,6 0,240 0,41 0,13 0,300

0,1275 / 0,13 / 0,240 / 0,300 / 0,41 / 0,6

b) Skriv et tall som er større en 0,3 og mindre enn 0,4. Vis/Forklar hva du tenker:

0,35

0,30 og 0,40 / 0,35 er midt i mellom

Oppgave 2:

En sekk med poteter veier 3,6kg, stemmer det at to sekker vil veie 6,12kg?

Er påstanden sann eller usann? Vis og forklar under hva du tenker:

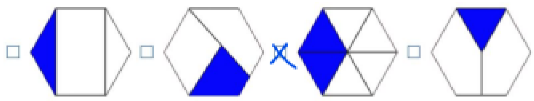
$$\begin{array}{r} \overset{1}{3},60 \\ +\ 3,60 \\ \hline 7,20 \end{array}$$

Så påstanden er usann.
Svaret er 7,20 og blir ikke 6,12

De to første oppgavene i den andre diagnostiske testen er like tre av oppgavene i test 1. E2 svarte riktig på disse i test 1 og forklarte dette og viste da til en relasjonell forståelse. I test 2 har E2 svart det samme og viser til samme forståelse knyttet til oppgavene. E2 gir samme svar, med en litt annen forklaring. Ut fra test 1, arbeidet underveis og svarene E2 gir fra seg i test 2 viser hun en relasjonell forståelse, da hun har forstått hvordan og hvorfor reglene fungerer.

Oppgave 3:

Sett kryss foran den eller de av figurene som viser $\frac{1}{3}$.



Forklar/ Vis hvordan du tenker her:

$\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$ og er like store ruter. De andre rutene / figurene har ikke like store ruter

Oppgave 4:

Skriv en brøk som er mellom $\frac{1}{3}$ $og \frac{2}{3}$. Vis og forklar hva du tenker:

$\frac{1 \cdot 2}{3 \cdot 2}$ og $\frac{2 \cdot 2}{3 \cdot 2} \rightarrow \frac{2}{6}$ $\frac{4}{6}$

Svar: $\frac{3}{6}$

Oppgave 5:

Hvilket tall har samme verdi som $\frac{3}{4}$? Vis/Forklar hvordan du tenker her:

☐ 3 ☒ 0,75 ☐ 3,4 ☐ 0,25

$\frac{1}{4} = 0{,}25$ $\frac{3}{4} = 0{,}75$

$\frac{2}{4} = 0{,}50$ $\frac{4}{4} = 1$

I oppgave 3 krysser E2 av for samme figur som hun krysset av for i test 1. Men denne gangen utdyper hun forklaringen. E2 setter opp $\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$ og beskriver at rutene er like store. Denne gangen legger hun også til at rutene i de andre figurene ikke er like store.

Oppgave 4 er lik oppgave 7b i den første diagnostiske testen. Under den første testen kom ikke E2 frem til riktig svar. Denne gangen utvider hun begge brøkene og finner en brøk som er imellom. Hun beskriver ikke hvordan hun har løst oppgaven, men svaret viser til at hun har utviklet sin forståelse knyttet til å se sammenhenger mellom likeverdige brøker. Oppgave 4 er også lik en av oppgavene i test 1. E2 svarte riktig i test 1, men har denne gangen vist en annen fremgang ved å vise verdien til brøkene $\frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \frac{3}{4}$ $og \frac{4}{4}$. E2 setter ring rundt $\frac{3}{4} = 0{,}75$ og viser tydelig hva hun tenker.

Oppgave 6:

a) Skriv en brøk som har samme verdi som $\frac{3}{7}$.

Vis/Forklar hva du gjør og forklar hva du tenker:

$\frac{30}{70}$ $\frac{3}{7}$ Sett på 0 tall bak på begge

Så får du $\frac{30}{70}$

b) Skriv en brøk som har dobbel så stor verdi som $\frac{2}{5}$

Vis og forklar hva du tenker under:

$\frac{2}{5} \to \frac{4}{5}$ Svar: $\frac{4}{5}$

doble teller

c) Hva skal stå i den tomme boksen:

Vis og forklar hva du tenker

$\frac{\boxed{18}}{27} = \frac{2}{3}$

$\frac{9}{27} = \frac{1}{3}$

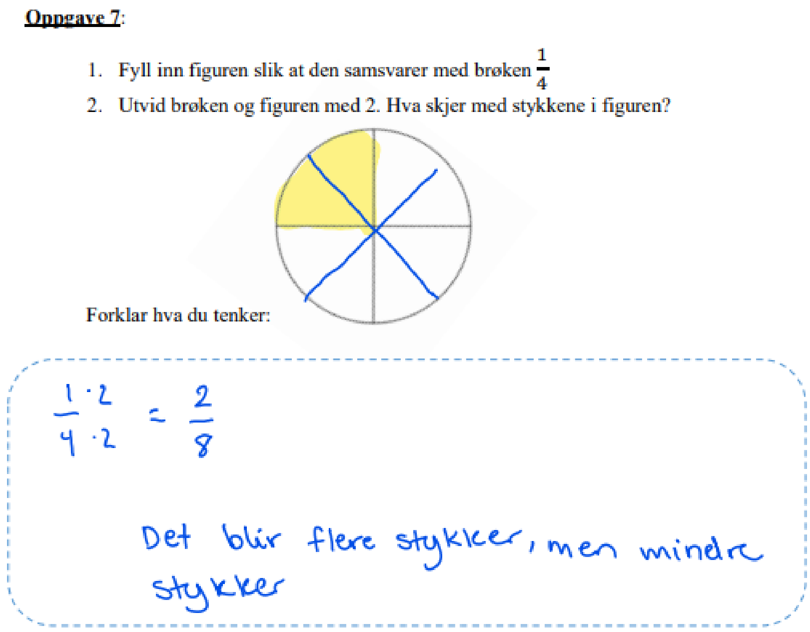
9

18

27

$\frac{18}{27} = \frac{2}{3}$

I oppgave 6a, b og c har E2 også kommet frem til riktig svar. E2 beskriver i oppgave 6a at hun setter null bak begge tallene for å få en brøk med samme verdi. Uten en forklaring er det vanskelig å si om eleven har det Skemp (1978) beskriver for relasjonell eller instrumentell forståelse, da hun kan ha pugget en regel for å finne en likeverdig brøk. I oppgave 6b viser E2 utvikling i forståelsen av brøkbegrepet ved at hun kommer frem til brøken som har dobbelt verdi. Hun beskriver at hun dobler telleren. I oppgave 6c skriver E2 opp tallene 9, 18, 27, som er de tre første tallene i ni-gangen. E2 viser deretter til en likeverdig brøk til $\frac{1}{3}$, for og så vise til den likeverdigebrøken til $\frac{2}{3}$.



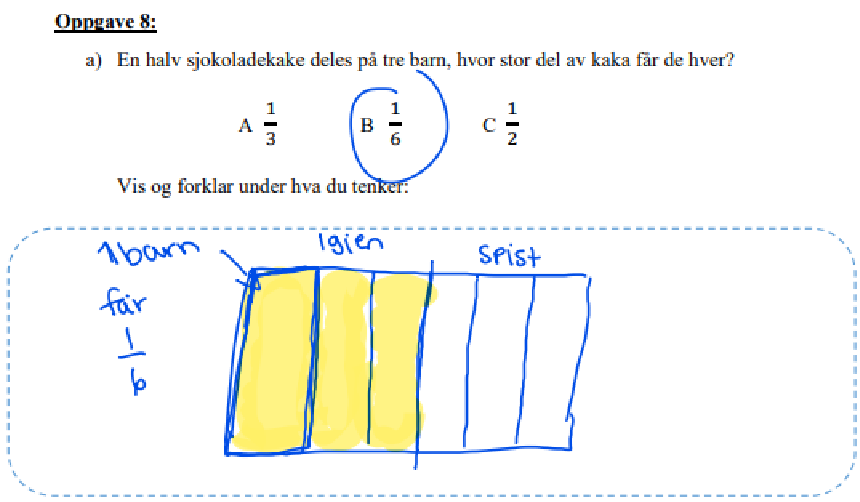
Oppgave 7:

1. Fyll inn figuren slik at den samsvarer med brøken $\frac{1}{4}$
2. Utvid brøken og figuren med 2. Hva skjer med stykkene i figuren?

Forklar hva du tenker:

$$\frac{1 \cdot 2}{4 \cdot 2} = \frac{2}{8}$$

Det blir flere stykker, men mindre stykker



Oppgave 8:

a) En halv sjokoladekake deles på tre barn, hvor stor del av kaka får de hver?

A $\frac{1}{3}$ B $\frac{1}{6}$ C $\frac{1}{2}$

Vis og forklar under hva du tenker:

I oppgave 7 har E2 utvidet figuren til brøken riktig, samt vist riktig utregning for å utvide brøken med to. E2 beskriver at det blir flere stykker, men mindre. Dette er et utsagn jeg brukte for å forklare hva det betyr når en brøk utvides. I oppgave 8a har E2 kommet frem til et annet svar, enn det hun svarte i test 1. E2 tegner opp en figur som hun deler opp i likestore deler. Hun viser til hva som er «spist» og hva som er «igjen». Ut fra dette markerer hun en av rutene ekstra og skriver «1 barn får $\frac{1}{6}$». E2 har ikke vist en utregning i form av multiplikasjonsstykke, men hun har satt opp en figur som viser en riktig tankegang knyttet til at tre barn skal dele en halv kake.

b) Trine kjøpte 12 flasker brus, hver flaske rommer $\frac{1}{3} Liter$. Hvor mange liter brus kjøpte Trine?

3 flasker $= \frac{3}{3} =$ 1liter

3 = 1l
6 = 2l
9 = 3l
12 = 4l

4 liter totalt av alle 12 flasker

Oppgave 9: Regn ut og vis utregning

a) $\frac{2}{6} + \frac{1}{4} =$

b) $\frac{4}{7} - \frac{1}{3} =$

c) $12 \times \frac{2}{6} =$

d) $\frac{3}{5} \times \frac{5}{6} =$

e) $\frac{1}{3} : 3 =$

f) $3 : \frac{1}{3} =$

A) $\frac{2 \cdot 4}{6 \cdot 4} + \frac{1 \cdot 6}{4 \cdot 6} = \frac{8}{24} + \frac{6}{24} = \underline{\underline{\frac{14}{24}}}$

B) $\frac{4 \cdot 3}{7 \cdot 3} - \frac{1 \cdot 7}{3 \cdot 7} = \frac{12}{21} - \frac{7}{21} = \underline{\underline{\frac{5}{21}}}$

c) $\frac{12}{1} \times \frac{2}{6} = \frac{24}{6} =$ $\underline{\underline{4 \text{ hele}}}$

d) $\frac{3}{5} \times \frac{5}{6} = \frac{15}{30}$

e) $\frac{1}{3} : 3 = \frac{1}{3} : \frac{3}{1} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \underline{\underline{\frac{1}{9}}}$

f) $3 : \frac{1}{3} = \frac{3}{1} : \frac{1}{3} = \frac{3}{1} \cdot \frac{3}{1} = \frac{9}{1}$

altså $\underline{\underline{9 \text{ hele}}}$

I oppgave 8b har ikke E2 satt opp et regnestykke, men viser til hva 3,6,9 og 12 flasker tilsvarer i liter og skriver at det blir 4liter totalt av alle 12 flaskene. E2 fant først ut av at 3flasker gav 1liter og så satt opp hvordan hun kom frem til hva de 12 flaskene vil gi. I oppgave 9 a-f har E2 vist utregning til alle oppgavene og viser steg for steg hvordan hun har løst oppgavene. Alle svarene er riktig.

E2 har vist en god utvikling gjennom prosjektet, og den andre diagnostiske testen viser at hun har fått en økt forståelse knyttet til brøk og desimaltall. E2 viser ikke til noen av misoppfatningene knyttet til verken brøk eller desimaltall. Dette forteller meg at E2 har utviklet sin kunnskap, og kan være tegn på det Piaget kaller for akkomodasjon. Skjemaene i hodet til E2 har blitt tilpasset slik at den nye kunnskapen passer inn. I denne testen kommer det ikke like tydelig frem i hver oppgave hvorvidt E2 viser til det Skemp (1978) kaller for en relasjonell eller instrumentell forståelse. I arbeidet underveis var E2 god til å forklare og viste flere ganger til at hun forstod hvorfor de ulike reglene innenfor brøk stemmer. E2 kunne forklare hva likeverdig brøk betyr, hvorfor hun måtte finne felles nevner, samt hva det ville si å multiplisere heltall med brøk. Forklaringene E2 har hatt gjennom prosjektet, samt svarene hun gir i testen, tyder på en relasjonell forståelse. Forståelsen knyttet til multiplikasjon av to brøker og divisjon med brøk kom ikke like tydelig frem om den var relasjonell eller instrumentell, da hun ikke forklarer hvorfor reglene stemmer.

4.3 Elev 3

E3 var en elev som syntes matematikkfaget var noe utfordrende, og at brøk og desimaltall virket litt abstrakt. E3 var en rolig elev. Hun var flink til å spørre om hjelp dersom noe var vanskelig. E3 arbeidet en del med E6 og dersom en av dem sto fast på noe den andre kunne, var de flinke til å hjelpe hverandre. E3 kunne av og til miste konsentrasjonen, men klarte raskt å koble seg på igjen.

4.3.1 Diagnostisk test 1

Oppgave 1:

Studer tallene 0,5 og 0,23. Hvilke av tallene er størst?

0,5 Siden den er hel ?

Forklar og vis hva du tenker:

Oppgave 2:

Sorter tallene fra minst til størst, Forklar hva du tenker:

0,1275 0,6 0,240 0,41 0,13 0,300

0,300 0,6 0,13 0,41 0,240 0,1275

Oppgave 3:

Skriv et tall som er større en 0,3 og mindre enn 0,4

Vis/Forklar hva du tenker:

0,3,5

Oppgave 4:

En sekk med poteter veier 3,6kg, stemmer det at to sekker vil veie 6,12kg?

Er påstanden sann eller usann? Vis og forklar under hva du tenker:

Sann siden hvis man dobler 3,6 kg så blir det 6,12

De fire første oppgavene knyttet til desimaltall viser at E3 ikke har en fullstendig forståelse knyttet til desimaltallbegrepet. I oppgave 1 har E3 svart riktig, men begrunner det med et spørsmål om 0,5 er en hel. I oppgave 2 har E3 skrevet opp en rekkefølge som kan vise til at hun tenker 0,300 er minst. Resten av tallene er sortert etter Brekke (2002) og Ojose (2015) sin beskrivelse av at desimaltall sorteres ut fra at det lengste tallet er det største tallet. Det at E3 har satt 0,300 som det første tallet i rekkefølgen kan forstås som at E3 har noe kunnskap om desimaltall, men er usikker på hva regelen betyr. E3 har brukt det Imsen (2017) og Karlsdottir & Hybertsen (2013) legger frem om Piagets teori knyttet til å bruke tidligere kunnskap til å sortere den nye informasjonen. Det samme kan vi se i oppgave 3. E3 har svart 0,3,5. Hun viser til at hun husker noe, men husker ikke hvordan regelen fungerer. I oppgave 4 sier hun at påstanden er sann. E3 viser til det Skemp (1978) beskriver som en instrumentell forståelse, da hun bruker noen regler, men hun bruker dem ikke rett. Samt ser vi det Brekke (2002) beskriver som misoppfatninger, siden hun har en ufullstendig tanke av desimaltall begrepet.

Oppgave 5:

En halv sjokoladekake deles på tre barn, hvor stor del av kaka får de hver?

a) $\frac{1}{3}$ b) $\frac{1}{6}$ c) $\frac{1}{2}$

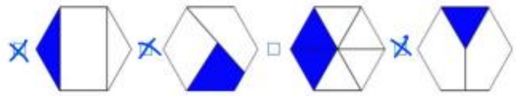
Vis og forklar under hva du tenker:

$\frac{1}{3}$ Siden kaka er 3 biter og da får de en hver

I oppgave 5 begrunner E3 svaret sitt med «siden kaka er 3 biter, og da får de en hver». Hun har lest oppgaveteksten, med tre barn som skal dele «noe». Svaret hadde vært rett dersom barna i oppgaveteksten skulle dele en hel kake. E3 viser Tokle et al. (2018) sin misoppfatning knyttet til helhetsforståelsen. E3 «tar ikke hensyn til helheten». Hun har laget en brøk som tilsvarer en brøk av en hel, men har ikke kunnskap om hvordan hun skal finne en brøk av en del. E3 har brukt det Piaget (1977) beskriver som tidligere kunnskap, hvor den ikke stemmer. Altså kan dette tyde på en instrumentell forståelse, da hun husker noen regler, men bruker dem ikke rett.

Oppgave 6:

Sett kryss foran den eller de av figurene som viser $\frac{1}{3}$.



Forklar/ Vis hvordan du tenker her:

det er 3 biter og en er fargelakt
Så er det $\frac{1}{3}$

Oppgave 7:

a) Regn ut: $\frac{2}{6} + \frac{1}{4}$

$\frac{2}{6} + \frac{1}{4} = \frac{3}{10} = 13\ ?$

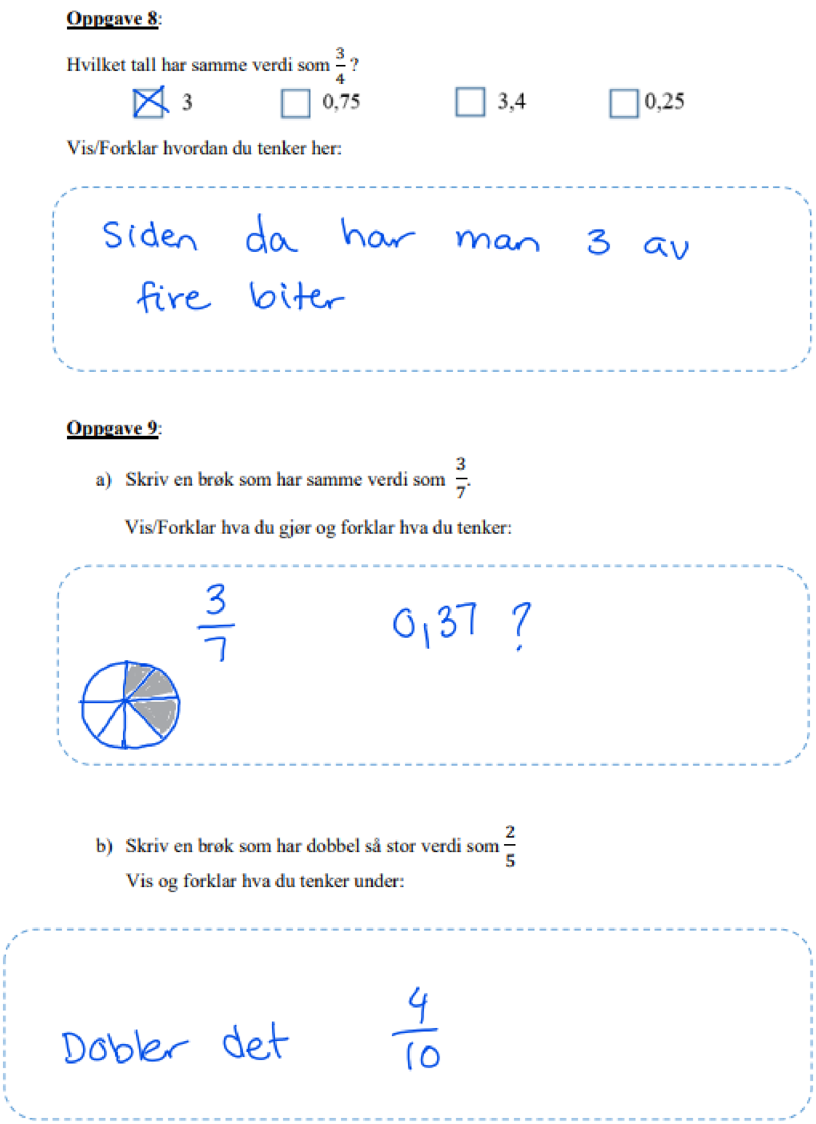
b) Skriv en brøk som er mellom $\frac{1}{3}$ *og* $\frac{2}{3}$

Vis og forklar hva du tenker:

$\frac{1,5}{3}$ halvparten av 1 er 0,5

Oppgave 6 og 7 viser at E3 har misoppfatninger knyttet til brøkbegrepet. Hun bruker det Skemp (1978) beskriver som «rules without reasons», da hun bruker regler som ikke stemmer for brøk. I oppgave 6 har E3 valgt figur 1,2 og 4 og begrunner dette med at det er tre biter, og en er fargelagt. Tokle et al. (2018) beskriver dette som misoppfatningen knyttet til «nevneren representerer antall deler, uavhengig av størrelse». E3 ser at en rute er fargelagt, men er ikke kjent med at «delene» i figuren må være like store for at brøken skal stemme. I oppgave 7a viser E3 til utfordringen Fitri &

Prahmana (2019) og Ojose (2015) beskriver knyttet til å addere brøker sammen. E3 legger først sammen teller med teller og nevner med nevner. Hun setter så tallene over hverandre uten en brøkstrek imellom og skriver 13 som svar. E3 opererer feil i å addere brøkene og gjør det Petit et al. (2010) beskriver som å se på summen av tallene i brøken. I oppgave 7b bruker E3 en regel som ikke stemmer for brøk, men for heltall.



Oppgave 8:

Hvilket tall har samme verdi som $\frac{3}{4}$?

☒ 3 ☐ 0,75 ☐ 3,4 ☐ 0,25

Vis/Forklar hvordan du tenker her:

Siden da har man 3 av fire biter

Oppgave 9:

a) Skriv en brøk som har samme verdi som $\frac{3}{7}$.

Vis/Forklar hva du gjør og forklar hva du tenker:

$\frac{3}{7}$ 0,37 ?

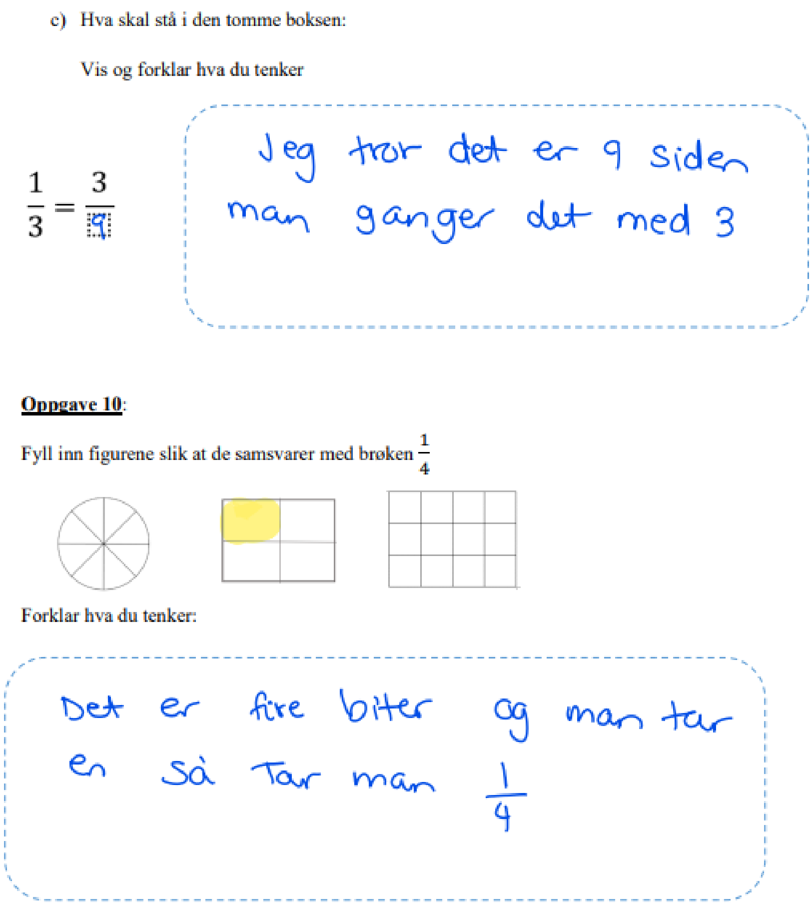
b) Skriv en brøk som har dobbel så stor verdi som $\frac{2}{5}$

Vis og forklar hva du tenker under:

Dobler det $\frac{4}{10}$

I oppgave 8 svarer E3 at verdien til brøken i oppgaveteksten er 3 og begrunner dette med å legge til at det er tre av fire biter. Tokle et al. (2018) beskriver en slik misoppfatning med at «telleren (eller nevneren) er isolerte tall». E3 forholder seg til telleren og separerer den fra nevneren. I oppgave 9a svarer hun at 0,37 er likeverdig til brøken i oppgaveteksten. E3 bruker tallene og lager et desimaltall. Hun skriver også et spørsmålstegn som indikerer en usikkerhet i svaret. I oppgave 9b har E3 utvidet brøken med to og beskriver det med at hun dobler. E3 bruker det Ojose (2015) og

Petit et al. (2010) beskriver som tidligere kunnskap knyttet til heltallsforståelsen. Hun bruker regler som gjelder for å dobbel verdien til et heltall og overfører disse tankene til brøkoppgaven. Sifrene i brøken er «dobbel» så store, men verdien til brøkene er like.



c) Hva skal stå i den tomme boksen:

Vis og forklar hva du tenker

$\frac{1}{3} = \frac{3}{9}$

Jeg tror det er 9 siden man ganger det med 3

Oppgave 10:

Fyll inn figurene slik at de samsvarer med brøken $\frac{1}{4}$

Forklar hva du tenker:

Det er fire biter og man tar en så Tar man $\frac{1}{4}$

I oppgave 9c har E3 svart riktig. Hun beskriver at hun tror tallet som mangler er 9 da det multipliseres med 3. Dette kan tyde på det Skemp (1978) beskriver som en instrumentell forståelse. E3 har lært seg en regel knyttet til brøk, men vet ikke hvordan eller hvorfor det stemmer. Den tidligere kunnskapen som Imsen (2017) og Karlsdottir & Hybertsen (2013) beskriver ut fra Piaget sin teori, stemmer i denne oppgaven. Hun bruker tidligere kunnskap på riktig vis, men innehar ikke forståelse av hvorfor kunnskapen stemmer. I oppgave 10 har E3 kun fargelagt en av figurene og viser igjen til misoppfatningen Tokle et al. (2018) knyttet til brøkdelenes størrelse. E3 klarer å fylle inn en av fire ruter, men er ikke kjent med at det brøken kan representeres på flere måter.

I den første testen ser vi at E3 har det Brekke (2002) og Ojose (2015) beskriver som misoppfatninger knyttet til desimaltall- og brøkbegrepet. E3 har ufullstendige tanker som kommer frem i svarene. Hun bruker Karlsdottir & Hybertsen (2013) legger frem om Piagets teori, knyttet til å bruke den tidligere kunnskapen i skjemaene i hodet, hvor kunnskapen ikke stemmer. Samt viser hun til en instrumentell forståelse slik Skemp (1978) beskriver, da hun husker noen regler, men er ikke kjent med hvorfor de stemmer eller ikke stemmer. Testen viser hva E3 må arbeide med for å kunne jobbe seg mot en relasjonell forståelse.

4.3.2 Arbeid underveis

E3 var en elev som arbeidet godt underveis. I gjennomgangen av økten fulgte hun med og viste i flere tilfeller at hun klarte å overføre forklaringen i gjennomgangen til oppgavene i arbeidsøktene. E3 kunne av og til stå litt fast, og trengte noen ganger ekstra forklaring når hun arbeidet med de ulike oppgavene. Etter en forklaring klarte hun å arbeide videre. Arbeidstempoet til E3 var middels. Hun jobbet ikke veldig fort, men samtidig ikke sent. Hun tok seg tid til oppgavene. E3 rakk ikke alltid løse alle oppgaver, men kom gjennom alle temaene. E3 jobbet godt på. Som nevnt tidligere arbeidet E3 og E6 en del sammen. Wæge (2019) beskriver at elevenes forståelse kan styrkes gjennom diskusjon og samtale, samt gjennom å resonnere ved hjelp av andres forklaringer. E3 og E6 hjalp hverandre gjennom å diskutere og forklare, noe som var med på å styrke begges forståelse, da de sammen klarte å løse flere oppgaver.

E3 sitt møte med konkretiseringsoppgavene viser til at hun klarte å øke forståelsen sin under oppgaveløsningen. Tallinjen som ble brukt i forbindelse med å konkretisere desimaltallenes plassering ga E3 en bedre forståelse av hva begrepet betyr. E3 klarte å se sammenhengen mellom plasseringene, samt peke ut og forklare hvor tallene skulle plasseres.

Pizzaoppgaven var også en oppgave E3 fikk mye ut av. Etter slike eksempler med modeller klarte E3 å forklare hva det ville si å forkorte og utvide en brøk, samt hva en likeverdig brøk er. Dette speiles i oppgavebesvarelsene. Konkretiseringsoppgavene knyttet til å skulle addere eller subtrahere brøk ble også møtt bra, da figurene økte forståelsen. E3 klarte å overføre forklaringene og konkretiseringene til arbeidet videre. Multiplikasjon og divisjon av brøk ble noe mer utfordrende. I undervisningen om dette brukt jeg det Kirfel (2010) kaller eksemplifiseringsoppgaver. Eksemplifiseringsoppgavene var regneoppgaver uten figur. Dette hjalp E3 til å lære reglene knyttet til multiplikasjon og divisjon. E3 viste til at forståelsen gjennom prosjektet økte. Forklaringer hun hadde til både desimaltallets størrelse, samt flere oppgaver knyttet til brøk viser til Skemp (1978) sin beskrivelse av en relasjonell forståelse. Forståelsen knyttet til multiplikasjon og divisjon av brøk kan tyde på en instrumentell forståelse, da E3 ikke fikk forklart eller vist hvordan og hvorfor reglene fungerer, samt var figurene knyttet til disse oppgavene vanskeligere å forstå.

4.3.3 Diagnostisk test 2

E3 var borte når testen skulle utføres, og fikk derfor tilbud om å ta den en uke senere. Hun fikk ikke en repetisjon i forkant annet enn den som var uka før.

Oppgave 1:

a) Sorter tallene fra minst til størst, Forklar hva du tenker:

0,1275 0,6 0,240 0,41 0,13 0,300

0,1275 0,13 0,240 0,6

b) Skriv et tall som er større en 0,3 og mindre enn 0,4. Vis/Forklar hva du tenker:

0,35

Oppgave 2:

En sekk med poteter veier 3,6kg, stemmer det at to sekker vil veie 6,12kg?

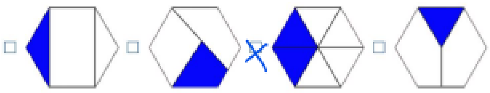
Er påstanden sann eller usann? Vis og forklar under hva du tenker:

Sann siden man dobler den

I oppgave 1a og b viser E3 en forandring. E3 svarer riktig, og bruker kommategnet riktig. I oppgave 1a har E3 sortert tallene i riktig rekkefølge, men hun mangler to tall. Det kan virke som det Brekke (2002) beskriver som en feil, da det kan ha oppstått av en tilfeldighet. E3 beskriver ikke hvordan hun løser oppgavene og ikke hvordan hun kom frem til at 0,35 var et tall som er større enn 0,3 og mindre enn 0,4. I oppgave 2 svarer E3 det samme som hun svarte i test 1. I de to første oppgavene har E3 vist til en utvikling, men det kan virke som at forståelsen hennes lenes mot det som Skemp (1978) kaller for instrumentell. Hun kan ha lært seg reglene for sorteringen av desimaltall uten og helt forstå hvordan eller hvorfor det fungerer. I oppgave 2 har hun ikke oppnådd en tilstrekkelig forståelse av å regne med desimaltall.

Oppgave 3:

Sett kryss foran den eller de av figurene som viser $\frac{1}{3}$.



Forklar/ Vis hvordan du tenker her:

Siden $\frac{2}{6}$ er det samme som $\frac{1}{3}$

Oppgave 4:

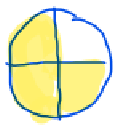
Skriv en brøk som er mellom $\frac{1}{3}$ og $\frac{2}{3}$. Vis og forklar hva du tenker:

$\frac{1{,}5}{3}$

Oppgave 5:

Hvilket tall har samme verdi som $\frac{3}{4}$? Vis/Forklar hvordan du tenker her:

☐ 3 ☒ 0,75 ☐ 3,4 ☐ 0,25



E3 har i oppgave 3 krysset av for riktig figur og begrunner dette med at brøken $\frac{2}{6}$ er det samme som $\frac{1}{3}$. E3 klarer å se en sammenheng mellom likeverdige brøker. Svaret på oppgave 4 kan forstås som at hun blir usikker igjen og bruker det Petit et al. (2010) beskriver som en heltallsforståelse. I oppgave 5 har E3 krysset av for riktig verdi og tegner en figur som viser brøken. Hun forklarer ikke hvordan hun kom frem til svaret. Dette styrker ideen om at hun innehar en instrumentell forståelse der hun ikke vet hvorfor reglene fungerer. Likevel har hun fått økt kunnskap om forholdet mellom brøk og desimaltall.

Oppgave 6:

a) Skriv en brøk som har samme verdi som $\frac{3}{7}$.

Vis/Forklar hva du gjør og forklar hva du tenker:

$\frac{6}{14}$ $\frac{12}{28}$

de er de same likeverdige

b) Skriv en brøk som har dobbel så stor verdi som $\frac{2}{5}$

Vis og forklar hva du tenker under:

$\frac{4}{10}$ de har same verdi

c) Hva skal stå i den tomme boksen:

Vis og forklar hva du tenker

$\frac{18}{27} = \frac{2}{3}$

gang 3 helt til man får 27 og man ganger to med det samme

I oppgave 6a skriver E3 opp to brøker som er likeverdig med brøken i oppgaveteksten og forteller med det at de har samme verdi. Jeg hadde en samtale med E3 om oppgave 6a.

> Meg: Kan du forklare hvordan du kom frem til svaret ditt?
>
> E3: Ja, jeg så på brøken i oppgaven og så at jeg skulle finne en brøk med samme verdi. Hvis man ganger med det samme tallet oppe og nede så finner man en brøk med lik verdi. Så jeg tok og ganget med to oppe og to nede, så får vi fjorten nede og seks oppe. Og den har samme verdi som den i oppgaveteksten. Så lagde jeg en til likeverdig brøk.
>
> Meg: så bra, men hva er det som skjer med brøkene, hva betyr det at verdien er lik?
>
> E3: hmm, det er vel fordi du har fortsatt like mye, men du får bare mindre stykker når du utvider. Liksom hvis du deler en pizza opp så vil du fortsatt ha like mye pizza igjen, bare at du da har flere stykker, men de er i mindre biter.

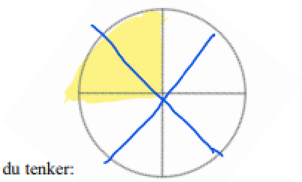
Meg: ja, så bra!

I samtalen beskriver E3 hvordan en brøk utvides, og hvorfor brøken fortsatt har samme verdi, selv om sifrene i brøken er større. Beskrivelsen kan tyde på en relasjonell forståelse knyttet til å utvide en brøk. E3 viser en forståelse med hvordan og hvorfor brøkene har lik verdi.

I oppgave 6b skriver E3 brøken $\frac{4}{10}$, men forklarer at den har samme verdi. Hun bruker ikke ordene «doble». Det kan tyde på Brekke (2002) sin beskrivelse av en tilfeldig feil, da E3 kan ha glemt å lese oppgaven tydelig nok. I oppgave 6c forklarer E3 hvordan hun kom frem til tallet som mangler. I disse oppgavene kan det tyde på det Skemp (1978) beskriver som en relasjonell forståelse knyttet til likeverdige brøker. Hun forklarer hva det betyr og hvordan hun kom frem til svaret. Det samme kan vi se i oppgave 7.

Oppgave 7:

1. Fyll inn figuren slik at den samsvarer med brøken $\frac{1}{4}$
2. Utvid brøken og figuren med 2. Hva skjer med stykkene i figuren?



Forklar hva du tenker:

Det var $\frac{1}{4}$ tegnet, men så ble det flere stykker så da er brøken $\frac{2}{8}$

Oppgave 8:

a) En halv sjokoladekake deles på tre barn, hvor stor del av kaka får de hver?

A $\frac{1}{3}$ B $\frac{1}{6}$ C $\frac{1}{2}$

Vis og forklar under hva du tenker:

$\frac{1}{3}$ siden kaka kan deles i 3

E3 har i oppgave 7 fargelagt figuren riktig, og delt den opp riktig. E3 beskriver også her at det blir flere stykker og at hun da får brøken $\frac{2}{8}$. I oppgave 8a ble det utfordrende for E3 igjen. E3 overfører ikke hele teksten når hun løser oppgaven. Hun skriver at kaka deles i 3 og derfor får barna $\frac{1}{3}$ hver. E3 klarer å finne en brøk av en hel, men mestrer ikke å finne en brøk av en del.

b) Trine kjøpte 12 flasker brus, hver flaske rommer $\frac{1}{3}$ *Liter*. Hvor mange liter brus kjøpte Trine?

$\frac{12}{3}$ Siden det er 12 flasker

Oppgave 9: Regn ut og vis utregning

a) $\frac{2\cdot 4}{6\cdot 4}+\frac{1\cdot 6}{4\cdot 6}=$ $\frac{14}{24}$

b) $\frac{4\cdot 3}{7\cdot 3}-\frac{1\cdot 7}{3\cdot 7}=$ $\frac{5}{21}$

c) $12 \times \frac{2}{6}=$ $\frac{24}{6}$

d) $\frac{3}{5} \times \frac{5}{6}=$ $\frac{15}{30}$

e) $\frac{1}{3} : \frac{1}{3} =$ $\frac{1}{9}$

f) $\frac{1}{3} : \frac{1}{3} =$ $\frac{1}{9}$

I oppgave 8b har E3 klart å regne ut at $\frac{12}{3}$ er svaret. Det er ikke feil å skrive brøken, men E3 overfører ikke kunnskapen om at brøkstreken representerer det samme som et divisjonstegn for å finne det hele tallet. I oppgave 9 har E3 regnet riktig på alle oppgavene utenom oppgave f. E3 klarer i addisjon og subtraksjonsstykkene å finne felles nevner og komme frem til riktig svar. I oppgave 9c og 9e, som begge er multiplikasjonsstykker, klarer E3 å multiplisere de riktige tallene sammen. I oppgave 9c gjør hun det samme som i oppgave 8b, hun skriver et svar, men klarer ikke skrive det om til et heltall. I oppgave 9e og 9f som er knyttet til divisjon har E3 skjønt at en brøk må snus for å så multiplisere dem sammen. Det E3 gjør er at hun i oppgave e snur den bakerste brøken, men i oppgaven f snur hun den første brøken og får da feil svar.

Hos E3 finner jeg en relasjonell forståelse knyttet til likeverdigebrøker og det å skulle finne en felles nevner, samt å skulle addere og subtrahere brøker. I multiplikasjon og divisjonsoppgaver bruker hun regler uten å helt forstå hvordan eller hvorfor de fungerer eller ikke fungerer. Altså viser hun i testen til en instrumentell forståelse knyttet til multiplikasjon og divisjon av brøk. E3 viser også til at hun har gjort det Piaget (1977) kaller for akkomodasjon, da hun har tilpasset skjemaene i hodet sitt, slik at den nye kunnskapen passer inn.

4.4 Elev 4

E4 var en elev som strevde med matematikkfaget og syntes at brøk og desimaltall var vanskelig. Helt tidlig sa hun at hun ikke skjønte seg på brøk. Hun strevde en del med konsentrasjonen og kunne lettere miste fokuset. Hun trengte ofte en påminnelse om at hun måtte arbeide med oppgavene. E4 klarte å forstå mye dersom hun fokuserte, men kunne raskt slurve dersom hun hastet seg gjennom oppgaver, eller ikke var fokusert. Som regel var en kort forklaring eller en påminnelse om regneregel nok til at hun klarte å løse oppgavene.

4.4.1 Diagnostisk test 1

Oppgave 1:

Studer tallene 0,5 og 0,23. Hvilke av tallene er størst?

0,5

Forklar og vis hva du tenker:

Oppgave 2:

Sorter tallene fra minst til størst, Forklar hva du tenker:

0,1275 0,6 0,240 0,41 0,13 0,300

0,1275 – 0,13 – 0,240 – 0,300 – 0,41 – 0,6

Oppgave 3:

Skriv et tall som er større en 0,3 og mindre enn 0,4

Vis/Forklar hva du tenker:

0,35

I de tre første oppgavene har E4 svart riktig. Hun har i oppgave 2 sortert tallene i riktig rekkefølge. E4 viser en forståelse knyttet til desimaltallenes størrelse og har ikke misoppfatningen Brekke (2002) og Ojose (2015) knytter til sorteringen av desimaltall. E4 sorterer tallene riktig og klarer å finne et desimaltall som er mellom 0,3 og 0,4. E4 beskriver ikke hvordan hun tenker og det er derfor vanskelig å si om hun har det Skemp (1978) beskriver som en relasjonell eller instrumentell forståelse. Hun kan være kjent med reglene uten å vite hvorfor de fungerer.

Oppgave 4:

En sekk med poteter veier 3,6kg, stemmer det at to sekker vil veie 6,12kg?

Er påstanden sann eller usann? Vis og forklar under hva du tenker:

Sann fordi $3 \cdot 2 = 6$ og $6 \cdot 2 = 12$

Derfor blir svaret 6,12

..

I oppgave 4 har E4 ikke kommet frem til riktig svar. Hun viser til Brekke (2002) sin misoppfatning knyttet til regning med desimaltall, og hun bruker Petit et al. (2010) sin beskrivelse av heltallsforståelsen, ved at hun multipliserer 3 med 2 og deretter 6 med 2, slik at hun sitter med svaret 6,12. E4 har ikke kunnskap om at desimaltallet på tidelsplassen skal overføres til enerplassen. Svaret til E4 viser at hun ikke har en fullverdig forståelse av desimaltallbegrepet.

Oppgave 5:

En halv sjokoladekake deles på tre barn, hvor stor del av kaka får de hver?

a) $\frac{1}{3}$ b) $\frac{1}{6}$ c) $\frac{1}{2}$

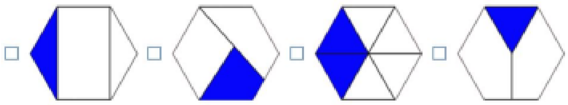
Vis og forklar under hva du tenker:

$\frac{1}{3}$ fordi vis de får $\frac{1}{6}$ blir det 3 stykker igjen og $\frac{1}{2}$ blir også feil siden da er de en som ikke får noe

I oppgave 5 velger E4 brøken $\frac{1}{3}$ og begrunner dette med at dersom det skulle vært $\frac{1}{6}$ så blir det tre stykker til overs og $\frac{1}{2}$ fungerer heller ikke, siden da er det en som ikke får noe. Jeg forstår dette i lys av misoppfatningene Tokle et al (2018) beskriver som «telleren (eller nevneren) er isolerte tall» og «tar ikke hensyn til helheten». E4 forholder seg til nevneren som om det er «stykkene» elevene får. E4 beskriver at de andre brøkene enten gir rester eller mangler noe. E4 tar heller ikke hensyn til helheten. Hun skal finne en brøk av en del, men svarer ut fra at det er en brøk av en hel. E4 bruker det Imsen (2017) og Karlsdottir & Hybertsen (2013) legger frem om Piagets teori, knyttet til å bruke tidligere kunnskaper for å løse nye oppgaver hvor kunnskapen ikke gjelder. Hun er kjent med at brøk presenterer noen «deler», men viser til det Skemp (1978) beskriver som en instrumentell forståelse, da hun ikke vet hva dette egentlig betyr.

<u>Oppgave 6</u>:

Sett kryss foran den eller de av figurene som viser $\frac{1}{3}$.



Forklar/ Vis hvordan du tenker her:

Ingen av de fordi noen ruter er Større enn andre

<u>Oppgave 7</u>:

a) Regn ut: $\frac{2}{6} + \frac{1}{4}$

$\frac{2}{6} + \frac{1}{4}$

$= \frac{3}{10}$

b) Skriv en brøk som er mellom $\frac{1}{3}$ *og* $\frac{2}{3}$

Vis og forklar hva du tenker:

$\frac{1,5}{3}$

I oppgave 6 velger ikke E4 en eneste figur. Hun begrunner svaret med at noen ruter er større enn andre. Jeg hadde en samtale med E4 for å få en forklaring.

Meg: Hvorfor har du ikke krysset av for noen av figurene?

E4: For det går ikke, siden rutene ikke er like store. Liksom noen ruter er større enn andre.

Meg: Hvorfor går ikke figur tre, er ikke rutene like store der?

E4: Hmm.. den har for mange ruter, og da går det ikke

E4 har en forståelse for at rutene må være like store, men ser ikke sammenhengen med at figur tre representerer brøken i oppgaveteksten, selv om den har flere ruter enn tre. Dette tyder på en instrumentell forståelse knyttet til brøkens figur. Hun vet at rutene må være like store, men klarer ikke overføre reglen videre til en likeverdig figur/brøk.

I oppgave 7a og 7b gir eleven fra seg feil svar. I oppgave 7a legger E4 sammen teller med teller og nevner med nevner. Dette er utfordringen Fitri & Prahmana (2019) og Ojose (2015) legger frem at elever kan ha når det gjelder å regne med brøk. E4 har ikke en utviklet begrepsforståelse og skjønner ikke at hun må finne felles nevner for å addere brøkene. I oppgave 7b bruker E4 det Petit et al. (2010) beskriver som heltallforståelse. Hun vet at 1,5 er mellom 1 og 2 og bruker denne kunnskapen Imsen (2017) og Karlsdottir & Hybertsen (2013) legger frem om Piagets beskrivelser knyttet til de kognitive prosessene. Hun husker en regel innenfor heltall og bruker dette for å løse oppgaven uten å vite at det ikke stemmer for den nye kunnskapen i oppgaven.

Oppgave 8:

Hvilket tall har samme verdi som $\frac{3}{4}$?

☐ 3 ☑ 0,75 ☐ 3,4 ☐ 0,25

Vis/Forklar hvordan du tenker her:

Oppgave 9:

a) Skriv en brøk som har samme verdi som $\frac{3}{7}$.

Vis/Forklar hva du gjør og forklar hva du tenker:

$\frac{30}{70}$ Jeg Satte bare en 0er bak Tallet

b) Skriv en brøk som har dobbel så stor verdi som $\frac{2}{5}$

Vis og forklar hva du tenker under:

$\frac{4}{10}$

I oppgave 8 har E4 satt et kryss med 0,75. Hun forklarer ikke hva hun tenker, noe som gjør det vanskelig å indikere om forståelsen er relasjonell eller instrumentell. I oppgave 9b beskriver E4 at hun satte null bak tallene i brøken. Her ønsket jeg å finne ut av hvorfor hun gjorde dette.

> Meg: Hvorfor tenkte du at du kunne sette null bak tallene?
>
> E4: Fordi det blir samme verdi som den (peker på $\frac{3}{7}$)
>
> Meg: Hvordan kom du frem til det?
>
> E4: Det vet jeg ikke.
>
> Meg: Hva gjør du egentlig når du setter null bak? Hva betyr den handlingen?

E4: Det vet jeg ikke

Meg: Tenkte du deg bare frem?

E4: Ja.

Meg: Husker du dette som en regel fra tidligere?

E4: Nei, eller kanskje (eleven fniser)

I oppgaven svarer E4 riktig, men hun sier selv hun ikke vet hva hun gjør eller hvorfor hun gjør det. Dette kan indikere en instrumentell forståelse slik Skemp (1978) beskriver. E4 har lært seg en regel. Hun har lært at dersom hun setter en null bak teller og en null bak nevner så er verdien i brøken lik. Hun vet derimot ikke hvordan eller hvorfor regelen fungerer.

I oppgave 7b viser E4 en brøk som er utvidet med to. Jeg spurte E4 her også om hvordan hun kom frem til svaret. Hun beskrev det med at 10 er det dobbelte av 5 og 4 er det dobbelte av 2. Når oppgaven spør etter å lage en brøk med dobbel verdi, bruker E4 sin tidligere kunnskap og kunnskap knyttet til heltallene. Hun vet at dobbelt er det samme som å addere tallet med to. E4 er ikke kjent med at dersom man utfører denne handlingen med teller og nevner vil vi da få en likeverdig brøk og ikke en brøk med dobbel verdi.

c) Hva skal stå i den tomme boksen:

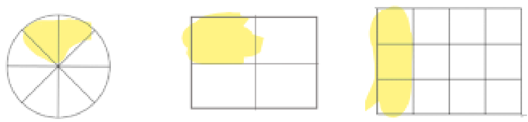
Vis og forklar hva du tenker

$\frac{1}{3} = \frac{3}{9}$

$\frac{3}{9}$

Oppgave 10:

Fyll inn figurene slik at de samsvarer med brøken $\frac{1}{4}$



Forklar hva du tenker:

I oppgave 9c skriver E4 riktig svar, men begrunner ikke hva hun tenker. Uten en forklaring kan ikke selve oppgaven gi svar på hvilken forståelse E4 har. I oppgave 10 klarer E4 å fargelegge riktig mengde rurer uten å begrunne hvordan eller hvorfor.

E4 viser i denne testen til det Brekke (2002) beskriver som ufullstendige tanker knyttet til brøk- og desimaltallsbegrepet. Forklaringene hun gir indikerer det Skemp (1978) kaller for en instrumentell forståelse. E4 bruker regler uten å vite hvordan eller hvorfor de stemmer eller ikke stemmer. Imsen (2017) og Karlsdottir & Hybertsen (2013) beskriver Piagets kognitive teori, gjennom hvordan vi tilegner oss kunnskap. E4 bruker sine tidligere skjemaer hvor den nye informasjonen ikke nødvendigvis stemmer.

4.4.2 Arbeid underveis

E4 var en elev som arbeidet godt underveis, men kunne av og til miste fokuset, noe som kunne resultere til det Brekke (2002) kaller for feil. Dersom E4 ikke var fokusert i gjennomgangen eller med oppgavene, kunne det ende med at hun gjorde slurvefeil. Altså viste hun til forståelse, men kunne utføre feil som oppsto tilfeldig.

I gjennomgangen til øktene kunne hun følge litt med, og falle litt ut. Dersom hun fikk et spørsmål, kunne hun først svare «jeg vet ikke». Etter et oppfølgingsspørsmål klarte hun oftest å svare og startet setningene ofte med «åja, nå skjønner jeg hva…» for å fylle på med det riktige svaret. E4 sin konsentrasjon kunne komme i veien for arbeidet, samtidig som hun viste til forståelse dersom hun ble koblet på temaet igjen. E4 brukte ofte ordene «jeg vet ikke», «dette skjønner jeg ikke», «dette var kjedelig» i både gjennomgangen og underveis når hun arbeidet med oppgaver. Dersom jeg kom bort til E4, leste oppgaven opp for henne og fikk henne til å fokusere på det som sto, eller forklarte kort hva reglene gikk ut på, gikk det fort opp for henne hvordan hun skulle løse oppgaven. Da svarte hun gjerne med «åja» eller «nå husker jeg det». E4 var aktiv i gjennomgangen, flink til å ta ordet og spurte raskt spørsmål dersom hun var usikker eller lurte på noe i gjennomgangen.

E4 sitt møte med konkretiseringsoppgavene gjorde at hun fikk en bedre forståelse knyttet til de ulike temaene. Hun klarte å kjenne igjen regler ved bruken av konkreter, ga uttrykk for at oppgavene appellerte til henne. E4 arbeidet godt med konkretiseringsoppgavene. Hun klarte å svare på spørsmål knyttet til konkretene og sa selv at det hjalp henne med å forstå brøk bedre. Når vi arbeidet med tallinjen, klarte hun å svare på spørsmålene knyttet til plasseringene, hun fulgte med og viste at hun forsto hvorfor tallene var plassert i rekkefølgen de var i. Når vi arbeidet med pizzaoppgaven, gikk det opp for henne hva som mentes med likeverdige brøker.

Oppgavearkene E4 løste viser til at forståelsen økte. Helt i starten kunne hun av og til blande regler når hun skulle regne sammen brøk. Møtet med multiplikasjon og divisjon var en plass hun brukte det Skemp (1978) kaller for instrumentell forståelse, da hun brukte reglene lært uten å vite hva de betydde. Hun viser også til det Karlsdottir & Hybertsen (2013) legger frem om Piagets teori knyttet til å bruke etablerte skjemaer til å løse oppgaver. Hun brukte sine tidligere kunnskaper uten å være helt sikker på om de blir brukt riktig. Når E4 skulle multiplisere to brøker sammen i starten, forklarte hun at telleren i den ene brøken skulle multipliseres med nevneren i den andre og nevneren i den ene med telleren i den andre. Denne regel møter ofte elever når de skal lære å dividere to brøker med hverandre. E4 endte derfor opp med å blande reglene for multiplikasjon av brøk og divisjon med brøk. Etter grundig forklaring og gjennomgang av det Kirfel (2010) kaller for eksemplifiseringsoppgaver klarte E4 i de fleste tilfeller å løse slike oppgaver riktig.

4.4.3 Diagnostisk test 2

Oppgave 1:

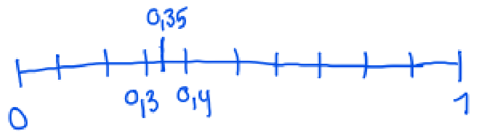
a) Sorter tallene fra minst til størst, Forklar hva du tenker:

0,1275 0,6 0,240 0,41 0,13 0,300

0,1275 - 0,13 - 0,240 - 0,300 - 0,41 - 0,6

b) Skriv et tall som er større en 0,3 og mindre enn 0,4. Vis/Forklar hva du tenker:

0,35



Oppgave 2:

En sekk med poteter veier 3,6kg, stemmer det at to sekker vil veie 6,12kg?

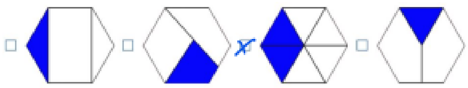
Er påstanden sann eller usann? Vis og forklar under hva du tenker:

Sann fordi 3,6 + 3,6 = 6,12

I oppgave 1a og b svarer E4 riktig. Hun setter opp riktig rekkefølge, og har i oppgave 1b satt opp en tallinje som viser hvordan 0,35 er imellom 0,3 og 0,4. E4 har en forståelse for hvordan desimaltallene skal plasseres. I oppgave 2 skriver E4 at påstanden er sann. E4 klarer ikke overføre tallet fra tidelsplassen til enerplassen. Jeg forstår i utgangspunktet dette som en relasjonell forståelse knyttet til desimaltall på tallinjen, men finner også tegn til instrumentell forståelse i oppgave 2 da hun ikke bruker regneregelen riktig. E4 har det Brekke (2002) kaller for ufullstendige tanker knyttet til desimaltallbegrepet, da hun viser til en misoppfatning knyttet til å regne sammen to desimaltall.

Oppgave 3:

Sett kryss foran den eller de av figurene som viser $\frac{1}{3}$.



Forklar/ Vis hvordan du tenker her:

2 av 6 er det same som 1 av 3
og di andre er ikke like

Oppgave 4:

Skriv en brøk som er mellom $\frac{1}{3}$ og $\frac{2}{3}$. Vis og forklar hva du tenker:

$\frac{15}{30}$ tror jeg

Oppgave 5:

Hvilket tall har samme verdi som $\frac{3}{4}$? Vis/Forklar hvordan du tenker her:

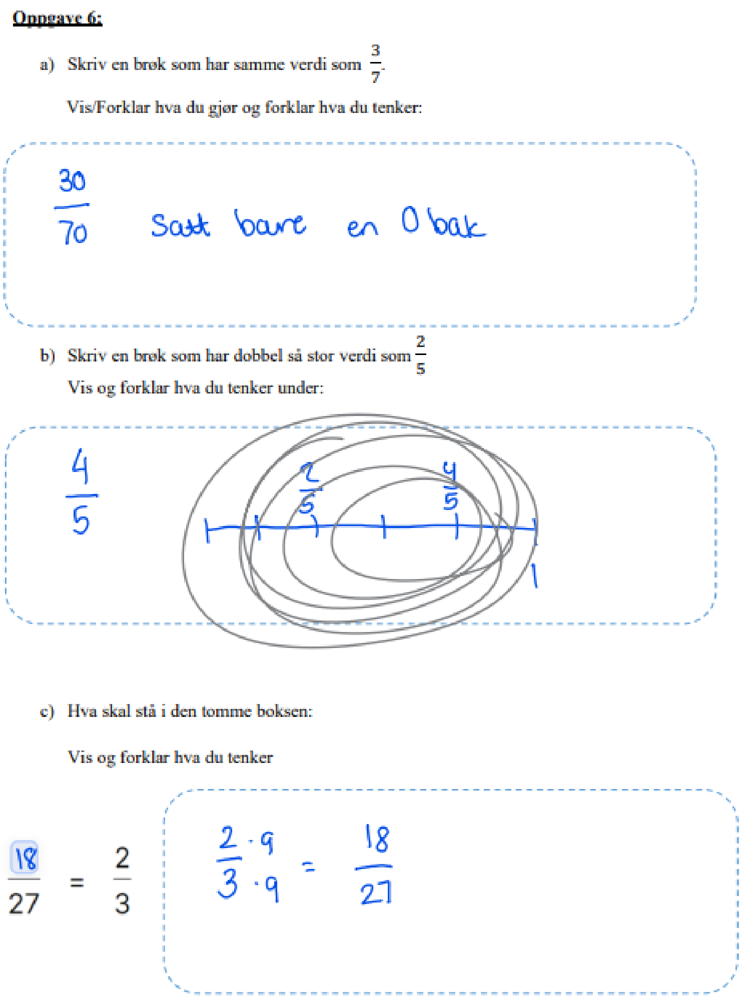
☐ 3 ☒ 0,75 ☐ 3,4 ☐ 0,25

$\frac{4}{4}$ er 1 og derfor tenker jeg at
$\frac{3}{4}$ er 0,75

I oppgave 3 krysser E4 av for figur tre og skriver at den tilsvarer det samme som $\frac{1}{3}$ siden 2 av 6 er det samme. Hun påpeker også at de andre figurene ikke er like. I oppgave 4 svarer E4 riktig, men skriver «tror jeg» noe som indikerer en usikkerhet i svaret. Samme ord bruker hun i svaret til oppgave 5. Jeg spurte E4 om hvordan hun løste oppgave 4

> Meg: Hvordan kom du frem til svaret ditt? (refererer til oppgave 4).
>
> E4: Hmm.. jeg tenkte egentlig at en tredjedel er det samme som ti oppe og tretti nede og at to tredjedel er det samme som tjue oppe og tretti nede. Og så er jo femten mellom ti og tjue. Derfor tenkte jeg at femten oppe og tretti nede er imellom brøkene.
>
> Meg: ja, så bra.

E4 virker noe usikker når hun forklarer. Hun forklarer at hun utvider brøkene, men bruker ikke ordet «utvide». Hun beskriver brøkene som «det samme som». Det indikerer ikke at E4 har en relasjonell forståelse, men gir heller ikke et tydelig svar på om forståelsen er instrumentell. Hun kan reglene og bruker dem riktig, og forklarer godt, uten å bruke de matematiske ordene.



Oppgave 6:

a) Skriv en brøk som har samme verdi som $\frac{3}{7}$.

Vis/Forklar hva du gjør og forklar hva du tenker:

$\frac{30}{70}$ Satt bare en 0 bak

b) Skriv en brøk som har dobbel så stor verdi som $\frac{2}{5}$

Vis og forklar hva du tenker under:

$\frac{4}{5}$

c) Hva skal stå i den tomme boksen:

Vis og forklar hva du tenker

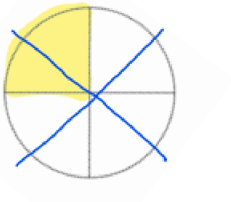
$\frac{18}{27} = \frac{2}{3}$

$\frac{2 \cdot 9}{3 \cdot 9} = \frac{18}{27}$

I oppgave 6a og b svarer E4 riktig. Igjen setter hun en null bak teller og en null bak nevner i brøken i oppgave 6a. Hun beskriver ikke hva hun gjør, eller hva det betyr. I oppgave 6b har E4 kommet frem til riktig svar. Hun har prøvd å sette opp en tallinje, men rabler over. Her var det vanskelig å tyde mer enn brøkene og at de sto på en tallinje delt i fem, samt 1 som er tallet i enden av tallinjen. I oppgave 6c viser hun hvordan hun kommer frem til at tallet som mangler er 18. E4 setter opp brøken $\frac{2}{3}$ og multipliserer med 9 oppe og nede for å vise at den er lik $\frac{18}{27}$. E4 viser igjen til en forståelse, men det er vanskelig å indikere om forståelsen er relasjonell eller instrumentell.

Oppgave 7:

1. Fyll inn figuren slik at den samsvarer med brøken $\frac{1}{4}$
2. Utvid brøken og figuren med 2. Hva skjer med stykkene i figuren?



Forklar hva du tenker:

stykkene blir mindre men brøkene har samme verdi

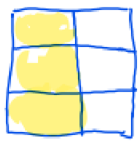
Oppgave 8:

a) En halv sjokoladekake deles på tre barn, hvor stor del av kaka får de hver?

A $\frac{1}{3}$ B $\frac{1}{6}$ C $\frac{1}{2}$

Vis og forklar under hva du tenker:

Tror det blir den



I oppgave 7 har E4 fylt inn figuren, og utvidet den med å dele alle stykkene i to. E4 beskriver deretter at stykkene har blitt mindre, men verdien er det samme. I oppgave 8a svarer E4 riktig. Hun har tegnet en figur som er delt i seks biter, hvor tre biter er fargelagt. E4 skriver at hun «tror det blir den». Igjen viser svaret til en usikkerhet i forståelsen.

b) Trine kjøpte 12 flasker brus, hver flaske rommer $\frac{1}{3}$ *Liter*. Hvor mange liter brus kjøpte Trine?

$$\frac{1}{3} \cdot \frac{12}{1} = \frac{12}{3}$$

4 liter brus

Oppgave 9: Regn ut og vis utregning

a) $\frac{2}{6}+\frac{1}{4}= \frac{14}{24}$ $\quad \frac{2\cdot 4}{6\cdot 4} = \frac{8}{24} + \frac{6}{24} = \frac{14}{24}$

b) $\frac{4}{7}-\frac{1}{3}= \frac{19}{21}$ $\quad \frac{12}{21} + \frac{7}{21} = \frac{19}{21}$

c) $\frac{12}{1} \times \frac{2}{6} =$ $\quad \frac{24}{6} = 4$

d) $\frac{3}{5} \times \frac{5}{6} =$ $\quad \frac{15}{30}$

e) $\frac{1}{3} : \frac{3}{1} =$ $\frac{1}{3}$ $\quad \frac{1}{9}$

f) $\frac{3}{1} : \frac{1}{3} =$ $\frac{3}{1}$ $\quad 3 : \frac{1}{3} \quad \frac{3}{1} \times \frac{3}{1} = \frac{9}{1} = 9$

I oppgave 8b viser E4 utregningen for hvordan hun kommer frem til at Trine kjøper 4 liter brus. I oppgave 9 viser hun i 9a hvordan hun utvider en av brøkene, før hun setter opp brøkene i utvidet form. Hun kommer frem til riktig svar. I oppgave 9b utvider hun brøkene, men bytter subtraksjonstegnet til addisjonstegn. E4 kommer frem til riktig svar, dersom brøkene skulle adderes. Dette kan tyde på det Brekke (2002) beskriver som en feil, og har oppstått tilfeldig. E4 har antakeligvis prøvd å regne litt fort sammen og da klart å bytte tegnet. I oppgave 9c-f viser hun hvordan hun kommer frem til svarene sine og de er riktige.

Siden E4 ikke forklarer særlig hvordan hun kommer frem til svarene så kan det hende hun sittet igjen med det Skemp (1978) kaller for en instrumentell forståelse. E4 kunne til tider gjennom prosjektet forklare oppgaver, noe som kan indikere en relasjonell forståelse, men noen ganger kunne fokuset gjøre at hun ikke alltid var helt sikker på reglene. Selv om testen ikke viser tydelig hvilken forståelse E4 har utviklet, kan arbeidet underveis, samt svarene i test to vise til at E4 har utviklet til dels en relasjonell og instrumentell forståelse. Piaget (1977) beskriver at skjemaene i hodet gjennom akkomodasjon kan tilpasses og endre seg etter ny kunnskap. E4 sine skjemaer har tilpasset seg den nye kunnskapen, da hun har klart å løse flere oppgaver riktig. Dette viser også til en utvikling av begrepsforståelsen.

4.5 Elev 5

E5 var en elev som syntes matematikkfaget var utfordrende og syntes brøk var veldig abstrakt. E5 strevde en del med konsentrasjonen og strevde med å overføre informasjonen hun fikk til nye situasjoner. E5 kunne miste fokuset raskere, dersom oppgavene eller gjennomgangen ble vanskelig. E5 prøvde ofte å bli ferdig med oppgaver på kort tid, noe som kunne ende i at svarene ikke ble riktige. E5 kunne også bli veldig engasjert i oppgavene og var bestemt på fremgangsmåten og svarene sine. De gangene E5 ikke hadde riktig, tok det litt tid før jeg fikk komme til ordet for å forklare hva som måtte gjøres. Noen ganger kunne dette føre til at E5 ikke ville gjøre mer, og virket til å miste en del motivasjon, frem til hun fikk til å løse oppgaven riktig. For E5 ble visuelle oppgaver til en stor fordel, da hun lettere kunne knytte det abstrakte til noe spesifikt.

4.5.1 Diagnostisk test 1

Oppgave 1:

Studer tallene 0,5 og 0,23. Hvilke av tallene er størst?

0,5 siden det kan vær et luretall ?

Forklar og vis hva du tenker:

Oppgave 2:

Sorter tallene fra minst til størst, Forklar hva du tenker:

0,1275 0,6 0,240 0,41 0,13 0,300

0,6 0,13 0,41 0,300 0,240 0,1275 ?

Jeg Tenkte Det var rett Siden Det blir høyest

Oppgave 3:

Skriv et tall som er større en 0,3 og mindre enn 0,4

Vis/Forklar hva du tenker:

0,35 siden det blir miten av Talene

E5 har svart riktig i oppgave 1, men begrunner dette med at det kan være et «luretall». Med denne beskrivelsen kan det hende E5 egentlig ikke ser på 0,5 som det største tallet, men velger dette for hun tror oppgaven skal lure henne. I oppgave 2 viser hun til det Brekke (2002) og Ojose (2015) beskriver som misoppfatningen «det lengste tallet er det største tallet». E5 sorterer tallene med å bruke det Petit et al. (2010) beskriver som heltallforståelsen, ved å sortere dem etter det som ville vært riktig dersom desimaltallene hadde vært heltall og ikke bak et komma. E5 tar likevel 0,300 før 0,240. Dette kan være det Brekke (2002) kaller for en feil som oppstod ved en tilfeldighet, da E5 kan ha vært uoppmerksom. E5 skriver også et spørsmålstegn, noe som kan indikere en usikkerhet. E5 klarer i oppgave 3 å komme frem til at 0,35 er tallet mellom 0,3 og 0,4. E5 viser til det Skemp (1978) beskriver som en instrumentell forståelse, da hun bruker regler uten å være kjent med hva de betyr.

Oppgave 4:

En sekk med poteter veier 3,6kg, stemmer det at to sekker vil veie 6,12kg?

Er påstanden sann eller usann? Vis og forklar under hva du tenker:

Sann | siden hvis du reiner det sammen så Blir Det Sån

I oppgave 4 viser E5 til Brekke (2002) sin misoppfatning knyttet til regning med brøk. E5 klarer ikke overføre desimaltallet på tidelsplassen til enerplassen. Hun påstår at påstanden er sann og begrunner det med at det stemmer hvis man regner «det» sammen. E5 har det Brekke (2002) og Ojose (2015) beskriver som ufullstendige tanker knyttet til desimaltallbegrepet. Altså har E5 misoppfatninger knyttet til begrepet.

Oppgave 5:

En halv sjokoladekake deles på tre barn, hvor stor del av kaka får de hver?

a) $\frac{1}{3}$ b) $\frac{1}{6}$ c) $\frac{1}{2}$

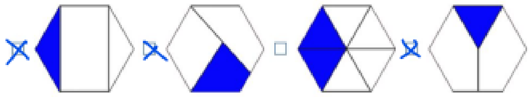
Vis og forklar under hva du tenker:

$\frac{1}{3}$ | for du har en Kake og Deler på 3

I oppgave 5 velger E5 brøken $\frac{1}{3}$ og begrunner dette med at du har en kake som deles på tre. E5 viser til Tokle et al. (2018) sin misoppfatning knyttet til å ikke ta hensyn til helheten. E5 leser teksten, trekker ut at det er tre barn, og lager brøken ut fra denne informasjonen. E5 har ikke kunnskap om hvordan hun skal finne en brøk av en del, da hun velger en brøk av en hel.

Oppgave 6:

Sett kryss foran den eller de av figurene som viser $\frac{1}{3}$.



Forklar/ Vis hvordan du tenker her:

for du finer en figur som Har 3 Bokser så er en farget

Oppgave 7:

a) Regn ut: $\frac{2}{6} + \frac{1}{4}$

$\frac{2}{6} + \frac{1}{4}$ 1 for Du reiner Det Samen så får Du en Hel

b) Skriv en brøk som er mellom $\frac{1}{3}$ $og \frac{2}{3}$

Vis og forklar hva du tenker:

$\frac{1}{5}$ siden Det Bli mitten

E5 velger i oppgave 6 de tre figurene som ikke representerer brøken. Hun beskriver dette med at figuren har tre bokser hvor en er fargelagt. Tokle et al. (2018) beskriver dette som misoppfatningen hvor «nevneren representerer antall deler, uavhengig av størrelse». E5 ser på antall delene i figuren, og antall delene som er fargelagt, og tar ikke hensyn til størrelsen på rutene. I oppgave 7a setter E1 opp regnestykket og skriver 1 bak den siste brøken. Hun beskriver at dersom de regnes sammen får du en hel. E5 viser til det Petit et al. (2010) beskriver som en utfordring knyttet til hvordan man opererer med brøk. E5 vet ikke hvordan hun skal forholde seg til brøk, eller hvordan de skal regnes sammen. I oppgave 7b svarer E5 med brøken $\frac{1}{5}$, og beskriver at det er «midten». E5 beskriver ikke noe mer, og det er derfor vanskelig å si hva hun tenker om løsningen, eller hvordan hun kom frem til den.

Oppgave 8:

Hvilket tall har samme verdi som $\frac{3}{4}$?

☐ 3 ☐ 0,75 ☒ 3,4 ☐ 0,25

Vis/Forklar hvordan du tenker her:

for Hvis DU tar vekk Brøkstreken
så får du 3,4.

Oppgave 9:

a) Skriv en brøk som har samme verdi som $\frac{3}{7}$.

Vis/Forklar hva du gjør og forklar hva du tenker:

$\frac{7}{3}$ for du Kan Bare Bytte på tallene

b) Skriv en brøk som har dobbel så stor verdi som $\frac{2}{5}$

Vis og forklar hva du tenker under:

$1\frac{4}{10}$ for 5+5 blir 10 og Da bir det sån for hvis Du får 1 Hel så Setter du det på siden

I oppgave 8 viser E5 til Tokle et al. (2018) sin misoppfatning knyttet til å se på brøkstreken som det samme som desimaltalltegnet. E5 beskriver svaret sitt med at dersom brøkstreken fjernes, får man 3,4. Hun behandler tallene i brøken som to heltall og viser til en forståelse om at brøken er et skilletegn mellom teller og nevner. I oppgave 9a blir brøken i oppgaveteksten snudd. Jeg sto med E5 da hun skulle løse denne oppgaven.

E5: Kan det være syv av tre?

Meg: Hva tenker du da, hvis brøken skal ha samme verdi?

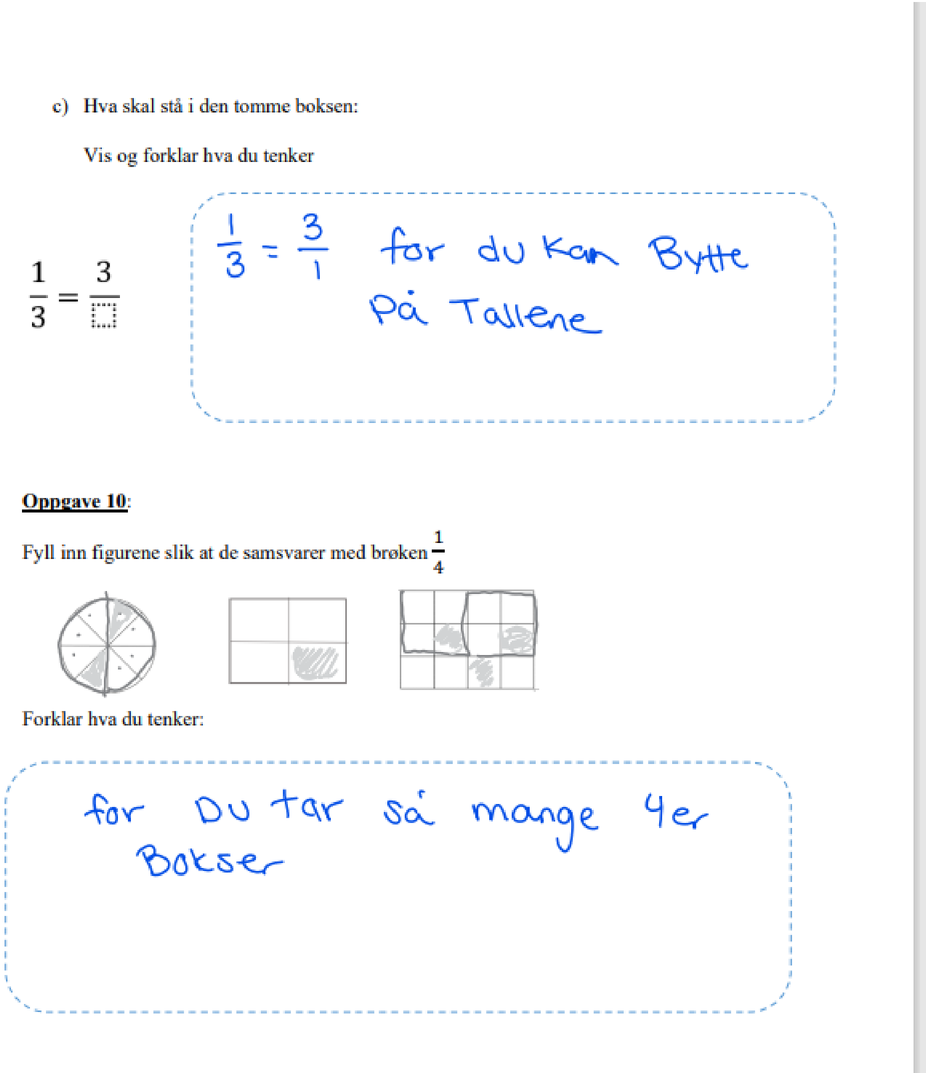
E5: Kan jeg gjøre sånn? (E5 skriver opp brøken $\frac{7}{3}$)

Meg: Kan du forklare meg hva du tenker?

E5: Jeg tenkte det var det samme for jeg byttet på tallene

E5 viser til at hun mener brøkene er like, siden de samme tallene er i brøken. Det kan knyttes til Tokle et al. (2018) sin misoppfatning hvor eleven ser på teller og/eller nevner som isolerte tall. Hun ser ikke en sammenheng mellom hva brøkstreken betyr, og tenker det ikke spiller noe rolle for hvilket tall som står oppe eller nede. Er tallen like, vil det være det samme. E5 gjør det samme i oppgave 9c for å finne tallet som mangler i brøken.

I oppgave 9b har E1 kommet frem til $1\frac{4}{10}$. hun setter 1 før brøken og beskriver at 5+5 er 10, og beskriver videre at hun da får en hel. E5 begrunner ikke hvorfor hun får fire som teller og ti som nevner.


c) Hva skal stå i den tomme boksen:

Vis og forklar hva du tenker

$\frac{1}{3} = \frac{3}{\square}$

$\frac{1}{3} = \frac{3}{1}$ for du kan Bytte på Tallene

Oppgave 10:

Fyll inn figurene slik at de samsvarer med brøken $\frac{1}{4}$

Forklar hva du tenker:

for Du tar så mange 4er Bokser

I oppgave 9c bytter E5 på tallene som nevnt over. I oppgave 10 klarer E5 å fargelegge en riktig mengde ruter i hver figur. Hun begrunner dette med å forklare at man tar «så mange» firer bokser.

I denne testen viser E5 til det Brekke (2002) og Ojose (2015) beskriver som misoppfatninger. E5 har flere ufullstendige tanker om både brøk – og desimaltallbegrepet. Hun bruker ulike strategier for å løse oppgavene, og noen er vanskelige å knytte opp mot en spesifikk misoppfatning da svaret virker tilfeldig. Imsen (2017) og Karlsdottir & Hybertsen (2013) legger frem det Piaget beskriver som de kognitive prosessene med at vi tilegner oss kunnskap med å sortere dem i de kognitive skjemaene. Det er ikke alltid ny informasjon passer inn i skjemaene, og det blir derfor utfordrende å møte ny informasjon som ikke passer inn. E5 bruker kunnskapen hun har i sine skjema, men den nye informasjonen hun møter i oppgavene er ikke kjent for henne. E5 bruker de tidligere kunnskapene sine til å løse oppgaver hvor regler og strategier ikke passer inn. E5 har også det Skemp (1978) beskriver som en instrumentell forståelse, da hun bruker det han kaller «rules without reasons». E5 bruker tilfeldige regler, og er ikke kjent med hvorfor de stemmer eller ikke.

4.5.2 Arbeid underveis

E5 var som nevnt en elev som strevde med konsentrasjonen og syntes matematikk var utfordrende å arbeide med. I møte med oppgaver kunne E5 bli frustrert dersom oppgaven var vanskelige og ga motgang. E5 prøvde å arbeide raskt gjennom oppgavene, noe som førte til at hun kunne ende opp med en del feil svar. E5 strevde med å fullføre alle oppgavene, noe som førte til at hun mistet motet. For at E5 skulle rekke å komme gjennom alle temaene, samt oppleve mestring, fikk hun et kryss med de oppgavene som måtte gjøres.

I arbeidet med oppgavene kunne E5 løse en oppgave riktig, men den neste som var nesten lik, bare med andre tall kunne hun løse på en helt annen måte. E5 overførte ikke alltid metoden hun brukte over til neste oppgave, noe som gav stor variasjon i svarene. Jeg kunne også sitte med E5 når hun løste en oppgave og hjelpe henne slik at den ble riktig, samtidig som hun var med på å utfylle forklaringene selv. Neste oppgave kunne likevel bli løst helt annerledes. E5 kunne av og til være utfordrende å hjelpe, da hun var bestemt på svarene sine. Et eksempel viser en samtale jeg hadde med eleven hvor vi skulle regne sammen $\frac{2}{3}+\frac{2}{4}$. Vi startet med å utvide brøkene og kom frem til at felles nevner var 12. De første stegene klarte E5 bra, og svaret ble $\frac{14}{12}$. Det var her det ble utfordrende for E5.

> E5: Men det går jo ikke. (peker på 14 som står over 12).
>
> E5: Eller jo, jeg kan jo skrive sånn.

(E5 skriver 1 bak brøken for å vise at det nå er en hele, men hun skriver også fire som teller)

> Meg: Vent litt, vi må se litt på denne. Hvorfor står det fire over brøkstreken
>
> E5: Jo fordi det ble en hel, siden det er ti og da fire igjen.
>
> Meg: Okei, la meg vise deg noe.

E5: Nei, det er jo riktig, for se da! Vi har 14 og siden ti er det hele så er det fire igjen.

Jeg fikk et inntrykk av at E5 ønsket å gå videre til neste oppgave fordi hun var sikker på at hun hadde løst oppgaven riktig. Hun prøvde å stoppe meg flere ganger med å si «nei, nei», «Det er riktig».

Meg: La oss se på brøken. Hvilket tall er nede?

E5: 12

Meg: Ja riktig! Så hvorfor sier du at ti er det hele?

E5: Jo fordi ti er jo alltid det hele.

Meg: Men i brøk er det ikke slik at ti alltid er det hele. Se på denne brøken her. Vi har jo tolv like store stykker. Du har riktig at det er en hel, men vi må se på hvor mange ekstra vi har dersom tolv er det hele.

E5: Åja, blir det da to som skal være over brøkstreken?

Meg: Ja helt riktig!

E5: Åja, nå skjønner jeg det! Så det der liksom sånn at tallet nede er liksom alt, og derfor må jeg se på det når jeg skal se på hva det hele er?

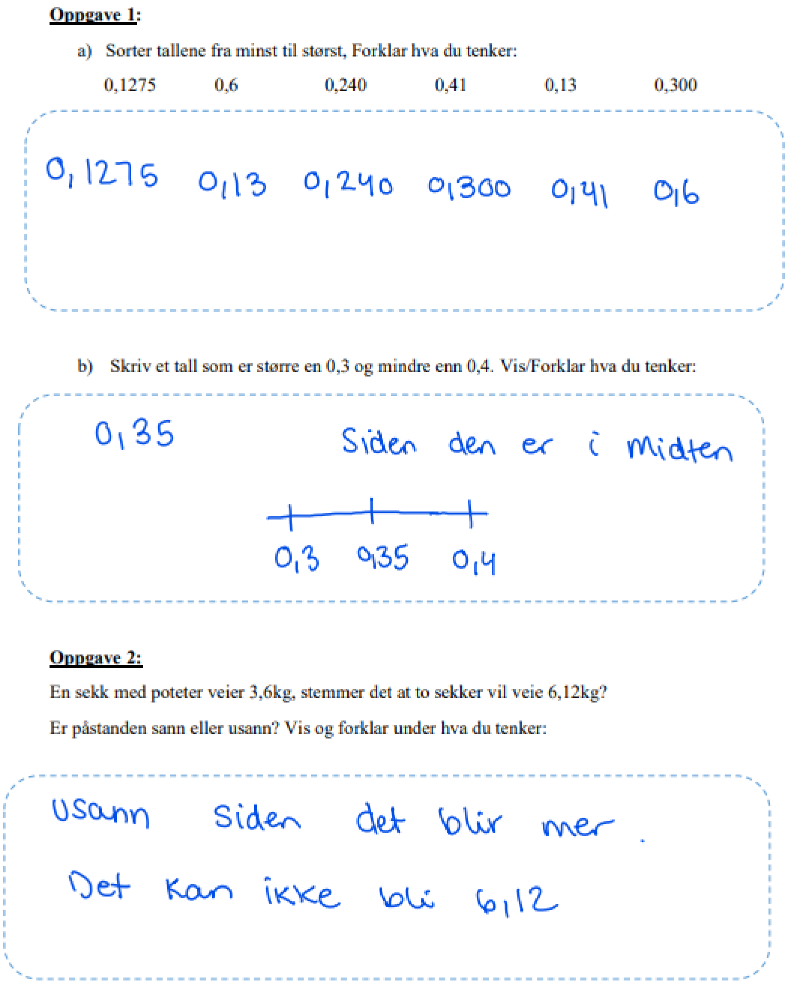
Meg: Ja, kjempebra.

E5 var veldig bestemt i starten, og var helt sikker på at hun hadde riktig. Slike tilfeller oppstod flere ganger i løpet av prosjektet. E5 trengte god tid til å se og lytte til forklaring, før hun klarte å se hva som var feilen i oppgavene. E5 var borte noen av undervisningstimene og fikk derfor to ekstra timer hvor hun var med ut alene. I disse timene tok E5 seg god tid til oppgavene, hun lyttet til forklaringer og var med på å komme frem til løsninger for oppgavene. E5 var fokusert og tok seg tid til hver oppgave noe som førte til at det var lettere å løse oppgavene riktig.

I gjennomgangene syntes E5 det var utfordrende å få med seg alt som ble vist på tavla, dersom det bestod av bare tall. Når jeg hadde eksempler med figurer og konkretiserte oppgavene klarte E5 raskere å få med seg hva reglene betydde. E5 sitt møte med tallinjen hvor jeg hadde lagt inn desimaltall var noe abstrakt, men hun var med på forklaringen og var med på å studere tallenes rekkefølge.

E5 sitt møte med konkretiseringsoppgavene knyttet til brøk ble en helt annen opplevelse. E5 var den raskeste til å forstå pizzaen og oppgavene knyttet til den. Hun forsto raskt hva det ville si at brøkene var likeverdige når hun brukte pizzastykkene. E5 klarte å forklare godt ved hjelp av den visuelle figuren, og fikk en forståelse for at stykkene måtte være like store. Flere av de liknende oppgavene hvor det enten ble vist et bilde, eller vi hadde noe fysisk å holde i, klarte E5 å forstå mye mer enn når det kun skulle sammenliknes brøker uten figurer. Stedøy (2018), Rosken & Rolka (2016) og Petit et al. (2010) beskriver at visualisering og bruk av modeller kan hjelpe til å se sammenhenger, og gi en forståelse og mening til de matematiske konseptene. For E5 ble dette et viktig element til å utvikle forståelsen knyttet til brøk. Konkretiseringene gjorde at E5 forstod konseptet med brøk mye bedre.

4.5.3 Diagnostisk test 2



Oppgave 1:

a) Sorter tallene fra minst til størst, Forklar hva du tenker:

0,1275 0,6 0,240 0,41 0,13 0,300

0,1275 0,13 0,240 0,300 0,41 0,6

b) Skriv et tall som er større en 0,3 og mindre enn 0,4. Vis/Forklar hva du tenker:

0,35 Siden den er i midten

0,3 0,35 0,4

Oppgave 2:

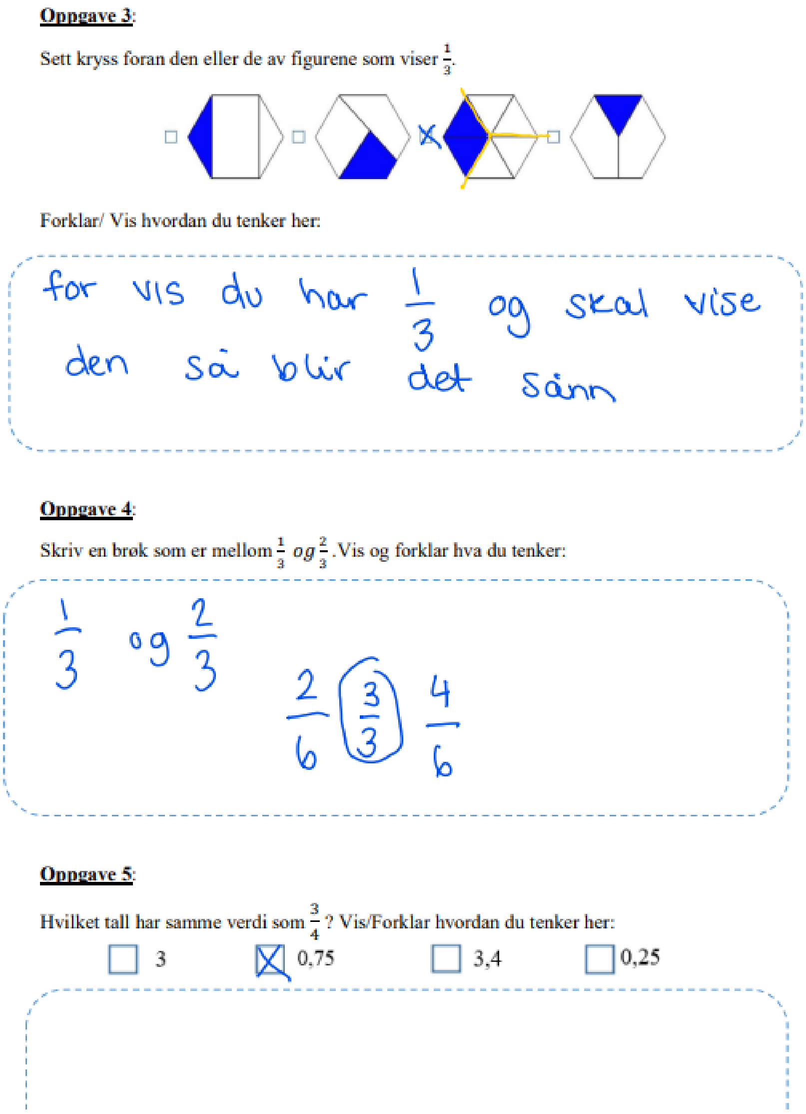
En sekk med poteter veier 3,6kg, stemmer det at to sekker vil veie 6,12kg?

Er påstanden sann eller usann? Vis og forklar under hva du tenker:

Usann siden det blir mer.

Det kan ikke bli 6,12

I oppgave 1a og b svarer E5 riktig. I den første testen hadde ikke E5 riktig rekkefølge og brukte det Brekke (2002) og Ojose (2015) beskriver med å sortere tallene etter tanken «det lengste tallet er størst». E5 viser ikke til denne misoppfatningen i test 2. I oppgave 1b har E5 tegnet opp noe som ser ut til å være en del av en tallinje hvor 0,35 plasseres i midten av 0,3 og 0,4. I oppgave 2 skriver E5 at påstanden er usann siden det blir mer enn 6,12. E5 beskriver ikke hva hun mener med det, eller hvorfor det blir mer en 6,12. Oppgavene viser en utvikling i forståelsen av desimaltallbegrepet. Det viser ikke om E5 har det Skemp (1978) beskriver som en relasjonell eller instrumentell forståelse. E5 begrunner ikke svarene nok til å vite om hun er kjent med hvorfor reglene fungerer.



Oppgave 3:

Sett kryss foran den eller de av figurene som viser $\frac{1}{3}$.

☐ ☐ ☒ ☐

Forklar/ Vis hvordan du tenker her:

for vis du har $\frac{1}{3}$ og skal vise den så blir det sånn

Oppgave 4:

Skriv en brøk som er mellom $\frac{1}{3}$ og $\frac{2}{3}$. Vis og forklar hva du tenker:

$\frac{1}{3}$ og $\frac{2}{3}$

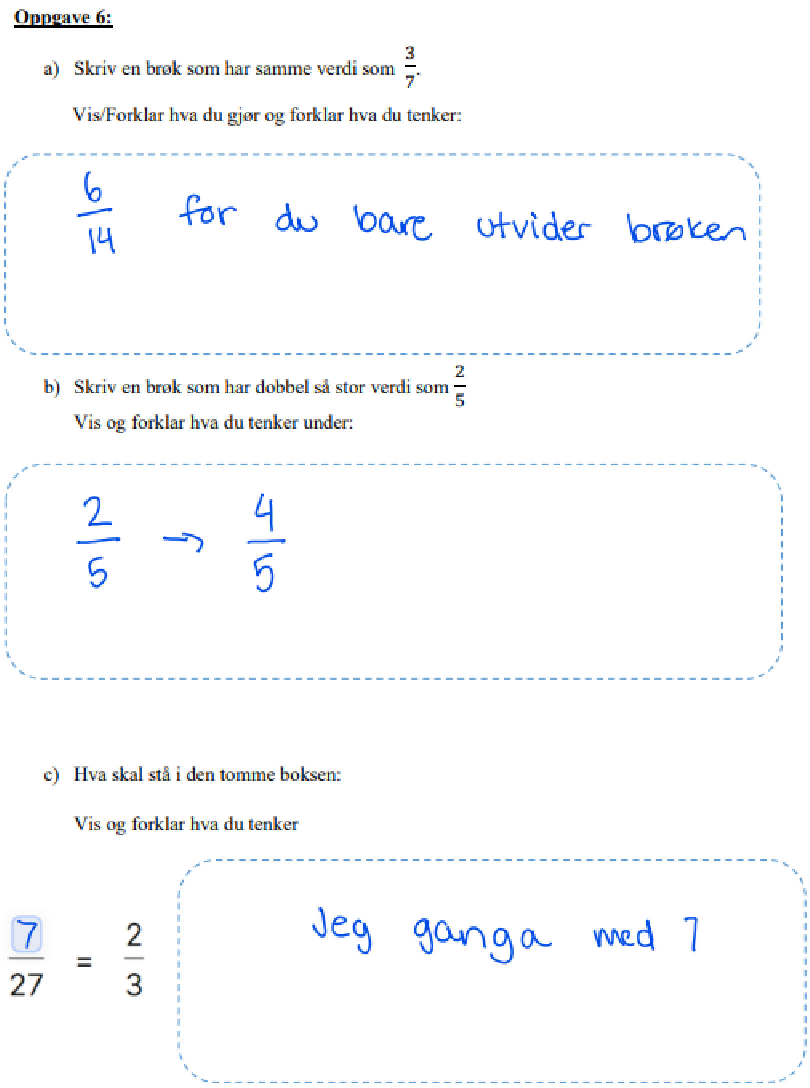
$\frac{2}{6}$ $\frac{3}{3}$ $\frac{4}{6}$

Oppgave 5:

Hvilket tall har samme verdi som $\frac{3}{4}$? Vis/Forklar hvordan du tenker her:

☐ 3 ☒ 0,75 ☐ 3,4 ☐ 0,25

I oppgave 3 velger E5 riktig figur. E5 har tegnet streker i den valgte figuren som viser at hun deler den i tre deler. Beskrivelsen gir ikke mer enn at hun mener «det blir sånn». I oppgave 4 viser ikke E5 en hel prosess, men hun har utvidet begge brøkene og funnet ut at tre er mellom to og fire, men i stedet for å skrive seks som nevner, har E5 skrevet tre. Dermed stemmer ikke brøken. Her kan det hende E5 har det Brekke (2002) beskriver som en feil som har oppstått med en tilfeldighet. Eleven kan også ha en misoppfatning, med at hun husker noen regler, men usikker på hvordan den brukes. I oppgave 5 krysser E5 av for riktig tall, men skriver ikke noe mer.


Oppgave 6:

a) Skriv en brøk som har samme verdi som $\frac{3}{7}$.

Vis/Forklar hva du gjør og forklar hva du tenker:

$\frac{6}{14}$ for du bare utvider brøken

b) Skriv en brøk som har dobbel så stor verdi som $\frac{2}{5}$

Vis og forklar hva du tenker under:

$\frac{2}{5} \rightarrow \frac{4}{5}$

c) Hva skal stå i den tomme boksen:

Vis og forklar hva du tenker

$\frac{\boxed{7}}{27} = \frac{2}{3}$

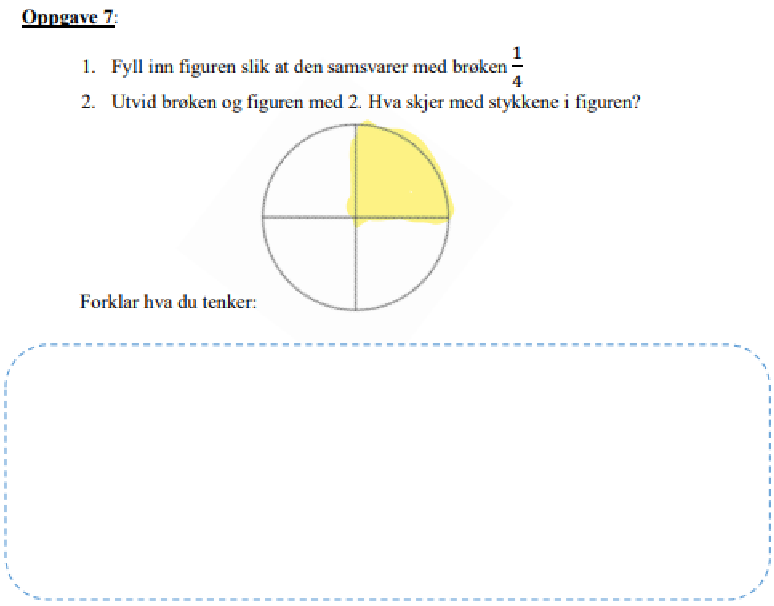
Jeg ganga med 7

I oppgave 7a har E5 skrevet opp brøken på utvidet form og beskriver at brøken bare utvides for å få en likeverdig brøk. I oppgave 7b svarer E5 også riktig, men viser ikke hva hun tenker. I oppgave 7c kommer det frem et svar som ikke stemmer. E5 har skrevet syv i den tomme boksen og skriver at hun multipliserte med 7. Jeg spurte E5 hva hun tenkte.

> Meg: Hvordan kom du frem til svaret ditt?
>
> E5: Jeg tenkte at tre gange syv er tjuesyv, og derfor skal syv stå der oppe og da har man liksom utvidet brøken.

E5 forklarer hva hun tenker. Forklaringen kan knyttes til det Skemp (1997) kaller for en instrumentell forståelse. E5 husker at brøken skal utvides og bruker regelen, men får ikke med seg at hun må gjøre den samme handlingen med telleren også. E5 starter med riktig handling, men multipliserer med feil tall, og glemmer å multiplisere telleren.

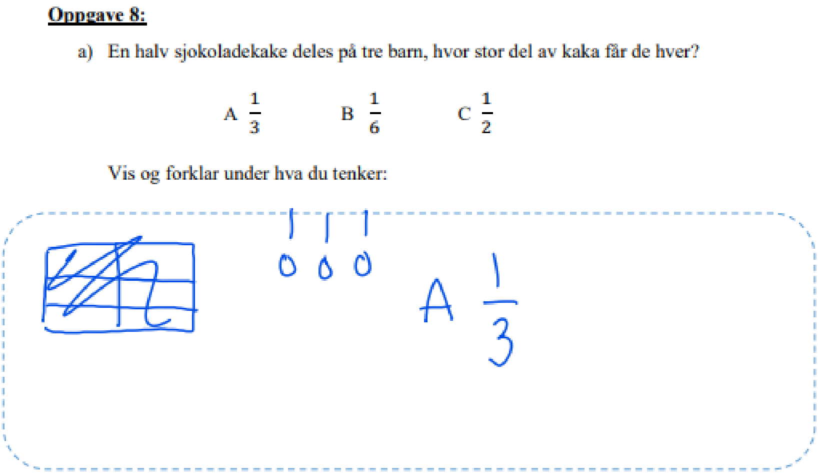
E5 kan ha utført det Brekke (2002) kaller for en tilfeldig feil når hun glemmer å utvide telleren, eller så kan det hende det er en ufullstendig tanke knyttet til brøkbegrepet som gjør at hun ikke klarer å løse oppgaven riktig.



Oppgave 7:

1. Fyll inn figuren slik at den samsvarer med brøken $\frac{1}{4}$
2. Utvid brøken og figuren med 2. Hva skjer med stykkene i figuren?

Forklar hva du tenker:



Oppgave 8:

a) En halv sjokoladekake deles på tre barn, hvor stor del av kaka får de hver?

A $\frac{1}{3}$ B $\frac{1}{6}$ C $\frac{1}{2}$

Vis og forklar under hva du tenker:

A $\frac{1}{3}$

I oppgave 7 fargelegger E5 en fjerdedel av figuren, men viser ikke til noe utvidet form. I oppgave 8a prøver E5 å sette opp en figur, men rabler over den. Hun tegner også opp tre sirkler før hun velger brøken $\frac{1}{3}$.

b) Trine kjøpte 12 flasker brus, hver flaske rommer $\frac{1}{3}$ *Liter*. Hvor mange liter brus kjøpte Trine?

$\frac{12}{36}$ liter

Oppgave 9: Regn ut og vis utregning

a) $\frac{2}{6}+\frac{1}{4}=$

$\frac{2\cdot 4}{6\cdot 4}+\frac{1\cdot 6}{4\cdot 6}$ $\quad \frac{8}{24}+\frac{6}{24}=\frac{14}{24}$

b) $\frac{4}{7}-\frac{1}{3}=$

$\frac{4}{7}-\frac{1}{3}=\frac{3}{4}$

c) $12\times\frac{2}{6}=$

$12\times\frac{2}{6}=\frac{24}{72}$

$12 + 12$

$24 + 24 + 24$

d) $\frac{3}{5}\times\frac{5}{6}=$

$\frac{3}{5}\times\frac{5}{3}=\frac{15}{30}$

e) $\frac{1}{3}:3=$

$\frac{1}{3}:3=\frac{1}{1}$

f) $3:\frac{1}{3}=$

$3:\frac{1}{3}=\frac{1}{1}$

I oppgave 8b viser E5 at hun multipliserer heltallet med både teller og nevner. I oppgave 9 starter det med at E4 regner riktig på første oppgave, men overfører ikke metoden over i oppgave 9b. I oppgave 9c multipliserer E5 igjen heltallet med både teller og nevner. Når hun skal multiplisere to brøker, klarer hun å komme frem til riktig svar. På divisjonsoppgaven ble det utfordrende og E5 har svart med brøken $\frac{1}{1}$, på både 9e og 9f.

E5 hadde et godt fokus helt i starten av testen. Hun arbeidet godt og lot seg ikke distrahere av det som skjedde rundt. Etter litt over halve tiden hadde gått, begynte hun å miste fokuset og begynte å forhaste seg gjennom de neste oppgavene. E5 viser i test 2 at forståelsen av både brøkbegrepet og desimaltallbegrepet har økt. I test 2 finner jeg enda noen misoppfatninger knyttet til regning med brøk og hva det vil si å utvide brøker. Jeg ser en instrumentell forståelse i flere av oppgavene, da E5 viser til at hun husker noen regler, men er ikke helt sikker på hvordan eller hvorfor de fungerer. E5 husker hvordan to brøker multipliseres sammen, men husker ikke hvordan denne reglen fungerer når en brøk skal multipliseres med et heltall.

4.6 Elev 6

E6 var en elev som syntes matematikkfaget var noe utfordrende og kjente på at brøk og desimaltall var vanskelig. E6 var en elev som arbeidet godt underveis. Hun klarte å holde seg fokusert store deler av tiden og var motivert for å arbeide med oppgavene. E6 spurte raskt om hjelp dersom hun var usikker på noe. Samt kunne hun fint forklare til de andre elevene dersom hun fikk til noe de trengte hjelp med.

4.6.1 Diagnostisk test 1

Oppgave 1:

Studer tallene 0,5 og 0,23. Hvilke av tallene er størst?

0,5 er størst siden Jeg husker at man kan sette 0 bak som at 0,4 er det samme som 0,40

Forklar og vis hva du tenker:

Oppgave 2:

Sorter tallene fra minst til størst, Forklar hva du tenker:

0,1275 0,6 0,240 0,41 0,13 0,300

1,1275, 0,13, 0,240, 0,300, 0,41, 0,6

fordi man kan sette 0 bak men det blir det samme tror jeg

Oppgave 3:

Skriv et tall som er større en 0,3 og mindre enn 0,4

Vis/Forklar hva du tenker:

0,35 siden det er imellom begge

Oppgave 4:

En sekk med poteter veier 3,6kg, stemmer det at to sekker vil veie 6,12kg?

Er påstanden sann eller usann? Vis og forklar under hva du tenker:

Usann, fordi i stedefor 6,12 er det 7,2

E6 har svart riktig på de fire første oppgavene som er knyttet til desimaltall. E6 viser at hun ikke har det Brekke (2002) og Ojose (2015) beskriver som ufullstendige tanker knyttet til brøkbegrepet. I oppgave 1 og 2 begrunner hun svaret sitt med at hun husker at hun kunne sette null bak desimaltallene for det er det samme. I oppgave 3 beskriver hun at 0,35 er imellom tallene. I oppgave 4 skriver E6 opp at det ikke blir 6,12 men heller 7,2. Hun husker regneregelen for desimaltall. E6 sine skjemaer slik Karlsdottir & Hybertsen (2013) presenterer dem ut fra Piagets beskrivelser, viser til at hun har en forståelse for desimaltall som hun klarer å overføre til informasjonen i oppgavene. Forklaringene gir ikke en tydelig indikasjon på om forståelsen til E6 er det Skemp (1978) kaller for relasjonell eller instrumentell. Hun skriver at hun «husker» og «tror» at svarene skal være slik, men om hun forstår hvorfor det er mulig å sette null bak, det kommer ikke tydelignok frem.

Oppgave 5:

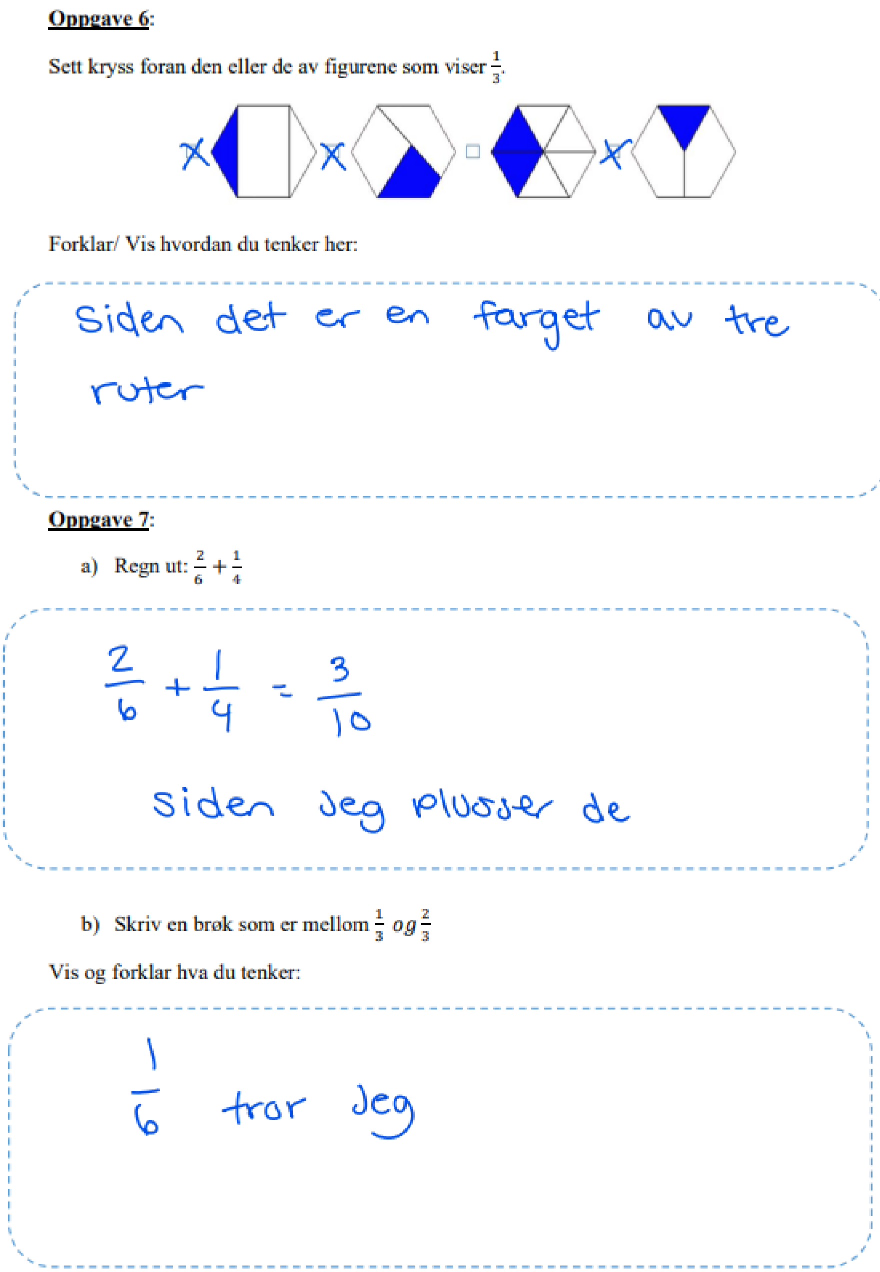
En halv sjokoladekake deles på tre barn, hvor stor del av kaka får de hver?

a) $\frac{1}{3}$ b) $\frac{1}{6}$ c) $\frac{1}{2}$

Vis og forklar under hva du tenker:

c)

I oppgave 5 prøver E6 å tegne opp en figur. Hun tegner en halvsirkel og deler den opp i mindre biter. E6 skriver svaret C, som viser til $\frac{1}{2}$. E6 leser teksten og trekker ut at barna skal dele en halv kake. Dette stemmer med misoppfatningen Tokle et al. (2018) beskriver om å ikke ta hensyn til helheten. E6 leser oppgaveteksten og trekker ut at tre barn skal dele en halv kake, men ser ikke flere sammenhenger med hvilken brøk som representerer det barna får.


Oppgave 6:

Sett kryss foran den eller de av figurene som viser $\frac{1}{3}$.

X X □ X

Forklar/ Vis hvordan du tenker her:

Siden det er en farget av tre ruter

Oppgave 7:

a) Regn ut: $\frac{2}{6} + \frac{1}{4}$

$\frac{2}{6} + \frac{1}{4} = \frac{3}{10}$

siden jeg plusser de

b) Skriv en brøk som er mellom $\frac{1}{3}$ og $\frac{2}{3}$

Vis og forklar hva du tenker:

$\frac{1}{6}$ tror jeg

I oppgave 6 krysser E6 av for de tre figurene som ikke er riktige. Hun beskriver det med at det er en av tre ruter som er fargelagt. E6 viser til misoppfatningen Tokle et al. (2018) relaterer til representasjonen av brøk, hvor nevneren representerer antall deler, uavhengig av størrelsen. E6 trekker ut delene, men forholder seg ikke til at de er av ulik størrelse. I oppgave 7a viser E6 til utfordringen Fitri & Prahmana (2019) og Ojose (2015) knytter til å addere med brøk. E6 legger sammen teller med teller og nevner med nevner og bruker det Petite et al. (2010) kaller for heltallsforståelsen. I oppgave 7b skriver E6 brøken $\frac{1}{6}$, men svarer med «tror jeg». Her spurte jeg E6 hvordan hun kom frem til svaret

Meg: Hvordan kom du frem til svaret her? (peker på oppgave 7b)

E6: Hmm..Jeg plussa de sammen (E6 peker på brøkene i oppgaveteksten)

Meg: Hvordan plussa du de sammen?

E6: Jeg plussa de tallene nede.

Meg: Så da kom du frem til brøken en sjettedel?

E6: Ja.

Under samtalen virker E6 usikker og spørrende. Hun virket ikke sikker på svaret eller hvordan hun egentlig tenkte.

Oppgave 8:

Hvilket tall har samme verdi som $\frac{3}{4}$?

- [x] 3
- [ ] 0,75
- [ ] 3,4
- [ ] 0,25

Vis/Forklar hvordan du tenker her:

Jeg vet ikke

Oppgave 9:

a) Skriv en brøk som har samme verdi som $\frac{3}{7}$.

Vis/Forklar hva du gjør og forklar hva du tenker:

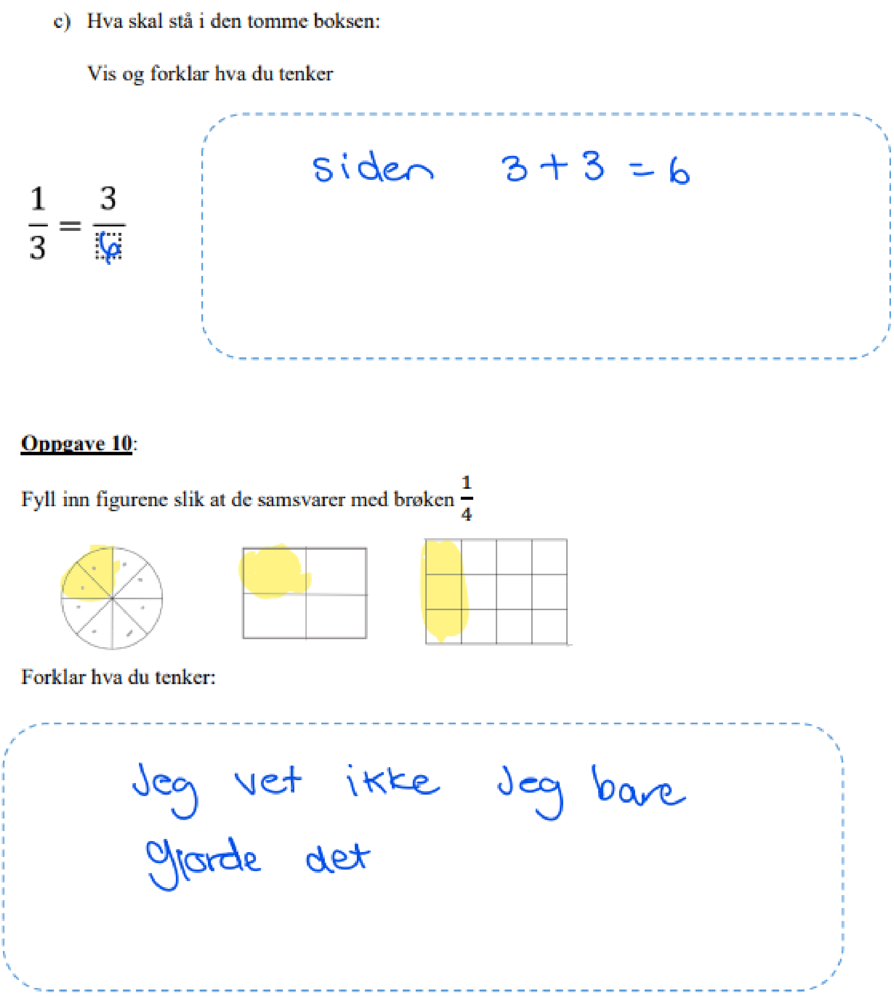
$\frac{6}{14}$ siden det er det samme bare dobbla

b) Skriv en brøk som har dobbel så stor verdi som $\frac{2}{5}$

Vis og forklar hva du tenker under:

$\frac{4}{10}$ er dobbla

I oppgave 8 velger E6 tallet 3 som verdi, men begrunner svaret med «jeg vet ikke». I oppgave 9a klarer E6 å komme frem til en likeverdigbrøk, men beskriver dette med ordene «dobla» samme metode bruker hun i oppgave 9b. E6 viser her til at hun har det Imsen (2017) og Karlsdottir & Hybertsen (2013) legger frem om det Piaget beskriver om å bruke tidligere kunnskap til å løse oppgavene. Samt tyder dette på en instrumentell forståelse, da hun husker noen regler knyttet til brøkbegrepet, men ikke nok til at hun vet hva alt betyr.


c) Hva skal stå i den tomme boksen:

Vis og forklar hva du tenker

$\frac{1}{3} = \frac{3}{\boxed{6}}$

siden 3 + 3 = 6

Oppgave 10:

Fyll inn figurene slik at de samsvarer med brøken $\frac{1}{4}$

Forklar hva du tenker:

Jeg vet ikke Jeg bare gjorde det

I oppgave 9c utvider ikke E6 brøken slik som hun gjorde i de tidligere oppgavene. Hun adderer sammen tre og tre og kommer frem til at det manglede tallet er seks. Jeg ser svaret hennes som et tegn på det Skemp (1978) kaller for en instrumentell forståelse. E6 husker noen regler og klarer i noen av oppgavene å bruke disse reglene riktig, men i oppgaver hvor kunnskapen ikke strekker til viser hun at hun ikke har en forståelse av reglene. I oppgave 10 farger E6 riktig mengde ruter, men svarer med «jeg vet ikke, jeg bare gjorde noe». Hun bruker noe av det hun husker, men vet ikke hvordan eller hvorfor dette stemmer.

4.6.2 Arbeid underveis

E6 var en elev som arbeidet godt underveis. Hun hadde et godt arbeidstempo og fulgte godt med i gjennomgangen. E6 sa i fra dersom noe var vanskelig og fikk raskt oppklaring i usikkerhetene knyttet til enten oppgavene i gjennomgangen eller på arkene. E6 tok ordet flere ganger, og svarte på spørsmål som ble stilt.

Under arbeidet av de ulike oppgavene arbeidet E6 godt. Hun løste de aller fleste oppgavene og holdt fokuset på det som skulle gjøres. Dersom E6 var usikker på en oppgave spurte hun raskt om hjelp. Etter en forklaring klarte hun å løse de liknende oppgavene videre. E6 og E3 satt en del sammen og hjalp hverandre dersom en av dem fikk til en oppgave den andre ikke klarte. Wæge (2019) beskriver at samtaler og diskusjoner kan hjelpe elevene til å utvikle en dypere forståelse av matematikken. E6 var aktiv i timene, samt kunne hun sitte og diskutere med de andre om hvordan oppgaver skulle løses.

E6 sitt møte med konkretiseringsoppgavene var bra. Hun fulgte nøye med, var aktiv i samtalene og klarte å trekke ut hva oppgavene ville frem til. Når vi arbeidet med desimaltallene og tallinjen forklarte E6 godt hvorfor tallene var plassert der de var. Her forklarte E6 tydelig og viste i større grad en relasjonell forståelse. Hun beskrev hvordan og hvorfor det stemte. Når vi skulle arbeide med pizzaoppgaven knyttet til størrelsen av brøker, klarte E6 raskt å få med seg hva det ville si å utvide og forkorte en brøk ved hjelp av en figur. E6 fikk en oppklaring i at stykkene må være like store. E6 gjorde det Piaget (1977) kaller for akkomodasjon, da hun klarte å modifisere skjemaene i hodet sitt slik at den nye kunnskapen hun lærte kunne passe inn. E6 utviklet sin forståelse og kunne bruke forklaringer som tydet på en utvikling av det Skemp (1978) kaller for en relasjonell forståelse.

4.6.3 Diagnostisk test 2

Oppgave 1:

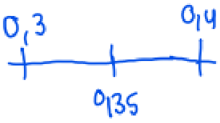
a) Sorter tallene fra minst til størst, Forklar hva du tenker:

0,1275 0,6 0,240 0,41 0,13 0,300

0,1275 / 0,13 / 0,240 / 0,300 / 0,41 / 0,6

b) Skriv et tall som er større en 0,3 og mindre enn 0,4. Vis/Forklar hva du tenker:

0,35



Siden det er imellom 0,3 og 0,4

Oppgave 2:

En sekk med poteter veier 3,6kg, stemmer det at to sekker vil veie 6,12kg?

Er påstanden sann eller usann? Vis og forklar under hva du tenker:

$$\begin{array}{r} 3,6 \\ +\ 3,6 \\ \hline 7,2 \end{array}$$

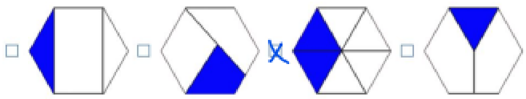
Nei det blir 7,2

Usann!

I oppgave 1 og 2 svarer E6 riktig. Hun har laget en tallinje som viser at 0,35 er imellom 0,3 og 0,4. i oppgave 2 setter hun opp regnestykket og viser hvordan hun kommer frem til at påstanden er usann. Svarene E6 gir her, samt forklaringene E6 hadde i arbeidet underveis, tyder det på at hun har det Skemp (1978) beskriver som en relasjonell forståelse knyttet til desimaltallbegrepet. E6 vet hvordan og hvorfor reglene fungerer.

Oppgave 3:

Sett kryss foran den eller de av figurene som viser $\frac{1}{3}$.



Forklar/ Vis hvordan du tenker her:

Siden de andre er ikke like store

Oppgave 4:

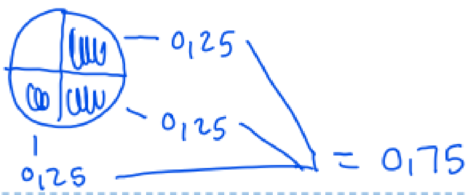
Skriv en brøk som er mellom $\frac{1}{3}$ $og \frac{2}{3}$ .Vis og forklar hva du tenker:

$\frac{1 \cdot 2}{3 \cdot 2}$ og $\frac{2 \cdot 2}{3 \cdot 2}$ $\frac{2}{6}$ $\frac{4}{6}$ $\underline{\underline{\frac{3}{6}}}$

Oppgave 5:

Hvilket tall har samme verdi som $\frac{3}{4}$? Vis/Forklar hvordan du tenker her:

☐ 3 ☒ 0,75 ☐ 3,4 ☐ 0,25



I oppgave 3 finner jeg en utvikling fra første testen. E6 krysser av for riktig figur. Hun begrunner svaret med at de andre ikke er like store. E6 har fått en forståelse for at rutene i figuren må være like store, men utdyper ikke forklaringen sin. I oppgave 4 bruker E6 strategien med å utvide begge brøkene og kommer frem til et riktig svar. I oppgave 5 lager E6 en figur delt i fire like biter, hvor hun viser at hver fjerdedel er 0,25, og når disse legges sammen blir det 0,75. E6 viser til at hun har en forståelse for brøkens verdi gjennom figuren.

Oppgave 6:

a) Skriv en brøk som har samme verdi som $\frac{3}{7}$.

Vis/Forklar hva du gjør og forklar hva du tenker:

$\frac{3 \cdot 2}{7 \cdot 2}$ $\frac{6}{14}$

b) Skriv en brøk som har dobbel så stor verdi som $\frac{2}{5}$

Vis og forklar hva du tenker under:

$\frac{4}{5}$ $\frac{2 \cdot 2}{5}$

c) Hva skal stå i den tomme boksen:

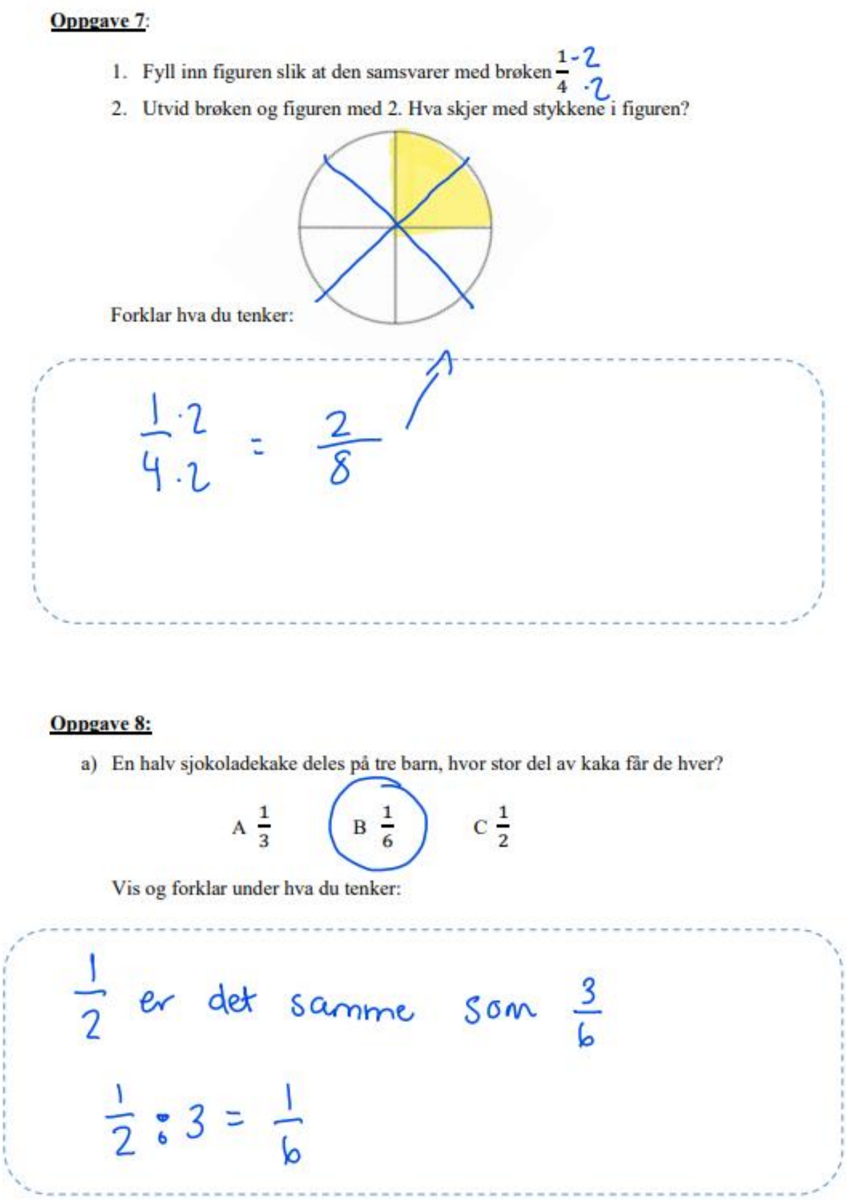
Vis og forklar hva du tenker

$\frac{18}{27} = \frac{2}{3}$

Siden $9 \cdot 3 = 27$

Så det gir mening

I oppgave 6a utvider E6 brøken med 2, og hun skriver en likeverdig brøk som svar. I oppgave 6b multipliserer E6 telleren med to, og viser til brøken som har dobbel verdi. I oppgave 6c skriver hun riktig tall i ruta, men forklarer ikke noe mer enn at siden 9x3 er 27 så gir svaret mening. E6 forklarer ikke hvordan hun løser oppgavene, men viser til at hun har en økt forståelse for brøkbegrepet.



Oppgave 7:

1. Fyll inn figuren slik at den samsvarer med brøken $\frac{1 \cdot 2}{4 \cdot 2}$
2. Utvid brøken og figuren med 2. Hva skjer med stykkene i figuren?

Forklar hva du tenker:

$$\frac{1 \cdot 2}{4 \cdot 2} = \frac{2}{8}$$

Oppgave 8:

a) En halv sjokoladekake deles på tre barn, hvor stor del av kaka får de hver?

A $\frac{1}{3}$ B $\frac{1}{6}$ C $\frac{1}{2}$

Vis og forklar under hva du tenker:

$\frac{1}{2}$ er det samme som $\frac{3}{6}$

$$\frac{1}{2} : 3 = \frac{1}{6}$$

I oppgave 7 viser E6 hvordan hun utvider brøken både gjennom å utvide figuren og gjennom å vise utregningen for handlingen. E6 klarer også i oppgave 8a komme frem til riktig svar. Hun beskriver at en halv kake er det samme som $\frac{3}{6}$. altså viser hun til en likeverdig brøk. Hun setter også opp et divisjonsstykke som gir henne det riktige svaret for hvor mye hvert barn får.

b) Trine kjøpte 12 flasker brus, hver flaske rommer $\frac{1}{3}$ *Liter*. Hvor mange liter brus kjøpte Trine?

$\frac{1}{3} \times \frac{12}{1} = \frac{12}{3}$ liter brus

Oppgave 9: Regn ut og vis utregning

a) $\frac{2}{6}+\frac{1}{4}=$

$\frac{2\cdot 2}{6\cdot 2} + \frac{1\cdot 3}{4\cdot 3} = \frac{6}{12} + \frac{3}{12} = \frac{9}{12}$

b) $\frac{4}{7}-\frac{1}{3}=$

$\frac{4\cdot 3}{7\cdot 3} - \frac{1\cdot 7}{3\cdot 7} = \frac{12}{21} + \frac{7}{21} = \frac{19}{21}$

c) $\frac{12}{1} \times \frac{2}{6} =$

$\frac{24}{6} = 4$

d) $\frac{3}{5} \times \frac{5}{6} =$

$\frac{3}{5} \times \frac{5}{6} = \frac{15}{30}$

e) $\frac{1}{3} : 3 =$

$\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$

f) $3 : \frac{1}{3} =$

$3 : \frac{1}{3} = \frac{3}{1} \cdot \frac{3}{1} = \frac{9}{1} = 9$

I oppgave 8b viser E6 utregningen, men deler ikke tolv på tre. Svaret er riktig, men hun glemmer å gjøre brøken om til heltall. I oppgave 9 har E6 klart å regne ut alle oppgaven riktig, bortsett fra oppgave 9c. Her starter hun riktig, men bytter regnetegnet helt til slutt. Brekke (2002) beskriver dette som feil som oppstår ved en tilfeldighet. E6 sitt svar ville vært rett, om det hadde vært et addisjonsstykke. E6 viser utregningen, og viser at hun kan reglene for å regne med brøk.

Ut fra svarene E6 gir i testen, ser jeg en god utvikling. Ved å kun se på testen er det vanskelig å trekke ut om forståelsen til E6 heller mot relasjonell eller instrumentell forståelse. E6 har forklart mye underveis og viser en relasjonell forståelse knyttet til desimaltallbegrepet. Samt viser hun en relasjonell forståelse knyttet til likeverdige brøker og addisjon og subtraksjon med brøker, da hun gjennom prosjektet har forklart reglene godt. Forståelsen knyttet til multiplikasjon og divisjon av brøk, er vanskelig å indikere om den er relasjonell eller instrumentell. E6 sine forklaringer underveis kunne tyde på en instrumentell forståelse knyttet til dette, da hun ikke forklarte hvorfor reglene faktisk stemmer.

5 Drøfting

I kapittel 4 ble funnene i datamaterialene analysert. I dette kapittelet vil jeg rette meg inn mot problemstillingen og forskningsspørsmålene som er utgangspunktet for denne avhandlingen:

«*Hvordan kan konkretiseringsarbeid innenfor brøk og desimaltall fremme relasjonell forståelse for en mindre gruppe elever på 7.trinn?*»

> «*Hvilken innvirkning har konkretiseringsarbeidet på elever som strever med brøk og desimaltall?*»
>
> «*Hvordan kan dybdelæring være til hjelp for å utvikle forståelsen?*»

Elevenes arbeid som ble analysert, skal drøftes opp mot de teoretiske rammene jeg presenterte i kapittel 2. Elevenes besvarelser vil sammenliknes og drøftes opp mot hverandre for å finne likheter og ulikheter ved utviklingen. Jeg vil diskutere faktorer som kan ha ført til den enkelte elevs utvikling. Jeg vil også diskutere hvordan konkretiseringsarbeidet kan ha vært til hjelp for å fremme en relasjonell forståelse, samt drøfte om eleven utviklet en relasjonell forståelse, eller en instrumentell forståelse. Kapittelet vil bli delt inn i utviklingen av desimaltallbegrepet og brøkbegrepet.

Skemp (1978) la frem at skolen i større grad var preget av en instrumentell undervisning, da det var lettere og raskere for elever å lære. Den instrumentelle forståelsen kan føre til forvirring dersom regler blir brukt i situasjoner der de ikke stemmer. Med en relasjonell forståelse er det flere fordeler da elevene blir mer tilpasningsdyktige til nye oppgaver, samt er det lettere å huske over lengre tid (Skemp 1978, s.12-13). Jeg ønsket derfor å fokusere mest mulig på å utvikle den relasjonelle forståelsen, da den over lengre tid kan hjelpe elevene til å forstå de abstrakte elementene med brøk og desimaltall videre. For å oppnå dette ville jeg teste ut hvordan konkretiseringsarbeid kunne hjelpe gjennom en dybdelæringsprosess, da dybdelæring handler om å gi elevene muligheten til å utvikle sammenhenger i faget over tid (Nosrati & Wæge, 2018). Deltakerne i prosjektet hadde utfordringer knyttet til brøk og desimaltall. Jeg så på konkretiseringsarbeidet, med fokus på dybdelæring som en mulighet til å utvikle en relasjonell forståelse.

Dybdelæring presenteres også i læreplanen, som et viktig element for å få elever til å oppleve mestring i de faglige utfordringene. (Kunnskapsdepartementet, 2017). Nosrati & Wæge (2018) og Kilpatrick, et al. (2001) presenterer fem matematiske ferdigheter knyttet til dybdelæring;

Begrepsmessig forståelse, prosedyrekunnskap, anvendelse, resonering og metakognisjon og selvregulering. For at elevene skulle oppnå en begrepsmessig forståelse, samt utvikle prosedyrekunnskap, ble konkretiseringsoppgavene viktige. Konkretiseringsoppgavene ble brukt for å bygge en forståelse av de matematiske begrepene og reglene som gjaldt for brøk og desimaltall, i tillegg til å gi elevene en forståelse av hvilke prosedyre og strategi som gjelder i de ulike sammenhengene. Dette gav elevene muligheten til å lære seg hvilke strategi og metode som gjaldt i de ulike oppgavene, samt en mulighet til å få en forståelse for hvorfor reglene og metodene gjelder. Ferdigheten knyttet til anvendelse ble også viktig i bruken av konkretiseringen, da ikke alle oppgavene viste figurer eller konkreter. Elevene måtte bruke det de lærte i undervisningen til å tenke strategisk om hvilken løsningsstrategi som ville fungere. For å bygge resonneringen ble oppgaver hvor elevene selv måtte tenke seg gjennom om en hypotese var gyldig eller ikke. Et eksempel knyttet til å utvikle en resonnering var i en pizzaoppgave. Elevene fikk to pizzaer, hvor de måtte begrunne hvilken figur som hadde størst verdi, og hvorfor. Pizzastykkene var i forskjellige størrelser, den ene pizzaen viste til brøken $\frac{7}{16}$, hvor fem av stykkene var sekstene deler og et av stykkene var av størrelsen til åttende deler. Den andre pizzaen viste $\frac{5}{8}$, hvor et av stykkende var av fjerdedelsstørrelse, to av stykkende i åttendedels størrelse og to av stykkene i sekstendedels størrelse. Her fikk elevene en utfordring hvor den ene da bestod av «seks» biter i ulik størrelse, og den andre av «fem» biter i ulik størrelse. Elevene arbeidet to og to, og måtte arbeide både med å anvende riktig strategi og resonnere seg frem til en logisk forklaring. Det siste punket som omhandler metakognisjon og selvregulering varierte fra elev til elev, da noen av elevene klarte å regulere seg selv og styre sin egen læringsprosess. De av elevene som strevde med konsentrasjonen trengte ekstra hjelp til å bygge selvreguleringen og læringsprosessen.

Konkretiseringsoppgavene i dette prosjektet gav elevene rom for dybdelæring slik læreplanen beskriver det. Elevene fikk muligheten til å utvikle forståelsen av de sentrale elementene og sammenhengene innenfor brøk og desimaltall.

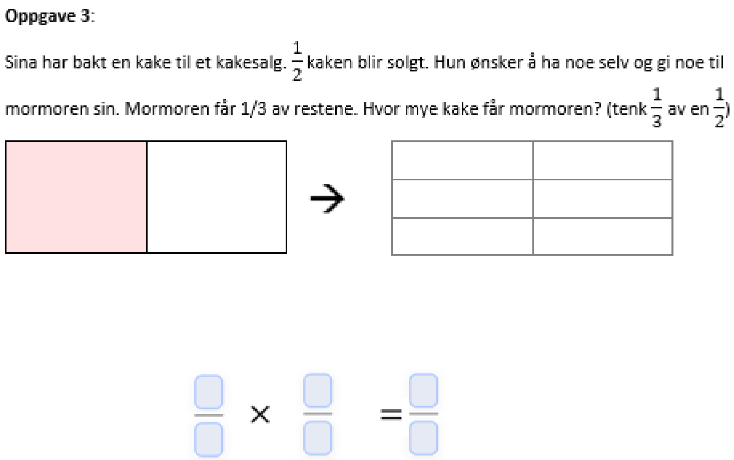
For å starte prosjektet valgte jeg å bruke diagnostisk test for å kartlegge om elevene hadde noen misoppfatninger knyttet til desimaltall- og brøkbegrepet. Brekke (2002) beskriver diagnostiske tester som en mulighet til å gi lærere en informasjon om elevenes løsningsstrategier og ufullstendige tanker knyttet til matematiske begreper. Dette ble et viktig element for å kunne arbeide opp mot en relasjonell forståelse, da testen gav meg et svar på hva elevene strevde med. I den første diagnostiske testen viste flere av elevene til at de hadde det Brekke (2002) og Ojose (2015) beskriver som misoppfatninger knyttet til både brøk og desimaltall. I testen fant jeg det Ojose (2015) beskriver som konseptuelle mangler, hvor elever ikke forsto hvordan problemet skulle løses, og derfor brukte de tidligere erfaringer. Samt viser testen til det Ojose (2015) beskriver som utførelsesmangel, hvor en prosedyre startet, men ble kun delvis gjennomført.

Karlsdottir & Hybertsen (2013) og Imsen (2017) legger frem Piaget sin teori, hvor det blir beskrevet at vi tilegner oss kunnskap gjennom kognitive skjemaer. Piaget (1977) hevder at dersom ny kunnskap ikke passer inn i de erfaringene vi har i de eksisterende skjemaene, må den modifiseres gjennom akkomodasjon. Det er ikke alltid disse skjemaene kan modifiseres uten den ytre stimuli av læring. Elevene fikk ikke hjelp under testene, og strategiene de brukte kan fortelle oss at de brukte sin tidligere kunnskap i et felt hvor kunnskapen ikke gjaldt. De hadde noen erfaringer knyttet til brøk, men begrepsforståelsen var ikke utviklet, og med det klarte ikke elevene å løse alle oppgavene. I løpet av forskningsperioden fikk elevene oppleve læring knyttet til de utfordringene de hadde, slik at de gjennom akkomodasjon kunne tilpasse seg den nye kunnskapen. I den andre testen ble det en forbedring hos alle elevene. Forståelsen elevene hadde i starten av prosjektet kunne stemme med Skemp (1978) sin beskrivelse av en instrumentell forståelse. Elevene løste oppgaver gjennom «rules without reasons». I noen tilfeller ble det riktig svar, men gjennom den første diagnostiske testen var det tegn til at flere brukte regler som ikke passet inn. Altså viste alle elevene tegn til en slik forståelse da de brukte regler uten å vite hvordan eller hvorfor de fungerte eller ikke. Gjennom akkomodasjonen klarte elevene å utvikle forståelsen sin. I arbeidet underveis og i test to kommer det frem at elevene i større eller mindre grad utviklet en relasjonell forståelse.

I arbeidet underveis ble det ofte en felles gjennomgang med det Kirfel (2010) beskriver som eksemplifiseringsoppgaver, samt visualiseringsoppgaver. Elevene fikk flere eksempler på tavla, hvor det ble gitt en grundig forklaring. Ved flere anledninger måtte elevene selv forklare hvordan oppgavene skulle løses. Her varierte svarene og deltakelsen. De elevene som strevde med konsentrasjonen, klarte ikke alltid svare og kunne ende opp med å miste fokuset. De samme elevene spurte gjerne oftere om hjelp når de skulle arbeide selvstendig. Elevenes forklaringer viser til en økt forståelse og at flere av elevene kom nærmere det Skemp (1978) kaller for en relasjonell forståelse.

I kapittel 4 ser vi en stor variasjon i både hvordan elevene arbeidet underveis, hvordan de tilegnet seg den nye kunnskapen, og hvordan de klarte å overføre det de lærte til oppgavene de løste. Som nevnt i kapittel 3.2 består datamaterialene av det Cohen et al. (2011) beskriver som et ikke-sannsynlighetsutvalg, og at resultatet ikke vil gjelde for hele befolkningen. Dette kan sees i lys av hvor forskjellige elevene i dette prosjektet var. De utviklet seg forskjellig og resultatet varierte fra den enkelte i gruppa. Det finnes både like og ulike trekk i både hvordan de tilegnet seg kunnskap, og hvordan de løste de ulike oppgavene. Med den store variasjonen blant elevene i gruppa, viser det at resultatene vil variere dersom andre også skulle fått samme undervisning.

Thompson (1994) beskriver at læreren må være klar over at konkretiseringsmateriell kan tolkes forskjellig, og at ikke alltid elevene tolker en oppgave slik en lærer har tenkt. Læreren har et ansvar om å åpne opp for de ulike synspunktene elever kan komme med. Det er heller ikke alltid barn får utbytte av slike oppgaver. I dette prosjektet ble det svært viktig at jeg tok hensyn til dette, da målet var å gi elevene en mulighet til å utvikle en relasjonell forståelse. For å kunne møte elevene og deres tolkninger, ble samtalene vi hadde viktige. I konkretiseringsarbeidet fokuserte jeg på å forklare grundig hva oppgavene gikk ut på og hvorfor reglene var som de var. Det ble også viktig å lytte til elevene, slik at dersom de så noe annet enn det som var tanken, kunne dette løses gjennom eksempler og forklaringer. Jeg vil redegjøre kort for et eksempel hvor oppgaven som skulle visualisere multiplikasjon, ble møtt med forvirring.



Figur 5-1: Multiplisere med brøk, oppgave 3 (vedlegg 4)

De gangene jeg viste til figur av hva det ville si å multiplisere en brøk med en brøk, ble elevene noe forvirret. De forstod ikke hva det betydde når figuren ble delt opp i flere biter. Elevene klarte å regne ut regnestykket, men flere strevde med å vise gjennom figuren. Elevene skjønte ikke om de skulle bruke alle rutene som ble fargelagt, eller ikke. Konkretiseringsoppgavene knyttet til dette, ble møtt på en annen måte enn det jeg hadde tenkt, selv etter flere forklaringer syntes flere av elevene at figuren knyttet til multiplikasjon var utfordrende og forvirrende. Thompson (1994) beskriver det å være åpen til elevenes tanker og strategier knyttet til ulike oppgaver. I dette prosjektet ble elevenes strategier og koblinger til oppgavene tatt i betraktning for det videre arbeidet, slik at det ville bli mulig å gi den enkelte en best mulig sjanse til å kunne utvikle sin forståelse til desimaltall – og brøkbegrepet.

5.1 Desimaltallbegrepet

Elevenes begrepsforståelse knyttet til desimaltall var varierende i den første testen. Brekke (2002) og Ojose (2015) viser til misoppfatninger knyttet til desimaltallets størrelse samt utfordringer med å regne med desimaltall. E1, E3, E5 viste misoppfatningen knyttet til å sortere desimaltall. E1, E3, E4, E5 viste også misoppfatning knyttet til å regne med desimaltall. E2 og E6 var de eneste som viste en forståelse knyttet til desimaltallbegrepet i den første testen, samt gav begge en beskrivelse av hvordan de løste oppgavene. Hos E2 fant jeg tegn til en relasjonell forståelse. E6 var vanskeligere å trekke ut om forståelsen var relasjonell eller instrumentell, da beskrivelsen viste til usikkerheter. E6 kunne ha brukt regler hun husket fra før av, uten å vite hva de egentlig betydde. Det var ikke før vi arbeidet med tallinjen knyttet til desimaltall at den relasjonelle forståelsen kom tydeligere frem hos E6.

Tallinjen visualiserte for alle elevene hva desimaltall betyr, og hvordan plasseringen skal være. De andre elevene som hadde misoppfatninger, klarte å få en forståelse for rekkefølgen. Desimaltallene ble presentert den første uka. Alle elevene klarte etter første uka å plassere desimaltallene. Samt klarte de å få en forståelse for hvordan desimaltall skulle adderes, men i test to var det fortsatt noen som hadde misoppfatninger knyttet til å regne med desimaltall. E1, E3 og E4 svarte ikke riktig på oppgaven knyttet til å regne sammen to desimaltall. Vi hadde ikke mye om dette, da elevene viste forståelse, samt klarte de å løse liknende oppgaver den første uka. Det var også viktigere å arbeide med brøkoppgavene, da det var det som hadde størst fokus i klasserommet, samt det elevene strevde mest med. Test to viser til at alle elevene utviklet sin forståelse for desimaltall begrepet, men ikke alle viser til det Skemp (1978) kaller for en relasjonell forståelse. E1, E2, E4 og E6 har brukt forklaringer som viser til en relasjonell forståelse knyttet til å sortere desimaltall gjennom prosjektet. E3 og E5 var vanskeligere å indikere forståelsen til, da de sorterer riktig, men viser ingen forklaring. E1 og E3 mener påstanden knyttet til om 3,6+3,6 er 6,12 er sann, noe som viser til en instrumentell forståelse av å regne med desimaltall. E2, E4, E5 og E6 svarer alle at påstanden er usann. Kun E2 og E6 forklarer hvorfor påstanden stemmer. E5 forklarer ikke hvorfor hun mener påstanden er usann, samt viser hun ikke til en utregning. Dette kan tyde på at E5 har en instrumentell forståelse knyttet til å regne med desimaltall. E5 kunne ofte konkludere med at en oppgave var en «lureoppgave». Det er med det vanskelig å si om hun egentlig forstår hvorfor påstanden ikke stemmer. E2 og E6 var de eneste som viste til en relasjonell forståelse av å regne med desimaltall, da de svarte riktig i begge testene og de gjennom prosjektet kunne forklare hvorfor reglene fungerte. Hadde vi arbeidet mer med desimaltall og jobbet enda mer i dybden med det som et tema, kunne utfallet blitt annerledes.

Sammenhengen med konsentrasjonen og fokuset virker å spille en viktig rolle i møte med oppgavene. Selv om alle elevene var deltakende under undervisningen om desimaltall, var det fortsatt slik at spesielt E1, E4 og E5 kunne falle mer ut og trengte støtte til påkobling. Å regne med desimaltall ble kun vist på tavla gjennom det Kirfel (2010) beskriver som eksemplifiseringsoppgaver. Altså ble det vist flere eksempler, men elevene måtte regne seg frem til svarene selv. Elevene fikk dette til den første uka, men viser i test 2 at dette enda var utfordrende å se sammenhengen med. Petit et al. (2010) fremholder modeller som kan hjelpe med å forstå brøk, den ene han presenterer er knyttet til tallinje. Dette brukte jeg i prosjektet i forbindelse med å konkretisere desimaltallets størrelse, da flere elever i den første testen hadde en misoppfatning knyttet til å sortere desimaltall. I den andre diagnostiske testen, klarte alle elevene å sortere desimaltallene riktig, noe som viser til at tallinjen som ble brukt har hjulpet elevene til å forstå desimaltallbegrepet bedre. Selv om det ikke kommer frem om elevene sitter igjen med en instrumentell eller relasjonell forståelse, tyder svarene i test to på at konkretiseringsoppgaven hadde effekt på elevene.

5.2 Brøkbegrepet

I den første testen var det som nevnt over varierende svar. Elevene brukte ulike metoder og strategier for å løse de ulike oppgavene. Oppgavene knyttet til brøk varierte fra den enkelte, noen svarte det samme, mens andre brukte helt andre strategier. I den første testen klarte ingen elever å svare riktig på spørsmål 5 (vedlegg 2). Oppgaven gikk ut på å dele en halv kake på tre barn. De fleste svarte at hvert barn fikk $\frac{1}{3}$. E5 svarer $\frac{1}{2}$. Oppgaven knyttes opp mot divisjon med brøk, da en halv kake skal deles på tre barn, men ingen av elevene i prosjektet så denne sammenhengen i test 1. Elevene satt med misoppfatningen Tokle et al. (2018) knytter til å ikke klare å se helheten. De klarte ikke å lage en brøk av en del, men lager heller en brøk av en hel. E6 svarer en halv, men barna får dette til sammen, ikke hver. Elevene har ikke hatt om brøk siden året før, og det er ikke sikkert de har lært om divisjon med brøk fra før av. Eleven hadde ikke kunnskap om hvordan oppgavene skulle løses og brukte derfor det både det Piaget (1977) og Ojose (2015) sier om å bruke tidligere erfaringer. Erfaringene og kunnskapene de bærer på fra før av, stemmer ikke med hva oppgaven ville frem til, dermed fikk elevene feil svar. I den andre testen, var det flere som klarte å løse denne oppgaven riktig, da vi hadde jobbet en del med slike oppgaver gjennom prosjektet. E1, E3 og E5 klarer ikke overføre teksten til å løse oppgaven riktig i test to. E1 og E5 hadde gjennom prosjektet utfordringer med å løse forskjellige oppgaver. Å skulle overføre det teksten spør etter var allerede utfordrende, samt strevde de begge en god del med konsentrasjonen.

I oppgaven hvor elevene skulle velge hvilken figur som representerte $\frac{1}{3}$, var det kun E2 som klarte dette under den første testen. E4 valgte ingen figurer, men resten svarte med å krysse av for de tre figurene hvor en av tre ruter var fargelagt. E1, E3, E5 og E6 hadde misoppfatningen Tokle et al. (2018) knyttet til hva brøken representerer. Elevene tok ikke hensyn til at rutene måtte være like store. Elevene viste med det, at de bruker en tidligere kunnskap om at brøken representerer en del, men vet ikke hva det vil si. I den andre diagnostiske testen klarte alle å svare riktig på denne oppgaven. Noen beskrev hva det betydde, andre beskrev ikke noe. Det at alle svarte riktig viser likevel at forståelsen økte. Elevene fikk til noe de ikke fikk til før prosjektet startet. Den siste oppgaven i den første diagnostiske testen gikk ut på at elevene selv skulle fylle inn riktig mengder ruter som kunne representere $\frac{1}{4}$. E1 farget to av tre figurer riktig. E3 farget kun en av figurene hvor det var fire ruter. E2, E4, E5 og E6 farger riktig mengde i alle figurene. E4 valgte ingen av figurene i oppgaven hvor de skulle velge en figur som representere $\frac{1}{3}$, og begrunnet dette med at rutene ikke var like store, og en av figurene hadde for mange ruter. Likevel klarte hun å fargelegge to av åtte ruter, en av fire ruter og tre av tolv ruter. E4 husket noen regler knyttet til brøk, men visste ikke hvorfor de fungerte eller ikke, samt koblet hun ikke sammenhengen mellom disse to oppgavene. E3 var den eneste som kun fargela en rute i figuren hvor det var fire ruter. E3 viste til at hun ikke var kjent med hva likeverdig brøk betydde, og hadde ikke kunnskap om at en figur med flere ruter fortsatt kunne representere en brøk hvor nevneren ikke viser til antallet ruter. E2 var den eneste som hadde riktig på begge disse oppgavene.

I den første testen var det kun E2 som klarte å addere to brøker sammen. I forhold til svarene hun ga i testen virker det som om denne forståelsen var instrumentell. E2 husket regelen for at nevnerne måtte være like når to brøker skal adderes, men hun viste i andre oppgaver at hun ikke hadde forståelse knyttet til hva dette betydde da hun ikke klarte å løse oppgaven hvor hun skulle finne en likeverdig brøk. E4 klarte å finne en likeverdig brøk og viste med det til Skemp (1978) sin beskrivelse av instrumentell forståelse, da hun beskrev det med at hun bare kunne sette null bak teller og null bak nevner. E4 klarte ikke å addere to brøker sammen, noe som viser at hun ikke visste hva likeverdig brøk betyr. De fleste løste addisjonsoppgaven med samme strategi som E4, da de adderte teller med teller og nevner med nevner. Fitri & Prahmana (2019) og Ojose (2015) skriver om at flere elever strever med å addere eller subtrahere to brøker sammen. Elevene har gjerne lært en regel om at dersom brøkene har en felles nevner trenger de kun å regne sammen tellerne, men i en oppgave hvor dette ikke er tilfellet blir de usikre på hva de skal gjøre. Tokle et al. (2018) og Petit et al. (2010) trekker frem hvordan elever kan ha utfordring med brøk, da de bruker heltallsforståelsen. Petit et al. (2010) beskriver det som en upassende bruk, da elevene bruker det de har lært om heltallene i oppgaver knyttet til brøk hvor disse reglene ikke stemmer. Når elevene i prosjektet skulle addere de to brøkene, brukte de fleste heltallsforståelsen, da de adderte teller med teller og nevner med nevner. Elevene klarte ikke å operere riktig med brøk slik Petit et al. (2010) beskriver. Ojose (2015) legger frem at modeller kan være til hjelp, for å få elever til å forstå hvorfor de må finne felles nevner. Dette startet vi med tidlig etter testen var fullført. Da brukte jeg pizzaoppgaven som konkret til å vise akkurat dette. Ved å legge ut pizzastykker i forskjellige størrelser, kunne elevene se at det ikke stemte med å legge sammen teller med teller, og nevner med nevner. Flere av konkretiseringsoppgavene knyttet til likeverdige brøker, og å regne med brøk gav elevene noe å knytte de abstrakte regneoppgavene til. Vi arbeidet en stund med hva likeverdighet betydde og hvorfor brøker måtte utvides og forkortes, slik at eleven fikk gått i dybden, samt en mulighet til å kunne oppnå en relasjonell forståelse. I den andre diagnostiske testen, klarte elevene å løse oppgavene knyttet til å addere og subtrahere brøk. Altså viser dette til Ojose (2015) sin teori om bruken av modeller for å forstå hva det vil si å finne felles nevner har hatt effekt på disse elevene. Det eneste som oppsto under test to var at noen av elevene gjorde det Brekke (2002) beskriver som en tilfeldig feil, da de endret subtraksjonstegnet til addisjonstegn i oppgave 9b (vedlegg 3). Gjennom prosjektet mestret disse elevene slike oppgaver og i testen utvidet de riktig, samt løste oppgaven rett dersom det hadde vært et addisjonsstykke. Forklaringene flere av elevene hadde underveis tyder på at de klarte å utvikle en relasjonell forståelse knyttet til brøkens verdi, likeverdige brøker og addisjon og subtraksjon av to brøker.

Oppgaven der elevene skulle finne en brøk mellom $\frac{1}{3}\ og \frac{2}{3}$ var også utfordrende. Ingen av elevene klarte denne i den første testen. Dette kan være fordi elevene ikke hadde en forståelse for hva en brøk egentlig er og hva den representerer. Elevene ser tallene 1 og 2. To av elevene svarte med at de skrev 1,5 som teller. Noe som igjen viser til heltallsforståelsen. E2 startet med å prøve å utvide brøkene, men gjorde det Ojose (2015) kaller for utførelsesmangel, da hun startet en prosess, men den gikk i stykker underveis. Dette viser at elevene ikke hadde kjennskap til hva en brøk representerer, samt at de ikke har kunnskap om hva likeverdig brøk er. I den andre testen var det tre av elevene som ble usikre under denne oppgaven. E1 startet, men hoppet over oppgaven, E3 skrev igjen 1,5 som teller. E5 startet riktig med å utvide brøkene, men skrev $\frac{3}{3}$ i stedet for $\frac{3}{6}$. Det kan hende E5 gjorde en tilfeldig feil slik Brekke (2002) beskriver, eller så har eleven hatt et brudd i oppgaven og ikke overført at nevneren også måtte endres. De tre andre elevene klarte å finne en brøk som er imellom og viste med det at de har utviklet forståelsen sin.

Det elevene strevde mest med å oppnå en relasjonell forståelse innenfor, var multiplikasjon og divisjon med brøk. Multiplikasjon fikk de fleste til under den andre testen. Kun E5 multipliserte heltallet med både teller og nevner. E5 klarte derimot å multiplisere teller med teller og nevner med nevner når to brøker skulle multipliseres. Dette kan ha noe med at hun var borte når de andre fikk undervisning om dette, samt strevde hun mye med konsentrasjonen som gjorde at å tilegne seg kunnskapene kunne være utfordrende. E3 og E6 regnet riktig i oppgavene hvor et heltall skulle multipliseres med en brøk, men glemte eller var usikre på hvordan de skal komme frem til et heltall.

E6 klarte dette i oppgave 9c (vedlegg 3). Når det kom til å dividere heltall på brøk og brøk på heltall var det noen av elevene som ble usikre på hvilken brøk som skulle snus for å multipliseres sammen. E5 viste ikke hvordan disse skal løses og fikk feil på begge. E3 og E1 snur feil brøk i oppgave 9f (vedlegg 3). Dette kan være for de husker regelen om at en brøk skal snus og siden heltallet ble snudd i oppgaven før, gjorde de det samme i den siste. Når vi arbeidet med dette, var det utfordrende å jobbe opp mot en relasjonell forståelse. Dette kan handle om at vi ikke fikk like mye tid til å arbeide i dybden med dette slik som vi fikk med likeverdige brøker og hva det betyr å måtte utvide og forkorte brøker. Hadde elevene fått mer tid til å jobbe mot å oppnå en forståelse av hva det vil si å dividere brøk, kunne utfallet i disse oppgavene blitt annerledes.

Fitri & Prahmana (2019) forklarer at elver kan se på brøk som meningsløse symboler og konkludere med at teller og nevner er separate tall. Dette kan ha noe med at elevene er i et klasserom med en full klasse, timene består gjerne av en gjennomgang og selvstendigarbeid og det er sjeldent rom for utforsking. Gjennom forskningsprosjektet fikk elevene mulighet til å utforske gjennom konkretiseringsoppgavene. Slik Dewey (2009) beskriver, lærer barn gjennom «å gjøre». Han mener at barn har mer utbytte av å utforske og teste, enn å bare sitte «og lytte». Elevene fikk muligheten til å utforske og gjøre ting, da de fikk møte brøk gjennom det Kirfel (2010) beskriver som konkreter. Elevene fikk visualiserte oppgaver, eksemplifiseringsoppgaver, kontekstualiseringsoppgaver og materialiseringsoppgaver. Dette gjorde at elevene kunne møte brøk med nye øyne, samt få oppgaver som passet både deres nivå og deres metoder for å lære. Ved den varierte undervisningen kunne elevene knytte brøk opp mot noe mer enn bare de abstrakte tallene. Elevene fikk det Imsen (2017) beskriver om Deweys teori, knyttet til å lære gjennom ytre stimuli. For elevene som deltok i prosjektet ble dette en viktig faktor for å kunne oppnå en relasjonell forståelse, da oppgavene gav dem en mulighet til å knytte brøk til det konkrete. Siden elevene i prosjektet deltok i en mindre gruppe, fikk også hver enkelt elev mulighet til tilpasninger, samt forklaring dersom de sto fast på en oppgave. Elevene sa selv at de følte de lærte mye mer av å arbeide i en slik gruppe, med slike typer oppgaver, da det var lettere å forstå gjennom metodene som ble brukt. Skemp (1978) skriver om utfordringer knyttet til å skulle undervise for å oppnå en relasjonell forståelse da dette tar mye lengre tid for elever å oppnå. Jeg kan forstå hva som ligger i dette, da det til en grad i dette prosjektet ble noe utfordrende. Samtidig så jeg på arbeidet mot å utvikle en relasjonell forståelse som lettere i en mindre gruppe, da jeg lettere kunne tilpasse undervisningen og møte elevene der de sto fast.

6 Konklusjon

Med denne avhandlingen har jeg forsøkt å belyse problemstillingen og forskningsspørsmålene knyttet til forskningsprosjektet:

«Hvordan kan konkretiseringsarbeidet innenfor brøk og desimaltall fremme relasjonell forståelse for en mindre gruppe elever på 7.trinn?»

> *«Hvilken innvirkning har konkretiseringsarbeid på elever som strever med brøk og desimaltall»*
>
> *«Hvordan kan dybdelæring være til hjelp for å utvikle forståelsen?»*

Gjennom den første diagnostiske testen som ble utført i første møte med elevene fikk jeg et innblikk i hva elevene kunne fra før av, og hvilke utfordringer de hadde knyttet til brøk og desimaltall. Ut fra dette, samt målene elevene skulle gjennom knyttet til den ordinære undervisningen, kunne prosessen starte med å utvikle elevenes forståelse. Elevene som deltok i prosjektet, hadde liknende utfordringer til å starte med. Utfordringene var bestående av det forskningen vist i denne avhandlingen, beskriver som vanlige blant elever å ha når det kommer til møte med brøk og desimaltall. For å arbeide mot en relasjonell forståelse arbeidet jeg i dybden med oppgaver som kunne konkretisere det abstrakte med brøk og desimaltall. Det ble arbeidet mest med brøk og elevene møtte konkretiseringsoppgavene svært likt. Elevene utrykket selv at de lærte mer gjennom å arbeide i mindre gruppe og med oppgaver som viste konkreter. De utrykket også at den ordinære undervisningen kunne ofte være utfordrende da undervisningen går for raskt gjennom hvert tema.

Selv om elevene til å begynne med viste til flere av de samme utfordringene var de også svært forskjellige i mottakelsen av undervisningen og oppgavene. De hadde forskjellig konsentrasjonsnivå, arbeidstempo og tok til seg undervisningen forskjellig. Jeg prøvde å tilrettelegge for hver elev, men merket på samme tid at dette var utfordrende da det var seks elever med hver sine behov. Noen av elevene trengte mer hjelp enn andre, samt hadde flere utfordringer. E2 og E6 tilegnet seg kunnskapen raskt, de klarte å løse flere oppgaver selvstendig og viste til en relasjonell forståelse knyttet til flere av oppgavene. E4 tilegnet seg også kunnskapene svært godt, men konsentrasjonen gjorde at hun ofte kunne slurve. Hun trengte ofte påminnelser, men kunne da vise til en relasjonell forståelse. E3 var midt imellom. Hun arbeidet godt, men strevde samtidig med å huske alt. E3 kunne nok trengt enda mer hjelp med å utvikle en relasjonell forståelse. E2 og E5 var de elevene som strevde mest. Konsentrasjonen kom ofte i veien for oppgaveløsning, men begge appellerte godt til konkretiseringsoppgavene. E2 og E5 fikk tid med meg alene i løpet av prosjektet, og med det fant jeg ut at de kunne fått et enda bedre utbytte av prosjektet dersom de hadde vært alene eller i en enda mindre gruppe.

Elevene utviklet forståelsen sin gjennom prosjektet, alle viste til en forbedring fra starten. Forståelsen til elevene var varierende. Det var en blanding av både det Skemp (1978) beskriver som instrumentell og relasjonell forståelse. I noen av oppgavene viste elevene en utvikling av relasjonell forståelse da de gjennom prosjektet klarte å forstå reglene og flere viste dette gjennom forklaringer underveis. Det kommer ikke like tydelig frem i den andre diagnostiske testen, da det ikke ble mulig å holde samtaler med hver elev til enhver oppgave.

Konklusjonen peker mot at konkretiseringsoppgavene hadde en god effekt på disse elevene, da møtet med konkretene gav elevene en mulighet til å knytte det abstrakte begrepet til noe meningsfullt. Gjennom konkretiseringsoppgavene kommer også dybdelæring frem. Dybdelæringen gjennom konkretiseringsarbeidet gav elevene mulighet til å arbeide med å utvikle forståelse for begrepene, samt gav det en mulighet til å lære ulike strategier. Flere av elevene viste også til at de klarte å regulere seg selv i møte med oppgavene, samt tenke over og forklare hvordan og hvorfor ulike strategier fungerte i de ulike oppgavene. Alle elevene viste gjennom prosjektet at de til dels utviklet en relasjonell forståelse til flere punkter. Dette viser seg som nevnt gjennom arbeidet til elevene og samtalene knyttet til ulike oppgaver. Elevene viser også at forståelsen noen plasser knytter seg til en instrumentell forståelse. Det var mer utfordrende noen plasser å utvikle den relasjonelle forståelsen da tiden ikke strakk til. Selv om alle elevene gjorde det bedre i den andre diagnostiske testen, og viste en økt forståelse var det ikke alle punkter de oppnådde en relasjonell forståelse. Gruppen som deltok besto også av seks svært forskjellige elever med hver sine behov, noe som gjorde det utfordrende å nå ut til alle til enhver tid. Dersom elevgruppen hadde vært mindre, hadde hver elev kunne fått enda bedre tilpasninger og utfallet kunne blitt annerledes. Hver av elevene utviklet seg forskjellig. Selv om prosjektet viser til en effekt for de elevene som fikk delta i prosjektet, indikerer ikke konklusjonen med at det vil gjelde i alle liknende tilfeller.

6.1 Implikasjoner for praksis

Dette forskningsprosjektet har vært lærerikt og viktig for meg som fremtidig lærer. Jeg har sett effekten av både konkretiseringsarbeid og dybdelæring, samt hvordan elever arbeider i mindre grupper. Elevene i prosjektet syntes brøk og desimaltall var utfordrende i starten. Flere elever utrykket også at matematikk var et utfordrende fag generelt. I starten for å bli kjent med elevene snakket vi om deres tanker knyttet til matematikken, under viser jeg til to av elevenes utsagn.

> Meg: Hva synes dere om matematikkfaget?
>
> E1: Jeg synes det er kjedelig

> E4: Jeg synes også det er kjedelig. Det er også vanskelig for jeg skjønner ikke så mye av undervisningen

I starten beskrev de matematikk som kjedelig, og E4 utdyper med at det var vanskelig å henge med i den ordinære undervisningen. En av elevene sa også helt tidlig at hun ikke skjønte seg på brøk. Utsagnet hennes har jeg valgt å bruke i tittelen av avhandlingen for å understreke at mange elever synes temaet er vanskelig. Underveis i prosjektet snakket vi om hvordan de syntes prosjektet var så langt.

> Meg: Hva synes dere om prosjektet så langt, føler dere at dere lærer noe?
>
> E4: Ja, jeg skulle ønske vi kunne vært med ut hele tiden! Jeg føler jeg lærer så mye mer her ute, enn i klasserommet. Samtidig føler jeg at jeg får mer hjelp her, og jeg klarer å konsentrere meg litt bedre her enn i klasserommet
>
> E1: Enig, synes egentlig matematikk ble litt gøy
>
> E5: Det er enda litt vanskelig, men jeg synes du er flink til å forklare, så det blir liksom litt lettere
>
> E2: Jeg er enig med de andre, føler også jeg har lært kjempe mye om brøk og at jeg faktisk forstår det mye bedre nå enn før

Dette viser bare et utsnitt av en samtale vi hadde. Elevene var positive og sa at de selv følte de lærte mer av å arbeide i en liten gruppe. Elevene viste også til at oppgavene som konkretisering var til hjelp med å forstå brøk og desimaltall bedre. I slutten av prosjektet sa også elevene at de ønsket jeg skulle være med hele tiden, da de følte de fikk god nytte av og delta. Tilbakemeldingene fra elevene og metodene som er brukt for å konkretisere matematikk er noe jeg vil ta med meg videre i læreryrket. Jeg ser på dette prosjektet som en lærerik opplevelse, hvor jeg kan ta med meg metoder som er gjennomført i fremtidige undervisningstimer. Samt kan avhandlingen og forskningen brukes av andre som ønsker å teste ut liknende oppgaver eller prosjekter.

6.2 Veien videre

Dette forskningsprosjektet har lært meg mye. Jeg har fått nye erfaringer knyttet til arbeid med konkretisering, samt blitt mer bevist på arbeid med dybdelæring. Jeg har fått en økt bevissthet knyttet til elevenes læring og effekten av å arbeide med mindre grupper. Jeg ser også at arbeidet jeg har gjennomført har rom for forbedring. Jeg ser et potensial i prosjektet i forhold til elevenes opplevelse av å arbeide i mindre gruppe, samt kan dette knyttes opp mot nivådeling i faget.

Dette forskningsprosjektet kan åpne opp en mulighet for å arbeide med nivådeling. Elevene som deltok strevde med brøk og desimaltall. Undervisningen ble tilpasset til elevgruppen, noe som gjorde det mulig å gi elevene en annen utbytte enn i den ordinære undervisningen. Det kunne vært interessant å forske videre på hvilke effekt et slik prosjekt hadde hatt for de som ligger på middels nivå i matematikk og de som synes matematikk er et enkelt fag å arbeide med. For å kunne utføre et slikt prosjekt, kunne det vært mulig å gi en diagnostisk test til alle, for å kartlegge nivå. Slik at elever kunne blitt delt inn i grupper, etter nivået de viser til innenfor temaet som arbeides med. Med å dele elevene etter nivå, kunne hver gruppe fått tilpasninger etter sine behov. Videre kunne det også vært interessant å finne ut mer om tilpasning i hel klasse, ettersom vi vet at en stor utfordring i dagens skole er å få ressursene til å strekke til.

En annen mulighet for videre forskning, kan være å ta utgangspunkt i en liknende problemstilling for å teste den ut på flere grupper. Resultatene kunne ha blitt sammenliknet for å se om konkretiseringsarbeid har en effekt på flertallet. Det kunne vært interessant å se om det hadde vært like trekk på både møte med liknende oppgaver, samt om elevene selv hadde følt de hadde fått god utbytte av et slikt prosjekt.

Litteraturliste

Aanesen, K. H. (2020, 29. oktober). *Forskningslogg*. NDLA. https://ndla.no/article/26724

Andersson-Bakken, E. & Dalland, P.C. (2021) *Metoder i klasseromsforskning. Forskningsdesign, datainnsamling og analyse*. Utdanningsforlaget.

Anker, T. (2020). *Analyse i praksis: en håndbok for masterstudenter*. Cappelen Damm akademisk.

Axelsen, T. & Finset, A. (1973). *Aksjonsforskning i teori og praksis.* Cappelens Forlag.

Birkeland, P. A., Breiteig, T., & Venheim, R. (2018). *Matematikk for lærere 1* (6. utg.). Universitetsforlaget.

Bjørnsrud, H. (2005). *Rom for Aksjonslæring. Om tilpasset opplæring, inkludering og læreplanarbeid*. Gyldendal Norsk Forlag.

Brekke, G. (2002). *Kartlegging av matematikkforståelse: Introduksjon til diagnostisk undervisning i matematikk.* Læringssenteret

Braun, V., & Clarke, V. (2006*). Using thematic analysis in psychology. Qualitative Research in Psychology*, 3(2), 77–101. https://doi.org/10.1191/1478088706qp063oa

Braun, V., & Clarke, V. (2012). Thematic analysis. I I. H. Cooper, M. P. Camic, A. T. Long, T. Panter, D. Rindskopf, J. K. Sher, & (Red), *APA Handbook of research methods in psychology* (ås. 57-71). Washington, DC: American Psychological Association.

Botten, G. (2016). *Matematikk med mening: mening for alle*. Caspar forlag.

Christoffersen L. & Johannesen, A. (2012). *Forskningsmetode for lærerutdanningene*. Abstrakt forlag.

Datatilsynet. (2015). *Anonymisering av personvernsopplysninger*. Datatilsynet. https://www.datatilsynet.no/globalassets/global/dokumenter-pdfer-skjema-ol/regelverk/veiledere/anonymisering-veileder-041115.pdf

Dewey. (2009). *The school and society; & The child and the curriculum* (p. 96). ReadaClassic.com.

Fitri, & Prahmana, R. C. I. (2019). Misconception in fraction for seventh-grade students. *Journal of Physics. Conference Series, 1188(*1), 12031. https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1742-6596/1188/1/012031/pdf

Furu, E. M. (2013). Lærerstudenten som aksjonslærer i klasserommet. I M. Brekke & T. Tiller (Red.), *Læreren som Forsker. Innføring i forskningsarbeid i skolen* (s.45-61). Universitetsforlaget.

Kaufmann, O.T. (2010) Bruk av konkreter. *Tangenten, 2010* (1), s.23-26.

Kilpatrick, J., Swafford, J., Findell, B., & National Research Council. (2001). *Adding it up: helping children learn mathematics*. National Academy Press.

Kirfel, C. (2010). Korden [Lederartikkel]. *Tangenten, 2010* (1) s. 1 & s.53

Kunnskapsdepartementet. (2017). *Overordnet del – Kompetanse i fagene*. Fastsatt som forskrift ved kongelig resolusjon. Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2020. https://www.udir.no/lk20/overordnet-del/prinsipper-for-laring-utvikling-og-danning/kompetanse-i-fagene/

Matematikksenteret (u.å.). *Diagnostiske oppgaver knyttet til brøk og prosent*. Hentet 26. september 2023 fra https://www.matematikksenteret.no/kartlegging-i-matematikk/misoppfatninger-i-matematikk/diagnostiske-oppgaver-knyttet-til-br%C3%B8k-og

Norsk senter for forskningsdata (u.å.). *Meldeskjema for personvernopplysninger i forskning*. Hentet 23.mars.2023 fra: https://sikt.no/fylle-ut-meldeskjema-personopplysninger

Nosrati M. & Wæge K. (2018). *Dybdelæring i matematikk*. Matematikksenteret og Naturfagsenteret. https://realfagsloyper.no/sites/default/files/2021-03/T3.P1.M1A-Dybdel%C3%A6ring%20i%20matematikk_2.pdf

Nyeng, F. (2012). *Nøkkelbegreper i forskningsmetode og vitenskapsteori*. Fagbokforlaget.

Ojose, B. (2015). *Common misconceptions in mathematics: strategies to correct them*. University Press of America, Inc.

Petit, M.M., Laird R.E. & Marsden, E.L. (2010). *A focus in fractions: Bringing research to the classroom*. Routledge.

Piaget, J. (1977). *The origin of intelligence in the child*: Jean Piaget; translated by Margaret Cook (p. 464). Penguin.

Postholm, M.B. (2005). *Kvalitativ metode. En innføring med fokus på fenomenologi, etnografi og kasusstudier*. (2.utg.). Universitetsforlaget

Rösken, B., & Rolka, K. (2006, July). A picture is worth a 1000 words–the role of visualization in mathematics learning. In *Proceedings 30th conference of the International Group for the Psychology of mathematics education* (Vol. 4, pp. 457-464). Prague: Charles University.

Skemp. R. (1978). Relational Understanding and Instrumental Understanding. *The Arithmetic Teacher, 26*(3), 9–15. https://teamone.msuurbanstem.org//wp-content/uploads/2014/07/Skemp-Relational-Instrumental-clean-copy-AT-1978.pdf

Stedøy. I. M. (2018). *Matematisk problemløsning*. Matematikksenteret. https://realfagsloyper.no/sites/default/files/2019-01/Matematisk%20probleml%C3%B8sing%20%28UV%29_0.pdf

Thagaard, T. (2009). *Systematikk og innlevelse: en innføring i kvalitativ metode* (3. utg., p. 250). Fagbokforlaget.

Thompson, P.W. (1994). *Concrete materials and teaching for mathematical understanding*. file:///C:/Users/regin/Downloads/Concrete_materials_and_teaching_for_mathematical_u.pdf

Tjora, A. (2021). *Kvalitative Forskningsmetoder i praksis* (4.utg.). Gyldendal Norsk Forlag.

Tokle O.D., Bondø A. & Åsenhus, R. (2018). *Misoppfatninger knyttet til brøk*. Matematikksenteret. https://realfagsloyper.no/sites/default/files/2018-08/Tokle%2C%20Bond%C3%B8%2C%20%C3%85senhus%20-%20Misoppfatninger%20knyttet%20til%20br%C3%B8k.pdf

Vamvakoussi, & Vosniadou, S. (2010). *How Many Decimals Are There Between Two Fractions? Aspects of Secondary School Students' Understanding of Rational Numbers and Their Notation*. *Cognition and Instruction*, *28*(2), 181–209. https://doi.org/10.1080/07370001003676603

Vedlegg

Vedlegg 1: «Deler av logg og transkribert lydopptak»

LOGG: Dag 1:

Første time med elevene startet med at jeg introduserte temaet for elevene. Jeg forklarte hva vi skulle gjøre i løpet av denne dagen og hva vi skal jobbe med videre. De skulle denne timen arbeide hver for seg med sin test. De fikk tydelig beskjed om at de ikke kunne få hjelp, at de ville bli stilt spørsmål underveis til å forklare hva de tenker. Jeg spurte alle om de fortsatt ønsket å delta, at de kunne trekke seg når som helst. Jeg gav også beskjed om at de selv kunne bestemme om jeg skulle ta opptak av samtaler eller ikke.

Jeg spesifiserte for elevene at dette ikke var en prøve, men en slagst test og sa at det ikke var noe de måtte være redd for eller stresse over. Jeg forklarte hva testen gikk ut på, at de skulle løse oppgaver stille hver for seg og forklarte at bakgrunnen for testen var at jeg skulle se hva de kan/ikke kan slik at vi kan arbeide med det de synes er utfordrende videre. Jeg sa at de ikke trengte å være redd eller stresse over om de får feil eller rett. Målet var at de skulle gjøre sitt beste slik at jeg kunne hjelpe dem best mulig videre. Jeg poengterte at om det er feil, så er det egentlig bare bra, for da ser jeg hva jeg kan hjelpe dem med.

Jeg prøvde å ufarliggjøre testen før de skulle starte og elevene viste til at det var greit. De jobbet bra og flittig med oppgavene.

Jeg så hvem som skrev forklaringer og hvem som synes det å forklare var vanskelig. Underveis gikk jeg rundt og stilte dem spørsmål om dem kunne forklare hva de tenkte om oppgavene.

Deler av transkribert lydopptak:

Elev 1:

- Jeg: hva tenker du om svaret ditt på oppgaven (viser til oppgave3) (eleven har skrevet svaret 0,5)
- Elev: jeg vet ikke.
- Jeg (leser oppgaven): skriv et tall som er større en 0,3 og mindre en 0,4.
- Elev: fordi 0,5 er midt imellom
- Jeg: er det midt imellom?
- Elev: jeg tror det.
- Jeg: ja, hvordan tenkte du det var imellom?
- Elev: fordi at. Jeg vet ikke..
- Jeg: du vet ikke? Det går bra, du skriver det du tenker det er

  (hopper over til oppgave 2, eleven har ikke gjort denne)
- Jeg: Hva tenker du her? (refererer til oppgave 2), Hvilke tall tror du er det minste tallet?
  Elev peker på 0,6
- Jeg: hvorfor tenker du det er det minste?
- Elev: hmm, at, jo fordi at det er det minste tallet, jeg vet ikke hvorfor, men det er det minste tallet.
- Jeg: ja, bare skriv det opp slik du tenker rekkefølgen skal være.
  (eleven skriver opp og viser til at hun bruker strategien «lengste tall er størst»)

E5: oppgave 8

- Elev: kan det være flere (peker på rutene med de ulike verdiene
- Jeg: du velger bare 1. (ser eleven har valgt ruta med 3,4). Hva tenkte du da du valgte den?

  Elev begynner å skrive
- Elev: hva heter den, den streken i midten? (peker på brøkstrek)
- Meg: brøkstrek

  Elev fortsetter å skrive «for hvis du tar vekk brøkstrek så får du 3,4»
- Meg: Hva tenkte du når du valgte 3,4?
- Elev: siden da tar du tre tallet åsså tar du et komma så blir det fire
- Meg: Så da tenkte du at brøken er det samme som 3,4?
- Elev: ja

  eleven går over til neste oppgave 9 a)
- Elev: kan det være 7 av 3?
- Meg: hva tenker du, hvis du skal ha en brøk som har samme verdi? Hva gjør du da?
- Elev: kan jeg gjøre sånn? (skriver 7/3)
- Meg: hvis du tenker det er rett, så skriver du det? Men hva tenker du med det? Kan du forklare meg?
- Elev: jeg tenker at det er det samme for jeg bytter på tallene.
- Meg: Du tenker det er det samme for du byttet på tallene?
- Elev: ja
- Meg Ja, du skriver det du tror er rett, vi skal lære mer om dette senere også.

Vedlegg 2: «Diagnostisk test 1»

BRØK OG DESIMALTALL

<u>Oppgave 1:</u>

Studer tallene 0,5 og 0,23. Hvilke av tallene er størst?

Forklar og vis hva du tenker:

<u>Oppgave 2</u>:

Sorter tallene fra minst til størst, Forklar hva du tenker:

0,1275 0,6 0,240 0,41 0,13 0,300

<u>Oppgave 3</u>:

Skriv et tall som er større en 0,3 og mindre enn 0,4

Vis/Forklar hva du tenker:

<u>Oppgave 4:</u>

En sekk med poteter veier 3,6kg, stemmer det at to sekker vil veie 6,12kg?

Er påstanden sann eller usann? Vis og forklar under hva du tenker:

<u>Oppgave 5:</u>

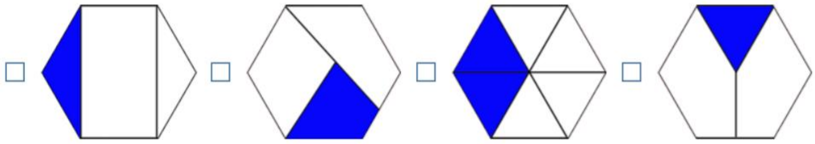
En halv sjokoladekake deles på tre barn, hvor stor del av kaka får de hver?

a) $\frac{1}{3}$ b) $\frac{1}{6}$ c) $\frac{1}{2}$

Vis og forklar under hva du tenker:

<u>Oppgave 6</u>:

Sett kryss foran den eller de av figurene som viser $\frac{1}{3}$.



Forklar/ Vis hvordan du tenker her:

Oppgave 7:

a) Regn ut: $\frac{2}{6} + \frac{1}{4}$

b) Skriv en brøk som er mellom $\frac{1}{3}\ og\ \frac{2}{3}$

Vis og forklar hva du tenker:

Oppgave 8:

Hvilket tall har samme verdi som $\frac{3}{4}$?

☐ 3 ☐ 0,75 ☐ 3,4 ☐ 0,25

Vis/Forklar hvordan du tenker her:

Oppgave 9:

a) Skriv en brøk som har samme verdi som $\frac{3}{7}$.

Vis/Forklar hva du gjør og forklar hva du tenker:

b) Skriv en brøk som har dobbel så stor verdi som $\frac{2}{5}$

Vis og forklar hva du tenker under:

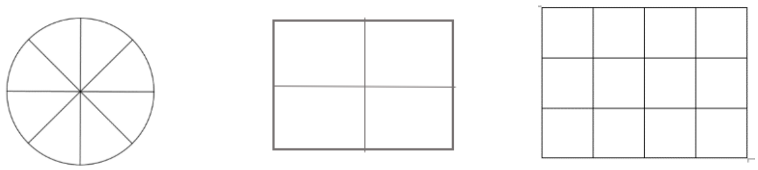
c) Hva skal stå i den tomme boksen:

Vis og forklar hva du tenker

$$\frac{1}{3} = \frac{3}{\square}$$

<u>Oppgave 10</u>:

Fyll inn figurene slik at de samsvarer med brøken $\frac{1}{4}$



Forklar hva du tenker:

Vedlegg 3: «Diagnostisk test 2»

BRØK OG DESIMALTALL

<u>Oppgave 1</u>:

a) Sorter tallene fra minst til størst, Forklar hva du tenker:

0,1275 0,6 0,240 0,41 0,13 0,300

b) Skriv et tall som er større en 0,3 og mindre enn 0,4. Vis/Forklar hva du tenker:

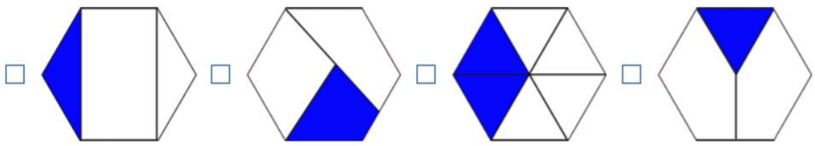
<u>Oppgave 2:</u>

En sekk med poteter veier 3,6kg, stemmer det at to sekker vil veie 6,12kg?

Er påstanden sann eller usann? Vis og forklar under hva du tenker:

Oppgave 3:

Sett kryss foran den eller de av figurene som viser $\frac{1}{3}$.



Forklar/ Vis hvordan du tenker her:

Oppgave 4:

Skriv en brøk som er mellom $\frac{1}{3}$ og $\frac{2}{3}$ .Vis og forklar hva du tenker:

Oppgave 5:

Hvilket tall har samme verdi som $\frac{3}{4}$? Vis/Forklar hvordan du tenker her:

☐ 3 ☐ 0,75 ☐ 3,4 ☐ 0,25

Oppgave 6:

d) Skriv en brøk som har samme verdi som $\frac{3}{7}$.

Vis/Forklar hva du gjør og forklar hva du tenker:

e) Skriv en brøk som har dobbel så stor verdi som $\frac{2}{5}$

Vis og forklar hva du tenker under:

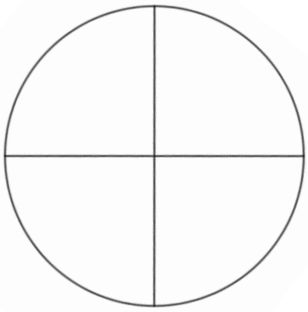
f) Hva skal stå i den tomme boksen:

Vis og forklar hva du tenker

$$\frac{\square}{27} = \frac{2}{3}$$

Oppgave 7:

1. Fyll inn figuren slik at den samsvarer med brøken $\frac{1}{4}$
2. Utvid brøken og figuren med 2. Hva skjer med stykkene i figuren?



Forklar hva du tenker:

Oppgave 8:

a) En halv sjokoladekake deles på tre barn, hvor stor del av kaka får de hver?

A $\frac{1}{3}$ B $\frac{1}{6}$ C $\frac{1}{2}$

Vis og forklar under hva du tenker:

b) Trine kjøpte 12 flasker brus, hver flaske rommer $\frac{1}{3}Liter$. Hvor mange liter brus kjøpte Trine?

Oppgave 9: Regn ut og vis utregning

a) $\frac{2}{6} + \frac{1}{4} =$

b) $\frac{4}{7} - \frac{1}{3} =$

c) $12 \times \frac{2}{6} =$

d)

e) $\frac{3}{5} \times \frac{5}{6} =$

f) $\frac{1}{3} : 3 =$

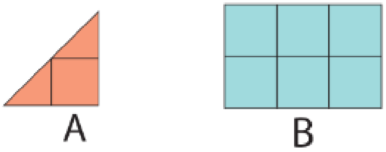
g) $3 : \frac{1}{3} =$

Vedlegg 4: «Oppgaveark – oppgaver underveis»

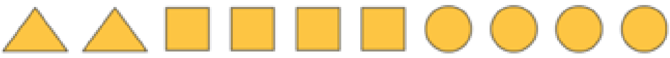
BRØK

<u>Oppgave 1:</u> <u>Finn brøkdelen</u>

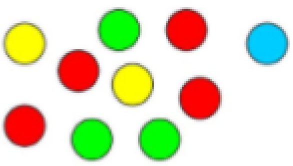
a) Hvor stor brøkdel er figur A av figur B?



b) Hvor stor andel av figurene er sirkler?



c) Hvor stor andel av nonstoppene er grønne?



d) Hvor stor andel av barna er gutter?

e) Figuren under viser Emma som går fra skolen og hjemover. Den røde pilen viser hvor langt hun har gått. Hvor stor del av skoleveien har Emma gått?

$$\frac{\square}{\square}$$

Oppgave 2: Sammenlikne brøker

a) Hvilken brøk har størst verdi?

1. $\frac{1}{4} \bigcirc \frac{1}{5}$ 2. $\frac{3}{5} \bigcirc \frac{2}{3}$ 3. $\frac{12}{20} \bigcirc \frac{21}{35}$

b) Hvilket tall mangler?

1. $\frac{1}{8} = \frac{\square}{48}$ 2. $\frac{\square}{27} = \frac{2}{3}$

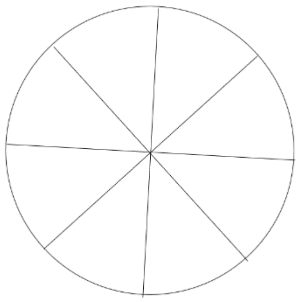
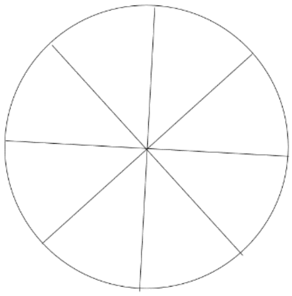
c) Forkort brøkene så mye som mulig

1. $\frac{4}{36} = \frac{\square}{\square}$ 2. $\frac{22}{77} = \frac{\square}{\square}$

d) I en klasse er det 30 elever. De har hatt avstemning på hvilke aktiviteter elevene driver på med. $\frac{1}{3}$ av elevene går på med turn, $\frac{3}{5}$ spiller fotball, $\frac{3}{10}$ spiller håndball.
Hvor mange elever driver på med de ulike aktivitetene?

Oppgave 3: Regn ut og forkort svaret hvis mulig.

a) Kristin er ute med noen venner, de deler på to pizzaer. De spiser $\frac{5}{8}$ av den ene pizzaen og $\frac{2}{4}$ av den andre. Hvor mye pizza har de spist til sammen? (Fyll inn figurene)

b) Solvei, Trine og Peter deler en sjokoladeplate på 24biter.

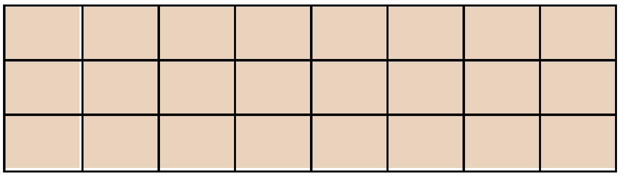
Solvei spiser $\frac{2}{8}$, Trine spiser $\frac{1}{6}$ og Peter spiser $\frac{1}{3}$.

1. Hvor mange biter spiste de til sammen?

$$\frac{2}{8} + \frac{1}{6} + \frac{1}{3} = \frac{\square}{\square}$$

2. hvor mange biter er det igjen?

$$\frac{24}{24} - \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$$



Oppgave 4: Regn ut og forkort svaret hvis mulig

1. $\frac{5}{13} + \frac{4}{13} = \frac{\square}{\square}$

2. $\frac{19}{25} - \frac{14}{25} = \frac{\square}{\square}$

3. $\frac{5}{9} + \frac{4}{18} = \frac{\square}{\square}$

4. $\frac{5}{6} - \frac{3}{4} = \frac{\square}{\square}$

Oppgave 5: Gjør om

a) Gjør om til blandet tall

1. $\frac{6}{5} = \square\frac{\square}{\square}$

2. $\frac{8}{3} = \square\frac{\square}{\square}$

3. $\frac{25}{7} = \square\frac{\square}{\square}$

b) Gjør om til uekte brøk

1. $2\frac{1}{4} = \frac{\square}{\square}$

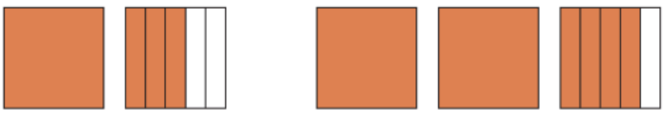
2. $3\frac{4}{5} = \frac{\square}{\square}$

3. $1\frac{3}{8} = \frac{\square}{\square}$

<u>Oppgave 6</u><u>: Blandet tall</u>

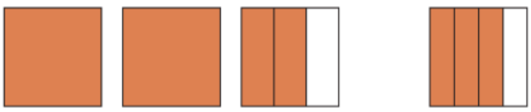
a) Regn ut:

$1\frac{3}{5} + 2\frac{4}{5} = \square\frac{\square}{\square}$



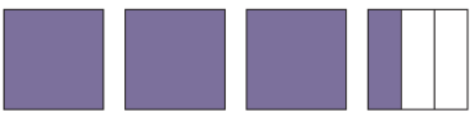
b)

$2\frac{2}{3} + \frac{3}{4} = \square\frac{\square}{\square}$



c)

$3\frac{1}{3} - 1\frac{2}{9} = \square\frac{\square}{\square}$



d) $4\frac{1}{2} - 3\frac{3}{5} = \square\frac{\square}{\square}$

Dividere med brøk

Regel: *når vi dividerer en brøk med en brøk, snur vi den bakerste brøken og ganger brøkene sammen.*

Oppgave 1: Dele en brøk på et heltall (Tips: gjør om heltallet til en brøk)

a) Det er $\frac{1}{3}$ igjen av en kake. To venninner skal dele restene. Hvor mye får hver av dem?

$$\frac{\square}{\square} : \square \rightarrow \frac{\square}{\square} \times \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$$

b) Fire jenter skal dele en halv sjokoladeplate. Hvor mye får de hver?

$$\frac{\square}{\square} : \square \rightarrow \frac{\square}{\square} \times \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$$

c) $\frac{2}{5}$ av en twist pakke skal deles på 3 barn. Hvor mye får hver av disse barna?

$$\frac{\square}{\square} : \square \rightarrow \frac{\square}{\square} \times \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$$

Oppgave 2: Dele et heltall på en brøk (Tips: gjør om heltallet til en brøk)

a) En kanne med saft inneholder 3L. Den skal helles over i glass som rommer $\frac{1}{5}$ Liter. Hvor mange glass trenger vi?

$$\square : \frac{\square}{\square} \rightarrow \frac{\square}{\square} \times \frac{\square}{\square} = \square$$

b) En annen kanne saft inneholder 4L saft. Denne skal helles over i glass som rommer $\frac{2}{5}$ Liter. Hvor mange glass trenger vi?

$$\square : \frac{\square}{\square} \rightarrow \frac{\square}{\square} \times \frac{\square}{\square} = \square$$

Oppgave 3: Regn ut

a) $\frac{1}{3} : \frac{2}{4} \rightarrow \frac{\square}{\square} \times \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$

b) $\frac{3}{7} : \frac{2}{5} \rightarrow \frac{\square}{\square} \times \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$

c) $\frac{5}{6} : \frac{1}{4} \rightarrow \frac{\square}{\square} \times \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$

d) $3 : \frac{1}{6} \rightarrow \frac{\square}{\square} \times \frac{\square}{\square} = \square$

e) $8 : \frac{2}{3} \rightarrow \frac{\square}{\square} \times \frac{\square}{\square} = \square$

f) $\frac{2}{3} : 6 \rightarrow \frac{\square}{\square} \times \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$

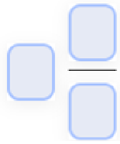
MULTIPLISERE MED BRØK

Oppgave 1:

Line skal gå en fjelltur på 16km. Nå har hun gått $\frac{1}{4}$ av turen. Hvor lagt har hun gått? (Finn $\frac{1}{4}$ av 16)

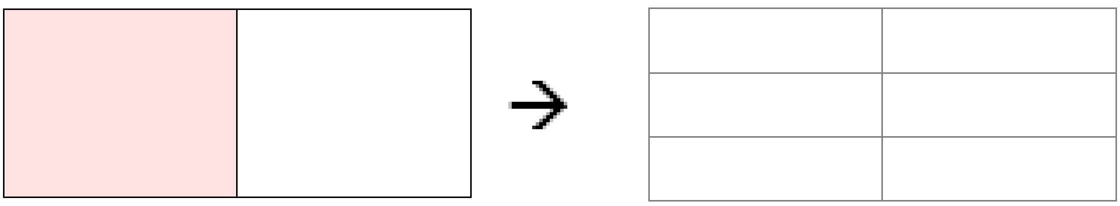
Oppgave 2:

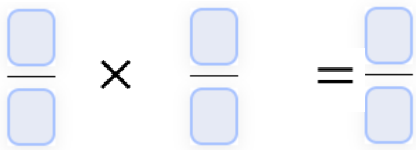
Vilde sykler en runde på $\frac{4}{5}$ km. Hvor langt har hun syklet etter fire runder?



Oppgave 3:

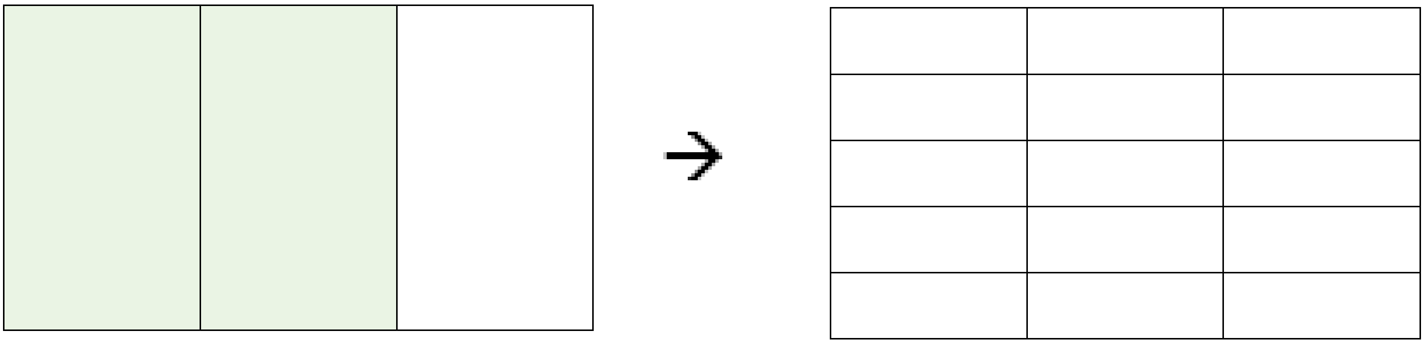
Sina har bakt en kake til et kakesalg. $\frac{1}{2}$ kaken blir solgt. Hun ønsker å ha noe selv og gi noe til mormoren sin. Mormoren får 1/3 av restene. Hvor mye kake får mormoren? (tenk $\frac{1}{3}$ av en $\frac{1}{2}$)





Oppgave 4:

Peter og Truls skal klippe plenen. Peter har fått i oppgave å klippe $\frac{2}{3}$ av plenen. Så langt har han klippet $\frac{2}{5}$ av sin del. Hvor stor del av det hele har han klippet til nå?



$$\frac{\square}{\square} \times \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$$

Oppgave 5: Regn ut, vis utregning.

a) $\frac{1}{3} \times 15 = \square$

b) $\frac{5}{9} \times 18 = \square$

c) $\frac{2}{7} \times 8 = \square\frac{\square}{\square}$

e) $\frac{3}{5} \times \frac{4}{7} = \frac{\square}{\square}$

d) $\frac{1}{4} \times \frac{2}{3} = \frac{\square}{\square}$

f) $\frac{1}{2} \times \frac{3}{7} = \frac{\square}{\square}$

Repetisjon

Oppgave 1: Hvilken brøk har størst verdi? (finn felles nevner)

a) $\frac{1}{5}$ ◯ $\frac{1}{6}$

b) $\frac{2}{3}$ ◯ $\frac{5}{7}$

c) $\frac{17}{21}$ ◯ $\frac{2}{3}$

d) $\frac{8}{9}$ ◯ $\frac{9}{10}$

e) $\frac{5}{20}$ ◯ $\frac{1}{4}$

Oppgave 3: utvid brøkene

a) Utvid brøken med 2

$\frac{5}{6} = \frac{\square}{\square}$

b) Utvid brøken med 5

$\frac{3}{5} = \frac{\square}{\square}$

c) Utvid brøken med 3

$\frac{6}{7} = \frac{\square}{\square}$

d) Utvid brøken med 6

$\frac{1}{4} = \frac{\square}{\square}$

e) Utvid brøken med 10

$\frac{9}{12} = \frac{\square}{\square}$

Oppgave 4: forkort brøkene

a) Forkort brøken med 2

$\frac{6}{8} = \frac{\square}{\square}$

b) Forkort brøken med 4

$\frac{16}{20} = \frac{\square}{\square}$

c) Forkort brøken med 5

$$\frac{25}{30} = \frac{\square}{\square}$$

d) Forkort brøken med 3

$$\frac{9}{18} = \frac{\square}{\square}$$

Oppgave 5: Gjøre om

a) Gjør om uekte brøk til blandet tall

1. $\frac{32}{5} = \square\frac{\square}{\square}$
2. $\frac{8}{5} = \square\frac{\square}{\square}$
3. $\frac{21}{6} = \square\frac{\square}{\square}$
4. $\frac{13}{4} = \square\frac{\square}{\square}$

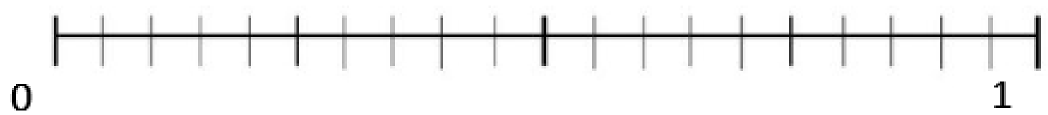
b) Gjør om blandet tall til uektebrøk

1. $2\frac{2}{3} = \frac{\square}{\square}$
2. $1\frac{4}{7} = \frac{\square}{\square}$
3. $5\frac{3}{8} = \frac{\square}{\square}$
4. $3\frac{9}{16} = \frac{\square}{\square}$

<u>Oppgave 6:</u> Hva er verdien til brøken? Plasser brøkene på tallinja.

<u>Huske:</u> En ekte brøk ligger alltid mellom 0 og 1

a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{2}{3}$ c) $\frac{3}{4}$ d) $\frac{1}{6}$



<u>Oppgave7:</u> Regn ut, Vis utregning. (forkort brøkene hvis mulig)

Huske: Felles nevner

$$\frac{\square}{\square} \qquad \frac{\square}{\square}$$

a) $\frac{1}{3} + \frac{3}{8} =$

b) $\frac{4}{7} + \frac{2}{3} =$

c) $\frac{4}{30} + \frac{8}{15} =$

d) $\frac{3}{4} - \frac{2}{8} =$

e) $\frac{12}{21} - \frac{3}{7} =$

f) $\frac{3}{4} - \frac{2}{3} =$

<u>Oppgave 8</u>: Regn ut og vis utregning. (Forkort brøken hvis mulig)

<u>Huske:</u> Gjør om heltall til brøk

a) $6 \times \frac{4}{8} =$

b) $20 \times \frac{3}{5} =$

c) $\frac{3}{5} \times \frac{7}{9} =$

d) $\frac{3}{7} \times \frac{2}{3} =$

e) $\frac{6}{8} \times \frac{3}{9} =$

f) $3 : \frac{1}{3} =$

g) $\frac{1}{3} : 3 =$

h) $4 : \frac{2}{3} =$

i) $\frac{4}{5} : 5 =$

j) $\frac{3}{8} : \frac{1}{4} =$

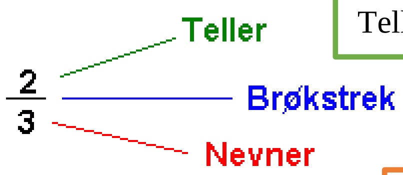
k) $\frac{1}{3} : \frac{1}{6} =$

Vedlegg 5: «Begrepsark»

BRØK BEGREPER

Brøk: representerer et tall som består av teller, nevner og brøkstrek

Eksempel på brøk:



Telleren er tallet over brøkstreken. Telleren forteller oss hvor mange like

Brøkstreken er i midten av brøken og betyr det samme som deletegnet.

Nevneren er tallet under brøkstreken. Nevneren forteller oss hvor mange like det er til sammen (det

Ekte brøk: En ekte brøk er en brøk hvor teller alltid er mindre enn nevneren. Verdien til brøken vil alltid være mindre enn 1.

Uekte brøk: En uekte brøk er en brøk hvor telleren er større enn nevneren. Verdien til en uekte brøk vil alltid være mer enn 1.

Blandet tall: Et blandet tall er et tall som består av et heltall og en brøk

Likeverdig brøk: Likeverdige brøker vil si to brøker som har samme verdi.

Felles nevner: Felles nevner vil si når to brøker har like nevnere. For å finne felles nevnere kan man enten utvide eller forkorte brøkene slik at nevnerne blir like. Dette kan vi for eksempel finne ved å sette opp gangetabellen til nevnerne for å finne «felles tall». Det vil si at vi finner det vi må utvide/forkorte brøken med for at «stykkene» i brøken skal bli like store.

Utvide brøk: Når vi utvider en brøk ganger vi brøken med det samme tallet oppe og nede. Verdiene vil være den samme, men «stykkene» vil bli delt i mindre biter. (Sifrene i brøken blir større)

Forkorte brøk: Når vi forkorter en brøk deler vi med det samme tallet oppe og nede. Verdien vil fortsatt være den samme, men «stykkene» blir større. (Sifrene i brøken blir mindre)

Plusse eller minuser to brøker: Når vi skal legge sammen to brøker eller trekker i fra MÅ vi finne felles nevner. Her trenger vi ikke felles nevner. Etter felles nevner er funnet legges KUN teller sammen med teller. Er det en minusoppgaver finner vi også felles nevner, og trekker KUN fra teller med teller.

Å gjøre et heltall om til en brøk: Har du et heltall, kan du gjøre denne til en brøk ved å skrive sette det hele tallet som teller og 1 som nevner.

Gange med brøk: Når vi ganger to brøker ganger vi teller med teller og nevner med nevner. Her trenger vi ikke å finne fellesnevner.

Dele med brøk: Når vi deler to brøker, må vi snu den bakerste brøken og gange dem sammen. (altså du skriver nevneren som teller og telleren som nevner. Dette gjøres KUN med den bakerste brøken). Her trenger vi ikke felles nevner.

Vedlegg 6: «Vurdering av NSD»

Sikt

Meldeskjema / Masteroppgave / Vurdering

Vurdering av behandling av personopplysninger

Referansenummer
266902

Vurderingstype
Standard

Dato
12.09.2022

Prosjekttittel
Masteroppgave

Behandlingsansvarlig institusjon
Universitetet i Sørøst-Norge / Fakultet for humaniora, idrett- og utdanningsvitenskap / Institutt for matematikk og naturfag

Prosjektansvarlig
Andrea Hofmann

Student
Regine Janvin

Prosjektperiode
25.08.2022 - 01.06.2023

Kategorier personopplysninger
Alminnelige

Lovlig grunnlag
Samtykke (Personvernforordningen art. 6 nr. 1 bokstav a)

Behandlingen av personopplysningene er lovlig så fremt den gjennomføres som oppgitt i meldeskjemaet. Det lovlige grunnlaget gjelder til 01.06.2023.

Meldeskjema

Kommentar
OM VURDERINGEN
Personverntjenester har en avtale med institusjonen du forsker eller studerer ved. Denne avtalen innebærer at vi skal gi deg råd slik at behandlingen av personopplysninger i prosjektet ditt er lovlig etter personvernregelverket.

Personverntjenester har nå vurdert den planlagte behandlingen av personopplysninger. Vår vurdering er at behandlingen er lovlig, hvis den gjennomføres slik den er beskrevet i meldeskjemaet med dialog og vedlegg.

VIKTIG INFORMASJON TIL DEG
Du må lagre, sende og sikre dataene i tråd med retningslinjene til din institusjon. Dette betyr at du må bruke leverandører for spørreskjema, skylagring, videosamtale o.l. som institusjonen din har avtale med. Vi gir generelle råd rundt dette, men det er institusjonens egne retningslinjer for informasjonssikkerhet som gjelder.

TYPE OPPLYSNINGER OG VARIGHET
Prosjektet vil behandle alminnelige kategorier av personopplysninger frem til 01.06.2023

LOVLIG GRUNNLAG
Prosjektet vil innhente samtykke fra foresatte til behandlingen av personopplysninger om elevene. Vår vurdering er at prosjektet legger opp til et samtykke i samsvar med kravene i art. 4 og 7, ved at det er en frivillig, spesifikk, informert og utvetydig bekreftelse som kan dokumenteres, og som den registrerte/foresatte kan trekke tilbake. Elevene kan si nei til deltakelse eller trekke seg når som helts, selv om foresatte har gitt samtykke til deltakelse.

Lovlig grunnlag for behandlingen vil dermed være foresattes samtykke, jf. personvernforordningen art. 6 nr. 1 bokstav a.

PERSONVERNPRINSIPPER
Personverntjenester vurderer at den planlagte behandlingen av personopplysninger vil følge prinsippene i personvernforordningen om:

- lovlighet, rettferdighet og åpenhet (art. 5.1 a), ved at foresatte får tilfredsstillende informasjon om og samtykker til behandlingen
- formålsbegrensning (art. 5.1 b), ved at personopplysninger samles inn for spesifikke, uttrykkelig angitte og berettigede formål, og ikke

viderebehandles til nye uforenlige formål
- dataminimering (art. 5.1 c), ved at det kun behandles opplysninger som er adekvate, relevante og nødvendige for formålet medprosjektet
- lagringsbegrensning (art. 5.1 e), ved at personopplysningene ikke lagres lengre enn nødvendig for å oppfylle formålet

DE REGISTRERTES RETTIGHETER
Personverntjenester vurderer at informasjonen om behandlingen som de registrerte og deres foresatte vil motta oppfyller lovens krav til form og innhold, jf. art. 12.1 og art. 13.

Så lenge de registrerte kan identifiseres i datamaterialet vil de ha følgende rettigheter: innsyn (art. 15), retting (art. 16), sletting (art. 17), begrensning (art. 18) og dataportabilitet (art. 20).

Vi minner om at hvis en registrert/foresatt tar kontakt om sine/barnets rettigheter, har behandlingsansvarlig institusjon plikt til å svare innen en måned.

FØLG DIN INSTITUSJONS RETNINGSLINJER
Personverntjenester legger til grunn at behandlingen oppfyller kravene i personvernforordningen om riktighet (art. 5.1 d), integritet og konfidensialitet (art. 5.1. f) og sikkerhet (art. 32).

Ved bruk av databehandler (spørreskjemaleverandør, skylagring, videosamtale o.l.) må behandlingen oppfylle kravene til bruk av databehandler, jf. art 28 og 29. Bruk leverandører som din institusjon har avtale med.

For å forsikre dere om at kravene oppfylles, må dere følge interne retningslinjer og eventuelt rådføre dere med behandlingsansvarlig institusjon.

MELD VESENTLIGE ENDRINGER
Dersom det skjer vesentlige endringer i behandlingen av personopplysninger, kan det være nødvendig å melde dette til oss ved å oppdatere meldeskjemaet. Før du melder inn en endring, oppfordrer vi deg til å lese om hvilke type endringer det er nødvendig å melde:
https://www.nsd.no/personverntjenester/fylle-ut-meldeskjema-for-personopplysninger/melde-endringer-i-meldeskjema. Du må vente på svar fra oss før endringen gjennomføres.

OPPFØLGING AV PROSJEKTET
Personverntjenester vil følge opp ved planlagt avslutning for å avklare om behandlingen av personopplysningene er avsluttet.

Kontaktperson: Gry Henriksen
Lykke til med prosjektet!

Vedlegg 7: «Samtykke skjema»

Vil du delta i forskningsprosjektet
Masteroppgave – fag: Matematikk

Dette er et spørsmål til deg om ditt barn vil delta i et forskningsprosjekt hvor formålet er å hjelpe eleven til å få bedre forståelse i matematikk. I dette skrivet gir jeg deg informasjon om målene for prosjektet og hva deltakelse vil innebære for deg og ditt barn.

Formål

Jeg (Regine Janvin) skal skrive en masteroppgave i matematikk hvor jeg ønsker å hjelpe elever som synes matematikk er vanskelig. I prosjektet vil jeg analysere hvilke misoppfatninger elever har innenfor enten desimaltall og brøk eller statistikk. Dette kommer an på når jeg får muligheten til å starte studiene og etter hvilket tema elevene har i den perioden jeg kommer. Jeg vil se over hvilke misoppfatninger elevene har og ut ifra det arbeide i dybden med oppgaver for å gi elevene en bedre forståelse til fagfeltet.

Planen er å ha 4-6 elever med ut for å arbeide med matematikkoppgaver. Her ønsker jeg å la elevene snakke sammen om oppgaver slik at de kan hjelpe hverandre. Jeg kommer også til å holde samtaler med elevene underveis i forskningen. Jeg ønsker å ta opptak av samtalene slik at jeg kan bruke opptakene når jeg skriver masteroppgaven. Opptaket vil ikke bli vist til noen andre enn meg selv, elevene vil få informasjon om når det skal tas opptak og vil få muligheten til å si nei dersom det ikke er ønskelig. All datainnsamling vil bli anonymisert. Kun alder/klassetrinn vil komme frem i oppgaven min.

Hvem er ansvarlig for forskningsprosjektet?

Universitetet i Sørøst-Norge er ansvarlig for prosjektet. Veilederen min heter Andrea Hofmann.

Hvorfor får du spørsmål om å delta?

Jeg har vært i kontakt med rektor og kontaktlærer og fått godkjenning til å kunne komme i klassen. Jeg vil selv komme i klassen og fortelle om prosjektet og dele ut dette infoskrivet til alle elevene. Ut fra responsen vil jeg velge elever som jeg synes passer til formålet.

Hva innebærer det for deg å delta?

I prosjektet vil jeg gi elevene oppgaveark hvor de skal løse ulike matteoppgaver. Som nevnt tidligere ønsker jeg å ta opptak av samtalene som blir holdt, slik at jeg til eget bruk kan høre gjennom dem når jeg skriver min masteroppgave. Elevene vil bli tatt ut av klasserommet alle mattetimene når forskningen pågår (forskningen vil pågå i 3-4uker). Jeg vil legge til rette for at temaet skal handle om det samme som de skulle ha jobbet med i klasserommet. Elevene vil få en grundig og veiledende opplæring i det bestemte temaet de timene de blir tatt ut av klassen. Målet er at de skal få en bedre matematikkforståelse

Dersom barnet ditt deltar i prosjektet, vil all personopplysning bli anonymisert. Det kommer kun til å bli nevnt alder/klassetrinn i selve oppgaven.

Det er frivillig å delta

Det er frivillig å delta i prosjektet. Hvis du velger å la barnet ditt delta, kan du/barnet når som helst trekke samtykket tilbake uten å oppgi noen grunn. Alle barnets personopplysninger vil da bli slettet. Det vil ikke ha noen negative konsekvenser for ditt barn hvis ikke barnet vil delta, eller senere velger å trekke seg. Det vil ikke påvirke ditt/deres forhold til skolen/lærere.

Forskningen vil bli gjennomført i skoletid. Dersom barnet ikke deltar/ikke ønsker å delta mer vil barnet få bli med i den ordinære undervisningen.

Ditt personvern – hvordan vi oppbevarer og bruker dine opplysninger

Vi vil bare bruke opplysningene om deg til formålene vi har fortalt om i dette skrivet. Vi behandler opplysningene konfidensielt og i samsvar med personvernregelverket.

- Det er kun meg (Regine Janvin) som vil ha tilgang til lydopptakene.
- Lydopptakene vil bli lagret på en lukket enhet der ingen andre vil kunne få tilgang.
- I masteroppgaven vil eleven bli anonymisert
- Oppgaveark som blir samlet inn vil kun markeres med kodenavn eleven får

Hva skjer med personopplysningene dine når forskningsprosjektet avsluttes?
Prosjektet vil etter planen avsluttes innen 1.juni 2023. Etter prosjektslutt vil alle lydopptak slettes, og alle oppgaveark vil bli makulert. De anonymiserte opplysningene som kommer med i masteroppgaven vil ikke bli slettet.

Hva gir oss rett til å behandle personopplysninger om deg?

Vi behandler opplysninger om barnet ditt basert på ditt samtykke.

På oppdrag fra *Universitetet i Sørøst-Norge* har Personverntjenester vurdert at behandlingen av personopplysninger i dette prosjektet er i samsvar med personvernregelverket.

Dine rettigheter

Så lenge barnet ditt kan identifiseres i datamaterialet, har du rett til:

- innsyn i hvilke opplysninger vi behandler om barnet ditt, og å få utlevert en kopi av opplysningene
- å få rettet opplysninger om deg som er feil eller misvisende
- å få slettet personopplysninger om deg
- å sende klage til Datatilsynet om behandlingen av dine personopplysninger

Hvis du har spørsmål om/underveis i prosjektet. Eller ønsker å trekke deg, få innsyn i opplysninger om barnet ditt kan du kontakte:

Regine Janvin

Tlf: 95267392

Mail: Regine-98@hotmail.com

Hvis du har spørsmål knyttet til Personverntjenester sin vurdering av prosjektet, kan du ta kontakt med:

- Personverntjenester på epost (personverntjenester@sikt.no) eller på telefon: 53 21 15 00.

Med vennlig hilsen

Regine Janvin

Samtykkeerklæring

Elevens navn: ____

Ubesvarte skjema, blir registrert som ikke ønsket deltakelse.

- ☐ Jeg ønsker **<u>ikke</u>** at mitt barn skal delta.
- ☐ Jeg samtykker til at mitt barn kan delta i prosjektet.

Jeg har mottatt og forstått informasjon om prosjektet *Masteroppgave i matematikk* og har fått anledning til å stille spørsmål. Jeg samtykker til:

- ☐ At barnet mitt deltar i samtaler hvor lydopptak blir brukt.

☐ At barnet mitt sine oppgavesvar blir samlet inn og brukt i Masteroppgaven

Jeg samtykker til at opplysninger om barnet mitt behandles frem til prosjektet er avsluttet

----

(Signert av foresatte, dato)

Hvorfor ønsker du at ditt barn skal delta?