Området for kultur og samfunn

Evaluering av Reform 97

Bjørnar Alseth, Trygve Breiteig & Gard Brekke

Endringer og utvikling ved R97 som bakgrunn for videre planlegging og justering - matematikkfaget som kasus

Norges forskningsråd

TELEMARKSFORSKING
NOTODDEN

HØGSKOLEN I AGDER
Agder University College

Prosjektnavn:	Endring og utvikling ved R97 som bakgrunn for videre planlegging og justering – matematikkfaget son kasus
Rapportnummer:	02/2003
ISBN:	82-7463-094-7
Oppdragsgiver:	Norges forskningsråd
Kontaktperson:	Jan-Arne Eilertsen
Dato:	25.03.03
Prosjektleder:	Forsker Gard Brekke
Medarbeidere:	Førsteamanuensis Bjørnar Alseth, Høgskoledosent Trygve Breiteig
Prosjektansvarlig:	Direktør Odd Erik Johansen

TELEMARKSFORSKING-NOTODDEN

Senter for pedagogisk forsking og utviklingsarbeid

Lærerskoleveien 35, 3679 Notodden

Telefon: 35 02 66 99 Faks: 35 02 66 98

E-post: tfn@hit.no Web: www.tfn.no

Tiltaksnr.: 966 009 012

Forord

Prosjektet er gjennomført under ledelse av høgskoledosent Gard Brekke, Telemarksforsking-Notodden. Det forskningsmessige arbeidet er utført av Brekke, høgskoledosent Trygve Breiteig, Høgskolen i Agder og førsteamanuensis Bjørnar Alseth, Telemarksforsking-Notodden. I tillegg har høgskolelektor Per Arne Birkeland, Høgskolen i Agder, stått bak analysen av lærebøker, kapittel 3, og høgskolelektor Bodil Kleve, Høgskolen i Oslo, har bidratt i utviklingen av oppgavesett og analysen av elevbesvarelser i kapittel 8.

Innholdsfortegnelse

1. Introduksjon

Med jevnlige utdanningsreformer forsøker Stortinget å legge et grunnlag for å møte de kravene som stilles til utdanningssystemet fra samfunnet i et nåtidig og framtidig perspektiv. Dette prosjektet fokuserer på *utviklingen, implementeringen* og *effekter* av læreplanverket for grunnskolen, L97 og L97 Samisk.

Rapporten *Endringer og utvikling ved R97 som bakgrunn for videre planlegging og justering – matematikkfaget som kasus* presenterer en evaluering av matematikkfaget i Reform 97 innenfor Norges Forskningsråd sitt program: *Evaluering av Reform 97.* Dette er et samarbeidsprosjekt mellom Telemarksforsking-Notodden (TFN) og Høgskolen i Agder (HiA). Rapporten belyser overordnede problemstillinger eksemplifisert ved matematikkfaget. Den sikter mot å belyse første punkt i målformuleringen for evalueringen: *Å kartlegge endringar og utvikling som gir bakgrunn for vidare planlegging, justering og oppfølging av grunnskolesektoren.*

Prosjektet har samlet hatt som mål å belyse noen overordnede problemer – eksemplifisert ved matematikkfaget:

- Hvordan framtrer fagplanen i matematikk i lys av læreplanens generelle del, og i et skolehistorisk og internasjonalt perspektiv?
- Hvilke faktorer når det gjelder nytt undervisningsmateriell og etterutdanning og kompetanseutvikling av lærere har vært kritisk variable i forhold til gjennomføringen av Reform 97?
- Hvilke konsekvenser har Reform 97 hatt for lærere og elever i forbindelse med undervisning?

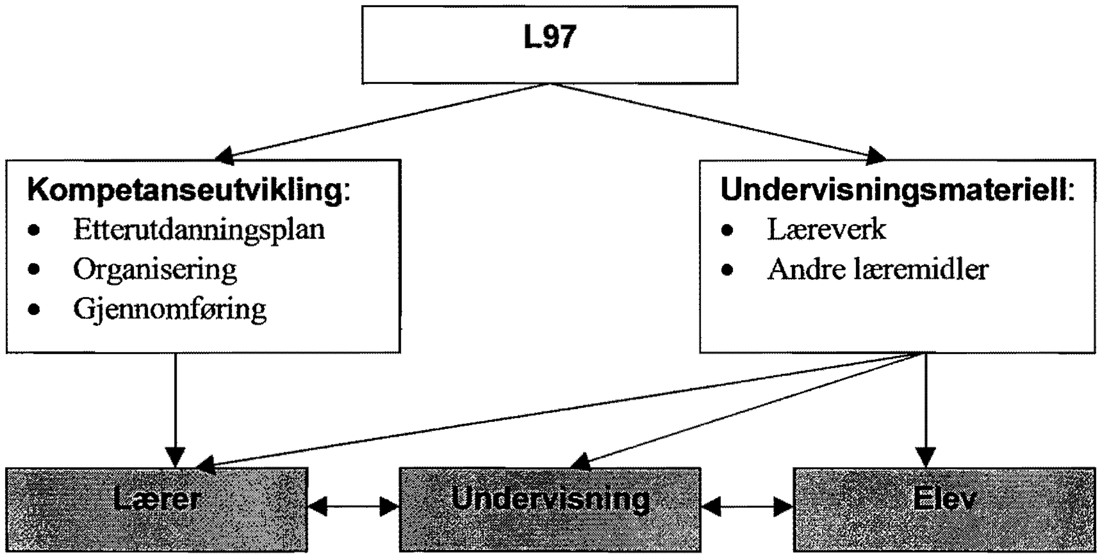
En utdanningsreform innbefatter mange faktorer som står i relasjon til hverandre. Det innebærer at dette interesseområdet fordrer et bredt anlagt perspektiv. Det avspeiles i prosjektet i problemstillinger som var tilstrekkelig omfattende både til å fange opp kritiske faktorer og til å kunne belyse relasjoner mellom disse faktorene.

Interesseområdet ble avgrenset ved at matematikkfaget ble brukt som kasus. Hensikten med å gjøre en slik avgrensing var at det dermed kunne være mulig å besvare problemstillingene gjennom en forskningsmessig tilnærming ved at arbeidet ble plassert innen en konsistent teoretisk og metodisk ramme. I prosjektet ble det lagt vekt på å belyse en rekke generelle prinsipper for undervisning og læring.

Det å studere undervisning i og læring av matematikk i en slik bredde medførte at prosjektet er av stor interesse for det matematikkdidaktiske fagfeltet både nasjonalt og internasjonalt. Videre vil generaliserbarheten av resultatene kunne føre til at prosjektet også gir viktige bidrag til utvikling av forståelsen av reformarbeid i grunnskolen utover det som angår matematikkfaget.

Prosjektet har gått gjennom to faser. Den første analyserte læreplanverket, undervisningsmateriell og utviklingen av etterutdanningsplan og metodisk veiledning i matematikk. Dette skjedde ut fra en antagelse om at å studere disse faktorene knyttet til matematikkfaget ville gi generell kunnskap om innføring av læreplaner. Fase 2 analyserte klasserom, elever og lærere for å se på konsekvenser innføringen av L97 har hatt. Det poengteres at de to fasene ville være overlappende og at det var sentralt i analysen å se på relasjoner mellom faktorer på tvers av de to fasene.

Sentralt i prosjektet var studiet av sammenhenger mellom disse momentene. Skjematisk kan prosjektets studieobjekter og relasjonene mellom dem noe forenklet illustreres slik:



Det ble brukt et bredt spekter metoder i forhold til forskningsspørsmålene i de ulike delene av prosjektet:

- Tekstanalyse, i forbindelse med læreplanen, etterutdanningsplanen og læremidler. Analyse av godkjente lærebøker i matematikk henholdsvis i 1990 (etter M87) og 2000 (etter L97). Et representativt utvalg av lærebøker og klassetrinn ble valgt.
- Klasseromsobservasjon, der vi benyttet nokså få klasser, knyttet til dokumentasjon av undervisningspraksis.
- Spørreskjema, til lærere.
- Intervjuer, av lærere i forbindelse med undervisning og av de som utviklet Plan for etterutdanning og Veiledning i matematikk.
- Oppgavesett, til elever for å undersøke matematiske kunnskaper blant 4.-, 7.- og 9.-klassinger. Evalueringen omfattet en bredt anlagt vurdering av elevers prestasjoner i faget, blant annet analysert i forhold til elevers respons på tilsvarende oppgaver fra før Reform 97.

2. Analyse av matematikkplanen i L97

2.1 Innledning

Dette kapitlet fokuserer på det nye læreplanverket for grunnskolen, L97 og L97 Samisk. Kapitlet har samlet som mål å belyse noen overordnede problemer – ved å analysere læreplanen for matematikkfaget.

- Hvordan framtrer fagplanen i matematikk i lys av læreplanens generelle del, og i et skolehistorisk perspektiv?

Takk

Framstillingen av læreplanen i et norsk, historisk perspektiv, bygger i stor grad på et prosjektarbeid utført av Anne Bjørnestad og Toril Eskeland Rangnes, som begge var hovedfagsstudenter i matematikkdidaktikk ved Høgskolen i Agder høsten 2001, og som avsluttet sin cand.scient-utdanning i 2002. Vi takker for å få anledning til å bruke dette arbeidet som en del av evalueringsprosjektet av L97.

Forkortelser

NP-39 Kyrkje- og undervisningsdepartementet (1939). *Normalplan for Landsfolkeskulen.* Oslo: H. Aschehoug & Co.

M-71 Kirke - og undervisningsdepartementet (1971). *Mønsterplan for grunnskolen.* Midlertidig utgave. Oslo: Aschehoug.

M87 Kirke - og undervisningsdepartementet (1987). *Mønsterplan for grunnskolen.* Oslo: Aschehoug.

R-94 Kirke-, utdannings og forskningsdepartementet (1993). *Reform 94. Videregående opplæring. Nye læreplaner.* Curriculum for upper secondary school.

L97 Kirke-, utdannings- og forskningsdepartementet (KUF)(1997). *Læreplanverket for den 10-årige grunnskolen.* Oslo: KUF.

NLS-98 Kirke-, utdannings- og forskningsdepartementet (KUF)(1998). *Veiledning. L97. L97S. Matematikk.* Oslo: Nasjonalt læremiddelsenter.

2.2 Teoretisk ramme

Didaktikere har pekt på at det er brukt mer ressurser på å utvikle pensum, lage materiell og program, enn på å utvikle en grunnleggende forståelse for undervisning, læring og problemløsning (Kelly & Lesh, 2000, p. 734). Spørsmålet melder seg: Hvordan kan en utvikle planer og materiell på et vitenskapelig grunnlag? Hvordan kan slik virksomhet bli mer kumulativ, slik at nye planer kan bygge videre på tidligere ved analyser og erfaringer, og på en systematisk måte? Det blir for overfladisk å spørre: Fungerer denne planen? Det åpner for å se dypere og stille spørsmål: Når, hvor, hvorfor, for hvem, og på hvilken måte fungerer denne planen? For å kunne nærme seg slike spørsmål, kan det være nødvendig med en analyse av selve planen, også det å se den som ledd i en utvikling.

Den generelle utdanningsdebatten kan medvirke til at nye læreplaner blir utviklet. Man har gjerne offentlige utredninger om reformene før det så nedsettes læreplangrupper for å utforme læreplanen. Imsen (1999) viser til læreplanteoretikeren

Hilde Taba som hevder at man finner fire grunnleggende elementer i en læreplan: målene, det faglige innholdet, metode og organisering og evaluering. Det blir en rettesnor for hva læreplaner *minst* må si noe om. De norske læreplanene fra Normalplanen av 1939 til L97 har alle tatt med disse elementene.

Disse fire hovedelementene kan selvsagt både utdypes og utvides, applisert på matematikkfaget: Hva er matematikkplanens intensjoner? Hva er målet med faget i skolen? Hvordan vises det ved valg av stoff, av pensum; hva er kjernestoff, hva er sentralt, og hva er mer perifert? Hva viser planen om valg av arbeidsmetoder, prinsipper for læremateriell, bruk av konkret materiell, bruk av IKT og kommunikasjon og språk, og hvordan forholder planen seg til tverrfaglighet og relevansproblematikken? Hvordan tas differensiering opp, hvordan anbefales tiltak for å stimulere alle elevene til vekst og utvikling mot planens mål? Hva er planens syn på sikre, brukbare, stabile kunnskaper, kreves det omstillingskompetanse også i forhold til et stabilt fag som matematikk? Hvilken rolle spiller ulike kunnskapstyper: ferdigheter, regnesikkerhet, evne til resonnement, kreativ problemløsning, evne til å utføre undersøkelse og å skaffe seg oversikt, å bygge opp begreper og forståelse?

Utdanningssystem og oppsedingsfilosofi er ulike i ulike land og tradisjoner konkretisert på ulik måte i matematikkundervisningen. For eksempel var virkelighetsnær matematikk, modellering, og matematikk i kontekst – et krav som har blitt stilt verden over siden slutten av sekstiårene, og er blitt akseptert i den didaktiske diskusjonen (Kaiser-Messmer & Blum, 1993). Dette kravet tar ulike retninger i ulike land. Det samme må en si om emnet problemløsning, som ble fokusert verden over fra 1980 og utover.

2.2.1 Noen utdanningsfilosofiske hovedlinjer

Idealtypisk skiller Kaiser-Messmer & Blum (1993) mellom to hovedlinjer i utdanningsfilosofi, som de ser matematikkfaget ut fra.

De peker ut en *vitenskapelig-humanistisk* retning – som er orientert mot humanistiske oppsedingsmål og mot å se matematikk som vitenskap.

De finner også en *pragmatisk retning* der skolens mål er formulert ved nytteaspekt, og matematikk ses som nyttefag, der man betoner matematikk som et redskap for å løse praktiske problemer, og for å få oversikt over komplekse samfunnsforhold.

Selvsagt finner man ikke at et skolesystem, en skole eller en plan kan plasseres fullstendig innenfor en av disse retningene. Disse to vil vekselvirke, forholdet mellom dem vil kunne variere over tid og mellom skolesystem, skoler, planer og nasjoner.

En plan kan ses i lys av det grunnlaget den bygger på, og det er ulike pensumteorier man kan forholde en plan til. Holmes & McLean (1989) finner ulike pensumteorier, og stiller disse i en firedelt modell.

Essensialisme – har røtter tilbake til Platons avhandling Republikk, der teorien om en elite underbygges av teori om individuelle ulikheter. Ulike personer, mann og kvinne er intellektuelt ulike, og ulikheten mellom menn skyldes ganske enkelt biologiske fakta. Menn arvet kvaliteter som skulle gjøre dem passende til visse tildelte roller i samfunnet. Elever er ulike, og utdanningen skulle ta hensyn til det.

Sjelen ble etter Platons teori delt inn i tre: resonnement, energi og instinkt. Det var viktig i utdanningen å kultivere kvaliteter som evne til resonnement, visdom, syn for sannhet, og kjærlighet til det vakre – noe som har fått støtte lenge etter at Platons politiske og sosiologiske teorier er forkastet. Nært til hans teori om kunnskap har Aristoteles skrevet hvordan kunnskap kan oppnås enten induktivt eller ved logisk deduksjon.

Ensyklopedisme – baseres på premissen at innholdet i all utdanning skal omfatte all menneskelig kunnskap. Comenius som en pioner for denne teorien, pekte på at hans skjema for læring baserte seg på å observere naturen og undersøke dens lover. Siden læring skjer først gjennom sansene, var Comenius' pensum laget for først å utvikle sansene. Elevene skulle lære å addere tall, veie og måle, se på jordas form og posisjoner, studere planetbevegelsene og stjerner, fysikk, geografi, foruten å skaffe seg kunnskap om kunst og håndverk, moralske verdier, og å synge eller kunne avsnitt i hellige skrifter utenat. Disse radikalt nye pensa og planer fant sitt uttrykk i forslag fra regjeringer etter den franske revolusjonen, som et uttrykk for målet å omforme det politiske og sosiale systemet. Grunnleggende i dette nye læreplanparadigmet var at mennesker ikke skulle deles skarpt inn i herskere og ikke-herskere. Den gode dyd av evne til resonnement skal gjøre det mulig for borgere i et demokratisk samfunn å forme politiske ideer, og bedømme slike ideer som kommer fra samfunnets ledere. Alle borgere får sine borgerretter og dermed plikter og ansvar. Kritisk analyse av skrevne tekster har en sammenheng med Descartes nøkkelord: 'Jeg tenker, altså fins jeg'. Ensyklopedismen har sterke tradisjoner i Frankrike.

Polyteknikalisme – I Sovjet aksepterte en del utdanningsfilosofer Lenins syn på at hele de sosioøkonomiske og historiske erfaringer som fins i et samfunn skal inkluderes i skolens planer. Pensum ble laget for å forberede til gode samfunnsborgere, dvs. gode kommunister, som kan lede samfunnet fram fra kapitalisme gjennom sosialisme til kommunisme.

Pragmatisme – De amerikanske pragmatikerne regnet med en innflytelse av industrialisering, av kommersialisering og urbanisering på borgernes liv. For Dewey var produktivt arbeid, som for Marx, den beste utdanningsaktiviteten.

I tråd med dette knytter McLean (1990) skolens kunnskapstradisjon i Europa til de tre hovedtrendene

- *Ensyklopedisme* – der han betrakter Frankrike, Italia, Spania, Portugal, Belgia og Luxembourg.
- *Humanisme* – der England, Wales, Hellas, Irland, Skottland og Nord-Irland behandles.
- *Naturalistisk syn* – der han ser på Tyskland, Nederland og Danmark.

2.3 Særpreg ved matematikkplanen i L97

2.3.1 Noen vesentlige trekk ved matematikkplanen L97

Et første overblikk over matematikkplanen i L97, viser en del kjennetegn. Det finnes særtrekk som viser endringer i forhold til tidligere planer, først og fremst M87. Noen slike iøynefallende trekk, kan nevnes ut fra ønsket om å få en oversikt. Deretter er det ønskelig å gå grundigere inn på selve planen og se den i en historisk utvikling.

Arbeidsmåter

- Problemløsning er i L97 satt inn i en videre ramme som en prosess, som en utforskende aktivitet. Dette er en arbeidsmåte som gjennomsyrer planen. Viktige mål blir å oppdage, generalisere, begrunne og representere.
- Praktiske erfaringer og opplevelser knyttes sammen med refleksjon – det å kommunisere og å bruke språket. Planen legger opp til at elevene i større grad skal drøfte løsningsmåter, ta imot innspill og fortelle eller skrive om hva de har sett og funnet ut.
- L97 legger i større grad opp til at elevene skal bruke kreativitet, fantasi, og ta initiativ.
- Sammenhengen mellom matematikk og dagliglivet/andre fag blir mer synlig.
- Ferdigheter – prosedyrer og algoritmer – knyttes i sterkere grad til forståelse av begreper som ligger bak. Tallforståelse og overslag vektlegges. Isolerte kunnskaper settes i sammenheng, det blir viktig å se etter mønster og å systematisere. L97 vektlegger ikke ferdigheter i mindre grad enn M87, men denne planen, slik vi tolker den, knytter ferdigheter nærmere til forståelse for de grunnleggende begreper.

Fagstoff

Mens M87 hadde ti hovedemner, har L97 på småskoletrinnet tre, på mellomtrinnet fire og på ungdomstrinnet fem hovedemner. Vi finner altså færre, og mer vide hovedemner. Dette indikerer en økende vekt på oversikt og sammenheng mellom de ulike delene av faget. Hver at hovedemnene vil fokusere på en viktig og samlende del av innholdet i planen:

MATEMATIKK I DAGLIGLIVET: Planen vektlegger sterkt matematikk knyttet til dagliglivet, til hverdagen, også som planens gjennomløpende og første hovedemne.

TALL OG ALGEBRA: L97 fokuserer i mindre grad på ren ferdighetstrening, for eksempel ved regning med store eller flersifrede tall – til fordel for tallforståelse, overslag, tallmønstre og fornuftig bruk av lommeregner. Innøving (drill) av algebraiske manipulasjoner, pugg av og mekanisk innsetting i formler, løsning av likninger og lignende er også tonet ned. Grunnlaget for algebra er styrket. Det gjelder oppmerksomhet mot arbeid med mønstre og med generalisering av egenskaper ved tall, og ved bruk av kontekster for bruk av formler og variable. Begrepet variabel er styrket, det samme er algebraens sammenheng med andre deler av matematikken. Algebraiske ferdigheter skal ikke svekkes, men noen av disse kommer på et seinere stadium enn i M87, fordi arbeid med grunnlaget gis større vekt.

GEOMETRI: Innholdet er utvidet, det har fått nærmere sammenheng med bruk i dagliglivet. Estetiske sider kommer sterkere fram (tegning, symmetri, geometriske mønstre).

BEHANDLING AV DATA: Dette møter elevene på et tidligere trinn enn før. Statistikk og sannsynlighet har fått større vekt.

GRAFER OG FUNKSJONER: Planen søker å framheve et helhetssyn og få fram sammenhengen mellom ulike ytringsformer av funksjoner (verbal - kontekst - graf - tabell - formel - IT-verktøy).

Andre perspektiver

Elevene skal oppleve at matematikk er en del av vår kultur og har sin historie. Teknologi tas i bruk som et nyttig redskap, både pedagogisk og som praktisk verktøy.

Matematikkplanen i L97 legger vekt på – i stikkords form:

- Matematikk som redskap: Matematikken bør ha et praktisk utgangspunkt, praktisk siktemål, vise nytte av metoder i dagliglivet.
- Lek og læring. Det anbefales varierte arbeidsmåter.
- Utforsking og eksperimentering, som er en gjennomgående aktivitet: Søke etter mønster, system og regulariteter, stimulere til undring og refleksjon. Matematikk ses som en prosess.
- Kommunikasjon: Elevene stimuleres til å spørre, tolke, diskutere, beskrive, forklare. At elevene skal dokumentere, presentere og etter hvert kunne følge en tankerekke.
- Regnefortellinger, som brukes, som også modellbygging brukes.
- Matematikk settes i sammenhenger, meningsfull matematikk understrekes.
- Sosial samhandling som en del av læringen.
- Elevers begrepsutvikling, konfliktende begreper, konstruktiv bruk av misoppfatninger. Undervisningen bygger på det elevene alt kan når de møter den formelle matematikken.
- Lommeregner og IKT som redskap. Elevene skal behandle data for å få oversikt.
- Kulturelle og historiske aspekter ved matematikken.
- Et videre innhold i geometri. Både den logiske, den bevisførende siden, og den kreative bruk av figurer og former, å bygge visuelle begreper, utvikle bevissthet om former og egenskaper ved figurer.

Matematikkplanen i L97 toner ned – i stikkords form:

- Pugg av algoritmer, direkte innøving av ferdigheter uten at forståelse er tatt vare på.
- Utregning på papir ved kompliserte tall og uttrykk.
- Arbeid med kompliserte algebraiske uttrykk.
- Arbeid med kompliserte geometriske konstruksjoner.

Hvordan står denne planen så i en historisk sammenheng?

2.4 Norsk utvikling – en historisk oversikt

En fagplan vil ha perspektiver utover perioden den er gjeldende for. Lærerne og foreldrene er selv til vanlig utdannet etter en tidligere plan, og der deres lærere gjerne hadde røtter enda lengre tilbake. Deres erfaringer og pedagogiske oppfatninger kan dermed ha grunnlag i tidligere planer. Noe av det samme gjelder samfunnet og miljøet en elev vokser opp i. Det kan være innebygd mekanismer i kulturen rundt et klasserom, noe som kan vise seg ved planer der det er vesentlige endringer, og motvirke slike.

Fra Regning til Matematikk

I den første skoleloven som Stortinget vedtok, *Lov angaaende Almueskole-Væsenet paa landet* i 1827, fikk regning en plass i norsk skole. Undervisningen var lenge lagt opp til at barna skulle få regneferdigheter og sikkert, raskt og praktisk kunne løse oppgaver som de vanligvis ville få bruk for i dagliglivet. Samtidig ble det lagt vekt på korrekte og greie skriftlige oppstillinger. Arbeid med tall og de fire regneartene hadde stor plass. Etterhvert kom også målinger og beregninger av flater og volumer med. Fagets innhold var lenge relativt stabilt. Målene med faget var i stor grad orientert mot ferdigheter.

I 1922 var målet for faget Regning:

> Barna skal lære å løse slike oppgaver som en vanlig får bruk for ute i livet, sikkert, raskt og på en praktisk måte, og skriftlig å gjøre rede for løsningen ved en korrekt og grei oppstilling.

Ferdigheter i å løse oppgaver fra dagliglivet, og en klar og korrekt føring, er viktige mål for matematikk i skolen, og for det som kan identifiseres som en arv fra de første tiårene av det 20. århundre.

Likevel kan arbeidsmetodene som planene alt tidlig i det 20. århundre anbefalte, også peke framover, og vise et rikere syn på faget og den allmenndannende funksjonen, slik for eksempel Normalplanen for landsfolkeskolen 1922 sier:

> I undervisningen må læreren alltid ha for øye at barna skal lære å regne på en slik måte at de øves opp til tenksomme mennesker. Derfor skal de ikke bare lære å forstå det de gjør, slik som barn på hvert trinn *kan* forstå det. Men de skal også bli vent til å arbeide seg frem til forståelsen og løsningsmåten ved egen hjelp.
>
> (Kirke- og undervisningsdepartementet, 1922, s 28.)

Matematikkfaget de siste tiårene – en oversikt

Planer	*Stikkord*
1939 Normalplan	Landsfolkeskolen, byfolkeskolen ulike planer.
1960 Forsøksplan	Utvidelse til 9-årig skole. Linjedeling 7-9. Fra linjedeling til kursdeling, kursplaner. Algebra og geometri introduseres i grunnskolen.
1971 Mønsterplan	Planen kommer i to alternativer, "tradisjonell" vs "moderne matematikk", den siste introduserer mengdelære, logikk, og mer studium av formelle strukturer.
1974 Mønsterplan	Tradisjonell matematikk er fokusert, og "moderne matematikk" tones ned igjen.
1987 Mønsterplan	Problemløsning, data, matematikk som verktøy, tilpasset opplæring.

1997 Læreplan	10-årig skole. Prosessorientert matematikk, elevorientert læring, konstruktivistisk læringssyn, tema- og prosjektarbeid styrkes.

Her er det plass for å se nærmere på de historiske linjer og trender i tidligere matematikkplaner, på hva som har ligget til grunn for endringer og utvikling.

Hvorfor endringer?

Niss (2001) skriver at dersom en ser på gamle og nyere planer i matematikk, med tanke på grunnleggende begrunnelser for matematikkundervisning i skolen, kan disse samles i et fåtall. Han nevner følgende:

> Den skal bidra till den *teknologiska och socioekonomiska* utvecklingen i samhället i stort, antingen för sig själv eller i konkurrens med andra samhällen och nationer
>
> Den skal bidra till *samhällets politiska, ideologiska och kulturella fortvaro och utveckling*, antingen för sig själv eller i konkurrens med andra samhällen och nationer
>
> Den skal ge *individer de förutsetningar de behöver för att handtera det som sker under olika skeden av deras liv* – under utbildningen, i yrkeslivet, privat, på fritiden och i rollen som medborgare
>
> (Niss, 2000, s. 53-54).

Disse generelle begrunnelsene for et matematikkfag gjør det tydelig at en med jevne mellomrom må gjøre endringer i matematikkplanene. Utviklingen generelt fra 1939 og fram til i dag, går gjennom det industrialiserte samfunn, det individorienterte samfunn og nå fram til det globaliserte samfunn. Det er opplagt at disse ulike "samfunnstypene" vil etterspørre ulik kompetanse med hensyn til kunnskaper og ferdigheter i matematikk.

Teknologien fører til nye muligheter og endring av behov for kompetanse. Dessuten skjer den teknologiske utviklingen svært raskt. Individet vil derfor trenge stadig ny kompetanse og muligheter til å utvikle endringskompetanse. Det vil selvsagt få konsekvenser for faginnhold og planer.

> Opplæringen skal formidle og forene teknisk kyndighet med menneskelig innsikt, utvikle en arbeidsstyrke som er høyt kvalifisert og endringsdyktig ...
>
> (L97, s. 28)

En annen argumentasjon for at det er nødvendig med fornyelse av fagplaner med jevne mellomrom, er basert på forskning som utvikler teorier og gir ny kunnskap om læring og matematikk. I perioden fra 1960 har det vært en rivende utvikling innenfor matematikkdidaktisk forskning i et internasjonalt perspektiv. Som på andre komplekse forskningsområder, kan den samlede forskningen inneholde motsetninger og teorier som ikke enkelt lar seg forene (Orton, 1992; Brekke & Gjone, 2001). Det er likevel klart at denne forskningen gir et sterkt endringstrykk på skolens planer.

En fagplan må forholde seg til skolens overordnede og generelle plan. Her legges de generelle mål, og det trekkes perspektiver som skal iverksettes i det enkelte faget. En fagplan vil også i noen grad gjenspeile trender i samfunnet med tanke på bærende verdier, kultur, fellesskap og demokrati. Dualismen mellom fagenes dannelses- og nytteperspektiv påvirker skolens innhold (Penne, 2001). Det førmoderne, det moderne og det postmoderne samfunnet stiller ulike idealer. Postmodernismen, sammen med teknologiutviklingen og skriftliggjøringen av kunnskap, fokuserer i større grad på det enkelte individets egen utvikling og spørsmålet om subjektiv opplevelse av kunnskap, og på det å bygge opp jeg-følelse og identitet (ibid). Det understrekes ytterligere ved at konstruktivismen blir en sentral ide i L97-planen.

Syn på læring og faginnhold

Vi vil her gi et kort historisk tilbakeblikk på hvordan synet på matematikkundervisningen har vært de siste seks tiårene, og hvordan skolen har utviklet seg. Videre ser vi etter endring i fagsyn, læringssyn og elevsyn i de ulike fagplanene i matematikk. Vurdering har hele tiden vært et viktig pedagogisk diskusjonsemne. I særlig grad synes sluttvurderingen å ha en styrende effekt på praksis i skolens matematikk. Derfor tas dette emnet opp i et eget punkt.

Den teknologiske utviklingen har etter vår vurdering spilt en viktig rolle for fagets planer, ved at innføring av tekniske hjelpemidler har påvirket både fagets innhold og undervisningsmetoder. Vi ser derfor også på denne utviklingen spesielt.

Vi vil se på om visse utviklingslinjer manifesterer seg gjennom endringer av målene i fagplanen, gjennom stoffutvalg, arbeidsmåter og vurdering slik dette er beskrevet i planene.

Vi vil søke svar på følgende problemer:

- Hvilke endringer i syn på matematikklæring og på skolematematikk manifesterer seg i de ulike planene?
- Hvordan påvirker disse endringene utviklingen av vurdering i skolen? Er vurderingen i samsvar med læringssynet og elevsynet i planene?
- På hvilken måte har innføring av teknologiske hjelpemidler (IKT) påvirket fagplanene i matematikk?

Matematikk - mellom dannelse og nytte: Et historisk tilbakeblikk

Hvorfor skal elevene lære matematikk?

Under overskriften *Fjern matte fra timeplanen* hevder professor Edvard Befring i Aftenposten (20/09/98) at de matematikkunnskapene elevene har behov for, kan inngå i andre fag. Den nødvendige matematikken kan integreres i andre fag, slik at elevene gjennom dette lærer det de trenger for å klare seg i samfunnet. Han tar et oppgjør mot det han kaller "en ekstrem teoretisk formalskole" som han mener vi har hatt de siste tiårene.

Dette spørsmålet har lenge vært aktuelt, men samfunnsutviklingen synes å ha aktualisert det ytterligere (Sjøberg, 2001). To aspekter har historisk sett vært sentrale som begrunnelse for hvorfor elevene skulle ha undervisning i faget. Matematikken skulle være nyttig og faget skulle også virke dannende. I den lærde skolen før 1800 hadde faget samme dannende funksjon som logikk og latin, og fram til like etter annen verdenskrig var faget fortsatt et danningsfag i den høyere skolen. Den sterke tradisjonen i vårt demokrati, med røtter helt tilbake til gresk kultur, er synlig her. Denne vektlegger og verdsetter argumentasjon, resonnement og bevis, en formalisert tankerekke, og kan spores tilbake til arven vår fra gresk kultur og til Euklid. Også i allmueskolen hadde faget matematikk en dannende funksjon, mens faget fikk en helt ny profil da folkeskolen ble innført. Her ble nytteaspektet vektlagt, og praktisk matematikk ble det dominerende i faget i lang tid. Realskolen og gymnaset fikk nye planer i 1935, og normalplanen for folkeskolen kom i 1939. Da annen verdenskrig startet, hadde vi to skoleslag med hver sine matematikktradisjoner, regning i folkeskolen og matematikk i realskolen og gymnaset. I realskolen var det riktignok innslag av praktisk regning, spesielt det siste året (Gjone, 1994). På grunn av krigen hadde Norge relativt ferske planer i 1945, og heller ingen økonomisk mulighet til å omforme skoleverket i tråd med etterkrigstidens nye politiske, sosiale og teknologiske ideer (Solvang, 1992).

Hva skjedde så? Fra midten av 50-tallet og i 20 år framover kom reformbevegelsen i matematikk, kalt "moderne matematikk", og som berørte en rekke land. Reformen startet i USA og var i utgangspunktet en reform for high-school-elever som skulle fortsette med matematikkstudier. Etter oppskytingen av Sputnik i 1957 ble reformen utvidet til all matematikkundervisning, og matematikk, fysikk og tekniske fag ble de tunge prestisjefagene. Dette førte til en omlegging av matematikkundervisningen. Elevene ble opplært i en mer presis matematikk, og nye emner som for eksempel funksjoner, vektorregning og sannsynlighetsregning ble innført. Terminologi og symboler fra mengdelære og logikk ble tatt i bruk for å fremstille stoffet så presist som mulig, og matematikken fikk et svært formelt preg (Gjone, 1985, 1994; Solvang, 1992).

I 60-årene ble reformen utviklet videre i USA, og "moderne matematikk" *var* framstilt som framtidens undervisning. Det hadde likevel vært reist kritikk mot reformen lenge, og på slutten av 60-tallet økte den ytterligere. Kritikken var først og fremst rettet mot den grunnleggende matematikkundervisningen. Det viste seg at reformelever ikke hadde bedret sine prestasjoner sammenlignet med elever som hadde fulgt tradisjonelt opplegg, faktisk var prestasjonen til reformelevene dårligere på visse "følsomme" (og lett målbare) områder som f.eks. regneferdighet. En annen årsak til kritikk skyldtes innslag av programmert undervisning i noen av prosjektene. I 1972 -73 var reformperioden over, en fikk slagordet "back to basic", og i 1975 var basiskunnskaper om tall- og regneferdighet igjen kommet i fokus (Gjone, 1985).

Hva skjedde i Norge? Tanken om en enhetsskole var en drivkraft i norsk skoleutvikling og utredninger om 9-årig enhetlig skole for alle elever startet i 1950-årene. Hva slags matematikk elevene skulle lære – regneundervisningen fra folkeskolen, eller den allmenndannende matematikken fra den høyere skolen – ble et sentralt spørsmål. *Læreplan for forsøk med 9-årig skole* kom i 1959, og her finner vi bl.a. forslag om felles fagstoff i de 7 første årene, mens det skulle deles i 8. og 9. klasse. Begrunnelsen for dette var bl.a. stor spredning i elevenes kunnskaper og evne til å løse oppgaver. Å kalle faget *matematikk* fra 1. klasse var ett annet særtrekk (Gjone,1994). Da reformideene i matematikk kom fra USA til Europa i slutten av 50-årene, var forutsetningene for undervisningsreformer derfor allerede tilstede i Norge, og skolereformene som startet på denne tiden varte til midten av 70-årene.

Den nordiske komiteen for modernisering av matematikkundervisningen ble nedsatt i 1960 etter initiativ fra Nordisk Råd, og Norge fulgte en felles nordisk utvikling i reformarbeidet fram til 1967. Komiteen utarbeidet en rekke forsøkstekster som kunne brukes både i grunnskolen og gymnaset, og forsøksundervisningen startet ca. 1962. I 1967-68 sto vi overfor en begynnende internasjonalisering av matematikkundervisningen, og vi fikk en rekke nye prosjekter. En del av prosjektene kom fra USA og Sverige, og ble bearbeidet for norske forhold. Det var en nær forbindelse mellom reformprosjektene og læreplanarbeidet i perioden etter

1967, og de positive erfaringene fra forsøkene medførte at alle utredninger om grunnskolen før mønsterplanen 1974 satset på den moderne matematikken (Gjone, 1985, 1994). I midlertidig utgave av mønsterplanen 1971 var det anledning til å velge to alternative planer i matematikk, der alternativ 2 bygget på de retningslinjene som Den nordiske komiteen for modernisering av matematikken hadde foreslått.

Det ble en voldsom debatt omkring den moderne matematikken, og lærere fra grunnskole, gymnas og universitet kritiserte disse forsøkene. Denne debatten fikk innvirkning på fagplanene, og det meste av den moderne matematikken forsvant. I barneskolen ble deler av mengdelæren beholdt, og i ungdomsskolen fikk man muligheten for en grundig innføring i begrepene variabel og funksjon. I den videregående skolen kom vektorregning inn, og funksjonslæren fikk en ansiktsløftning. Innføringen av mengdelære og logikk ble kraftig nedtonet, noe som sannsynligvis medførte at arbeidet med bevisføring ble redusert (Solvang, 1992).

Det kan se ut som om matematikkundervisningen har svingt mellom nytte og danning fra 60-årene og fram til i dag. I M-74 er det fortsatt rester av den akademiske tradisjonen, det finner vi blant annet i målformuleringen: "- gi en faglig bakgrunn som er egnet med tanke på så vel videregående utdanning..." (s 132). Gjone (1994) viser at nyttehensynet dominerer i M87, som blant annet innfører nye hovedemner som *Prosent, Måling og enheter, Samfunnsøkonomi* og *Personlig økonomi*, selv om danningsaspektet fortsatt er til stede. Dette endrer seg i reformene på 90-tallet. Overskriftene i den generelle delen av læreplanen for videregående utdanning gjenspeiler et danningsideal.

> Går vi inn i fagplanen for matematikk, finner vi mål som for eksempel gjelder Matematikk som kulturarv, et mål som ikke er "nyttig" ut fra en vanlig tolkning.
>
> (Gjone,1994, s.10)

En forklaring på dette kan være at den generelle delen av læreplanen er for hele skoleverket, og danningsidealet har nok stått sterkere i den videregående skolen i denne perioden. I L97 er det presisert at matematikk er et redskapsfag, bl.a. ved at *matematikk i dagliglivet* er et eget hovedemne. Det kan virke som L97 prøver å favne både nytte og danning, og sier som Ole Brumm: "Ja takk, begge deler!".

Skolematematikken i endring - ulike syn på læring?

Nyere forskning har dokumentert at læreres og elevers tanker om matematikk i stor grad påvirker innhold, undervisningens fokusering, arbeidsmåter og elevenes læring (Pehkonen, 1990; Furinghetti, 1990; Macleaod, 1990). Både læreres og elevers samlede *personal theory* eller *belief system* vil ha føringer på læringens utkomme.[1] Ernest (1992) beskriver et belief system bygget på tre kvalitativt ulike fagoppfatninger av matematikk. Han beskriver et absolutisk, et progressiv absolutisk og et fallibilistisk syn på faget – som hver for seg vil føre til ulike konsekvenser for praksis. Er matematikken utviklet fast og ferdig, med symboler og regler, – eller gis det rom for nyskaping, endringer, for drøftinger? Ludviksen (1999) har i forbindelse med IKT i skolen beskrevet tre tilnærmet parallelle kategorier. Han knytter disse til beskrivelse av ulike klasserom som: et *tradisjonelt klasserom*, et *konstruktivistisk klasserom*, og et *klasserom som læringsfellesskap*. Dysthe (1999)

[1] Dette tas opp i kap. 4.

beskriver tre pedagogiske grunnsyn, som en også kan si er tilnærmet parallelle til overstående kategorier: behaviorismen, kognitivismen og det sosiokulturelle perspektivet.

Her må det understrekes at slike kategoriseringer er *modeller*, for å vise de store linjene, og det er så absolutt mulig å befinne seg i flere kategorier eller veksle mellom dem. Ingen didaktiker eller pedagog vil vel si at han eller hun befinner seg utelukkende i en av kategoriene? Under har vi beskrevet tre kategorier der vi bruker elementer fra Ernest, Ludviksen og Dysthe, som vi ønsker å ta utgangspunkt i når vi analyserer læringssynet i de ulike læreplanene.

Det tradisjonelle synet på opplæring passer til et behavioristisk syn på læring som stod sterkt på 50 – 60-tallet. En kan overføre læring, og kunnskapen er et bredt spekter av faktakunnskaper og ferdigheter. Alle komplekse oppgaver kan brytes ned i små delmål og deloppgaver. Skolematematikken er i denne sammenhengen fast definert, absolutt og sann – et absolutisk syn. Ut fra et slikt syn på læring blir pensum og nasjonale tester viktig i undervisningen. Øving står sentralt. Ansvaret for læringen ligger hos læreren og elevene arbeider individuelt. Viktige læremidler er kritt og tavle samt lærebok. Ved bruk av data som ressurs vil drilloppgaver og øvelser stå i fokus.

Et konstruktivistisk eller humanistisk syn på opplæring kom for fullt inn på 70 – 80-tallet. Etter dette synet konstruerer barnet sin egen kunnskap. Undervisningen bygger på elevenes forkunnskaper og forsterker og utfordrer disse, blant annet gjennom kognitive konflikter ved misoppfatninger. Å ha en kunnskap betyr at en har dybdeforståelse og har dannet gode begrepsstrukturer. Skolematematikken er sikker og objektiv, samtidig som den er menneskeskapt – en progressiv absolutisme. I undervisningen vil det være viktig med aktiviteter, problemløsning og utforskning. Ansvaret for læring ligger hos enkelteleven og undervisningen er organisert individuelt eller i gruppe. Nyttige læremidler vil være konkretiseringsmidler av ulike slag, strukturert laborativt materiale og lærebok. Datateknologien vil brukes som støtte for individuell konstruksjon av begreper og kunnskap.

Til *et radikalt syn* på opplæring i matematikk passer sosiokulturelle læringsteorier som kom sterkt inn i bildet på 90-tallet. Læring er å bearbeide forståelse i lys av lokal diskurs. Kunnskap i denne sammenheng er dybde, den er kontekstbundet og situert. Læring er noe som skjer i en aktivitet. Synet på skolematematikk er at den er et sosiokulturelt produkt som alltid er foranderlig – et fallibilistisk syn. Her vil problembasert læring og læring som en prosess være viktig i undervisningen. Derfor vil portefølje- eller mappevurdering passe inn som vurderingsform. Ansvaret for læringen er spredt på alle deltakerne i prosessen og organiseringen av opplæringen vil ha som mål å etablere et læringsfelleskap. Læremiddel i denne sammenheng er alt som er tilgjengelig og som kan anvendes for å nå målet: oppslagsverk, lommeregner, aviser osv.. Etter et radikalt syn på opplæringen vil PC bli brukt for å få tilgang til informasjon som må omformes ved hjelp av refleksjoner i læringsfelleskapet.

Dersom en kan tillate seg å la noen av de store og nyere læringsteoretikerne representere disse synene på opplæring, vil en kunne la Gagne være representant for det tradisjonelle synet, Piaget for det konstruktivistiske, og Vygotsky for det radikale synet på opplæring.

Fins det grunnlag for å si at disse tre synene på opplæring beskriver en utviklingslinje som er synlig i læreplanene? Her er det viktig å poengtere at enhver læreplan har blitt tolket i lys av sin samtid. Når vi tolker gamle læreplaner nå, vil det være i lys av vår egen samtid og de erfaringer vi har gjort.

Læringssyn i fagplanene

En interessant ting når det gjelder læringssyn i læreplaner, er at planen gjerne viser til forskning eller nevner nøkkelord som er bundet til bestemte teorier innen didaktikken, men de nevner aldri navn og hvor teoriene planen bygger på er hentet fra. Dette gjør det vanskelig å finne ut hva ordene, dypere sett inneholder, og hva som er bakgrunnen for ordene i planen. En må kjenne teoriene godt for å vite hvilke teoretikere planene bygger på. Siden læreplaner også er et politisk dokument som skal vedtas i Stortinget, må planene ofte også dekke flere læringssyn, noen vil si motstridende syn, andre vil si komplementære syn, for å få flertall. Derfor kan det være vanskelig å finne klare utviklingslinjer som går på læringssyn og fagsyn. En plan kan således ikke ha ett rendyrket læringssyn, den skal dekke så vidt ulike sammenhenger og gi framtidige utviklingsmuligheter.

2.4.1 Normalplanen av 1939

Planen opererer med minstekrav ved avsluttet folkeskole, men peker på den store forskjellen mellom elever. Den advarer mot å arbeide med stoff som er for vanskelig, og å gå for fort fram: "Det er ikkje først og fremst mengda med oppgåver det spørst om i rekning, men at borna skjønar og eignar til seg stoffet" (s.140). Læringssynet var å dele opp faget, ta en ting om gangen. "Den monografiske metoden, som m.a. krev at ein skal ta til med alle 4 rekningsartene, kan ein såleis ikkje telja til å bruka. Ein såvoren framgangsmåte fører lett til at elevane blir fortulla og ustøe" (s. 141). Undervisninga skal være klar og bruke flere sanser. Elevene skulle få anledning til mest mulig selvstendig arbeid – tilpasset deres evner.

Det er viktig at eleven får tenke selv. I mange tilfeller vil det være flere alternative løsningsmåter og føringsmåter, og en velger en som normalmetoden. En anbefaler vanlige praktiske oppgaver, også oppgaver der elevene selv lager spørsmål ut fra oppgitte data, og oppgaver der de selv må finne relevante data:

Kva kostar det å tapetsera stova heime?

Tall, tallregning, øving i tallregning, overslag og vurdering av svar, hoderegning og god føring er vektlagt. Geometrien går lite inn på egenskaper ved figurer, men gjelder mest utregning av areal, omkrets og volum.

Til grunn ligger et behavioristisk læringssyn: Mer øving på vanskelige oppgaver.

Normalplanen av 1939 var bygget på arbeidsskoleprinsippet og er påvirket av blant annet amerikansk progressiv reformpedagogikk. Dewey hadde et høyst funksjonelt og pragmatisk kunnskapssyn. Kunnskap er noe relativt, og kunnskapens verdi er bestemt av dens nytte. I hans øyne er menneskene sosiale vesen i en stadig utvikling mot praktiske problemløsninger (Maltén, 1982, s 68). Eleven får en aktiv rolle, og det blir lagt vekt på å ha tro på elevens evner til å utvikle seg selv og samfunnet.

Det faglige innholdet i regneplanen NP-39 er praktisk regning. Det er to faglige hovedemner, regning med tall og praktisk geometri (form, ulike målinger, utregning av flate og rommål samt omkrets).

I Normalplanen av 1939 finner vi at elevene i faget regning skal eksperimentere, leke, bruke konkreter, arbeide individuelt og samarbeide i grupper. Det legges stor vekt på forståelse. En skal for eksempel ikke sette i gang med mange øvingsoppgaver før en vet at eleven forstår det, ellers kan de øve inn feiltenkninger. En skal ta hensyn til elevenes evner, slik at alle kan oppleve mestring. De skal få lukkede praktiske matematikkoppgaver, men også åpne praktiske oppgaver der elevene selv skal finne opplysninger og stille spørsmål.

Spørsmålet er om Normalplanen bare tok opp i seg deler av Deweys syn som for eksempel nytteperspektivet og elevaktivitetsprinsippet, men ikke tok opp i seg kunnskapssynet hans? Ser en i Normalplanen av 1939, vil en oppdage et forholdsvis absolutisk syn på regning. Det gis rom for at eleven skal få prøve seg på nye ting og vise hverandre hvordan de har gjort det, men så skal de – læreren og elevene – finne den mest fordelaktige framgangsmåten som så skal bli normalframgangsmåten. Dette er særlig viktig for de minst dyktige elevene. Ellers gis det en liten åpning for å la elevene følge egen framgangsmåte om den bare fører fram. Planene forteller også om hvordan oppgaver skal føres, gir rett uttalelse av matematiske ord, i tillegg til at den setter opp minstekrav. Imsen (1999) hevder at det ble problematisk å gjennomføre arbeidsskoleprinsippet i praksis, slik det blir beskrevet i Normalplanen, på grunn av planens minstekrav.

Det kan i tillegg se ut for regningen sin del at problemet også lå i en konflikt mellom det fagsynet og læringssynet som kommer fram i planen. Når det som skal læres blir detaljstyrt, så står det i et motsetningsforhold til et læringssyn som sier at eleven skal være den aktive i egen læringsprosess. Troen på eleven er også begrenset i planen i forhold til det Dewey har.

> Ein må ikkje venta for mykje av evna elevane har til sjølvstendig arbeid, ...
>
> (KUD, 1939 s.144)

Planen legger også, som nevnt over, opp til en småstegsmetode:

> Elevane må få tid til å læra ein ting om gongen utan å ta mange vanskar på stutt tid. Den monografiske metoden, som m. a. krev at ein skal ta til med alle 4 rekningsartene, kan ein såleis ikkje telja til å bruka. Ein såvoren framgangsmåte fører lett til at elevane vert fortulla og ustøe.
>
> (KUD, 1939 s.140)

Samtidig tar planen høyde for at elevene er ulike, og at de flinkeste må få lov til å arbeide mer selvstendig og med større og vanskeligere oppgaver som de har særlig interesse for. Ord som differensiering er ikke brukt, men planen er likevel tydelig på at det er ønskelig med en form for pedagogisk differensiering, der elevene delvis får velge oppgaver og delvis får oppgaver tilpasset sitt nivå med individuell rettledning og øving. Samtidig åpner planen for å organisere grupper etter nivå, og så stille ulike krav til disse ut fra forutsetningene. Når planen skal begrunne at elevene må få arbeide med ulike oppgaver, og at det kan være lurt å dele inn i nivådelte grupper, bruker de resultat fra IQ-tester generell del, og standardiserte prøver som viser hvor store forskjeller det er mellom klasser og mellom elever innad i samme klasse.

Nytteperspektivet, at eleven skal se regning som et nyttig redskap, står sterkt. Planen understreker likevel også regneundervisningen som en mulighet til å lære eleven nøyaktighet, altså et danningsperspektiv. Så selv om planen på mange måter er progressiv, så er den kan hende noe i strid med seg selv. Ser vi tilbake til kategoriene vi delte inn i, vil vi finne elementer fra alle tre synene på opplæring. I arbeidsmetoder og organisering vil den ligge nærmest den konstruktivistiske og radikale, mens den i syn på kunnskap, pensum med minstekrav, og vurdering vil ligge i det tradisjonelle synet på opplæring i matematikk.

Likevel, Normalplanen av 1939 er nok på mange måter med sin vektlegging på arbeidsskoleprinsippet forut for sin tid. Mange pedagogiske tanker i denne planen er anerkjente også i dag.

2.4.2 1959- og 1971-planene, et mellomspill i norske læreplaner?

En kan på mange måter si at *Læreplanen for forsøk med 9-årig skole* (Forsøksrådet, 1960) og *Mønsterplanen av 1971*, M-71, er mellomspill i norsk fagplantradisjon. Begge går bort fra arbeidsskoleprinsippet. Særlig er 59-planen bygget på et tradisjonelt syn på opplæring. Det som skal læres, er detaljert utformet, drill og øving er vektlagt – særlig i barneskolealder – og det blir understreket ved at lærebok er det viktigste redskapet i undervisningen. I disse planene blir faget kalt *matematikk* etter en lengre debatt om hvilken matematikk elevene skal lære i den nye 9-årige skolen.

M-71 har to alternative planer der den ene, den tradisjonelle, er bygget på -59 planen. Den andre er helt ny med moderne matematikk som bygger på begreps- og strukturforståelse. Grunnen til at vi velger å kalle disse planene for mellomspill i denne sammenhengen er at de ikke følger arbeidsskoleprinsippet. Det finner sted en sterk akademisering av faget i disse årene. I disse planene er det også kursplandeling på ungdomstrinnet, altså en organisatorisk differensiering. I matematikk vil det her si at en har tre plangrupper, plan én for elever som strever mest og plan to for elever som strever, men kan klare en del, og plan tre for de som sikter videre på gymnaset.

I 1959 blir grunnskolen utvidet fra 7 til 9 år. Faget får navnet *matematikk*, og deler av fagets innhold fra den høyere skolen kommer inn i planen. Det gjelder spesielt geometri og algebra. Ett av målene for barnetrinnet etter forsøksplanen av 1960 er således at elevene skal "lære å løse enkle ligninger av 1. grad med en ukjent". Tallenes benevning blir ofret en større oppmerksomhet enn før: Det må skjelnes mellom et pengebeløp 12 kr og prisen 12 kr/kg, mellom en vekt 11,6 g og 11,6 g/cm^3.

1950- og 60-årene er ellers i den vestlige verden preget av mange reformtiltak for matematikk i skolen. Et stort arbeid blir, som også er nevnt over, gjort gjennom et nordisk samarbeid for å modernisere matematikken, spesielt på bakgrunn av reformbevegelsen i USA.

Nye signaler om endringer – hvor går veien?

I USA er denne perioden preget av at behavioristenes syn blir anvendt, og det blir utviklet undervisningsmateriell for programmert læring der faget ble sett på som hierarkisk oppbygget, der en definerer små målområder. Individet krever et program der hvert steg forover er lite nok til at individet kan akseptere det. Individet blir i større grad satt i fokus. I tillegg får lærer ansvar for tilrettelegging og kontroll av kunnskap. I Norge får denne retningen innpass i forsøksvirksomhet i forkant av M-71, som for eksempel ved IMU-prosjektet (Individuell matematikkundervisning) der elevene skal lære individuelt ved selvinstruerende og selvkontrollerende materiell. Dette var forøvrig oversatt og hentet fra Sverige. Elevene får rask respons på om det de gjør er riktig eller galt i dette systemet. IMU er et forsøk tilrettelagt for ungdomsskolen som et svar på problematikken rundt differensieringen i matematikk på dette trinnet. En ønsket å undersøke hvordan en i praksis kan gjennomføre en undervisning som både er tempodifferensierende og nivådifferensierende (Solvang, 1992). I tillegg blir det gjort forsøk med moderne matematikk, der strukturlæring og begrepsbygging står i høysetet. Denne retningen fører til en sterk dreining mot en akademisering av matematikkundervisningen. IMU og moderne matematikk er ikke helt atskilt, da det selvinstruerende materialet som blir brukt, også inneholder en god del av den nye matematikken. Selv om det er arbeidsmetoden som først og fremst står i fokus for IMU-prosjektet, blir prosjektet vanskelig å vurdere siden det blir gjort endring i både metode og innhold samtidig (Gjone, 1985).

Planen av 1971 har som nevnt over, to alternative planer i matematikk, en som tar inn elementer fra "den moderne matematikken" og en som kjører et tradisjonelt løp. I slutten av prosessen med denne planen blir det et politisk skifte i Norge, noe som fører til flere endringer på kort tid i slutten av planprosessen. Det nedsettes et utvalg som kommer med utredningen NOU 1973:33. I kjølvannet av denne, kommer så det inn at matematikk i 9. klasse, altså siste året, skal gjøres frivillig. Noen tenker da slik at matematikk i 9. klasse skal være forberedende for gymnaset. Slik kan likevel ikke en plan være: Et valgfag kan ikke være kompetansegivende, og sperre for senere valg, mente et flertall i Stortinget. Selv om mye av det som skjer i denne perioden ikke blir videreført, er det en viktig periode der en får gjort erfaringer som kom til å prege M-74. Diskusjonen som oppstår rundt svekking av barnas regneferdigheter i forbindelse med innføring av moderne matematikk og IMU, er en diskusjon som fortsatt er levende (Solvang, 1992). Det er i denne diskusjonen Forfang hevder:

> Det som ikke lenger er så nødvendig som før, er rutine i å kunne utføre talloperasjoner raskt for hånd ... moderne matematikk, med sin vekt på "forståelse" er mer egnet til å dekke romalderens behov.
>
> (Gjone, 1985, Bind II, del V, s. 67.)

Dette argumentet vinner ikke fram i M-74, men har til dels vunnet fram i senere planer.

2.4.3 M-74

Et resultat av prosessen med strukturmatematikk er at vi får en sterkere akademisering av faget. I M-74 står det at matematikkundervisningen har som mål:

> å gi elevene en faglig bakgrunn som er egnet med tanke på så vel videregående utdanning som overgang til yrkeslivet
>
> (M-74, s. 133)

Dette har nok sin årsak i at realskolen forsvinner, og i tillegg blir ikke matematikk sett på som et fag alle har like stor bruk for i denne tiden. Diskusjonen går høylydt om 9. klasse skal ha obligatorisk matematikkundervisning, eller om det på dette årstrinnet skal være valgfritt. Det blir først bestemt å videreføre at det skal være valgfritt. Ved et rundskriv F-397/75 blir det så bestemt at matematikk skal være obligatorisk på 9. klassetrinn, og det blir utarbeidet en plan for trinnet i 1976.

M-74 går på mange måter tilbake til arbeidsskoleprinsippet. Som en reaksjon på kritikken om at matematikken blir for livsfjern og akademisk, blir de fleste emnene i matematikk nå begrunnet med nytteverdien, selv om den akademiske tradisjonen fra realskolen/gymnaset også er tilstede. Når nytteverdien av emnene skal begrunnes, står det:

> Emnene tallbehandling og praktisk regning krever ingen motivering, berettigelsen av dem er innlysende for alle. Andre emner, for eksempel algebra og funksjonslære, vil hos elever og foreldre være mer eller mindre omdiskutert.
>
> (M-74, s. 138)

Etter dette begrunner en at dersom en vil holde seg oppdatert i dagens samfunn, er kunnskaper i algebra og funksjoner ønskelig og nødvendig. Det nevnes aviser og andre publikasjoner der en må ha kunnskap om dette for å fullt ut forstå innholdet.

Eleven får etter M-74 igjen en mer aktiv rolle ved sin egen læring, noe som uttrykkes slik:

> Gjennom hele grunnskolen må elevene oppmuntres til å innta en eksperimenterende holdning når de møter ukjente oppgaver eller nytt stoff. Ved eksempler og eksperimenter som er tilstrekkelig enkle, kan elevene tilegne seg grunnleggende begreper ved egen innsats, og etter hvert vil de kunne oppdage mange matematiske sammenhenger selv. Vi kan her tale om en induktiv arbeidsmåte.
>
> (M-74, s. 145)

I kommentar til emnene i matematikkplanen understrekes det sterkt at planen er en rammeplan og må tolkes romslig. Dette henger sammen med at en legger vekt på induktive arbeidsmåter. Det kan føre til behov for å gå ut over det som er spesielt nevnt i planen, når elevenes spørsmål og interesse tilsier det. Da vil det være rimelig å legge mindre vekt på andre emner (M-74, s. 138). Men det legges opp til sentralt gitt eksamen som ikke bygger opp under planen som en rammeplan. Likevel er det lagt bedre til rette for en slik arbeidsmetode enn i N-39, som hadde minstekrav.

Selv om det er ønskelig med en aktiv elevrolle, står den lærerledede undervisningen likevel sterkt.

> Men denne arbeidsmåten (induktiv tilnærming, vår kommentar) passer ikke like godt på alle emner, den er dessuten tidkrevende. ..... Det vil likevel aldri være noe skarpt skille mellom disse arbeidsformene, *også gjennom lærerledet undervisning kan elevene aktiviseres.*
>
> (M-74, s. 145, vår kursivering)

Småstegsmetoden blir videreført i M-74. Der blir også spiralprinsippet videreført fra M-71. Det vil si at elevene gjentatte ganger møter samme emne, men etter hvert blir framstillingen mer inngående, og sammenhengen mellom emnene kan tre klarere fram. Ledet oppdagende læring der det er viktig med strukturert materiell som kan lede til matematiske oppdagelser, er også ganske betegnende for denne perioden. Ingen ting i matematikken er så vanskelig at det ikke kan forenkles nok til at små barn kan oppdage og se mønster. Kanskje derfor blir vanskelige og abstrakte emner som funksjoner og algebra innført forsiktig allerede i småskolen. Dette prinsippet bygger blant annet på Bruner sin didaktiske tenkning om riktig strukturering av stoff, riktig rekkefølge på stoffet og riktig stimulering fra lærerens side (Maltén, 1982; Orton, 1992). Ellers er planen preget av store teoretikere som Piaget (eleven lærer av erfaring gjennom handling), Dienes (hans systematiske, laborative materiell til oppdagende læring) og Bruner (med hans vekt på oppdagende læring og på spiralprinsippet i pensum) (Gjone, 1985; Orton, 1992). Planen legger vekt på at en skal bygge på elevenes erfaringsområder, slik at de blir mer fortrolige med emnene og bedre i stand til å bruke det de lærer i faget. Planen legger opp til en viss form for tverrfaglighet ved at en kan bruke eksempler fra samfunnsfag til å regne på, men planen gir klar melding om at matematikktimene skal brukes til matematikken, og ikke brukes til å forklare begreper og konvensjoner fra andre fag.

I denne planen går en bort fra kursplaner. Planen er uklar på om det er tillatt å drive organisatorisk nivådeling. Dette blir først oppklart i 1979 der det blir understreket at organisatorisk differensiering ut fra nivå kun er tillatt i tidsbegrensede perioder (Solvang, 1992). Ellers skriver planen om ulikhet i arbeidstempo, at elever som arbeider sent får jobbe med det mest sentrale stoffet og de viktigste anvendelser. De som arbeider fort, må få oppgaver som utdyper og utvider deres kunnskaper, men planen legger opp til at alle i klassen starter sammen på nytt stoff. En framhever at elevene vil kunne ha behov for å arbeide sammen og diskutere problemer seg imellom.

Av læremidler er lærebøker regnet som selvsagt, og planen gir råd om hvordan de bør være. Blant annet hevdes det at det er en fordel å bruke engangsbøker på småskolen siden elevene lett bruker uforholdsmessig lang tid på selve skrivearbeidet i denne alderen. Ellers nevnes konkretiseringsmateriell fra omgivelsene og strukturert materiell sammen med tabeller og oppslagsverk.

En kan heller ikke plassere denne planen klart under en av kategoriene for syn på læring. Men hovedtyngden av planen mener vi ligger i et konstruktivistisk syn på opplæring, med klare trekk også fra tradisjonelt syn. Det er som om planen ikke helt har bestemt seg om den vil være fagsentrert eller elevsentrert. Samtidig har planen også momenter som er viktig for radikalt syn på opplæring som for eksempel at elevene skal få øving i å samarbeide i matematikk og at de kan bruke ulike hjelpemidler etter behov. Dessuten skal en jobbe induktivt, og har dermed lov til å bruke tid på ting elevene tar opp, idet planen er ment som rammeplan. Tendensene i denne retningen blir moderert når planen hevder at en matematikkundervisning der det deduktive innslag mangler, er utenkelig. Selv om en ser tendenser til tverrfaglighet, er hovedholdningen at matematikk skal læres i matematikktimene, og andre fag må ikke skygge for matematikken i disse timene.

2.4.4 M87

"Fra jeg-skole til vi-skole" var et markert slagord da M87 ble innført. Dette gjaldt kanskje i første rekke skolens ansatte, men det ble også overført til å gjelde elevene. "Handle lokalt og tenke globalt" var et annet slagord som passet til planen. En kan gjerne se dette som en reaksjon mot den mer individuelle tenkningen som lå til grunn i M74. Dessuten finnes her "signalord" i denne planen som "ansvarslæring" og "ansvar for egen læring" som passer til en konstruktivistisk tenkning om læring.

Lærestoffet i M87 blir presentert for treårsperioder med inndeling 1-3. klasse, 4-6. klasse og 7-9. klasse, og fungerer som en rammeplan. Veiledende årsplaner blir utgitt i form av et tilleggshefte. I fagplandelen for matematikk i M87 finner vi stoffet inndelt i mål, lærestoff og progresjon, arbeidsmåter, læremiddel og hovedemner og delemner. Nytteaspektet finner vi også her:

> Vi treng kunnskapar og dugleik i matematikk for å kunne løyse mange av oppgåvene i dagleglivet og for å kunne ta oss av personlege interesser og gjeremål. Derfor får alle elevar i grunnskulen opplæring i matematikk.
>
> (M87, s. 194)

I denne planen forsvinner målsettingen om at en skal forberede for videregående utdanning. En har tatt konsekvensene av at en har niårig skoleplikt. Da blir det viktig at alle elevene opplever matematikk som meningsfylt for seg.

Planen gir ikke noen detaljert oversikt over lærestoffet. Den enkelte lærer og skole har dermed frihet til å vektlegge hovedemner og delemner, selv kunne velge undervisningsopplegg og metoder, og selv utforme lokale læreplaner. Tilpasning til lokalmiljøet er gjennomgående i kommentarene til alle emnene. I motsetning til forrige plan skal alle hovedemner tas opp, og fellesstoffet skal presenteres med omtrent det samme innholdet over hele landet, altså en innstramming i forhold til M-74. Det er kommet til nye emner i forhold til M74, og noen emner er betydelig endret (Grunnskolerådet, 1987). Antall hovedemner er økt til ti. Noen emner er nye, som problemløsning og datalære. Andre hovedemner er splittet opp til to, som tall og tallregning. Andre igjen er slått sammen, som algebra og funksjoner. Noen emner er trukket fram som hovedemne, mens det tidligere har vært delemne, f.eks. prosentregning. For første gang i norsk fagplan for grunnskolen blir sannsynlighetsregning nevnt ("innføring av sannsynlighetsbegrepet gjennom praktiske forsøk"), som underpunkt til statistikk på ungdomstrinnet. Mengdelæren er nå borte. Det blir understreket at hovedemnene ikke må betraktes som isolerte enheter, men er ment som hjelp til å strukturere faget. Undervisningen skal legges til rette slik at elevene opplever helheten i faget (M87, s. 195).

At en ikke lenger kan velge bort delemner, begrunnes med at matematikk i skolen krever en bestemt progresjon i større grad enn andre skolefag. Et delemne vil bygge på et annet. Og rekkefølgen av delemnene vil ofte reflektere progresjonen i lærestoffet. Planen har altså et syn på matematikk som et hierarkisk oppbygget fag. En kan si at en i planen finner et absolutisk syn på skolematematikken.

M87 tar konsekvensen av at "Matematikkfaget i skolen har eit vidare siktemål enn å gje innføring i matematiske emneområde". Det skal legges vekt på å bruke matematikk som verktøy for praktiske oppgaver. Derfor blir det i planen tatt med andre hovedemner enn det som tradisjonelt oppfattes som fagstoff i matematikk. "... metoden ein arbeider etter, er sentral i matematikkundervisninga" (M87, s. 195). "Barn skal ikke lære å bli matematikere, de er matematikere" (Papert, 1983). Dette kan de være når de arbeider som problemløsere. Hovedemnet problemløsning skal være en del av all matematikkundervisning, sier planen. I veiledningsheftet understrekes dette: "Matematikk er ikke bare ferdig lærestoff. Matematikk er også aktivitet" (Grunnskolerådet, 1987, s. 13). Ellers legges det stor vekt på samtaler og diskusjoner i samlet klasse eller i smågrupper for å få økt innsikt og forståelse.

I M87 planen kommer det fram en ny holdning til elever som kan ha problemer med å lære skolens matematikk. Det er ikke bare flinke elever som skal jobbe med problemløsningsoppgaver. Veiledningen til planen fremhever at det er viktig at alle har behov for å oppleve mestring, og at læreren derfor må tilrettelegge oppgaver og aktiviteter av ulik vanskegrad innenfor samme emneområdet. Videre står det:

> Enkelte elever har behov for tilrettelagt undervisning, slik at også de kan få arbeide med problemoppgaver. En må være forsiktig med å sette for snevre grenser for hvilke oppgaver elevene kan få fordype seg i.
>
> (Grunnskolerådet, 1987, s. 7)

Lærerens oppgave blir i denne planen å legge til rette et læringsmiljø og lede opplæringen slik at en balanserer mellom ulike metoder, slik at elevene får arbeide på det nivået de makter.

Det blir også i planen vektlagt samarbeid på tvers av fagene. Mens det i M74 heter at en kan ta opp regning innen samfunnsfag, men at en må passe på å bruke tiden på matematikken og ikke på begrepene i samfunnsfag, er det her en større åpenhet for arbeid på tvers, for at elevene skal få erfare at ferdighetene i matematikk kan komme til nytte, noe som i seg selv tenkes å virke motiverende.

Når det gjelder læremiddel, legges det vekt på at det skal finnes strukturert laborativt materiell og utstyr, som ulike geometriske modeller, i tilstrekkelig mengde til at eleven selv kan undersøke og gjøre erfaringer. Undervisningsmateriell må også utformes slik at elevene kan jobbe på egen hånd. Dessuten bør det være materiell som kart, rutetabeller og andre matematiske data fra lokalmiljøet. Elevene må ellers få bruke arbeidsredskap som passer til oppgaven. Lommeregner og datamaskin blir nevnt. Til den sentralt gitte eksamen får elevene nå bruke lommeregner på deler av eksamen. Når det gjelder læremiddel, er planen godt tilpasset et radikalt syn der kunnskapen er situert, men tar ikke helt konsekvensen av dette i sluttevalueringen. Lærebøker nevnes ikke i selve planen, men i veiledningen står det:

> En lærebok er et godt og nødvendig læremiddel i matematikk, fordi en der kan formidle lærestoff på en systematisk og oversiktlig måte. Det er ønskelig at elevene har tilgang til lærestoff fra hele treårsperioden.
>
> (Grunnskolerådet, 1987, s. 113)

Det blir også anbefalt at læreren har tilgang på flere læreverk. På den måten kan en se at ulike læreverk kan framstille stoffet ulikt.

Denne planen går enda sterkere inn for tanker som ligger til grunn for arbeidsskoleprinsippet enn tilfellet er med M74, men planen legger likevel sterkere føringer for hva som skal være med i undervisningen. Skal en karakterisere denne planen, ligger denne også i alle tre kategorier, med hovedtyngden innen et konstruktivistisk syn, og med en bevegelse mot radikalt syn. Planen peker på matematikk som prosess, problemløsning, tverrfaglighet, situert læring, samtale og diskusjon og bruk av læremidler, noe som er med på å peke i retning av et radikalt læringssyn.

Mønsterplanen av 1987 (M87) understreker tre forhold som er av betydning for matematikkfaget:

- Undervisningen skal være *tilpasset* til elevene,
- den skal ha et *tverrfaglig* perspektiv
- og skoler og kommuner skal utarbeide *lokale planer*.

I de lokale planene skal en meisle ut innholdet i M87 konkret og ta hensyn til lokale forhold. Dette er høye mål å streve mot. I praksis støter det raskt på problemer, både praktisk og ressursmessig. M87 innfører ellers problemløsning og datalære som egne hovedemner. Innenfor disse områdene har ikke skolen tradisjoner, og lærerne og skolene har dermed lite å bygge på. Hvordan skal en så omsette dette i praktisk undervisning? Hvordan evaluere problemløsning og vurdere arbeid med data? Den utfordringen er fremdeles aktuell, også ved overgangen til et nytt læreplanverk.

2.4.5 L97

Om denne planen er det ofte sagt at den er i strid med seg selv, med mye felles pensum og sterk styring, samtidig som den pålegger å bruke tema- og prosjektundervisning. Hele planen er blitt vedtatt som forskrift. Det betyr at den er juridisk bindende i sterkere grad enn for eksempel M87. Alle elevene i Norge skal gjennom opplæringen gjennomføre hvert hovedmoment i samme klassetrinn med unntak av enkeltelever som måtte ha individuelle læreplaner. Dessuten er det angitt prosentvis hvor mye prosjekt- eller temaarbeid en skal gjennomføre på hvert trinn. Disse skal ha aktualitet, være lokalt tilknyttet eller knyttet til elevenes erfaringsverden og interesser. Vi får på denne måten en understreking av at kunnskapen er situert og bundet til kontekst utenfor skolen også. Forskriftene blir 01.08.99 endret slik at lærerne og skolen får en større frihet til å behandle hovedmoment (strekpunkt) innenfor hvert hovedtrinn i stedet for å måtte ta opp momentene på det angitte klassetrinn. Dessuten blir den prosentvise andel tema- og prosjektarbeid gjort veiledende. Dermed blir L97 i realiteten mer "lik" M87, altså gjort om til en form for rammeplan (Koritzinsky, 2000).

Som felles mål for matematikkfaget beskriver NLS (1998) slik:

> utvikling av elevenes eget forhold til faget og vurdering av egen læring og kompetanse
>
> hva det tas sikte på at elevene skal utvikle av kompetanse
>
> hvordan denne kompetansen skal utvikles
>
> (NLS, 1998, s. 12)

Det er færre målområder i L97 sammenlignet med M87. Nytt er "Matematikk i dagliglivet". Alseth (1998) peker på hva som er utgangspunktet:

> De praktiske situasjonene skal danne utgangspunktet for aktivitetene og matematikken skal springe ut av dem, ikke motsatt
>
> (Alseth, 1998, s. 54)

I tillegg kommer målområdene "Tall" og "Rom og form" på småskolen. På mellomtrinnet bytter tittelen "Rom og form" til "Geometri", i tillegg til at "Behandling av data" kommer med. På ungdomstrinnet utvides "Tall" til "Tall og algebra", og det kommer inn et nytt område, "Grafer og funksjoner". De mest abstrakte emnene er blitt skjøvet "oppover" til ungdomsskolen. Sannsynlighetsregning er kommet ned på mellomtrinnet. Rom og form eller Geometri er vel emnet som har endret seg mest, med mye mer vektlegging på symmetri, estetikk og kreativ utfoldelse.

I L97 blir faget framstilt som en prosess der elevene skal være den aktive og nysgjerrige forsker som skal lete etter strukturer og sammenhenger og kunne trekke slutninger og begrunne ved logiske resonnement. Dette fagsynet er ikke nytt, men har utviklet seg gjennom de tre siste planene og forsterket i hver plan. Denne prosesstenkningen er etter vår mening mer gjennomgripende i L97. Den har også et nytt hovedmål som de andre tidligere planene ikke har: at elevene utvikler innsikt i matematikkens historie og fagets rolle i kultur og vitenskap. Det er ikke bare barnets eller elevens arbeid med matematikk som ses som en prosess, eleven skal også se glimt av prosessen som har skjedd gjennom historien. Dette sier noe om fagsynet. Skal en arbeide med matematikkens historie, vil en oppdage at det er mange mulige tenkemåter og at innsikt utvikles underveis. Altså ser en her klart en utvikling mot et mer fallibilistisk fagsyn.

Aldri har vel lek blitt understreket som arbeidsmetode så sterkt som i L97. Særlig på småskoletrinnet er dette vektlagt også i fagplanen for matematikk. Dette henger selvsagt sammen med at grunnskolen blir 10-årig, og L97 utvides til å gjelde 6-åringer. Lek er derimot utnyttet pedagogisk.

> Leken er skapende, problemløsende, åpen og konkret. Nye situasjoner oppstår og takles etter hvert.
>
> (NLS, 1998, s. 30)

Det er åpenlyst at i leken er kunnskapen situert og åpen for forhandling.

Faget blir i planen framstilt med, til en viss grad, en gitt struktur der kunnskapene bygger på hverandre, men, står det, faget åpner likevel for ulike tilnærmingsmåter:

> Emnevalg og innfallsvinkel avgjør retningen for den matematiske prosessen. Å lære matematikk går ikke alltid langs en fast opptrukket linje, men kan snarere sammenlignes med å klatre i et tre. Vi kommer til forgreininger og skillepunkter hvor det åpnes for nye sammenhenger og veivalg. Dette gir rike muligheter til å gå i dybden og bredden innenfor de fleste emner i faget.
>
> (L97, s. 154)

I L97 blir det framhevet at alle elevene, også de som har vansker, må få være med på de interessante aktivitetene. Selv om en ikke mestrer alt, skal en slippe å bare sitte med isolerte øvingsoppgaver som ikke er satt inn i meningsfylte sammenhenger.

I denne planen snakker en om tilpasset opplæring. Elever har krav på å bli møtt der de er i prosessen. Slik som det ser ut for oss, er troen på det kompetente barnet økt i læreplanen. Planen gir rom for at enkeltelever kan gå i dybden, i bredden og også arbeide med oppgaver som går lengre enn det som står angitt i læreplanen.

I L97 er et av målene å "utvikle innsikt i grunnleggende begreper" (s. 158). I ethvert matematisk emne finnes grunnleggende begreper som må forstås for at en skal kunne gjøre seg god bruk av dem. Forskning om utvikling av begreper var noe som kom sterkt inn på midten av 80 - tallet fram til slutten av 90 - tallet, blant annet gjennom forskning rundt misoppfatninger og problemer rundt delvis utviklede begrep. I Norge resulterte det blant annet i KIM-prosjektet i årene før 1997 (Brekke, 1995). Dessuten jobbet Høines (1989) innenfor begrepslæring med en annen tilnærming, der en skal ta fatt i barnets første ordens språk og bruke dette som oversettingsledd ved innlæring av det mer formelle matematikkspråket. I innledning til fagplanen i L97, under arbeidsmåter står det:

> Ved skolestart har elevene allerede utviklet noen matematiske begreper. Dette kan være begreper som de i noen grad har vanskelig for å uttrykke med ord. Opplæringens oppgave er å ta vare på, utvikle og systematisere dette grunnlaget.
>
> ...
>
> Elevene kan ha uferdige begreper, gjør av og til feil og viser misoppfatninger. I en tillitsfull og byggende atmosfære skal dette brukes som utgangspunkt for videre læring og dypere innsikt.
>
> (L97, s. 154, 155)

Begge sitatene har klar tilknytning til et konstruktivistisk læringssyn. Planen understreker dette synet ved å framheve at "eleven konstruerer selv sine begrep" (s. 155).

I L97 står det klart at elevens egenaktivitet er av største betydning. Læremidler er ellers ikke nevnt i planen med unntak av tekniske hjelpemidler som lommeregner og datamaskin. I veiledningsheftet (NLS, 1998) nevnes ulike læremidler, der læreverk er nevnt på linje med tidsskrifter, oppslagsverk, kunstbøker og lignende. Blant "Annet materiell" er både ulikt strukturert laborativt materiell nevnt sammen med måleredskaper og eget innsamlet eller selvlaget materiell. Denne læreplanen er den første som nevner barnas egenproduserte regnefortellinger under "Annet materiell" til opplæringen. Også her blir lommeregner og datamaskin nevnt. Programvare til datamaskin som verktøysprogram, for eksempel regneark, pedagogisk programvare til øving og utforsking pluss internett og CD-rom, nevnes.

Lærerens rolle kommer lite frem i fagplanen. Men ser vi i den generelle delen, kan vi trekke fram synspunkter:

> Lærerne er ledere av elevenes arbeidsfellesskap. Framgang avhenger ikke bare av hvordan lærerne fungerer i forhold til hver av elevene, men også av hvordan de får elevene til å fungere i forhold til hverandre. I et godt arbeidslag hever deltakerne kvaliteten på hverandres arbeid.
>
> (L97, s.33)

Dette sitatet kan tas til inntekt for et radikalt syn på læring, men det står ikke alene. Læreren blir i den generelle delen tildelt rolle som formidler, som kan sitt stoff, som veileder og omsorgsperson. I fagplanen i matematikk er det vanskelig å se at en skal kunne arbeide lojalt i forhold til planen dersom en driver formidlingspedagogikk, da det legges så sterk vekt på elevenes egenaktivitet og konstruksjon av egen kunnskap.

Denne læreplanen har elementer fra alle kategorier i seg, tett relasjon til pensum og tett relasjon til elevenes kulturelle bakgrunn og forkunnskaper. L97 er på mange måter en plan som sier "ja takk, til deler av alle tre syn på opplæring". Likevel må det ikke nødvendigvis tolkes som motstridende syn, de kan like gjerne være komplementære. En vil ha et felles nasjonalt kjernepensum, men en vil også ha situert læring der kontekst og forhandling om kunnskap er en vesentlig del fordi en ser betydningen av begge deler. Mellin-Olsen (1991) nevner en slik mulig tenkning i forhold til det han kaller depotkunnskap og virksom kunnskap. Her hevder han at de trenger ikke stå i motsetning til hverandre, men de kan virke komplementært. Ved at en i L97 i starten stiller krav om prosentvis del til tema-og prosjektarbeid unngår en å havne i samme situasjon som ved innføring av N-39, der minstekravet og et absolutisk syn på faget hindret gjennomføring av arbeidsskoleprinsippet. En kan dermed heller ikke si at en ikke har tid til tema- og prosjektarbeid, en må ta seg tid. I veiledningen til matematikkplanen skrives ingen ting i detalj om hvordan en skal undervise i spesifikke matematikkfaglige tema, men det vises mange eksempler på tverrfaglige temaer med fokus i matematikkfaget. I tillegg har en tatt på alvor at eksamen, både muntlig og skriftlig, styrer mye av det som foregår i matematikktimene. Derfor har vurderingen i matematikk tatt opp i seg matematikk som prosess. Til muntlig eksamen får elevene et tema som de skal lage og løse oppgaver fra. De får forberedelsestid, og de kan velge mellom ulike modeller som klasseromsmodell, gruppe eller individuell eksamen med individuell karakter uansett valg av modell. Dessuten kan en, om en velger det, også legge fram prosjekt en har gjort i matematikk til muntlig eksamen. I skriftlig eksamen som har med seg elementer som forberedelser (rutetabell eller lignende som en kan sette seg inn i på forhånd), elevbok som en har skrevet notater i gjennom årene på ungdomsskolen, en kan bruke lommeregner og en har valg mellom oppgaver av ulik vanskegrad, samtidig som avslutningsprøven fremdeles er sentralt gitt for hele landet. Eksamen har altså blitt mer i samsvar med arbeidsformene som brukes. Sammenligner en L97 med M87, er den på de fleste punkter skjøvet enda mer i retning av radikalt syn på opplæring.

2.5 Elevsyn og målformuleringer

Læreplaner er et styringsdokument der samfunnet beskriver hva hensikten er med opplæringen, hva som skal læres og gjerne på hvilken måte. I M-74 er et av målene for matematikkundervisningen å gi

> ”- øvelse i å anvende matematikk på problemer fra det daglige liv og fra andre fag" (s. 132)

I M87 finner vi en tilsvarende målsetning:

> undervisningen i matematikk skal ta sikte på - å utvikle kunnskapane og dugleiken til elevane slik at dei ser på matematikk som ein nyttig reiskap når dei skal løyse problem i dagleglivet og i yrkessammenheng.
>
> (s. 194)

Kunnskap og ferdigheter i matematikk er begrunnelsen for at alle elever får opplæring i matematikk i denne planen. Under overskriften "fagets plass i skolen" i L97 står bl.a. følgende:

> ... Kunnskaper og ferdigheter i matematikk er et viktig grunnlag for aktiv deltagelse i arbeid og fritid og for å kunne forstå og øve innflytelse på prosesser i samfunnet. (s.154)

I planen av 1939 finner vi følgende mål:

> Å hjelpa elevane til å få rett skjøn på dei vanlege tala (heile tal, desimaltal og vanleg brøk) og til å bruka tala på ein vitug måte i einfelt rekning, så dei snøgt, praktisk og sikkert kan løysa lettare rekneoppgåver som kvardagslivet krev, og gjera greie for utrekninga med å setja dei klårt og greitt opp.
>
> Å gjeva elevane kjennskap til forma og storleiken på dei mest vanlege flater og ting, m.a. ved at elevane sjølve får øving i å måla einfelte flater og ting og rekna ut vidda og rommålet deira.

Dersom en mener språkbruken i fagplaner forteller noe om holdningen til undervisning og eleven, er det interessant å se formuleringene av målet til de ulike planene.

I formålet for faget Regning i Normalplanen (s. 136) står det at målet er

> -å hjelpa elevane ...
>
> -å gjeva elevane kjennskap til ...

Altså er barnet mottaker av undervisning. Slik er målformuleringene også i M-74 og M87:

> Matematikkundervisningen skal ha som mål å gi elevene - innsikt i...- tallforståelse og ferdigheter ... - øvelse i ...- en faglig bakgrunn ...
>
> (M-74, s. 132)
>
> Undervisningen i matematikk skal ta sikte på å gi elevene innsikt ... å utvikle elevenes kunnskaper og ferdigheter slik at de ser på ... å oppøve elevenes evne til ... å sette elevene i stand til ... å ta vare på ... å stimulere til å ...
>
> (M87, s. 194)

Elevene skal altså få en undervisning som gir dem noe eller tar sikte på noe. I *Læreplan for forsøk med 9-årig skole* (-59 planen, s. 98) står det:

> Elevene skal gjennom matematikkundervisningen få ...
>
> De skal lære å ...

Det er ganske sterke målformuleringer om at elevene skal lære noe bestemt. Elevene skal få dette gjennom undervisningen, og det er noen utenfor dem som har bestemt hva de skal få og lære. Undervisningsbegrepet er i L97 byttet ut med opplæringen, og opplæringen i faget har nå som mål at "elevene utvikler og opparbeider", altså eleven får den aktive rolle. Nå skal matematikken bli et redskap for eleven. Det eneste målet der elevene blir en mer passiv mottaker språklig sett, er i det tredje målet der elevene skal stimuleres til å bruke sin fantasi osv.. Altså går dette mer på at opplæringen skal oppmuntre til aktivitet og undring og til å ta i bruk egne evner.

De språklige formuleringene viser at det er utviklet en større bevissthet rundt elevrollen som aktiv deltaker i sin egen læringsprosess. Dette stemmer med et konstruktivistisk læringssyn, som det også er nevnt i L97: "Elevene konstruerer selv sine matematiske begreper." Utsagnet støtter på denne måten opp under ordlyden i "Felles mål" i L97. Som tidligere nevnt er det ikke bare L97 som er opptatt av den aktive eleven. Også Normalplanen av 1939 er opptatt av det samme.

> Serleg i fyrsteopplæringa må elevane mellom anna få rekneoppgåver som krev at dei rører på seg. Samstundes som dei tel og reknar, må dei difor óg ha noko å gjera med hendene.
>
> (NP-39, s. 141)

Dette er i tråd med prinsippene til Dewey om "learning by doing". Ser vi i *Veiledning L97 Matematikk,* står det på side 33: *"Matematikk skal være til "å ta" i på småskoletrinnet".* Det finnes altså typiske fellestrekk om en aktiv elev som skal lære ved å handle. Veiledningen til L97 framhever at konkretiseringsmateriell ikke gir kunnskap i seg selv, men at det kan være nyttig for at bestemte sammenhenger skal tre fram. Det framheves at det er refleksjonen over det faglige som gir læring, ikke materiellet (NLS, 1998). Hva eleven skal gjøre i de ulike planene der aktivitetsprinsippet er innbakt, er likevel ikke den vesentlige forskjellen, men som nevnt over er det mer synet på elevens rolle i egen læring. I L97 er eleven eksempelvis i småskolen en som er med på å bestemme mål og innhold ved at leken har fått plass, ikke bare styrt lek men også friere lek. I prosjektarbeid er eleven med på å bestemme mål og problemformulering ved de valg han/hun gjør. Mens aktivitet tidligere var mer målrettet og bestemt av fagplan, lærebok og læreren, er nå eleven blitt mer hovedpersonen i sin egen læring der han/hun har medbestemmelse i målsetting og evaluering. Så kan en spørre om dette lar seg forene med hovedmålene fra fagplanen en er forpliktet til å gjennomføre i matematikkopplæringen. Om en ser det som konflikt eller som komplementære innfallsvinkler, er det like fullt praktikerne i skolen som blir nødt til å håndtere og balansere de ulike tilnærmingsmåtene disse ulike kravene fordrer. Noe hjelp gis i veiledningsheftet der det er nevnt eksempler på lek og prosjekter som ved tilrettelegging kan føre til at flere av hovedmomentene dekkes samtidig (eksempel: Butikklek s. 33 i NLS, 1998).

2.6 Evaluering og vurdering – nissen på lasset?

Vurdering er en av de fire grunnleggende elementene i læreplanen. Det er også kanskje den delen mange har sterke meninger om, og mange setter likhetstegn mellom vurdering og det å sette karakterer. Karakterene er den "synlige" delen av skolens virksomhet både for elevene og elevenes foresatte, selv om vurdering omfatter mye mer enn karaktersettingen. Evaluering og vurdering er begreper som brukes om hverandre, og evaluering stammer fra valere, som betyr å være verd eller sette verdi på noe.

> Vurdering innebærer derfor å trekke en normativ dimensjon inn i skolens virksomhet, og å sette "merkelapp" på en arbeidsform, en virksomhet eller en prestasjon som forteller om den er god eller dårlig.
>
> (Imsen, 1999, s. 306)

Bruk av karakterer har lang tradisjon i norsk skole; de har vært i bruk i den høyere skolen siden 1809 og har alltid spilt en viktig rolle i vurderingen i dette skoleslaget. I folkeskolen og grunnskolen har karakterene hatt mindre betydning, og det var først med Normalplanen av 1939 at det ble utarbeidet retningslinjer for karaktersetting som var ens over hele landet. Gjone (2000) sammenfatter disse slik (s. 47):

> Ingen karakterer for enkeltprestasjoner i skoletida
>
> Karakterer i karakterbøkene fra 4. skoleår og på avgangsvitnemålet
>
> Karakterene skal være Særs godt (Sg), Meget godt (Mg), Godt (G), Nokså godt (Ng) og Lite godt (Lg), og de bør på et stort antall karakterer fordele seg prosentvis på de fem gradene slik: 4 - 24 - 44 - 24 - 4
>
> Felles avgangsprøve for hele kommunen i norsk og regning for alle elever og i engelsk for dem som har dette faget.

Det blir nødvendig med en gjennomgang av denne vurderingsordningen ved utvidelse av den obligatoriske grunnskolen, men det kommer ingen generelle bestemmelser om karaktergiving i læreplanen for forsøk med 9-årig skole. Departementet kommer med "Føresegner om karakterer og karaktergiving" og "Reglement for års- og avgangsprøver i kommuner med 9-årig skoleplikt" basert på et forslag fra 1961. Det er lite nytt i forhold til Normalplanen av 1939, bl.a. er de tre første punktene de samme (Gjone, 2000).

I 1969 blir loven om 9-årig grunnskole vedtatt, og Mønsterplanen (både 1971- og 1974- utgaven) inneholder svært lite om vurdering. Et eget evalueringsutvalg blir nedsatt i 1972 og kommer med to innstillinger, EVA 1 (1974) og EVA 2 (1978). Vurderingsarbeidet blir her sett på som ett av flere virkemidler for å nå skolens overordnede mål. Flertallet foreslår å fjerne karakterene i grunnskolen, noe som møter sterk kritikk, og resultatet blir at vurdering på barnetrinnet er uten karakterer, mens vurdering på ungdomstrinnet er med karakterer (Gjone, 2000, Imsen, 1999).

Det skilles mellom *uformell* og *formell* vurdering. Den uformelle vurderingen får eleven ved lærerens daglige tilbakemeldinger, mens karakterer gjerne representerer den formelle vurderingen. Det er vanlig å bruke tre sammenligningskriterier når man vurderer, *individrelatert*, *grupperelatert* og *målrelatert*. Med *individrelatert vurdering* blir eleven vurdert i forhold til sine egne forutsetninger og sin egen utvikling. Prestasjonene blir ikke sammenlignet med bestemte faglige krav, eller med hva andre elever presterer. Når elevenes resultater sammenlignes med en større gruppe elevers prestasjoner, og gjerne med en prosentvis fordeling av de ulike karakterene, får vi en *grupperelatert vurdering*. I en *målrettet vurdering* vurderes elevene i forhold til gitte faglige mål og kriterier.

I tråd med utviklingen av læringssyn og elevsyn utvikler den uformelle vurderingen seg i planene fra 70-tallet og utover. Dette kommer til syne i M-74 i den generelle delen av planen og uttrykkes ved

> En lærers daglige og uformelle vurdering av elevene er av vesentlig betydning. Den større eller mindre grad av tilfredshet vil da bli røpet i hans mimikk, hans holdning, hans bemerkninger, hans eventuelle repetisjon av en forklaring og lignende.
>
> (M-74, s. 60)

Ansvaret ligger her hos læreren. Endring i læringssyn fra det tradisjonelle til det konstruktivistiske og til det radikale videreføres i M87 og L97. I M87 skal eleven være en aktiv part i vurderingen ved at man snakker om den sammenhengende, uformelle vurderingsprosessen;

> Vurderinga vert då ein samanhengande, uformell prosess som er prega av spørsmål og svar, drøftingar og kommentarar.
>
> (M87, s. 75)

I L97 skal eleven trekkes med i vurderingen, og i økende grad vurdere sitt eget arbeid. Det skal være sammenhengende uformell vurdering, men også

> Jamleg individuell vurdering utan karakterar er ein del av den daglege opplæringa, og skal òg vere med i faste og planlagde samtalar mellom lærar, elev og foreldra/dei føresette.
>
> (L97, s. 79)

Når vi ser på vurdering i lys av vurderingskriteriene, finner vi at synet på den formelle vurderingen også utvikler seg i tråd med endring av læringssyn og elevsyn. I Normalplanen av 1939 finner vi grupperelatert vurdering med karakterer av elevene, med normalfordelingen som rettledning. Karakterer blir gitt fra 3. skoleår; innført i karakterbok fra 4. skoleår. Som avslutning på 7 års skolegang, tar elevene avgangsprøve i norsk, regning og engelsk for de elever som har dette. Etter innføring av 9-årig obligatorisk skolegang blir det tradisjon for individrelatert vurdering på barnetrinnet, og grupperelatert og målrelatert vurdering på ungdomstrinnet, i M-74 og M87. I L97 finner vi individrelatert og målrelatert vurdering:

> Vurdering med karakter må ein sjå i samanheng med den individuelle vurderinga utan karakter, slik at ein samla sikrar breidden i vurderinga av elevane
>
> (L97, s. 79).

Siden M-74 er en rammeplan, risikerer man at eksamen bestemmer stoffutvalget med en *sentralt gitt* eksamen i matematikk. I M87 kan dette unngås, i denne planen er hovedemnene fellesstoff, og delemnene kan ikke velges bort, bare vektlegges ulikt. Den obligatoriske skolegangen avsluttes med avsluttende prøve i ett av fagene norsk, engelsk eller matematikk.

Når vi ser på hvordan undervisningsformer, oppgavetyper og vurderingsformer i matematikkfaget har endret karakter, sier Gjone (2000, s. 55) følgende:

> Matematikkundervisningen er et område i forandringer. Til ulike tider vektlegges ulike ferdigheter og kunnskaper. Internasjonalt kan vi snakke om reformer eller strømninger i matematikkundervisningen. ... Vekt på problemløsning er også en slik strømning. ... Et annet forhold som gjelder matematikkfaget ... er bruken av IKT. ... I takt med forandringer har vi også fått forandringer i oppgavetyper.

Matematikkoppgavene er blitt mer "virkelighetsnære". Nye typer oppgaver som prosjektoppgaver er kommet inn i skolematematikken og inngår i standpunktvurderingen. Mappevurdering er en annen vurderingsform hvor elevene samler sammen materiell gjennom hele skoleåret, og dette blir en del av vurderingsgrunnlaget. Dette gir eleven innflytelse på vurderingsprosessen samtidig som vurderingen infiltreres i opplæringen.

> Et fag som matematikk har mange komponenter, og kunnskap og ferdigheter kan gi seg uttrykk på forskjellige måter. Å ha et variert grunnlag for vurdering har vært et av siktemålene med de vurderingsformer vi har sett i norske skolereformer i 1990 - årene.
>
> (Gjone, 2000, s. 59)

2.7 Teknologiens innflytelse på matematikkfaget i skolen

Tavle, kritt, passer og linjal var lenge de hjelpemidlene matematikklæreren hadde bruk for i undervisningen. Regnestaven var det første hjelpemiddel som ble brukt i skolen som ikke var "helt nødvendig", men det slo aldri helt gjennom, bl.a. fordi den var vanskelig å bruke (Solvang, 1992). Den rivende teknologiske utviklingen vi har hatt i siste halvdel av det 20. århundre, har etter vår mening "tvunget fram" endringer i matematikkfaget, og utviklingen av lommeregneren og datamaskinen har fått store konsekvenser for bruk av teknologiske hjelpemidler i undervisningen (Brekke & Gjone, 2001).

Elevene bør gis mulighet til å sette seg inn i bruk av regnestav og eventuelt andre hjelpemidler ved behandling av tall.

Sitatet er hentet fra M-74 (s. 146), og antyder at den teknologiske utviklingen kan få innvirkning også i skolen. Men utviklingen gikk nok fortere enn medlemmene av læreplan-nemnden regnet med. Lommeregneren kom på markedet i første del av 70-tallet, og i 1978 ble det tillatt å bruke lommeregner i undervisningen i grunnskolen forutsatt at skolestyret i hver kommune godkjente dette. Dette medførte at noen kommuner tillot bruk av lommeregneren i undervisningen på ungdomstrinnet. Det ble også gjort vedtak i Grunnskolerådet om å utarbeide et oppgavesett til avgangseksamen hvor lommeregneren kunne brukes som hjelpemiddel. I den videregående skolen ble lommeregneren tatt i bruk på slutten av 70-tallet. I 1981 var lommeregneren tillatt både i undervisning og til eksamen i videregående skole, og regnestaven blir ikke produsert lenger (Grunnskolehefte nr. 22, 1981). Det er interessant å merke seg at det blir en omfattende debatt i mediene om hvorvidt lommeregneren bør innføres i skolen i 1978, mens det er nesten ingen motforestillinger da lommeregneren kan brukes på ungdomstrinnet etter M87. I L97 innføres lommeregneren fra 2. klasse, og dette har heller ikke medført noen særlig debatt (Brekke & Gjone, 2001).

Den teknologiske utviklingen har hatt stor innvirkning på de seinere læreplanene. I M87 kommer *datalære* inn som et nytt hovedemne, og algoritmebegrepet blir vektlagt både i forhold til datalæren og ved at man knytter problemløsning til studiet av algoritmer.

Datalære i matematikk tek utgangspunkt i algoritmeomgrepet og må knytast nært til hovudemnet problemløysing

(M87, s. 203)

På ungdomstrinnet skal elevene lære algoritmer både til bruk av datamaskin og lommeregner, og lommeregneren er nå blitt et *nødvendig* hjelpemiddel i ungdomsskolen. Den skal brukes til eksperimentering, for å løse likninger, og som et hjelpemiddel for å illustrere funksjonsbegrepet. Trening i kompliserte utregninger blir mindre viktig nå når elevene kan bruke lommeregneren, mens hoderegning og overslagsregning vektlegges mer.

Ein føresetnad for at elevane skal bruke lommereknaren på ein formålstenelig måte, er at dei er flinke i hovudrekning og overslagsrekning.

(M87, s. 198)

Datamaskinen skal være et hjelpemiddel for å illustrere matematiske forhold og gi elevene mulighet til å studere matematiske sammenhenger og kan dermed knyttes til alle hovedemnene. Vi ser her at teknologien er med på å endre stoffvalget i matematikk. I M87 er det kommet med emner som går ut over det som tradisjonelt oppfattes som fagstoff, og også algoritmer brukt i matematikkundervisningen vurderes på nytt.

Datateknologien får konsekvenser for fagstoffet i matematikk. Vi må stille spørsmål om de algoritmene vi benytter, er hensiktsmessige og om vektleggingen bør bli annerledes når nye tekniske hjelpemidler tas i bruk.

(Grunnskolerådet, 1987, s. 86)

I L97 skal elevene gjennom innsikt og ferdigheter i matematikk bli i stand til å møte de muligheter og utfordringer den teknologiske utviklingen stiller oss overfor. Fra 2. klassetrinn av skal elevene eksperimentere eller utforske ved hjelp av lommeregner, dataprogrammer og informasjonsteknologi, og både i fellesmål for faget og i målene for de enkelte trinnene er informasjonsteknologien tydelig.

I felles mål for faget i L97 heter det:

> at elevene stimuleres til å bruke sin fantasi, sine ressurser og sine kunnskaper til å finne løsningsmetoder og - alternativer gjennom undersøkende og problemløsende aktivitet og bevisste valg av verktøy og redskaper.

Videre, under mål for småskoletrinnet, 1-4.klasse:

> Tall: ....Elevene skal bli fortrolig med å bruke enkle elektroniske hjelpemidler.

og under mål for mellomtrinnet, 5-7. klasse:

> Matematikk i dagliglivet:.....bli fortrolig med å bruke hensiktsmessige hjelpemidler, spesielt lommeregner og datamaskin.
>
> Tall: ....De skal forstå og kunne bruke de fire regneartene, vurdere hvilke operasjoner som er aktuelle i hver enkelt situasjon, lære å velge regnemetode og tekniske redskaper og kunne utføre beregninger i hodet, på papir eller med lommeregner.
>
> Behandling av data: ... De skal lære å systematisere og bearbeide dette og presentere resultatene med hensiktsmessige hjelpemidler.

Endelig, under mål for ungdomstrinnet, 8.-10. klasse, heter det:

> Matematikk i dagliglivet:.... Elevene skal ha kunnskap om bruk av IT-hjelpemidler og etter hvert vurdere hvilke hjelpemidler som er egnet i den enkelte situasjon.
>
> Behandling av data: ...De skal kunne nytte databaser, regneark og andre programmer.
>
> Grafer og funksjoner: ... Elevene skal ha kunnskap om bruken av datamaskin i arbeid med grafer og funksjoner.

Teknologiens utvikling har vært med på å endre stoffutvalg og metodevalg i matematikk, og dette finner vi både i M87 og L97.

> Datateknologi vert brukt innafor bruksmatematikk og teoretisk matematikk og får konsekvensar for kva lærestoff og metodar ein skal velje. (M87, s. 203)

Rangnes (2001) viser til at i L97 skal man legge mindre vekt på innlæring av algoritmer og mer vekt på forståelsen av begrepene, og at det dermed er blitt forskyvning fra teknisk algoritmelæring til begrepslæring og tallforståelse. Læreplanen viser at bruk av lommeregner og informasjonsteknologi gir nye innfallsvinkler der *forståelse, tolkning og vurdering av resultater* er blitt mer sentral.

> ...I slikt arbeid er det særlig viktig å forstå tall og regneoperasjoner, å kunne tolke tabeller, diagrammer og geometriske figurer og ha evne til å gjøre overslag og vurdere resultater.
>
> (L97, s. 155)

Teknologien har utviklet seg fra å være "*eventuelt andre hjelpemidler ved behandling av tall*" i M-74 til et naturlig verktøy i matematikkopplæringen i L97.

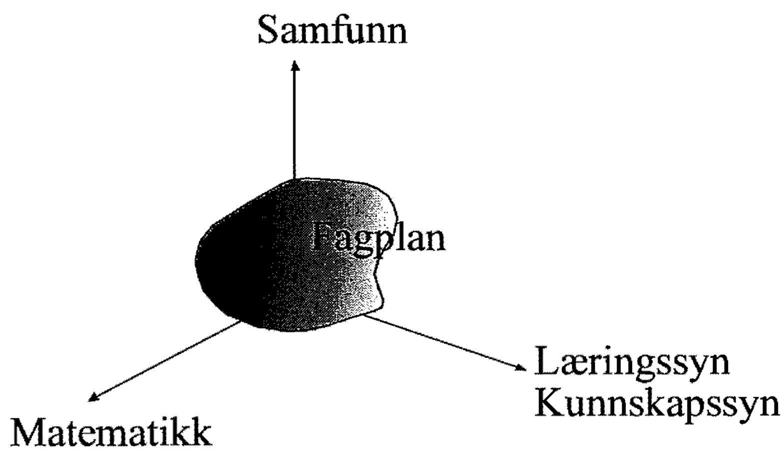
> Matematikk utfordrer både oppfinnsomhet, kritisk sans og analytisk evne. Gjennom eksperimentering, opplevelse, undring og refleksjon vil faget kunne bidra til å utvikle elevenes nysgjerrighet og trang til utforskning. Det er viktig at elevene opplever læring i matematikk som en prosess.
>
> (L97, s. 153)

Lommeregnere og datamaskiner er viktige verktøy i denne prosessen.

2.8 Oppsummering

Gjone (1994) illustrerer hvordan matematikkundervisningen har svingt mellom nytte og danning som en pendelbevegelse eller bølgebevegelse. Endringer mellom elevsentrerte og fagsentrerte planer kan også betegnes som en slik pendelbevegelse, men mye av utviklingen innen matematikkplaner kan ikke beskrives som bevegelse mellom to ytterpunkter.

Samfunnet har vært i endring. Det kan være vanskelig å si hvilke påvirkninger som fører til endringer av en læreplan. Modellen under i figur1 kan vise sentrale krefter som er med på å påvirke en fagplan i matematikk. Hvor fagplanen er plassert i dette rommet, vil bero på hvilke krefter som har vært sterkest og påvirket mest på det aktuelle tidspunkt da fagplanen ble utformet.



Figur 1: Innflytelse på utviklingen av fagplaner i matematikk

Forenklet kan en illustrere en fagplan plassert inn i et tredimensjonalt rom, der dimensjonene er samfunnets behov, gjeldende lærings- og kunnskapssyn, og synet på matematikk som fag og dets innhold. Plasseringen av fagplanen i dette rommet endres fra en plan til den neste, påvirket av krefter langs disse tre aksene.

Modellen har åpenbart begrensninger, men den kan gi et bilde av hvilke momenter som er styrende for en fagplan. I noen perioder kan samfunnet være tydelig på hva en ønsker at matematikkundervisningen skal føre til, endringer i teknologien kan for eksempel påvirke både vektlegging i faget og læringssynet. Andre ganger kan det være sterke krefter i matematikkmiljøene som vil ha sine syn, sine kjepphester igjennom. Eksempel her er hvordan utviklingen av mengdelæren kom til å påvirke matematikken i grunnskolen i L-71. I andre perioder kan det være læringssynet og konsekvensene for undervisning som vektlegges høyest. Planen vil ligge et sted i dette rommet og være påvirket av krefter i hver av de tre dimensjonene.

Da hver matematikkplan bygger på den forrige, kan det være vanskelig å finne de klare utviklingslinjene. Bruker vi metaforen et tre, kan en si at en kjerne av faget alltid er tilstede. Det kan være stammen i faget. Eksempel kan være tallregning, praktisk regning og elementær geometri. Bortsett fra perioden 1959-1971 har en i Norge ikke forlatt arbeidsskoleprinsippet. Den aktive elev har vært til stede selv om det har vært i ulik grad. Men noe er likevel alltid endret fra plan til plan. Enkelte emner kan bli "beskåret", de forsvinner eller blir mye mindre vektlagt fordi samfunnet endrer seg. Det kan være slike ting som algoritmeregning der nøyaktighet og raskeste vei er blitt beskåret, fordi ny teknologi har gjort det mindre nødvendig enn det var i det tidligere, industrialiserte samfunnet. Nye grener kan skyte friske skudd fra stammen, slik som for eksempel sannsynlighetsregning som kom inn i M87 på ungdomstrinnet og fra mellomtrinnet av i L97.

Når vi har brukt de tre kategoriene for opplæring, er det for å ha et analyseapparat til å vurdere utviklingen av matematikkplanene i norsk skole. Det som er tydelig, er at vi ser en bevegelse fra tradisjonell til et konstruktivistisk og radikalt syn på opplæring, selv om denne bevegelsen ikke er entydig. Teknologien har gjort det mulig å legge større vekt på matematikk som prosess og mindre vekt på algoritmelæring. Vurderingen i faget har endret seg slik at eleven i dag er en mer aktiv deltaker i egen vurdering. Eleven kan nå gjennom prosjektarbeid, muntlig eksamen og enkelte oppgaver i skriftlig eksamen få oppleve at prosessen, og ikke bare "det riktige svaret", blir vurdert og bedømt. Samtidig finnes det fortsatt et felles pensum og felles skriftlig eksamen som er sterkt styrende for innholdet i norsk matematikkundervisning.

En fagplan i matematikk er en liten del av hele læreplanen, og kan derfor ikke sees på som en isolert enhet. Derfor kan mye som sies generelt om utvikling av læreplaner også sies om utvikling innen fagplanene i matematikk. Vi vil gjøre Lilletuns ord til våre der han skriver om den aktive eleven:

> Det handlar like mykje om ein tenkemåte som eit tiltak eller ein metode, om å flytte tyngdepunktet frå eit sett til eit anna sett av verdiar:
>
> Frå lydnad til sjølvstende
>
> Frå passivitet til aktivitet
>
> Frå ein faginndelt skulekvardag til heilskap
>
> Frå reproduksjon til nyskaping
>
> Frå innlæring av einskildfakta til forståing av samanheng og problemløysing
>
> Frå "å bli ferdig utdanna" til å ha endringsvilje og motivasjon for livslang læring.
>
> (Lilletun, 1998)

Denne flyttingen av tyngdepunkt kan vi også se innen fagplaner i matematikk, det er ingen revolusjon, men en bevegelse.

2.9 Referanser

Alseth, B. (1998). Et målrasjonelt gjenferd i norsk matematikkundervisning? *Norsk Pedagogisk Tidsskrift 1/2.*

Brekke, G. & Gjone, G. (2001). Matematikk. I S. Sjøberg (red.). *Fagdebatikk. Fagdidaktisk innføring i sentrale skolefag* (pp 00-00). Oslo: Gyldendal.

Brekke, G. (1995). *Introduksjon til diagnostisk undervisning.* Oslo: Nasjonalt læremiddelsenter.

Dysthe, O. (1999). Ulike perspektiver på kunnskap og læring. *Bedre skole.* http://www.norsk.larerlag.no/publikasjoner/blader/Bedreskole/1999/03/hived.990915.133739.html

Ernest P. (1992). Problem Solving: Its assimilation to the Teacher's Perspective. In J.P. Ponte et.al. (Eds.), *Mathematical Problem Solving and New Information Technologies.* (Series F: Computer and Systems Sciences, Vol. 89) Nato ASI Series.

Forsøksrådet for skoleverket (1960). *Læreplan for forsøk med 9-årig skole.* Oslo: Aschehoug.

Furinghetti, F. (1992). Mathematics teachers and change in curricula: problems of reshaping beliefs and attitudes. *For the learning of Mathematics* **13**(2), 33-38.

Gjone, G. (1985). *"Moderne matematikk" i skolen. Internasjonale reformbestrebelser og nasjonalt læreplanarbeid Bind I og Bind II.* Oslo: Universitetsforlaget.

Gjone. G. (1992). Norsk matematikkundervisning på vei mot år 2000. I G. Emanuelson, B. Johansson & T. Lingefjärd (Eds.), *Matematikämnet i skolan i internationell belysning* (pp. 55-88). Rapport nr 1992:01. Gothenburg: Institutionen för ämnesdidaktik. Göteborgs universitet.

Gjone, G. (1994). Matematikkundervisningen mellom nytte og danning. *Tangenten,* **4**(0), 00-00.

Gjone, G. (2000). Vurdering i matematikk. I G. Gjone & T. Onstad (red.), *Mathema 2000. Festskrift til Ragnar Solvang* (s. 46-67). Oslo: NKS-forlaget.

Gjone, G (2001). Läroplaner och läroplansutveckling i matematik. I B. Grevholm (red.), *Matematikkdidaktikk - ett nordisk perspektiv* (s. 91-111). Lund: Studentlitteratur.

Grunnskolerådet (1981). *Sentrale emner i norsk, matematikk, engelsk, tysk, fransk fra Mønsterplan for grunnskolen.* Informasjonsheftet nr 20. Oslo: Universitetsforlaget.

Grunnskolerådet (1987). *Veiledning til Mønsterplan for grunnskolen 1987. Veiledende årsplaner Matematikk.* Oslo: Universitetsforlaget.

Grunnskolerådets informasjonshefte nr. 22 (1981). *Lommeregneren.* Oslo/Bergen/Tromsø: Universitetsforlaget.

Holmes, B. & McLean, M. (1989). *The Curriculum: A Comparative Perspective.* London: Routledge.

Høines, M. J. (1989). *Begynneropplæringen.* Bergen: Caspar forlag.

Imsen, G (1999). *Lærerens verden.* 2. utgave. Oslo: Tano Aschehoug/Universitetsforlaget.

Kaiser-Messmer, G. & Blum, W. (1993). Einige Ergebnisse von vergleichenden Untersuchungen in England und Deutschland zum Lehren und Lernen von Mathematik in Realitätsbezügen. *Journal für Mathematik Didaktik* 3/4, 269-305.

Kelley, A. & Lesh, R. (Eds.)(2000). *Handbook of Research Design in Mathematics and Science Education.* Mahwah: Lawrence Erlbaum.

Kirke- og undervisningsdepartementet (1922). *Normalplan for landsfolkeskolen.* Kristiania: J. M. Stenersens forlag.

Kirke- og undervisningsdepartementet (1948). *Normalplan for byfolkeskolen.* Oslo: Aschehoug.

Kirke- og undervisningsdepartementet (1971). *Mønsterplan for grunnskolen.* Midlertidig utgave. Oslo: Aschehoug.

Kirke- og undervisningsdepartementet (1974). *Mønsterplan for grunnskolen.* Oslo: Aschehoug.

Kirke- og undervisningsdepartementet (1987). *Mønsterplan for grunnskolen.* Oslo: Aschehoug.

Kirke-, utdannings- og forskningsdepartementet (1993). *Reform 94. Videregående opplæring. Nye læreplaner.*

Kirke-, utdannings- og forskningsdepartementet (1993). *Læreplan for grunnskole, videregående opplæring, voksenopplæring. Generell del.* Oslo: KUF.

Kirke-, utdannings- og forskningsdepartementet (1997). *Læreplanverket for den 10-årige grunnskolen.* Oslo: KUF.

Kirke-, utdannings- og forskningsdepartementet (1998). *Veiledning. L97. L97S. Matematikk.* Oslo: Nasjonalt læremiddelsenter.

Koritzinsky, T. (2000). *Pedagogikk og politikk i L97.* Oslo: Universitetsforlaget.

Kyrkje- og undervisningsdepartementet (1939). *Normalplan for landsfolkeskulen.* Oslo: Aschehoug.

Lilletun, J. (1999). *Bedre skole.* http://www.norsk-larerlag.no/publikajoner/blader/Bedreskole/1999/04/hoved.991123.o92908.html

Ludviksen, S. R. (1999). Informasjons- og kommunikasjonsteknologi, læring og klasserommet. *Bedre skole,* 2, 61-68.

Maltén, A. (1982). *Skolen – oppdrager og kunnskapsformidler.* Oslo: Tanum-Norli .

McLean, M. (1990). *Britain and a Single Marked Europe. Prospects for a Common School Curriculum.* London: Kogan Page.

McLeod, D.B. (1992). Research on Affect in Mathematics Education: A Reconceptualization. In D.A. Grouws (Ed.). *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 575-596.) New York: Macmillan Publishing.

Mellin-Olsen S. (1991). *Hvordan tenker lærere om matematikkundervisning?* Bergen: Bergen Lærerhøgskole, Landås.

Niss, M. (1999). Mål för matematikundervisningen. I. I B. Grevholm (red.), *Matematikkdidaktikk - ett nordisk perspektiv* (s. 51-90). Lund: Studentlitteratur

Orton, A. (1992). *Learning Mathematics. Issues, Theory and Classroom Practice. Second Editio.n* London: Cassel Educational.

Papert S. (1983). *Dialog med datamaskinen* Oslo: J. W. Cappelen.

Pehkonen, E. & Törner, G. (1996). Mathematical beliefs and different aspects of their meaning. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik* **96**(4), 2-20.

Penne, S. (2001). Norsk. In S. Sjøberg (red.). *Fagdebatikk. Fagdidaktisk innføring i sentrale skolefag* (pp 49-89). Oslo: Gyldendal.

Rangnes, T. (2001). Bruk av lommeregner i skolen. *Tangenten* **12**(4), 3-5.

Sjøberg, S. (2001). Skole, kunnskap og fag. I S. Sjøberg (red.). *Fagdebatikk. Fagdidaktisk innføring i sentrale skolefag* (pp. 11-48). Oslo: Gyldendal.

Solvang, R. (1992). *Matematikkdidaktikk.* Oslo: NKI.

3. Rapport fra analyse av lærebøker i matematikk

3.1 Innledning

En del av evalueringsarbeidet med matematikkfaget i L97 har gått ut på å analysere lærebøkene på markedet. Vi ønsket å finne ut i hvilken grad ideene i matematikkplanen for L97 har kommet til uttrykk i lærebøkene som er godkjent etter L97.

Det har vært vanskelig å finne et egnet verktøy for dette i litteraturen. Vi kontaktet den nederlandske matematikkdidaktikeren Joop van Dormolen, som har skrevet sin doktoravhandling på lærebokanalyse med tanke på tilsvarende analyser i andre land. Han informerte oss om at det var gjort svært lite av slikt arbeid internasjonalt, og han kunne ikke vise til arbeid som kunne være interessant for akkurat vårt prosjekt. Det finnes en del undersøkelser av lærebøker i matematikk, men ikke spesielt i forhold til forandringer som er skjedd i læreplaner.

Oppbyggingen av lærebøker har vært tema for diskusjon i flere hundre år. Helt opp til i dag klager elever på at bøkene er for teoretiske og bruker et uforståelig språk. Hvorfor er det slik? Robert Recorde som skrev engelske lærebøker på 1500-tallet, var opptatt av pugglæringens begrensninger og framholdt viktigheten av å bruke et språk som elevene kunne forstå (Howson, 1995). A. C. Clairaut, som skrev boka Eléments de Géometrie i 1741, mente det var feil å lære geometri ved først å ta for seg teoremene, og deretter gjøre oppgaver:

> ...to avoid the dryness normally belonging to the study of Geometry some authors have added after every important theorem the practical application, but while they thus show the utility of Geometry they do not facilitate its study; for as every theorem comes before the application the mind does not return to concrete objects until after it has become tired with abstract ideas.
>
> (Griffiths, Howson, 1995, s. 91)

Clairaut viste til en bedre metode, nemlig å starte med et problem, og gjennom arbeid med dette kunne elevene bygge opp en forståelse av teorien. Med slike tanker er vi midt inne i nåtidens tanker rundt matematikkdidaktikken. I TIMSS(Third Mathematic and Science Study)-undersøkelsen (Howson, 1995) der tilfeldige lærebøker fra ulike land ble sammenlignet, ble det registrert at mye stoff presenteres etter mønsteret: vise et eksempel først, deretter øvingsoppgaver. Det ble imidlertid registrert store forskjeller fra bok til bok. En av de største forandringene som hadde skjedd de siste 30 årene fram til 1995, var at eksempler og oppgaver var mer relatert til sammenhenger fra dagliglivet.

3.2 Presiseringer i L97

I vårt arbeid måtte mange valg gjøres i startfasen. Arbeidet måtte begrenses i forhold til de økonomiske rammene som lå i prosjektet. Alle lærebøker på alle trinn ble for stort materiale å arbeide med, og vi ønsket heller å gjøre et dypdykk innenfor utvalgte emner på tre forskjellige klassetrinn. På disse klassetrinnene ønsket vi å se på alle lærebøkene som finnes på det norske markedet. Vi bestemte oss for å se på 2., 5. og 9. trinn slik at både barne-, mellom- og ungdomstrinnet ble dekket. Emner vi ønsket å analysere innenfor var geometri og algebra, dels fordi det har vært en viss utvikling/forandring innenfor disse emnene og dels fordi emnene er såpass avgrensede at arbeidet med dem ikke ble for omfattende. Det hadde for eksempel vært meget interessant å analysere emnene tall og tallregning, men disse emnene er så store at det hadde blitt for omfattende i forhold til våre rammer. Fordelen med å analysere læreverk i dette prosjektet er at det foreligger et sammenligningsgrunnlag, nemlig lærebøker som ble brukt før L97 trådte i kraft. Derfor har vi gjort den samme analysen av tilsvarende emner på 1., 4. og 8. trinn i lærebøker som er godkjent etter M87. Slik kan vi se om det har skjedd en forandring, om lærebokforfatterne og forlagene har tatt hensyn til det vi oppfatter som intensjonene i matematikkplanen for L97.

Hva skulle vi så lete etter i lærebøkene? Spørsmålet har sammenheng med hva L97 vektlegger i sine betraktninger om matematikkfagets plass i skolen, om hvilke arbeidsmåter som anbefales og hvordan målformuleringene er. Det var mange ting vi kunne ønske å analysere i lærebøkene, for eksempel i hvilken grad stoffet blir tilrettelagt for både gutter og jenter. Vi så imidlertid ingen nye presiseringer i forhold til dette fra M87 til L97, så derfor måtte vi la det ligge. Hvilken utvikling representerer så L97 i forhold til M 87? Ved å studere formuleringene i M87 og L97, både i innledningen til matematikkdelen og i målformuleringen, finner vi mye likt. De fleste presiseringene i L97 er også omtalt i tidligere planer. Enkelte ting blir sterkere poengtert i L97 enn i M87, og enkelte ting kan sees på som en videreføring i fokus fra M87 til L97. Dette blir omtalt i følgende fem punkter:

1. Eksperimentering, utforsking, lek og spill
2. Erfaringer fra dagliglivet, praktiske situasjoner, realistiske problem
3. Estetiske sider, kreative evner og fantasi
4. Samtale, fortelle, formulere, formidle, ettertanke
5. Matematikkens rolle i kultur og vitenskap og matematikkens historie

3.2.1 Eksperimentering, utforsking, lek og spill

I M87 er dette nevnt slik under arbeidsmåter: *"Lærestoffet kan introduseres ved at elevene først undersøker og eksperimenterer i et godt tilrettelagt læringsmiljø, og/eller ved at læreren viser og forklarer." ..... "Arbeidet med matematikk skal bygge på og utvikle elevenes skapende evne, og gi rom for eksperimentering og utforsking".*

I L97 er dette nevnt slik under Felles mål for faget: *"... til å finne løsningsmetoder og – alternativer gjennom undersøkende og problemløsende aktivitet og bevisste valg av verktøy og redskaper". .....*

Og under Fagets plass i skolen: *"Fra dagliglivets erfaringer, lek og eksperimentering bygges det opp og videreutvikles begreper og fagspråk" .... "Gjennom eksperimentering, opplevelse, undring og refleksjon vil faget kunne bidra til å utvikle elevenes nysgjerrighet og trang til utforsking. Det er viktig at elevene opplever læring i matematikk som en prosess". ....*

Under Arbeidsmåter i faget: *"Elevene konstruerer selv sine matematiske begreper" .... "På småskoletrinnet spiller elevenes erfaringer og opplevelser en spesielt viktig rolle. Leken står sentralt på dette trinnet, og gjennom lek og spill kan elevene selv være med på å lage regler, lære seg å følge dem og se konsekvensene av sine valg". .... "På mellomtrinnet skal også arbeidet med faget i høy grad ha en praktisk forankring. Lek og spill, natur og nærmiljø gir praktiske muligheter til å arbeide med matematikk". .... "På alle nivåer skal opplæringen i matematikk gi muligheter til å arbeide praktisk og få konkrete erfaringer, å undersøke og utforske sammenhenger, finne mønstre og løse problemer". .....*

Vi oppfatter med dette at L97 enda sterkere enn M87 oppfordrer til bruk av eksperimentering, utforsking, lek og spill.

3.2.2 Erfaringer fra dagliglivet, praktiske situasjoner, realistiske problem

I M87 er dette nevnt slik under Mål: *"Undervisningen i matematikk skal ta sikte på..... å utvikle elevenes kunnskaper og ferdigheter slik at de ser på matematikk som et nyttig redskap når de skal løse problemer i dagliglivet og i yrkessammenheng"...*

Under Lærestoff og progresjon: *"Det må også legges vekt på å bruke matematikken som verktøy når en skal løse praktiske oppgaver i samfunnet med andre krav og med andre hjelpemidler enn tidligere"....*

Under Arbeidsmåter: *"Det bør legges vekt på å trekke inn stoff fra elevenes dagligliv og miljø, og fra andre fag" ... "Arbeidsopplegget må inspirere jenter og gutter til å trekke inn aktuelle problemer og bearbeide dem matematisk... "* ....

I L97 er dette nevnt slik under Felles mål for faget: *"Opplæringen i faget har som mål at elevene utvikler et positivt forhold til matematikk, opplever faget som meningsfylt og bygger opp selvfølelse og tillit til egne muligheter i faget, at matematikk blir et redskap elevene kan ha nytte av på skolen, i fritiden og i arbeids- og samfunnsliv"...*

Under Fagets plass i skolen: *"Arbeidet med matematikk i grunnskolen skal skape interesse og innsikt, slik at alle elever får nytte og glede av det, både i arbeidet med dette faget, i andre fag og i livet ellers. Gjennom valg av praktiske tilknytninger, eksempler og arbeidsmåter skal elevene, både jenter og gutter, og elever med ulik kulturell og sosial bakgrunn gis mulighet til å oppleve tilhørighet og utvikle positive holdninger til faget. Læreplanen legger vekt på å knytte en nær forbindelse mellom matematikken på skolen og matematikken i verden utenfor skolen"....*

Under Arbeidsmåter i faget: *"Utgangspunktet bør være meningsfylte situasjoner, og oppgaver og problemer bør være realistiske slik at de virker motiverende på elevene" ... "På ungdomstrinnet legges det mer vekt på de formelle og abstrakte sidene ved faget og på bruk av matematikk i samfunnet. Praktiske situasjoner og elevenes egne erfaringer står fortsatt sentralt i opplæringen"...*

I L97 er "Matematikk i dagliglivet" ett av tre gjennomgående hovedemner fra 1. til 10. klasse. Dermed skal praktisk bruk av matematikk være et sentreringspunkt, noe primært, og ikke noe som kommer sekundært for eksempel som anvendelse av et innlært matematisk fagstoff.

På grunnlag av dette mener vi at "erfaringer fra dagliglivet, praktiske situasjoner og realistiske problem" er ytterligere styrket i L97 i forhold til M87.

3.2.3 Estetiske sider, kreative evner og fantasi

I M87 er dette nevnt slik under Mål: *"Undervisningen i matematikk skal ta sikte på ..... å ta vare på og utvikle elevenes fantasi og skaperglede"...*

Under Arbeidsmåter: *"Arbeidet med matematikk skal bygge på og utvikle elevenes skapende evne, og gi rom for eksperimentering og utforsking"....*

I L97 er dette nevnt slik under Felles mål for faget: *"Opplæringen i faget har som mål ...... at elevene stimuleres til å bruke sin fantasi, sine ressurser og sine kunnskaper til å finne løsningsmetoder og –alternativer gjennom undersøkende og problemløsende aktivitet og bevisst valg av verktøy og redskaper"....*

Under Fagets plass i skolen: *"Matematikk er vitenskap, kunst, håndverk, språk og verktøy. Resonnement, fantasi og opplevelser er viktige elementer i faget" ... "Samtidig som matematikk er et praktisk redskap, skal faget også åpne for at elevene får bruke sine kreative evner og oppleve fagets estetiske sider. Matematikk utfordrer både oppfinnsomhet, kritisk sans og analytiske sider"....*

På grunnlag av dette oppfatter vi intensjonene i L97 som en ytterligere forsterking av fagets estetiske sider og oppfordring til at elevene får bruke sine kreative evner.

3.2.4 *Samtale, fortelle, formulere, formidle, ettertanke*

I M87 er dette nevnt slik under Arbeidsmåter: *"Elevene bør oppmuntres til å forklare hvordan de tenker når de løser oppgaver, og til selv å lage oppgaver. For å øke elevenes innsikt og forståelse må det være hyppige samtaler og diskusjoner i samlet klasse eller i smågrupper"...*

I L97 er dette nevnt slik under Felles mål for faget: *"Opplæringen i faget har som mål ..... at elevene opparbeider ferdigheter i å kunne lese, formulere og formidle emner og ideer hvor det er naturlig å bruke matematikkens språk og symboler"...*

Under Arbeidsmåter i faget: *"For denne begrepsdannelsen er det nødvendig å vektlegge samtale og ettertanke"* og *"På alle nivåer skal opplæringen i matematikk gi muligheter til ..... å fortelle og samtale om matematikk, å skrive om arbeidet og formulere resultater og løsninger"....*

På grunnlag av dette oppfatter vi intensjonene i L97 som en ytterligere forsterkning av oppfordringen til at elevene samtaler om og at de forteller, formulerer og formidler matematikken.

3.2.5 *Matematikkens rolle i kultur og vitenskap, matematikkens historie*

I M87 er dette nevnt slik under innledningen foran Mål: *"Matematikk er et nødvendig redskap innenfor ulike områder av samfunnsliv, teknikk og vitenskap. Matematisk kunnskap er også en del av vår kultur"....*

I L97 er dette nevnt slik under Felles mål for faget: *"Opplæringen i faget har som mål ..... at elevene utvikler innsikt i matematikkens historie og fagets rolle i kultur og vitenskap"....*

Under Fagets plass i skolen: *"Matematikk har lange historiske tradisjoner og har alltid vært en viktig del av vår kultur. Den har hatt stor betydning for blant annet ingeniørkunst, arkitektur og økonomi og har dannet grunnlag for mange tekniske nyvinninger opp gjennom tidene og for utformingen av samfunnet og vårt daglige miljø. Matematikk har også hatt stor betydning for utviklingen av andre fag og vitenskaper"....*

På grunnlag av dette oppfatter vi intensjonene i L97 slik at matematikkens historie og fagets rolle i kultur og vitenskap skal tre tydeligere fram.

3.3 Avgrensninger og presiseringer omkring analysen

De fem punktene som er nevnt ovenfor var fokus i hovedanalysen av lærebøkene. I hvilken grad finner vi igjen innslag av disse ideene i lærebøkene som er godkjent etter L97? Ser vi noen utvikling i forhold til innholdet i bøkene som ble godkjent før L97 trådte i kraft? Har lærebokforfatterne/forlagene oppfattet de samme presiseringene i planen som vi oppfatter ligger der, og har de tatt hensyn til disse når de har skrevet læreverkene? Er det stor forskjell mellom de enkelte læreverk i hvordan disse presiseringene har kommet til uttrykk i de forskjellige lærebøker? Dette var utgangspunktet vårt.

Vi har kun undersøkt elevenes standardutgave i hvert læreverk. Vi er fullt klar over at lærerveiledningene inneholder både presiseringer, utfyllende kommentarer og ideer til supplerende oppgaver. Dette er gjort forskjellig fra læreverk til læreverk. Vi tok imidlertid et bevisst valg på at det var det skrevne materialet som flesteparten av elevene møter, vi ville undersøke i denne omgang. Vi tror at lærerne i forskjellig grad følger læreboka (elevenes bok) tett, og den aktive bruken av lærerveiledningen varierer nok også. Noen lærere er såpass godt orientert også i andre læreverk enn det de bruker, at de henter ideer fra disse. En annen del av prosjektet vårt tar for seg hvordan L97 gir seg utslag i matematikkundervisningen, og da vil vi kanskje også få vite litt mer om i hvilken grad lærerveiledningene blir brukt. Elevenes lettere utgave eller oppgavesamling er heller ikke undersøkt, fordi disse bøkene blir brukt i noe mindre omfang.

Hvilket verktøy skulle vi bruke for å registrere eventuelle forskjeller i bøkene? I en svensk gransking av matematikkbøker som ble gjort i 1987 (Areskoug, Grevholm, 1987) ble forholdet mellom gutter og jenter i lærebøkene undersøkt ved å telle guttenavn og jentenavn og ved å telle illustrasjoner av bare gutter/jenter i bøkene. I en sammenligning av amerikanske lærebøker i matematikk før og etter 1989 (Chandler, Brosnan, 1994), ble undersøkelsen gjort ved å telle sider som omhandlet de forskjellige matematiske emnene, og som kunne rubriseres under henholdsvis utforsking, drill, ordproblemer og problemløsning.

I en storstilt undersøkelse av amerikanske lærebøker i matematikk, som tok sikte på å gi en anbefaling til lærere om hvilke bøker som er mest hensiktsmessige i forhold til å nå bestemte mål i matematikk, ble hver lærebok vurdert av seks uavhengige team bestående av to personer (Project 2061, 2000). Dette ble gjort ved at en rekke forskjellige kriterier ble vurdert i form av en karakter. Det aktuelle læreverket fikk til slutt en samlekarakter som tilsvarte gjennomsnittskarakterene til de seks uavhengige teamene.

I TIMSS-undersøkelsen (Howson, 1995) ble utvalgte læreverk fra hvert land analysert av personer fra hvert av de deltagende land. Her ble bøkene analysert i forhold til metode, tekst og layout i forklaringer og oppgaver. Vektleggingen mellom de forskjellige emnene ble også undersøkt. For å kunne sammenligne resultatene var det helt avgjørende at de som foretok analysene var samkjørte på det som skulle undersøkes og på kodingen av resultatene.

Lærebøkene som var med i vår undersøkelse

Forlag	Tittel	M87	L97	Trinn
Aschehoug	Abakus		X	2.
Aschehoug	Matematikk 9		X	9.
Aschehoug	Regnereisen	X	X	1., 2., 4., 5., 8.
Cappelen	Jeg regner			1., 4.
Cappelen	Matematikk åtte-ni-ti		X	9.
Cappelen	Origo	X		8.
Cappelen	Tusen millioner		X	2., 5.
Gyldendal	Delta		X	2., 5.
Gyldendal	Fakta	X		8.
Gyldendal	Nye Fakta		X	9.
Gyldendal	Prikken og Stripa	X		1., 4.
NKS	Mega		X	9.
NKS	Min matematikk	X		8.
NKS	Pluss	X	X	1., 2., 4., 5.
Samlaget	Matematikktakk		X	2., 5.
TANO	Formel	X		1., 4., 8.
Universitetsforlaget	Dette er matematikk	X		8.

Figur 1. Lærebøker

Læreverket fra Elektronisk forlag har vi ikke tatt med, da formen er slik at den ikke uten videre kan sammenlignes med de andre bøkene.

Alle bøkene som er med i analysen er godkjent etter datidens godkjenningsordning. Den fungerte slik at en komité oppnevnt av Læringssenteret gransket bøkene i forhold til språk, likestilling og faglig innhold. Det hendte f. eks at komiteen hadde innvendinger mot at det var brukt for mange mannsdominerte yrker i oppgaver eller billedbruk, og meldte fra om dette til forlaget. Dette måtte da rettes opp før boka kunne godkjennes. I dag er det forlagene alene som foretar denne godkjenningen.

Forlagene har ulike markedsandeler, men vi har ikke gjort noe forsøk på vekting av verkene i forhold til hvor mye de er brukt.

I vår undersøkelse måtte vi altså finne et verktøy som innenfor våre rammer best kunne registrere eventuelle forandringer som er skjedd innen de fem kategoriene som tidligere er nevnt. Å telle sider kunne være en mulighet, men gir ikke nødvendigvis det rette bildet. Omfanget innen en kategori kan være ganske stort selv om det ikke gir store utslag på den sideandel kategorien har fått i boka. Vi fant det hensiktsmessig å dele analysen inn i to områder, et som gikk på innhold og et som gikk på oppgaver.

Enhver analyse som blir gjort er avhengig av hvilke vurderinger som blir gjort av den som foretar analysen. Å gi en karakter innen hver kategori mener vi hadde blitt for mye preget av de subjektive vurderingene som ble gjort av den som foretok analysen. Vi hadde heller ikke mulighet til å spre analysen på flere team/personer for eventuelt å gi en gjennomsnittskarakter. Vi mener funnene innen hver kategori gir et bedre bilde av hvor stort omfanget er. Derfor ble det gjort slik at det kapittel/avsnitt i læreboka som omhandler det aktuelle tema som skulle undersøkes, ble saumfart fra avsnittets start til en eventuell oppsummering eller sammendrag. Vi er klar over at et funn kan ha et lite eller stort omfang både når det gjelder sideandel og antatt undervisningstid. Her kunne vi ha gitt funnet en vekting, men det måtte gjøres ut fra en subjektiv vurdering. Et lite sideomfang kan noen lærere gjøre mye ut av, og et stort sideomfang behøver ikke nødvendigvis føre til tilsvarende stor plass i undervisningen. Vi mener antall funn, enten de er store eller små, likevel gir et bilde av læreverkets vektlegging.

Repetisjonsoppgaver til slutt i kapittelet er ikke undersøkt. Der vi fant innslag av et av de fem områdene som er omtalt i forrige avsnitt, ble dette notert. For eksempel fant vi i boka Pluss 4B etter M87 under "*Lengde*" en oppgave der elevene skulle måle forskjellige lengder i klasserommet. Senere skulle de også måle lengder på kroppen og avstander i skolegården. Dette noterte vi under rubrikken "*Eksperimentering, utforsking. Lek og spill*" slik: "*Måle avstander i klasserommet og i skolegården. Finne lengdemål på kroppen*". Innslagene kunne vi finne både i eksempler, i forklaringer eller i oppgaver gitt i forbindelse med lærestoffet. Ofte fant vi innslag av flere av de fem områdene i en oppgave eller et eksempel. Det kunne for eksempel både ha innslag av eksperimentering, være en praktisk situasjon og utfordre elevenes kreative evner samtidig. Alle disse innslagene ble da notert. I det nevnte eksempelet fra Pluss 4B etter M87 ble samme innslag også notert under rubrikken "*Erfaringer fra dagliglivet. Praktiske situasjoner. Realistiske problem*". Vi har ikke gjort noe forsøk på å vekte disse funnene etter omfang eller tid som går med. Det hadde da selvsagt blitt en feilkilde hvis hensikten var å sammenligne verkene mot hverandre. Noen steder finner vi mange oppgaver med lite å gjøre på hver oppgave, mens det andre steder kan stå en arbeidsoppgave som kan jobbes med en hel time. Den enkelte lærer bestemmer selv hvor stor vekt hvert eksempel/oppgave skal ha i undervisningen. Et lite eksempel kan ofte danne utgangspunkt for påbygging av nye problemstillinger. Vi har registrert funn innen de fem kategoriene vi har med, og forholdet mellom små og store oppgaver/eksempler synes å være noenlunde likt i lærebøkene etter M87 og L97.

Det var ikke alltid lett å avgjøre hvorvidt noe skulle registreres eller ikke. For eksempel i kategorien *"Eksperimentering, utforsking, lek og spill"*. Hva skulle registreres innenfor denne rubrikken? Grovt sett kan vi si alt som handler om at elevene må foreta seg noe undersøkende virksomhet framfor det å bruke tradisjonelle regnemåter eller algoritmer. Spørsmålet om når en regnemåte er blitt tradisjonell for eleven er ikke alltid enkelt å svare på, og viser at det ofte måtte gjøres avveininger underveis. Eksempler i denne kategorien: *"Hvilke av disse figurene kan brettes sammen til en terning? Prøv selv. Du får ark til å klippe i av læreren. Prøv å finne andre slike figurer som kan brettes til en terning"*. (Regnereisen 2A, Aschehoug, L97), *"Tegn av denne modellen (tangram) på papp og klipp den fra hverandre. Prøv om dere kan sette brikkene sammen igjen. Det går an å lage andre figurer av disse brikkene. Hvilke figurer kan dere lage?"* (Pluss 5B, NKS, L97) og *"Lag så mange trekanter du kan ved å bruke linjestykkene ovenfor"* (Mega 9B, NKS, L97).

Under kategorien *"Erfaringer fra dagliglivet. Praktiske situasjoner. Realistiske problem"* var det enklere. Straks en oppgave eller et eksempel var vinklet mot en praktisk sammenheng, ble det registrert her. Eksempler: *"Fritidsklubben sykler 10 km. Hvor mye har de igjen å sykle når de er ved det kilometermerket som viser 2,7 km?"*(Matematikktakk 5, Samlaget, L97) eller *"Finn rektangelformede flater i klasserommet som er formlike"* (Matematikk åtte-ni-ti, Cappelen, L97). Det var også her store forskjeller i omfang, fra rike oppgaver der mange aspekter ved en situasjon var tatt med til eksempler som *"Regn ut arealet til Oles rom som er 4m bredt og 3m langt"*.

Under kategorien *"Estetiske sider. Kreative evner. Fantasi"* kunne det igjen være tilfeller som lå på grensen mellom å bli tatt med eller ikke. Oppgaver av typen *"Lag oppgaver til dine medelever om ... "* ble registrert her, men for eksempel i geometrien var det ikke alltid like lett å avgjøre om en tekst hadde estetiske sider i seg. Andre eksempler på oppgave som ble registrert: *"Bruk alle mosaikkbitene og lag rektangler"* (Delta 5b, Gyldendal, L97) og *"Hva slags romfigurer får du hvis du bretter etter de stiplede linjene?"* (Matematikk 9, Aschehoug, L97).

Under kategorien *"Samtale, ettertanke. Formulere, formidle"* tok vi med de oppfordringene som ble gitt til elevene om å samtale eller diskutere omkring et problem, å skrive en sammenheng med egne ord, å forklare hvordan en tenker, osv. Eksempler: *"Fortell om de ulike figurene"* (Pluss 2B, NKS, L97), *"Snakk sammen i klassen om resultatene fra oppgavene 2 og 3"* (Regnereisen 5A, Aschehoug, L97) og *"Diskuter i klassen om det fins viktige detaljer langs de gylne linjene eller i de gylne punktene"* (Matematikk åtte-ni-ti, Cappelen, L97).

Under kategorien *"Matematikkens rolle i kultur og vitenskap. Matematikkens historie"* ble det registrert alle sammenhenger om hvordan matematikken ble brukt i tidligere tider, hvordan den spiller en rolle i vitenskapen og hvordan matematikere har bidratt med å utvikle matematikken til det den er i dag. Eksempler: *"Utviklingen av geometri startet i Egypt. Hvert år ble Nilen oversvømt, og de måtte måle opp jordstykkene sine på nytt...osv.(tegning)"* (Tusen millioner 5A, Cappelen, L97), *"Galois ble født i Paris og døde bare 21 år gammel i en duell...osv.(bilde)"*

(Formel 8, Tano, M87) og "*Vi kaller dette tesselering. Mange tapetmønstre og teppemønstre er konstruert slik. Et enkelt eksempel på tesselering er stavene i et parkettgolv*" (Nye Fakta 9a, Gyldendal, L97).

I oppgaveanalysen, jf. avsnitt 5, var hensikten å finne ut om oppgavetypene var de samme i lærebøker av L97 som av M87. Her så vi spesielt på hvor mye anvendelser som var med, og i hvor stor grad det var elementer av utforsking. Vi mener oppgavetilfanget i ei lærebok betyr mye for de som bruker boka. Det er mest lettvint å bruke oppgavene som er i det aktuelle læreverket, selv om lærerne i ulik grad også henter inn oppgaver utenifra. En erfaren lærer kan lettere frigjøre seg fra eksempler og forklaringer som står i ei lærebok enn fra oppgavene. Derfor mener vi sammensetningen av oppgaver i et læreverk legger viktige føringer på hvordan undervisningen blir i faget.

3.4 Resultater av innholdsanalysen

Alle funn som ble registrert er lagt ved denne rapporten som eget vedlegg. Det er der nevnt helt kort hva funnet dreier seg om. Hvert funn har fått en bokstav og de er notert fortløpende i rekkefølge. Dersom samme oppgave eller eksempel er registrert innen forskjellige kategorier, har disse fått samme bokstav og står ved siden av hverandre. Etter behandling av hvert læreverk er det gitt en liten kommentar som bygger på det umiddelbare inntrykket av hvordan stoffet er tilrettelagt for elevene i forhold til presiseringene i L97. Siden vi var ute etter hvilke endringer som eventuelt har skjedd fra M87-bøkene til L97-bøkene, ble også M87-bøkene vurdert i lys av L97, noe som selvsagt ikke kunne vært gjort i en analyse av M87-bøkene isolert.

Ved å telle opp antall funn og sammenligne læreverk etter M87 og L97 får vi følgende tabell:

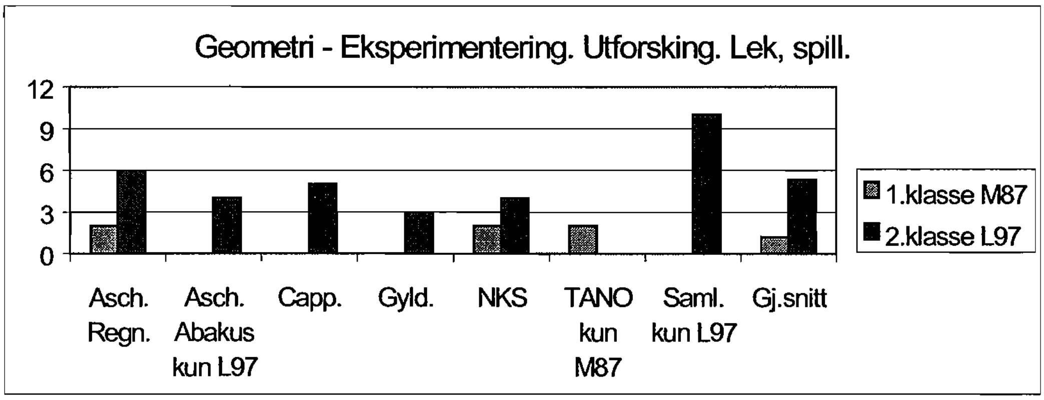
	Eksperimentering Utforsking Lek, spill	Erfaringer fra dagliglivet. Praktiske situasjoner. Realistiske problem.	Estetiske sider Kreative evner Fantasi	Samtale, ettertanke. Formulere, formidle.	Matematikkens rolle i kultur og vitenskap Matematikkens historie
Geometri 1.kl M87					
Regnereisen, Asch.	2	3	0	0	1
Jeg regner, Cappelen	0	0	0	0	0
Prikken og Stripa, Gyld.	0	1	0	0	0
Pluss, NKS	2	1	0	0	0
Formel, TANO	2	1	2	0	0
Geometri 2.kl L97					
Abakus, Aschehoug	4	3	3	0	0
Regnereisen, Asch.	6	7	5	2	1
Tusen millioner, Cap.	5	2	3	0	0
Delta, Gyldendal	3	5	2	0	0
Pluss, NKS	4	3	3	1	0
Matematikktakk, Saml.	10	7	6	4	0
Geometri 4.kl M87					
Regnereisen, Asch.	2	4	2	1	1
Jeg regner, Cappelen	3	4	1	0	0
Prikken og Stripa, Gyld.	0	2	0	0	0
Pluss, NKS	1	3	1	1	0
Formel, Tano	3	7	3	0	0
Geometri 5.kl L97					
Regnereisen, Asch.	2	4	2	2	1
Tusen millioner, Cap	9	5	7	4	2
Delta, Gyldendal	3	6	2	0	1
Pluss, NKS	6	9	5	1	1

Matematikktakk, Saml.	6	9	8	1	1
Geometri 8.kl M87					
Regnereisen, Asch.	7	8	7	0	1
Origo, Cappelen	1	8	1	0	1
Fakta, Gyldendal	3	11	2	0	1
Min matematikk, NKS	2	4	1	0	0
Formel, Tano	0	3	0	1	3
Dette er matem., Univ.	8	9	7	2	2
Geometri 9.klasse L97					
Matematikk 9, Asch.	10	8	10	3	3
Matem. åtte-ni-ti, Capp.	7	5	5	2	6
Nye Fakta, Gyldendal	8	8	6	1	4
Mega, NKS	5	6	6	1	2
Algebra 8.kl M87					
Regnereisen, Asch.	5	4	3	3	0
Origo, Cappelen	2	5	2	0	1
Fakta, Gyldendal	2	6	0	0	0
Min matematikk, NKS	0	3	0	0	0
Formel, Tano	0	2	0	0	3
Dette er matem., Univ.	2	6	2	1	0
Algebra 9.kl L97					
Matematikk 9, Asch.	3	8	3	2	1
Matem. åtte-ni-ti, Capp.	2	7	3	0	0
Nye Fakta, Gyldendal	2	5	4	2	1
Mega, NKS	1	6	1	1	0

Figur 2. Innholdsanalyse

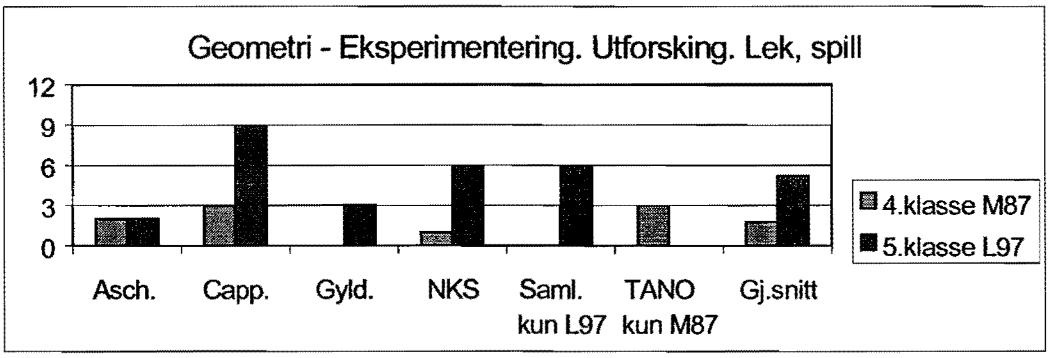
Går vi nærmere inn på tallmaterialet i denne tabellen finner vi flere interessante trekk. Kommentarene er samlet innenfor hver av de fem kategoriene. Tallmaterialet kan illustreres i følgende diagrammer som viser hvordan utviklingen har vært innen de forskjellige forlagene fra bøker til M87 og til L97. Det er ikke noe stort poeng å sammenligne bøker innen ett forlag fordi bøkene i mange tilfeller er helt omarbeidet og ofte er skrevet av forskjellige forfatterteam. Det er først og fremst helhetsinntrykket vi har vært ute etter. En gjennomsnittlig tallverdi kan fortelle noe om det, men sannheten kommer enda bedre fram ved å få med hele tallmaterialet.

3.4.1 Eksperimentering, utforsking, lek og spill



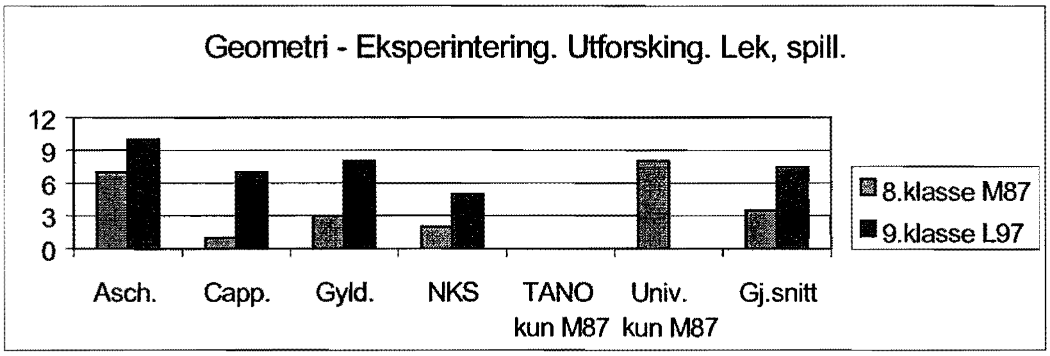
Figur 3. Antall funn i læreverk etter M87 og L97

TANO hadde læreverk til M87 men ikke til L97. Til L97 kom i tillegg Aschehoug med Abakus og Samlaget med Matematikktakk. På disse klassetrinnene ser vi en klar økning i innslaget av eksperimentering, utforsking, lek og spill innen geometri. Det skyldes i hovedsak at geometri har kommet mye sterke inn på de laveste trinnene i L97 enn i M87. Lærebøkene til M87 hadde lite eller ingenting av geometri på dette trinnet.



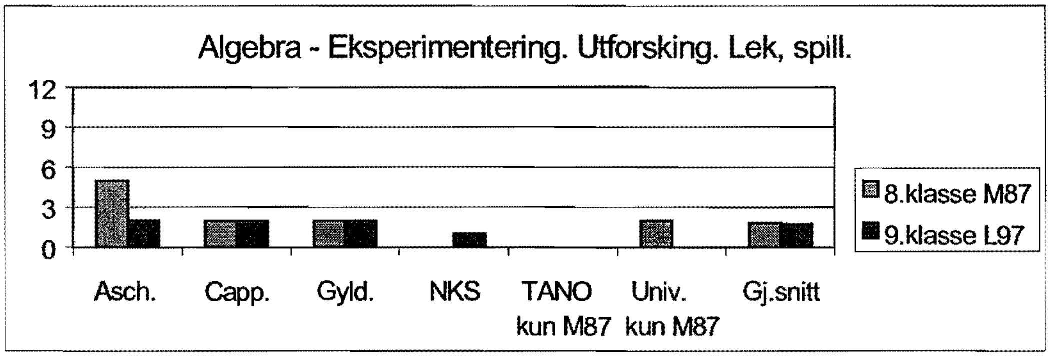
Figur 4. Antall funn i læreverk etter M87 og L97

På disse trinnene er det ikke noen entydig forskjell på hvor stor plass geometri har fått i bøkene til M87 og til L97. Vi ser også her en klar økning i innslaget av eksperimentering, utforsking, lek og spill. Elevene oppfordres i L97-bøkene mer til å måle avstander selv enten på ting de har i pennalet, ting i klasserommet eller utenfor skolen. Ved behandling av romfigurer får elevene i oppgave å klippe og lime sammen terninger og pyramider i stedet for bare å øve seg på å regne ut volum.



Figur 5. Antall funn i læreverk etter M87 og L97

Også her øker innslaget av eksperimentering, utforsking, lek og spill markant fra M87 til L97. I bøkene til L97 får elevene oftere oppgaver med å undersøke geometriske mønstre og å utforske figurer for eksempel i forbindelse med formlike trekanter. Vi merker oss imidlertid at både Aschehougs og Universitetsforlagets bøker til M87 ligger godt an også i forhold til lærebøker til L97.



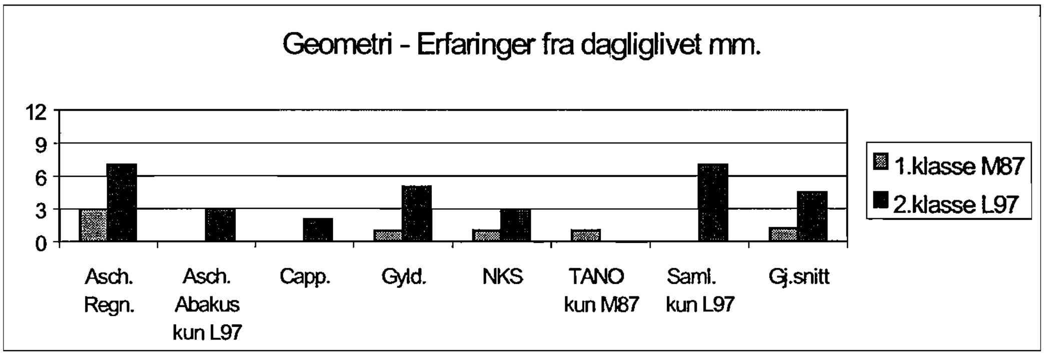
Figur 6. Antall funn i læreverk etter M87 og L97

Her er bildet et annet enn innen geometri. Vi har notert langt færre funn totalt. NKS har en økning fra 0 til 1, mens Aschehoug har en reduksjon fra 5 til 2. For Cappelen og Gyldendal er det ingen endring. Eksempler på funn her: "Kan du finne en regel for å regne om fra celsiusgrader til fahrenheitgrader? Vi må da gå motsatt vei i figuren på side 57" (Regnereisen 8a, Aschehoug, M87), eller å utfordre elevene til å finne mønstre i gangetabellen som utgangspunkt for variabelbegrepet (Matematikk åtte-ni-ti, Cappelen, L97).

3.4.2 Konklusjon

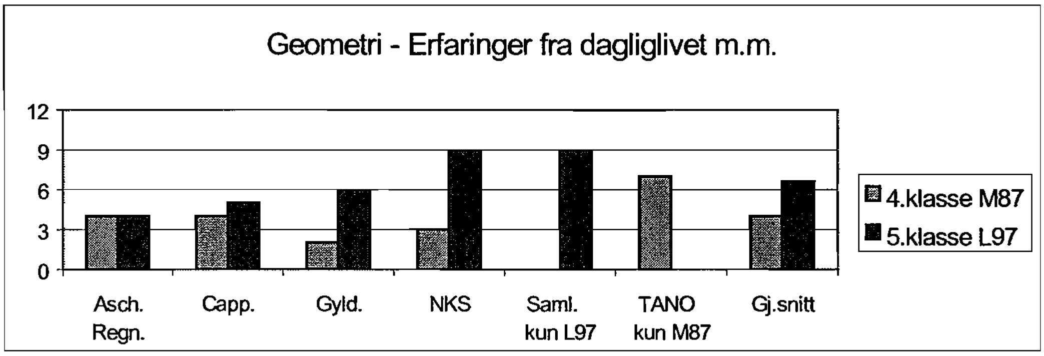
På alle de tre undersøkte alderstrinn finner vi en markant økning i innslag av eksperimentering, utforsking, lek og spill fra M87 til L97 i emnet geometri. I algebra derimot ser vi ingen tendens til økning.

3.4.3 Erfaringer fra dagliglivet, praktiske situasjoner, realistiske problem



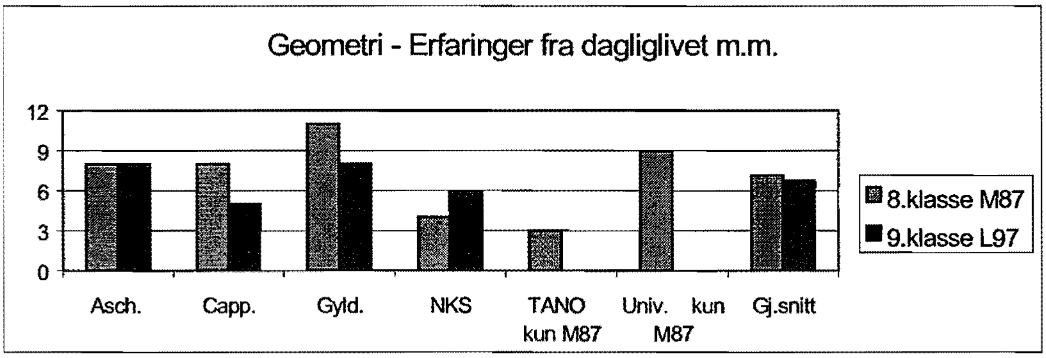
Figur 7. Antall funn i læreverk etter M87 og L97

På disse klassetrinnene ser vi en klar økning i innslaget av erfaringer fra dagliglivet, praktiske situasjoner og realistiske problem innen geometri. Det skyldes i hovedsak at geometri har kommet mye sterkere inn på de laveste trinnene i L97 enn i M87. Lærebøkene til M87 hadde lite eller ingenting av geometri på dette trinnet. Vi fant mange sammenhenger som elevene kunne kjenne seg igjen i, for eksempel å måle lengder på seg selv og ting rundt seg, å tegne andre halvdel av ansikt og sommerfugl (symmetri), å finne geometriske former i trafikkskilt, osv.



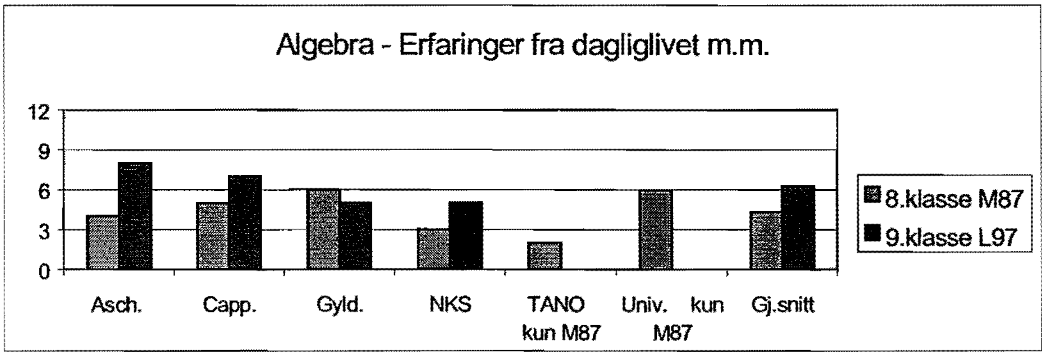
Figur 8. Antall funn i læreverk etter M87 og L97

Vi ser en økning i innslaget av erfaringer fra dagliglivet med mer. Selv om det er liten forskjell på hvor stor plass geometristoffet har fått fra M87 til L97, er det en økning i antall oppgaver totalt i bøkene fra Gyldendal og NKS. Det er nok noe av forklaringen på den sterke økningen i de forlagene, men spesielt hos NKS ser vi også en merkbar forandring i verket med hensyn til å relatere stoffet mer til dagligdagse situasjoner i L97-boka enn i M87-boka. I M87-boka fant vi mye stoff om egenskaper ved geometriske figurer rent matematisk, mens det i L97-boka mer relateres til geometriske figurer slik vi finner dem i omgivelsene. Under emnet "Lengde" blir stoffet i L97-boka også mer relatert til lengder i omgivelsene, mens M87-boka hadde flere oppgaver rundt tegnede linjestykker og kontekstfrie omgjøringer av enheter.



Figur 9. Antall funn i læreverk etter M87 og L97

Her kan diagrammet tyde på at det er mindre innslag av praktiske innslag i L97-bøkene enn i M87-bøkene. Det er ikke nødvendigvis riktig. I Cappelens verk til M87 ble det brukt en del praktiske tilnærminger i eksempler og forklaringer, mens det var lite innslag av det i oppgavene. I Cappelens verk til L97 ble det brukt noe færre praktiske tilnærminger, mens mange oppgaver samlet i bolker dreide seg om praktiske situasjoner. Derfor gir oppgaveanalysen som er omtalt senere i rapporten et mer utfyllende bilde av dette aspektet.



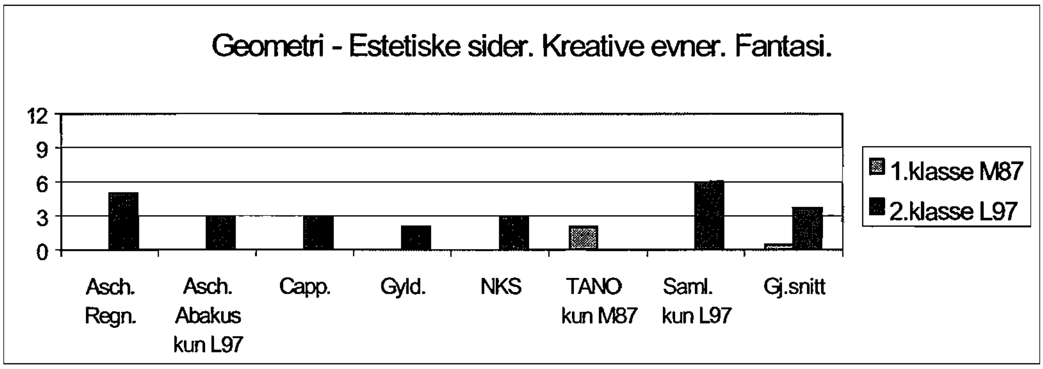
Figur 10. Antall funn i læreverk etter M87 og L97

Her kan diagrammet tyde på at innslaget av erfaringer fra dagliglivet er større i L97-bøkene enn i M87-bøkene. Aschehoug økte for eksempel fra 4 til 9 innslag. Dette skyldes i hovedsak at M87-bøkene mer var organisert rundt et færre antall temaer enn i L97-bøkene. Derfor ble det færre treff i M87-bøkene, selv om disse bøkene også hadde mange oppgaver med praktiske tilnærminger. Eksempler på funn: Hvordan en kan bygge opp bokstavuttrykk til en generell sammenheng mellom antall abonnenter og lønna til et avisbud (Nye Fakta 9b, Gyldendal, L97), og hvordan foring av hest kan danne grunnlag for en generell sammenheng om hvor mange dager halmballene rekker (Matematikk 9, Aschehoug, L97).

3.4.4 Konklusjon

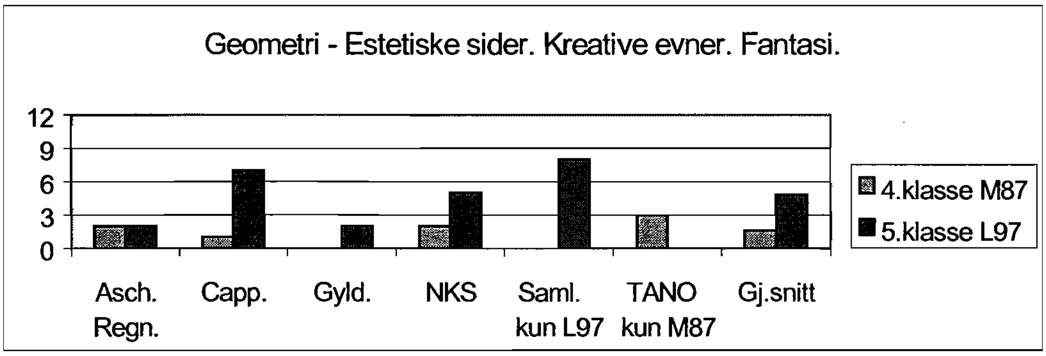
Vi ser ingen hovedtendenser til økning i innslaget av erfaringer fra dagliglivet fra M87-bøkene til L97-bøkene.

3.4.5 Estetiske sider, kreative evner, fantasi



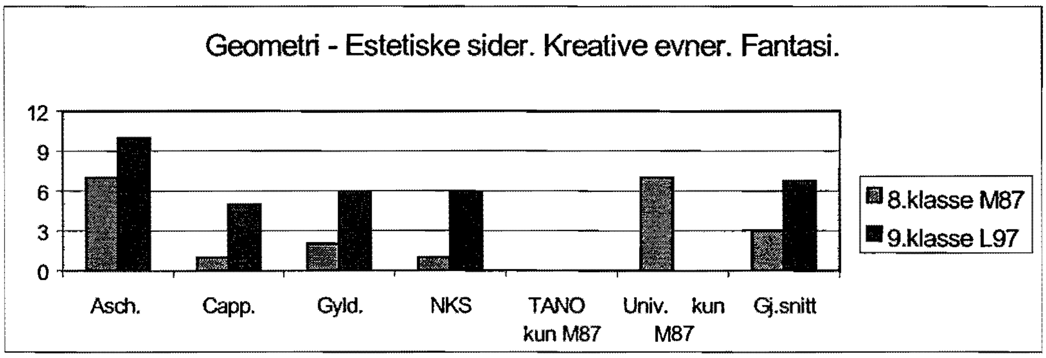
Figur 11. Antall funn i læreverk etter M87 og L97

På disse klassetrinnene ser vi en klar økning i innslaget av estetiske sider, kreative evner og fantasi innen geometri. Det skyldes i hovedsak at geometri har kommet mye sterkere inn på de laveste trinnene i L97 enn i M87. Eksempel på oppgaver innen denne kategorien er å lage mønster eller speile figurer som er sammensatt av trekanter og firkanter. Lærebøkene til M87 hadde lite eller ingenting av geometri på dette trinnet.



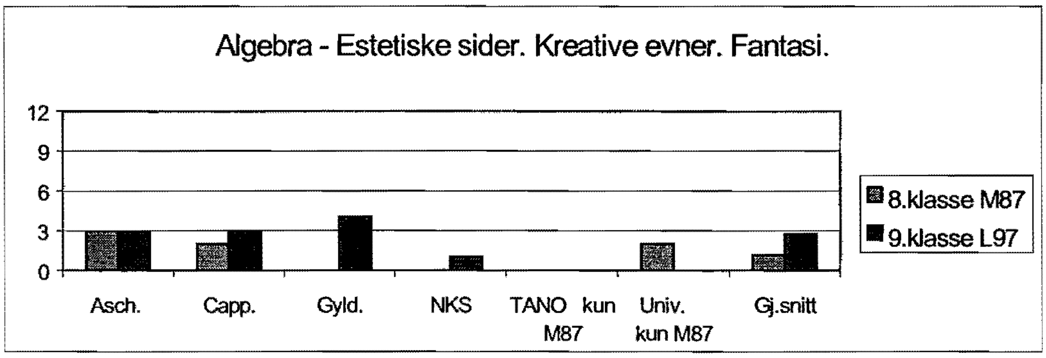
Figur 12. Antall funn i læreverk etter M87 og L97

Vi ser at det også her er en sterk økning i innslaget av estiske sider, kreative evner og fantasi fra M87-bøkene til L97-bøkene. Elevene får mer utfordringer som for eksempel går ut på å lage sine egne mønstre, arbeide med tangrammer eller bygge romfigurer.



Figur 13. Antall funn i læreverk etter M87 og L97

Også her ser vi at innslaget av estiske sider, kreative evner og fantasi øker fra M87-bøkene til L97-bøkene. Her går det også mye på å lage sine egne geometriske mønstre og figurer, og på arbeid i forbindelse med det gylne rektangel.



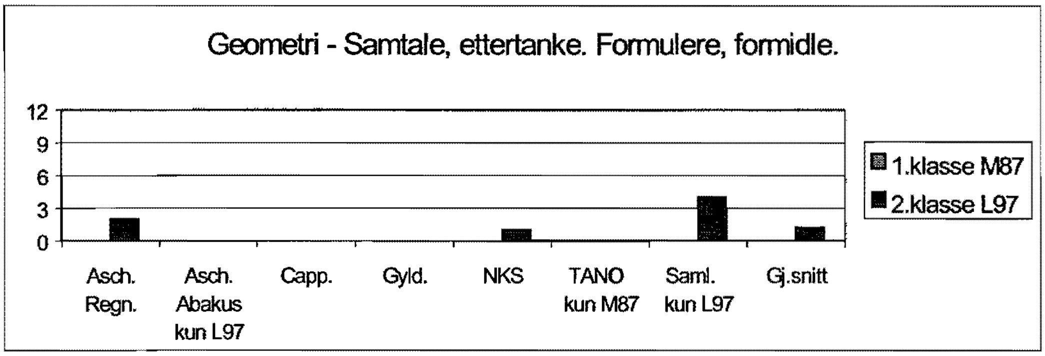
Figur 14. Antall funn i læreverk etter M87 og L97

Innslaget av estiske sider, kreative evner og fantasi øker fra M87-bøkene til L97-bøkene også her, men ikke så markert som innen geometri. Vi merker en tendens til at bøkene mer oppfordrer elevene til å se etter mønstre, og å finne formler og uttrykk selv. Å lage tekstoppgaver til en gitt bokstavsammenheng er også oppgavetyper som etter L97 er vanligere.

3.4.6 Konklusjon

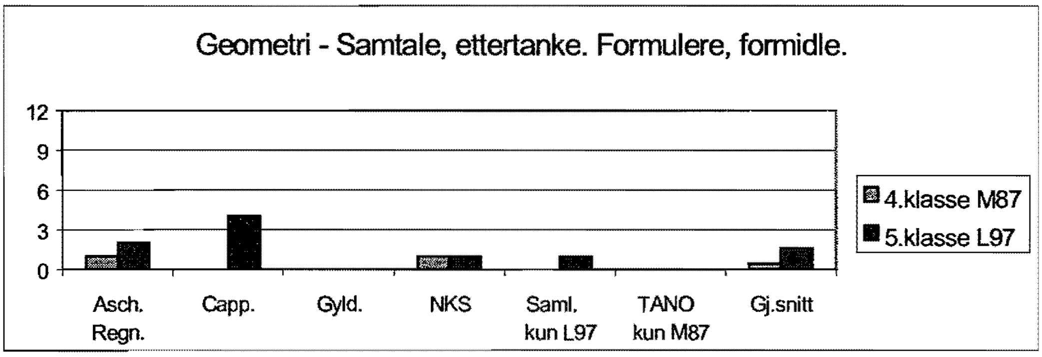
Innen kategorien estetiske sider, kreative evner og fantasi finner vi en klar økning av innslag fra M87-bøkene til L97-bøkene spesielt innenfor geometri. Innen algebra er det en liten økning, men disse aspektene er lite til stede innen dette emnet.

3.4.7 Samtale, ettertanke, formulere, formidle



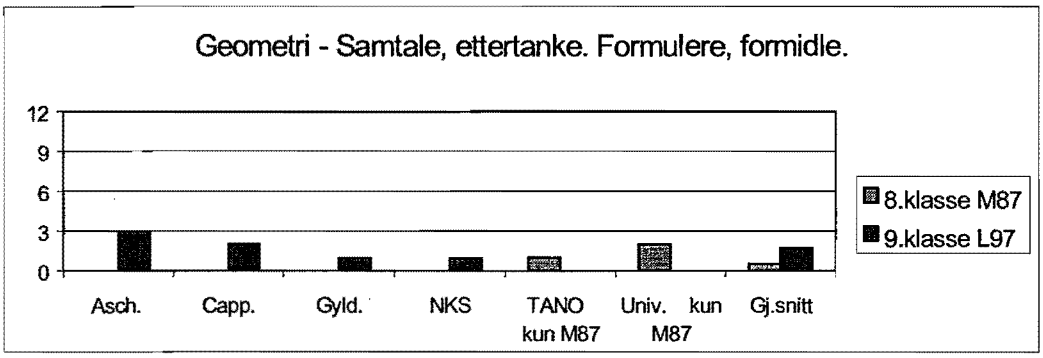
Figur 15. Antall funn i læreverk etter M87 og L97

Her ser vi at innslaget av samtale, ettertanke, formulere og formidle var helt fraværende i M87-bøkene, mens vi finner noen få innslag av det i L97-bøkene. Det skyldes i hovedsak at geometri har kommet mye sterkere inn på de laveste trinnene i L97 enn i M87. Lærebøkene til M87 hadde lite eller ingenting av geometri på dette trinnet.



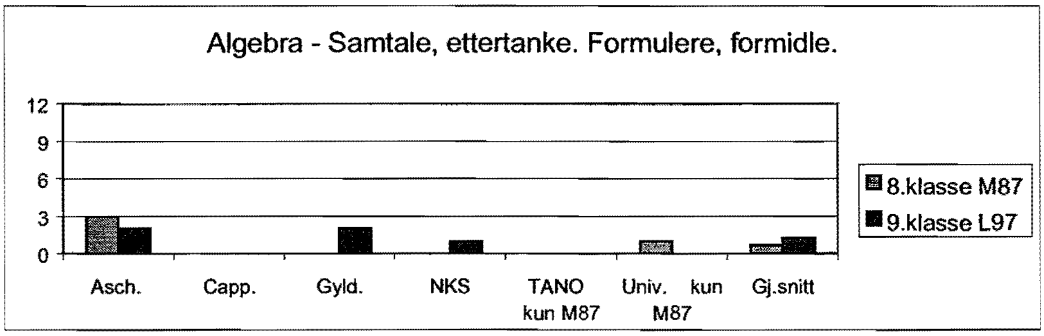
Figur 16. Antall funn i læreverk etter M87 og L97

Her finner vi også få innslag av samtale, ettertanke, formulere, formidle i L97-bøkene. Cappelens 4 forekomster bidrar til den lille økningen fra M87-bøkene til L97-bøkene. Vi fant totalt to innslag i alle M87-bøkene, mot åtte innslag i L97-bøkene. Elevene oppfordres for eksempel til å diskutere eller samtale om nøyaktigheten ved måleresultater eller om løsninger og regneoperasjoner.



Figur 17. Antall funn i læreverk etter M87 og L97

Også her ser vi at innslaget av samtale, ettertanke, formulere, formidle øker noe fra M87-bøkene til L97-bøkene. De M87-bøkene som hadde innslag av dette var fra de forlagene som ikke har læreverk til L97. Elevene blir i L97-bøkene mer bedt om å diskutere sammenhenger i geometrien og å lage oppgaver til hverandre.



Figur 18. Antall funn i læreverk etter M87 og L97

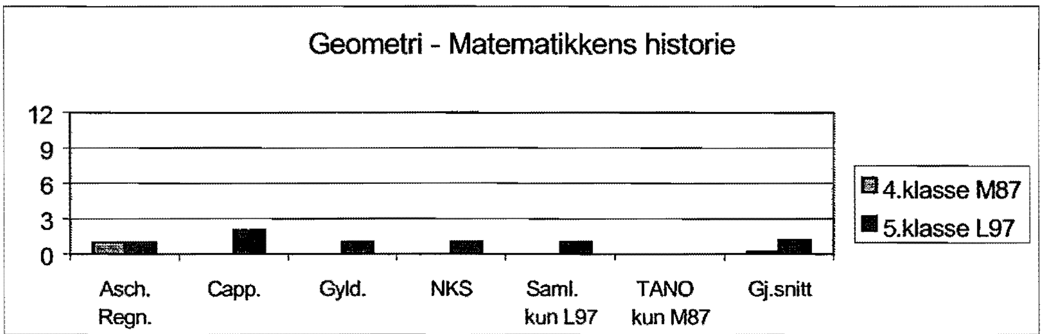
Her finner vi ikke noen tendens til økning i innslaget av samtale, ettertanke, formulere, formidle fra M87-bøkene til L97-bøkene. Vi finner lite av dette totalt, kun 5 funn i de fire L97-bøkene. Eksempel på innslag er at elevene blir oppfordret til å diskutere løsningen av et problem og forklare hvordan en tenker.

3.4.8 Konklusjon

I kategorien samtale, ettertanke, formulere, formidle finner vi ikke mange innslag i L97-bøkene, men likevel flere enn i M87-bøkene, spesielt innenfor geometristoffet.

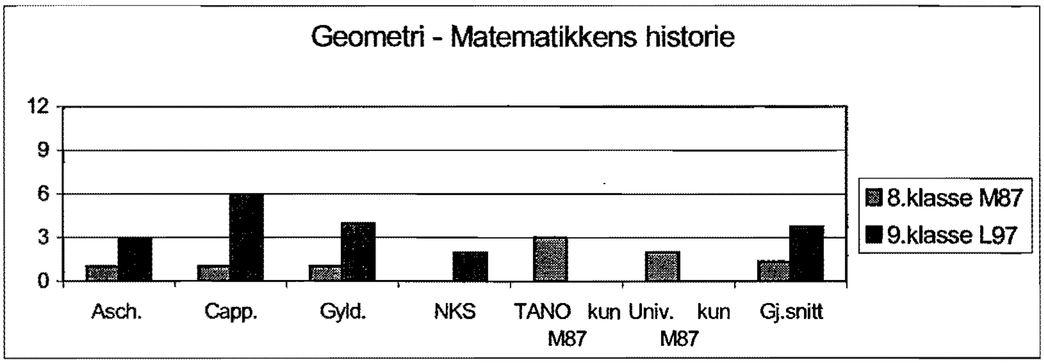
3.4.9 Matematikkens rolle i kultur og vitenskap, matematikkens historie

I kategorien matematikkens historie og matematikkens rolle i kultur og vitenskap fant vi kun ett treff i M87-bøkene for 1. klassetrinn og ett treff i L97-bøkene for 2.klassetrinn. Det dreide seg om tommer og fot som lengdemål i Aschehougs bøker.



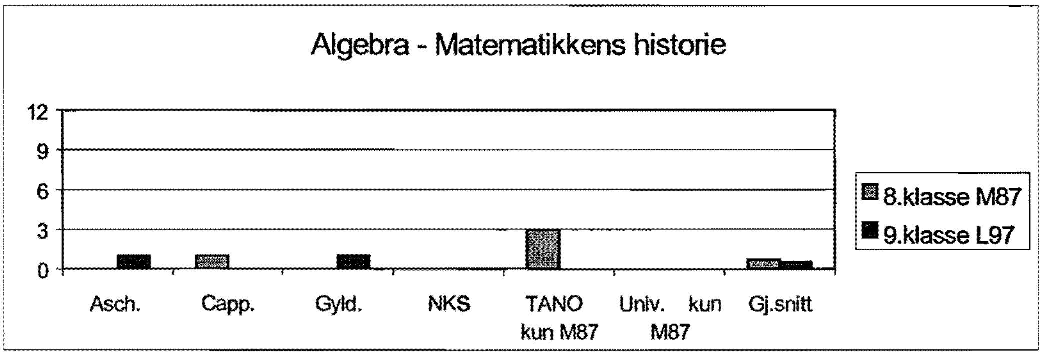
Figur 19. Antall funn i læreverk etter M87 og L97

Vi ser at det er få innslag av denne kategorien i 4.-/5.-klasse også, men det vi fant var stort sett i L97-bøkene. Vi fant blant annet noe om hvordan kvadratflater dannet utgangspunkt for fiskekurver i Mosambik (Pluss 5B, NKS, L97) og om pyramidene og gammel måte å måle opp jordstykker i Egypt (Tusen Millioner 5A, Cappelen, L97).



Figur 20. Antall funn i læreverk etter M87 og L97

Her ser vi en tydelig økning i innslaget av matematikk i kultur og vitenskap og matematikkens historie fra M87-bøkene til L97-bøkene. I L97-bøkene fant vi ulike innslag som handler om arabisk veggmosaikk, det gylne rektangel på Akropolis (Matematikk 9, Aschehoug, L97), hvordan geometrien ble brukt i navigering hos grekerne og egypterne (Matematikk åtte-ni-ti, Cappelen, L97), osv. Innslagene dreier seg om matematikkens historie og om matematikk i kultur, men ikke om matematikk i vitenskapen.



Figur 21. Antall funn i læreverk etter M87 og L97

Her ser vi ingen økning i innslag av matematikkens rolle i kultur og vitenskap og matematikkens historie fra M87-bøkene til L97-bøkene. Vi fant til sammen fire innslag i M87-bøkene. De to innslagene vi fant i L97-bøkene var om Rhindpapyrusen og Tartaglia (Matematikk 9, Aschehoug) og om Sophie Germain (Nye fakta, Gyldendal).

3.4.10 Konklusjon

Innslag av matematikkens rolle i vitenskapen fant vi ikke i noen bøker, mens det er få innslag av matematikkens rolle i kultur og matematikkens historie i lærebøkene. Innen geometri fant vi en klar økning fra M87- til L97-bøkene spesielt i 8./9.klasse. Vi ser ikke det samme i 1./2.klasse og heller ikke innen algebra i 8./9.klasse. Disse resultatene samsvarer med det Bjørn Smestad fant i sin analyse av matematikkhistoriestoff i lærebøkene etter L97 (Smestad, 2000). Der fant han at kvaliteten på historiestoffet er av varierende kvalitet og at det i sum er for lite i forhold til intensjonene i L97.

3.5 Resultater av oppgaveanalysen

I tillegg til innholdsanalysen ble det også gjort en analyse av oppgavene innen de samme emnene. Vi var interessert i å vite om L97 hadde resultert i en dreining i sammensetningen av oppgavetyper. Som verktøy brukte vi da en tilpasset versjon av Ole Skovsmoses matrise (Skovsmose, 1998) der han har med to dimensjoner: graden av "undersøkelseslandskap" og graden av anvendelser. I videste forstand er et "undersøkelseslandskap" slik Skovsmose definerer det, en situasjon der elevene fristes til utforsking, helst som resultat av at elevene i en gitt sammenheng selv stiller spørsmålet "Hva nå hvis...?".

Oppgaver og aktiviteter kan da plasseres i en matrise som for Skovsmose ser slik ut:

	Tradisjonelle matematikk-oppgaver med et entydig fasitsvar	Undersøkelseslandskap
"Ren" matematikk, uten noen praktisk anvendelse		
"Semi"-anvendelser av matematikken		
Ekte, reelle anvendelser av matematikken		

Tabell 1. Skovsmoses kategorisering av matematikkoppgaver

Vi brukte en tilpasning av den samme matrisen der oppgavetypene blir delt inn i fire hovedtyper i stedet for seks. Vi syntes det var enklere å operere med to grader av anvendelse i stedet for tre. Vi får på denne måten både undersøkt graden av anvendelser og dimensjonen tradisjonelle oppgaver kontra oppgaver med element av utforsking. De fire hovedtypene vi brukte kan betegnes slik:

1. "Ren" matematikk, uten praktisk anvendelse, tradisjonelle oppgaver med entydig fasitsvar.
2. "Ren" matematikk, uten praktisk anvendelse, element av utforsking.
3. Anvendelser av matematikken, tradisjonelle oppgaver med entydig fasitsvar.
4. Anvendelser av matematikken, element av utforsking.

Oppgaver av typen "Lag selv en oppgave..." rubriseres som 2 eller 4. Oppgaver av typen "Lag regnefortelling til..." rubriseres som 4 og oppgaver av typen "Gjett og sjekk" eller "Prøv og løs" rubriseres som 2 eller 4.

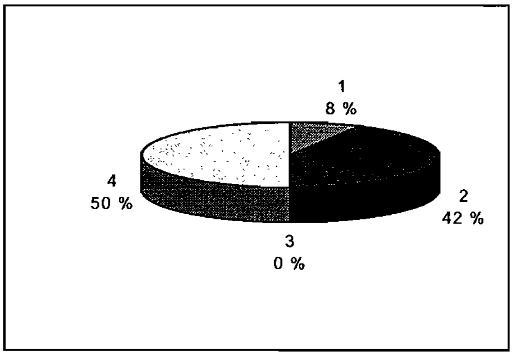
I noen tilfeller kunne det være vanskelig å avgjøre hvilken kategori oppgaven hørte hjemme i. Et eksempel på det: "Et romlegeme har lengde 8,0 cm, bredde 5,0 cm og høyde 4,0 cm. Alle vinkler er 90°. Hvilken figur kan dette være?" (Mega 9A, NKS, L97). Romgeometri handler om romlegemer generelt, og i denne oppgaven oppgis det også eksakt mål på det. Men fordi oppgaven mer leder tanken hen mot det generelle rette firkantede prismet enn den mer konkrete treklossen eller pappesken, mener vi oppgaven ligger nærmest oppgavetype 1.

Antall oppgaver varierer sterkt i bøkene, derfor har vi tatt med den prosentvise fordelingen av de aktuelle oppgavetypene. Analysen gav følgende resultat:

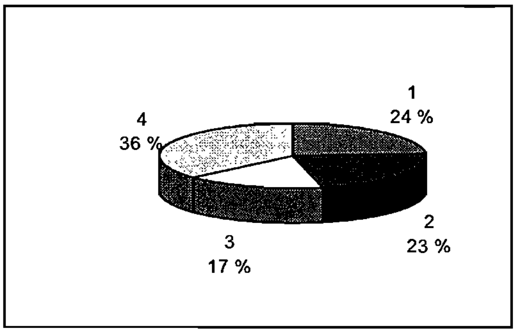
SMÅSKOLETRINNET:

GEOMETRI		Antall oppgaver av type:					Prosent			
		1	2	3	4	Sum	1	2	3	4
Ascheh. 1.kl: R.reisen	M87	0	0	0	5	5	0	0	0	100
Cappel. 1.kl: Jeg regner	M87	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Gylden 1.kl: Pr. og Stripa	M87	0	3	0	2	5	0	60,0	0	40,0
NKS 1.kl: Pluss	M87	1	4	0	5	10	10	40	0	50
TANO 1.kl:Formel	M87	1	4	0	1	6	16,7	66,7	0	16,7
Gjennomsnitt M87							7,7	42,3	0	50
Ascheh. 2.kl: R.reisen	L97	2	1	13	11	27	7,4	3,7	48	41
Ascheh. 2.kl: Abakus	L97	4	3	5	4	16	25,0	18,8	31,3	25,0
Cappel. 2.kl: Tusen m.	L97	2	3	1	6	12	16,7	25,0	8,3	50,0
Gyldendal 2.kl: Delta	L97	9	12	3	6	30	30,0	40,0	10,0	20,0
NKS 2.kl: Pluss	L97	10	9	2	15	36	27,8	25,0	5,6	41,7
Samlg 2.kl: M.tikktakk	L97	10	7	2	15	34	29,4	20,6	5,9	44,1
Gjennomsnitt L97							23,9	22,6	16,8	36,8

Tabell 2. Andel av oppgavetyper i lærebøker på småskoletrinnet, geometri.



Figur 22. Gjennomsnittlig andel av oppgavetyper i bøker etter M87 1.klasse, geometri.

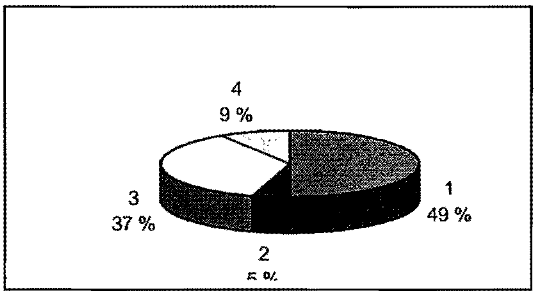


Figur 23. Gjennomsnittlig andel av oppgavetyper i bøker etter L97 2.klasse, geometri.

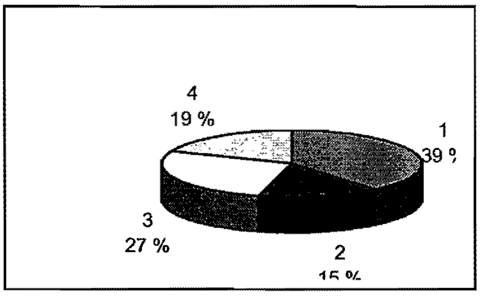
MELLOMTRINNET:

GEOMETRI		Antall oppgaver av type:					Prosent			
		1	2	3	4	Sum	1	2	3	4
Ascheh. 4.kl: R.reisen	M87	14	1	31	14	60	23,3	1,7	51,7	23,3
Cappel. 4.kl: Jeg regner	M87	62	4	21	2	89	69,7	4,5	23,6	2,2
Gyldend. 4.kl: Pr. & Stri.	M87	41	4	58	0	103	39,8	3,9	56,3	0
NKS 4.kl: Pluss	M87	71	2	15	7	95	74,7	2,1	15,8	7,4
TANO 4.kl: Formel	M87	40	10	41	17	108	37,0	9,3	38,0	15,7
Gjennomsnitt M87							50,1	4,6	36,5	8,8
Ascheh. 5.kl: R.reisen	L97	16	4	24	14	58	27,6	6,9	41,4	24,1
Cappel. 5.kl: Tusen m.	L97	20	15	14	30	79	25,3	19,0	17,7	38,0
Gyldend. 5.kl: Delta	L97	36	22	79	11	148	24,3	14,9	53,4	7,4
NKS 5.kl: Pluss	L97	76	21	31	33	161	47,2	13,0	19,3	20,5
Samlag.: Matem.tikktakk	L97	81	29	9	24	143	56,6	20,3	6,3	16,8
Gjennomsnitt L97							38,9	15,4	26,7	19

Tabell 3. Andel av oppgavetyper i lærebøker på mellomtrinnet, geometri



Figur 24. Gjennomsnittlig andel av oppgavetyper i bøker etter M87 4.klasse, geometri.

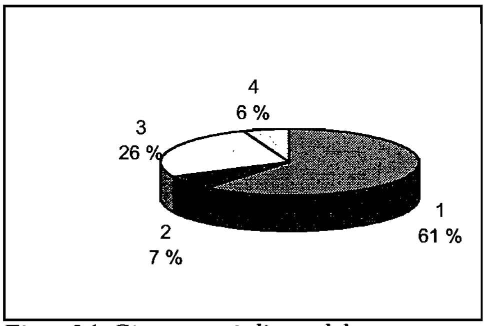


Figur 25. Gjennomsnittlig andel av oppgavetyper i bøker etter L97 5.klasse, geometri.

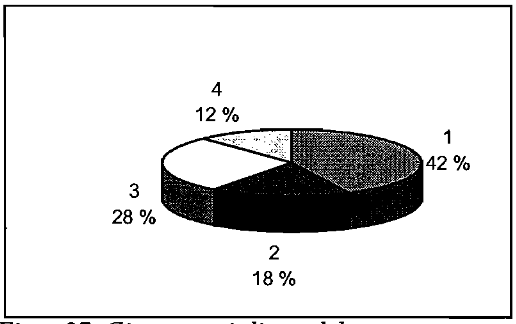
UNGDOMSTRINNET, GEOMETRI:

		Antall oppgaver av type:					Prosent			
		1	2	3	4	Sum	1	2	3	4
GEOMETRI										
Ascheh. 8.kl: R.reisen	M87	47	18	41	11	117	40,2	15,4	35,0	9,4
Cappel. 8.kl: Origo	M87	110	1	10	3	124	88,7	0,8	8,1	2,4
Gyldend. 8.kl: Fakta	M87	111	8	73	6	198	56,1	4,0	36,9	3,0
NKS 8.kl: Min matem.	M87	76	7	24	6	113	67,3	6,2	21,2	5,3
TANO 8.kl: Formel	M87	105	0	47	0	152	69,1	0	30,9	0
Univ.f. 7.-9.: Dette er m.	M87	35	20	14	21	90	38,9	22,2	15,6	23,3
Gjennomsnitt M87							61	6,8	26,3	5,9
Ascheh. 9.kl: Matem.9	L97	65	38	28	19	150	43,3	25,3	18,7	12,7
Cappel.9.kl: M. Åtte-ni-ti	L97	48	12	43	16	119	40,3	10,1	36,1	13,4
Gyldend.9.kl: Nye Fakta	L97	72	22	52	21	167	43,1	13,2	31,1	12,6
NKS 9.kl: Mega	L97	36	19	21	6	82	43,9	23,2	25,6	7,3
Gjennomsnitt L97							42,7	17,6	27,8	12

Tabell4. Andel av oppgavetyper i lærebøker på ungdomstrinnet, geometri.



Figur 26. Gjennomsnittlig andel av oppgavetyper i bøker etter M87 8.klasse, geometri.

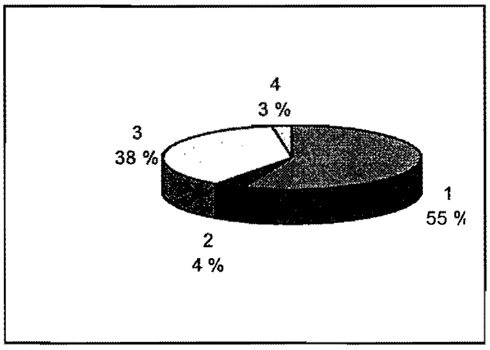


Figur 27. Gjennomsnittlig andel av oppgavetyper i bøker etter L97 9.klasse, geometri.

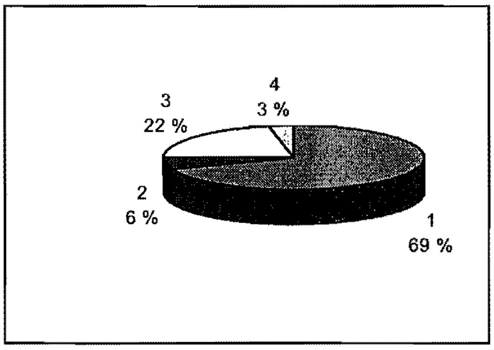
UNGDOMSTRINNET, ALGEBRA:

		Antall oppgaver av type:					*Prosent*			
		1	2	3	4	Sum	1	2	3	4
ALGEBRA										
Ascheh. 8.kl: R.reisen	M87	38	13	50	9	110	34,5	11,8	45,5	8,2
Cappel 8.kl: Origo	M87	59	1	31	3	94	62,8	1,1	33,0	3,2
Gyldend. 8.kl: Fakta	M87	119	8	29	0	156	76,3	5,1	18,6	0
NKS 8.kl: Min matem.	M87	52	0	12	0	64	81,3	0	18,8	0
TANO 8.kl: Formel	M87	49	0	126	1	176	27,8	0	71,6	0,6
Univ.forl.7.-9:Dette er m.	M87	71	4	12	4	91	78,0	4,4	13,2	4,4
Gjennomsnitt M87							56,1	3,8	37,6	2,5
Ascheh. 9.kl: Matem.9	L97	64	7	25	7	103	62,1	6,8	24,3	6,8
Cappel 9.kl: M. Åtte-ni-ti	L97	58	0	16	1	75	77,3	0	21,3	1,3
Gyldend. 9.kl: Nye Fakta	L97	91	12	30	3	136	66,9	8,8	22,1	2,2
NKS 9.kl: Mega	L97	33	3	6	0	42	78,6	7,1	14,3	0
Gjennomsnitt L97							69,1	6,2	21,6	3,1

Tabell 5. Andel av oppgavetyper i lærebøker på ungdomstrinnet, algebra



Figur 28. Gjennomsnittlig andel av oppgavetyper i bøker etter M87, 8. klasse, algebra.

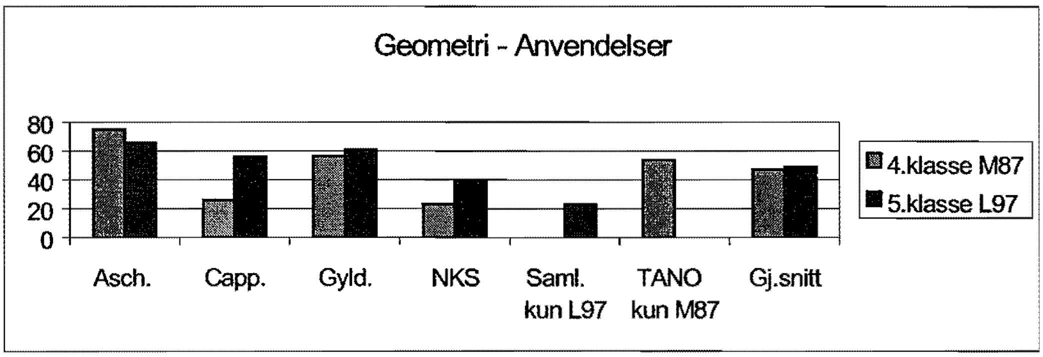


Figur 29. Gjennomsnittlig andel av oppgavetyper i bøker etter L97, 9.klasse, algebra.

I den følgende analyse av resultatene vil vi se på de to dimensjonene hver for seg. Resultatene for "Anvendelser" framkommer som summen av tallene i kategori 3 og 4. Resultatene for "Utforsking" framkommer som summen av tallene i kategori 2 og 4.

På barnetrinnet hadde geometristoffet i M87-bøkene fått så liten plass at det blir feil å lete etter tendenser i tallmaterialet, men vi kan merke oss at en relativt stor andel av oppgavene i L97-bøkene har element av utforsking(kategori 2 og 4).

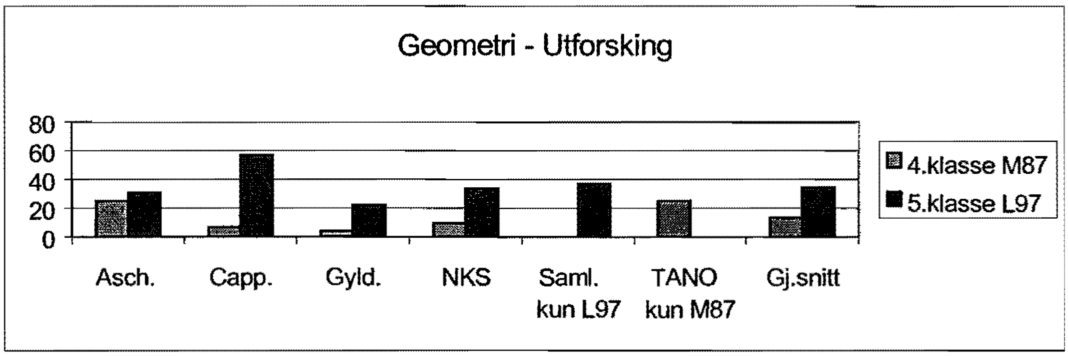
På mellomtrinnet ser vi markerte forandringer fra M87-bøkene til L97-bøkene. Når vi ser på prosentandelen av oppgaver tilknyttet anvendelser, får vi følgende diagram:



Figur 30. Prosentandel av oppgaver med anvendelser. Geometri på mellomtrinnet.

Bortsett fra Aschehoug ser vi for disse læreverkene en klar økning i andel av oppgaver med anvendelser fra M87-bøkene til L97-bøkene. Men Aschehoug hadde den klart største andelen av slike oppgaver i M87-boka, og har fremdeles den største andelen blant forlagene i L97-boka.

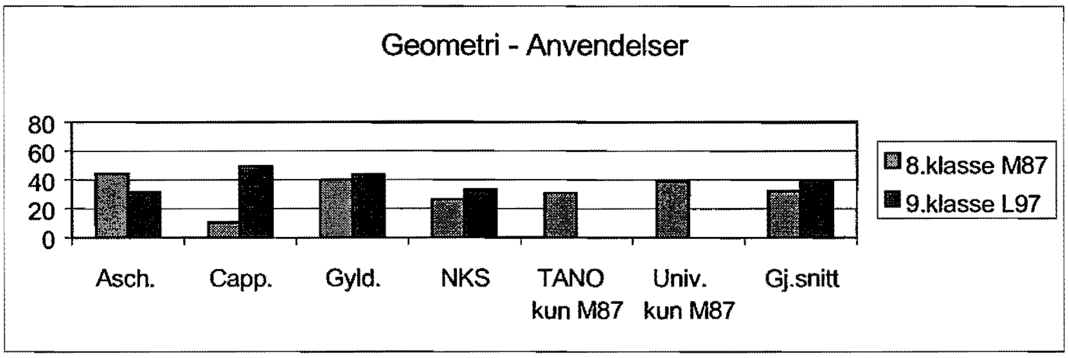
Også andelen av oppgaver med element av utforsking øker fra M87 til L97.



Figur 31. Prosentandel av oppgaver med utforsking. Geometri på mellomtrinnet.

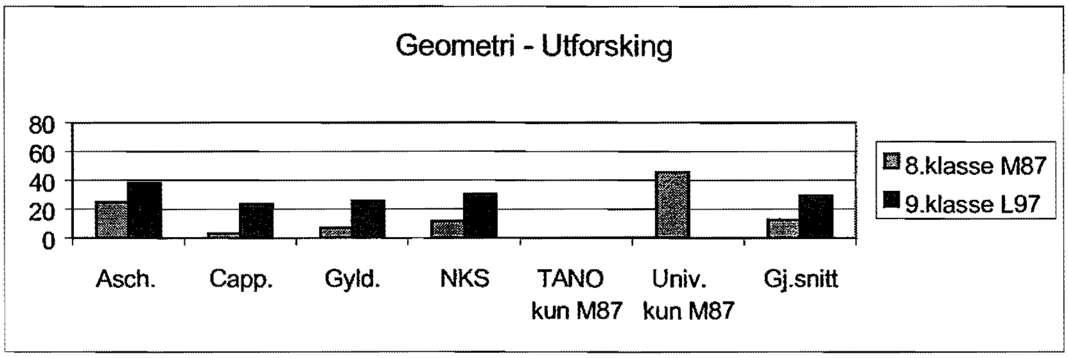
Her er forskjellen enda mer markant. Økningen gjelder alle forlagene som har bøker til både M87 og L97, og størst er den hos Cappelen. Av bokas 79 oppgaver i geometri er det 45 oppgaver som har element av utforsking. Dette understreker det som ble registrert i innholdsanalysen under eksperimentering, utforsking, lek og spill, jf. figur 3. Eksempler på oppgaver vi fant her: "Finn dine personlige mål. Bruk linjal og målbånd. Hvor mange centimeter er din egen favn, alen, fot, tomme?"(Aschehoug, L97), "Finn ut forskjellige måter å lage en sirkel på. Hvor mange måter finner du?"(Cappelen, L97) og "Gjett hvor mange meter tapet og hvor mye maling det er nødvendig å kjøpe til rommet. La alle i klassen gjette. Prøv å tegne og regne dere fram til et resultat"(Samlaget, L97).

På ungdomstrinnet innen geometri registrerer vi også en økning i andelen av oppgaver tilknyttet anvendelser fra M87-bøkene til L97-bøkene. Unntaket er Aschehoug, men den boka hadde den høyeste andelen blant M87-bøkene. I Cappelens bøker er det som nevnt under innholdsanalysen, slik at M87-boka hadde en del anvendelser i eksemplene, mens det er mindre av det i L97-boka. Andelen av oppgaver med anvendelser øker derimot sterkt fra M87- til L97-boka.



Figur 32. Prosentandel av oppgaver med anvendelser. Geometri på ungdomstrinnet.

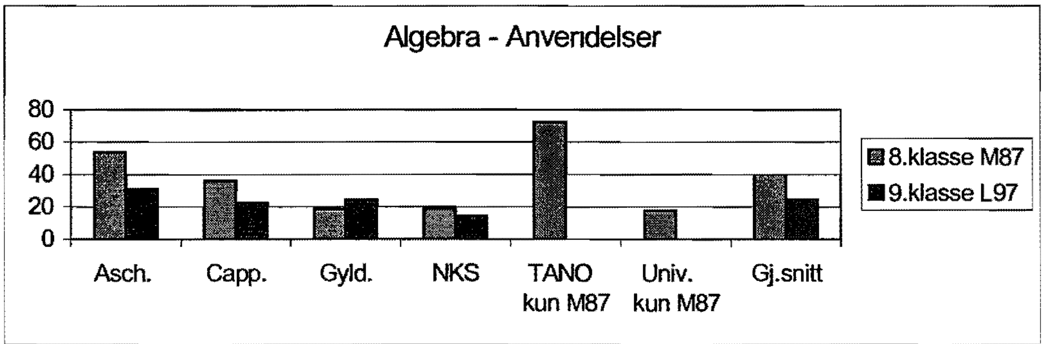
Også andelen av oppgaver med element av utforsking øker fra M87 til L97.



Figur 33. Prosentandel av oppgaver med utforsking. Geometri på ungdomstrinnet.

Som på mellomtrinnet er forskjellen enda mer markant her. Eksempler på oppgaver vi fant i L97-bøkene: *"Finn geometriske mønstre på det samiske bandet. Hvilke figurer ser du? Hvordan ligger figurene i forhold til hverandre?"* (Aschehoug, L97) eller *"Sett en eske på pulten din. Tegn esken med to forsvinningspunkter."* (Gyldendal, L97) eller om det gylne snitt: *"På tegningen nedenfor skal du undersøke om du finner forhold mellom lengder som er tilnærmet 1,6."* (NKS, L97).

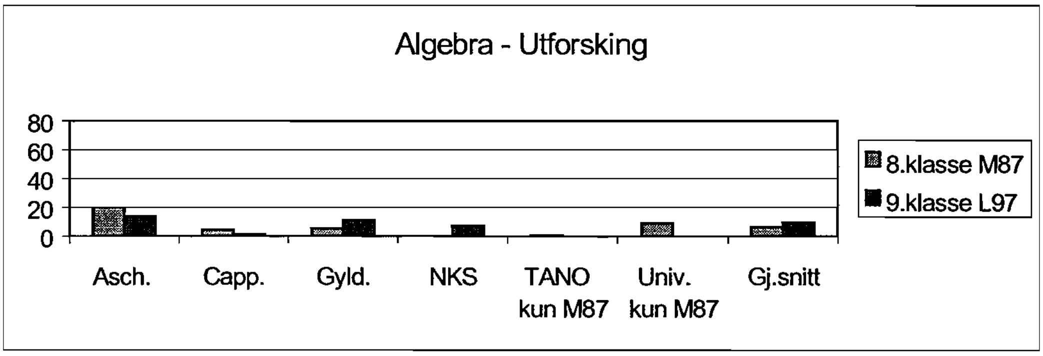
I algebra er bildet et annet. Som figur 26 viser, har andelen av oppgaver med anvendelser en synkende tendens fra M87-bøkene til L97-bøkene. Tre av forlagene har en mindre andel i L97- enn i M87-boka. Det er bare Gyldendal som har en svak økning.



Figur 34. Prosentandel av oppgaver med anvendelser. Algebra på ungdomstrinnet.

Det er heller ikke noen entydig tendens i oppgaver med element av utforsking (figur 27). To av forlagene har en lavere andel i L97- enn i M87-bøkene (Aschehoug og Cappelen) mens to forlag har en større andel i L97- enn i M87-bøkene

(Gyldendal og NKS). Eksempler på oppgaver vi fant under denne kategorien: *"Lag et spørsmål som passer til likningen 3x + x + (x – 2) = 53. Løs likningen. Hva blir svaret på spørsmålet ditt?"*(Aschehoug, L97) og *"Birger har 11 dyr på gården. Han har bare høner og kuer. Til sammen har disse dyrene 32 bein. Diskuter hvordan dere kan finne ut hvor mange høner og hvor mange kuer han har"*(Gyldendal, L97).



Figur 35. Prosentandel av oppgaver med utforsking. Algebra på ungdomstrinnet.

3.5.1 Konklusjon

Når vi ser på oppgaveanalysen fant vi at andelene av oppgaver med anvendelser økte fra M87-bøkene til L97-bøkene innen geometri. Vi fant en motsatt tendens innen algebra. Der er andelen svært lav i L97-bøkene. Andelen av oppgaver med element av utforsking økte også klart fra M87-bøkene til L97-bøkene innen geometri. Innen algebra så vi ikke den samme tendensen.

Generelt ser vi at andelen av oppgaver med anvendelser synker fra 5. til 9. klasse.

3.6 Oppsummering

Arbeidet vårt gikk ut på å finne ut om ideene i matematikkdelen av L97 har resultert i noen endring i lærebøkene som er godkjent etter M87 til lærebøkene som er godkjent etter L97. Ved å sammenligne de generelle formuleringene for matematikkfaget i M87 og L97 fant vi sterke presiseringer i L97 innenfor fem hovedområder: 1. Eksperimentering, utforsking, lek og spill, 2. Erfaringer fra dagliglivet, praktiske situasjoner, realistiske problem, 3. Estetiske sider, kreative evner og fantasi, 4. Samtale, fortelle, formulere, formidle, ettertanke, og 5. Matematikkens rolle i kultur og vitenskap og matematikkens historie.

Bøkene vi undersøkte var hovedutgaven på 1., 4., og 8. trinn etter M87 og på 2., 5., og 9. trinn etter L97. Emnene vi tok for oss var geometri og algebra. Vi undersøkte de sidene som inneholdt introduksjon av nytt stoff. Vi så altså ikke på sammendrag, ekstraoppgaver, ekstrahefter eller lærerveiledninger.

Første del av undersøkelsen dreide seg om de fem omtalte områdene i forhold til innholdet i læreboka med eksempler, forklaringer og oppgaver. Andre del av undersøkelsen dreide seg kun om oppgavene innenfor de samme sidene av hovedbøkene. Her undersøkte vi to dimensjoner samtidig, andelen av oppgaver med anvendelser og andelen av oppgaver med element av utforsking.

Innholdsanalysen viste forskjellige resultater i geometri og algebra. Det har skjedd en klar endring fra M87-bøkene til L97-bøkene innen geometri for fire av de fem hovedområdene, alle unntatt "Erfaringer fra dagliglivet, praktiske situasjoner, realistiske problem". Dette området har da også vært presisert i tidligere læreplaner. TIMSS tekstbokundersøkelse (Howson, 1995) viste en klar økning innenfor dette området i lærebøkene fram mot 1995. Men vi fant altså en tydelig økning i innslag både innen eksperimentering/utforsking, estetiske sider/kreative evner, samtale/formidle og matematikkens historie/matematikkens rolle i kultur og vitenskap. Innen algebra fant vi derimot bare økning i innslag innenfor området estetiske sider/kreative evner. Omfang og utvikling innen de fem undersøkte områdene kan skjematisk vises på følgende måte:

Kategori	*Omfang L97*	*Utvikling M87 – L97*	*Kommentar*
Eksperimentering. Utforsking. Lek, spill	Bra	God	Lite innen algebra
Erfaringer fra dagliglivet. Praktiske situasjoner. Realistiske problem.	Bra	Ingen	Ok innen algebra
Estetiske sider. Kreative evner. Fantasi.	Lite	Betydelig	Både algebra og geometri
Samtale, ettertanke. Formulere, formidle.	Svært lite	Noe	
Matematikkens rolle i kultur og vitenskap. Matematikkens historie	Svært lite	Noe	Bra innen geometri på ungdomstrinnet

Tabell 4. Oversikt over utviklingen langs de fem hovedkategoriene

Vi kan ikke trekke entydige slutninger fra analysen som gjelder småskoletrinnet. Geometristoffet har generelt fått mye større plass i 2. klasse etter L97 enn den hadde i 1. klasse etter M87, derfor vil tallene her lyve. Vi henviser i denne sammenheng til en analyse av første klasse sine arbeidsbøker i matematikk etter L97 (Fauskanger, 2001). Riktignok er dette bøker for 6-åringene, dvs. trinnet under det vi har undersøkt. Denne analysen viste at arbeidsbøkene i liten grad har klart å fange opp de presiseringene som er gjort i L97.

Vår undersøkelse viser at L97-bøkene på 2. klassetrinn har et relativt stort omfang av oppgaver med anvendelser og utforsking.

Oppgaveanalysen ga liknende utslag som innholdsanalysen. I geometri fant vi økning av andel oppgaver med anvendelser og av oppgaver med element av utforsking fra M87 til L97. I algebra fant vi en reduksjon i andel oppgaver med anvendelser, mens det ikke var noen entydig tendens i andel av oppgaver med element av utforsking. I L97 finner vi under avsnittet "*Arbeidsmåter i faget*": "*På ungdomstrinnet legges det mer vekt på de formelle og abstrakte sidene ved faget og på bruk av matematikk i samfunnet. Praktiske situasjoner og elevenes egne erfaringer står fortsatt sentralt i opplæringen*". Mon tro om våre funn kan være et resultat av den første av de siterte setningene.

Vi har med dette påvist at det er endringer i lærebøkene fra M87 til L97. Endringene varierer fra emne til emne, men lærebokforfatterne synes til en viss grad å ha fanget opp presiseringene i L97 når vi ser på lærebøkene. Vi har også registrert forskjeller fra forlag til forlag, men det har i vår undersøkelse ikke vært interessant å se nærmere på. Det verktøyet vi har brukt egner seg heller ikke til en slik sammenligning.

3.7 Referanser

Areskoug, M., Grevholm, B. (1987). *Matematikgransking.* I Rapport 1987:3. Statens Institut för Läromedel. Sverige.

Chandler, D. G., Brosnan, P. A. (1994). Mathematics Textbook Changes From Before to After 1989. *Focus on Learning Problems in Mathematics,* **4**, 1-9.

Det kongelige kirke-, utdannings- og forskningsdepartementet. (1996). *Læreplanverket for den 10-årige grunnskolen.* Oslo: Nasjonalt læremiddelsenter.

Fauskanger, J. (2001). *"Vi må jo ha bøker å skrive i!".* I Notat 7/2001: Fokus på pedagogiske tekster 2. Høgskolen i Vestfold. Hhtp://www-ib.hive.no/tekster/hveskrift/notat/2001-07/not7-2001-04.html

Griffiths, H.B., Howson, A.G. (1974). *Mathematics: Society and Curricula.* Cambridge: Cambridge University Press

Howson, G. (1995). TIMSS Monograph no. 3: *Mathematics Textbooks: A Comparative Study of Grade 8 Texts.* Vancouver, Canada. Pacific Educational Press.

Kirke- og utdanningsdepartementet. (1987). *Mønsterplan for grunnskolen.* Oslo: Aschehoug.

Project 2061. (2000). American Association for the Advancement of Science Washington. *Middle Grades Mathematics Textbooks. A Benchhmarks-Based Evaluation.* http://www.project2061.org/matheval/

Skovsmose, O.(1998). Undersøkelseslandskaper. I *Matematikk for alle.* Dalvang, T., Rhode, V. (red). Rapport for Lamis sommerkurs Trondheim aug. 1998. Bergen: Caspar forlag.

Smestad, B. (2000). *History of mathematics in Norwegian textbooks* (ikke publisert). http://www.hifm.no/~matematikk/ansatte/bjorns/tokyo.pdf

Lærebøker

Boye Pedersen, B., Johansson, E., Andersson K. (1996). *Abakus 2a.* Oslo: Aschehoug.

Boye Pedersen, B., Johansson, E., Andersson K. (1997). *Abakus 2b.* Oslo: Aschehoug.

Breiteig, T., Pedersen, P.I., Skoogh, L. (1993a). *Regnereisen 8a.* Oslo: Aschehoug.

Breiteig, T., Pedersen, P.I., Skoogh, L. (1993b). *Regnereisen 8b.* Oslo: Aschehoug.

Breiteig, T., Pedersen, P.I., Skoogh, L. (1998). *Matematikk 9.* Oslo: Aschehoug.

Engstrand, S., Nordberg, G. (1988). *Fakta 2.* Oslo: Gyldendal Norsk Forlag.

Engstrand, S., Nordberg, G. (1998a). *Nye Fakta 9a.* Oslo: Gyldendal Norsk Forlag.

Engstrand, S., Nordberg, G. (1998b). *Nye Fakta 9b.* Oslo: Gyldendal Norsk Forlag.

Fosse, T., Sælensminde, A.K. (1997a). *Matematikktakk 2a.* Oslo: Det Norske Samlaget.

Fosse, T., Sælensminde, A.K. (1997b). *Matematikktakk 2b.* Oslo: Det Norske Samlaget.

Fosse, T., Sælensminde, A.K. (1997c). *Matematikktakk 5.* Oslo: Det Norske Samlaget.

Gjerdrum, A.L., Skovdahl, E. (1997a). *Tusen Millioner 2a.* Oslo: J. W. Cappelens Forlag.

Gjerdrum, A.L., Skovdahl, E. (1997b). *Tusen Millioner 2b.* Oslo: J. W. Cappelens Forlag.

Gjerdrum, A.L., Bue, T., Gundersen, A. (1989). *Jeg regner 4.* Oslo: J. W. Cappelens Forlag.

Gjerdrum, A.L. (1992a). *Jeg regner 1a.* Oslo: J. W. Cappelens Forlag.

Gjerdrum, A.L. (1992b). *Jeg regner 1b.* Oslo: J. W. Cappelens Forlag.

Gulbrandsen, J.E., Melhus, A. (1998a). *Mega 9a.* Oslo: NKS-Forlaget.

Gulbrandsen, J.E., Melhus, A. (1998b). *Mega 9a.* Oslo: NKS-Forlaget.

Haanæs, M., Dahle, A.B. (1997a). *Pluss 2a.* Oslo: NKS-Forlaget.

Haanæs, M., Dahle, A.B. (1997b). *Pluss 2b.* Oslo: NKS-Forlaget.

Haanæs, M., Dahle, A.B., Øreberg, C. (1988). *Pluss 1b.* Oslo: NKS-Forlaget.

Haanæs, M., Dahle, A.B., Øreberg, C. (1990). *Pluss 1a.* Oslo: NKS-Forlaget.

Haanæs, M., Kvalheim, G. (1997a). *Pluss 5a.* Oslo: NKS-Forlaget.

Haanæs, M., Kvalheim, G. (1997b). *Pluss 5b.* Oslo: NKS-Forlaget.

Haanæs, M., Kvalheim, G., Alsnæs, S., Svensson, L. (1988). *Pluss 4a.* Oslo: NKS-Forlaget.

Haanæs, M., Kvalheim, G., Alsnæs, S., Svensson, L. (1990). *Pluss 4b.* Oslo: NKS-Forlaget.

Kjøsnes, N.J., Kvammen, P.I., Tvete, K.S. (1991). *Dette er matematikk.* Oslo: Universitetsforlaget AS.

Martinsen, R., Oldervoll, T., Pedersen, J.E. (1998). *Matematikk åtte-ni-ti 9.* Oslo: J. W. Cappelens Forlag.

Martinsen, R., Pedersen, J.E. (1988). *Origo 2.* Oslo: J. W. Cappelens Forlag.

Myrmo, E., Landsem, I. (1990). *Prikken og Stripa 1b.* Oslo: Gyldendal Norsk Forlag.

Myrmo, E., Landsem, I. (1994). *Prikken og Stripa 1a.* Oslo: Gyldendal Norsk Forlag.

Myrmo, E., Landsem, I., Råve, B., Skipar, S. (1992). *Prikken og Stripa 4a.* Oslo: Gyldendal Norsk Forlag.

Myrmo, E., Landsem, I., Råve, B., Skipar, S. (1993). *Prikken og Stripa 4b.* Oslo: Gyldendal Norsk Forlag.

Myrmo, E., Rustad, J., Tverås, I. (1997a). *Delta 2a.* Oslo: Gyldendal Norsk Forlag.

Myrmo, E., Rustad, J., Tverås, I. (1997b). *Delta 2b.* Oslo: Gyldendal Norsk Forlag.

Nordberg, G., Tverås, J., Myrmo, E., Råve, B., Skipar, S. (1997a). *Delta 5a.* Oslo: Gyldendal Norsk Forlag.

Nordberg, G., Tverås, J., Myrmo, E., Råve, B., Skipar, S. (1997b). *Delta 5b.* Oslo: Gyldendal Norsk Forlag.

Rasch-Halvorsen, A., Rangnes, T.E., Aasen, O. (1997a). *Tusen Millioner 5a.* Oslo: J. W. Cappelens Forlag.

Rasch-Halvorsen, A., Rangnes, T.E., Aasen, O. (1997b). *Tusen Millioner 5b.* Oslo: J. W. Cappelens Forlag.

Venheim, R., Olstorpe, K., Skoogh, L. (1989a). *Regnereisen 1a.* Oslo: Aschehoug.

Venheim, R., Olstorpe, K., Skoogh, L. (1989b). *Regnereisen 1b.* Oslo: Aschehoug.

Venheim, R., Olstorpe, K., Skoogh, L. (1997a). *Regnereisen 2a.* Oslo: Aschehoug.

Venheim, R., Olstorpe, K., Skoogh, L. (1997b). *Regnereisen 2b.* Oslo: Aschehoug.

Venheim, R., Skoogh, L., Nilsson, B., Johansson, H. (1989a). *Regnereisen 4a.* Oslo: Aschehoug.

Venheim, R., Skoogh, L., Nilsson, B., Johansson, H. (1989b). *Regnereisen 4b.* Oslo: Aschehoug.

Venheim, R., Skoogh, L., Nilsson, B., Johansson, H. (1997a). *Regnereisen 5a.* Oslo: Aschehoug.

Venheim, R., Skoogh, L., Nilsson, B., Johansson, H. (1997b). *Regnereisen 5b.* Oslo: Aschehoug.

Viken, E. (1987a). *Formel 1a.* Oslo: TANO.

Viken, E. (1987b). *Formel 1b.* Oslo: TANO.

Viken, E. (1988). *Formel 4.* Oslo: TANO.

Viken, E., Seeberg, T.C., Karlsen, H. (1988). *Formel 8.* Oslo: TANO.

Westbye, Ø. (1988). *Min Matematikk 8.* Oslo: NKS-Forlaget.

4. Analyse av Veiledning og Plan for etterutdanning i matematikk i forbindelse med R97

4.1 Perspektiver på matematikkopplæringen

I denne delen analyseres etterutdanningsplanen og veiledningen i matematikk som ble utviklet i forbindelse med reformen. I den sammenheng ble det gjennomført et intervju av de fire personene som satt i gruppa som skrev disse. Her rapporteres også fra disse intervjuene.

Analysen vil her bli gjort ut fra tre ulike syn på matematikk og læring og undervisning i matematikk, et platonsk, et humanistisk og et radikalt syn. Disse kategoriene er inspirert av en rekke tilsvarende beskrivelser (Brown, 1994, Cobb et al., 1996a, Dengate & Lerman, 1995, Ernest, 1992) og tilpasset norske forhold innen dette prosjektet. Se for øvrig kap. 2. Det er betydelig teoretisk dekning for at denne tredelingen gir en fyllestgjørende beskrivelse av forhold knyttet til matematikkopplæring.

Det er sterke indikasjoner på at det å ha et bestemt syn på matematikk gir fundamentale og konsistente konsekvenser for ens syn på læring og undervisning i matematikk (Ernest, 1991). Det er derfor grunn til å tro at også de som skrev etterutdanningsplanen og veiledningen var preget av et eller flere slike grunnholdninger til faget. Dette vil i så fall kunne avspeiles både i intervjuene og i dokumentene gruppa produserte.

I denne delen gis først en beskrivelse av de tre synene før dokumentene og intervjuene analyseres.

4.1.1 Et platonsk syn på matematikk

Etter et platonsk syn hevdes det at matematikken har "*a real, objective existence in some ideal realm*" (Ernest, 1991, s. 29). De matematiske objektene og strukturene har en reell eksistens uavhengig av menneskene som befatter seg med dem. Det å bedrive matematikk er prosessen hvor disse foruteksisterende objektene og deres innbyrdes forhold oppdages. Matematisk kunnskap består av beskrivelser av disse objektene og de strukturene som binder dem sammen. Dette synet er dermed sterkt preget av *objektivisme*. Med det menes en tro på at det finnes eller må finnes en permanent, ahistorisk referanseramme eller et sett kriterier som kan brukes for å bestemme rasjonalitet, objektivitet og hva som teller som kunnskap og sannhet.

Matematisk kunnskap antas å være avbildninger av reelle, objektive eksistenser. Matematikk er vitenskapen hvor disse objektene studeres, i seg selv og i relasjon med andre matematiske objekter. Dette er blant andre uttrykt av Fischbein (1994, s. 231) som mener at matematikk bør betraktes som "*a formal, deductive rigorous body of knowledge as exposed in treatises and high-level textbooks*" i tillegg til som en menneskelig aktivitet. Kunnskap i matematikk antas å ha sitt opphav i objekter utenfor individets bevissthet (*exogenic*). Kunnskapen dannes hos den enkelte ved at disse objektene og deres relasjoner *oppdages* av individet.

Det at de matematiske begrepene kan betraktes som ideelle enheter medfører at de antas å være totalt kontrollert og entydig bestemt av deres definisjoner.

> The existence and meaning of mathematical entities are not established by their correspondence with some aspects of reality, but by purely formal constraints, that is by consistent systems of formal propositions (axioms and definitions).
>
> (Fischbein, 1996, s. 117)

Det er grunn til å hevde at et platonsk syn på matematikk har hatt stor innflytelse på matematikkundervisning verden over (Dengate & Lerman, 1995). Brown (1994, s. 79) hevder at dette synet: *has been largely responsible for the tradition of seeing mathematics as a body of knowledge to be discovered or encountered by the student*. Burkhard (1984, s. 17) kommenterer det slik: *"Exposition, example, exercises" – this approach to teaching mathematics is pretty universal*. Tietze (1994) hevder parallelt at det han kaller *elementarisering* har preget tysk matematikkundervisning gjennom en antagelse om at grunnleggende matematiske (vitenskapelige) strukturer er best egnet for opplæring i matematikk. Utvalgsproblematikk har dermed vært sentralt i læreplanutviklingen i Tyskland.

> Stofdidaktik mainly deals with the subject matter under the aspects of mathematical analysis and of transforming mathematical theories into school mathematics. *Elementarizing, simplifying*, and *visualizing* are central issues in this process. (ibid, s. 42)

Ut fra et platonsk syn kan man forsvare den utbredte oppfatningen om at kunnskap kan overføres fra lærer til elev. Lærerne (og lærebøkene) som forvaltere av den matematiske kunnskapen blir dermed den sentrale aktøren i undervisningen. Ved nøye å planlegge aktiviteter for elevene, kan læreren overlevere eller få elevene til å oppdage de matematiske begrepene som, om ikke definert av gudene, er utviklet og samlet av en gruppe forskere innen vitenskapsfaget. Det kan hevdes at dette synet har vært utbredt i Norge blant annet på grunnlag av måten matematikkundervisningen svært ofte beskrives på: "formidle", "komme gjennom pensum", "elevene har ikke fått pensum inn ennå", "han har store hull i kunnskapen sin". En annen begrunnelse for en slik påstand er den store påvirkningen lærebøkene tradisjonelt har hatt i norsk matematikkundervisning. Lærebøkene er blitt sett på som konkrete manifestasjoner av det pensumet elevene skal lære. Dette forutsetter en tro på for det første at matematisk kunnskap eksisterer i en slik form at den kan beskrives i "tykke bøker", og for det andre at denne kunnskapen som finnes i bøkene, kan overføres til elevene som arbeider med dem.

De abstrakte definisjonene antas å konstituere matematikkfaget, og det legges dermed stor vekt på dem i matematikkundervisningen. Det er de formelle definisjonene og egenskaper knyttet til dem elevene skal lære. Det innebærer at man ser bort fra andre aspekter som kan tenkes å tilligge matematikken og dermed influere skolefaget, for eksempel matematikk som estetisk område eller som et redskap i dagligliv og yrkesliv (Niss, 1994) eller ved at matematikk beskrives gjennom fokus på prosesser heller enn på framstilte produkter, slik det er gjort av Skovsmose (1980, 1994).

Et platonsk syn på matematikk innebærer at matematiske objekter har en ontologisk eksistens uavhengig av menneskets/menneskenes kunnskap om dem. Opplæring i matematikk innebærer at subjektet oppdager disse objektene, og gode kunnskaper i faget har en elev hvis dens subjektive forestillinger avspeiler den matematiske virkeligheten. Det å teste elevers matematiske kunnskaper blir dermed å teste grad av korrespondanse mellom elevenes oppfatninger og "fasiten".

4.1.2 Humanisme

Innen et humanistisk syn betraktes matematikk også på klassisk vis som en formell, rigorøs samling kunnskap i form av matematiske begreper som danner begrepsstrukturer. Denne kunnskapen er menneskeskapt heller enn gudgitt, og det å tilegne seg matematisk kunnskap skjer da ikke ved overføring, men vet at det enkelte individ danner seg en oppfatning av disse begrepene og deres innbyrdes forhold. Vektleggingen av individet som meningsskaper er i tråd med et konstruktivistisk læringssyn. Konstruktivismens røtter kommer fra kognitiv psykologi og filosofi. Dengate & Lerman (1995) trekker tråder tilbake til *"the Lewinian rationalist premise that human interaction is ultimately dependent on the cognitive processing of information, that is on the world as cognised, not the world as it is"* (s. 29).

Et konstruktivistisk læringssyn kan dermed sies å være motsatsen til et platonsk syn. I stedet for at det menneskelige subjektet blir konstituert av omverdenen, vil subjektet selv konstituere verdenen det opererer i. I stedet for *objektivisme* er konstruktivismen sterkt preget av *subjektivisme* ved det at det fokuseres på den enkelte persons spesifikke vurderinger og stillingstagende. Dette konstituerer et progressivt element innen det humanistiske synet. Bartolini Bussi (1994) hevder at denne vektleggingen av *individet* er i tråd med den vestlige kulturen og en av årsakene til at et slikt syn har fått solid fotfeste her.

Konstruktivismen har spilt en svært sentral rolle innen matematikkdidaktikken i de siste årene. Björkqvist (1993, s. 8) uttrykker at *"Så inflytelsrika är de konstruktivistiske idéerna i dag, att det kan vara svårt att finna matematikdidaktiker som inte i någån utsträkning omfattar dem."* Konstruktivismens grunnhypoteser er (Björkqvist, 1993, s. 8):

- Kunskap konstrueras aktivt av subjektet - den erhålles inte passivt ur omgivningen.
- Uppnåendet av kunskap är en adaptiv process som organiserar en persons erfarenhetsvärld. Denna process innebär inte upptäckt av en oberoende, på förhand existerande värld utanför subjektet.

Björkqvist påpeker at det andre punktet egentlig består av to hypoteser hvor den første ikke oppleves som like kontroversiell som den siste. Her etableres et skille mellom kunnskap på den ene siden og egenskapene ved en reell verden på den andre. Akseptering av begge hypotesene kalles ofte *radikal konstruktivisme*. Her forkastes den metafysiske realisme som all empirisme hviler på. Cobb et al. (1996b) kommenterer dette med å si at konstruktivismen dermed forkaster det kartesiske synet på hjernen hvor den antas å representere en verden uavhengig av menneskelig aktivitet. En konsekvens av dette er at mennesket må oppgi sin søken etter objektiv sannhet. Kunnskap skal *passe til* erfaringen, ikke *matche* den. Det bør påpekes at man ikke dermed fornekter eksistensen av en bakenforliggende virkelighet, kun at man ikke kan etablere viten om denne virkeligheten (von Glasersfeld, 1992). Et humanistisk syn aksepterer i hovedsak kun det første punktet, noe som kan omtales som naiv konstruktivisme.

Cobb et al. (1996b) hevder at matematikkdidaktisk forskning av konstruktivistisk karakter har fulgt to retninger, en psykologisk retning inspirert av Piaget og hans etterfølgere og en interaksjonistisk eller sosialkonstruktivistisk slik den blant andre er utviklet av Bauersfeld. Det humanistiske synet er i hovedsak basert på den psykologiske retningen, mens enkelte aspekter ved sosialkonstruktivismen nevnes nedenfor i forbindelse med det radikale synet.

Innen den psykologiske konstruktivismen anses læring å være en adaptiv prosess betinget av interaksjon mellom et individ og dets omgivelser. Denne prosessen blir beskrevet som bestående av to udelelige, komplementære prosesser: *assimilasjon*, hvor nye objekter eller situasjoner integreres inn i eksisterende individuelle skjema, og *akkommodasjon*, hvor individet prøver å tilpasse skjemaer til omgivelsene. Læringsprosessen er dermed en prosess av selvorganisering (Cobb et al., 1996b). Kognitive strukturer konstrueres av individet, og de kommer som et tillegg til (tidligere erfarte) egenskaper ved objekter, de er ikke ekstrahert fra objektene. Det er dermed ikke snakk om en best mulig match mellom ekstern (et objekt/en ytring) og intern (tolkning/oppfatning) representasjon, men om en tilpasning av interne kognitive strukturer slik at tolkningen passer, "*fits*", tidligere erfaringer og blir indre konsistent.

Kunnskap eksisterer i individets bevissthet som et bilde/tolkning av en eller flere erfaringer. Konstruksjonen fører til (faste) kognitive strukturer. Et individ har dermed god kunnskap om et matematisk begrep, hvis dets kunnskap om begrepet harmonerer med dets (videre) erfaringer tilknyttet begrepet. Læring er å konstruere på grunnlag av erfaringer som læreren i større eller mindre grad har initiert. Omgivelsene legger rammer for og reiser temaer som utfordrer konstruksjonen.

Det blir dermed en viktig oppgave for en matematikklærer å legge til rette for aktiviteter som stimulerer elevene til å konstruere livskraftige begrepsoppfatninger, livskraftig i betydningen at de er indre konsistente og at de er i samsvar med omgivelsene. Denne oppgaven består av to faser helt i tråd med et humanistisk ideal: For det første en handlingsfase som engasjerer og utfordrer elevene i forhold til en bred oppfatning av matematisk kompetanse og deretter en refleksjonsfase hvor elevene bearbeider inntrykkene fra handlingen og gjennom kontemplasjon danner abstrakte begreper i form av kognitive handlingsskjema som skal kunne brukes i ulike situasjoner.

Innen et humanistisk syn blir det viktig for det første å gjøre inngående analyser av de matematiske begrepene og hvordan de inngår i begrepsstrukturer, både innbyrdes og i forhold til utenommatematiske fenomener. For det andre innebærer den sterke vektleggingen av den enkelte elevens meningskonstruksjon at det blir viktig å gjøre inngående studier av elevers oppfatninger av matematiske begreper.

4.1.3 Radikalt syn

Det radikale synet som presenteres her er en syntese og bearbeiding av to sosiokulturelle teorier slik de kommer til uttrykk innen matematikkdidaktikken. Den ene er aktivitetsteori hvor sosiokulturelle prosesser antas å være primære i forhold til det enkelte subjekts kognitive prosesser. Den andre er sosialkonstruktivisme, hvor subjektet som individuell meningsskaper er det primære eller sidestilles med de sosiokulturelle prosessene.

Det platonske og humanistiske synet legger liten vekt på sosiale og kontekstuelle aspekter i forbindelse med opplæring, og det radikale synet er i motsetning til dette ved at hovedvekt legges nettopp på disse momentene. Innen sosialkonstruktivismen gjøres dette gjennom en revisjon av konstruktivismen (Jaworski, 1994, s. 24):

> The third principle derives from the sociology of knowledge, and acknowledges that reality is constructed intersubjectively, that is it is socially negotiated between significant others who are able to share meanings and social perspective of a common *lifeworld.*

Björkqvist (1993, s. 11) framhever dette punktet og beskriver sosial konstruktivisme på følgende måte:

> Kännetecknande för social konstruktivism är att man studerar kollektiv kunskap och dess relation till personlig kunskap och till egenskaper hos den reella världen.

Det er imidlertid et skille mellom sosiokulturelle teorier og sosialkonstruktivismen ved at de førstnevnte beskriver en prosess hvor kulturen definerer individet, mens det innen sosialkonstruktivismen er omvendt: At omgivelsene konstrueres av deltakerne:

- konstruksjonene er individuelle, men individet kan fornemme at "de andre" forstår på samme måte
- individet er medlem i et "diskursivt samfunn", hvor et ords mening er et resultat av samhandling og forhandling.

Det radikale synet vektlegger kommunikasjon ved at det antas at læring skjer i form av individuelle konstruksjoner på grunnlag av sosial interaksjon. Det vil være uenighet om interaksjonen framkommer mellom individene på et nokså fritt grunnlag eller om den i betydelig grad er forhåndsbestemt av sosiokulturelle forhold. Læring kan i begge tilfeller karakteriseres som individets rekonstruksjon av sosiale forhold gjennom interaksjon (Bauersfeld, 1988). Det blir dermed sentralt for en lærer å stimulere til interaksjon og å basere undervisningen på kulturelt organiserte aktiviteter. Wenger (2000) beskriver dette som en prosess bestående av deltakelse (i et læringsfellesskap) og tingliggjøring (som at aktørene i fellesskapet handler med og utvikler forståelse av kulturelt betingede redskaper).

Kunnskap er verken en reell avbildning av omverdenen eller konstruert på grunnlag av individuelle erfaringer, men situert - i en kontekst og hvor kommunikasjon mellom mennesker driver tenkningen. Mening blir dermed verken "båret" av et objekt eller tegn i platonsk forstand, eller konstruert av individet, men regulert i sosial praksis via språk (Dengate & Lerman, 1995). Mening er dermed et sosiokulturelt produkt av kunnskap plassert i en kontekst, og individene kultiveres inn i denne meningen, med større eller mindre grad av idiosynkratisk påvirkning. Individuelle bidrag til meningsskapelsen forkastes ikke, men manifesteres gjennom en dialektikk mellom deltakerne og diskursen. Diskursen vil dermed konstituere konteksten *og* individet gjennom denne dialektikken.

Oversikt

Perspektiv:	*Platonsk*	*Humanistisk*	*Radikalt*
matematikk	Fast strukturert base av anvendbar, "ren" kunnskap, vitenskapsfaget	En formell, strukturert base av kunnskap	En sosial konstruksjon, utfordret, forandret, historisk, kulturelt og politisk betinget
læring	Erverve forståelse, anvende	Oppdage, utforske, kreativitet, egenkonstruksjon, erfaring	Bearbeide forestillinger i lys av lokal diskurs
undervisning	Formidling, overføring, illustrering og forklaring, motivering	Aktiviteter, kognitiv konflikt, problemløsning, tilpasset opplæring	Problemframsettelse, prosjekter, temaorganisering, diskusjon
vurdering	Korrespondanse mellom elevsvar og fasit	Begrepsforståelse, misoppfatninger	Porteføljeevaluering, kvalitativ vurdering
mål for underv.	Ferdigheter, bredde, generell og abstrakt kunnskap	Forståelse, dybde, begrepsstrukturer	Dybde, situert kunnskap, kontekst
hjelpemidler	Pensum, lærebøker, læreprogram på datamaskin	Matematiske problemer, individuelt tilpassede oppgaver og hjelpemidler	Redskap (språk, symboler, konkrete verktøy), lokalt lærestoff
organisering	Individuelt	Individuelt, gruppe	Læringsfellesskap, gruppe, klasse, skole
ansvarsforhold	Lærer	Elev (ansvar for egen læring)	Spredt autoritet

4.2 Analyse

I det følgende analyseres først Plan for etterutdanning i matematikk og deretter Veiledning i matematikk. I neste delkapittel analyseres intervjuene av de fire medlemmene i gruppa som skrev begge dokumentene.

4.2.1 Plan for etterutdanning i matematikk

Planen består av tre deler. Den starter med ei innledning, så følger mål, delmål og hovedmoment for etterutdanningen før den avsluttes med en mer omfattende beskrivelse av de ulike kursmodulene.

Innledningen av planen starter med en presentasjon av det som oppfattes som sentralt i L97 under overskriften "Fagets profil i L97". Deretter spesifiseres det gruppa anser som viktig i etterutdanningen når det gjelder faglige og didaktiske emner og bruk av tekniske hjelpemidler. Det er fire momenter som løftes fram i begge disse delene. Det ene er matematikk som et praktisk fag. Det andre er viktigheten av utforsking. Det tredje er det å bygge på den enkelte elevens erfaringer i undervisningen, og det fjerde angår kommunikasjon og samarbeid.

Det legges altså stor vekt på at matematikken i skolen skal avspeile bruken av faget utenfor skolen og ha både praktisk utgangspunkt og praktisk siktemål. I tillegg blir matematikken beskrevet som et historisk produkt. Det matematiske arbeidet skal knyttes til elevenes hverdag både gjennom det å bygge matematiske modeller (av praktiske situasjoner) og gjennom tverrfaglig samarbeid. Det som løftes fram fra L97 er altså redskapsaspektet ved matematikk. Dette peker mot et radikalt syn på matematikken, men matematikken er her såpass kortfattet beskrevet at dette ikke kan konkluderes.

Videre under "Fagets profil" er det et avsnitt om læring som egenkonstruksjon gjennom refleksjon over eget arbeid og et avsnitt om at denne refleksjonen kan ha utspring fra lek og utforskingsoppgaver. Dette er i tråd med det humanistiske synet nevnt tidligere. Dette er i høy grad i tråd med matematikkdelen i L97 siden et konstruktivistisk læringssyn der er eksplisitt uttrykt.

Det siste momentet gjelder kommunikasjon og samhandling i matematikkopplæringen, noe som samsvarer med et radikalt syn. Det å lære matematikk hevdes å ha nær sammenheng med språklæring ved at både skriftlige og muntlige uttrykksformer er viktige. Denne vektleggingen av interaksjon er en klar styrking utover den plass dette temaet har i L97 og signaliserer at gruppa betraktet dette som et så innovativt innslag at det behøvde særlig oppmerksomhet i etterutdanningen.

Når det gjelder faglige emner beskrives matematikkvitenskapelige områder som statistikk, tallære og algebra. Dette blir gjort svært kortfattet, så det er vanskelig å lese noe syn på faget ut fra disse beskrivelsene. I tillegg beskrives et mer overordnet perspektiv på faget som mønster og system og faget i kulturhistorisk og naturvitenskapelig sammenheng. Denne beskrivelsen uttrykker i en viss grad et dannelsesideal ved at elevene skal utvikle generelle holdninger og metoder i tråd med en matematisk tenkemåte. Spesielt distanserer man seg fra et syn på matematisk kunnskap som i hovedsak bestående av ferdigheter gjennom sitatet: "*Ein slik tilnærmingsmåte står i skarp kontrast til eit syn på faget som ei samling av fastlagde reglar, formlar, algoritmar eller prosedyrar.*"

Den andre delen av etterutdanningsplanen spesifiserer mål for etterutdanningen i form av hovedmål og delmål i form av det som kalles hovedmoment. Hovedmålene er nokså generelle og dreier seg om 1) utvikle faglig kompetanse, 2) at matematisk kompetanse er fakta, ferdigheter, begreper, strategier og holdninger, 3) kompleksiteten i begrepsdanning 4) arbeidsmåter og 5) vurdering. Her er det nokså påfallende at to av fem hovedmål omtaler *begreper* eller *begrepsdanning*, mens kommunikasjon og samarbeid ikke er nevnt spesifikt.

Det spesifiseres fem delmål, og til hvert delmål er det formulert mellom fem og tjue hovedmoment. Delmålene er knyttet til

1. Begrepsdanning i matematikk
2. Faglig og didaktisk kompetanseutvikling
3. Kommunikasjon
4. Elevenes dagligspråk
5. Lek, utforsking og eksperimentering

Disse delmålene må sies å være i tråd med innledningen ved at tre av de fire temaene går igjen: Begrepsdanning, kommunikasjon og utforsking. Når det gjelder kommunikasjon, er dette delt i to delmål. Det første angår kommunikasjon brukt i undervisningen, mens det andre fokuserer mer spesifikt på elevenes språkbruk. Delmålet som angår matematikk er i hovedsak en oppramsing av matematikkvitenskapelige emner og fokuserer i mindre grad på faget som en praktisk og dagligdags virksomhet.

På denne bakgrunnen utvikles såkalte grunnmoduler for etterutdanning. Hver grunnmodul består av tre kursdager som i planen er nokså detaljert beskrevet. Hensikten med grunnmodulene er å gi "*ei første innføring i sentrale sider ved* *faget i L97*". Grunnmodulene er ikke tenkt å dekke alle hoved- og delmålene som er formulert i planen.

Det beskrives tre grunnmoduler rettet mot henholdsvis småskole-, mellom- og ungdomstrinnet. Før dette gis en kort innledning til grunnmodulene som beskriver organisering av etterutdanningskurs etter denne planen. Det framheves at overskriftene for de tre grunnmodulene er nokså likt formulert uavhengig av trinn, men at disse overskriftene vil få ulik manifestering avhengig av hvilket trinn etterutdanningen er rettet mot. Som eksempel på dette brukes at *begrepsdanning* som tema er sentralt på alle trinn, men eksemplifiseringen og de begrepene som tas opp vil variere. Dette utdypes over ei halv side, og begrepsdanning er på den måten det eneste faglige og didaktiske temaet som tas opp i denne innledningen.

Til slutt i etterutdanningsplanen beskrives så hver av de tre kursdagene tenkt til hver av de tre grunnmodulene. Dagene er organisert etter overskriftene:

1. Begrepsdanning og arbeidsmåter i matematikk
2. Lek, utforsking, eksperimentering og læring
3. Kommunikasjon og temaorganisering og prosjektarbeid

Når det gjelder punkt tre, er prosjektarbeid ikke nevnt for småskoletrinnet, mens temaorganisering er ikke nevnt for ungdomstrinnet.

I spesifiseringen av innhold for de tre kursdagene er begrepsdanning, utforsking og kommunikasjon svært sentrale temaer som alle gjentas flere ganger også utover den dagen som er satt av til temaet. For eksempel beskrives første kursdag på småskoletrinnet med blant annet: "*Gjennom eksempel med ulike matematiske omgrep... vil ein arbeide med dei problema ein ofte møter når den einskilde eleven skal danna eit nytt omgrep eller utvide eit eksisterande omgrep*". Vektleggingen av enkelteleven er en tydelig indikator på et konstruktivistisk læringssyn i tråd med Piagets skjemateori. I tillegg blir begrepsdanning nevnt i de øvrige kursdagene, for eksempel tilknyttet tema- og prosjektarbeid på alle trinnene. Når det gjelder utforsking, står ordet nevnt alle tre dagene i alle kursmodulene, for eksempel som uttrykk for prosessaspektet ved faget (første dag) og i forbindelse med temaarbeid (tredje dag). "Kommunikasjon" blir i tillegg til dagen hvor det er hovedtema nevnt i forbindelse med begrepsdanning (første dag) når elevene skal "*stille spørsmål*" og "*diskutere*" og i forbindelse med utforsking (andre dag) når deltakerne skal se på hvilket språk som blir brukt ved ulike aktiviteter.

Ut fra dette kan etterutdanningsplanen sies i hovedsak å være skrevet på grunnlag av et humanistisk syn. Dette kommer til uttrykk gjennom et lærings- og kunnskapssyn hvor elevene skal konstruere matematiske begreper gjennom utforsking og refleksjon. I tillegg til dette kommer et betydelig innslag fra et radikalt syn gjennom en stadig vektlegging av kommunikasjon, samarbeid og bruk av nærmiljø i form av praktiske aktiviteter. Et platonsk syn er i liten grad til stede. Det eneste som indikerer et slikt syn er beskrivelser av matematisk fagstoff på en generell og strukturert måte.

4.2.2 Veiledning i matematikk

Veiledningen ble skrevet av den samme gruppa som skrev etterutdanningsplanen. Veiledningen skal hjelpe lærerne i arbeidet med L97 ved å gi ideer og eksempler og hjelp til å se hvordan læreplanverket kan følges opp i skolehverdagen. Først i veiledningen er en kort innledning på vel tre sider. Her berettes det om veiledningens plass i forhold til R97 og om oppbyggingen av veilederen. Det legges stor vekt på at veilederen ikke presenterer noen form for "fasit" for hvordan matematikkopplæring etter L97 bør foregå, men at den bør være et bidrag til lokalt læreplan- og planleggingsarbeid på den enkelte skole. Det første av de to hovedkapitlene er en nokså omfattende utdyping av enkelte momenter fra læreplanen, blant annet av målene for opplæringen i faget. Det tredje og største kapitlet, på 36 sider, er viet eksempler og ideer til hvordan man kan arbeide med matematikk i skolen fordelt på de tre hovedtrinnene.

I sin drøfting av læreplanen starter veilederen med den generelle delen. Her nevnes de ulike menneskettypene og det blir pekt på steder i matematikkplanen hvor disse beskrives. Dette er gjort nokså overfladisk. Fra "Prinsipper og retningslinjer" trekker veilederen fram tilpasset opplæring og praktiske aktiviteter som to sentrale momenter for opplæringen i matematikk.

Deretter utdypes matematikkdelen i L97. Først oppsummeres omtalen i L97 om matematikkfagets plass i skolen. Dette er gjort punktvis, og framstillingen viser i tråd med L97, et matematikkfag med nær tilknytning til livet utenfor skolen.

Neste del av veilederen gir en tolkning av de felles målene for opplæringen i matematikk. Her gis en kort kommentar av disse tolkningene:

Det første målet sikter mot å skape positive holdninger til matematikk og egen matematikklæring. I veilederen er dette knyttet til *mestring*: "*opplæringen skal legges til rette, slik at alle elever får utfordringer og mulighet til mestring, og slik at de opplever faget som meningsfylt*". Dette nås ved å gi passende utfordringer og bygge på elevenes erfaringer og i tillegg arbeide med bevissthet omkring hvordan og hva en lærer. Her gis altså en nokså snever tolkning av hva positive holdninger kan være eller komme fra, og i stedet for å utdype denne gis et forslag til hvordan positive holdninger kan skapes.

Det andre målet handler om matematikk som et nyttig redskap for elevene. Dette kommenteres ikke utover det at man i opplæringen bør "*legge vekt på praktisk anvendelse av matematikk*", slik at "*matematikk kan da oppleves som noe elevene har bruk for i forskjellige situasjoner*". Dette aspektet kommenteres seinere i veilederen under "Arbeidsmåter". Det blir der i hovedsak lagt vekt på det å arbeide med konkrete materialer og med tegning eller andre former for visualiseringer.

Det tredje målet fokuserer på utforsking som arbeidsmåte. Her gis en presisering av hva "utforsking" kan bety: "*å systematisere, strukturere og reflektere over egne angrepsmåter*" og videre der du "*leter etter sammenhenger og formulerer dem*". Denne presiseringen knytter utforsking til det å ordne og strukturere. Under Arbeidsmåter utdypes dette ved å framheve at "*matematikk bygger på menneskets ønske om å utforske, strukturere og skape oversikt*". Utforsking er dermed både en del av prosessaspektet ved matematikk og en arbeidsmåte for å lære matematikk.

Mål fire fokuserer på kommunikasjon med og i matematikk. Veilederen påpeker at kommunikasjon her kan være muntlig eller skriftlig eller visuell på annen måte, og det gjøres klart at elevene må lære å både tolke ulike uttrykk og selv uttrykke matematikk.

Det femte målet omhandler matematiske begreper, metoder, strukturer og resonnement. Dette blir ikke forklart eller utdypet i veilederen. I stedet utvides beskrivelsen av hva matematisk kunnskap kan være ved å nevne hukommelse, sammenhenger mellom ulikt fagstoff og anvendelse av faget. I kapitlet Arbeidsmåter nevnes at begreper blant annet består av prosedyrekunnskap som det å kunne multiplisere to flersifrede tall, og det påpekes at *begrepsforståelse* innen multiplikasjon går ut over dette.

Det siste målet angår matematikkens rolle i samfunnet, i kultur og vitenskap og i et historisk perspektiv. I veilederen blir kun det historiske aspektet nevnt, og det gjøres utelukkende ved å "*trekke fram menneskene bak matematikken, både kvinner og menn, og vise hvordan de opp gjennom tidene har utviklet faget*". Det antas at matematikken kan plasseres i en kulturhistorisk sammenheng via disse personene, og ikke for eksempel at matematikk bør eller kan betraktes som et sosiokulturelt produkt "av sin tid".

Fellesmålene oppsummeres med at de "*representerer et bredt og variert matematikkfag, der begrepsdannende, utforskende og kommuniserende sider ved faget kommer sterkere fram enn i tidligere planer*", mål tre, fire og fem. Dette er gjort til tross for at det i målbeskrivelsen framheves at det er mål en og seks om holdninger og samfunnsrolle som er nye i forhold til tidligere planer. Vektleggingen av mål tre, fire og fem er tydelig i tråd med etterutdanningsplanen som i hovedsak presenterer tre kursdager med henholdsvis begrepsdanning, utforsking og kommunikasjon som overskrifter.

Neste del i veilederen gir en kort utdyping av de fem målområdene i planen mens resten av kapittel 2 er viet læreplanens beskrivelse av arbeidsmåter i faget. Først refereres noe av det som står i generell del om arbeidsmåter, deretter noe fra matematikkplanen, både fra innledningen og fra beskrivelsen av de tre trinnene. Deretter kommer 4,5 sider med nærmere omtale av noen arbeidsmåter i faget. Her har gruppa valgt noen temaer fra læreplanen i matematikk som de finner det nødvendig å kommentere ytterligere. Det er begrepsdanning, utforsking, samarbeid, praktisk utgangspunkt og bruk av informasjonsteknologi. Bortsett fra bruk av informasjonsteknologi er dette de samme fire punktene som også var vektlagt i etterutdanningsplanen.

Det tredje kapitlet i veilederen inneholder eksempler på hvordan man kan arbeide med matematikk etter L97. Eksemplene er inndelt etter hovedtrinnene, og hver del innledes med en oversikt over mål, innhold, arbeidsmåter og organisering spesifikk for trinnet. På småskoletrinnet gis det sju eksempler, på mellomtrinnet tre og på ungdomstrinnet fem eksempler. Eksemplene er bygget opp etter en felles mal. Først står en tittel og hvilke(t) klassetrinn eksemplet er beregnet på. Deretter knyttes eksemplet til spesifikke mål fra matematikkplanen, til lokalsamfunnet/nærmiljøet og til andre fag. Deretter kommer selve beskrivelsen av eksemplet. Til slutt angis hvilke hjelpemidler som trengs, før eksemplet avsluttes med kommentarer fra forfatterne og spørsmål til lærerne.

I det følgende kommenteres eksemplene ut fra de fire punktene som veilederen selv framhever som nye og sentrale i L97: Begrepsdanning, utforsking, samarbeid og praktisk utgangspunkt.

Begrepsdanning

Matematisk kunnskap beskrives i veilederen som bygget opp av begreper som inngår i begrepsstrukturer. En utdypende forklaring på hva som skal forstås med "begrep" gis ikke, men ordet blir brukt flere steder. Under beskrivelsen av arbeidsmåter, s. 22, framheves det at begrepsforståelse går ut over det å kunne utføre en regneoperasjon. Det å vite når man skal bruke en ferdighet er et tegn på slik forståelse. Det å ha faktakunnskap og ferdigheter er i seg selv ikke tilstrekkelig. I tillegg trengs kompetanse i det å bruke faktaene og ferdighetene i ulike sammenhenger.

Under arbeidsmåter for mellomtrinnet gis den mest utførlige diskusjonen av matematisk kunnskap og begrepsdanning, s. 45-48. Her blir det sagt at matematiske begreper både har en ferdighetsside og en faktaside. Dette blir eksemplifisert ved at barn i utgangspunktet bruker ferdigheter i form av en algoritme eller prosedyre for å løse oppgaver, som det å dele åtte druer på fire barn. Seinere vil barna utvikle dette som faktakunnskap, de vil vite at åtte delt på fire alltid blir to. I veilederen blir det påpekt at målet med undervisningen ofte vil være å utvikle slik form for kunnskap. Når de har lært multiplikasjonstabellen, "*behøver de ikke lenger å gå veien om addisjon, en algoritme*". Som de sier: "*Det er svært viktig for elevenes matematiske kompetanse at de gjør slike utvidelser av ferdighetene sine til også å omfatte faktakunnskap*", s. 46.

Vektleggingen av praktisk bruk av matematikk kommer ettertrykkelig til syne i undervisningseksemplene. Her står praktisk bruk av matematikk i sentrum i de aller fleste eksemplene. Det dreier seg i hovedsak om bruk i dagligdagse sammenhenger, mens noen er mer spesifikke for skolehverdagen.

Det er gjennomgående liten vektlegging av det å utvikle bestemte ferdigheter i eksemplene. På småskoletrinnet er det ingen eksempler som eksplisitt sikter mot dette. To av de sju eksemplene her fokuserer på tall og regning, og de sikter mot grunnleggende forståelse av addisjon og multiplikasjon. Dette er altså ikke knyttet til spesifikke ferdigheter, selv om elevene gjennom arbeid med disse to eksemplene antakeligvis vil utvikle både faktakunnskap og egne ferdigheter i tilknytning til disse to regneartene. På mellomtrinnet er det totalt tre undervisningseksempler, og ingen av dem sikter mot bestemte faktakunnskaper eller ferdigheter. Elevene skal "utforske" og "finne ut av egenskaper" ved geometriske figurer, former og mønstre (første eksempel) og ved tall og tallmønstre (andre eksempel), og de skal øve seg i å uttrykke og bearbeide informasjon (tredje eksempel). I talleksemplet er det understreket at: "Elevene skal *selv* foreslå tall de skal ... utføre utregninger med" og "Elevene skal *selv* bestemme på hvilken måte de skal arbeide med tallene". I dette eksemplet er dermed elevenes egen utforsking prioritert foran det å utvikle bestemte ferdigheter tilknyttet regning. Det samme mønstret går igjen på ungdomstrinnet hvor to av fem eksempler dreier seg om utforsking av perspektiv i tegning og av grafisk framstilling av funksjoner. Ingen av disse sikter mot bestemte ferdigheter. De tre siste eksemplene er knyttet til innsamling og bearbeiding av data. Til disse fokuseres det på enkelte ferdigheter, som det å finne gjennomsnitt, lage diagrammer og bruke regneark. Hovedinntrykket er imidlertid at det først og fremst legges vekt på utforsking, utprøving og eksperimentering, og de ferdighetene som fokuseres er innen statistikk som nærmest er et nytt emne i L97 i forhold til tidligere planer.

Et annet utførlig beskrevet moment tilknyttet begrepsdanning er "misoppfatninger", s. 46-48. Dette defineres som ideer som er "*mangelfulle og ofte avgrenset til å gjelde bare en liten del av begrepet*", s. 46. En begrepsoppfatning som er dannet fra erfaringer gjort på et avgrenset felt vil ofte lede til feil når begrepet brukes på andre felt. Dette gir to implikasjoner for undervisningen. For det første blir det naturligvis sentralt at elevene får møte de matematiske begrepene i en lang rekke ulike situasjoner. For det andre kan elevers misoppfatninger brukes konstruktivt. Det at elever gjør feil på grunnlag av misoppfatninger kan danne utgangspunkt for refleksjon og diskusjon.

Utforsking

"Utforsking" er et av de hyppigst forekommende ordene i veilederen. Utforsking hevdes å være både en del av matematikken og en arbeidsmåte: "*Utforsking er altså en sentral og bærende del av matematikk*", samtidig som utforsking "*er en naturlig måte å skape mening og forståelse på*", s. 23. Begge disse aspektene gjenspeiles i undervisningseksemplene, og utforsking framstår som den desidert mest beskrevne arbeidsmåten. Den utforskende arbeidsmåten baseres gjennomgående på en bærende aktivitet, som presenteres ved hjelp av det materialet som trengs i aktiviteten, hva materialet kan brukes til og en mer eller mindre spesifikk målformulering for aktiviteten. Et eksempel er det å lage mønster i 5. klasse, s. 49.

Her er materialet en grunnform:  I aktiviteten kan denne roteres og speiles, og de figurene som da framkommer skal settes sammen til ulike mønstre. Dette er grunnaktiviteten som i seg selv er såpass åpen at den kan ligge til grunn for mye arbeid. I tillegg framheves det utforskende perspektivet i undervisningseksemplene ved at grunnaktivitetene utdypes gjennom en rekke spørsmål som elevene kan arbeide med: "Hvor mange forskjellige border kan lages? Hvor mange forskjellige flisegulv kan lages med den ene standardflisen? Hvilke symmetrier finnes?". Læreprosessen er på denne måten i veilederen en prosess betinget av handling og refleksjon. "Handling" beskrives gjennom aktiviteter hvor det blant annet måles, veies, sorteres, telles, bygges og lekes, mens refleksjon hos elevene først og fremst skapes gjennom forslag til spørsmål tilknyttet aktivitetene, gjennom oppfordring til undring og ved at elever kommer fram til ulike svar eller bruker ulike framgangsmåter.

Alle undervisningsaktivitetene legger opp til utforsking, både i form av en nokså åpen utgangsaktivitet og ved at det foreslås spørsmål til elevene som utdyper og utbroderer aktiviteten. Det er dermed et nokså ensartet undervisningsideal som presenteres gjennom aktivitetene i kapittel 3. Når det gjelder beskrivelsen av hva matematikk er, er bildet mer nyansert. På den ene siden framheves det utforskende, kreative og oppdagende, som når det blir hevdet at prosessen "er like viktig som et eventuelt produkt", s. 23. Dette er spesielt tydelig for småskoletrinnet hvor faget blant annet er beskrevet gjennom ting man kan gjøre: "leke, lage, gjøre, snakke" etc, s. 32. På den andre siden presenteres faget som bestående av veldefinerte begreper som er ordnet i begrepsstrukturer. Det synes å være en dualitet i måten faget beskrives. På den ene siden er matematikk et kulturfag som springer ut av menneskers behov og ønsker og som inngår på en integrert måte i menneskers ulike gjøremål. Noen undervisningseksempler illustrerer dette ved at elementer fra andre fag er integrert i aktiviteten. Dette gjelder særlig fra kunst og håndverk. På den andre siden presenteres matematikk som et vitenskapsfag knyttet til studiet av ideelle, "rene" og velstrukturerte objekter/begreper, skapt av en nokså celeber gruppe mennesker. Det siste kommer tydelig fram i beskrivelsen av matematikk i et historisk perspektiv. Dette er ikke knyttet til samfunnsrelaterte forhold, men til "*menneskene bak matematikken*", s. 14. Det er nærliggende å tro at disse menneskene er sentrale matematikere, ikke arkitekter, handelsmenn, bønder, håndverkere, etc.

Samarbeid

I veilederen er det framhevet at de "*kommuniserende sidene ved faget*" er kommet sterkere fram i L97 en i tidligere planer, og *samarbeid* er plukket ut som et av fem punkter angående arbeidsmåter fra matematikkplanen som det er nødvendig å utdype spesielt. Både kommunikasjon og samarbeid er nokså kortfattet beskrevet i de innledende delene av planen, men begge aspektene kommer jevnlig til syne i undervisningseksemplene. Når det gjelder kommunikasjon, kommenteres det under "Felles mål for faget" at dette kan skje både muntlig, skriftlig (både tegninger og symboler) og visuelt, at det kan skje mellom elever og med læreren. Videre framheves at det er viktig at elevene får anledning til å forklare det arbeidet de har gjort. Det poengteres altså at kommunikasjon bør skje ved hjelp av ulike medier og at innholdet går dypere enn det at elevene gir korte svar på lærerens spørsmål. Dette er illustrert seinere hvor læreren oppfordres til å stille spørsmål som: "*Hvordan fant dere ut dette? Er dere sikre på ...? Hva om ...?*" s. 24.

Når det gjelder temaet samarbeid mellom elever i undervisningen, er dette kun beskrevet som: "*Når elevene samarbeider, vil de ofte komme lenger enn hvis de arbeider hver for seg. Ideer oppstår i fellesskapet, og gruppemedlemmene kan bidra med litt hver. Dermed kan de inspirere hverandre. Her vil en forskjell i utgangspunkt kunne være berikende for diskusjonen*", s. 24.

Praktisk utgangspunkt

At matematikkopplæringen bør ha et praktisk utgangspunkt er gjentatt en rekke steder i veilederen, som under målformuleringene hvor det framheves at man skal legge vekt på praktisk anvendelse av matematikk. Dette er nyansert under Arbeidsmåter hvor det i hovedsak legges vekt på å gi opplæringen et konkret utgangspunkt. De eksemplene som gis der (s. 24) er for det første at elevene i første klasse kan telle blyanter og se for eksempel at sju kan deles opp på ulike måter, som tre pluss fire, som fem pluss to osv. I det andre eksemplet skal elevene lage terninger med klosser. De kan lage en terning med to enheter hver vei og deretter en med fire enheter hver vei og på den måten se at når sidelengdene dobles, blir volumet åtte ganger større. Dette kan ikke sies å være praktisk arbeid hvor elevene ser at matematikk er "aktuelt og relevant" som det står under målpresiseringen, s. 13, men det er undervisning hvor elevene gjennom utforsking av konkreter skal komme fram til generelle lovmessigheter.

"Praktisk arbeid" har på den måten to betydninger i veilederen. Det dreier seg for det første om å bruke konkreter eller et praktisk eksempel som pedagogiske hjelpemidler for at elevene skal lære bestemte matematiske sammenhenger. Et annet eksempel på dette er om et musepar som får unger annenhver måned, se både s. 23 og 61. Musene får alltid fire unger, to hunner og to hanner, og ungene igjen får også tilsvarende sett med unger annenhver måned. Siden eksemplet er så konstruert, er det grunn til å tro at elevene her først og fremst skal lære om eksponensiell vekst og ikke om mus. Musene er nærmest en innpakning av den matematikken som elevene egentlig skal opplæres i. På den andre siden er det en rekke undervisningseksempler hvor elevenes hverdagsliv på en mer genuin måte inngår i undervisningen. Det gjelder for eksempel der hvor elevene skal leke butikk, undersøke og skape kunst, samle inn data fra nærmiljøet som så skal bearbeides og presenteres, osv..

4.3 Utvikling av Etterutdanningsplan og Veileder

De fem som satt i gruppa som utviklet planen for etterutdanning og veiledningen i matematikk ble intervjuet. Intervjuene av to av dem ble foretatt ansikt til ansikt, mens de tre siste ble foretatt over telefon. Alle intervjuene ble tatt opp på lydbånd og transkribert umiddelbart etter intervjuet fant sted. Intervjueren tok notater underveis, og disse ble en sjelden gang brukt til å klargjøre hva som ble sagt på lydbåndet.

Intervjuene var løst strukturert omkring følgende spørsmål:

1. Kan du fortelle om gangen i arbeidet med etterutdanningsplanen og veilederen?
2. Hvordan fungerte gruppa?
3. Hvordan opplevde du det med føringer fra KUF?
4. Kan du si noe om innholdet?

I en rekke tilfeller ble oppfølgingsspørsmål stilt ut fra hvordan intervjuet forløp. Enkelte spørsmål ble omformulert eller droppet på grunnlag av det som alt hadde framkommet i intervjuet.

I analysen ble datamaterialet forsøkt sortert tematisk under disse fire overskriftene. Det følgende oppsummerer denne analysen.

4.3.1 Gangen i arbeidet

Siden intervjuene ble gjennomført flere år etter at gruppa hadde gjort sitt arbeid, var det få som husket detaljer fra hvordan arbeidet hadde foregått. Det ble framhevet at gruppa hadde en rekke møter og utarbeidet et forslag som én i gruppa skrev ferdig. Det var i tillegg felleskonferanser med grupper fra de andre fagene. Dette ble framhevet som positivt, at man fikk god støtte gjennom det å være sammen med de andre fagene for å få ideer. Etter noen slike fellesmøter og konferanser ble det avgjort at etterutdanningsplanen skulle gi i første rekke et tydelig beskrevet tilbud i tre dager og at innholdet skulle knyttes opp mot det som var nytt i planen. På dette grunnlaget satte gruppa opp områder der de mente det trengtes etterutdanning. Dette utgjorde hovedinnholdet på de tre dagene.

Arbeidet med veilederen ble mer sporadisk beskrevet, se avsnittet om Føringer nedenfor.

4.3.2 Stemningen i gruppa

Gruppa beskrives av alle som ei "*harmonisk gruppe*". En av deltakerne uttrykket det slik: " *Ja, jeg synes vi hadde mange gode samtaler. Jeg synes selve ånden, hele klimaet, selve atmosfæren var veldig god og hyggelig*". Tre av deltakerne nevner at det var noe diskusjon, men dette synes å være såpass lite at en av deltakerne konkluderer med at gruppa ikke fungerte kritisk overfor hverandre. Noe av årsakene til en slik mangelfull kritikk kan skyldes at gruppa oppgir å ha fått svært kort tid til arbeidet, slik at det knapt var tid til diskusjon, se avsnittet om Føringer nedenfor.

Til tross for dette framhever fire av deltakerne at det var uenighet om nokså fundamentale temaer. Dette gjaldt spesielt når de begynte arbeidet med eksemplene. "*Vi hadde nokså fruktbare møter i gruppa, de vi hadde når vi jobbet med dette, for* *selv om vi trodde vi var enige, så var det ikke full enighet likevel når det kom til konkretiseringen*". En deltaker sier at gruppa var delt i tre, men er usikker på hva splittelsen gikk på. Ut fra det de sier om innholdet, se nedenfor, kan det virke som om de i en viss utstrekning fordeler seg innen de tre synene som er tidligere nevnt. To av deltakerne framhever viktigheten av å fokusere på fagets egenverdi og at man i undervisningen ikke kun bør se på dets nytteverdi. Det sentrale både på skolen og i etterutdanning er å lære grunnleggende begreper. Som en av dem sier: " *Matematikken som logisk struktur og verdi i seg selv er kommet mer i bakleksa*". Og det er derfor nødvendig å gjenreise dette aspektet ved faget og utvikle en "*genuin interesse for matematikk*". To andre uttrykker gjennomgående et radikalt syn på faget, og disse to forteller begge om et særlig godt samarbeid med den andre. Begge framhever viktigheten av kommunikasjon og det å engasjere elevene i meningsfulle aktiviteter heller enn det å ha spesifikt matematikkfaglige siktemål. Det femte medlemmet framhever først og fremst viktigheten av begrepsdanning og utforsking i en mer humanistisk retning.

"Dinosaureksempelet" for småskoletrinnet er mer eller mindre eksplisitt nevnt av alle i intervjuet (s. 34-35 i veilederen), og de kommentarene illustrerer de tre ulike oppfatningene som er nevnt over. Den ene av de to med en mer tradisjonell oppfatning omtaler aktivitetene på småskoletrinnet som "*en smule svada*", og at man nok kunne nå lenger med ungene, matematisk sett. De to neste med et mer radikalt syn framhever dette som en fin aktivitet, og den ene sier at den "*visstnok ikke inneholder matematikk – i hvert fall ikke av typen 'tre ganger tre er ni, to ganger fire er åtte' – men i stedet noe som åpner for undring*". Denne deltakeren hevder at dette viser at "*Matematikk er noe større, åpnere og mer variert enn det som faget tradisjonelt har vist*", mens de som kritiserte denne aktiviteten hadde mer "*tekniske oppfatninger*" av faget.

4.3.3 Føringer

Alle i gruppa framhever at det ble lagt svært stramme føringer for arbeidet. Det gjaldt den tiden som ble stilt til rådighet, organiseringen av etterutdanningsplanen i tre dager, omfanget av veilederen (antall sider) og innholdet i innledningen i veilederen. En deltaker omtalte føringene for innledningen som så stramme at denne ble så generell at det like gjerne kunne vært skrevet for KRL. Når det gjelder tiden som ble stilt til rådighet, beklager flere deltakere at det ikke ble tid til å diskutere grundigere forslag som den enkelte ønsket å få med i planen. De følte ikke at det var tid til å gå inn å forbedre både egne og andres forslag til undervisningseksempler. En uttrykte at det var ting som ble med i planen på grunn av tidspress, ikke fordi de fortjente en plass der.

Flere i gruppa ga uttrykk for å føle seg overkjørt av departementet i arbeidet. En sa at noen ganger ble "*vesentlige momenter klippet vekk*", momenter som var sentrale for den overordnete ideen i veiledningen. En annen uttrykte det slik: "*Jeg har følelsen av at de [KUF] har et visst produkt i tankene, uten å signalisere dette tydelig. Så kommer det noen som skal lage dette produktet, så bruker de ord som de ikke er helt fornøyd med, og det koster mer og krever større forandringer enn de vil, så får de den ikke godkjent og den kommer tilbake uten at de er veldig konkrete på hva de vil*".

Et par i gruppa uttrykte forståelse for nødvendigheten av å ha tydelige rammer for slikt arbeid, som en sa: "*Fordi til et sånt arbeid kommer nok folk med ganske sprikende interesser og visjoner for utviklingen av faget*", se for øvrig forrige avsnitt, men alle i gruppa mente at de rammene som ble satt, var for snevre og at dette gikk på bekostning av det endelige produktet.

4.3.4 Innholdet

Som nevnt tidligere, syntes gruppa å være delt i tre når det gjelder syn på innholdet i etterutdanningsplanen og veilederen. Da de ble bedt om å kommentere innholdet, gjentok de det som tidligere er nevnt som sentrale elementer i disse produktene, men de la nærmest utelukkende vekt på "sitt" tema. Den ene av de to som syntes å uttrykke et tradisjonelt syn sa at "*pendelen nok har slått litt langt ut i forhold til at matematikk 'bare' er et redskapsfag, et nyttig fag der du på død og liv skal henvises til at du enten går i butikken eller tar opp et lån*", på bekostning av "*den egenverdien som ligger i matematikken som et selvstendig fag*". Disse to ble av et annet medlem beskrevet, som tidligere nevnt, som å ha en mer "*teknisk oppfatning*" av faget.

Det humanistiske synet ble nokså tydelig eksponert av ett av medlemmene i gruppa. Her blir det lagt stor vekt på at elevene skal utforske for å danne solide matematiske begreper. Det å gjøre aktiviteter i seg selv antas ikke å være tilstrekkelig for god læring. Som dette medlemmet sa: "*Det krever en form for refleksjon etterpå, ikke bare å gjøre tingen*". I denne sammenhengen uttrykte medlemmet misnøye med enkelte av aktivitetene for småskoletrinnet, som for eksempel butikkeksempelet på side 33 og 34: "*Jeg tror ikke det er god nok hjelp for læreren, ... Hvis jeg hadde vært lærer, ville jeg fortsatt følt meg usikker på hvordan jeg skulle tatt tak i det og hva jeg ville fått ut av det faglig sett. ... hva jeg kunne fått ut av det matematisk sett*". Her blir det etterspurt en faglig substans abstrahert på grunnlag av aktiviteten. Som et mer vellykket eksempel framheves det som står på sidene 45-47, som i større grad er en drøfting av matematiske begreper enn praktisk bruk av faget.

De to som framhevet et radikalt syn hadde først og fremst fokus på selve aktivitetene, og i mindre grad på etterfølgende refleksjon. Den ene gjorde det ved å peke på de verbene som uttrykk for sentrale prosesser i matematiske aktiviteter, mens den andre først og fremst var opptatt av kommunikasjon og de sosiale forholdene som aktivitetene skjedde innen.

4.4 Oppsummering

Læring og undervisning i matematikk er her beskrevet som et mangslungent fenomen som kan betraktes på ulike måter. Denne mangesidigheten synes å prege gruppa som lagde etterutdanningsplanen og veiledning i matematikk. Gruppa syntes å ha fungert godt, og deltakerne sier den var preget av at det var "*en veldig fin dialog*". De fem deltakerne uttrykker nokså tydelig ulikt syn på matematikk og på hva målet med opplæringen er. Dette kan antas å ligge til grunn for noen av diskusjonene i gruppa og noen av dilemmaene som er brakt videre i det gruppa produserte.

Gruppa opplevde at arbeidet med disse dokumentene var underlagt svært stramme rammer. Det gjaldt spesielt tiden som ble stilt til rådighet og lengden på dokumentene. Knapp tid førte for eksempel til at det ikke ble tid til å bearbeide og eventuelt lage nye undervisningseksempler. Det virker også som om gruppa gjerne ville hatt tid og anledning til å diskutere innholdet med andre kollegaer.

En annen betydelig frustrasjonsfaktor nevnes, at gruppa opplevde i liten grad at det var en dialog med departementet. Dette kom til uttrykk ved at departementet kunne stryke ting fra tekstene uten at dette ble grunngitt og uten at gruppa hadde innflytelse. I enkelte tilfeller opplevde gruppa det som at meningsinnholdet ble betydelig endret uten at det ble konferert med dem.

Det som gruppa løfter fram som sentralt i L97 og som det er nødvendig å fokusere på i reformen, er

- at matematikk er et praktisk fag med solid forankring i livet utenfor skolen. Dette kommer tydelig til uttrykk i undervisningseksemplene i veilederen hvor praktiske elementer blir brukt på to ulike måter. For det første foreslås det bruk av konkrete hjelpemidler og praktiske eksempler for å lære et spesifikt matematisk innhold. Dette kan beskrives som matematikk med en "praktisk" innpakning. For det andre gis eksempler på genuint praktiske situasjoner hvor matematikk kan brukes for å belyse eller bearbeide situasjonene. At praktisk matematikk på den måten er tvetydig er ikke kommentert i dokumentene.
- begrepsdanning. Dette er et komplisert tema som i liten grad utdypes i dokumentene. Det framheves at matematiske begreper består av fakta og ferdigheter, men at det er vel så viktig å lære å bruke faktaene og ferdighetene i passende situasjoner. I undervisningseksemplene er det svært liten fokus på fakta og ferdigheter.
- utforsking som arbeidsmetode. Alle eksemplene i veilederen inneholder utforskende elementer, slik at dette er den desidert mest fokuserte arbeidsmetoden gruppa mener lærere trenger opplæring i for å kunne gjennomføre reformen.
- kommunikasjon og samarbeid. I undervisningsaktivitetene i veilederen er elevene som regel organisert i grupper. Videre foreslås i alle undervisningseksemplene spørsmål som lærerne kan stille elevene for å skape diskusjon omkring sentrale temaer enten til den angjeldende aktiviteten eller til matematiske begreper det er mulig å knytte til aktiviteten.

Både etterutdanningsplanen og veilederen er sterkt preget av et humanistisk syn med vekt på den enkelte elevs læring og utforsking som arbeidsmetode for å oppdage egenskaper ved matematiske begreper og strukturer. I tillegg er det betydelige innslag fra et radikalt syn gjennom vektleggingen av kommunikasjon og samarbeid og det at undervisningen bør baseres på aktiviteter i elevenes nåtidige eller framtidige hverdagsliv. Et tradisjonelt, platonsk syn er nærmest fraværende selv om to av gruppas fem medlemmer syntes å være nokså sterkt preget av dette i intervjuene.

4.5 Referanser

Bartolini Bussi, M. G. (1994). Theoretical and Empirical Approaches to Classroom Interaction. I H. Mansfield, N. A. Pateman & N. Bednarz (red.), *Mathematics for Tomorrow's Young Children.* Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Bauersfeld, H. (1988). Interaction, construction, and knowledge: Alternative perspectives for mathematics education. I T. Cooney & D. Grouws (red.), *Effective mathematics teaching,* Reston, VA: NCTM og Lawrence Erlbaum Associates.

Björkqvist, O. (1993). Social konstruktivism som grund för matematikundervisning. *NOMAD,* 1, 1, s. 8-17.

Brown, T. (1994). Creating and Knowing Mathematics through Language and Experience. *Educational Studies in Mathematics*, 27, s. 79-100.

Burkhardt, H. (1984). Teaching Problem Solving. I H. Burkhardt, S. Groves, A. Schoenfeld & K. Stacey (red.), *Problem Solving – A World View. Proc. of ICME 5.* Nottingham: Shell Centre.

Cobb, P., Perlwitz, M. & Underwood, D. (1996a). Constructivism and Activity Theory: A Consideration of Their Similarities and Differences As They Relate to Mathematics Education. I H. Mansfield, N. A. Pateman & N. Bednarz (red.), *Mathematics for Tomorrow's Young Children.* Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Cobb, P., Jaworski, B. & Presmeg, N. (1996b). Emergent and Sociocultural Views of Mathematical Activity. I L. P. Steffe, P. Nesher, P. Cobb, G. A. Goldin & B. Greer (red.), *Theories of mathematical learning.* Mahwah, N.J.: Lawrence Earlbaum.

Dengate, B. & Lerman, S. (1995). Learning theory in mathematics education: Using wide angel lens and not just the microscope. *Mathematics Education Research Journal* , 7, 1, s. 26-36.

Ernest, P. (1991). *The philosophy of mathematics education.* London: The Falmer Press.

Ernest, P. (1992). Problem solving: It's assimilation to the teacher's perspective. I J. P. Pomte, J. F. Matos, J. M. Matos & D. Fernandes, *Mathematical problem solving and new information technologies*, Berlin: Springer Verlag.

Fischbein, E. (1994). The interaction between the formal, the algorithmic, and the intuitive components in a mathematical activity. I R. Biehler, R. W. Scholz, R. Strässer & B. Winkelmann (red.), *Didactics of Mathematics as a Scientific Discipline.* Dordrecht, Kluwer Academic Publishers.

Fishbein, E. (1996). The Psychological Nature of Concepts. I H. Mansfield, N. A. Pateman & N. Bednarz (red.), *Mathematics for Tomorrow's Young Children.* Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Jaworski, B. (1994). *Investigating Mathematics Teaching.* London: Falmer Press.

Niss, M. (1994). Mathematics in Society. I R. Biehler, R. W. Scholz, R. Strässer & B. Winkelmann (red.), *Didactics of Mathematics as a Scientific Discipline.* Dordrecht, Kluwer Academic Publishers.

Skovsmose, O. (1980). *Forandringer i matematikundervisningen: didaktiske arbejdspapirer 1.* København: Gyldendal.

Skovsmose, O. (1994). *Towards a Philosophy of Critical Mathematics Education.* Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Tietze, U.-P. (1994). Mathematical curricula and the underlying goals. I R. Biehler, R. W. Scholz, R. Strässer & B. Winkelmann (red.), *Didactics of Mathematics as a Scientific Discipline.* Dordrecht, Kluwer Academic Publishers.

von Glasersfeld, E. (1992). Constructivism reconstructed: A reply to Suchting. *Science and Education*, 1, s. 379-384.

Wenger, E. (2000). *Communities of practice.* Cambridge: Cambridge University Press.

5. Klasseromsobservasjon

Dette kapitlet rapporterer fra den delen av evalueringen som angikk tilstanden i klasserommet etter R97. Her ble fem klasserom på hvert hovedtrinn plukket ut, fem klasser i 2. klasse, fem i 6. klasse og fem i 9. klasse. Hver klasse ble besøkt til sammen fire timer, nærmere bestemt to påfølgende matematikktimer to ganger i løpet av skoleåret. Klassene kom fra femten forskjellige skoler rundt om på Sør- og Østlandet. Antall skoler ble såpass begrenset ut fra omfanget på dette prosjektet og et ønske om å gjennomføre en grundig kvalitativ studie av de klassene som ble besøkt. Skolene er tilfeldig valgt, men innen en viss geografisk nærhet til institusjonene bak studien. De er altså ikke ment å være et representativt utvalg av norske skoler, men de ble valgt for å sikre en betydelig spredning når det gjelder skolestørrelse, by/land, elevenes sosiale bakgrunn, etnisitet og lignende. Det at skolene ble valgt på grunnlag av ulike sosiokulturelle omgivelser ville kunne gi et bredere inntrykk av de ulike måtene reformen er blitt implementert. Vi var tre observatører, én for hvert av klassetrinnene som ble observert.

Til hver observasjon ble det fylt ut et observasjonsskjema. Her ble det notert hvilken klasse det var snakk om, hva som var tema for undervisningen, hvilket læreverk som ble brukt, hvilke øvrige hjelpemidler som ble brukt, samt at det ble laget et kart over klasserommet som spesielt beskrev plasseringen av pultene.

I tillegg til dette ble det gjennomført en vurdering langs tolv kategorier. For hver kategori var det utviklet fire muligheter. Tre ganger i løpet av en undervisningssekvens gikk observatøren gjennom de tolv kategoriene og satte kode A, B, C eller D for en av de fire mulighetene til hver kategori. Dette ble gjort etter 10, 25 og 40 minutter. Kodene ble satt på grunnlag av det som skjedde like før og ved avkrysningstidspunktet. De tolv kategoriene bygger på Saxes fireparametermodell slik denne er utviklet i The Leverhulme Numeracy Research Programme (Askew et al., 2000, Denvir et al., 1999, Saxe, 1991). De fire hovedparametrene i programmet er omarbeidet for å passe til norske forhold og L97, og er kalt: matematikk, kommunikasjon, verktøy og organisering. Under hver av de fire hovedparametrene ble det utviklet tre underkategorier, som vist i tabellen nedenfor.

1. parameter, Matematikk

- Integritet: Er oppgavene i undervisningen utviklet slik at de har betydelig matematisk og didaktisk integritet? (konsistens, sammenheng, matematisk relevans)
- Relevans: Er oppgavene relevante for elevene, tilknyttet deres nåtidige og framtidige dagligliv?
- Kultur: Viser oppgavene matematikkens rolle i samfunnet, historisk, kulturelt, vitenskapelig?

2. parameter, Kommunikasjon

- Lærer snakk: Fokuserer læreren på det å bygge opp matematisk forståelse hos elevene?
- Lærer-elev snakk: Engasjeres lærer og elever i diskusjoner og samtaler om matematikk?
- Elev-elev snakk: Utfordres elevene til å snakke matematikk og utvise resonnering, ettertanke og forståelse?

3. parameter, Redskap

- Hjelpemidler: Fokuseres det på hjelpemidlenes betydning for arbeidet med matematikk?
- Uttrykk: Dekker hjelpemidlene et bredt spekter av uttrykk, som verbale, visuelle (tegninger, diagrammer, symboler), kinestetiske?
- Modeller: Brukes gode didaktiske illustrasjoner/modeller?

4. parameter, Organisering

- Tilpassing: Gis alle elevene passende matematiske utfordringer?
- Utforsking: Er klasserommet preget av utforsking og eksperimentering, estetikk og kreativitet?
- Læringsfellesskap: Deltar lærer og elever i et læringsfellesskap?

Tabell 1 Beskrivelse av rammeverk for observasjon

I tillegg til kodene var det satt av god plass til løpende notering på et mer fritt grunnlag. Dette ble gjort for å gi mer detaljerte beskrivelser av det som skjedde og underbygge vurderingene som ble gjort i henhold til rammeverket over. I tillegg var det nødvendig å kunne notere friere for å fange opp momenter som gikk utover det som ble fokusert på gjennom rammeverket.

Det metodiske rammeverket tjente to hensikter. For det første bestemte det rammer for observasjonene. Dette ga de innsamlede dataene et mer enhetlig fokus, noe som gjorde det mulig å sammenligne dataene i ettertid, både på tvers av klassetrinn og på tvers av observatør. For det andre ga de kodete dataene en god oversikt over hele datasettet, noe som fungerte som et utgangspunkt for analysen av alle de innsamlede observasjonsdataene.

I det følgende beskrives sentrale punkter i tilknytning til de tolv kategoriene.

5.1 Matematikk

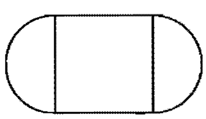
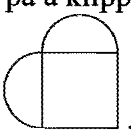
5.1.1 Integritet

Dette punktet angår i hvilken grad undervisningen fokuserte på sammenhenger og generaliseringer innen det matematiske fagstoffet. Matematikk beskrives gjerne som vitenskapen om sammenhenger og mønstre, og dette er framhevet i matematikkdelen i L97. Det dreier seg om sammenhenger på tvers av ulike matematiske temaer og ved bruk av ulike hjelpemidler og framgangsmåter innen et tema.

Observasjonene på de ulike trinnene gir et totalinntrykk at dette aspektet er nokså lite påaktet, men at det er betydelig variasjon. På småskoletrinnet var slike sammenhenger lite til stede, mens et par lærere både på mellom- og ungdomstrinnet fokuserte i stor grad på sammenhenger og relasjoner. Dette gjaldt både i oppbygningen av lengre undervisningssekvenser og når mer spesifikke momenter ble tatt opp. Et eksempel på dette ble gitt av en lærer på ungdomstrinnet som underviste om geometri. Dette ble knyttet både til vinkler, trekanter og en rekke andre geometriske former, som ulike mangekanter og til Pytagoras' setning og regning med tall og mønster for tall. Det ble også knyttet til geometriske prosesser gjennom tessellering og videre til tredimensjonale figurer og måling av areal og volum. Arbeidet med å lage en veggplakat var et mål for denne undervisningssekvensen, og til det arbeidet ble ulike matematiske begreper brukt.

I andreklasse på småskoletrinnet var den matematikken som elevene arbeidet med så å si uten unntak innenfor læreplanen, og det ble som regel fokusert på sentrale begreper innen faget. Et hovedinntrykk var at dette alt for ofte ble gjort med fokus på disjunkte kunnskapsbiter. Det var for eksempel en lærer som startet timen med å sette elevene i grupper, og alle gruppene skulle løse et bredt spekter oppgaver: Hvor høy er døra, målt i favner? Hvor mange små melkekartonger (¼ liter) går det på to store (1 liter)? Hvor mange ½-noter i denne melodien? Hvor mange femmere er det på hendene til alle i gruppa? Svar på disse regneoppgavene (fem stykker av type 8+2= __). Disse oppgavene er i og for seg greie, men de fokuserer på ulike matematiske temaer, og det ble ikke gjort noe forsøk på å se dem i sammenheng.

Tilsvarende observasjon ble gjort på ungdomstrinnet. I flere klasserom var mangelen på integritet påfallende. I en time skulle elevene i grupper lage et kvadrat og en likesidet trekant ved hjelp av noen puslespillbrikker som de fikk fra læreren. Aktiviteten ble valgt som trening til en konkurranse. Dette holdt de på med i 17 minutter, og da ble temaet å omforme en figur til en annen forlatt. Da begynte læreren i stedet å forklare målestokk for hele klassen. Han startet med eksempel fra en hustegning og skrev ned en regel for bruk av målestokk i den forbindelsen. Så regnet elevene oppgaver i læreboka til dette. Neste time startet med en oppgave om geometri. Den gikk ut på å klippe slik at man omformet denne figuren:

 til denne: . Neste oppgave dreide seg om kombinatorikk, mens det siste kvarteret igjen handlet om målestokk. I den tredje timen var temaet mål på en rekke dagligdagse gjenstander, og det ble drøftet hvilke måleenheter som er aktuelle i hvert tilfelle: Lengde, areal og volum. Alle oppgavene er i og for seg greie, men de fokuserer på ulikt fagstoff som ikke bygger opp rundt en helhetlig matematikkompetanse.

På mellomtrinnet var fagstoffet også ofte presentert i form av disjunkte kunnskapsbiter. For eksempel la en lærer svært stor vekt på å lære elevene regler og algoritmer for multiplikasjon og divisjon. Dette ble gjort gjennom pugg og repetisjon heller enn forklaring og forståelse. Læreren kontrollerte og rettledet i forhold til prosedyrene som elevene brukte, uten at disse prosedyrene ble satt inn i en sammenheng: "*Hvor begynner vi når vi deler? Framme eller bak? Man må følge oppskriften: Dele, gange, trekke fra, flytte ned*". Ved slutten av denne timen fikk elevene i lekse å pugge gangetabellen. Neste time startet med at elevene skulle ordne seks gitte sifre slik at tallverdien ble størst mulig, og deretter minst mulig. Det ble så gitt noen flere oppgaver med dette, før elevene ble satt til å løse oppgaver med divisjonsalgoritmen. Igjen gikk læreren rundt og veiledet, ikke ved å forklare, men ved å terpe på reglene.

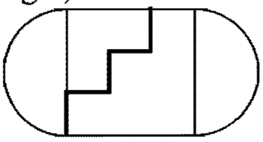
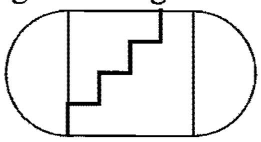
Dette var en typisk observasjon på alle trinnene, til tross for unntak. Det matematiske stoffet var ofte av brukbar kvalitet, men faget framsto som oppstykket og uten overbyggende ideer og sammenhenger. Matematikken bygges opp som en mosaikk, der bitene står til dels isolerte og uten sammenheng.

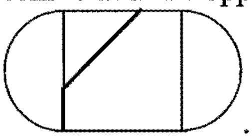
Et annet eksempel fra småskoletrinnet var en lærer som underviste om ulikheter. Læreren illustrerte dette ved å holde opp to gulrøtter i den ene hånda og en løk i den andre. Deretter brukte hun ei krokodille tegnet i papp som gapte mot venstre for å vise at det var den største mengden. Hun viste et par slike eksempler. Hun fortalte elevene at denne krokodillen heter "Mindre enn" og ba elevene regne de to sidene i læreboka som omhandlet dette temaet. Dagen etter arbeidet elevene med de to påfølgende sidene, hvor oppgavene dreide seg om "Større enn": Sett riktig tegn 5 __ 3.

Her kunne læreren og læreboka vist sammenhenger til uttrykk som er like store og gjerne oppgaver om ulikheter med mer kompliserte uttrykk på hver side av ulikhetstegnet. Det ville utviklet elevenes forståelse både av ulikheter og av likheter, noe elever ofte sliter med (Brekke, Grønmo & Rosen, 2000). Når det ikke blir gjort, kan det hevdes at det matematiske fagstoffet som blir igjen, blir så forenklet at det er nærmest meningsløst. Alle elevene i klassen viste gjennom de innledende aktivitetene at de med letthet plukket ut den største mengden når to mengder ble sammenlignet, dvs. den mengden med flest elementer.

Opp gjennom historien har tallære og tallregning vært nært knyttet til geometri, men slike sammenhenger ble omtrent ikke observert i denne studien. Et enestående eksempel var en lærer som illustrerte partall og oddetall med rutenett bestående av to kolonner. Når hun viste et partall som for eksempel åtte, ble figuren et rektangel på 2x4 ruter, mens et oddetall fikk ei rute "på toppen". I observasjonene for øvrig, ble tallregning illustrert og forklart kun ved tall. En annen lærer hadde om dobling og halvering. Hun kunne gjerne ha brukt et slikt rektangel med to kolonner, men sa i stedet at dobling var å få like mange til. På den måten ble dobling addisjon: Hun la tre klosser spredt på en overhead og sa hun ville ha dobbelt så mange. En elev kom å la på tre til, og når læreren spurte hvilket regnestykke dette var, sa elevene i kor: "*Tre pluss tre er seks!*". Forklaringen var på den måten knyttet til regning, mer spesifikt til addisjon. Dette ga problemer når læreren skulle forklare halvering, siden dette ikke på samme måte kan forklares ved hjelp av subtraksjon. Mens det dobbelte av fem kan finnes ved å regne 5+5, kan ikke halvparten av 12 finnes ved å regne 12-6 fordi man må vite at det er 6 man skal trekke fra, altså at 12 = 6+6. Man må altså vite svaret for å kunne sette opp regnestykket. Elevene fikk imidlertid såpass enkle regnestykker, så de klarte å finne riktig svar, men når læreren til slutt i timen fant fram 6 skjell og spurte: "*Hva gjør vi for å få halvparten?*" var det ingen som svarte. Igjen bidro mangelen på sammenhenger til at fagstoffet ble betydelig mindre interessant for elevene.

Tilsvarende for ungdomstrinnet. I en oppgave skulle elevene klippe i stykker en figur, som nevnt over, og tre forslag ble vist på tavla. Disse ble ikke nevnt:

,  osv. Disse figurene har betydelig geometrisk og kombinatorisk interesse. For eksempel kan de illustrere at to påfølgende trekanttall summeres til et kvadrattall: at (1+2+3) + (1+2) = 9. Det å summere trekanttall kunne dannet en overgang til den neste oppgaven som elevene fikk som dreide seg om kombinatorikk. Oppgaven dreide seg nemlig om 20 fotballag som alle skulle spille to kamper mot hverandre. Svaret på denne oppgaven kan finnes ved å regne 2·(1+2+3+4+5+ ... + 19). Her kunne altså geometrien støttet kombinatorikken og motsatt, men dette blir ikke gjort. I stedet presenteres dette som to adskilte oppgaver. Heller ikke denne løsningen ble nevnt:

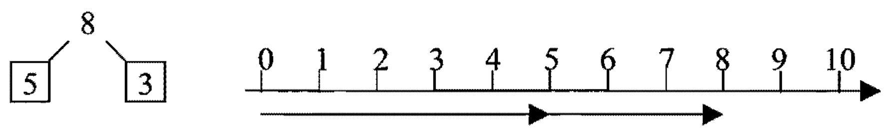
. Denne kunne føre til andre typer geometrisk innsikt, ved for eksempel å se på lengden av kuttelinja. Da kommer Pytagoras' setning inn. Lengden av kuttelinja vil variere, avhengig av hvordan vi klipper. Det kan gi en matematisk sammenheng mellom tall. Dette utnyttes ikke, og aktiviteten står isolert.

For ungdomstrinnet gjelder også at algebraiske sammenhenger kan relateres til geometri. Dette ble ikke observert, men algebraiske regler som den distributive lov ble av en lærer illustrert gjennom regning med tall. Et problem her er at man da kan unngå den distributive loven ved å regne ut parentesen først: 5·(10-4) = 5·6 = 30.

Eksemplene kan faktisk velges "så konkrete og snille" at det ikke motiverer for det matematiske mønsteret en vil undervise. Dette så vi eksempler på.

Det var imidlertid noen tilfeller hvor sammenhenger i matematikken ble tatt opp i opplæringen. På småskoletrinnet gjaldt det i hovedsak i forbindelse med enten regnefortellinger eller med ulike måter å uttrykke regning. Enkelte av lærerne spurte elevene hvordan de tenkte når de løste addisjons- og subtraksjonsoppgaver. Et eksempel var ved spørsmålet "*Jeg skulle til butikken for å kjøpe en sjokolade til ti kroner, men så hadde jeg bare tre. Hvor mange kroner måtte jeg be mammaen min om?*" Her svarte en elev at hun telte på fingrene, en annen at hun trakk fra: "*Ti minus tre er sju*", mens en tredje sa: "*Jeg plussa*". Disse strategiene involverer tre forskjellige begreper, og på denne måten fikk læreren framhevet nettopp hvordan de henger sammen. Et annet eksempel gjaldt ved regnefortellinger, hvor elevenes svar ofte involverte ulike matematiske begreper.

De sammenhengene som ble illustrert ved ulike framstillingsmåter, kan eksemplifiseres slik: En lærer viste at regnestykket fem pluss tre er lik åtte kan blant annet uttrykkes slik:

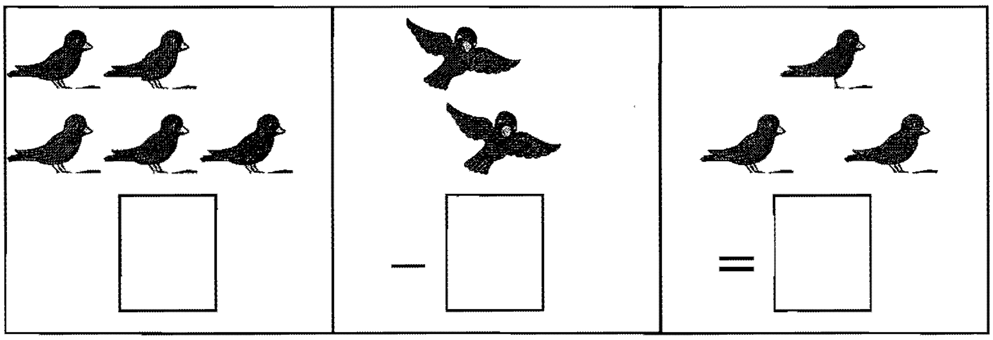
5+3=8 

De ulike uttrykksmåtene vil kunne gi ulike assosiasjoner hos elevene og dermed knyttes til ulike matematiske temaer. Den første illustrasjonen kan knyttes til ligninger, den andre illustrerer addisjon som sammenkobling av to mengder, mens den tredje fokuserer på egenskaper ved tallene og knytter det til visuelle begreper. Tilsvarende illustrerte en lærer på mellomtrinnet divisjonsalgoritmen med å be elevene se for seg penger. Det å dele 672 på 4 kan overføres til en konkret fordeling av penger, og dette vil kunne være et godt bilde for elevene, siden det tydelig viser tallets oppdeling i hundrere, tiere og enere. Det motiverer også for bruk av algoritmen for å "holde orden på regnskapet".

5.1.2 Relevans

Det ble observert hvorvidt det faglige innholdet i undervisningen kunne sies å være relevant for elevenes nåtidige eller framtidige dagligliv. Dernest ble det vurdert i hvilken grad elevene oppfattet og verdsatte dette.

Relevans kom til syne i hovedsak på to måter, enten ved at mindre oppgaver og eksempler ble knyttet til elevenes dagligliv, eller ved mer omfattende aktiviteter som var hentet fra eller imiterte dagligdagse aktiviteter. I lærebøkene er "dagliglivet" til stede først og fremst i den første varianten, gjennom oppgavekontekst: Oppgaver og eksempler som elevene kan kjenne igjen. Det var imidlertid gjennomgående svært varierende kontekster. Et eksempel eller en oppgave kunne omhandle luer og skjerf, det neste fugler og det tredje penger. Disse oppgavene fokuserer i all hovedsak på et bestemt matematisk emne, og det konkrete i oppgaveteksten spiller en sekundær rolle. Et eksempel er fra PLUSS, 2A, side 95. Her er tre bilder plassert ved siden av hverandre. I det første bildet ses fem fugler som står, i det neste to fugler som flyr, mens det tredje bildet viser tre fugler som står. I ei rute under hvert bilde skal elevene skrive antall fugler i ruta: 5, 2 og 3. Til venstre for den andre ruta er det tegnet inn et minustegn og til venstre for den tredje ruta står det et likhetstegn.



Elevene skal ved disse oppgavene ikke lære noe om luer, fugler og penger, men om et spesifikt matematisk emne, her å sette opp et subtraksjonsstykke. I disse oppgavene er objektene som beskrives kjente for elevene, men de oppgavene som knyttes til dem kan i liten grad sies å være fra elevenes dagligliv. Siden elevene i observasjonen svarte svært kort og gikk raskt videre til neste oppgave, var det vanskelig å vurdere hvorvidt de selv oppfattet dette som knyttet til sin hverdag eller ikke.

Tilsvarende eksempler fantes det mange av både på mellom- og ungdomstrinnet. Det var også her høyst varierende hvorvidt elevene oppfattet oppgavekonteksten som tilknyttet sin virkelighet eller ikke. Da elevene på ungdomstrinnet for eksempel regnet med målestokk, var en rekke oppgaver av en nokså teknisk karakter. Elevene ble bedt om å beregne størrelser på grunnlag av en hustegning, og de viste nokså tydelig liten interesse for den situasjonen denne oppgaven omhandlet. Da de derimot ble bedt om å finne størrelsen på en båtmotor tegnet i målestokk 1:25, var de svært interesserte. Da svaret viste seg å bli 8m, førte dette til både latter og diskusjoner. Båtmotorer var noe elevene var vant med, om enn ikke så store. Enkelte lærere la stor vekt på å presentere oppgaver som hadde en virkelighetsnær tilknytting.

I de fleste klassene ble slike oppgaver fra bøkene tatt opp muntlig i tillegg til gjennom arbeid med bøkene. Det skjedde enten ved at læreren fortalte og viste eksempler eller ved at hun stilte elevene muntlige oppgaver. I disse muntlige seansene var det ofte flere oppgaver fra samme situasjon, og enkeltelever var gjerne delaktige i historiene. På småskoletrinnet inkluderte for eksempel enkelte av lærerne av og til navngitte elever fra klassen i historiene, som at den-og-den gikk i butikken for å kjøpe sjokolade eller lignende. Han/hun hadde med seg en bestemt pengesum, mens det som skulle kjøpes kostet noe mer. Oppgavene gikk ut på å finne ut hvor mye som manglet. Elevene viste stort sett stor entusiasme for disse historiene, de lo og var fokuserte på undervisningen, og det virket som de i stor grad levde seg inn i situasjonene som lærerne skapte. Det var også tilfeller hvor elevene ikke levde seg inn i historiene på samme måte, og dette var stort sett der hvor historiene i liten grad la opp til dette. Et eksempel er læreren som hadde laget ei krokodille i papp med gap mot venstre. Så holdt hun opp en purreløk i den ene hånda og fire tomater i den andre og spurte elevene om dette var riktig. Alle elevene svarte riktig (at utsagnet er feil) uten å stusse, og det indikerer at de ikke betraktet dette som en virkelighetsnær oppgave, men i stedet en illustrasjon av utsagnet: $1>4$

På ungdomstrinnet ble ofte et matematisk emne introdusert av læreren via en mer eller mindre velvalgt praktisk situasjon, men her var det gjennomgående mer fokus på det matematiske begrepet og mindre på den praktiske situasjonen. For eksempel underviste en lærer om den distributive lov ved å starte med et eksempel: En elev får hver dag 10 kr og bruker 4 kr til bolle i kantina. Hvor mye har eleven etter ei uke? Hun ledet deretter elevene fram mot regnemåten:

$$5\cdot(10-4) = 5\cdot 10 - 5\cdot 4$$

Det så ut som elevene var klar over at denne framgangsmåten kanskje var litt tungvint når den ble brukt på tall. Her ville det nok vært enklere å finne det man sitter igjen med hver dag (seks kroner) og så regne $6\cdot 5$. Læreren sa at den illustrerte framgangsmåten hadde en styrke i at den kunne brukes ved bokstaver: "*Hvis det er x-er*", og hun skrev følgende: $5\cdot(3x-2) = 15x-10$. Deretter ble elevene bedt om å regne oppgaver i bøkene av typen $4\cdot(5-3)$ og $3\cdot(a+2)$. Oppgavene var ikke knyttet til det innledende eksemplet eller andre praktiske situasjoner.

Et tilsvarende eksempel fant sted på mellomtrinnet. Her var temaet median, og læreren hadde en introduksjon før elevene stilte opp etter fødselsmåned. Det ble poengtert at median var den midterste verdien, at det skulle stå like mange på hver side. Deretter løste elevene oppgaver om median i lærebøkene. I en av oppgavene var tallene *ikke* organisert etter størrelsen på forhånd: 12, 63, 15, 78, 25, 32, 37. Da valgte mange av elevene 78 som median, trolig fordi dette tallet stod midterst i oppramsingen. Denne misforståelsen illustrerer at elevene antakeligvis hadde brukt for kort tid på å etablere et rasjonale for innføringen av begrepet median. Læreren brukte kun dette ene eksemplet med fødselsdato, og læreboka ga ingen forklaring på hvorfor dette begrepet ble innført. I de oppgavene som stod i boka var det heller ingen praktisk hensikt med arbeidet. Begrepet ble introdusert før det var gitt noen praktiske sammenhenger der det var hensiktsmessig å bruke det.

I tillegg til slike mindre oppgaver, arbeidet elevene med mer omfattende aktiviteter. Dette skjedde i form av problemløsningsoppgaver, ferdighetsspill (for eksempel med kort eller terninger), rollelek (som butikk) eller ved at man laget eller dekorerte noe (veggplakater, origami, baking). Disse aktivitetene ble organisert enten i form av stasjoner for grupper av elever eller for hele klassen. Omfanget av slike aktiviteter var svært varierende fra klasse til klasse. Hos enkelte lærere var dette den mest observerte arbeidsformen, mens det hos andre lærere knapt var aktiviteter utover regning i lærebøkene.

Ved en barneskole hadde de hvert år et par "matematikkdager" hvor klasse- og timeplanstrukturen ble brutt opp for hele småskoletrinnet. I stedet ble elevene gruppert med ca. 15 elever i hver gruppe fra enten 1. og 2. klasse eller 3. og 4. klasse. Disse gruppene brukte ca. 30 minutter per stasjon. Det matematiske innholdet ved de ulike stasjonene varierte, slik at når elevene gikk til en ny aktivitet, hadde denne gjerne et annet matematisk fokus enn den de forlot. Også kvaliteten i forhold til læring av matematikk var varierende og nærmest tilfeldig. I enkelte aktiviteter var de matematiske utfordringene perifere og bortimot fraværende. For eksempel skulle en gruppe elever besvare en rekke spørsmål som lå spredt rundt i skolegården, og spørsmålene ga gjennomgående små eller ingen matematiske utfordringer, som det å telle antall trær langs håndballbanen og fortelle hvor mange uker det er i et år. En annen gruppe arbeidet med origami (papirbretting). Dette skjedde ved at læreren fortalte punkt for punkt hvordan elevene skulle brette papiret, uten at geometriske aspekter ved brettingen ble framhevet.

Andre observerte aktiviteter fokuserte mer spesifikt på et matematisk innhold. Det gjelder for eksempel spill hvor elevene øver regning i de fire regneartene. Et eksempel på dette var såkalte Bingosspill hvor elevene lagde et rutenett på 3x3 ruter og skrev et tall i hver rute. Så fortalte læreren ulike regnestykker, og elevene regnet ut svar og krysset ut tall hvis de fantes på brettet. I et annet eksempel skulle elevene legge ut kort fra 1 til 9 på pulten med pluss- eller minustegn mellom og på den måten lage regnestykker hvor svaret skulle bli 7. Enkelte elever laget lange regnestykker som rakk over hele pulten, mens andre laget kortere, som 5+2 og 4+3. Disse spillene genererte en rekke regneoppgaver som elevene arbeidet med, og spillene fungerte tilsynelatende godt for å utvikle og automatisere ulike regneferdigheter. De dataspillene som ble observert brukt, falt også inn under denne kategorien.

På ungdomstrinnet var slike mer omfattende aktiviteter i overveiende grad rettet mot læring av et spesifikt matematisk innhold og de hadde mindre tilknytning til praktiske forhold. Det gjaldt de gruppene av elever som lagde veggplakater som illustrerte Pytagoras' setning og de som utforsket volum og overflate av terninger av ulik størrelse. I en klasse brukte de mye tid på problemløsningsoppgaver i forbindelse med en matematikkonkurranse skolen skulle delta i (Kapabel). De oppgavene som da ble brukt hadde liten direkte tilknytning til elevenes liv utenfor skolen.

Det var videre noen få aktiviteter hvor matematikk inngikk på en mer fundamental måte. Det beste eksemplet på dette var å leke butikk på småskoletrinnet. Også her fikk elevene øvet på regneferdigheter, men disse ferdighetene inngikk i en større, mer reelt praktisk sammenheng.

5.1.3 Kultur

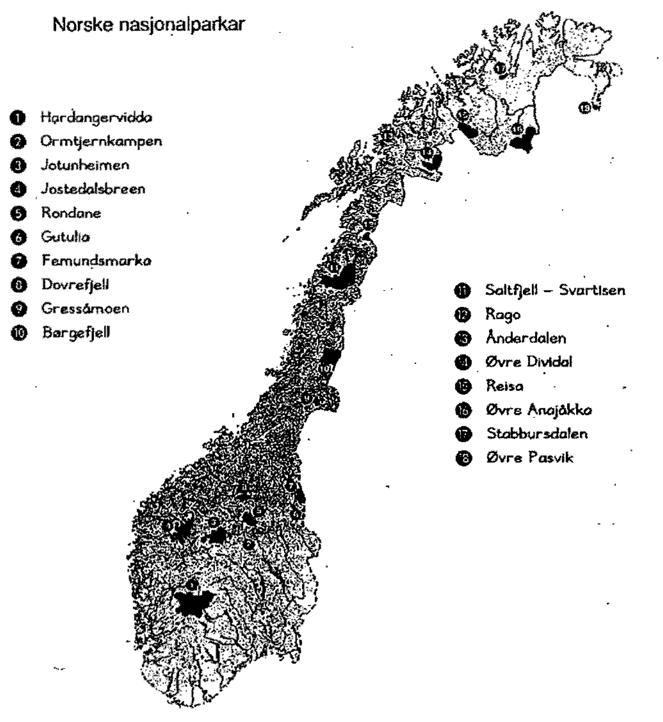
Her ble det vurdert om undervisningen tok opp matematikkens rolle i samfunnet, for eksempel historisk, kulturelt eller som vitenskap.

Dette punktet var omtrent fraværende på småskoletrinnet, bortsett fra to typer aktiviteter som i en viss grad fokuserte på dette momentet. Det ene var regnefortellinger og det andre ulike spill. Felles for begge aktivitetene var imidlertid at de gjennomgående nokså tydelig framsto som noe annet enn det som skjer utenfor klasserommet. Selv om regnefortellingene kunne omhandle enkelte av elevene og/eller objekter fra elevenes dagligliv, angikk oppgavene temaer som sjeldent dukker opp i elevenes hverdagsliv. Det samme gjaldt spillene. Det var på mange måter en annen type spill som elevene bedrev i matematikktimene enn de som de spiller i fritida si.

På ungdomstrinnet var ikke situasjonen stort bedre. Et par eksempler ble riktignok observert. Det ene gjaldt arbeid med Pytagoras' setning som viste matematikk som vitenskapsfag i et historisk perspektiv, om enn et nokså snevert bilde. Det andre gjaldt elever som arbeidet med beregning av lønn. Dette introduserte læreren ved å fortelle om sin egen første erfaring med fast lønnet jobb som 14-åring. Gjennom denne presentasjonen ble begreper som fast lønn, prestasjonslønn, akkord og provisjon tatt opp. Deretter fikk elevene finne på egne eksempler. Det var tydelig at elevene levde seg inn i disse situasjonene. Det var også tilfellet da de arbeidet med dette temaet i bøkene sine. Dette ga elevene gode erfaringer med matematikkens rolle i vårt samfunn. Her var det oppgaver som elevene tydeligvis engasjerte seg i. Matematikken ble brukt i situasjoner som de oppfattet som autentiske. Men her utnyttet verken læreren eller læreboka de matematiske strukturene som lå til grunn for beregningene ut over det å finne svar på de praktiske oppgavene, som det at lønnsrate (som timelønn eller månedslønn) definerer en lineær funksjonssammenheng mellom antall tidsenheter jobb og utbetalt lønn. Dette arbeidet med lønn kunne også ligget til grunn for andre funksjoner og for generalisering og fokus på algebra.

Når elevene for eksempel arbeidet med begreper fra lengde, areal og volum, kunne historiske og kulturelle aspekter vært synlige. Det var de ikke.

På mellomtrinnet var det tilsvarende lite fokus på matematikk plassert i en større historisk eller kulturell sammenheng. I ei lærebok var det utstrakt arbeid med geografi, og det å bruke matematikk til å bearbeide natur- og samfunnsgeografiske problemstillinger kan være en måte å vise matematikkens betydning i samfunnet på. Her ble det imidlertid gjort på en svært kunstig måte. Undervisningen var organisert rundt fem stasjoner. Ved hver stasjon skulle elevene løse en oppgave fra boka. Dette er en av disse oppgavene.



471

Bruk oversikten ovenfor og lag minst fem matematikkoppgaver. La noen av de andre elevene løse oppgavene dine. Husk at du må kunne løse oppgavene dine selv.

472

Bruk Internett eller oppslagsverk og finn ut mer om minst to av nasjonalparkene.

I en annen oppgave fikk elevene oppgitt høyden på de tjue høyeste toppene i Jotunheimen. Høydene på disse toppene var representert ved 20 søyler. På hver søyle var høyden angitt.

Til denne konteksten var det også knyttet to oppgaver:

481

Bruk opplysningene ovenfor og lag minst fem matematikkoppgaver. La noen av de andre elevene løse oppgavene dine. Husk at du må kunne løse oppgavene dine selv.

482

Velg to fjelltopper og finn ut mer om dem.

Bruk Internett eller oppslagsverk.

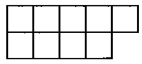
Disse oppgavene gir inntrykk av å inkludere matematikkens rolle i realistiske dagligdagse og samfunnsfaglige situasjoner. Det er imidlertid høyst uklart hvilken nytte man har av å bruke matematikk på den måten som det her spørres etter. I oppgave 481 kunne det *muligens* være interessant for noen å finne ut hvor mye høyere Galdhøpiggen er enn Keilhaus topp, men den matematiske utfordringen er relativt liten og i alle fall ikke ny for de aller fleste elevene, når den eneste utfordringen er å subtrahere 2369 fra 2469. En del elever knyttet også addisjonsoppgaver til denne konteksten. De adderte høydene av to eller flere fjelltopper. Hvor ofte setter en to fjelltopper oppå hverandre? Disse oppgavene gir inntrykk av å knytte matematikk til hverdagslige temaer, men det gjøres uten relevante problemstillinger der en trenger matematikk for å kunne dra konklusjoner som har betydning for den gitte praktiske situasjonen. Det finnes knapt noen realisme eller nyttig bruk av matematikk i disse oppgavene. Dermed kan oppgavene virke mot sin hensikt. I stedet for å knytte matematikken til forhold utenfor skolen, gir disse oppgavene inntrykk av at matematikk er virkelig fjernt fra elevenes dagligliv, selv når man forsøker å vise praktisk bruk av faget.

De andre oppgavene til de tre andre stasjonene var av lignende type, og det var ytterst vanskelig å finne noen realistisk bruk av matematikkfaget. Det hører med til historien at læreren var sterkt kritisk til læreboka i forhold til disse aktivitetene til elevene.

5.2 Kommunikasjon

5.2.1 Lærer snakk

Her ble det observert hvorvidt læreren ga flere gode forklaringer av det matematiske fagstoffet, eller om undervisningen var basert på at én forklaring holder, eller om det overhodet ikke ble gitt forklaring, men i stedet direkte instruksjon av elevene uten begrunnelse.

Hovedinntrykket var at lærerne sjeldent ga flere ulike forklaringer. I de fleste tilfellene hvor dette ble observert, gjentok læreren forklaringen med en annen form for visualisering eller konkretisering. Et eksempel var læreren på småskoletrinnet som forklarte om partall og oddetall. Hun hadde laget rutenett med henholdsvis 2x3, 2x4 og 2x5 ruter som hun viste elevene og poengterte hvordan seks, åtte og ti består av tre, fire og fem par. Deretter viste hun rutenett med én terning i tillegg, altså oddetall:  Hun spurte elevene om de kunne se forskjell, og en elev svarte: "*Oddetallene mangler en*". Dette ble omtalt som det å mangle noen å holde hånda til, og læreren tegnet opp et rutenett på 2x5 ruter på tavla med tydelige streker som dannet parene. På den måten ble partall forklart både som det å stille seg i par og som rutenett. Et annet eksempel var læreren som gikk gjennom leksa med elevene og viste samtidig regnestykkene med klosser: En elev hadde laget regnestykket "*Ida har åtte drops og Lars har to, til sammen ti!*" Læreren sa da at regnestykket ble åtte pluss to, noe som ble "*en full tier*", og hun viste samtidig det med klosser. Regnefortellingene ble altså først formalisert og uttrykt abstrakt som "*åtte pluss to*" og deretter gitt en annen konkret representasjon i form av klosser.

Som oftest ble det imidlertid kun gitt én forklaring. Et eksempel fra småskoletrinnet var undervisning av dobling. Dette ble illustrert utelukkende som det å legge sammen to grupper med klosser på en overhead. Eksemplet er påfallende fordi dobling opptrer på et uttall måter i elevenes dagligliv, mens det her altså ble framstilt kun på denne ene måten. Et annet typisk eksempel var en lærer som underviste om ukjent addend. Hun gjorde dette utelukkende i form av regnefortelling hvor en person gikk til butikken med et bestemt pengebeløp og ønsket å kjøpe noe dyrere. Hvor mye penger måtte han få fra moren sin? Det første eksemplet lød: "*Jeg gikk til butikken, og hadde med meg to kroner. Men jeg fikk lyst på en sjokolade til fem kroner, så jeg spør mammaen min. Oppi denne boksen har jeg pengene fra mammaen min. Hvor mange penger er det i boksen?*" Eleven som svarte sa "*tre*", og læreren skrev 2 +__= 5, og sa at tre var riktig svar. Ved det neste eksemplet hadde læreren tre kroner, men sjokoladen kostet ti kroner. Den første eleven som svarte foreslo sju og sa han hadde brukt fingrene. Den andre eleven sa han hadde tenkt "*ti minus tre er lik sju*". Læreren sa at det var fint, men tok ikke opp det at denne eleven gjorde regnestykket om til et subtraksjonsstykke. Etter to eksempler til ble elevene bedt om å regne i boka. Her var oppgavene formulert på samme måte som læreren hadde skrevet på tavla, men det lå en "tåkedott" over det ukjente tallet. Det viste seg at ca. halvparten av elevene regnet feil på denne måten:

$3 + \underline{7} = 4$. Det kan antas at denne misforståelsen skyldes det at de fikk kun en forklaring på sammenhengen mellom regnefortellingen og måten den ble ført på, samt at alternative måter å forstå dette på ikke ble drøftet.

Videre var det flere tilfeller hvor læreren i undervisningen instruerte elevene så å si uten forklaring på hvorfor de skulle gjøre det de ble bedt om. Et tydelig om enn noe spesielt tilfelle var elevene som drev på med origami (papirbretting). Her brukes ofte nokså kompliserte bretteteknikker, og det er for eksempel svært vanskelig å finne ut hvordan man skal brette for å få til en bestemt figur. Det var tilfellet som ble observert her på småskoletrinnet. Det medførte at læreren måtte forklare hvert eneste trinn, slik at elevene brettet "i takt". Da de var ferdige, var det tvilsomt om noen av dem ville kunne brette denne figuren (eller en annen) uten at instruksjonene ble gjentatt like grundig. Et annet eksempel fra småskoletrinnet var læreren som fortalte elevene hvordan de skulle løse oppgavene i boka som dreide seg om addisjon med null. Hun ga først to eksempler: "*Celine har fire kastanjer, Kristoffer har ingen, hvor mange har de til sammen?*" Noen elever svarte fire, mens andre svarte null. Læreren sier tydelig: "*De har fire til sammen*", og hun skriver $4 + 0 = 4$ på tavla. Det andre eksemplet lød: "*Nicolai har tre knapper, Vilde har ingen, hvor mange til sammen?*" Noen elever svarte tre, og læreren skrev $3 + 0 = 3$ på tavla. Deretter spurte hun om hvor mye 6+0, 8+0 og 10+0 er, og elevene svarer i kor. Etter denne introduksjonen regnet elevene i bøkene sine oppgaver på form: $5 + 0 =$ _. Det kan diskuteres hvorvidt disse to eksemplene utgjorde en forklaring. Siden eksemplene ikke ble utdypet og diskutert, var hovedinntrykket at de var ment som en innledning og at det praktiske i eksemplene spilte en sekundær rolle. Det viktige var regnestykkene og å gi en instrumentell innføring i hvordan de skulle settes opp og besvares.

Slike eksempler finnes i rikt monn også på ungdomstrinnet. Ofte fokuserte en felles introduksjon på det å vise en framgangsmåte for å løse en bestemt type oppgaver. Introduksjonen satte ikke det angjeldende begrepet i sammenheng med øvrig matematikk. I den grad det ble gitt forklaringer så skjedde dette svært raskt og på en slik måte at det var åpenbart for elevene at det var den endelige regneregelen som var det sentrale i undervisningen. Det var tilfellet for den læreren som hadde om målestokk. Den felles introduksjonen endte med at målestokk og den ukjente ble satt opp som ei ligning og at man deretter bruker regelen: "*Gange i kryss!*" Dagen etter var målestokk atter tema, og da tok læreren opp både forstørring og forminsking. Med et eksempel om kart i målestokk 1:500 og 1000:1 ga han elevene reglene:

$M = \frac{1}{500}$	Fra kart til virkelighet	$\cdot\, 500$
	Fra virkelighet til kart	$:\, 500$
$M = \frac{1000}{1}$	Fra bilde til virkelighet	$:\, 1000$
	Fra virkelighet til bilde	$\cdot\, 1000$

Han gjentok den såkalte snarveien med å "*Gange i kryss*". Dette ble ikke ytterligere forklart, kun illustrert med nok et eksempel. Lærernes forklaringer underbygget dermed det som er nevnt under Integritet over, at matematikken ofte ble presentert som et sett isolerte ideer og det sjeldent ble gitt alternative og utfyllende forklaringer. Det hørte med til bildet at læreren var klar over at elevene ikke skjønte dette med ligninger, men at det kommer seinere i pensum.

5.2.2 Lærer-Elev snakk

Under dette punktet ble kommunikasjonen mellom lærer og elever vurdert. Vurderingen ble i hovedsak gjort etter to kriterier. For det første om samtalen dreide seg om sentrale matematiske emner og forståelse av matematikk eller om det kun ble fokusert på hvorvidt et svar var riktig eller galt. For det andre ble samtalen vurdert ut fra hvorvidt elevene deltok med betydelige bidrag eller om de kun svarte på lærerens spørsmål.

Vurderingene er i hovedsak gjort av lærerens kommunikasjon med hele eller store deler av klassen. En stor del av kommunikasjonen mellom lærer og elev skjedde mens klassen arbeidet individuelt da læreren samtalte med elever enkeltvis. Denne dialogen er i en viss grad inkludert i analysen, men dette ble ikke gjort systematiske nedtegnelser og analyser av denne dialogen, for eksempel i form av egne lydbåndopptak.

Hos en av lærerne på ungdomstrinnet ble det observert "godt utviklede diskusjoner". Denne læreren lagde ukentlige arbeidsprogram for elevene, og en stor del av aktiviteten i klasserommet gikk ut på at elevene etter eget valg arbeidet alene eller i grupper med ukeprogrammet. Mens dette pågikk, ga læreren undervisning eller veiledning til større eller mindre grupper av elever. Enkelte ganger ble oppgaver presentert, diskutert og gjennomgått i plenum. Det gjaldt da elevene utforsket sideflater (areal av overflaten) og innhold (volum) av terninger med ulik størrelse, som de hadde klippet og teipet sammen. I dialog med elevene gjorde læreren ferdig en slik tabell:

Forstørrelse	1:1	2:1	3:1	4:1	5:1	6:1
Areal	6 cm^2	24	54	96	150	216
Volum	1 cm^3	8	27	64		

I plenum ble elevenes ulike strategier drøftet. En elev sa: "*Vi fant dette tallet* (pekte på tallet 96 som tall for overflata i 4x4x4-terningen) *uten å bruke figuren*". Læreren fulgte opp slike innspill med å spørre elevene hvordan de hadde tenkt, hvorfor tallene ble slik og hvilke mønstre som framkom. I dette klasserommet kom elevene med sine fyldige bidrag i dialogen med læreren, og det var tilfeller hvor de stilte spørsmål til læreren og var med på å bestemme retningen for dialogen.

På mellomtrinnet var det også en lærer som hadde gode diskusjoner. Et eksempel på det var knyttet til lengdemåling. Elevene hadde fått i lekse å finne en eller flere måter for å måle opp en kilometer, samt å finne ut hvor lang tid det ville ta å løpe og å gå denne distansen. Elevene fikk anledning til å forklare dette for resten av klassen. Noen hadde kjørt bil og lest av speedometeret, andre hadde skrittet opp, mens en tredje hadde brukt en pinne som var en meter lang osv. Det var videre variasjon i hvilke avstander elevene hadde målt opp. En hadde skrittet opp 500 meter og så gått tilbake, en annen hadde målt opp 100 meter og løpt fram og tilbake fem ganger. I dialogen fokuserte læreren på ulike sammenhenger, som mellom veg, fart og tid i denne situasjonen. I en seinere observasjon registrerte læreren elevenes ulike måter for å omregne fra norske kroner til spanske pesetas. Igjen skapte elevenes ulike framgangsmåter grunnlag for diskusjoner. En annen lærer på mellomtrinnet ga elevene en såkalt "nøtt": "*Det var åtte sykler som hadde til* *sammen 21 hjul. Det var noen trehjulssykler og noen tohjuls. Hvor mange var det av hvert slag?*" De fleste elevene klarte å finne en løsning på oppgaven, og etterpå samlet læreren elevenes strategier på tavla og hadde en klassediskusjon av strategiene. Muligheten for varierte løsningsmetoder ga grunnlag for diskusjon av de ulike metodene.

Det ble på småskoletrinnet ikke observert forekomster i kategorien for "godt utviklede diskusjoner" hvor det kreves at elevene gir utdypende feedback til læreren, søker oppklaring og/eller stiller spørsmål. Når det gjaldt den neste kategorien hvor elevene formidler sin forståelse på lærerens oppfordring, ble dette kun observert hos en av de fem lærerne. Hos de fire siste var all samtale styrt av læreren, og det ble ikke observert noen reell diskusjon.

Eksempler på diskusjon om matematiske temaer ble altså observert hos kun en av lærerne på småskoletrinnet og også hos henne var færre enn halvparten av observasjonene av slik art. En typisk observasjon var ved arbeid med regnefortellinger. Ved et tilfelle ba læreren elevene finne på historier som endte på seks. Her fikk elevene på nokså fritt grunnlag fortelle historiene sine, og læreren oppmuntret og spurte om forklaring etter behov. Hele seansen var imidlertid preget av at læreren la tydelige rammer for det elevene skulle si, og elevenes bidrag var i form av utfyllende forklaringer og ikke direkte diskusjon. I et annet nokså tilsvarende eksempel arbeidet elevene i par. De skulle to-og-to lage regnestykker som ga 7 til svar ved hjelp av spillkort fra 1 til 10 med pluss- eller minustegn mellom. Responsen var svært variert. Noen lagde enkle plusstykker (5+2, 3+4 etc), mens andre lagde lange regnestykker som gikk tvers over pulten. Mens elevene arbeidet med dette, gikk læreren rundt og hjalp til, oppmuntret og ba om forklaring. Igjen fikk elevene komme med nokså vektige matematiske bidrag, men utelukkende på lærerens forespørsel.

Hos de øvrige lærerne på småskoletrinnet ble samtaler gjennomført ved at elevenes bidrag var redusert til å gi korte svar som fortrinnsvis var korrekte. Hvis de ikke var det, ble en annen elev spurt, og ikke i noen tilfeller ble elevene bedt om å forklare hva de hadde tenkt. En lærer spurte elevene sine om hva som var størst av 13 og 31. Så å si alle elevene svarte "*31*" i kor. Hun skrev tallene på tavla og spurte: "*Hvorfor kan jeg ikke skrive likhetstegn mellom disse?*". En elev svarte at det var fordi 13 er mindre enn 31. Dette ble godtatt som forklaring, og læreren gikk videre til å stille nye spørsmål. En annen lærer gikk gjennom leksa til elevene og ba dem forklare det de hadde gjort. De forklarte imidlertid ikke, men ga kun korte svar: "*Ida har åtte, Lars har to, det blir ti*". Læreren sa at det ble en full tier og satte sammen ti unifixkuber til ei stang. En annen elev fortalte: "*Elleve pluss to, det blir tretten*". Læreren holdt da fram en tier og en ener. "*Her er en tier og en ener, altså elleve. Hvor skal de to siste, på tieren eller på eneren?*" Eleven svarte nølende: "På eneren?". Læreren bekreftet og spurte: "*Og hvor mange enere har vi da?*" Eleven svarte "*Tretten*", noe læreren korrigerte til "*Tre enere og en tier*". Her stilte læreren utelukkende korte, lukkede spørsmål, og elevene ga svar uten forklaringer. Mangelen på forklaringer fra elevene skyldtes dels at spørsmålene som læreren stilte var så lukkede at de ikke inspirerte til diskusjon, og dels at læreren ikke forventet eller ba om utdypende forklaringer der mulighetene bød seg.

Hos alle disse småskoletrinnslærerne var det også tilfeller av samtale som ikke kan kalles diskusjon. Her ledet læreren samtalen med spørsmål som var korte, lukkede og til dels nærmest uforståelige, mens elevene ga korte svar som best de kunne. I en klasse hadde de om ordenstallene, *første*, *andre*, *tredje*, osv. Etter en introduksjon så elevene på et bilde i læreboka, mens læreren stilte spørsmål til bildet:

Lærer: "*Hvor mange påler?*"

Elev: "*5*".

Lærer: "*Hvilken påle sitter gutten på?*"

Elev: "*Den i midten*".

Lærer: "*Vi bruker de ordene vi har lært*".

Elev: "*Den fjerde*".

Lærer: "*Farg denne blå. Hvilken påle har en blekksprut?*"

Elev: "*Den første*".

Læreren peker tydeligere på bildet.

Elev: "*Den andre*".

Lærer: "*Farg denne grønn*".

Slik fortsetter det til alle er fargelagt. Elevene får selv velge farge på den femte pålen.

Lærer: "*Fortell meg hvilken farge dere har valgt. Si: 'Den femte pålen er ...'*".

Elev1: "Blå".

Lærer: "*Den f...*"

Elev1: "*Den fargen er blå*".

Lærer: "*Den femte er ...*"

Elev2: "*Min påle er hvit*".

Elev3: "*Mine er rød, hvit, gul og grønn*".

Gjennom hele denne aktiviteten virket det som om elevene ikke forstod hva læreren ønsket å oppnå med spørsmålene sine. De virket fornøyde mens de fargela pålene, men var urolige under spørsmålene.

Det var flere eksempler på samtaler hvor elevene ikke forstod lærerens hensikt og av den grunn ikke kunne delta i noen form for diskusjon. Det gjaldt blant annet i forbindelse med regnefortellinger. Ved et tilfelle spurte læreren: "*Oline har fem kastanjer. Hun gir ingen til Anna. Hvor mange har Oline?*" Noen elever svarte "*null*", men dette ble overhørt. Andre elever svarte "*fem*", og dette ble bekreftet som riktig. Læreren skrev så 5-0=5 på tavla.

I begge disse tilfellene gikk samtalene i stå fordi læreren insisterte på å snakke om det som var hennes fokus uavhengig av elevenes tilbakemelding. Det er grunn til å tro at alle elevene i denne klassen kunne bruke ordenstallene og de kunne legge sammen og trekke fra med nullmengder. Grunnen til at de fikk problemer skyldtes antakeligvis at læreren ba dem gjøre dette i for dem uvante situasjoner hvor hensikten med å bruke ordenstall og nullmengder var uklar. Siden læreren ikke førte noen reell samtale med elevene, ble hun ikke oppmerksom på denne uklarheten.

5.2.3 Elev-elev snakk

Det ble vurdert hvorvidt elevene fikk anledning og ble stimulert til å gi begrunnelser og uttrykke resonnementer seg i mellom. Kommunikasjon mellom elevene fant i hovedsak sted enten mens de arbeidet med oppgaver hver i sin lærebok eller mens de drev på med ulike former for gruppearbeid.

Når det gjaldt samarbeid og kommunikasjon mens elevene arbeidet med lærebøkene, var det overveiende inntrykket at elevene i liten grad kommuniserte om matematikk. Enkelte lærere oppfordret til samarbeid indirekte ved at elevene var gruppert, som oftest to-og-to, og ved at elevene fikk lov til å snakke sammen. I klasserom hvor elevene satt sammen, spredte det seg gjennomgående samtaler som ofte angikk det de holdt på med av matematikk. Det kunne dreie seg om å få hjelp til å forstå hva oppgavene i boka dreide seg om eller hvordan oppgavene skulle løses. Som oftest handlet imidlertid samtalene om det å utveksle svar, blant annet fordi oppgavene var av en slik art at de i liten grad la opp til diskusjoner ut over dette.

Enkelte lærere tillot ikke at elevene snakket sammen når de skulle arbeide med lærebøkene. Det var for eksempel en lærer på småskoletrinnet som satte opp et rødt skilt med "Arbeidsro" for å tydeliggjøre at her skulle det ikke snakkes mens man regnet.

Et annet hinder for diskusjon i forbindelse med oppgaveløsning var at elevene i enkelte klasser arbeidet med forskjellige oppgaver. Det kunne være fordi de fulgte ulike "spor" i boka, holdt på med individuelle ukeplaner eller fordi noen holdt på med ekstraoppgaver. På småskoletrinnet var det noen klasser hvor elevene hver time fikk arbeide så langt de kom, slik at de holdt på høyst ulike steder i lærebøkene.

I enkelte av klassene var det utbredt med ulike gruppeaktiviteter. I disse sekvensene var det som regel betydelig kommunikasjon mellom elevene. Her var det ofte genuine diskusjoner med meningsbrytning både om framgangsmåter og om hvilket produkt man skulle ende opp med. I observasjonene av elever som drev med et eller annet spill, gjerne to-og-to, var kommunikasjonen som oftest knyttet til andre aspekter ved spillet enn de matematiske, for eksempel om avklaring av regler.

På ungdomstrinnet var det i tillegg til dette en lærer som av og til lot elevene fortelle om ting de hadde gjort for de andre. Det å gjøre ferdig et arbeid slik at det kan presenteres for andre syntes å medføre at elevene reflekterte over det de hadde gjort.

5.3 Hjelpemidler

Med "hjelpemidler" menes her alle mulige former for uttrykk og redskaper brukt i klasserommet for å arbeide med matematikk. Det kan være lyd, bevegelser (kinetiske uttrykk), tale, skriftlige uttrykk (som bilder, diagrammer og symboler) og konkrete hjelpemidler (klosser, terninger, kort etc).

5.3.1 Hjelpemidlenes betydning for individuelt arbeid

Under dette punktet ble hjelpemidlene vurdert med tanke på hvorvidt elevene ble oppfordret til å bruke ulike redskaper og til å uttrykke seg på varierte måter. Det ble videre vurdert om det ble fokusert på hjelpemidlenes betydning i dannelsen av matematisk kunnskap.

I de aller fleste observasjonene på småskoletrinnet ble det i det matematiske arbeidet brukt kun ett hjelpemiddel. Dette ble brukt på en ensartet måte, bestemt av læreren, og uten at hjelpemidlenes styrker og svakheter ble diskutert. Det gjaldt for eksempel når lærerne stilte spørsmål til klassen og utelukkende ønsket svar i form av muntlig tale: "*Hvor mange tiere er det i femtini?*" hvorpå en elev svarte "*fem*". Også når elevene skulle svare på regnefortellinger (tekstoppgaver), ble det så å si utelukkende forventet at de skulle svare verbalt. Det var omtrent ikke tilfeller der elevene svarte på annen måte, for eksempel ved å komme fram og tegne på tavla eller vise med klosser på overhead. En lærer stilte enkle addisjonsoppgaver til klassen, og hvis svaret ble fem, skulle elevene stille seg bak stolen sin og hvis svaret ble seks, skulle de stille seg oppå stolen. Her skulle altså elevene uttrykke svaret på en annen måte enn rent verbalt. Denne uttrykksformen var ikke basert på noen form for matematisk logikk, så den kan ikke antas å være spesielt gunstig for elevene med tanke på matematisk utvikling utover det at alle elevene fikk uttrykt et svar.

Det at elevene ble stilt overfor et ensartet utvalg av hjelpemidler var svært framtredende når de arbeidet med bøkene sine. Her var det gjennomgående kun vektlegging av skriftlig respons. Kun noen få lærere stimulerte elevene til å snakke med hverandre om oppgavene og bruke klosser eller fingre eller annet til å uttrykke seg med. De øvrige oppfordret heller til det motsatte ved å nekte elevene å snakke med hverandre og ved å ikke gjøre andre hjelpemidler tilgjengelige.

Spesielt én lærer på småskoletrinnet var opptatt av å bruke ulike redskaper og uttrykksmåter for matematisk kunnskap. Blant annet illustrerte hun matematiske sammenhenger på ulike måter når hun snakket med klassen. Partall ble illustrert som ei slags tallinje på tavla, som papprektangler med to rader med varierende antall ruter og muntlig som "*par av elever som holder hverandre i hånda*". I denne klassen arbeidet elevene forholdsvis lite individuelt i bøkene. De holdt i stedet på med aktiviteter som medførte bruk av ulike hjelpemidler, som geometriske figurer i papp da de la tangram-puslespill og terninger, kort og skrevne tallsymboler ved ulike spill. I disse aktivitetene var det utstrakt samtale elevene i mellom angående det de holdt på med. Elevene hadde på denne måten ganske ofte mulighet til å velge mellom noen ulike hjelpemidler, men læreren hadde så å si alltid funnet fram disse på forhånd.

På ungdomstrinnet var det også en lærer som spesielt i en omfattende aktivitet lot elevene arbeide med ulike hjelpemidler. Temaet var Pytagoras' setning og konstruksjon av vinkler. Her arbeidet elevene blant annet med oppgaver i bøkene hvor det var tegnet rettvinklede trekanter og to sider var oppgitt. Elevene skulle da beregne den tredje. I tillegg skulle elevene lage en plakat for å illustrere Pytagoras' setning eller der tessellering ble brukt. De skulle også løse andre "klippeoppgaver" som illustrerte bevis for denne setningen. Dette ga elevene anledning til å se en rekke geometriske illustrasjoner av at arealene av kvadratene på de to korteste sidene i trekanten til sammen er like stort som arealet av kvadratet på den lengste siden.

Koblingen mellom geometri og regning ble videreført i de påfølgende timene da elevene lærte om areal og volum. Dette ble illustrert ved overflate og innhold i ulike geometriske figurer, blant annet terninger. Også en annen lærer brukte en rekke ulike hjelpemidler i forbindelse med volum, noe som også ble observert på mellomtrinnet. Her var det en lærer som introduserte ideen om volumberegning med en terning som grunnenhet. Læreren hadde en mengde slike terninger og beregnet (eller telte) volumet til ei eske ved å dekke bunnen av eska med tergninger, telle dette antallet og så finne hvor mange slike lag det ville være plass til. Hun skrev så $l \cdot b \cdot h$ på tavla og eksemplifiserte med volumet av eska: $4 \cdot 5 \cdot 5$. Elevene skulle deretter løse en rekke slike oppgaver hvor esker skulle fylles med terninger, og det virket som om de på den måten fikk godt tak på det å beregne volum av slike rette, rektangulære prismer.

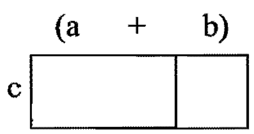
I svært få av observasjonene ble lommeregner brukt. Hos en lærer på mellomtrinnet brukte noen av elevene i en klasse lommeregner i forbindelse med overslag. Læreren påpekte da at overslagsregning bør være hoderegning. Elevene løste sju oppgaver fra læreboka knyttet til kjøp og salg ved bruk av overslagsregning. De vekslet mellom hoderegning, å bruke lommeregner og skrevne algoritmer.

5.3.2 Uttrykk

Her ble det vurdert om læreren brukte et bredt spekter av uttrykksmåter tilpasset de ulike elevene.

Hovedinntrykket på mellom- og ungdomstrinnet at elevene sjeldent fikk andre hjelpemidler til rådighet enn penn og papir, og de ble sjelden bedt om å bruke dem til å tegne eller lage diagrammer. Lærerne kunne av og til bruke tegning i sine forklaringer, men dette ble gjennomgående raskt forlatt da elevene skulle regne med oppgaver i bøkene. Den dominerende uttrykksmåten var bruk av formelle matematiske symboler. På småskoletrinnet brukte de fleste lærerne ofte flere hjelpemidler når de forklarte nytt stoff i tillegg til skrevne tallsymboler og skriftlig tale. Noen ganger ble det tegnet på tavla og i noen tilfeller ble klosser brukt. Som regel skulle elevene etter en slik forklaring arbeide med bøkene sine, og som på ungdomstrinnet ble da ingen andre hjelpemidler enn bøkene brukt. Det virket som om at disse lærerne i stor grad skilte mellom det å forklare nytt stoff og det at elevene arbeidet med stoffet i bøkene sine. Under forklaringen ble lærestoffet gjentatt og presentert på ulike måter, men når det skulle arbeides i bøkene, var det de formelle tallsymbolene som gjaldt.

En sterk vektlegging av formelle symboler var altså den gjennomgående observasjonen. På ungdomstrinnet ble for eksempel algebraisk notasjon innført i en klasse uten at elevene først arbeidet med aktiviteter som viste til et behov for dette. Læreren ga et kort eksempel med regning med tall knyttet til en praktisk situasjon. Eksemplet konkluderte med den distributive lov, at $5 \cdot (10 - 4) = 5 \cdot 10 - 5 \cdot 4$. Læreren sa at dette var en lur måte å regne på, fordi den gjaldt også "*hvis det er x-er*". Dette kunne vært illustrert på andre måter i tillegg, for eksempel geometrisk:



Her er arealet av det store rektanglet $(a + b) \cdot c$, mens arealet av de to mindre firkantene er $a \cdot c$ og $b \cdot c$. Her ble det i stedet gitt kun én forklaring ved hjelp av tall, mens alternative måter å uttrykke den distributive lov på ble ikke vist. Fordeler og ulemper ved ulike måter å uttrykke denne matematiske kunnskapen på ble heller ikke tatt opp.

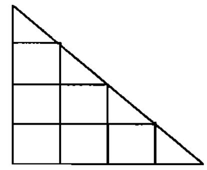
Det var imidlertid også en rekke andre aktiviteter hvor elevene fikk møte de matematiske begrepene i ulike sammenhenger, hvor ulike redskaper og uttrykksformer ble brukt. En lærer på ungdomstrinnet lot elevene arbeide med kvadrattall både som tegnete kvadrater (som et 3x3 rutenett) og skrevet med tallsymboler. Det ble imidlertid heller ikke i disse aktivitetene rettet noe fokus på selve hjelpemidlene og uttrykksmåtene. I de påfølgende timene ble dette utvidet til generell potensregning, som at $2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2$ og at $2^4 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$. Her kunne læreren brakt videre den geometriske uttrykksmåten for å vise styrker og svakheter ved denne i forhold til den algebraiske.

Sammenhenger mellom algebra eller generalisert tallregning og geometri ble forsøkt illustrert av en lærer på mellomtrinnet. Elevene fikk denne oppgaven:

a. Hvor mange rektangler ser du på denne figuren?

b. Hvor mange trekanter ser du på denne figuren?

c. Hvor mange kvadrater ser du på denne figuren



Mange av elevene hadde imidlertid problemer fordi de ikke klarte å systematisere opptellingene av antall rektangler, trekanter og kvadrater i denne figuren. Da kunne læreren foreslått å uttrykke problemsituasjonen i en tabell. Til en annen oppgave hvor åtte sykler hadde 21 hjul, foreslo læreren at det kunne lønne seg å tegne. Dette hjalp mange av elevene til å finne riktig svar.

5.3.3 Modeller

I matematikkundervisning blir fagstoffet svært ofte presentert eller illustrert i form av en modell. I denne kategorien ble kvaliteten på slike modeller vurdert, om de var passende og effektive og om læreren viste deres styrker og svakheter.

Et eksempel på bruk av ulike modeller for å illustrere samme begrep er læreren som underviste om partall nevnt tidligere. Her ble for eksempel partallet åtte presentert som fire par av elever og som et rektangel med 2x4 ruter. Dette er begge gode modeller for partallene. Den samme læreren brukte tangram-puslespill for å illustrere ulike geometriske former. For eksempel kan man med et slikt puslespill lage ulike trekanter og firkanter, og dette kan gi elevene gode erfaringer i forhold til det å forstå de underliggende begrepene.

Denne læreren var imidlertid et unntak også i dette henseendet. De matematiske begrepene ble for øvrig så å si alltid presentert kun i form av en enkeltstående modell. I den grad flere modeller ble brukt, syntes dette å være tilfeldig heller enn planlagt. Det gjaldt for eksempel en lærer som ga klassen regnefortellinger: "*Celine plukker 4 skjell, og så 3 skjell, hvor mange til sammen?*" og "*Nic. har 3 knapper, Vilde ingen. Hvor mange har de til sammen?*". Addisjon kan stamme fra ulike oppgavestrukturer. Her brukes endring i det første eksemplet ("har noen, får noen til"), mens det er kombinasjon som brukes i det andre eksemplet ("jeg har så mange og du har så mange"). Læreren brukte så å si utelukkende eksempler av den første typen. Det at hun ikke gjorde noe poeng av dette ene eksemplet av kombinasjonstype, kan tyde på at det ikke var et bevisst valg fra hennes side med tanke på å vise en annen modell for addisjon. Til dette får andreklasselærerne lite hjelp fra lærebøkene. Også der er addisjon og subtraksjon i overveiende grad knyttet til endring.

Et spesielt tilfelle fra ungdomstrinnet som gjaldt lønn er nevnt tidligere. Her lå ulike matematiske modeller til grunn for det praktiske arbeidet, men disse ble ikke løftet fram av læreren. For eksempel er salg og provisjonslønn proporsjonale størrelser, noe som innebærer at svært lite salg betyr svært lite inntekt, mens timelønn og tid er omvendt proporsjonale størrelser ved en akkord, slik at kort tid betyr høy timebetaling og motsatt. I stedet var det kun fokus på det å finne svar på de praktiske oppgavene.

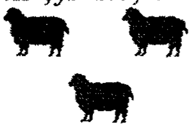
Når matematiske modeller blir brukt i samfunnet, har de ofte en normativ funksjon. I forbindelse med lønn får man gjerne 50% mer per time når man arbeider overtid. Dette er en modell som som regel tilbys og aksepteres uten diskusjon. Modellen er så sterkt normgivende at man sjeldent stiller spørsmålstegn ved den. Det ble ikke observert tilfeller hvor modeller ble drøftet i forhold til grad av gyldighet. Det eneste eksemplet var på ungdomstrinnet hvor måleusikkerhet i et par klasser ble drøftet. I så fall var det usikkerhet knyttet til selve målingen som ble problematisert, ikke bruken av en underliggende matematisk modell.

5.4 Undervisning

5.4.1 Tilpasset undervisning

Det ble vurdert hvor stor del av elevene som syntes å arbeide med utfordringer med passende matematisk vanskegrad.

På småskoletrinnet var det i hovedsak tre arbeidsformer som dominerte: Læreren forklarte og stilte spørsmål til hele klassen, individuelt arbeid med lærebøkene og "friere" aktiviteter. Når læreren ledet hele klassen, var det sjeldent at mer enn halvparten av elevene ble utfordret i forhold til matematisk kunnskap. Dette skyldtes som regel at alle lærerens spørsmål og forklaringer var enkle og hadde liten faglig progresjon. For eksempel var det en lærer som stilte klassen en rekke addisjonsoppgaver. Hun brukte stadig høyere tall, opp til 15+2. Da var det over halvparten av elevene som rakk opp hånda, men læreren valgte allikevel ikke å gi oppgaver med høyere tall. Et annet eksempel er fra en klasse hvor de startet hver uke med å telle antall tenner som klassen har mistet til sammen. De hadde ved forrige opptelling mistet 117 tenner, og siden den gang hadde 8 tenner til forsvunnet. Regnestykket ble 117+8=125. Da så læreren forlot dette temaet for å gi klassen tekstoppgaver, var det innenfor tallområdet fra en til ti, noe som må antas å være nærmest trivielt for enkelte av elevene. En stund senere spurte læreren: "*Husker dere i går, hvor dere fikk vanskelige oppgaver?*" Til dette svarte flere elever "*Nei*", og en sa: "*Vi får for enkle oppgaver!*" Læreren overhørte dette og sa at de nå skulle jobbe med ikke fullt så vanskelige oppgaver.

En annen grunn til at elevene i liten grad utfordres matematisk, er at det legges stor vekt på å lære elevene terminologi. Dette er som regel nyttig for elevene, men den store utstrekningen gjør at det blir liten tid til å fokusere på mer kompleks og utfordrende matematisk fagstoff. Et eksempel på dette var en lærer som skulle lære elevene ordenstallene, *første*, *andre*, *tredje* osv. I læreboka var det bilde av tre sauer, omtrent slik:  . Elevene skulle omtale disse ved hjelp av ordenstallene, noe som ikke er helt enkelt siden sauene ikke står ordnet i rekkefølge. Etter noe fram og tilbake sa læreren: "*Da er vi enige om at* 'Den første' *er den* *som står foran,* 'Den andre' *er den som klør seg (øverst til venstre), mens* 'Den tredje' *er den som ser (øverst til høyre)*". Siden sauene ikke var rangert på noe vis, kunne man like gjerne omtalt dem som "Den foran", "Den som klør seg" og "Den som ser". Matematisk sett har denne aktiviteten svært liten verdi og er antakeligvis mer egnet til å forvirre elevene enn å bringe dem videre.

Arbeid i bøkene ga nokså begrensede muligheter til tilpasset opplæring siden det som regel var forventet at alle elevene skulle løse de samme oppgavene. Dette rammet spesielt de elevene som ble raskest ferdig med oppgavene i bøkene, siden de som slet med disse oppgavene gjerne fikk hjelp av læreren eller en assistent. De fleste lærerne ga elevene anledning til å regne videre enn det som var tema for den aktuelle timen, noe som gir en viss form for tilpasning. Lærebøkene ga imidlertid såpass ensartede utfordringer at det betydde i hovedsak flere enkle oppgaver heller enn mer utfordrende oppgaver.

Den siste hovedtypen av arbeidsform på småskoletrinnet var knyttet til mer frie aktiviteter. Her var enten målet med eller noen av premissene for aktiviteten ikke presisert, slik at elevene selv hadde innflytelse over vanskegraden. Dette medførte at oppgavene elevene endte opp med var godt tilpasset de ulike elevene. Et eksempel var en lærer som ga elevene kort med tallene fra 1 til 10. Ved hjelp av disse og lapper med + og - skulle elevene lage regnestykker hvor svaret ble 7. Noen elever løste dette ved å lage oppgaver som 5+2, 6+1 og 4+3, mens andre lagde lange regnestykker som gikk tvers over hele pulten. Et annet eksempel var de som lekte butikk. Også her kunne elevene selv velge å arbeide med store tall eller små tall som var lettere å regne med.

På ungdomstrinnet så vi et litt annerledes bilde. Her syntes undervisningen gjennomgående å være tilpasset ulike elevers behov. Det ble gjort på flere måter. For eksempel var det en lærer som hadde om måling av lengde og areal som lot elevene selv i stor grad være med å bestemme hva som skulle måles. Dette førte til høyst ulike utfordringer, blant annet ved at noen inkluderte omgjøring av ulike typer mål. En annen lærer brukte utforsking som en sentral arbeidsmåte. Hun startet undervisningen i potensregning med å telle ruter i ulike kvadrater. Dette systematiserte hun sammen med elevene, overførte det konkrete eksemplet til tallsymboler, at et kvadrat på 3x3 ruter til sammen består av 9 små ruter, men også av 4 mellomstore og 1 stor kvadratisk rute. I alt blir det 14. Videre studerte de 4x4 kvadratet, og slik videre. Omvendt så de at med 16 ruter består av et rutenett på 4x4 ruter. Deretter fikk elevene arbeide med oppgaver med høyere potenser. Elevene fikk på den måten et forholdsvis enkelt, konkret utgangspunkt. Deretter ble de oppfordret til å være systematiske og se etter og formulere mønstre. Dette trakk elevene videre i ulik grad, slik at de arbeidet med oppgaver av ulik vanskegrad. Det må imidlertid påpekes at noen oppgaver, som sum av kvadrattall, kunne vært fulgt opp og generalisert, for særlig å gi utfordringer til de elevene som raskest ble ferdig med de innledende oppgavene. De hadde også fått et erfaringsmessig grunnlag for å gå motsatt vei, se på kvadratrot. Hvor lang må siden være for at kvadratets areal skal være slik og slik?

Et annet eksempel som gikk igjen i flere klasser var det å la elevene selv få være med å lage oppgaver. En lærer på ungdomstrinnet gjorde dette da hun underviste om fart og tid. Elevene skulle da lage oppgaver som de selv skulle løse. To elever fikk skrive sine oppgaver på tavla. Elevene var tydelig engasjerte, noe som dels skyldtes det at de selv fikk lage oppgaver samt at fart og tid syntes å være et tema som fenget disse elevene. En av oppgavene som ble skrevet på tavla lød: "*Per skjører til Bodø fra Tromsø. Med gjennomsnittsfart 60 km/t. Strekningen var på 23 mil. Hvor lang tid brukte Per?*" Regnestykket var så 23 mil = 230 km, og så en målingsdivisjon: 230 / 60 = 3,8. Dette ledet til en fin og utfordrende oppgave til elevene, nemlig å gjøre om 3,8 timer til timer og minutter, noe som førte til ulike strategier og en engasjert diskusjon.

En annen måte å drive tilpasset undervisning på, er å la elevene arbeide med ulike oppgaver. Dette ble gjort på flere måter. Noen bøker la opp til slik tilpasning ved at elevene fikk velge mellom oppgaver med ulik vanskegrad. Andre lærebøker hadde tester hvor hensikten var at elevene selv skulle finne ut om de trengte mer øvelse eller om de kunne gå videre. Den mest observerte måten å la elevene arbeide med ulike oppgaver, var at læreren ga ekstraoppgaver til de elevene som raskest ble ferdig med de oppgavene alle skulle løse. Dette kunne være oppgaver fra ei egen bok eller som læreren hadde funnet fram i andre lærebøker og kopiert opp til elevene. I de aller fleste tilfellene var slike ekstraoppgaver knyttet til ferdighetstrening enten innen det temaet klassen arbeidet med eller innen et tidligere gjennomgått tema.

5.4.2 Utforsking

Med utforsking menes arbeid med oppgaver, utfordringer eller problemer hvor det er stor grad av åpenhet både når det gjelder definisjon av problemene, framgangsmåter og de endelige produktene. Det ble vurdert om slik åpenhet fantes eller om læreren i større eller mindre grad bestemte.

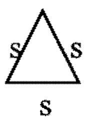
Den observerte undervisningen bestod som tidligere nevnt i hovedsak av lærerstyrt kommunikasjon, arbeid i bøkene eller friere aktiviteter. Når det gjaldt arbeid i bøkene, var utforsking gjennomgående så å si fraværende. Det skyldtes at de oppgavene som stod der, var helt spesifikke, både når det gjaldt hva som skulle regnes ut, hvordan det skulle gjøres og hvordan svarene skulle skrives. I den lærerstyrte kommunikasjonen var det varierende grad av åpenhet. Det var som regel læreren som bestemte oppgavene, men hos noen lærere ble elevene oppfordret til å komme med ulike løsningsmetoder. Elevene fikk fortelle om slike, men de ble sjeldent forklart, diskutert eller satt opp mot hverandre. Det overveiende inntrykket var at også disse fasene av undervisningen var preget av lite utforsking. Det er noe utvikling på ungdomstrinnet, der spesielt to av lærerne ofte stilte elevene forholdsvis åpne spørsmål og elevene ble bedt om å gjøre rede for tankegangen sin, ikke kun svarene. Spesielt den ene av disse lærerne ga elevene ofte utforskende og rike oppgaver. Hun la videre opp til at elevene skulle angripe disse med å være systematiske og se etter og formulere mønstre. Hun la stor vekt på løsningsprosessen, på det å komme fram til en løsning heller enn selve svaret.

Ut over dette ble utforsking observert hos de fleste som brukte såkalt friere aktiviteter. Dette skjedde hyppig hos én av lærerne på hvert av hovedtrinnene. På småskoletrinnet var det spesielt en lærer som brukte varierte aktiviteter utover det å regne i bøkene. Dette var den samme læreren som brukte utforsking også i økter med lærerstyrt kommunikasjon. Disse åpne aktivitetene var gjennomgående åpne i den forstand at elevene kunne bruke ulike framgangsmåter. For eksempel ble de ved et tilfelle bedt om å lage regnefortellinger som endte på 6. En elev brukte addisjon (fem passasjerer og en bussjåfør på en buss), en annen subtraksjon (sju maur og én går), mens en tredje fortalte en svært lang historie om seks edderkopper som skulle til byen for å gå på kafé. Læreren skrev på tavla underveis, og det summerte seg opp til 20 ulike ting. Hun spurte da hva som måtte trekkes fra for at man skulle ende opp på 6. Et annet eksempel var elevene som lekte butikk. De fikk 400 kroner hver som de kunne bruke som de ville i butikken. Noen få aktiviteter var også åpne når det gjaldt målet med aktiviteten. Det var tilfellet for elevene som la tangram-puslespill. Da fikk de noen oppgaver av læreren, mens de fant på resten av oppgavene selv.

På ungdomstrinnet var det også en av fem lærere som i stor utstrekning lot elevene arbeide med oppgaver som ga rom for utforsking. Elevene arbeidet da med ulike geometriske begreper. Læreren stilte ulike hjelpemidler til rådighet, som det at elevene da de beregnet sider i trekanter, kunne gå til noen konkrete modeller for å måle og derigjennom sjekke svar og framgangsmåter. De skulle for eksempel lage illustrasjoner av Pytagoras' setning. Dette var i høyeste grad en åpen oppgave på den måten at elevene selv kunne velge hvilket produkt de ville presentere. Mens de arbeidet med illustrasjonen, fikk elevene god anledning til å utforske ulike mangekanter, vinkler og flater, blant annet å se etter mangekanter som kan brukes i en mosaikk.

Læreren som hadde mest innslag av utforsking på mellomtrinnet brukte dette ved å jevnlig gi elevene mindre problemløsningsoppgaver. Et eksempel var det å finne antall to- og trehjulssykler når elevene fikk vite at det var totalt åtte sykler og 21 hjul. En annen oppgave var det å finne arealet til en trekant. Hun satte opp følgende alternativer:

$$\frac{side \cdot side}{2}$$



$$\frac{l+b}{2} \qquad \frac{l \cdot b}{2}$$

Elevene fikk diskutere dette, og læreren foreslo etter en stund at elevene lagde et rektangel med høyde og grunnlinje lik trekanten. Deretter ba hun elevene brette arket om toppunktet i trekanten for dermed å illustrere at arealet av trekanten ble halvparten av rektangelet. Læreren syntes gjennomgående å basere undervisningen på noen grunnleggende ideer som elevene fikk utforske med ulike hjelpemidler. Dette åpnet for mange gode begrunnelser fra elevenes side. Etter slike økter var det som regel felles samtale i klassen hvor læreren blant annet oppsummerte elevenes forslag.

"Uteskole" har vært et honnørord i forbindelse med reformen. I disse observasjonene var det på småskoletrinnet én gang at undervisningen ble lagt utendørs. Dette var i forbindelse med et stasjonsopplegg hvor en av stasjonene var utendørs. Elevene var organisert i grupper på ca. seks. De slo en terning og la sammen antall øyne med summen fra tidligere kast. Så skulle de lete rundt i skolegården til de fant et ark med samme tall som denne siste summen. På dette arket var det en oppgave de skulle løse og fortelle svaret til en lærer før de slo terningen for en ny runde. Oppgavene på arkene var rene fakta- eller ferdighetsoppgaver som ikke innbefattet noen form for utforsking. På denne måten tok undervisningen ikke i bruk det at man befant seg utendørs. Dette var en aktivitet som like gjerne kunne vært gjennomført inne.

5.4.3 Samarbeid

Omfang og kvalitet på samarbeid ble registrert. Det ble satt koder etter hvorvidt læreren mer eller mindre eksplisitt arbeidet med å etablere et læringsfellesskap preget av forhandling og utstrakt samarbeid eller om elevene arbeidet hver for seg med en lærer med fullstendig autoritet.

På småskoletrinnet startet alle lærerne hver time med en fellesstund hvor læreren gikk gjennom nytt stoff og stilte spørsmål til elevene. Her kunne det være sang, diktlesing eller at læreren eller en elev fortalte en kort historie. Klassene var gjennomgående samlet om denne seansen, noe som syntes å bidra i betydelig grad til å etablere en klassekultur. Hos to av lærerne ble imidlertid en stor del av denne felles introduksjonen brukt til å henvende seg til en og en elev uten at de øvrige tok særlig del i denne kommunikasjonen mellom lærer og enkeltelever.

Det gjennomgående mønsteret etter en slik innledning var at elevene arbeidet hver for seg. En eventuell fokus på fellesskap i introduksjonen ble i liten grad ført videre i denne fasen. Det ble for eksempel sjeldent lagt eksplisitt til rette for samarbeid. Det kunne blant annet ses ved at elevene for det meste arbeidet individuelt i bøkene, gjerne på ulike steder. Oppgavene i bøkene var i overveiende grad korte, med én riktig framgangsmåte og ett riktig svar. De inspirerte dermed ikke til diskusjon. I disse sekvensene satte enkelte lærere opp skilt med "Arbeidsro" eller på tilsvarende måte gjorde det tydelig for elevene at de ikke skulle snakke. Så selv om flere av lærerne lot elevene sitte sammen i par, var hensikten med dette ikke at de skulle samarbeide under disse sekvensene.

Kun en av de fem lærerne på småskoletrinnet oppfordret elevene til samarbeid når de arbeidet i bøkene sine, og den samme læreren organiserte elevene ofte i andre aktiviteter som på en naturlig måte inspirerte til samarbeid. Dette var aktiviteter preget av utforsking og med mulighet for ulike framgangsmåter og svar. Læreren bestemte rammene for aktivitetene, både i form av hva som skulle gjøres og hvilke hjelpemidler som skulle brukes. I motsetning til de øvrige lærerne, ga hun imidlertid elevene valgmuligheter innenfor disse rammene. Det var på småskoletrinnet ingen tilfeller hvor elevene i nevneverdig grad hadde innflytelse på valg og utforming av arbeidsoppgavene.

På ungdomstrinnet var det noe mer fokus på det å skape et læringsfellesskap i flere av klassene. I et tidligere nevnt eksempel lagde grupper av elever illustrasjoner av Pytagoras' setning. Disse illustrasjonene ble hengt opp i klasserommet, og de ble presentert og kommentert i fellesskap. Det at elevene på den måten var sammen om å skape noe som dekorerte klasserommet kan bidra til økt fellesskapsfølelse innenfor klasserommets rammer. En annen lærer lot elevene presentere arbeidet sitt muntlig for resten av klassen. Dette antas å ha positiv effekt på klassemiljøet hvis det brukes jevnlig og skjer innen trygge rammer. I matematikkundervisningen har det tradisjonelt vært fokusert mye på riktig eller galt svar. Dette kan føre til at elevene blir svært sårbare og kvier seg for å legge fram eget arbeid for klassen. En løsning på dette problemet, som ble observert hos flere lærere, er å legge større vekt på løsningsprosessen og framgangsmåter og å se på feil som en mulighet for læring, ikke noe som skal fordømmes.

Selv hos de lærerne som ser ut til å legge stor vekt på det å skape et godt læringsfellesskap, skjer dette implisitt gjennom aktivitetene, organiseringen av elevene og måten de snakker med elevene på. Det var to unntak. Det første ble observert i større eller mindre grad i alle klasserommene og gikk på slike ting som angår alminnelig sosialt samvær, som det å være stille når en annen snakker, ikke ødelegge for andre og lignende. Det andre unntaket var hos et par lærere som var svært tydelige på å skape en aksepterende holdning overfor det å gjøre feil i matematikktimene. Ut over dette ble det å skape et læringsfellesskap ikke tatt opp som eget tema i noen av timene som ble observert.

5.5 Oppsummering

Det er ikke uventet et blandet inntrykk vi sitter igjen med etter analysen av klasseromsobservasjonene. Undervisningen foregår fremdeles for det meste ved at læreren starter timen med en introduksjon hvor lekser gjennomgås og nytt lærestoff presenteres. Denne presentasjonen munner som regel ut i en forklaring på hvordan en bestemt type oppgaver skal løses. Deretter arbeider elevene individuelt med å løse slike oppgaver i bøkene. Av og til arbeider elevene med mer omfattende aktiviteter. Denne undervisningen skiller seg betydelig fra det øvrige, og omfanget av slike aktiviteter varierer mye mellom de ulike lærerne.

Når lærerne presenterer nytt lærestoff gjør de dette som oftest med en nokså vag tilknytning til livet utenfor klasserommet. Målet med denne undervisningen er gjennomgående at elevene skal lære bestemte ferdigheter, men disse springer sjeldent ut av et behov som elevene har følt. Det er viktig å systematisere og automatisere prosedyrer i faget. For at denne typen kunnskaper skal bli gode redskaper, er det viktig å knytte visse faglige sammenhenger mellom de ulik ferdighetene og mellom disse ferdighetene og forhold utenfor skolen. Dette synes ikke å være tilstrekkelig gjort til tross for L97 sin vektlegging av dette aspektet. Arbeid med lærebøkene forsterker denne uheldige trenden. Der springer oppgavene gjerne fra en konkret situasjon til en annen, og det er åpenbart at det praktiske i situasjonene spiller en perifer rolle. Det å bruke matematisk kompetanse i reelle situasjoner er fremdeles en betydelig utfordring for matematikkopplæringen.

I tråd med dette framstår faget som svært oppstykket. Både lærernes og lærebøkenes behandling av det matematiske fagstoffet vektlegger enkelte spesifikke ferdigheter. Disse elementene presenteres som regel uten referanse til faglige strukturer som de inngår i. Faget framstår som en samling av disjunkte kunnskapsbiter som overleveres elevene en for en i stedet for begreper med strukturell oppbygningen. Nytt lærestoff blir som regel presentert kun i form av én forklaring, mens det legges stor vekt på å illustrere bestemte framgangsmåter. Ferdighetene skal pugges heller enn forstås. Slik undervisning er ikke foreskrevet i L97. Der legges det tvert i mot opp til en undervisning hvor elevene selv i stor grad skal utvikle egne ferdigheter på grunnlag av forståelse av sentrale begreper og prinsipper i faget.

Det at undervisningen er sentrert om bestemte ferdigheter og at bøkene i hovedsak gir korte oppgaver hvor det er én riktig framgangsmåte og ett riktig svar, bidrar til at undervisningen blir lite differensiert. Alle elevene forventes å lære det samme spesifikke fagstoffet til mer eller mindre samme tid. Slike lukkede oppgaver og terping på ferdigheter bidrar også til at det blir lite samarbeid og diskusjoner i klasserommene. Det er i grunnen ikke noe å samtale om utover det å slå fast hvorvidt en besvarelse er riktig eller gal.

Undervisningen som er knyttet til åpnere aktiviteter er i klar motsetning til det som er beskrevet så langt. Selv om kvaliteten på aktivitetene er høyst variabel med tanke på den matematikken som involveres, er disse undervisningssekvensene i mye større grad preget av utforsking, kommunikasjon, samarbeid og tilknytning til dagligliv. Når elevene arbeider med oppgaver i lærebøkene, brukes svært sjeldent andre hjelpemidler enn blyant. I arbeidet med åpne aktiviteter derimot får elevene gjennomgående bruke varierte hjelpemidler, og elevene stimuleres til å uttrykke matematikk på varierte måter. Dette innebærer sammen med det at oppgavene kan løses på ulike måter, at opplæringen blir godt tilpasset ulike elever. Siden lærebøkene er preget av korte, lukkede oppgaver, er det fremdeles stort behov for å utvikle gode aktiviteter som lærerne kan bruke i undervisningen. Matematikkopplæringen har et stort utviklingspotensiale når det gjelder det å fokusere på matematisk fagstoff i aktivitetene og å knytte aktivitetene til de mer formelle sidene ved opplæringen.

5.6 Referanser

Askew, M., Brown, M., Denvir, H. & Rhodes, V. (2000). Describing primary mathematics lessons observed in the Leverhulme numeracy research programme: A qualitative framework. I T. Nakahawa & M. Koyama (red.), *Proceedings of PME24*. Hiroshima, Japan: Hiroshima University.

Brekke, G., Grønmo, L. S. & Rosen, B. (2000). *Veiledning til algebra*. Oslo: Læringssenteret.

Denvir, H., Rhodes, V., Brown, M., Askew, M., William, D. & Ranson, E. (1999). Factors related to pupil gains in an assessment of numeracy in the first year of the Leverhulme Numeracy Research Programme. I *Proceedings of British Education Research Association Annual Conference 1999*. Sussex, England: University of Sussex.

Saxe, G. B. (1991). Culture and cognitive development: Studies in mathematical understanding. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.

6. Lærerintervju

Denne delen refererer fra intervjuene som ble gjort med de lærerne som deltok i klasseromsobservasjonene. Det var fem lærere fra andre klasse, fem fra sjette klasse og to fra niende klasse. Det var fem lærere som ble observert også på ungdomstrinnet, men på grunn av ytre omstendigheter lot det seg ikke gjøre å intervjue mer enn to av dem.

Intervjuene var semistrukturerte. Det var laget en intervjuguide som inneholdt de temaene vi ønsket å fokusere på under intervjuene. Til hvert tema var det utviklet spørsmål som kunne brukes til å belyse temaet.

Intervjuguide

- **Bakgrunn:** Hvilken utdanning har du? Hvor mange vekttall matematikk har du? Hvor lenge har du vært lærer?

1. tema: Matematikkdelen i L97

Alle spørsmålene angår *matematikkdelen* i L97.

- Hvor godt kjenner du den? Hva synes du om den?
- Hva vil du framheve som spesielt viktig i planen? Er det andre ting fra planen som er sentrale for deg som matematikklærer?
- Hvordan skiller den seg fra tidligere matematikkplaner/Hva er nytt i L97 når det gjelder faglig innhold, læringssyn og arbeidsmåter?

2. tema: Etterutdanning

Har du tatt etterutdanningskurs i forbindelse med R97? I matematikk? I så fall:

- Hvor omfattende var kurset/kursene?
- Hva var sentrale tema?
- I hvilken grad var kursene knyttet til din skolehverdag? Hvilket utbytte hadde du?

3. tema: Læremidler

- Hvilke endringer har skjedd i læreboka som du bruker, etter L97?
- Er læreboka i tråd med L97? Hvis så/hvis ikke: På hvilken måte?

4. tema: Matematikk

- Hva vil du elevene skal lære av matematikk?
- Hva er kunnskap eller kompetanse i matematikk?

5. tema: Læring, elevperspektiv

- Hva er problemet for elever som har lærevansker i matematikk?
- Hvordan skjer læring i matematikk?

6. tema: Undervisning, lærerperspektiv

- Hva er viktig å legge vekt på i undervisningen av matematikk?
- Er det noe som er spesielt når det gjelder undervisning i faget matematikk?
- Temaorganisering av lærestoff: Hvor mye, hvordan, spesielle utfordringer?
- Prosjektarbeid: Hvor mye, hvordan, hvilke utfordringer er knyttet til dette?
- Hvordan legge til rette for tilpasset opplæring i matematikk?

Samtalene var nokså løst strukturerte slik at lærerne i noen tilfeller besvarte spørsmål som hørte til et annet tema enn det som de var blitt spurt om. Hvis det andre temaet ble fullstendig belyst på den måten, ble det ikke ytterligere tatt opp i intervjuet. Ved noen tilfeller kom lærerne inn på temaer som gikk utover det som var antydet i intervjuguiden. Hvis dette ble oppfattet som interessant av intervjueren, ble dette temaet forfulgt. Intervjuene ble på den måten nokså ulike, både i omfang og i tematisk innhold. Av den grunn er analyse og rapportering gjort av hver enkelt intervjuer. Siden vi var tre intervjuere som hadde ansvar for hvert vårt trinn, er intervjuene i rapporten organisert etter klassetrinn.

I forkant av intervjuet ble lærerne bedt om å fylle ut et spørreskjema. Siden antall lærere som deltok var såpass lite, er dataene fra spørreundersøkelsen ikke representative for den norske lærerstanden. De ble derfor i hovedsak brukt som hjelp til intervjuene og til analysen av dem, og de er i liten grad inkludert i rapporten.

6.1 Andre klasse

6.1.1 Matematikkdelen i L97

Alle de fem lærerne på småskoletrinnet sa at de hadde god kjennskap til L97, og de var godt fornøyde med planen. Dette er i motsetning til innvendinger fra forskere som har sett på og kommentert utviklingen av planen (for eksempel Hovdenak, 2000, Koritzinsky, 2000). I spørreskjemaet krysset alle lærerne av for at de brukte L97 til å bestemme emner og mål for undervisningen, og fire av lærerne opplyste at de brukte L97 i noen eller stor grad i planlegging av matematikktimen. Denne vektleggingen indikerer at L97 er akseptert som premisslegger for undervisningen.

På konkret spørsmål om L97, sa en lærer at hun nok kjente hoveddelen bedre enn detaljene i matematikkplanen. Hun trakk fram det at matematikken må være praktisk som sentralt i planen. Dette punktet ble framhevet også av alle de øvrige lærerne, og det var dermed det punktet i planen som fikk desidert størst oppmerksomhet. Noen omtalte det som at planen er "praktisk orientert", mens andre framhevet at planen "legger vekt på dagliglivet". Med tanke på at "Matematikk i dagliglivet" er et av tre hovedemner på småskoletrinnet, er det ikke overraskende at lærerne nevnte dette punktet spesielt.

I L97 er et konstruktivistisk læringssyn sentralt, og én av lærerne framhever dette punktet spesielt, at det er viktig å finne ut av hvordan barn tenker.

Kun en av lærerne framhever temaorganisering og tverrfaglighet som nytt i L97 i forhold til tidligere planer.

To av lærerne sa at de bruker L97 hvert år til å lage en årsplan for det kommende skoleåret. Begge fortalte at de hvert år går gjennom planen og lager en oversikt til foreldrene som forteller om det som tas opp i det kommende skoleåret. De nevnte imidlertid ikke noe utover det praktiske aspektet og fagets nytteverdi som sentralt i matematikkplanen.

6.1.2 Etterutdanning

Kun en av lærerne på småskoletrinnet rapporterte at hun hadde deltatt på etterutdanningskurs i forbindelse med reformen. Hun var på et todagerskurs som blant annet tok for seg geometri og papirbretting. Hun sa at hun fikk noen konkrete eksempler som kunne brukes i klassen, men ellers var det ikke noe særlig utbytte. En annen av lærerne sa at hun kun hadde "*deltatt på det som vi må, sånne korte innføringer*". En tredje hadde vært på kurs i KRL og natur- og miljøfag, ikke matematikk, mens de to siste oppga ikke å ha tatt kurs i forbindelse med reformen. Den ene av dem sa at hun hadde et par dagskurs i matematikk fra før reformen.

6.1.3 Læremidler

I spørreskjemaet var læreboka den informasjonskilden som lærerne sa de brukte oftest i undervisningen. Lærerne oppga i intervjuene å være nokså godt fornøyde med lærebøkene. En av dem sa at hun var svært fornøyd, både med arbeidsbøkene og med lærerveiledningene. Hun brukte lærerveiledningene mye, særlig på stoff hun ikke kjente så godt. Der kunne hun finne gode kommentarer til sidene i elevenes arbeidsbøker, som for eksempel måter elevene kan tenkes å løse enkelte oppgaver på. Denne læreren omtalte seg selv som "*rimelig lærebokstyrt*". Hun la en detaljert årsplan på grunnlag av L97, men la denne vekk for å arbeide med bøkene: "*Det er et mål for meg at når jeg har lærebok, så prøver vi å komme gjennom den*". Hun uttrykte stor tillit til lærebøkene og sa at det å bruke dem var "*en måte å sikre at vi kommer gjennom de temaene vi skal være gjennom*".

En annen lærer sa at læreboka var grei, men at hun ofte hentet aktiviteter fra andre kilder, som andre bøker og fra lærerveiledningene. En tredje lærer framhevet dette med utforsking og "*gjøreoppgaver*" og sa at hun fant en del av dette i arbeidsbøkene. Dette omtalte hun som gode ting med lærebøkene etter L97. Den fjerde læreren sa at nettopp det var en mangel ved de nye bøkene. Hun mente det nå var for lite drill i lærebøkene.

Den siste læreren var nokså mellomfornøyd med sine lærebøker, men hun konkretiserte ikke hva det spesifikt var hun var misfornøyd med. Hun sa hun var vant med å bruke et annet læreverk tidligere, og at overgangen ikke var uproblematisk: "*Når du blir godt kjent med dem [lærebøkene], så liker du dem*".

6.1.4 Matematikk

Det var tre elementer som ble nevnt i lærernes beskrivelse av matematikk og kunnskap i matematikk. Det som ble mest nevnt var at kompetanse i matematikk er knyttet til det å kunne bruke faget i ulike praktiske sammenhenger. Alle lærerne krysset av for "helt enig" i at matematikk er et praktisk fag. En av lærerne ga eksempler knyttet til kjøp og salg og til måling i heimkunnskap. En annen lærer framhevet det at matematikk er noe som brukes i dagliglivet, mens de mer abstrakte sidene kommer seinere, etter småskoletrinnet. Denne oppfatningen delte hun med de øvrige, siden alle sa seg "litt uenig" eller "helt uenig" i at matematikk er i hovedsak et abstrakt fag.

Det andre punktet var knyttet til det å danne begreper og forståelse innen matematikken. I intervjuet ble dette nevnt av alle bortsett fra en lærer, mens alle lærerne svarte i spørreskjemaet at de var "helt enig" i at matematikk er prosesser, generaliseringer og forståelse. En lærer sa at elevene trengte "grunnleggende begreper" for å kunne bruke matematikken i praktiske situasjoner. Hun spesifiserte ikke ytterligere hva hun mente med det utover "*at de skjønner at to fingre og tallsymbolet to [står for det samme]*". En annen lærer framhevet det med å utvikle begreper ved at man i klassen forsøkte å utvikle en felles forståelse for begreper som "*antall, gruppe, loddrett/vannrett, form på tall, bueform, runding, firkant, altså alle disse* *fellesbegrepene"*. Videre ble forståelse knyttet til det å "forstå de algoritmene man bruker", mens god tallforståelse ble oppgitt å blant annet innebære *"det å kunne tilnærme et svar"*. En lærer framhevet spesielt tallbegrepet og grunnleggende regning som de mest sentrale emnene på småskoletrinnet, noe hun arbeidet med både ved *"vanlige oppgaver og grubliser"*.

Det tredje punktet angikk ferdigheter i matematikk. Alle lærerne krysset av for "litt enig" eller "helt enig" i at regler og rutiner er en vesentlig del av matematikkfaget, men dette ble mindre nevnt i intervjuene. Som nevnt tidligere var det en lærer som syntes det var for lite drill i lærebøkene. Denne læreren la i intervjuet stor vekt på nødvendigheten av faktakunnskaper, *"at to pluss tre er fem, det må komme sånn, dunk-dunk-dunk"*. Dette gjaldt innen alle de fire regneartene. En annen lærer sa at det var viktig at elevene lærer å skrive pene tall. En tredje lærer kom innom dette mer indirekte. Hun sa at det ble vansker hvis elevene fikk store, omfattende oppgaver hvor de *"må holde fast på opplysningene fra én oppgave til oppgave to, tre og fire"*. Hun ville i stedet gi elevene mindre oppgaver som fokuserte på et mer spesifikt faginnhold, og hun omtalte læring flere ganger som det å *"komme gjennom"* et lærestoff. Hun uttrykte på den måten en oppfatning av matematikk som et nokså fragmentert fag.

6.1.5 Læring, elevperspektivet

I L97 beskrives læring av matematikk som noe som skjer gjennom praktisk arbeid, utforsking, kommunisering, resonnering, samarbeid og gjennom øving på ferdigheter (L97, s. 156). Spesielt legges det vekt på at opplæringen bygger på det elevene bringer med seg inn i læresituasjonen. Det var spesielt en av de fem lærerne som var opptatt av å bygge på barnas kompetanse og å legge vekt på elevenes lyst, interesse og nysgjerrighet. *"La elevene sitte å undre seg. Hvordan tenker du, hvorfor tenker du sånn?"* To av de andre lærerne nevnte også det å finne ut hva elevene tenker. Den ene sa at hun var influert av en lærer som *"var veldig opptatt av å få fram flere tenkemåter"*. Selv sa hun det *"er viktig at elevene setter ord på hvordan de tenker for å komme fram til svaret"* og *"at det er flere måter å komme fram til et svar, det er ikke bare én riktig tenkemåte"*. Den andre spurte også elevene hvordan de tenkte, og hun sa videre at hun forsøkte å bruke deres tidligere kunnskap i undervisningen.

I spørreskjemaet var det imidlertid ingen av lærerne som krysset av for at de la vekt på "Elevenes ønsker" i forhold til ulike aspekter ved undervisningen. Det var aspekter som det å bestemme emner og mål, velge hvordan emnet presenteres og velge oppgaver for elevene. Siden alle krysset av på "helt enig" i at det er viktig å ta utgangspunkt i det elevene kan, kan det hende at lærerne mente at om de ikke la særlig vekt på elevenes ønsker i planleggingen av undervisningen, var det viktig å gjøre det i selve undervisningssituasjonen.

Det var som tidligere nevnt en lærer som la stor vekt på drill. Hun beskrev læring svært detaljert og sa at elevene lærer gjennom automatisering av ferdigheter, drill. Det skjer ved at elevene *"opplever at 'Jøss, det kan jeg jo!' Og så skal denne prosessen gå fortere og fortere, ikke sant, inni hodene deres"*.

Et par lærere nevnte det å legge til rette for god kommunikasjon som viktig i læringsprosessen. Den ene framhevet det at matematikkspråket ikke måtte bli for abstrakt, som at man *"bruker 'minus' i stedet for 'ta bort'"*. Den andre sa at det var viktig å bruke ulike uttrykksformer siden "*noen elever lett setter ting i større sammenheng, men andre trenger konkreter*".

6.1.6 Undervisning, lærerperspektivet

I spørreskjemaet svarte alle lærerne at de syntes det var "svært viktig" å bruke mer enn en framstilling. En lærer sa at hun la vekt på å vise nytt stoff på forskjellige måter, blant annet ved å la elevene bruke og bli kjent med konkreter. Hun sa også at hun jobbet mye med muntlig framstilling av matematikk, for eksempel at elevene lager egne regnefortellinger som så leses opp for klassen. Det med regnefortellinger nevnes av en annen lærer som sa hun jobbet ofte med regnefortellinger og knyttet gjerne matematikkundervisningen til opplæringen i norsk. En tredje lærer sa at hun tenkte mye på hvordan hun innførte nytt stoff, hvordan det burde synliggjøres og hvordan det ble forenklet og tilpasset elevene: "*Spille på flere spektre, for eksempel visualisere. ... At de bruker flere sanser, ikke bare hodet, men både syn og hørsel og alt, og fingrene. ... Gi kort instruksjon og mer praktisk handling etterpå*". I dette arbeidet la hun videre vekt på å bemyndige elevene, "*at du lærer elevene å gi feedback og stille spørsmål. At de tør å stå fram og si at dette skjønner jeg ikke*".

Alle lærerne sa at de ikke bruker prosjektarbeid. De uttrykte skepsis til hvorvidt elever i denne alderen er i stand til å gjennomføre prosjektarbeid. En sa det slik: "*De er for små ... De kan jo ikke samarbeid*". Denne læreren sa seinere at det er viktig med samarbeid og at hun brukte dette ved mindre omfangsrike aktiviteter, som når de skal ut og måle et eller annet eller forklare oppgaver for hverandre mens de arbeider med bøkene sine. Kun en lærer uttalte seg nokså positiv til prosjektarbeid. Da hun ble bedt om å fortelle mer om dette, sa hun at de brukte verksted, som det å bake og å lage ting i sløyden. Det dreide seg derfor antakeligvis ikke om prosjektarbeid i vanlig forstand.

To av lærerne var også kritiske til temaorganisering av innhold. Den ene sa det var enklere med "*vanlig undervisning*" og at temaorganisering medfører for mye variasjon for elevene. Den andre som var skeptisk til temaorganisering var mer ambivalent. Hun ville antakeligvis ha gjort mer, men fant det vanskelig. "*Matematikk er et fag som ofte blir borte i tema- og prosjektarbeid*". De øvrige lærerne var mer positive til temaorganisering. En av dem sa at hun brukte temaorganisering "*hele tiden ... for å skape helhet*". Da hun ble bedt om å eksemplifisere, nevnte hun at de hadde hatt om guder og om kroppen. Matematikk i den sammenhengen ble telling. Ellers har de hatt helse og kosthold som tema uten at hun spesifiserte noen matematikkemner tilknyttet dette. For denne læreren kan det virke som om hun hadde overordnede temaer, men at matematikken spilte en perifer rolle i forhold til temaene. De to siste lærerne sa også at de brukte noe temaorganisering, og de ga eksempler hvor matematikken syntes å inngå på mer genuine måter. Den ene brukte matematikk i forbindelse med temaer utendørs. Da kom matematikken inn i form av telling og sortering. Hun sa at det stort sett var greit å inkludere matematikken i tema og nevnte symmetri i kunst og mønstre som ytterligere eksempler. Den siste læreren nevnte butikk og forming og det å se på skilt som eksempler. På den måten hadde hun blant annet fokusert på telling, regning, klassifisering og symmetri.

I spørreskjemaet sa alle lærerne at det var "Svært viktig" å ta utgangspunkt i elevenes erfaringer i opplæringen. I intervjuet ble de spurt nærmere om tilpasset opplæring, og en lærer sa at hun forsøkte å legge opp undervisningen slik at elevene ikke gikk videre før de behersket et emne. De fleste lærerne sa at tilpasset opplæring var et vanskelig punkt. Et par lærere sa at de hadde gode erfaringer med å løse dette gjennom samarbeid med hjemmene. En av dem sa at hun ba foreldrene jobbe mer sammen med barnet sitt: "*[Jeg] skriver en gul lapp hjem og sier at nå trenger eleven å arbeid ekstra med dette*". Hun sa hun hadde veldig god erfaring med dette. Ellers foreslo hun å ha en ekstra lærer i klassen. På den måten kunne hun organisere enten egne grupper av svake elever eller danne grupper som støttet rundt den svake eleven. Et par lærere nevnte spesielt utfordringer knyttet til det å få med "de flinke".

En lærer omtalte sin undervisning som "*nokså lærerstyrt*". Hun sa: "*Jeg prøver å legge et grunnlag for forståelse først, og så heller slippe de løs slik at de får gå i gang*". Hun la stor vekt på at elevene ikke skulle regne galt. "*Da er det ikke så mange å hanke inn etterpå*". Hun betraktet feilsvar som noe som hun måtte prøve å unngå. "*Da føler jeg at masse av matematikktimene blir bortkasta hvis du må begynne med avlæring etterpå*". Hun er innforstått med at dette medfører at hun ikke gir utfordringer til enkelte elever, såkalte "*racere*" som "*er lysår unna der vi egentlig jobber*". Den undervisningen som denne læreren beskrev kan hevdes å være lite i tråd med den undervisningen som foreslås i L97, hvor utforsking, problemløsning, resonnement og diskusjon omkring løsningsmetoder framheves. Når det gjelder feil og misoppfatninger sier L97 at dette ikke skal avlæres, men "brukes som utgangspunkt for videre læring og dypere innsikt" (L97, s. 155).

6.2 Sjette klasse

De lærerne som ble intervjuet i sjette klasse hadde følgende bakgrunner:

Lærer 1

Fireårig lærerutdanning frå 1970. Et år videreutdanning i handel og kontorfag ved SLHK i første del av 70-åra. I denne var det en del matematikk.

Lærer 2

Faglærerutdanning i naturfag med matematikk. 10 vekttall matematikk, og biologi, kjemi og fysikk. Årsenhet i norsk. Har vært lærer i 18 år, 16 år på ungdomsskolen.

Lærer 3

Toårig lærerskole. Hadde ikke matematikk i lærerutdanninga, "men *veldig* mye fysikk". Matematikk fra reallinja. Har vært lærer i 30 år.

Lærer 4

Toårig lærerskole. Videreutdanning i fire halvårsenheter norsk, engelsk, informatikk og pedagogisk veiledning. Det eneste jeg husker om matematikk var åssen vi skulle lære bort firetallet. Det var så *veldig* lite matematikk. Jeg kan ikke huske nesten at vi regna noe. Har vært lærer fra 1967, med avbrudd for morspermisjon og videreutdanning.

Lærer 5

Timelærer. Fireårig lærerutdanning. De obligatoriske 10 vekttallene i matematikk. Har vært lærer i fire år.

Fire av lærerne har lang undervisningserfaring. Vi legger merke til at de eldste har hatt liten eller ingen utdanning i faget gjennom sin lærerutdanning.

6.2.1 Matematikkdelen i L97

Innledningsspørsmålet var knyttet til hvor godt de syntes de kjente matematikkdelen i L97.

- Kjenner L97 frå mellomtrinnet. Syns planen er vanskelig og litt "abstrakt". (L1)
- Kjenner den, har lest den, og leser den stort sett når jeg skal skrive halvårsplaner. Jeg syns han er grei nok. (L2)
- Jeg syns jo på en måte at jeg kjenner matematikkdelen kanskje best, fordi at jeg har hatt matematikk parallelt, i 6. klasse og 7. klasse. Har hatt to klasser i matematikk hele veien oppover, etter at vi fikk L97. Jeg har begynt helt fra bånn av, så jeg tror nok at den matematikkplanen kjenner jeg en del. (L3)
- Nå har jeg jo vært gjennom alt da. Min klasse begynte i andre klasse da L97 ble innført. Så jeg har nå hatt alle bøkene fra 2. til 7. klasse, så ja jeg kjenner den godt, så godt som man gjør uten akkurat å huske så veldig mye så har jeg gått gjennom alt. (L4)
- Ja, nei jeg kikka litt på den, og har lest den, men kjenner den ikke så godt. Jeg leser jo gjennom hvert strekpunkt for hvert år liksom og kikker liksom, men .... (L5)

Lærerne gir uttrykk for at de kjenner matematikkplanen godt, bortsett fra L5 som er inne i sitt fjerde år som lærer. Vi merker oss at L1 syntes at planen er vanskelig og litt abstrakt, mens L2 uttaler seg om hvordan hun bruker fagplanen i matematikk.

Et oppfølgingsspørsmål gikk på lærernes syn på det matematikkfaglige innholdet i læreplanen.

- Jeg syns den har putta inn en del ting som gjør at det blir litt mye stoff. Mye stoff og det blir litt lita tid, fordi at sånn som det er gjort så er det jo tatt vekk en time, blant annet i 6. klasse. Vi har mindre matematikk nå enn vi har hatt før, og faget har blitt større fordi de har putta inn så mange andre ting. Ja dataen kom inn uten at den virker så veldig inn på matematikken, men det er så mange andre ting som de har putta inn. Masse arbeid med for eksempel hvordan de regna i gamle dager, og hvor de skal jobbe seg gjennom både romertall, og det er nå greit nok, men alle disse andre forskjellige type tallsystemer som de bruker forholdsvis mye tid på uten at jeg syns det er så veldig viktig at de kan sitte og tegne alle disse "hiroglyffene" som de gjorde tilbake i tida. (L3)
- Jeg syns jeg at det er mye bra i den nye planen. Når jeg tenker hva jeg kan eller kjenner til i L97 så blir det ofte til at jeg tenker på det læreverket jeg har hatt. Selv om jeg har lest strekpunkter og lest litt i veiledninger og i læreplanen så er det jeg sitter igjen med er det læreverket vi har hatt. Og derfor blir det litt farga av det da, men jeg syns at det er lagt mye vekt på å tenke sjøl, ikke så mye vekt på algoritmer. At du skal regne på en spesiell måte, det er lov å tenke gjennom egne veier for å komme fram til et svar. Sånn opplevde jeg at det ikke var før. (L4)
- Stolar på at dei som har skrive lærebøkene sørgjer for at bøkene er i tråd med planen. Eg blir på den måten avhengig av læreboka. (L1)

Vi legger merke til at de tre lærerne som uttaler seg er tydelige i forholdet mellom læreplan og lærebok. De refererer mer til lærebøkenes konkretisering av lærestoffet i planens grunnleggende ideer. Dette kan oppfattes som at når undervisningen skal planlegges og gjennomføres, er læreboka en viktigere informasjonskilde for lærerne enn læreplanen. Dette forholdet mellom læreplan og lærebok er velkjent fra en rekke undersøkelser av lignende typer i faget, både nasjonalt og internasjonalt. Utsagnet til L3 er knyttet til hvordan matematikken blir satt inn i et kulturelt perspektiv, noe som er et nytt aspekt ved innføringen av L97.

Videre ble lærerne spurt om hva de syntes er spesielt viktig ved planen.

- Det er vel det at du skal på en måte integrere faget mer i andre fag, og at du skal, på en måte, tenke mer på elevenes premisser. At man skal begynne å tenke litt mer ut fra hvordan ungene tenker. Det kanskje er det som er det beste ved den, og det at det skal drives litt temaarbeid og litt praktisk arbeid i matematikken. At de skal ta og kjenne og føle mer enn de skulle før. Men det tar også veldig lang tid. (L3)
- Jeg forholder meg til den og jeg vet ikke om jeg kan dra fram noe som er spesielt viktig. Jeg syns det er vanskelig, for når jeg underviser i matematikk så er det først og fremst å ta utgangspunkt i elevene der de er. Så ser jeg på hvordan læreboka tar opp dette, og så har du jo fått en del erfaring opp igjennom. Det er klart den ligger jo i bakhodet hele tida. (L2)
- At du kan utforske .... forske litt i faget og prøve litt praktisk liksom.

I: Er det andre ting i planen som er sentrale for deg som lærer?

- Jeg tenker på strekpunktene, det er jo mye det samme som tidligere ... at du skal gjøre det og det, men det er det at det skal rettes mer mot praktiske og mer meningsfylte oppgaver. (L5)

Når en uttaler seg om læreplanen er det naturlig å sette denne i relieff i forhold til tidligere planer. L3 trekker fram at matematikkfaget skal integreres i andre fag og at matematikken får sin plass i temaorganisering og praktiske arbeid i faget. Fokus er dermed på elevperspektivet. L2 syntes det er spesielt viktig at planen legger vekt på å ta utgangspunkt i elevenes eksisterende kunnskaper. Fokus er da på elevenes ståsted. L5 er opptatt av utforskning i matematikk, men unnlater å utdype hvorfor dette er viktig. Denne læreren er opptatt av å bruke strekpunktene i læreplanen som utgangspunkt til å bestemme fokus i undervisningen. L5 kommer tilbake til strekpunktene i mange av de andre spørsmålene i intervjuet. Også i forhold til dette spørsmålet ser vi at lærebokas behandling av et bestemt læringsinnhold blir brukt til å konkretisere, eller eksemplifisere et bestemt element fra fagplanen i matematikk. Lærernes svar indikerer at de har et konstruktivistisk læringssyn.

Dette forholdet ble utdypet mer av noen av lærerne gjennom spørsmålet:

Hvordan skiller den seg fra tidligere matematikkplaner? Hva er nytt i L97? Når det gjelder faglig innhold, læringssyn og arbeidsmåter?

- Den største forskjellen er vel det at det står at du SKAL gjøre det og det. Det er ikke noe valg. Du kan egentlig ikke velge bort noen ting. (L2)
- Ja arbeidsmåtene skiller seg ut ved at det er veldig mye i den planen, og i det at en skal jobbe sammen. En stor samarbeidsbit i det som er arbeidsmåter. De er mye mer praktisk retta, på en måte, og mye mer problemfokusert enn de forrige planene har vært. De har vært mer direkte på en måte. Nå er det mye som går på problemløsningsbiten. Og det syns jeg er det store skillet på denne planen og de andre. ......Jeg vet ikke fordi at jeg har forandra mitt læringssyn på matematikken ganske så gradvis, men radikalt i forhold til det jeg gjorde for 25 år siden. Men om det er planen som har gjort det, eller om det er erfaringa som har gjort det, det vet jeg ikke. Men jeg har et annet syn på læring nå enn jeg hadde før. (L3)
- Du sier arbeidsmåter, så er det jo lagt opp til veldig mye mer sånne små prosjekt da, som brukes litt annerledes enn det vi definerer som prosjekt i følge L97. Men det de kaller prosjekt i læreboka legger opp til mye mer sånne "gjøre ting". At elevene skal lage flere oppgaver sjøl enn det de gjorde tidligere. Prinsipielt så tror jeg det er bra og riktig. I praksis så tar det forferdelig mye tid. Og når vi har så mye som vi har inne i skolen så må jeg innrømme at vi hopper ofte over de der voldsomme "gjøre-tinga" som tar veldig mye tid.

I: Må en da kanskje prioritere på de "tinga" der som kanskje er mer sentrale i matematikken?

- Vi holder nå på med sånn ... at du skal finne ut hvor mange som ... hva heter det da ... teller farger på biler og sånt, også sånn om hvem som liker hvilke fag og alt mulig sånt noe. Og det er klart at har de skjønt hvordan det der skal gjøres, så gjør vi ikke alle de "gjøre-tinga" for det tar for mye tid altså.

I: Er dette relativt enkle problem?

- Ja, veldig enkelt. Det er litt annerledes enn som det var før.

I: Hva med arbeidsmåter i denne planen i forhold til tidligere planer?

- Ja, jeg håper det at det er sånn som det var da, men jeg forestilte meg at før så gikk det mer direkte på algoritmen og så satt en på en måte å drilla inn. Her er det ikke sånn, altså det tar lengre tid hvis algoritmen liksom skal sitte. Det er jeg ikke så sikker på om er så lurt heller da, fordi at de glømmer. Nå har jeg en sjuende klasse også, og de har lært å gange med to siffer og de har lært å dele med ett eller to tall med komma i det første tallet og sånn. Og så oppdaget jeg at det har de jo glømt fra i fjor. Og da er det sannsynligvis fordi det ikke er drilla godt nok inn. Så det var vel nesten for mye før kanskje, for de lærte en måte og så slutta de å tenke, mens nå er det nesten sånn at de må tenke så mye at de glømmer. At de ikke får drilla inn algoritmen, så det er på en måte et slags sånn vekkelse for meg som lærer da. At vi trenger å ta litt drill og. (L4)

L2 peker på at planen er stram på grunn av at strekpunktene er formulert ved at elevene skal. Dette tolker læreren som om det ikke er noe valg, at en egentlig ikke kan velge bort noen ting. L2 opplever at planen detaljstyrer.

L3 trekker fram at arbeidsmåtene skiller seg ut fra tidligere planer og at arbeidet nå er mer praktisk retta enn før. Samtidig retter læreboka et tydeligere fokus på det matematiske innholdet, samtidig som læreplanen i matematikk er mye mer problemfokusert enn de forrige planene. Disse har vært mer direkte fokusert på det matematikkfaglige innholdet. L3 mener at hun har gradvis forandret sitt læringssyn når det gjelder skolematematikken, og at det nå er en radikal forandring i forhold til da hun startet sin lærergjerning. Hun er usikker på om det er planene som har bidratt mest til dette, eller om det er hennes erfaring som lærer som har ført til dette. Det virker uansett som om hun har utviklet seg i tråd med planen.

L4 knytter sine arbeidsmåter nært til lærebokas organisering av lærestoffet. Spesielt er denne læreren opptatt av at læreboka bruker betegnelsen "prosjekt" på en annen måte enn læreplanen, og at elevene skal gjennomføre visse aktiviteter som hun betegner som "gjøre-ting". Læreren syntes at denne arbeidsmåten tar så lang tid og at det medfører at en ofte hopper over slike aktiviteter. Hun illustrerer dette ved å vise til et eksempel fra arbeid med statistikk i klassen, der elevene skulle samle inn data. Dette er, etter hennes mening, enkelt både å gjennomføre og forstå. Intervjueren utfordret L4 til å sammenligne arbeidsmåter i L97 med tidligere læreplaner. Læreren beskriver at hun arbeidet mer direkte med drilling av algoritmer tidligere. Hun poengterer at en må legge inn mye repetisjon før en har automatisert algoritmen, og eksemplifiserer ved å vise til prosedyren for multiplikasjon av flersifrede tall. Når hun oppdager at elevene har glemt denne prosedyren konkluderer hun med at de ikke har øvd nok på prosedyren, men samtidig påstår hun at det var nesten for mye før: *"De lærte en måte, og så slutta de å tenke, mens nå er det nesten sånn at de må tenke så mye at de glømmer. At de ikke får drilla inn algoritmen, så det er på en måte et slags sånn vekkelse for meg som lærer da. At vi trenger å ta litt drill".*

Det er interessant å se at disse tre lærerne trekker fram ulike aspekt ved matematikkplanen som de opplever som spesielt viktig ved planen.

6.2.2 Etterutdanning

Kun en av de fem lærerne (L1) har deltatt på etterutdanningskurs i matematikk i forbindelse med reformen. Dette var et 21-timers kurs knyttet til begrepsdanning og utforsking. Læreren pekte på at det var vanskelig å få gjort godt arbeid i mellomperiodene. Lærer 5 har deltatt på et kurs om matematikkvansker.

6.2.3 Læremidler

Lærerne fikk to hovedspørsmål om læremidler. Det første var: *Hvilke endringer har skjedd i læreboka som du bruker, etter L97?*

- Eg har hatt same læreverk i mange år. (L2 har brukt lærebøker i matematikk fra det samme forlaget også før L97) Den er god på småskoletrinnet. På mellomtrinnet er det alt for mykje tekst, meir enn i M87 utgåvene. Dette er langt over mål, og mange elevar "fell heilt ut". Svakheitene er: Få treningsoppgåver, tema skiftar for fort, for mykje utprøving og eksperimentering. Dette gjeld også til ein viss grad i M87-tida. Valfridom i metode fører til at læraren gjer valet. (L1)
- Det må vel ha blitt en del mer uoppstilte oppgaver som setter mer krav til at du forstår. Bøkene har blitt fine, mer farger, mer spennende. Jeg tror nok at for en del svake elever ..., så mange som har store leseproblemer, så er det vanskelig. Da må vi finne på noen andre måter enn det som står i boka. Eller at vi må sitte sammen med dem og lese for dem. (L2)
- Det har blitt mindre stoff til å øve, dette er det for lite av. De får for lite tid til å fordype seg i hvert emne før det hopper over på noe nytt. Hvis vi går veldig langt tilbake i tida, til Torgeir Bue, så hadde han side opp og side ned med gangestykker og delestykker og sånt, og jeg <u>tror</u> at vi mangler noe av det i dag. At de må overlære noen av disse måtene å tenke på for å lage systemer. Så det er det jeg mangler.(L3)
- Det som er mest i øyenfallende, i den klassen som jeg har, er det ingen som strever <u>veldig</u> med lesing og dermed tror jeg ikke vi har opplevd vanskene så store som jeg tror andre har gjort, de forstår det de leser. Jeg tror ikke det er noe spesielt annet jeg vil tenke på nå. Det kan jo ha noe med organiseringen av lærestoffet å gjøre.(L4)
- Det er rimelig mye tekstoppgaver da. Det er jo en ulempe for mange elever. Men de må tenke sjøl også liksom. Er det hvilken .... pluss eller minus eller gange eller divisjon ikke sant. Dett er hva helst vil, ikke bare den helt automatiske algoritmedrillen som det har vært mye av tidligere. Men det er litt av det og da. Det blir jo et slags redskap det også til å løse problemer. Men så er det en del oppgaver der de må forske litt også, der de må tenke litt – grubleoppgaver. (L5)

Fire av de fem lærerne nevner tekst eller "*tekstoppgaver*" som et problem, fordi dårlig leseferdighet gjør det vanskelig å sette seg godt nok inn i problemstillingen til å kunne finne et svar på denne med sine kunnskaper i matematikk. L1 gir sterkt og klart uttrykk for sin misnøye med læreboka hun nå har i forhold til den som ble brukt etter M87. Det er alt for mye tekst som gjør at elevene ikke får tak i matematikken. Det er for få treningsoppgaver, for lite drill av ferdigheter, og temaene i disse skifter for fort. Videre er det for mye eksperimentering. L2 har tilsvarende reservasjoner til uoppstilte oppgaver fordi de setter for store krav til forståelse, spesielt for de som er lesesvake. Læreren må lese teksten for dem eller finne andre måter å bringe inn matematikken. Vi ser at L3 også er opptatt av den samme problemstillingen: at det er for lite øvinger, for lite tid til fordyping i et (faglig) emne. Denne læreren trekker fram et eksempel fra en tidligere lærebok som i stor grad fokuserte på ferdigheter og mengdetrening. L4 har en litt annen erfaring med sin klasse, hun har ikke opplevd de samme problemene som mange lærere peker på. Kanskje fordi det er gode lesere i klassen? L5 peker også på tekstoppgavene som et problem – *en må tenke sjøl liksom.* L3 og L5 står egentlig for motsatte syn.

Når elever får presentert en tekstlig situasjon som inneholder en matematisk problemstilling som de skal finne en løsning på, møter de andre matematikkfaglige utfordringer enn når de skal finne svar på oppstilte regneoppgaver. Ut fra den tekstlige situasjonen må de selv velge det "matematiske verktøyet" de trenger. Dette krever en begrepsmessig forståelse av, for eksempel, multiplikasjon. Dette er begrepskunnskap, som sjelden kommer av øving på matematiske ferdigheter alene. Forskning tyder på at det ikke er slik at øvinger på ferdigheter automatisk fører til begrepsdanning og begrepsforståelse.

Det andre spørsmålet var: *Syns du læreboka er i tråd med læreplanen?*

- Eg reknar med at bøkene er i tråd med L97 sidan dei er godkjende. Det er vanskeleg med matematikk i tema og prosjektarbeid fordi dette krev mykje av læraren. (L1)
- Jeg går ut fra det, den er jo godkjent i forhold til planen. Ja, så er det er sånne ting som prosjektoppgaver som jeg syns tar veldig mye tid og som jeg lurer litt på om utbyttet står i forhold til den tiden en bruker. En del av emnene, når de kommer, syns jeg at ungene ikke har noen forutsetning for å kunne klare å finne ut på egen hånd. Det virker som at plutselig så kommer det noe som er mye vanskeligere enn det en skulle forvente. En del ganger så kunne jeg tenkt meg at det var litt tydeligere eksempler – vist hvordan en skal sette opp stykker, sånn at ungene lærte seg å bruke læreboka. Sånn syns jeg, kanskje ikke den boka vi har her ikke er så veldig god. Og som sagt, veldig mange av de prosjektoppgavene der de skal vite hvor de skal finne opplysningene, jeg ser ikke helt vitsen med dette. (L2)
- Ja, det syns jeg, sånn som jeg har lest den når jeg leser med L97 i forbindelse med læreboka, så syns jeg nok at den er det. Men disse lærebøkene er så, de har så mye oppgaver – fellesoppgaver og gruppeoppgaver som ungene skal gjøre. Og der hver oppgave kanskje tar bortimot ei uke, så det er ikke gjennomførbart. Vi har tre timer matematikk før jul og fire etter jul. Det er ikke mye det altså. Jeg må hoppe over veldig mye av det stoffet som på en måte hører med til L97 og som de legger helt opp til og som de sikkert bevisst har plukka inn fordi at det skal dekke L97. Det er stoff som, i hvert fall jeg føler at jeg må hoppe en del over. (L3)
- Da må jeg si at da vi startet arbeidet med L97 så var jeg mye mer opptatt av å sjekke disse strekpunktene, men etter hvert som du har jobba etter dette en stund nå så blir det automatisk. Og så går jeg ut fra at boka er godkjent og at den dekker. Og når jeg overtar etter noen som har hatt det for sju år siden så må jeg si at jeg ikke sjekker dette så veldig. En burde kanskje gjort det, men man tenker at dette er greit. Så lenge en bare har et verk så har en ikke noe som en kan sammenligne med heller. (L4)
- Jeg har kikka på strekpunktene og sammenligna og finner at det er dekka der altså. Og det burde være i tråd med planen. Jeg har kikka på noen andre bøker og. Prøve eksemplarer da. Jeg syns ikke de var så greie som de vi har. (L5)

Tre av lærerne sier at de regner med at læreboka er i tråd med læreplanen fordi den er godkjent. De har stor tiltro til at L97 og læreboka er i samsvar, noe som understreker lærebokas autoritet i matematikkundervisningen. Det kan virke som om de er engstelige for å ikke "dekke alt". Samtidig er flere av disse lærerne sterkt opptatt av tidsforbruket i matematikkfaget knyttet til temaorganisering av innholdet. De stiller tilsvarende spørsmål når det gjelder prosjektarbeid. *En* mulig grunn til slike vurderinger kan komme av at en ved slike organiseringer av lærestoffet må "forlate" den tradisjonelle organiseringen av lærestoffet i en lærebok. I tillegg ser vi at noen av lærerne er skeptiske til tidsforbruket i denne type arbeid, i forhold til det som tradisjonelt har vært de mest typiske aktivitetene i matematikk. L2 nevner her prosjekt for første gang i intervjuet. L3 ser ut til å ha forståelse av at alt i læreplanen skal dekkes av undervisningen. To av lærerne viser til at de i sine lærebøker ser et samsvar mellom strekpunktene i matematikkplanen og innholdet i læreboka.

Et annet spørsmål til lærerne var: *Er det andre ting du tenker på når det gjelder læremidler?*

- På barneskolen så skal det være en del spill og leik, og at du skal få inn i læringa den vegen der. Nå er jo jeg på mellomtrinnet, så etter hvert så skal de jo lære seg litt mer abstrakte ting. Jeg savner kanskje litt ...... altså det skal være spill og lek, og læreboka legger opp til det noen ganger. Det er noen øvelser der de bruker terninger og spill og sånn,..... kanskje hadde det vært litt all right med ei ressursbok sånn ved siden av som det fins i andre fag, der du kunne fått litt mer hjelp til dette. ...... Men jeg har hatt et annet læreverk på ungdomsskolen, der har du en ressursperm som jeg syns var *veldig all right*, men til det læreverket som vi bruker her, så syns jeg det er veldig lite. (L2)

Svaret til L2 understreker det samme poenget som i det forrige avsnittet. Lærerne trenger også ideer til undervisningen, forslag til spill og leik. L2 peker på et behov for en samling av undervisningsaktiviteter (en ressursbok) før de føler seg trygge nok til å inkorporere slike aktiviteter i undervisningen.

6.2.4 Matematikk

Vi ønsket å få innblikk i lærernes syn på hva det vil si å *kunne* matematikk, det vil si hva de legger i matematisk kompetanse. Vi stilte spørsmålet: *Hva vil du si er kunnskap eller kompetanse i matematikk?*

- Å "omsette" matematikk til praksis (i ein praktisk situasjon) frå det faglege til det praktiske liv. Aritmetikk er viktig i det praktiske, men det er vanskeleg å sjå nytten av algebra. Rekning med brøk er vanskeleg. Areal har ein lite forhold til, dei forstår ikkje formlane – det kjem for tidleg (L1)
- Det er jo at de klarer å innse at matematikk er rett og slett logisk tenking. Det har med hverdagen å gjøre, at de klarer å knytte det til hverdagen. Det er jo det som jeg syns er veldig vanskelig å få ungene til å skjønne - at de må bruke logisk tenking. (L2)
- De bør kunne de fire regningsartene. Det er viktig for dem, at de har en slags matematisk innsikt når du snakker med dem. Om at de kan ha en slags følelse av avstand, tidsbegreper at det også begynner å ligge inne hos dem. At det er så og så langt og at de kan se noe av det her for seg. Det mener jeg er noe av kompetansen som kommer inn nå i 6. klasse. Og det samme at de har en slags følelse i geometrien at de kan se for seg at det er en flate og at det er et volum, og at de begynner å få litt kompetanse om verden rundt seg ut ifra matematikken. (L3)
- Det er litt vanskelig å svare på det, men jeg syns jo at først og fremst så skal jo alle lære seg de fire regningsartene. ... og alt som vi kommer borti med det. Flere måter å komme fram til svaret på. ... Det er klart at hvis de skjønner hva addisjon <u>er</u>, mer enn algoritmen, så veit de også at det er flere måter å komme fram til svaret på. Dette gjelder også de andre regningsartene. De må lære seg algoritmene, fordi det er den vi bruker i det daglige når vi skal skynde oss å regne ut noe. Men hvis det dukker opp problemer eller problemstillinger i dagliglivet som gjør at de må komme fram til en løsning så er det viktig at de forstår hva det der egentlig er. Og det syns jeg på en måte det ligger mange sånne til rette i den nye læreplanen. (L4)
- Kompetanse? ... Det er de fire regnemåtene iallfall. Det bør de kunne når de går ut av barneskolen. Og så det å vite hvilke regnemåter en bruker på forskjellige prøveoppstillinger. Ja, de har jo bruk av geometri også da. Hvilke opplysninger må vi bruke her, er det det eller det? Og de som er svake kan jo bare tippe helt vilt liksom. .... Det er jo en del med statistikk, diagrammer og sånt. Median og slikt er en så vidt innom i læreboka og. Det er litt i sjette og det kommer noe i sjuende også, typetall og så videre. Det med diagram og sånt virker veldig greit. (L5)

Svarene til L1 og L2 har et noe annet fokus en intensjonen med spørsmålet. De refererer begge til ulike aspekter ved planen som for eksempel "matematikk i hverdagen", og ser på matematikken som et språk der det trengs en oversettelse for å ikle matematikken i hverdagen en matematisk språkdrakt. Med fagdidaktisk språkbruk ville vi bruke betegnelsen "matematisering" for denne prosessen. Begge poengterer at dette er vanskelig for elevene. Alle de fem lærerne nevner de fire regningsartene når det ble spurt om å beskrive kunnskap eller kompetanse i matematikk. L3 nevner spesielt en rekke begreper knyttet til ulike typer målinger som tid, avstand, areal, volum, altså teoretiske innholdselement i læreplanen. L4 og L5 er noe opptatt av det samme, men trekker i tillegg inn en problematisering av forholdet mellom ferdigheter og begrepskunnskap i faget.

6.2.5 *Læring, elevperspektivet*

Det neste hovedtema i intervjuene var knyttet til lærernes oppfatning av hvordan læring skjer i matematikk, og hva som er hovedproblemet for elever som har lærevansker i faget.

Det første spørsmålet var: *Hvordan skjer læring i matematikk?*

- Øving og tenking. Lese- og skriveproblem blir tatt opp ofte, men ein har undervurdert matteproblemet, spesielt å kunne bruke tal. (L1)
- Jeg tror at mye læring i matematikk skjer uavhengig av hva vi underviser dem. Det er erfaringsgrunnlag. Så må de lære de knepa, eller de *måtene* de gjør det på. De må lære rett og slett en slags formel for sånn gjør vi med deling og sånn gjør vi med ganging. Men jeg tror at matematikken som sådan er en logisk tankegang som de på en måte har med i utgangspunktet. Så må du lære dem noen måter å finne ut av det på.

I: Så det en må gjøre i skolen er å systematisere denne kunnskapen?

- Ja, jeg tror det. Jeg har jobba litt ut i fra det her at unger skal fortelle når de har gjort en ting, hvorfor de har gjort det, selv om det er veldig feil det de har gjort. Og veldig mange av dem er veldig logiske, ut ifra deres forutsetninger. Det er ikke bare sånn at de har satt ned et tilfeldig tall, men de har tenkt at sånn må det være, og så må du da gå inn og bryte den tankegangen for at de skal tenke det som vi mener er det riktige da. Mange unger er logisk tenkende selv om det virker veldig ulogisk. (L3)
- Jeg tror at de må prøve sjøl og reflektere og gruble litt og kanskje en liten dytt på underveis.

I: Hva kan en lærer gjøre for å få i gang en slik refleksjon?

- Du må motivere dem til arbeid da, og få dem til å tenke og gruble litt for å bli nysgjerrige, men det er ikke alltid det går. (L5)

Alle de tre kommentarene til dette spørsmålet kan sammenfattes ved de tre første ordene til L1: Øving og tenking. Vi tolker lærernes svar slik at de mener at det å lære er en kombinasjon mellom det å reflektere over sine matematiske erfaringer som de har ervervet gjennom faglige aktiviteter i skolefaget. Refleksjoner som kan skape grunnlag for begrepsdanning på den ene side og at dette må kombineres med øving på spesifikke matematiske ferdigheter.

Det andre spørsmålet i denne kategorien var: *Hva er hovedproblemet for elever som har lærevansker i matematikk?*

- Jeg vet nesten ikke hvor jeg skal begynne, for denne klassen er spesiell. De har rett og slett ikke tålmodighet nok til å sette seg ned å tenke skikkelig gjennom hva som er problemet. Altså selve problemformuleringa, å få dette klart for seg. Egentlig vil de helst ha det helt ferdig oppstilt, og så løse det i full fart. (L2)
- Ja, det er det med tallbegrepet nærmest. Det å kunne <u>se</u> at et svar er helt feil. Det å kunne se at når du setter opp et pluss-stykke og så får de et helt merkelig svar. Og at de ikke ser dette sjøl. Det å lære dem til å kunne se hva som er omtrent riktig i hvert fall. Og så tror jeg at en del barn med matematikkvansker bør bare rett og slett *lære,* ... pugge utenat hvordan man gjør pluss og hvordan man gjør minus, altså la dem pugge det. For jeg tror av og til at de må

ha en *veldig* modning før de begynner å se helheten i systemet. ... Jeg tror du kommer langt med å lære dem å lese så kan de lesingsprosessen. Så lærer du dem å gange og dele og så kan de gange og dele. (L3)

- Det som jeg sa først og fremst under et spørsmål tidligere, at når de kommer så langt som til lesestykker, så er jo dette størst problemer for dem som ikke kan lese, og som medfører at de liksom ikke skjønner hva matematikkproblemet *er* for det at de ikke forstår det som står der ordentlig .... Det er ikke noen i klassen min som er veldig svak, men jeg har ei som ikke skjønner så veldig mye, men det går mye på det at hun er veldig ukonsentrert, klarer ikke å lære av sine egne erfaringer. Hun lærer seg for eksempel gangetabellen, men hun kan ikke alltid bruke den når hun kommer til en ny situasjon. Så det er noe med at du forstår på en måte ikke riktig tallbegrepet, hva det innebærer, og hun ser på en måte ikke sammenhenger mellom ting. Men hun *kan* regne med de fire regningsartene, det klarer hun for det har hun lært. Dette er mer eller mindre automatisert, men å trekke dette over til hva som er matematikk i litt andre sammenhenger, når hun må begynne å både lese, forstå, tenke og sette det ned i matematikkferdigheter, da er det vanskelig. Det går mye på konsentrasjon og generelle begreper også. Umodenhet også. (L4)

Vi ser at L2 uttaler seg om *hele klassen* og ikke om hva som er hovedproblem for elever med lærevansker i matematikk. Elevene ønsker oppstilte algoritmer, med hovedsiktemål å bli fort ferdig. Lærerens uttalelse signaliserer en sviktende tiltro til elevene. Hva sier dette om læreren at hun beskriver elevene på denne måten? L3 synes å sette likhetstegn mellom å lære og å pugge. Det *kan* være rimelig å forfekte et slikt standpunkt når det er tale om at eleven skal automatisere en bestemt ferdighet, men ikke i forhold til andre sider av den matematiske kompetansen som for eksempel når det er spørsmål om å utvikle forståelse av et begrep. L4 trekker fram manglende leseforståelse som et hinder for utvikling av kompetansen i matematikk. Læreren bruker *en* elev som et eksempel, en elev som har manglende leseforståelse, og indikerer at hun kan matematikk. Hun behersker matematikk som er automatisert, altså igjen dette at en har en manglende begrepsforståelse men behersker noen ferdigheter. Et betimelig spørsmål kan være om det er slik at forståelse av et begrep blir utviklet gjennom automatiserte øvelser, eller om det er andre, viktige sider av kompetansen i matematikk som ikke blir aktivisert ved denne tilnærmingen?

6.2.6 Undervisning, lærerperspektivet

Den siste gruppen av spørsmål dreier seg om lærerens syn på sin rolle i undervisningen. Det første spørsmålet var: *Hva er viktig å legge vekt på i undervisningen av matematikk?*

- Å drille på framgangsmåtar og reglar og å forstå det som skjer. (L1)

- Det er i hvert fall viktig å ta tak i det elevene kan på forhånd – å aktivere det som er der fra før, og bygge videre på det. Og så er det viktig å konkretisere det sånn at det .... ja for å få elevene til å se det og skjønne hva som er spørsmålet. Så er det også viktig at elevene får tid til å føle at det her er et problem for dem, og det må de prøve å løse. Hvis du skal finne ut arealet av en sirkel og du bare presenterer det for dem og snakker om det så er ikke det egentlig noe hjelp for dem. (L2)

- Ja, da mener jeg de fire regningsartene i første rekke. Men det er klart at de må jo lengre enn det, men de må ha grunnlaget i det for å kunne gå noe videre. Jeg ser bare hvor viktig gangetabellen er som grunnlag for å kunne klare matematikk videre oppover, altså at den sitter. Eller så blir de hjelpeløse med å løse en oppgave hvor det bare henger på at de ikke husker gangetabellen. (L3)

- At det er et trygt og godt miljø slik at alle kan bli med, at ikke noen er redd for å dumme seg ut. Alle prøver og prater fritt liksom. (L5)

L1 er konsekvent i sine svar gjennom intervjuet. Det kommer tydelig fram at hun legger stor vekt på øving og automatisering av ferdigheter. L2 trekker fram et annet aspekt ved sitt læringssyn enn L1. L2 er opptatt av å bygge på elevenes eksisterende kunnskaper og erfaringer. Det er likevel uklart fra intervjuet om hun i hovedsak knytter dette utsagnet til en hierarkisk oppbygging av ferdigheter, eller til en begrepsdanning. L3 trekker fram automatiseringen av de fire regningsartene som et viktig grunnlag for videre utvikling i resten av skoleløpet. L5 peker på viktigheten av et godt læringsmiljø, noe som er en utvidet forståelse av undervisningen i matematikk.

Spørsmål nummer to i denne gruppen av spørsmål ble valgt for å rette søkelyset på om lærerne mener at undervisningen i matematikk skiller seg fra andre fag: *Er det noe som er spesielt når det gjelder undervisning i faget matematikk?*

- Det er vel mye mer abstrakt enn andre fag, altså forskjellen på undervisninga – matematikkundervisning kontra andre fag. Det må være det at, jeg føler, det er mange av emnene som er mye mer abstrakte. (L2)

- Du har jo å holde deg til konkreter. Det er konkret, det er veldig sånn "laina" opp fag, sånn sett. Det er et fag hvor du kan bruke timene veldig konsentrert til matematikk. Det kan sammenlignes med engelsk, hvor man jobber fag hele tida. Det er også et fag hvor du opplever at du får veldig stort sprik i elevmassen. Sånn sett syns jeg det er et vanskelig fag, fordi du får de som kan det her og skjønner det her på den ene sida, og som trenger utfordringer. Og så har du de som ikke klarer å få det med seg. Jeg syns at spriket er et helt annet enn i norsk. I norsk kan du få med alle sammen og alle kan fungere. I matematikk får du liksom forskjellen på ungene. .... Hvis du har mulighet, få lov til å starte på nytt igjen, når du begynner, for eksempel, med geometri. Da stiller alle på likt, og da er de *veldig* ivrige alle sammen, og da kan alle like mye og da kan de en *lang* stund henge med, også de svakeste. Og så vil de jo da, etter hvert, falle av noe. Men liksom hver gang du kommer inn på et <u>helt</u> nytt emne som <u>er</u> matematikk men som ikke bygger på det de kan fra før så virker det som matematikken er mer spennende for dem også. Så geometri er en del av matematikken som er veldig all right. Da får du ungene med. (L3)

- Det er vel det å legge til rette tinga på det nivået der de er. (L5)

I: Syns du det er vanskelig å få til innenfor en slik klasse som du har i sjette klasse?

- Det kan nok være litt vanskelig det. Det blir nok litt lite utfordringer for dem som er flinke når du må repetere flere ganger på tavla i undervisninga, og så er det noen som har skjønt det allerede. (L5)

L2 mener at matematikkfaget er mer abstrakt enn andre skolefag. L3 karakteriserer faget som utfordrende og som viser "spriket" i elevmassen. Hun peker også på at elevene kan få en ny og frisk start når en går fra en disiplin til en annen innen faget. Hun bruker geometri som et eksempel på dette. L5 peker på tilpasset opplæring som en utfordring i matematikkfaget.

Det tredje spørsmålet i forhold til undervisningen i matematikk var: *Temaorganisering av lærestoff: Hvor mye, hvordan, hvilke utfordringer er knyttet til dette?*

- Har hatt trafikk som tema, matematikken blir halde litt utafor det blir truleg lettare i ungdomsskolen når ein kan rekne med fart. Kunne tenkje meg å prøve noko i geometri (L1)

- Ofte er det litt vanskelig å få inn matematikken. Jeg prøver hele tida, når vi legger opp halvårsplaner og bestemmer tema vi skal ha og prøve å tenke, hvor kan jeg ta inn matematikken, der det er naturlig på en måte. Jeg har akkurat et sånt opplegg som jeg holder på med nå. Vi arbeider med trafikktelling i gata her. Da syns jeg det er veldig fornuftig. Vi har vert ute og hatt opptelling i friminutta i en tre ukers tid, og så skal du inn og lære dem å få det her inn på data og jobbe med statistikk. ...... Ellers syns jeg det er vanskelig å trekke inn matematikken, og så føler jeg også det er veldig mye som skal gås igjennom.

Jeg føler liksom litt sånn tidspress, og det som er meningen med tema, er at du skal ta ting i tema og så skal du på en måte bli ferdig med det .... Nei der er jeg ikke flink nok, det vet jeg. Jeg syn at det ofte blir så mye tillegg, og så føler jeg at det er så mye å gå igjennom i matematikk. Og når du bruker så mye i temaer så er det fort for at det kommer i tillegg. Det hadde vert så veldig greit hvis en kunne sagt at, ok nå tar jeg den biten der fra matematikken og legger den inn, og så er du ferdig med det. Men jeg syns det er vanskelig å få til det. Det er jo veldig tidkrevende da. (L2)

- Matematikken har lett for å falle ut av temabiten. Den og engelsken holdes gjerne utenfor når vi driver temaundervisning. Den kommer jo inn i tema, men det blir lite, og det blir ikke *utfordringene*, altså det blir ikke matematikk som fag som blir utfordra. De skal nok regne ut og finne ut av ting, men da er det *alltid* ting de *alt kan* syns jeg, når vi driver temaundervisning. Det ligger ikke noe nytt i det. Så matematikkfaget lider i temaundervisningen. ....

I: I læreplanen så står det at en skal passe på at en skal ha tyngdepunkt i ett fag. Er det det du sier at matematikken er veldig vanskelig å få til å være et slikt tyngdepunkt?

- Ja, i hvert fall har vi ikke klart det her hos oss ennå. Det kan være kristendommen som ligger som tyngdepunkt, det kan være norsk. Veldig ofte norsk, eller alt som har med natur, miljø og samfunn som ligger som tyngdepunkt. Og så kommer da de andre faga inn. Og det er derfor at vi holder noe av matematikktimene utenom temaarbeidet. ... Vi har hatt en god del temaorganisering. Vi hadde noe media, og det er klart at da er det noe som måtte beregnes og regnes ut. Det skulle være plasseringer og det skulle være avstander, og de skulle ta opp en film. De hadde laget en videofilm, og de hadde vært nede på XXX, og da kom jo matematikken inn. Men det er den matematikken de bruker i praksis den matematikken de *kan*, og det er jo greit nok, men det blir jo ikke noen videreføring av matematikken. (L3)
- Det er jo sånn i skolen at du lukker jo ikke døra til klasserommet og ikke slipper noen andre inn – det gjør du ikke lenger. Du åpner jo litt mer, særlig i småskolen så har jo jeg drevet temabasert undervisning i mange år før L97 – og det tror jeg de fleste gjør nå, mer eller mindre i småskolen. Og så blir det litt mindre av dette når du kommer oppover. Det er jo også etter L97 – og det ser vi at vi må også for å få tid til det vi skal. Men jeg tror kanskje at det har blitt mer temaorganisering etter L97 enn det var før, for nå har en på en måte blitt pålagt det. ...... Jeg syns at det vanskelige, eller utfordringen som du sier i temaorganiseringen, det er å trekke matematikken inn der altså, for det lever på en måte sitt eget liv ved siden av alt det andre, og det er selvfølgelig fordi jeg ikke er bevisst nok – flink til å dra det inn. Det er så lett å trekke inn alle de andre faga og det er så vanskelig for matte, for du tenker liksom at matte er den boka du følger mer - ikke helt fra side til side for du kan godt ta .... Som vi hadde i fjor, åttende kapittel som vi hadde om reising og fremmed mynt og sånt. Det tok vi veldig tidlig i året for da hadde vi om Europa, og da var det logisk å ta dette og trekke det inn i forbindelse med utenlandsk valuta, reising og avstander og alt mulig sånt. Men ellers så er det jo veldig mye som bygger på hverandre, og dermed så er det ikke så lett syns jeg. Og skal du trekke det naturlig inn så blir det noen ganger litt søkt, fordi det ikke helt ligger til rette for det. Men det er jo viktig å trekke inn de faga, eller de kapitlene og de emnene og tema som går an å trekke inn tverrfaglig. Men jeg syns det er vanskelig med tema i matematikk altså. (L4)

L1 har prøvd temaorganisering av lærestoffet knyttet til trafikk, og gir uttrykk for at hun ønsker å knytte et nytt tema til geometri. Det er interessant at læreren her ønsker å ta utgangspunkt i et matematisk tema. Oftest erfarer vi at matematikken kommer inn som et redskapsfag når det er tale om temaorganisering av lærestoffet. L2 mener å ha erfart at det er vanskelig å inkorporere matematikk i temaorganiseringen. Hun mener at hovedgrunnen til dette er at dette kommer i konflikt med mengden av fagstoff som skal gjennomgås i matematikkfaget. Hun viser i den sammenheng til halvårsplanene. L3 har samme erfaring som L2, at matematikken har lett for å falle ut når en arbeider med temaorganisering av innholdet, fordi det matematikkfaglige innholdet de har bruk for, er noe som de allerede behersker. Det samme kommentarene gjelder for L4. I tillegg opplever vi at L4 viser en ærefrykt for faget: "*Jeg tror kanskje at det har blitt mer temaorganisering etter L97* *enn det var før, for nå har en på en måte blitt pålagt det. ... Jeg syns at det vanskelige, eller utfordringen som du sier i temaorganiseringen, det er å trekke matematikken inn der altså, for det lever på en måte sitt eget liv ved siden av alt det andre, og det er selvfølgelig fordi at jeg ikke er bevisst nok – flink til å dra det inn."*

Det fjerde temaet i denne gruppen av spørsmålet handler om prosjektarbeid: *Hvor mye, hvordan, hvilke utfordringer er knyttet til dette?*

- Nå har ikke vi prosjektarbeid, noe særlig, i barneskolen i det hele tatt. Det blir temaundervisning, det blir lite prosjekt. Fordi prosjekt jo gjerne går på at en skal finne ut av et eller annet. Det er det mest av på ungdomsskolen. Så det er veldig lite prosjekter vi har. Vi kan telle hvor mange røde biler som kjører forbi på YYY og så knytte det til et prosjekt ....

I: Men hva slags prosjekt kunne det være ... å starte med statistikk?

- Ja, vi ville jo kalle det tema da, men vi starter jo statistikk med at vi går rundt og teller ett eller annet, eller at vi teller oss sjøl eller hvor mange søsken de har. Vi bruker altså den type ting. Men det blir ikke å finne noe nytt som de ikke vet om. På barneskolen tror jeg dette er lite aktuelt. Det kan være at en tar noen prosjekter i forhold til mål, i forhold til væske i forhold hvor mye vann som renner i bekken og litt av hvert sånt, men det blir så vanskelig noe av det at det blir liksom læreren som er den som finner ut av det, tror jeg. Men vi har ikke hatt matematikk som et slikt prosjekt, det har vi ikke. (L3)

Det er bare en av lærene, L3, som uttaler seg om dette. Det ser ut til at L3 beveger seg fram og tilbake mellom temaorganisering av innholdet i undervisningen og forståelsen av hva som er en karakteristisk forskjell i forhold til prosjektarbeid. Det kan se ut som om læreren har en uklar forståelse av prosjektbegrepet i læreplanen.

Det siste spørsmålet i intervjuet var knyttet til tilpasset opplæring: *Hvordan legge til rette for tilpasset opplæring i matematikk?*

- Problemet her er at dei som treng å trene mest, får minst fordi ein ikkje får lov å kutte i IOP. [Individuell Opplæringsplan – (merknad I)] (L1)
- Vi er jo to lærere, i alle matematikktimer, og vi har valgt å ha tre elever ute nesten hver time. Og dem som er igjen inne i klasserommet blir det stort sett jeg som tar meg av, og jeg prøver jo å gi utfordringer til alle sammen. Men det er ikke like enkelt når det er **så** mange som trenger **så** mye hjelp. Det er rett nok ikke mer enn 18 elever i klassen, men det er vanskelig å få til. Men jeg syns jeg klarer det brukbart likevel. Jeg skulle mange ganger ønsket at vi var flere, når du har to fremmedspråklige som ikke kan norsk og du har tre – fire som vi har inne og som har store leseproblemer så sier det seg selv. Og i tillegg har jeg et par elever som er veldig flinke. Jeg syns det er vanskeligere på dette nivået enn på ungdomsskolen. Jeg syns at der var det litt enklere. Der kan ungene jobbe litt mer selvstendig. Jeg kunne lage undervisningsopplegg, for eksempel for de flinke. De kunne sitte ute på ei gruppe og sitte å jobbe med det på egenhånd, og jeg kunne bidra med litt hjelp til dem av og til. Jeg syns jeg fikk det bedre til på ungdomsskolen. Her må du være tilstede hele tida eller så blir klasserommet snudd opp ned, nesten. (L2)
- Ja, og det har vi naturligvis. Vi har da elever som er ute og som har sine egne opplegg i matematikk. Det er ingen i sjetteklassene i år. Men det har jeg drevet mye med. Da har vi hatt lærebøker som er veldig greie. Fordi da har det ligget inne i boka at det skal du hoppe over, og det skal du gå videre på. Så da har vi lagt opp etter det, men ellers så driver vi litt tilpassa opplæring med ungene. Enten at de er ute og får spesialundervisning eller at de er inne i klassa. Og ofte får de nok være inne en del. Men det er jo et område hvor det i hvert fall er viktig å lære dem regningsartene – og jobbe med det før du kommer ut av barneskolen. Så den tilpassa opplæringa jeg har gjort, det er mye mer at en går i butikken og at man gjør ting – mye med penger, legger veldig vekt på det der at de klarer å bruke penger altså. Ellers så er penger også et godt redskap når det gjelder matematikk, fordi der er de ganske gode de fleste. Men vi har mista noe, fordi vi har mista desimaltalla, ja vi har mista de små pengene som var så greie å ty til. Så du har ikke dem lenger når du skal begynne å tenke, tiøringer og ettøringer og sånt. (L3)

Uttalelsen til L1 om individuell opplæringsplan kan virke merkelig siden den er ment å være tilpasset opplæring. L2 trekker fram problemet med å organisere elevene. En kan stille seg spørsmålet om det er elevene eller det er faget som er problemet. L2 trekker som et negativt element at denne organiseringen også ofte fører til disiplinproblemer. Det kan se ut som L3 bruker læreboka som et disiplineringsmiddel. Det kan se ut som denne læreren oppfatter tilpasset opplæring som det samme som spesialundervisning.

Denne syntesen baseres på to intervjuer, gjort med lærerne LU1 og LU2 i november 2001. Spørsmålene går på seks hovedområder. Sammen belyser intervjuene aktuelle forhold ved hver lærers oppfatninger og bruk av matematikkplanen i L97 i sin praksis.

Begge har ett års videreutdanning i matematikk, og begge har lang erfaring fra ungdomstrinnet. Lærerne har nokså lik bakgrunn og erfaringstid. Intervjuene viser at de likevel representerer to ulike klasseroms- og skolekulturer. De har valgt ulike læreverk.

6.3 Niende klasse

De to lærerne som ble intervjuet i niende klasse hadde følgende bakgrunner:

Lærer LU1

Han er cand. mag., med treårig lærerutdanning, har ett års videreutdanning i matematikk, mellomfag i kristendom, forberedende i filosofi, kvartårseining i livsynsorientering. Han er adjunkt med opprykk, og har 21 års praksis i skolen, mest i ungdomsskolen.

Lærer LU2

Han har treårig lærerutdanning, med ett års videreutdanning i matematikk. Han har 22 års praksis, av disse 20 år på samme ungdomsskole.

6.3.1 Matematikkdelen i L97

I: *Hvor godt kjenner du matematikkdelen i L97?*

- Den tror jeg jeg kjenner ganske godt nå etter hvert. Jeg var med her som en slags ressursperson i XX kommune, og ble derfor også kurset en del i forhold til det. Jeg var ansvarlig for etterutdanningen av lærerne fra 97 og fram til 2001 i et nettverk som ble opprettet her. (LU1)
- Jeg har lest den, men jeg vil ikke si at jeg kjenner den veldig godt. Det må jeg innrømme. (LU2)

En lærer uttrykker at han kjenner L97 godt fra en aktiv rolle ved innføringen av planen. Den andre sier det motsatte. Vel har han lest den som en plikt, men ikke blitt kjent med denne planen. Et oppfølgingsspørsmål gikk på lærernes syn på L97, på hva som er viktig og hva er nytt for dem i sitt arbeid som matematikklærere?

- Dette med å knytte tingene til hverdagen til elevene, og at de gjør erfaringer sjøl, og at de bygger opp sine egne begreper. Altså at de får muligheten og tid til å bygge opp sine egne tanker omkring begreper og anvende dem. Det tror jeg er det som jeg synes er det viktigste. (LU1)
- Noen ting jeg synes er interessant, og det gjør jeg mer av nå enn jeg gjorde tidligere, for eksempel det å la de drive og tessellere og gjøre erfaringer sånn med vinkler, og setter inn i sam-

sammenhenger. Men om det er viktigere for meg enn før? Ja, det *er* blitt viktigere... At de kan gjøre erfaringer, finne greie metoder for at en trekker inn erfaringene. ... Jeg sikrer meg littegrann at de reflekterer, at ikke de bare gjør det. (LU1)

En lærer nevner det elevsentrerte, konstruktivistiske perspektivet, og sier at han utmynter det i en arbeidsmåte, nemlig ved bevisst bruk av elevenes erfaringer. Han vektlegger at elevene reflekterer over erfaringene sine, noe som ligger i nært til L97.

- Jeg føler at denne planen igjen gikk litt tilbake på at du hadde litt mindre valg på pensum. Jeg følte at den forrige planen var... litt meir sånn, skal vi kalle det en rammeplan, og at denne ble en påstand for hva skal gjennomføres. At den snevrer inn sånn. Men så skapte den meir åpenhet, følte jeg, på det at elevene skulle medvirke og ..., det er så og så mye prosjektarbeid som skal gjennomføres. Altså en litt annen undervisningsform. (LU2)

Planens funksjon eller intensjon som rammeplan eller som styrende plan, blir nevnt av denne læreren. Dette indikerer et syn på planen som "anvisende" og som "styrende" mer enn som en ressurs.

Tema- og prosjektarbeid blir, ikke uventet, berørt som et særpreg ved planen. Planens tverrfaglighet, og vekten på helhet og sammenheng mellom ulike kunnskapsområder, blir nevnt av lærerne.

- I begynnelsen, det som var mest vanskelig, syntes jeg, var det at det var føringer på hvor mye tema- og prosjektarbeid vi skulle ha, og hvor mye av fagplanen ... som skulle liksom gjøres da. ... I begynnelsen satte vi av 20% av all undervisningstid på ungdomsskolen til tema- og prosjektarbeid. Vi vekslet dette inn, sånn at vi tok en uketime i for eksempel matematikk og to timer samfunnsfag og to timer norsk og sånn. Så skulle en sy det sammen sånn at det ble prosjekter, og prosjekter tar noe mere tid. Jeg kjente at jeg var noe mer utålmodig, og hadde problemer med mange ganger å finne enten reine matematikkprosjekter, eller prosjekter der matematikken hadde så stor plass at det forsvarte den tida som en kan gjerne si blei lånt eller tatt fra vanlig klasseromsundervisning. Men det var en overgang for meg, det fungerer bedre nå. (LU1).
- Noen ganger kan tema/prosjektarbeid bli litt, sånn at det er noen som tar litt ut, slik at det blir litt tivoli og sirkus, uten at jeg er så sikker på at de får reflektert så mye..., så jeg prøver å ... stoppe opp ved tingene og sette de litt i perspektiv. (LU1)

Tema- og prosjektarbeid blir nevnt som en spesiell utfordring. Et problem er å organisere dette, og å yte rettferdighet overfor de ulike fagene. Det er ikke uproblematisk for denne læreren å få det til slik at matematikk blir inkludert, slik at ikke faget totalt lider. Et annet problem for han er, når en gir elevene en friere styring, å holde et fokus. Det blir nødvendig å "stoppe opp" og sette kunnskapen litt i perspektiv.

En lærer (LU2) er opptatt av sin rolle som lærer.

- Jeg føler meir på at det er veilederrollen, elevene sånn litt meir i sentrum, med å finne... At stoffet skal bygge meir på elevenes tanker og ønsker. Men så har vi jo en plan vi skal igjennom. Det *kolliderer* litt på at ... Jeg føler at det er jo et stoff og en fagplan vi skal igjennom. Det kan være positivt det med den der veilederrollen, og at du ... må gå sånn litt meir individuelt. ... Skjønt det heiter vel det i de gamle planene og, at det er tilpasset lagt opp. Men så er det mange sånn ytre forhold som begrenser alle de mulighetene: Rombruk, utstyr, økonomi. ... Til slutt så havner du tilbake i klasseromsmodellen. (LU2)

Denne læreren peker på veilederrollen som et viktig nytt element i L97, og noe som karakteriserer denne planen. Da er eleven den aktive, som arbeider seg fremover og som finner ut av et tema ... Læreren erkjenner altså planen som konstruktivistisk basert. Dette synes likevel å innebære en konflikt hos han. Stoffet er noe "vi skal igjennom". Rom og utstyr som trengs til en slik oppdagende læringsmetode synes ikke å være tilfredsstillende. Dermed blir slike intensjoner i planen satt til side, og en er tilbake til "klasseromsmodellen", at læreren forklarer og elevene øver.

Læreren ble utfordret på kollisjonen mellom ønsket om elevsentrerte arbeidsmåter etter L97 og dette med gjennomføring av planens faglige innhold.

I: Så det kolliderer det? Syns du det er vanskelig? Akkurat den konflikten der?

- Nei, for de gangene vi prøver på å få elevene med, til å tenke og til å ønske, så har de veldig lite tanker. Så dermed blir det at du heller kan bare følge fagplanen ... og de fleste lærebøkene. Bøkene skal jo være bygget på en ny fagplan. Når vi velger ei lærebok, så føler jeg meg litt trygg på at den .... får tatt emnene. Og så lenge elevene ikke har... Elevene er for lite modne til å tenke selv, føler jeg. Kan godt være de er for lite trent og. Det kan godt være vi må ta skylda for. (LU2)

Den elevaktive undervisningen får han ikke til å fungere. Han går tilbake til å "følge fagplanen". Han er inne i en sirkel. "Elevene er for lite modne til å tenke selv", konstaterer han. Dermed blir metoden valgt at læreren formidler stoffet. Og elevene får ikke utviklet selvstendige undersøkende evner, "de er for lite trent". Han innrømmer at lærerne kan ha et ansvar for dette.

6.3.2 Etterutdanning

Lærer LU1 har vært på flere etterutdanningskurs, rundt i regionen. Blant annet på 3 dagers kurs, gitt etter Departementets modell for etterutdanning, ved Gard Brekke. Emner som ble tatt opp var tema- og prosjektarbeid, diagnostisk undervisning, begrepsbygging, helheten av matematisk kompetanse.

Lærer LU2 har vært deltataker på dagskurs om vurdering spesielt av åpne oppgaver. Dessuten på noen kveldskurs om bruk av data, inkludert regneark. Som skolens hovedlærer i matematikk får han litt kurs i den ordningen med hovedlærer som kommunen har etablert.

- jeg har jo deltatt på noen kurs i vurdering. Det går litt på ... åpne oppgaver i matematikk. For det er det jo blitt mye meir av ... Og dermed måtte vi som sensorer trenes i åssen vi skulle vurdere sånn type oppgaver. (LU2)

Et oppfølgende spørsmål går på om det er noe de ønsker som tema for etterutdanning framover.

- ... kanskje hjelp til metodiske forhold til å bruke Excel eller hva som helst. Noen tips på det. Og så føler jeg at kanskje sannsynlighetsregning, det er den delen av matematikkpensumet som ... gjerne kunne ha vært lagt til rette med kursing. (LU1)
- Jeg føler at, det er kanskje dumt, men på det nivået i ungdomsskolen så føler jeg meg egentlig faglig trygg på det som vi underviser i. Men, men det er klart, skal en bruke data noe meir i undervisningen, så hadde vært veldig interessant å sett bruk av data..... Bruk av internett i undervisningen.... Det med å hente informasjon og bruke det, hente det som de kan bruke til å løyse problem med, det måtte jo være litt spennende synes jeg. (LU2)
- Sånn noen vurderingskurs med jevne mellomrom. (LU2)
- for meg har det vært sånn at når jeg har for eksempel har vært på etterutdanningskurs, og sett på la oss si Cabri II, og ikke skolen har ressurser til å kjøpe dette inn, ... da trenger jeg å få litt hjelp til å komme i gang på det tidspunktet når skolen kjøper inn slikt dataprogram. (LU1)
- det begrenser seg så fort du kommer tilbake til skolen, ... heilt fram til vi har, iallfall en maskin i hvert klasserom som vi kan bruke, eller et større datarom eller et bibliotek sånn. (LU2)

Lærerne peker på problemet med data, at så fort de er tilbake til skolen, er de ressursmessige begrensningene der. Det blir et misforhold mellom etterutdanningens innhold og situasjonen på skolen. Likevel er data i matematikken aktuelt for etterutdanning for begge, og også sannsynlighet er nevnt. Det er interessant å observere LU2 sin vudering "så føler jeg meg egentlig faglig trygg på det vi underviser i". Dette indikerer et syn på matematikk som et "ferdig byggverk", som et lukket fagområde uten noen nye stier å følge ... Dette er problematisk i forhold til L97s vekt på matematikk som en prosess.

6.3.3 Læremidler

I: Hvilke forandringer har skjedd i læreboka dere bruker etter L97?

- ... den største er at det er lagt inn en del åpne oppgaver. Det er liksom det som jeg kan tenke meg jeg merker av forandring. Eller så kan ikke jeg komme på noe, sånn veldig. De har stokka litt rundt på pensumet. Men jeg tror det er de åpne oppgavene. (LU2)
- ... den framstiller matematikken i en kontekst sånn liksom. Den prøver å knytte ganske mye til hverdagen. (LU1)

Her griper lærerne fatt i to vesentlige tema, nemlig åpne oppgaver og matematikk i kontekster. Dette er to sentrale sider ved L97, nemlig den elevsentrerte, utforskende arbeidsmåten, og dette med sammenheng og matematikk som redskap. Lærer LU2 nevner rekkefølgen av pensumdelene, noe som passer med en oppfatning av matematikk som et byggverk.

I: Vurderer du at læreboka er i tråd med L97?

- Jeg må si jeg har ikke satt meg ned og finlest. Jeg har tatt, jeg regnet med at de som har skrevet lærebøker har jobbet med det meir enn det jeg har. Jeg har bare følt meg trygg på at den er det. Men det er ikke sikkert. (LU2)
- Jeg opplever det slik. Det betyr ikke at jeg ikke noen ganger kutter ut læreboka og gjør andre ting. Sånn som for eksempel i timen i dag. For 15 år siden hadde jeg kanskje fulgt opp det som stod i læreboka. Men nå syntes jeg at de skulle gjøre noen andre erfaringer. Men det er veldig godt å ha ei lærebok å reflektere ut fra, og så bruke... (LU1)
- Og så syns jeg at lærerveiledningen din har vært veldig rikholdig, gir mye tips, vink, ja. Og peker kanskje på ting slik, at jeg noen ganger har lest lærerveiledningen i forkant av timer, du peker på ting å være obs på, som jeg synes har vært bra. Det å kunne reflektere litt i forhold til dine tanker om hva som jeg synes har vært det viktigste. Så har den vært rik på oppgaver og aktiviteter og litt sånn, når jeg har trengt det. (LU1)

Lærer LU2 peker på at læreboka er en sikkerhet for at stoffet blir tatt med. For en annen lærer er den en ressurs for aktiviteter og refleksjoner... og brukes med stor frihet. Vi ser to ulike perspektiver på det å bruke læreboka, og på lærebokas hovedfunksjoner.

I: Hvordan vurderer du læreverket?

- Vi har to forskjellige læreverk for åttende og niende. Så ... altså, jeg er ikke heilt fornøyd med noen av dem...(LU2)
- Noen ganger er det altfor lite oppgaver av det som de trenger å trene på. Sånn at du må produsere og lage oppgaver selv. Men det går greitt nok. Du kan jo finne nye problemstillinger.(LU2)
- Noen ganger syns jeg det er, jeg er rett og slett uenig i den måten de legger det opp på... Jeg viser det på en heilt annen måte. Sier at nå tar jeg det på min måte, som jeg syns er greiere. Men det må en bare akseptere, at de som har laget lærebøkene... (LU2)

Et viktig ankepunkt mot læreverket for denne læreren, er mangelen på øvingsoppgaver. Det er ikke en vesentlig innvending, fordi det "går greitt nok" å lage eller finne oppgaver som elevene kan trene på. Innvendingene gjelder også selve måten en oppgavetype løses på, eller et stoff fremstilles på i læreboka. Da hender det at "nå tar jeg det på min måte, som jeg synes er greiere". Elevene skal ledes frem til en løsningsmåte, ut fra en modell, som de gis.

6.3.4 Matematikk

I: Hva mener du er viktig kunnskap eller kompetanse i matematikk for elevene?

- Noen ganger så tenker jeg på noen av de elevene som sliter mest i klassen, og på noen av de yrkene de skal ut i. Jeg føler at det er noen yrker som de ikke trenger mer matematikk til i dag enn tidligere,... de kan klare seg med å konsentrert seg om noe. Samtidig er det noen som trenger mer enn de selv har en følelse av at de trenger. Jeg pisker dem noen ganger litt på det: Dere må ikke hvile og tenke at dere kommer inn på det dere har lyst til videre. ... Jeg har noen elever som tenker seg de skal inn på elektrofag, og tror at de bare kommer inn likevel. Da er det ... å ha begreper, gode begreper om ting. Det å kjenne språket, altså det matematiske språket. Og så dette med algebra, hva tingene er for noe, at de kan lese et uttrykk og skjønne hva det er for noe, anvende for eksempel i beregninger, og generalisere. (LU1)
- Det praktiske i hverdagen som de får bruk for, det må de kunne altså. De må kunne bruke matematikken... Det er viktig for dem å kunne med kroner og øre, og kunne legge sammen og kunne forstå verdier, større og mindre. Det er viktig at de..., om ikke de kan gangetabellen, så må de vite åssen det virker så de kan regne på en kalkulator og forstå hva det dreier seg om. ... De må vite at svaret er realistisk. (LU2)
- Jeg tror det er mange svake elever, om de aldri lærer gangetabellen, så er ikke det det heilt store. De kan greie seg videre i livet hvis de har en kalkulator. Men de bør ha litt forståelse av tallene. De bør... få litt innabords om hva de kan forvente realistisk, ha peiling på det heile hva det dreier seg om. Men de trenger ikke kunne sette opp et sånn tresifra tall ganger tresifra og få det der heilt riktig. De bør ha peiling på prosenter og avslag og priser, og åssen det virker, og kunne bruke det. De bør ha peiling på arealberegning. De får bruk for en heil haug av slike ting i livet seinere. Så kan en greie å gjøre det litt praktisk, altså, og knytte det mot ting de får bruk for... både å handle i butikker og varer... og husbygging de skal til med seinere i livet, og lån og... om en kan greie å knytte det mot noe som en vet at de seinere i livet kommer heni, og gi de litt peiling på og forståelse for. (LU2)

Begge lærerne peker på at elevene skal fungere i livet, i samfunnet. Begge er videre opptatt av de "som sliter mest", de "svake". LU2 peker på at disse elevene må kunne "ha peiling på" det hele, det er mer nødvendig enn detaljerte, tekniske regneferdigheter. De skal kunne bruke kalkulator. Da må de kunne vurdere et svar, vite om det er realistisk. Det er et tydelig mål for denne læreren at matematikken fungerer praktisk. Han bruker flere ganger uttrykket ... elevene må "ha peiling på", de må "vite åssen det virker". Han prioriterer at kunnskapen skal være handlingsorientert og overgripende, og den kan være kursorisk. Detaljerte ferdigheter kan mangle eller være usikre, men det skal fungere i praksis. I en slik pragmatisk holdning ligger et problem: Hvordan kan teori og forståelse nettopp støtte opp om praksis? Kan en elev ta med seg teori ut i praksis? Motsatt: Hvordan kan en gå fra praksis til teori, hvordan kan en belyse et praktisk problem i en teorisammenheng?

Lærer U1 peker på andre sider.

- Så er det klart at dette med fakta og ferdigheter er jo viktig at de kan, at disse tingene ligger i bånn, slik at de ikke må slite med det når de kommer til videregående. ... Jeg jobber ganske mye med at de ikke skal ha så rigide løsningsstrategier, men at de kan nøste på et problem fra ulike ståsteder og finne fram... Det tror jeg at de har veldig bruk for i livet. At de kan nærme seg et nytt problemområde på en åpen og litt kreativ måte. At det også ikke bare er én vei som fører fram. At de kan tegne og tenke, og ta i bruk flere måter å nærme seg noe på... Og så synes jeg selvfølgelig, at de skjønner at faget er viktig for de har bruk for det, at det er sånn at de har det i ryggraden sin, det er viktig. (LU1)

- Vi har nå hatt en integrert uke. Da sa jeg stadig til elevene, at nå konsentrerer vi oss om disse to fagene (norsk og matematikk) denne uka. ... Anslagsvis har vi tenkt så og så mange timer til de ulike fagene. Og da er det noen elever som nesten på slutten av uka ikke har gjort matematikk! Det forbauser meg, og selv om jeg har ... jagd de littegrann og minna de på det. Så sier de: ja, jeg skal bare gjøre ferdig dette her først. Det er tydelig at matematikk er sånn for noen elever som strever med det. Det har nok noe med prestisjegreier å gjøre... De kvier seg, de legger det vekk, når de kan velge. ...Det gjør meg litt lei noen ganger, fordi det er tungt å motivere dem, når de ikke klarer å se det sjøl. (LU1)
- At de har bygt opp begreper og strategier sjøl. Noen ganger opplever jeg at elever sier at jeg husker ikke dette, de føler ikke at de husker. Men det er ikke alltid at de er så aktive. Jeg bruker litt tid til hoderegning, at de får bruke kunnskapene sine, lære litt av hverandre, lære litt strategier. (LU1)
- Det å kunne løyse problemer, det er jo klart det er viktig. (LU2)

LU1 peker på at både strategier, problemløsning, og motivasjon hører med i en nødvendig kompetanse i matematikk, det består ikke bare av ferdigheter og fakta. Men det er et stort problem: "Hvordan skal en så kunne motivere dem ...?" ..."Det er tungt,... når de ikke klarer å se det sjøl".

6.3.5 Læring, elevperspektivet

I: Hvordan skjer læring i matematikk?

- Det skjer i et samspill i klasserommet. For det første så må alle de der basisgreiene være dekket, at det er en trygghet for elevene, at de er akseptert, at de kan gjøre en feil, at det er akseptert. (LU1)
- Jeg prøver å oppmuntre elevene til å komme med svar, på tross av at de kanskje kan være usikre på det. Og jeg tror at jeg har fått til det i klassen de siste årene. At det er et klima for å kunne gjøre feil. Har brukt det at elevene svarer feil, kommer med misoppfatninger, at det bruker jeg i undervisningen, lar elevene argumentere for det. Når jeg har fått til det, synes jeg det er en god læringssituasjon for dem. (LU1)
- Bruker også litt god til å prøve å bygge begreper, og utvide forståelsen for dem, i forhold til når de ikke har oppfattet eller når de har litt mangelfulle ideer om tingene. Bruke språket, snakke om ting, la elvene uttrykke seg. Det gjør jeg mer nå, mer muntlig nå. Det var en periode jeg lot dem uttrykke seg i logg, litt mer skriftlig. Det har vært litt opp og ned. Men prøve å prate litt i timene, diskutere ting. (LU1)
- Det er klart at sånn som den plakaten som Mette laget med "den derre rota" som hun kalte det. Jeg sa til henne etterpå at det er selvsagt mulig at du kan slå opp i ei bok og finne ut hva "den derre rota" hette. Samtidig synes jeg at det er litt hyggelig at det står så tar du "den derre rota". Litt sånn, men, ja. Synes det er viktig at de bruker egne ord på det. Og hvis de er uenige om en ting, at de får mulighet til å ta standpunkt til det andre sier, når de korrigerer de, at de får reorganisert sitt eget begrepsstruktur. (LU1)
- Jo mindre de er, så tror jeg det skjer med konkret, ved å se konkreter. Jo større de blir, jo meir greier de å abstrahere. Så jeg tror jo for småbarn i barneskolen er det uhyggelig viktig å bruke konkrete ting som de ser, at de kan telle og kan... Men åssen læring skjer, å tid de plutselig, når lyset går opp for dem altså, det er jo ikke lett... Men jo meir konkret du kan gjøre det, jo bedre tror jeg det er altså. (LU2)
- Det er vel i 10-12 års alderen de begynner å abstrahere og kan forstå. Jeg vet ikke om en kan kalle det læring med bare pugging. Jeg vet rett og slett ikke, hvis en pugger gangetabellen, om det kan kalles læring. For det er klart at mange kan pugge uten å forstå det døyten... Det er jo en form for læring, men det har ikke noe med forståelse å gjøre. Så det vet jeg ikke, om læring kan defineres i det øyeblikket de har forstått det. De kan lære gangetabel-

len. Men det kan også være bare ei ramse med tall, noen siffer som er stilt opp etter hverandre uten at de egentlig... Men de kan sikkert greie å pugge det. (LU2)

LU1 understreker det sosiale aspektet, samspillet ved læring, elevene må være respektert og akseptert. Bruk av språket er vesentlig når kunnskaper og begreper dannes. LU2 er sterkt opptatt av konkretisering som en nøkkel ved læring. Han konkluderer med at "jo meir konkret du kan gjøre det, jo bedre..." Dette indikerer at læreren er den aktive og den handlende i læringsprosessen. Som lærer skal du gjøre det konkret. Han er heller usikker på om pugg er læring. Det har i alle fall ikke noe med forståelse å gjøre, sier han.

I: Hva tror du problemet er for de elevene som har vansker i matematikk?

- Det er sikkert ikke vitenskapelig bevist, men jeg har en følelse av at noen, når det gjelder evner, så tror jeg at noen har bedre evner i matematikk, og noen har bedre evner i språk. At det er to forskjellige ting. Og det må en jo akseptere. Det er noen som sliter. (LU2)
- For meg virker det er noen elever som har dårlig medfødte evner til å se sammenhenger, når det gjelder matematiske sammenhenger. Og så er det nok også noe at de har konsentrasjonsproblemer. (LU1)
- Det var jo nytt for meg, det begrepet ... talldysleksi... Noen kan nok rett og slett ha at det er sånn at tall stokker seg. Og det tror jeg er nok en helt spesiell ting. Akkurat som noen har dysleksi eller ordblindhet, ... at noen kan ha noe tull med tall. (LU2)

Naturlig vil man her tenke på elevenes konsitusjonelle muligheter, deres potensiale, på den kognitive utviklingen, og på at denne kan være satt tilbake. Men også affektive sider nevnes.

- Noen kan ha motvilje mot matematikk, og det gjør det vanskelig. ... Jeg legger litt skylda på barneskolen. De har gjort det for kjørt, kanskje for teoretisk. De ... sitter og gjør en operasjon gang etter gang etter gang, og det blir så kjørt, det er ikke noe utfordring i det. (LU2)
- Så tror jeg at noen detter av matematikken, og så gidder de ikke meir. Men det er jo..., he he, men det er nok og forskjell på folk. Noen liker språk, og noen liker matematikk. (LU2)

Lærer LU2 peker på at problemet hos enkelte elever kan føres tilbake til skolesituasjoner eller erfaringer fra klasserommet. Det kan ha blitt for vanskelig, for ensformig, og uten utfordringer. Han peker dermed på dilemmaet mellom utfordring og understimulering – og det å falle av lasset og ikke lykkes. LU1 tenker løsninger på utfordringen, og trekker fram ønsket om å møte den enkeltes behov, der en forutsigbar undervisning kan være et mulig hjelpetiltak.

- Noen elever som har diagnoser på noen områder, hvis de har norsk i den ene timen, der holder de på med litteratur, og så skal de svitsje over til matematikk i neste time, så synes jeg det er vanskelig. Det blir for mye skifting. (LU1)
- Så sier de jo at de svake skal ha varierte aktiviteter. Men en av de klassene som har ganske gode begreper... Når elev X ... hadde den med terningen i sted [han hevdet at volumet av en terning med side 2 var 1,1, intervjuers merknad], vet jeg at det er bare noen overfladiske greier. Samtidig er det sånn at han må ha det forutsigbart for seg i undervisninga, han må vite hva som kommer. Sånne ting tror jeg han sliter mer med enn de andre i klassen. (LU1)

Tilpasset undervisning og spesiell hjelp, berører spørsmålet om ressurser, og riktig bruk av slike.

- Derfor hadde vi håpet å kunne ha en time, lærer Y og jeg, hver morgen der vi kunne ha tilrettelagt. ...Vi fikk det mye mer til de første årene. ... Da begynte vi gjerne dagen slik at vi viste hva som kom, slik at han kunne jobbe seg ferdig med noe. ... Som regel kommer slike elever inn når du har fått de andre i gang. ... Så går det ei stund når de andre er ferdige, ... han får ikke avsluttet noe. Men så er det jo sånn at de elevene generelt har mange ganger lite tålmodighet, og at en ikke har ressurser til å hjelpe dem videre, og eventuelt skrelle vekk slik at de får jobbe med sentrale ting. (LU1)

Her pekes det på behovet "for å skrelle vekk", underforstått det som er mindre viktig. Spørsmålet er: Viktig for hvem, for hva? Det er behov for å gå til kjernen i stoffet. Tidligere har han nevnt dette med å fungere i praksis. Disse elevene skal arbeide med "sentrale ting". Han utdyper ikke hva som kan skrelles bort, og hva som er sentrale ting.

6.3.6 Undervisning, lærerperspektivet

I: Hva er viktig å legge vekt på i undervisningen?

- Det er viktig at en tar seg tid. Det syns jeg. Tid til å bruke språket. Snakke sammen. La elevene komme opp med sine tanker om ting. At deres tanker om matematikk har plass i matematikktimene. At de får holdningene, at de vet at matematikk er et åpent fag. Det er åpninger for de tingene som de kommer med. (LU1)
- Spenningsfeltet som en har, at en har alltid dårlig tid, prøver jeg å skyve vekk noen ganger. Synes det er bedre å gjøre noen ting skikkelig, bedre, enn å skulle rekke "alle tingene", enn å bare gå videre og videre. (LU1)
- Jeg har undervist i det, men jeg vet ikke om elevene har lært noe. Det er mer viktig i matematikk enn i andre fag. I andre fag kan du lese noe selv. I matematikk må du forstå det. Hvis ikke begreper er forstått, så nytter det ikke. Hvis de har forstått, så faller tingene på plass av seg sjøl. (LU1)

Denne læreren gir plass til elevenes egne tanker rundt faget, og til at de får uttrykt dette. Undervisning betyr ikke alltid læring. Som lærer spør han seg selv om effekten av sin undervisning. Det blir viktig for lærer LU1 å fremme forståelse. Spørsmålet er hvordan forståelse skapes. LU1 synes å mene at ferdighet kan understøtte forståelse: ... "bedre å gjøre noen ting skikkelig..." En overlæring ved at en "er i ro" på et tema, kan motvirke uheldige virkninger av den stadige skiftingen. Dessuten må en bygge på – eller bygge ut – det elevene kan fra før, det de forstår fra før. Det skal være åpning for det elevene kommer med, ifølge LU1. Lærer LU2 tar et annet utgangspunkt.

- Altså, først så har jeg en sånn tanke at de skal trives på skolen. Det syns jeg er viktig. Kan en få det moro og litt greit og litt trivsel... da kan vi ha det litt meir moro og gjør slikt litt annet. Så at de trives, så ser jeg at til og med de svake elevene som sliter enormt, at kan kose seg i matte, altså ha det litt greit. Da tror jeg at tingene glir greiere. Og så kan en jo litt etterpå. ... Jeg har ingen ting mot å ... spøke, ha det litt moro, med å ta en lek, eller ta en konkurranse eller noe sånt. Det gjør jeg med god samvittighet.... Så liker de vel det at jeg tuller litt med dem. Det er sunt det. (LU2)
- Det er viktig at de kan lage noe selv. Jeg har jo alltid meint at det er viktig å forstå. Men det slår litt beina under... (LU2)

For LU2 er trivselsaspektet vesentlig. Det blir en grunnleggende betingelse i undervisningen. Spørsmålet er hvordan moro og spøk og trivsel, lek og spill og gøy, kan gå sammen med en seriøs holdning til det å lære i og av undervisningen. Han kommer ikke inn på dette. Er det noen motsetning? Om matematikken krever hardt arbeid ... for å forstå, for å mestre, for endelig å få det til... hvordan kan også elever trives i slike situasjoner?

I: Er det noe som er spesielt med undervisning i matematikk i forhold til andre fag?

- Timene blir annerledes i samfunnsfag eller i språk enn i matematikk. Hva er det som gjør det? Alle andre fag har jo mye meir stoff som skal leses. For en som er lesevak, så tror jeg det er godt å ha matematikk. Bare ikke det blir for... Innholdet i et stykke ... du jobber jo med matematikken. Det er innholdet i faget som gjør at undervisningen blir annerledes. Men det er forferdelig vanskelig å sette ord på det. (LU2)

Lærerne finner det vanskelig å beskrive det som er særegent for matematikkundervisningen. LU2 viser til mengden av lesestoff i andre fag... og antyder mer "tenke- og gjørestoff" i matematikken. Han er lite bevisst på hva som han finner kjennetegner matematikkfaget. Kanskje et slikt metaperspektiv bør prioriteres i lærerutdanning, samtidig som en tar opp hvordan slike kjennetegn kan iverksettes i klasserommet?

Vi går nå mer inn på prosjekt, som et viktig element i L97-planen.

I: Brukes prosjektoppgaver som arbeidsform?

- I fjor hadde vi blant annet et storyline prosjekt som var husbygging, det vi. Da ... bygde de et hus. De laget seg en familie, de bygde hus i målestokk og innredet det sjøl. Satte inn ting som passet til den familien de hadde laget. Da ble spørsmålet stilt i klasserommet: Du, hvor høy er egentlig ei dør? Hvor bred er den? De måtte gå og måle og finne ut av det sjøl. Hvor mange kvadratmeter er et soverom, og hvor stort må et soverom være...? Kan et soverom være på 3 m2 i grunnflate? Altså den type problemer. Det syntes jeg var et veldig bra prosjekt. Så er det noen som er mindre vellykka, som jeg føler jeg må styre mer. Blant annet dette som vi hadde sist. Det var kanskje mer et oppdrag. Det vi hadde behov for med klassen, var å strukturere mer, slik at vi gir dem kortere oppdrag, slik som dette å lage mosaikk med regulære mangekanter. (LU1)

Læreren erkjenner problemet med å finne gode prosjekter, med å gi elevene styringen. I noen tilfeller ser han at "jeg må styre mer". For å kunne få ta inn matematikk i et prosjekt, må elevene ofte vite om noe matematikk fra før. Ellers ser de ikke mulighetene. Eksemplet med mosaikk av mangekanter viser dette forholdet. Læreren vet at dette er rike geometriske aktiviteter som leder mot sentrale kunnskaper om figurer, vinkler, symmetri ... Han har sett det i bøker og blad. Om elevene styrer prosjektet, kan slike skatter bare bli liggende. Igjen ser vi en utfordring til lærerutdanningen: Hvordan finne potensiell god matematikk i et prosjekt? Et like viktig spørsmål: Hvorfor er dette god matematikk?

- Jeg synes at det er en utfordring å finne gode metoder slik at det fungerer, fordi det er alltid veldig mange sider. Det er elever som ikke går og gjør jobben i prosjektet, men som har konsentrasjonsproblemer... Når arbeidsformen blir noe mer laus, så blir de svivende omkring i området, og ikke vet helt hva de skal gjøre. Og elevene føler belastningen på gruppa si når de skal levere et produkt. Det er en utfordring. Mange ganger er ikke lokalitetene godt egnet til utstrakt bruk av prosjektarbeid. Det er for trangt. Slik som her på ungdomstrinnet. Vi har tre klasser, så blir de gående mye oppå hverandre når det er noe slikt de skal gjøre. Ikke er det datautstyr til alle. (LU1)
- Vi prøver jo å ha noen mindre som bare går, kanskje ei uke. Vi tar, når vi kommer til et av emnene, hvis det egner seg å bruke et sånn prosjekt med de. Nå hadde vi just et tverrfaglig prosjekt som gikk over to uker. Altså det var tverrfaglig, det ligger vel i det at det er mange fag. Da var faktisk temaet "En sunn kropp i et sunt legeme". Nei, en sunn sjel. Det gikk på mat. Og det er klart at matematikken blir ikke sentral, men den blir en del av det. Så det er jo tverrfaglig, og heile skolen ble blandet inn. Så kjører vi noen mindre, også sånn reint i matematikk. (LU2)

I: Temaorganisering brukes, hvor mye, hvordan, og med hvilke utfordringer?

- For matematikkens del, syns jeg, hvis vi lager tema, det står hva er et godt tema? Men veldig mye er det slik at når en temaorganiserer en ting, og matematikken skal være med, så blir matematikken et fag, skal ikke si på utsida, men det blir veldig mye statistikk, å lage søylediagram og sånt. At det gjelder alt fra valg til operasjon dagsverk, eller internasjonale. ... Det blir mye statistikk, så reine prosjekter der matematikken, at en kan bruke flere sider ved matematikken, det blir en utfordring. (LU1)

LU2 har også problem med å få flere sider ved matematikken inn som en integrert del av et tema. Det må ikke bli "på utsida", og bør ikke bli ensidig og begrense seg til statistikk og søylediagram. Han gir ikke noe utdypende svar på dette, på hvilke konklusjoner han vil trekke. Betyr det at forventet matematikklæring innenfor prosjekt- og tema-arbeid bør tones ned? Eller hvordan skal en kunne få til en rikere integrasjon? LU2 peker vel her indirekte på verdien av en stor fag- og matematikkdidaktisk kunnskap.

I: Hvordan legge til rette for tilpasset opplæring i matematikk?

- Jeg har en elev som har en IO-plan [individualisert opplæringsplan, intervjuers merknad]. Han har også en matematikktime i uka. Men den eleven sliter mest med skriving, dette med å gjør... Hans matematiske begreper er like gode som en middels elev i klassen, kanskje vel så det. Han bruker en del tid til å prate om tingene, slik at han blir fortrolig med begreper, slik at han møter ting muntlig, så ikke skrivinga tar fra han motivasjonen. Snakker med han alene i klasserommet hvis jeg får tid, men mange ganger er det så mange som trenger noen råd og vink. Derfor sier jeg at jeg trenger en time om dagen slik at vi kunne følge opp. Vi mestrer dette så pass godt i fagene til hverandre slik at Anne [medlærer] kan likså godt snakke med han om det matematiske, og jeg med han om engelsk. (LU1)
- Noen får et heilt eget opplegg. Andre kamuflerer vi ved at når vi gir ut ukeplan, så får de lettere oppgaver eller mindre lekse... Noen får også fra 1B, altså ei lærebok som er lettere lagt opp. Så det er alle grader. Fra de som må faktisk ha spesialundervisning, fordi de for spesiallærere. Jeg har ikke sånne, men vi har i parallellklassen. Der er et par stykker som får det sånn litt meir spesielt tilpassa. Da kommer det en assistent inn, eller en annen lærer inn, som enten kommer inn eller tar dem ut. Noen ganger er de litt inne hos meg, og noen ganger går de ... og de gjør avtaler. De får samme ukeplan. Så er det den andre læreren som nærmest vurderer hva de skal gjøre, og finpusser planen. (LU2)
- Så har vi noen som er ute på arbeidsmarkedstiltak. Noen som blir tatt ut litt, og som går med en og jobber litt praktisk. Så er han inne litt, og ute litt. Vi har noen slike opplegg. (LU2)

Som ventet vil det være ulike behov for tilpasset opplæring, som bør løses ved ulike tiltak. Lærerne er klar over problemet og synes å ta en pragmatisk holdning. For LU1 er det her viktig å redusere elevens problem med å lese, ved å føre han inn i stoffet, i konteksten og i oppgaven ved å samtale med eleven. LU2 peker på selve organiseringen – med egen bok, spesiallærer og tiltak.

I: Er det noen måte du har forandret undervisningen på i de siste årene?

- Tidligere fulgte jeg læreboka mye mer gjennomgående. Brukte mer tid til å gjennomgå de formelle tingene, Løse ferdig oppstilte oppgaver, algoritmer. Tidligere gjorde jeg mye mer av det. Jeg bruker mer tid på hoderegning i dag, at hodet må være med , vurdere svaret og vurdere det vi gjør... Mindre tid til konstruksjoner, formler, algebra. Den algebraen vi jobber med nå, det er fordi vi generaliserer, finner sammenheng, ser systemet. Den delen jeg bruker av brøk er begreper om brøk i forhold til prosent og desimaltall, men mindre enn tidligere. Jeg bruker mer tid til muntlige aktiviteter, gruppearbeid, diskusjoner i klassen -- enn tidligere. Tidligere var nok matematikktimene mer ensidige om metode, mye var skriftlig. (LU1)
- Jeg tror nok det. Særlig etter at elevene kunne begynne å skrive formelbok. Jeg la nok meir vekt på at de måtte pugge formlene, de måtte kunne de der tingene. Nå blir det litt meir at de kan få hjelp til det, og så prøve å tenke noe meir på forståelse. (LU2)
- Det med åpne oppgaver, og det å tenke at nå skal de formulere problem. Det er jo heilt nytt. Og det betyr at de må trenes i det. For nå skal de og være med til det. Ja, det er jo bare til en viss grad. De skal jo og være med på å vurdere seg selv. Du skal gi de trening i å vurdere det de gjør. Så jeg synes jo at meir og meir sånn trening å vurdere seg selv, i å vurdere oppgaver. De får valg mellom to oppgaver. De skal vurdere hvilken er det realistisk for meg å løyse, og å bruke tida på. Det er en heil haug med andre vurderinger enn du gjorde før. Før var det nok meir mekanisk å løyse oppgaver. (LU2)

I: Bruker du tavla like mye som før?

- Ja, det tror jeg nok jeg gjør. Jeg har alltid, ja jeg har alltid brukt tavla. ... Jeg er litt uenig i at elevene skal finne opp kruttet hver gang. Jeg tror faktisk at vi som mattelærere har litt å bidra med og vise dem, at det kan lønne seg. I en stor klasse rekker du ikke å gå rundt. Jeg synes det er tullete å gå rundt til hver enkelt og vise en løsning, framfor å ta den i felles-skap. (LU2)

- Men det blir nok meir at du lar dei slippe til på problemet først. Noen ganger summerer du opp og viser etterpå, og noen ganger viser du på forhånd og lar de regne. Så det...En husker ikke så godt om en bruker tavla mindre nå. Men jeg bruker den. Jeg er ikke av dem som ikke bruker tavla. Så langt er jeg ikke kommet. For noen så høres det ut som et mål at tavla nærmest skal vekk. Men det forholdet det er jeg ikke helt enig i. (LU2).

Lærernes vurdering av sin egen undervisning og hvordan vektlegging og mål endrer seg over tid, krever at de reflekterer. LU1 oppfatter at han arbeider mer prosessorientert, gir mer plass til hoderegning og muntlig arbeid, vurdering av svar. Aktiviteter som støtter metakognitive evner har i større grad fått plass. Læreboka brukes mindre styrende. LU2 er opptatt av det han oppfatter som nytt i planen: åpne oppgaver, og det at elevene skal formulere oppgaver selv. Da må han gi plass for trening i dette.

LU2 uttrykker seg skeptisk til bruk av oppdagende metoder. Han understreker en meddelende undervisning og en mottakende læring. Han bruker gjerne en forklarende undervisning for klassen i fellesskap, og har lite syn for en "gjenoppdagelse". Elevenes "formelbok" gjør at det blir mindre vekt på pugg av formler og prosedyrer. Denne læreren gir ikke uttrykk for hva av pedagogisk verdi som kan ligge i dette at eleven også går gjennom prosessen å utforme matematikken, altså å matematisere. LU1 bruker på den andre siden mer en utforskende, oppdagende, prosessorientert læring, med mer tid til muntlige aktiviteter, gruppearbeid og diskusjoner, og mindre til det å forklare en metode og gi skriftlig trening. Han vurderer seg selv slik at "tidligere var nok matematikktimene mer ensidige om metode, mye var skriftlig".

6.4 Oppsummering

Lærerne var gjennomgående svært fornøyde med L97, og de hadde ingen betydelige kritiske innvendinger. De framhevet spesielt det at matematikken skal settes inn i praktiske sammenhenger. På mellomtrinnet var lærerne minnelig fornøyde, flere av dem sa at de brukte planen aktivt, spesielt i forbindelse med årsplanlegging. Lærerne trakk fram momenter som det å bygge på elevenes kunnskap, arbeide praktisk og å legge til rette for utforsking og samarbeid som nytt i planen. Det som ble framhevet som negativt, var at planen inneholder mye detaljert stoff, ting som "SKAL gjøres".

Lærerne sa at de forsøker å bygge på det elevene kan. Dette gjelder først og fremst i klasserommet og i mindre grad i planleggingen. På mellomtrinnet påpekte flere lærere at læring i matematikk både fordrer øving på ferdigheter og utforsking, tenkning og refleksjon, men gjennomgående ble det med drill av ferdigheter framhevet som viktig i matematikkopplæringen.

For de fleste lærerne gjelder at de stoler på lærebøkene og bruker disse som rettesnor i det meste av opplæringen. Lærerne var stort sett fornøyde med lærebøkene sine. Disse ble forholdsvis mye brukt, og kun en av fem på småskoletrinnet sa at hun nokså utstrakt fant oppgaver og aktiviteter andre steder enn i bøkene. Også en av lærerne i 9. klasse hentet opplegg utenfor boka i stor utstrekning, fortrinnsvis fra lærerveiledningen. To lærere i 2. klasse kommenterte at bøkene nå hadde mer utforskende oppgaver og mindre drill, den ene syntes dette var bra, den andre uheldig. I 6. klasse kommenterte de fleste at bøkene inneholder for mye tekstoppgaver og for lite drilloppgaver. En av dem utdypet dette og sa at hvis elevene glemte hvordan de skulle utføre en algoritme, skyldtes det at de hadde øvd for lite. Læreren nevnte ikke at det kunne skyldes manglende forståelse for algoritmen.

I matematikkopplæringen framhevet de fleste lærerne på alle trinnene at matematikken skal være praktisk. I opplæringen ble det særlig på småskoletrinnet lagt vekt på å skape forståelse og danne gode begreper, men beskrivelsen av hva som lå i dette var gjennomgående tynn. Samtidig avdekket intervjuene at i hvert fall tre av de fem lærerne la mer vekt på drill av ferdigheter enn at elevene selv skulle utvikle framgangsmåter. Det med begrepsforståelse var også sentralt i 6. klasse, men her var det flere som la mer vekt på å lære elevene ferdigheter tilknyttet de fire regneartene.

Temaorganisering ble oppfattet gjennomgående som nokså problematisk. I 2. klasse var det to lærere som sa at temaorganisering var greit og ga gode eksempler på temaer hvor matematikk kan tenkes å spille en betydelig rolle. En tredje lærer syntes også temaorganisering var greit å få til, men i eksemplene hun ga virket det som om matematikken var nokså påklistret temaet. De øvrige lærerne sammen med de i 6. og 9. klasse syntes temaorganisering var problematisk. På mellomtrinnet ble statistikk noen ganger brukt, og en lærer sa at hun gjerne skulle prøve å bruke geometri som tema. For øvrig var lærerne lunkne til temaorganisering, og en av dem refererte til læreboka, at matematikkundervisningen gikk ut på å følge den, og da passet det sjeldent i forhold til temaer fra andre fag. En av lærerne i 9. klasse bruker prosjektarbeid som metode i matematikkundervisningen, men han sier det er vanskelig både å finne gode prosjekter og å knytte matematikkfaglig stoff til arbeidet.

Tilpasset opplæring oppfattes som vanskelig, og de eneste forslagene til løsning som foreslås, er basert på det å involvere andre, enten foreldrene eller ekstra hjelp i klassen. I 6. klasse ble det i tillegg påpekt at svake elever kan få egne bøker med enklere oppgaver. I 9. klasse nevner begge lærerne muligheten av at evner i matematikk kan være ujevnt fordelt fra naturens side, samt at enkelte problemer og negative holdninger kan skyldes uheldig opplæring i barneskolen.

Kun to av de ti lærerne hadde deltatt på etterutdanningskurs i matematikk i forbindelse med reformen. Begge lærerne på ungdomstrinnet deltok på kurs, den ene på tredagerskurset utviklet i forbindelse med reformen, den andre på et dagskurs om bruk av åpne oppgaver i matematikk.

På ungdomstrinnet er bildet nokså spesielt siden det her ble gjennomført intervju av to lærere som til tross for svært lik utdannings- og erfaringsbakgrunn, har utviklet en bortimot diametralt forskjellig filosofi for sin undervisning. For den ene brukes matematikkdelen i L97 som en anvisning av stoff som skal være med, og der en ut fra dette vil bruke "sine metoder" for å *formidle* stoffet. Han ser ikke nytten av å bygge på elevenes tidligere erfaringer fordi de har "*veldig lite tanker*" og "*er for lite modne til å tenke selv*". I stedet vil han følge lærebøkene som han er sikker på dekker emnene i fagplanen. For den andre læreren derimot, blir L97 lest og brukt som en ressurs som gir aksept til en gjenoppdagende, utforskende læring, til bruk av erfaringer og refleksjon over slike. Han framhever at planen gir plass til praktisk matematikk og til muntlig matematikk, der elevene stimuleres til refleksjon når de skal sette ord på sine kunnskaper og tanker. Han beskriver læring som en i hovedsak sosial prosess preget av utforsking, kommunikasjon. Også denne læreren sier det er vanskelig med temaorganisering av matematikkfaget, men han ser på det som en utfordring som han nå synes han begynner å få til.

6.5 Referanser

Hovdenak, S. S. (2000). *90-tallsreformene : et instrumentalistisk mistak?* Oslo: Gyldendal akademisk.

Koritzinsky, T. (2000). *Pedagogikk og politikk i L97.* Oslo: Universitetsforlaget.

7. En komparativ studie av elever i 9. klasse

7.1 Innledning

Elevers læringsutbytte fra sin undervisning i skolen har vært et tema som i den senere tid har opptatt forskere så vel som skolepolitikere. Dette gjelder også elevers læringsutbytte i matematikk. Omfattende forskningsprosjekter har hatt et komparativt perspektiv (Lapointe, Mead & Askew, 1992; Beaton & Robitaille, 1999; Burghes, 1999; Kaiser, 1999). I Norge kan nevnes TIMSS og PISA-prosjektene (Lie, Kjærnsli & Brekke, 1997). Andre har sett på utbytte og på hva som kjennetegner en effektiv undervisning.

Etter innføringen av en ny læreplan og iverksetting av en grunnskolereform, er det naturlig også å se etter resultater som beskriver elevenes læring: Hva har de lært? Hva er effekter av undervisningen? Hva er elevers utbytte, undersøkt mens de ennå er i skolen?

Læring er en kompleks prosess. Målet med læring i skolen er til dels langsiktig. Vesentlige sider ved læringen som skjer på et bestemt trinn i skolen vil dermed først vise seg på et senere stadium. Læringsprosessen har likevel samtidig mer kortsiktige mål, den representerer verdier i nåtid. Læringsutbyttet i nåtid kan studeres når elever arbeider med sentrale oppgaver innenfor lærestoffet i planen, når de løser oppgaver som representerer pensum for matematikk i skolen. Det er da interessant å la dem møte oppgaver som er sentrale i forhold til intensjonene i læreplanen. Ved å studere i hvilken grad de lykkes med å løse slike oppgaver innenfor gitte rammebetingelser, kan en ha håp om å kunne si noe om deres læringsutbytte.

7.2 Problem

Følgende problemer vil bli tatt opp i denne studien:

- Vil ungdomskoleelever, som er blitt undervist etter L97, prestere annerledes i matematikk i forhold til elever under perioden med Mønsterplanen M87? I tilfelle hvordan, på hvilke områder?
- I hvilken grad har ungdomskoleelever, som er underveis i skoleløpet, oppnådd en kompetanse i samsvar med sentrale intensjoner i L97?

I utgangspunktet må det regnes med at eventuelle endringer i prestasjoner kan skyldes meget komplekse forhold, og det er derfor ikke noe mål her å kunne gå dypt inn på dette. Noen slike mulige forhold kan en ha med som perspektiver på undersøkelsen.

Det kan skisseres ulike forhold som kan virke inn på prestasjonene i matematikk og som kan føre til at de endrer seg. Her vil vi bare antyde noen slike forhold.

I nittiårene har man i den industrialiserte del av verden hatt en fortsatt sterk utvikling av informasjonsteknologisk utstyr og hjelpemidler. Det er stadig lettere tilgang til IKT-verktøy for bildeoverføring, musikk, kommunikasjon, spill og fritid, og av spesiell interesse for matematikkopplæringen: Økt tilgang til verktøy for å beregne og behandle tall. Vil vi av den grunn finne en nedgang i typiske ferdighetsoppgaver, i oppgaver som går på å regne med tall, ferdigheter i å behandle tall?

Velstandsutviklingen har gitt endrede sosiale mønstre. Unge mennesker har en rekke tilbud i sin fritid, de reiser mer enn før. Effektiv læring av matematikken stiller krav til kontinuitet, der begreper bygger på hverandre. Det stiller krav til konsentrasjon, idet en må ha begreper present for å kunne bygge videre på dem. Slike krav kan synes å motarbeides av visse trender i tiden. Det er påvist en nedgang i populariteten til realfag, og til en avtakende rekruttering (Sjøberg, 2001). Får dette konsekvenser for læringsutbytte?

L97 vektlegger forståelse og sammenheng mellom de ulike deler av matematikken, og med dagligliv og virkeligheten utenfor. Det vektlegges å kunne trekke ut matematikken fra en kontekst, og å etablere en matematisk modell. L97 vektlegger videre overslag og vurdering av svar, mens en mer detaljert trening av isolerte ferdigheter og kunnskaper ikke i samme grad er fokusert. Får dette konsekvenser?

L97 vektlegger prosessen, anbefaler utforsking, oppdagende læring og problemløsning. Vil dette få konsekvenser for elevers matematiske kunnskaper og kompetanse? I tilfelle hvilke?

7.3 Metode

For å belyse disse problemene empirisk, trengs det et redskap som har gitt opphav til data samlet inn under forrige læreplan, Mønsterplanen M87. Dette instrumentet må kunne brukes igjen nå.

7.3.1 Verktøyet i Kassel-Exeter-undersøkelsen

Et slikt krav fyller det internasjonale Kassel-Exeter prosjektet (Burghes, 1999; Kaiser, 1997; Kaiser, 1999), der også Norge deltok (Hinna, 1996). Det verktøyet som ble brukt for å hente inn data, inneholder en samling tester fra ulike områder av matematikken: tall, algebra, geometri og statistikk/sannsynlighet samt en test som kunne si noe om generelle "matematiske evner" og forventet potensiale i faget.

Hver av disse fem testene skal gjøres på 40 minutter. De er laget slik at en elev kan oppnå i alt maksimum 50 poeng på hver test. Testene er videre utformet slik at de skal gi grunnlag for å måle elevers framgang over tid. Det betyr at det "må være et stykke opp til taket". Dessuten var det et mål å kunne sammenligne elevers nivå internasjonalt og mellom ulike utdanningssystemer og -kulturer. Alt dette gir noen føringer på oppgavene som inkluderes i slike tester: Det vil således være en del oppgaver, i siste del av hver test, som ikke er gjennomgått på det tidspunkt testen holdes.

Disse forhold ble gjort kjent for elevene som medvirket. De ble bedt om å svare på så mye de kan, og være avslappet på at noe har de ikke lært.

7.3.2 Data fra en elevgruppe født 1979

Elevene som startet skolen i 1987, da Mønsterplanen M87 ble innført, ville i 1994 gå i 8. klasse. Dette er det første kullet som har hele sin skolegang under M87. I september 1994 gjorde Kristin Hinna en undersøkelse av denne elevgruppa (Hinna, 1996). Hun studerte elevenes framgang i matematikk i løpet av ett år, fra 8. til 9. klasse, og studerte forhold rundt den undervisning de deltok i. Hun undersøkte da også de ferdigheter og den innsikt i matematikk som elever i daværende 8. klasse hadde på områdene tall, algebra, geometri, og statistikk og sannsynlighetsregning.

Ti skoler ble i 1994 trukket ut tilfeldig i Norge (Hinna, 1996). Fire av dem trakk seg av ulike årsaker. På de seks skolene som deltok på testene, var det 311 elever i 8. klasse. Henholdsvis 289 og 292 elever deltok på de to testene *Tall* og *Statistikk og sannsynlighet*.

7.3.3 Data fra en elevgruppe født 1987

Hinna (1996) har skaffet fram data som kan bli brukt for å kunne si noe om eventuelle endringer blant ungdomsskoleelever i løpet av åtte år, fra hun gjennomførte sine tester i 1994 og til vi gjentar disse i 2002. Vi bruker som instrument for datainnsamling deler av testene fra Kassel-Exeter-prosjektet, og som altså Hinnas undersøkelse er basert på. Vi bruker som informanter elever i det andre året i ungdomsskolen. Det betyr at det stort sett gjelder elevkullene født i 1979 og 1987 henholdsvis.

Å bruke alle testene fra 1994 nå igjen, kunne synes å gripe noe sterkt inn i klassene. Det vil ta mye ev elevenes tid. Det kunne føre til at skoler ville trekke seg ut. Vi velger derfor i 2002 ut to av de samme testene, nemlig: *Tall* og *Statistikk og sannsynlighet*. Den første, *Tall*, er valgt ut fordi tallbegreper, tallforståelse og ferdigheter i tallbehandling må anses som fundamentalt i matematikk, uavhengig av læreplan. Det er en kritisk variabel, som muligens er påvirket av samfunnsutviklingen. Den andre testen, *Statistikk og sannsynlighet*, er valgt ut fordi dette temaet i sterk grad gjelder bruk av matematikk, og det berører matematikk slik mange møter den i samfunnet, i media og i hverdagen. Dette viser også til *Matematikk i hverdagen*, som er et hovedområde i L97, og er dermed som sådant sterkt fokusert i denne planen.

Denne studien baseres på et uendret opptrykk av testen fra 1994. Tidspunktet for de to testene innenfor skoleåret er det samme, nemlig september. Elevene bruker ingen hjelpemidler under arbeidet, bortsett fra lommeregner som brukes på testen i statistikk og sannsynlighet. Lærerne blir bedt om å være nøye med at dette er individuelle tester, og at det er avsatt en bestemt tid. Testene rettes etter den samme mal, samme veiledning og samme fasit. Så langt mulig legges det opp til like rammevilkår for å kunne sammenligne data.

I september 2002 gjør vi dermed en undersøkelse på samme aldersgruppe som ble utført i 1994. Trinnet er nå 9. klasse, men alder og tidligere skolegang er samsvarende med 8. klasse i 1994. Elevene i 9.klasse 2002 har fulgt L97 siden den ble innført for dette årskullet, i 1998. Utvalget av informanter består av 11 skoler, tilfeldig utvalgt blant offentlige skoler i Norge med elever på 9. klassetrinn. Skolene blir tilskrevet og anmodet om å delta, og alle er villige til det.[2] I alt 620 elever blir dermed trukket ut i 2002. Dette gir oss data fra henholdsvis 520 og 504 elever i de to testene. Dette frafallet, skyldes to forhold: Noen elever er fraværende den dagen skolen gjennomfører testen. Dessuten kommer pakkene med ca. 50 besvarelser fra en av skolene bort ved tilbakesendingen, og vi lykkes ikke i å spo-

[2] En bestemt skole blir trukket ut både i 1994 og 2002, noe som må tilskrives tilfeldigheter. Skolen har i 1994 koden N16 og i 2002 koden N22.

re den opp. Bortsett fra dette arbeidsuhellet, er det samlet inn data fra 91% av de uttrukne elevene.

7.4 Resultater fra Kassel-Exeter undersøkelsen i Norge

For sammenligningens skyld gjengis her først de aktuelle resultatene fra undersøkelsen i 1994.

7.4.1 Samlet resultat 1994

Ved undersøkelsen i 1994 fant man de resultatene som er gjengitt i Tabell 1, Hinna (1996, s. 67). Her gjengis resultatet bare for de to testene vi vil sammenligne. Resultatet er spesifisert til de enkelte skoler. Så gis resultatet summert for hele utvalget.

Skole	*Antall elever 8. klasse*	*Middelskåre: Tall*	*Middelskåre: Statistikk og sannsynlighet*	*Sum*
N11	18	20,1	22,8	42,9
N12	28	25,5	19,5	45,0
N13	65	18,5	21,2	39,7
N14	41	20,5	21,9	42,4
N16	58	20,4	15,5	35,9
N20	101	21,7	24,8	46,5
Samlet 1994	311	20,9	21,4	**42,3**
Standardavvik		7,69	7,94	

Tabell 1. Resultater spesifisert på skoler 1994

Elevene greide i gjennomsnitt 20,9 av testens oppgaver under temaet tall. De greide 21,4 på testen om statistikk og sannsynlighet. Mellom skolene varierte gjennomsnittet fra 18,5 til 25,5 på talltesten, og fra 15,5 til 24,8 på testen om statistikk og sannsynlighet.

7.4.2 Samlet resultat 2002

Resultatene for 2002 er gitt i Tabell 2.

Skole	*Antall elever 9. klasse*	*Middelskåre: Tall*	*Middelskåre: Statistikk og sannsynlighet*	*Sum*
N21[3]				
N22	54	18,9	21,3	40,2
N23	19	14,2	18,8	33,0
N24	56	14,1	19,8	33,9
N25	127	16,1	21,2	37,3
N26	103	15,6	17,8	33,4
N27	47	15,7	21,2	36,9
N28	37	16,4	19,7	36,3
N29	25	16,3	23,1	39,4
N30	39	22,4	19,7	42,1
N31	13	15,5	18,6	34,1
Samlet 2002	520	16,4	20,1	**36,5**
Standardavvik		6,95	7,40	

Tabell 2. Resultater spesifisert på skoler 2002.

[3] Besvarelsene fra skolen N21 kom bort under sending. Derfor mangler data for denne skolen.

7.4.3 En sammenligning 1994 – 2002

Sammenlignes disse to tabellene, viser de samlede resultatene en nedgang i elevenes skåre på begge disse testene fra 1994 til 2002.

Det er en klar nedgang når det gjelder tall. I 1994 oppnådde fem av de seks skolene mer enn 20 poeng i gjennomsnitt, mens i 2002 oppnådde bare en av de ti skolene dette resultatet. Mens elevene i gjennomsnitt løste 20,9 av oppgavene i 1994, er dette sunket til 16,4 i 2002. Elevene greier altså med andre ord 4,5 færre av oppgavene på testen. Det betyr sagt med prosent, at elevene i 2002 oppnår 78 % av løsningsfrekvensen fra 1994.

Det er også en viss nedgang når det gjelder statistikk og sannsynlighet, men mindre på dette området enn for tall. Nedgangen er her på 1,3 poeng, noe som betyr at 2002-elevene greier 94 % av elevenes kapasitet i 1994.

Resultatene er noe mer samlet i 2002. Spredningen, angitt ved standardavviket, er litt mindre i 2002 enn i 1994. Det gjelder for begge testene.

7.4.4 Resultat på ulike oppgaver: Tall og tallregning

Den markerte nedgangen på testen om tall, tilsier at det er interessant å se nøyere på hva slags endringer som her er registrert. Dette kan studeres ved å gå inn på de enkelte oppgavene som testen inneholder, for å kartlegge endringene nærmere.

Tabell A1, som er vedlagt i Appendiks til slutt i rapporten, viser resultatene på hver av oppgavene i de to testomgangene. Tabellen viser at det er få oppgaver der løsningsfrekvensen er forbedret. Nedgangen har skjedd over hele linjen, og på nesten alle oppgavene. Den er likevel ikke like stor på alle oppgavene. Nedgangen er størst på de litt vanskeligere oppgavene, som testens oppgave 29 og utover. Også på lettere oppgaver som 11, 19-22 og 26-27 er det en klar nedgang i løsningsfrekvens. En klassifikasjon av oppgavene med nedgang er dermed mulig.

Oppgavetyper med stor nedgang

Eksempler på oppgavene der det påvises en klar nedgang, er vist i Tabell 3.

	Oppgave	*Løsnings-frekvens 1994*	*Løsnings-frekvens 2002*
11	$\frac{1}{2}+\frac{1}{4}=?$	67	32
19	Tre planker, med lengder 1 m, 2 m 40 cm og 3 m 75 cm skal kuttes fra en lengde på 10 m. Hvor lang planke er igjen?	44	25
20	$60 \cdot 450 = ?$	71	43
21	$\frac{1}{2}-\frac{1}{3}=?$	60	17
22	$70 \cdot 0{,}3 = ?$	68	37
24	La $v = u + ft$. Finn verdien av v når $u = 5$, $f = -2$ og $t = 4$	9	0
25	Uttrykk $\frac{1}{8}$ som et prosenttall	24	16
26	7 billetter koster 3,15 kr. Hva koster 11 billetter?	37	16
27	500 kr blir satt inn på en bankkonto som gir 8% rente per år. Hvor mye rente blir det da på ett år?	51	27
28b	En lengde er målt til 27 cm, som er korrekt til nærmeste cm.		

	Hva er da den minst mulige lengden?	21	0
29	$\frac{1}{2}\cdot\frac{4}{5}=?$	51	33
31	490 : 0,7 = ?	28	12
32	Sammenhengen mellom km og engelske mil er omtrent denne: 8 km er 5 miles. Anslå lengden av et 3000 m løp. Oppgi lengden i miles.	9	0
33	$\frac{1}{3}:\frac{1}{9}=?$	38	11
34	Anslå verdien av $\frac{367\cdot 27}{33}$	17	0
38	$\frac{64\cdot 0{,}3}{0{,}32}=?$	13	0
41	Regn ut $(2{,}1\cdot 10^2)\cdot(3\cdot 10^4)$	11	0

Tabell 3. Oppgaver der forskjellen er stor mellom elevenes prestasjoner i 1994 og i 2002.

Disse oppgavene og løsningsfrekvensene kan ses ut fra ulike tallområder som er involvert.

Hele tall

Oppgaver som 60·450 krever ferdighet med enkel tallregning, hoderegning eller på papiret, og elevene må ha ferdighet til å kunne ta hensyn til nullene. Elevene løser en slik oppgave klart dårligere i dag enn åtte år tilbake.

Brøk

Området brøk viser markerte endringer. Nedgangen er spesielt klar på oppgaver med brøkregning, slik som sammentrekking av enkle brøker med ulik nevner. Et eksempel er oppgave 11. Mens 67% av elevene greide å trekke sammen $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}=$ i 1994, er andelen sunket til 32% i 2002. Andelen er halvert. Her vil trolig noen elever kunne se svaret intuitivt, siden dette er så enkle og velkjente brøker. Ellers må en erstatte én av brøkene (1/2) med en likeverdig (2/4) som det første trinnet. Spørsmålet blir: Har elevene begrepet likeverdige brøker?

Oppgave 21 er mer krevende kognitivt og kunnskapsmessig, idet begge brøkene må erstattes, og minste felles nevner for dem er 6. Mens 60% greide oppgaven $\frac{1}{2}-\frac{1}{3}=?$ i 1994, er andelen sunket til 17% i 2002, altså til mindre enn tredjeparten. Det er rimelig å spørre: Hva kan være årsaker?

På oppgaver av typen som i oppgave 38, nemlig $\frac{64\cdot 0{,}3}{0{,}32}=?$, kommer også mangelen på regneferdigheter fram. Oppgaven oppleves som vanskelig. Mens 13% av elevene i 1994 gav et rett svar, var prosenten sunket til 0 i 2002. Når elevene ikke har tilgang til lommeregner, kan de ha problemer med å finne strategier for å svare på oppgaven. De er kanskje ikke vant til å behandle slike uten tilgang til lommeregner? Elevene har i dag klart problemer med det å utvide en brøk ved å multiplisere likt i teller og nevner, og de har vansker med rett og slett å vurdere to tallstørrelser mot hverandre: 0,3 og 0,32 er tilnærmet like, så et rimelig svar ligger rundt 60. De ser heller ikke relasjonen mellom 64 og 0,32.

På oppgave 29 er begrepene mer i fokus enn regneferdighetene er det. Hvordan forstår elevene oppgaven $\frac{1}{2} \cdot \frac{4}{5} =$? Tenker de via begrepene som inngår? Tenker de: "halvparten *av* fire femdeler"? Eller leter de etter den formelle regelen for multiplikasjon av to brøker? Altså: Er fokus på begrepene eller på regnemåten? Løsningsfrekvensen har gått ned fra 51 til 33 %.

Det samme er tilfelle på oppgave 33, $\frac{1}{3} : \frac{1}{9} =$. Også her er begrepene fokusert. Løsningsfrekvensen er lav, og er gått ned fra 38 til 11 %. Det viser det at elevene spesielt i 2002 ikke har tilstrekkelig begrepskunnskap til å kunne tolke oppgaven direkte. Det store flertallet av elevene har ikke begreper slik at de kan avkode oppgaven for eksempel til: "Hvor mange nideler går det i en tredel"? Manglende symbolforståelse kan være stengende. Det kan også se ut som de mangler en visuell støtte. De har ikke et begrepsbilde av tredelen i forhold til nidelen. De mangler imidlertid også regneferdighet for å løse oppgaven. De synes ikke å ha en operasjonell kunnskap av typen: "vi kan multiplisere dividend og divisor med samme tall". Eller: "vi kan dividere ved å multiplisere med det inverse tallet".

Brøk: Regel - begrep

En slik klar nedgang som disse oppgavene viser, kan tyde på at når elevene ikke har klar og tilgjengelig en *regel* for regning med brøk, så har de problemer med å finne andre strategier å falle tilbake på, strategier der de bruker sine begrepskunnskaper. Strategier her kunne være for eksempel det å bruke en figur eller diagram, et enhetsrektangel, en egnet tallinje, det å se på likeverdige brøker, eller bruke egenskaper og sammenheng mellom multiplikasjon og divisjon. Mangelen på regler som er lett tilgjengelig for elevene, synes ikke å være veid opp av tilstrekkelig begrepsforståelse.

Proporsjon - regula de tri

Ungdomsskoleelevene viser også nedgang ved resonneringsoppgaver som gjelder en proporsjon. På oppgave 26 krever løsningen flere deloperasjoner. Oppgaven er vanskelig. Den inviterer til en løsning i to trinn, og elevene må se hensikten med den første deloppgaven for å løse den andre. Frekvensen på oppgaven er gått ned, fra 37% til 16%, altså ca. halvert. Hvor ligger mulige forklaringer?

Har elevene fått hjelp til proporsjonstenkning? Tradisjonelt har en løsning gjerne vært formulert som: "gå veien om enheten". Altså, konkret og i dette tilfellet: Du vet prisen på sju penner. Finn prisen på *en* penn – først. Så kan du finne for 11 penner. Og er eventuelt strategiske ferdigheter støttet opp av regneferdigheter som er uavhengige av lommeregner?

Ved en konstruktivistisk undervisning, ledes elevene gjerne inn i problemet selv, og de skal selv undersøke det. De bruker en arbeidsmetode og læringsstrategi som fører til at ulike elever kan finne ulike strategier eller måter å angripe en slik oppgave på. Samme elev kan også blande strategier, og velge ut fra de aktuelle tall som inngår (Greer, 1992). Samles slike løsningsmåter etterpå i klassen, ved hjelp av en refleksjon som leder mot en bevisst, klar løsningsstrategi? Dette å kunne bruke et visst standard verktøy får muligens ikke konsolidere seg i samme grad som tidligere hos den enkelte, som en automatisert ferdighet, i dette tilfellet ved proporsjonstenkning?

Prosent

En vanlig oppgave fra dagliglivet kan være å beregne en prosentandel av en kjent størrelse. I oppgave 27 gjelder det 8% av 500 kr. Tallene skulle tilsi at det er mulighet for mange til å regne dette i hodet, gitt at en forstår begrepene. Løsningsfrekvensen er gått ned fra 51% til 27%. Savnes lommeregneren? Setter elevene fokus på regnestykket, på prosedyren? Eller kan elevene avkode oppgaven og tolke den noe slik:

- 8 prosent betyr 8 av hver hundre, og her er det fem hundre...? Eller:
- Én prosent av 500 er 5 kr. To prosent er 10 kr. Osv...?

Dette er en oppgavetype tatt fra dagliglivet, og den inviterer til å bruke begrepskunnskap. Det er vanskelig å peke på enkle årsaker til hvorfor det her skal være en så klar nedgang.

Måling og enheter

Problemløsning som gjelder å behandle lengder, med omgjøring mellom meter og cm som i oppgave 19, viser også en nedgang, fra 44% til 25%.

En analyse av de oppgavene med klar nedgang, tyder dermed på at årsakene til nedgangen kan være et samspill av mange faktorer.

Hvor skjer det framgang?

Av oppgaver der det er fremgang eller små forskjeller, finner vi 1-4, 7, 10, 14-17 og 23-25 samt 28a. Disse er presentert i en oversikt i Tabell 4.

	Oppgave	*Løsningsfrekvens 1994*	*Løsningsfrekvens 2002*
1	$6 \cdot 40 = ?$	94	87
4	Du kjøper to penner som koster 10 kr og 7 kr. Hva får du tilbake på 20 kroner?	96	97
7	Billettene koster 3 kr. Hvor mange kan du kjøpe for 10 kr?	96	96
10	Hva er 25% av 40 km?	66	66
14	Temperaturen forandrer seg fra –5 °C til +8 °C. Hva er stigningen i temperatur?	79	78
15	Uttrykk 20% som en brøk.	63	58
16	Regn ut $\frac{1}{10}$ av 4 meter, og uttrykk svaret i cm.	39	32
17	En bestemt type penner koster 15 kr for hver.		
a	Hvor mange kan du kjøpe for 200 kr?	68	58
b	Hvor mye vekslepenger får du da tilbake?	70	65
23	$\frac{2}{5}$ av en masse er 20 gram. Hva er massen?	41	39
25	Uttrykk $\frac{1}{8}$ som et prosenttall.	24	16

Tabell 4. Oppgaver der forskjellen er liten mellom elevenes prestasjoner i 1994 og i 2002.

Dette er stort sett oppgaver med relativt høy løsningsfrekvens, det er altså lettere oppgaver for elevene. En overvekt av disse er oppgaver som viser til en kontekst. Det gjelder enkle oppgaver fra dagliglivet.

Prosedyrekunnskap eller begrepskunnskap

Ved en analyse av kompetanse i matematikk deler forskere ofte denne inn i ulike komponenter. En slik dikotomi er prosedyre – begrep.

L97 vektlegger begrepskunnskaper og forståelse, og planen anbefaler sammenhenger. Direkte pugg eller inndrilling av regler, som ikke er forstått, anbefales ikke. Vi vil her se nærmere på prosedyreferdigheter: i å kunne utføre operasjoner etter en skrittvis algoritme. Dette kan vi se opp mot begrepskunnskaper og innsikt i selve tall- og operasjonsbegrepene. Vi ser altså på *prosedyrekunnskaper* versus *begrepskunnskaper* (Hiebert & Lefevre, 1986). Oppgaver som etter vår vurdering legger hovedfokus på prosedyrekunnskaper, samles i en gruppe, og stilles komplementært mot oppgaver som i hovedsak vektlegger begrepskunnskaper.

	Oppgaver	*1994*	*2002*
Prosedyrekunnskap	1, 6, 9-12, 13, 16, 19-24, 27, 29, 31, 33-43, 46-47	11,2	7,8
Begrepskunnskap	2-5, 7-8, 14-15, 17-18, 25-26, 28, 30, 32, 44-45	9,7	8,6
SUM		20,9	16,4

Tabell 5. Oppnådd poengskåre på to klasser av oppgaver.

Tabell 5 viser at størstedelen av nedgangen er knyttet til prosedyrekunnskaper: Nedgangen er størst i oppgaver som krever rutiner, som krever regneferdigheter.

Vi vil nå også se nærmere på det andre temaet for undersøkelsen: Statistikk og sannsynlighet.

7.4.5 Resultat på ulike oppgaver: Statistikk og sannsynlighet

Som vist ovenfor er bildet noe annerledes når det gjelder området statistikk og sannsynlighet. Det å behandle data. Resultatene på hver av de enkelte oppgavene er vist i tabell A2, se Appendiks 1.

De oppgavene der det er en negativ utvikling mellom de to undersøkelsene - for 1994 og 2002 er oppgaver som: 1, 7, 8a, 12a, 12d, 13a og 16. Disse vises i tabell 7.

Oppgave	*Løsn. 1994*	*Løsn. 2002*
1 Si om du mener at det er **sikkert, umulig** eller **usikkert** at følgende vil skje: **a** Det vil bli solskinn i morgen	88	70
7 <Elevene skal lese av et sektordiagram over karakterfordeling for 60 barn.> **a** Hvor stor vinkel svarer ett barn til?	53	40
b Fyll ut tabellen for å vise hvor mange barn som fikk hver karakter *Karakter* Sg Mg G Ng Lg *Antall*	47	32
8 <Elevene skal lese av et histogram over 50 14-årige jenters høyde.> **a** Fullfør tabellen *Høyde 150 151 152 153 154 155 156...* *Frekvens 2 3* *Relativ frekvens 2/50*	83	77

b	En jente trekkes ut tilfeldig blant disse. Hvor stor sannsynlighet er det for at denne jenta er 158 cm høy	83	74
12	Elevene får en frekvenstabell over antall esker med 23, 24, ..., 31 tegnestifter. 50 esker er undersøkt.>		
a	Hva er variasjonsbredden?	15	0
b	Hva er typetallet (eller modetallet)?	5	0
c	Hva er medianen?	3	0
d	Hva er middelverdien (gjennomsnittet) for antall tegnestifter?	10	0
13	<Elevene skal fullføre et trediagram ved å sette inn oppgitte tall for	59	51
	sannsynlighet, og av dette finne en sannsynlighet>	57	46
		2	0
16	<Elevene skal plotte inn noen data om bilers motorstørrelse mot	36	22
	bensinforbruk. De skal trekke rett linje mellom prikkene og bruke det-	35	11
	te til å anslå bensinforbruk til en bil med angitt motorstørrelse – og	13	21
	motsatt.>	26	0

Tabell 7. Oppgaver der det er nedgang mellom elevenes prestasjoner i 1994 og i 2002.

Noen oppgaver viser framgang, og et forbedret resultat blant 15-åringer fra 1996 til 2002:

	Oppgave	*Løsn. 1994*	*Løsn. 2002*
3	<Elevene skal tolke et bilde-diagram over antall solgte biler i hver måned i 1990. Hver figur representerer 5000 biler>		
a	Hvor mange biler ble solgt i februar?	63	83
b	I hvilken måned var bilsalget lavest?	97	98
c	Hvor mange biler ble det solgt i den måneden?	62	67
d	Hvor mange biler ble solgt i 1990?	41	33
9	To terninger kastes etter hverandre. Summen av de to tallene skrives inn i en tabell.		
a	Fullfør tabellen nedenfor.	39	43
b	Hva er sannsynligheten for at vi skal få summen 5?	28	29
c	Hvilken sum er mest sannsynlig?	13	15
d	Hva er sannsynligheten for at vi får sum større enn 8?	11	11
e	Hva er sannsynligheten for at vi får et større tall på andre terningen enn på første?	3	0
10	I en pose er det 20 kuler av tre ulike farger: 5 røde, 7 blå, 8 gule.		
a	Hva er sannsynligheten for å trekke en rød kule fra posen?	43	49
b	Hva er sannsynligheten for **ikke** å få en rød kule når en trekker fra posen?	43	47
11	På en prøve kan elevene få maksimum 20 poeng. Her er resultatet:		
	9, 11, 9, 13, 15, 16, 7, 10, 6, 20, 18, 7, 11, 13, 15.	44	54
a	Hva er gjennomsnittet (middelverdien)?	8	26
b	Hva er medianen for disse poengtallene?	19	11
c	Grensen for å få bestått på prøven er 8 poeng. Hvor mange prosent fikk **ikke bestått** på prøven?		

Tabell 8. Oppgaver med en positiv utvikling av elevenes prestasjoner i 1994 og i 2002.

7.4.6 Spredning

Er det større spredning mellom elevene nå enn tidligere? Standardavvikene er noe større i 1994 enn i 2002 for de to testene, men så er også middelverdien. Det kan likevel være riktig å si at det er litt større spredning i 1994, både ut fra testen for tall og for statistikk.

7.4.7 Forskjell mellom skoler

Er det store forskjeller mellom ulike skoler? Dataene viser en viss, liten forskjell. Resultatet synes likevel å indikere at det er mindre forskjeller mellom skoler innbyrdes enn den forskjellen som er registrert over tidsperioden. Med så få som 11 skoler, er det imidlertid ikke mulig å si noe generelt på grunnlag av statistikk. For å finne eventuelle forskjeller mellom små og store skoler, forskjeller mellom ulik grad av lærertetthet, ulik klassestørrelse eller andre ressurs-variable, måtte en ha designet undersøkelsen annerledes.

7.4.8 Sammenholdt med andre undersøkelser

Norske elever skårer ifølge TIMSS-undersøkelsen, gjort våren 1995, lavt i forhold til andre land, spesielt i algebra og geometri. Dette er de mer formelle områdene. Vårt resultat synes å bekrefte det man fant i TIMSS, "at det særlig er i den mest formelle matematikken at norske elever henger etter" (Lie, Kjærnsli & Brekke, 1997, s. 44; Beaton & Robitaille, 1999). I statistikk er de tverrfaglige, virkelighetstilknyttede sidene mer fokusert, og her er norske elever sterkere. TIMSS-undersøkelsen kom med resultatet at "det spesielt er når det gjelder rutineprosedyrer at våre elever ligger etter det internasjonale gjennomsnittet" (Lie m.fl, 1997, s. 74). Denne studien bekrefter at elevene har problemer med ferdigheter i matematikk, og den viser at elevenes ferdigheter i matematikk har gått ned.

7.4.9 Mulige årsaker

Som nevnt tillater ikke data å trekke klare konklusjoner med tanke på årsaker til en endring i elevers prestasjoner.

Analyser som er gjort av realfagenes problemer i dag, avdekker en rekke punkter, der "tiden" arbeider mot realfagene. Mye av dette kan også gjelde skolens matematikk. Sjøberg (2001), Jensen m fl (1997). Det vil derfor være av interesse å følge nøye og evaluere effekten av Departementets satsingstiltak fra 2002.

L97 understreker et konstruktivisk læringssyn, begrepsutvikling, prosessorientert undervisning. Fagets hvorfor er mer enn hvordan. Spørsmålet om vekselvirkningen mellom begrepsutvikling og forståelse på den ene siden og ferdigheter på den andre synes vesentlig. Er en kjent med ferdighetenes rolle for forståelse – og forståelsens rolle for ferdigheter som utvikles?

Det kan her være interessant å peke på vanen, treningen. Elever på ungdomstrinnet i Norge i dag lager ofte sin *egen regelbok*, som de kan bruke på prøver, og som de kan ta med til eksamen. Tanken bak dette er at de ikke nødvendigvis trenger å "huske" formler og regler og definisjoner, idet hjelpemidler er for hånden i tilsvarende situasjoner i det daglige livet. Mange elever er vant med et slikt hjelpemiddel, de bruker regelboken flittig. Blir de i noen grad avhengig av den? Elevene har ikke kunnet bruke regelboken eller andre hjelpemidler ved denne testen. Gir det et rett bilde å teste elever, uten at de får ha dette hjelpemidlet, når de er vant med det på alle prøver? Testes elevene under rammebetingelser som de er vant med?

Andre variable en kan tenke seg som kan forklare noe av nedgangen:

Lærernes kvalifikasjoner, utdanning, erfaring? Matematikk er utvidet og styrket i norsk allmennlærerutdanning, både med Stortingsvedtak i 1989 (minst 5 vekttall obligatorisk), og så utvidet til 10 vekttall. Det vil likevel ta noe tid før utvidelsen viser seg med tanke på lærergruppens gjennomsnittlige utdannelse i faget. Dette kan være et felt som krever mer forskning.

Det er ellers en rekke av problemfelt der en trenger en ytterligere forskning.

7.4.10 Mulige feilkilder. Selvkritiske merknader

Ferdigheter synes å være lett å måle. Disse vises ved arbeid med konkrete oppgaver. Andre sider som holdninger til faget, forståelse, evne til bruk av løsningsstrategier, tillit til å bruke matematiske metoder innen områder av virkeligheten, forståelse, evne til å se sammenhenger osv., er mer krevende å dokumentere. Dette er kvaliteter som L97 legger stor vekt på.

Hvor god er en slik sekvens av oppgaver for å måle kvaliteter som ligger som mål i L97? Oppgavene som ble brukt ved Kassel-Exeter-undersøkelsen er også blitt kritisert fordi de ikke inkluderte mer av oppgaver som vektla prosessen, som vektla matematisk modellering (Marja van den Heuvel-Panhuizen, 1995). Ethvert sett av tester vil bygge på en filosofi om hva som er sentralt i faget.

Et problem med å bruke et forholdsvis gammelt verktøy på nytt, kan være at dette var bedre tilpasset de gamle forholdene enn de nye. Dette ville i så fall favorisere elevene fra den første populasjonen. Siden testene ble utviklet for internasjonale elever, er det grunn til å mene at dette vil innvirke i mindre grad, siden testene verken er tilpasset M87 eller L97.

En mulig innvending mot dette verktøyet er altså at det er ikke konstruert spesielt med tanke på de mål som finnes i L97. Det er laget for ca. 10 år siden. Derfor må testene ses i forhold til L97. Likevel er en rekke ferdigheter, som her testes, stabile og tidsuavhengige, og nødvendige for en befolknings evne til å nyttiggjøre seg matematikk.

Vi gjør også oppmerksom på at de 7.- og 9.-klassinger det refereres til i vår datainnsamling begynte før reformen og har henholdsvis gått seks og åtte år på skolen.

7.5 Oppsummering og aktuelle problemstillinger

Ferdigheter i regning og tallbehandling er gått relativt klart tilbake det siste tiåret. Innsikt og forståelse av sentrale begreper i matematikk har ikke økt etter innføringen av L97.

Det er ønskelig å kunne si mer om sammenhengen mellom forståelse og ferdighet. Hvordan påvirker en god forståelse ferdigheter til rutineoppgaver – og motsatt, i hvilken grad er ferdigheter forberedende og nødvendige for tilegnelse av begreper? Hva innebærer en balanse mellom egen undersøkende læring og en mottakende, reflekterende læring?

Det er videre ønskelig å inkludere oppgaver som tester sentrale intensjoner i L97, slik som modellering og prosessoppgaver, utforsking og problemløsning.

- Hva med undervisningsstil? Skjer det samarbeidslæring?
- Utvikler elevene metakognitive evner? Hvordan skjer en tilpasset opplæring?
- Hva med gode kontekster? Hvilken plass har tema og prosjektarbeid? Integreres matematikk på et tilstrekkelig nivå i prosjektarbeid?
- Skjer det organisert lærersamarbeid? Kurs, arbeid i matematikkseksjon, læreres faglige support?
- Hva med materiell? Hvordan er lærebøkene? Hvilken lærebok brukes og hvordan? Hvordan brukes materiell, konkrete midler, data, Internett?
- Hva med hjemmelekse, eller individuelt ukeprogram?
- Hva med foreldreressursene?

7.6 Referanser

Beaton, A. E. & Robitaille, D. F. (1999). An Overview of the Third International Mathematics and Science Study. In G. Kaiser, E. Luna & I. Huntley, *International Comparisons in Mathematics Education* (30-47). London: Falmer Press.

Burghes, D. (1999). The Kassel Project: an international longitudinal comparative project in secondary mathematics. In B. Jaworski & D. Phillips (Eds.), *Comparing Standards Internationally: research and practice in mathematics and beyond* (pp. 135-153). Oxford: Symposium Books.

Gjone. G. (1992). Norsk matematikkundervisning på vei mot år 2000. In G. Emanuelson, B. Johansson & T. Lingefjärd (Eds.), *Matematikämnet i skolan i internationell belysning* (pp. 55-88). Rapport nr 1992:01. Gothenburg, Sweden: Institutionen för ämnesdidaktik. Göteborgs universitet.

Greer, B. (1992). Multiplication and division as models. In D.A. Grouwes (Ed), *Handbook of Research in Mathematics Teaching and Learning.* (pp. 000-000). New York: Macmillan.

Hiebert, J. & Lefevre, P. (1986). Conceptual and Procedural Knowledge in Mathematics: An Introductory Analysis. In J. Hiebert (Ed.), *Conceptual and Procedural Knowledge: The Case of Mathematics* (pp. 1-27). Hillsdale: Lawrence Erlbaum.

Hinna, K. (1996). *Elevers kunnskaper og fremgang i matematikk. En toårig undersøkelse av 300 norske ungdomsskoleelever.* Hovedoppgave i matematikkdidaktikk. Kristiansand: Høgskolen i Agder.

Howson, G. (1999). The Value of Comparative Studies. In G. Kaiser, E. Luna & I. Huntley (Eds.), *International Comparisons in Mathematics Education* (pp. 165-181). London: Falmer Press.

Hoyles, C. (1988). From Fragmentation to Synthesis: An Integrated Approach to Research on the Teaching of Mathematics. In D. A. Grouws, T. J. Cooney & D. Jones (Eds.), *Perspectives on Research on Effective Mathematics Teaching* (143-168). Reston: Lawrence Erlbaum / National Council of Teachers of Mathematics.

Hoyles, C., Morgan, C. & Woodhouse, G. (Eds.)(1998). *Rethinking the Mathematics Curriculum.* London: Falmer Press.

Jensen, J.H., Niss, M., & Wedege, T. (1998). *Justification and Enrolment Problems in Education Involving Mathematics and Physics.* Frederiksberg: Roskilde University Press.

Kaiser, G. (1997). Vergleichende Untersuchungen zum Mathematikunterricht im englischen und deutschen Schulwesen. *Journal für Didaktik der Mathematik* 18(2/3), 127-170.

Kaiser, G. (1999). Comparative Studies on Teaching Mathematics in England and Germany. In G. Kaiser, E. Luna & I. Huntley (Eds.), *International Comparisons in Mathematics Education* (140-150). London: Falmer Press.

Kirke-, utdannings og forskningsdepartementet (1993). *Reform 94. Videregående opplæring. Nye læreplaner.* Curriculum for upper secondary school.

Kirke-, utdannings og forskningsdepartementet (1987). *Mønsterplanen M87.* National curriculum for the basic school. Oslo: Aschehoug.

Lapointe, A. E., Mead, N. A. & Askew, J. M. (1992). *Learning Mathematics.* Princeton: Center for Educational Progress, Education Testing Service.

Lie, S., Kjærnsli, M. & Brekke, G. (1997). *Hva i all verden skjer i realfagene?* Third International Mathematics and Science Study. University of Oslo: Institutt for lærerutdanning og skoleutvikling.

OECD (1989). *Reviews of National Policies for Education. Norway.* Norwegian version, Oslo: Aschehoug.

Sjøberg, S. (2001). Foredrag EUs Ministerrådsmøte Uppsala 2001

Stigler, J. W. & Perry, M. (1988). Cross-Cultural Studies of Mathematics Teaching and Learning: Recent Findings and New Directions. In D. A. Grouws, T. J. Cooney & D. Jones (Eds.), *Perspectives on Research on Effective Mathematics Teaching* (194-223). Reston: Lawrence Erlbaum / National Council of Teachers of Mathematics.

8. En komparativ studie av elever i 4. og 7. klasse

Denne studien omhandler elevers kunnskaper innen noen områder av matematikkfaget. Hensikten er å analysere eventuelle endringer etter innføringen av R97. De fleste oppgavene i studien har vært brukt i tidligere undersøkelser. Det er derfor mulig å sammenligne elevenes prestasjoner på enkeltoppgaver med de samme oppgavene fra før reformen.

Følgende problem blir belyst: Hvordan presterer elever i 4. og 7. klasse, som er blitt undervist etter L97, på disse områdene av faget i forhold til elever som har blitt undervist etter M87?

L97 vektlegger elevenes begrepskunnskaper, forståelse og sammenheng i matematikken i større grad enn tidligere læreplaner. Planen fokuserer mindre på faktakunnskaper og ren ferdighetstrening enn tidligere. Resultatene fra denne studien kan gi indikasjoner på om elever som er undervist etter L97 har en endret matematisk kompetanse enn elever som er undervist etter tidligere læreplaner har.

8.1 Om undersøkelsen V01

Matematikkundersøkelsen, betegnet V01, er et samarbeid mellom prosjektet *"Læringsmiljøets betydning for elevenes utbytte av skolen"* i temaområde 2, med Gunn Imsen som prosjektleder og prosjektet *"Endringer og utvikling ved R97 som bakgrunn for videre planlegging og justering med matematikk som kasus"* i temaområde 1 med Gard Brekke som prosjektleder.

Noen av matematikkoppgavene som ble brukt i denne undersøkelsen, er hentet fra KIM-undersøkelsen, *Kartlegging av matematikkforståelse* (Brekke, 1995) og fra TIMSS, (Lie, Kjærnsli og Brekke, 1997). De aller fleste av disse er flervalgsoppgaver, som egner seg godt til store nasjonale og internasjonale undersøkelser (Kleve, 1994), og noen er åpne oppgaver. I flervalgsoppgavene er svaralternativene valgt på en slik måte at de kan avsløre hvilken feiltenkning elever har i forhold til den aktuelle oppgaven.

Oppgavene ble pilotert vinteren/våren 2001. De ble prøvd ut på 3 skoler på hvert trinn, i alt 62 elever i 4. klasse, 65 i 7. klasse og 61 i 10. klasse.

På bakgrunn av piloteringen ble de endelige oppgavene valgt ut og justert til undersøkelsen som fant sted i mars 2001. 1066 elever i 4. klasse, 1158 elever i 7. klasse og 1323 elever i 10. klasse deltok. Dataene er hentet fra 6 fylker. Siden vi ikke har relevante data fra 10. klasse fra før reformen, omhandler denne rapporten kun resultatene fra 4. og 7. klasse. (Denne studien blir heretter betegnet som V01).

Hensikten med vår undersøkelse er å analysere eventuelle endringer i matematikkkunnskaper etter innføringen av R97. Dataene vi sammenligner med er i hovedsak fra 1995.

Vanskegraden på enkeltoppgavene var tilpasset slik at elevene ville klare en god del av oppgavene. Oppgavene i V01 er hentet fra alle målområdene til L97. For 7. klasse var prøvetiden 90 minutter, og for 4. klasse 45 minutter. Elevene fikk ikke hjelp til å løse oppgavene og de fikk ikke bruke kalkulator. De skulle heller ikke samarbeide. Det var opp til den enkelte lærer om elever med særlige vansker skulle delta. I hvilken grad elever med særlige vansker har deltatt, er derfor usikkert. Dette kan ha innvirkning på resultatet.

8.2 Om KIM-undersøkelsen

I KIM-undersøkelsen (heretter betegnet som KIM) deltok 104 fjerdeklasser, 107 sjetteklasser og 92 åttendeklasser. Dette er klassebetegnelser fra før reformen. Det deltok rundt 1900 elever på hvert klassetrinn. Av disse ble rundt 500 elever på hvert klassetrinn tilfeldig plukket for analysen fra hvert klassetrinn. Disse KIM-elevene danner grunnlag for resultatene det refereres til i denne rapporten.

KIM-prosjektet er et nasjonalt prosjekt som blant annet har til formål å kartlegge holdninger og forestillinger elevene har til matematikk, samt å beskrive hele spekteret av elevprestasjoner innenfor ulike områder av faget (Brekke 1995).

8.3 Om TIMSS-undersøkelsen

TIMSS (Third International Mathematics and Science Study) er den største internasjonale komparative undersøkelsen som er foretatt innen utdanning. 45 land og 15000 skoler deltok. Det er en sammenlignende studie av realfagundervisning i skolen fra barnetrinn til videregående skole. Studien omfatter 3 ulike populasjoner, Populasjon 1: De to klassetrinnene som inneholder flest 9 åringer, (i Norge 2. og 3. kl. før reformen), Populasjon 2: De to klassetrinnene som inneholder flest 13 åringer, (i Norge 6. og 7. klasse før reformen), Populasjon 3: Det siste året i videregående skole. I denne rapporten referer vi til populasjon 2 og daværende 6. klasse og til daværende 3. klasse i populasjon 1. TIMSS-undersøkelsen bestod både av åpne oppgaver og flervalgsoppgaver, og det ble beregnet ca. 1 minutt på å løse en flervalgsoppgave og 2-5 minutter på å løse en åpen oppgave (Brekke et al., 1998).

8.4 Sammenligning

Som det framgår av analysen under, er oppgavene fra V01 sammenlignet enten med oppgaver hentet fra KIM, eller oppgaver hentet fra TIMSS. Datainnsamlingen avgrenset til *tall og tallregning* i KIM, og ble gjennomført i januar/februar 1995 i daværende 4., 6. og 8. klasse. Dette tilsvarer nåværende 5., 7. og 9. klasse. Sammenligningen som blir foretatt i tall og tallregning i 7. klasse blir dermed mellom elever som i V01 er 1-2 mnd eldre og som dermed har gått 1-2 mnd lenger på skolen enn KIM elevene.

Når det gjelder sammenligningen innenfor tall og tallregning i 4. klasse, har KIM elevene gått litt over 3 ½ år på skolen, altså 1-2 mnd kortere enn V01 elevene. KIM elevene er nesten ett år eldre enn V01 elevene. KIM elevene begynte på skolen som 7 åringer, mens V01 elevene begynte på skolen som 6 åringer.

En av oppgavene ble hentet fra en annen del av KIM-undersøkelsen. Datainnsamlingen for denne oppgaven i KIM ble foretatt i november/desember 1996 i 5., 7. og 9. klasse. Elever det blir sammenlignet med her er 4 mnd eldre enn V01 elevene, og de har 4 mnd lengre skolegang.

Datainnsamlingen innenfor *målinger og enheter* og *geometri* ble i KIM foretatt i januar/februar i henholdsvis 1998 og 1999 i 6. og 9. klasse. Reformen var ikke innført på disse trinn da.

Alle sammenligninger mellom V01 og TIMSS er gjort på like gamle elever. Når det gjelder 4. klasse, har TIMSS-elevene ett år kortere skolegang enn elevene i V01.

Sjuendeklassingene i V01 begynte på skolen som sjuåringer i 1. klasse høsten 1995. De gikk rett fra 2. klasse til 4. klasse høsten 97 da reformen ble innført. De hadde altså gått nesten 6 år da undersøkelsen fant sted. Elevene i 4. klasse i V01 begynte på skolen som seksåringer høsten 97, og har dermed gått nesten 4 år på skolen da undersøkelsen fant sted.

Under følger resultater fra V01, og disse er sammenlignet med resultater fra KIM og TIMSS. Resultatene presenteres i tabeller hvor oppgaveteksten er skrevet over tabellen. De ulike svaralternativene på flervalgsoppgavene står i første kolonne (det korrekte svaralternativet er uthevet) og prosentandelen som har valgt de ulike svaralternativene i V01-undersøkelsen i neste. I tredje kolonne er de tilsvarende andelene fra KIM eller TIMSS oppført. Siste kolonne viser forandringene fra 1995 til 2001, i prosentpoeng, for de korrekte svaralternativene. En bør være varsom med tolkningen av disse forandringene, og med å trekke bastante slutninger. Denne bør kun tolkes som en indikasjon på endring. Det er verd å merke seg at det er flere forhold som spiller inn om hvordan elever presterer på slike tester. Testene som sådanne er ikke identiske og ikke gitt under like forhold. Oppgavene fra KIM og TIMSS er plassert sammen med andre oppgaver enn de er i V01 testen. Disse forhold kan ha innflytelse på testens reliabilitet og validitet (Kleve 1994).

8.5 Resultater fra oppgaver i 7. klasse

8.5.1 Tallbegrepet – desimaltall

Posisjonssystemet

Hva betyr sifferet 7 i 0,573? (sett ring)

	V01	*KIM*	*Endring 95-01*
70	15	24	
7	7	10	
0,7	12	10	
0,07	**63**	**54**	**+9**

Tabell 1

Denne oppgaven omhandler forståelse av posisjonssystemet knyttet til desimaltall. Tabellen viser at det vanligste feilsvaret fra før reformen, å tolke desimalene slik vi leser disse, *fem hundre og **sytti** tre,* fremdeles er det vanligste feilsvaret i V01. Imidlertid er det flere som svarer riktig i V01 enn i KIM.

Hvilket siffer står på hundredelsplassen i 6,423? (sett ring)

	V01	*KIM*	*Endring 95-01*
6	6	8	
4	47	55	
2	**40**	**31**	**+9**
3	7	5	

Tabell 2

Også denne oppgaven avdekker at mange elever oppfatter verdien av sifrene bak komma slik de leser dem, *seks komma **fire hundre** og tjue tre.* Det mest utbredde feilsvaret her er 4. Denne *lesemåten* kan gi grunnlag for en misoppfatning at et desimaltall er et par av to "hele" tall. Også på denne oppgaven presterer V01 elevene bedre enn KIM elevene.

Skriv fem tideler som desimaltall (åpen oppgave)

	V01	KIM	Endring 95-01
0,5	**89**	**89**	

Tabell 3

Skriv tre hundredeler som desimaltall (åpen oppgave)

	V01	KIM	Endring 95-01
0,03	**56**	**55**	**+1**
0,3	22	16	

Tabell 4

Skriv tolv tideler som desimaltall (åpen oppgave)

	V01	KIM	Endring 95-01
1,2	**30**	**35**	**-5**
0,12	57	43	

Tabell 5

I disse tre oppgavene ble elevene bedt om å skrive brøker som desimaltall. Her er det interessant å se hvordan andelen som svarer riktig på oppgaven både i KIM og V01 går ned fra nærmere nitti prosent på oppgaven med fem tideler, til femtifem prosent på oppgaven med tre hundredeler til ca. tretti prosent i V01 undersøkelsen og trettifem prosent i KIM på oppgaven med tolv tideler. Det mest utbredde feilsvaret i de to sistnevnte oppgavene er å skrive det tallet de har fått oppgitt bak komma, uten å reflektere over hvilken plass det står på. Dette vitner om en vag forståelse av sammenhengen mellom brøk og desimaltall.

Bruk av null som plassholder

Skriv 8 tiere 3 enere og 5 tideler som desimaltall (åpen oppgave)

	V01	KIM	Endring 95-01
83,5 eller 83,50	**64**	**63**	**+1**
835	5	5	

Tabell 6

Skriv 3 hundrerer 7 enere og 4 tideler som desimaltall (åpen oppgave)

	V01	KIM	Endring 95-01
307,4	**43**	**45**	**-2**
374	6	6	
37,4	19	15	

Tabell 7

Både i V01 og i KIM ser vi at mange elever har plassert de gitte sifrene i den rekkefølge de står i oppgaven, med eller uten komma. Riktig svarprosent i den første oppgaven (83,5) ligger langt over riktig svarprosent i den neste hvor ikke alle sifrene er gitt i oppgaven. Her må elevene selv sette inn null som plassholder for å få rett svar, og selv om utfordringen med null som plassholder er knyttet til heltallsdelen, viser dette seg å være problematisk for elevene.

Sammenligning av desimaltall

Hvilket tall er minst? (Sett kryss ved riktig svar)

	V01	KIM	Endring 95-01
0,625	1	1	
0,25	5	4	
0,3753	29	13	
0,125	**47**	**55**	**-8**
0,5	17	26	

Tabell 8

I KIM var det mest utbredde feilsvaret at det korteste tallet er det minste. Dette kan forklares ved at eleven ser på tallet bak komma som et helt tall, og da er 5 det minste tallet. Det mest utbredde feilsvaret i V01 var ikke denne, men derimot at det tallet som har flest siffer etter komma (0,3753) er det minste. Dette kan skyldes følgende: "*for å måle noe som er veldig lite trenger man mange sifre*", eller "*tallet er så oppdelt og består av mange små deler*". Denne misoppfatningen var også den mest utbredde i den omfattende APU-undersøkelsen i England i 1980 (APU 1982). 13000 elever svarte på hver oppgave og for 15-åringer fant man følgende fordeling: 0,625: 4%; 0,25: 2%; 0,375: 36%; 0,125: 43%; 0,5: 13%. Disse elevene er eldre enn våre elever både i KIM og i V01 undersøkelsen, likevel ligger svarprosenten for det riktige svaret lavere i APU-undersøkelsen enn i begge de norske undersøkelsene.

Å lese av desimaltall på tallinje

1,3

	V01, 4. klasse	V01, 7. klasse	KIM	Endring 95-01
1,3 eller 1,30	**42**	**77**	**81**	**-4**
1,03	2	2	22	
1,4	4	8	6	

Tabell 9

2,65

	V01	KIM	Endring 95-01
2,65	**37**	**53**	**-16**
2,6 eller 2,7	25	14	
Andre tall mellom 2,6 og 2,7	4	1	
Blander brøk og desimaltall, 2,6 1/2	6	11	

Tabell 10

På den første oppgaven er det høy korrekt svarprosent både i KIM og i V01. Den mest vanlige feilen både da og nå er at elevene teller streker etter 1-tallet og svarer 1,4. Denne oppgaven ble også gitt til 4. klasse i V01, og 42 % av elevene hadde riktig svar på denne. Et vanlig feilsvar på dette trinnet var 13.

På den neste oppgaven er avstanden mellom riktig svarprosent i V01 og KIM hele 16 prosentpoeng. Det mest utbredde feilsvaret er både i KIM og i enda større grad V01, at elevene leser av en av de nærmeste strekene pilen peker på. En kan stille spørsmål om disse elevene er klar over at mellomrommet mellom disse punktene på tallinjen kan deles inn i ti nye deler. Andre elever vet at de skal skrive et tall mellom 2,6 og 2,7, men vet ikke hvordan de skal gjøre det og forsøker seg med 2,6½ .

I L97 vektlegges i 5. klasse bruken av tallinjer som et hjelpemiddel til å konkretisere desimaltallene som en utvidelse av tallsystemet for hele tall. Bruk av tallinjen er ikke eksplisitt nevnt i 7. klasse i L97. En mulig forklaring til at elevene i V01 presterer så lavt her, kan være at de har "glemt" det de har lært om tallinjen i 5. klasse, eller at bruk av tallinjen i forbindelse med arbeid med desimaltall ikke er blitt en integrert del av undervisningen etter 5. klasse.

Regning med desimaltall

Regn ut og skriv svaret: 5,1+0,46 (åpen oppgave)

	V01	*KIM*	*Endring 95-01*
5,56	**60**	**70**	**-10**
5,47	30	18	

Tabell 11

Regn ut og skriv svaret som desimaltall: 6•0,5= (åpen oppgave)

	V01	*KIM*	*Endring 95-01*
Ubesvart	12	6	
3 eller 3,0	**52**	**54**	**-2**
0,3 eller 0,30	9	6	
30,0 eller lignende	3	6	
9 eller 6,30	5	4	
Nei (KIM)*		11	

Tabell 12

Regn ut og skriv svaret som desimaltall 3:6= (åpen oppgave)

	V01	*KIM*	*Endring 95-01*
ubesvart	13	4	
0,5	**42**	**42**	**0**
2 (reverserer)	28	20	
Nei (KIM)*		26	

Tabell 13

Regn ut og skriv svaret som desimaltall 3:0,5= (åpen oppgave)

	V01	*KIM*	*Endring 95-01*
ubesvart	26	16	
6 eller lignende	**23**	**21**	**+2**
0,6	6	6	
1,5 (multipliserer)	13	7	
Nei (KIM)*		34	

Tabell 14

Den vanligste misoppfatningen i forbindelse med addisjon av to desimaltall (5,1+0,46) er at elevene ser på desimaltall som par av hele tall. De adderer det som står foran komma og det som står bak komma hver for seg. Denne feilen er det 10 prosentpoeng flere som gjør nå enn før reformen, og dette til tross for at nettopp denne misoppfatningen er det blitt fokusert mye på, både i lærerutdanningen og i forbindelse med etterutdanning av lærere (Brekke 1995).

* I multiplikasjons og divisjonsoppgavene ble det i KIM gitt følgende tilleggsalternativ i oppgaveteksten: "Skriv Nei om du tror det ikke er noe svar". Dette forklarer antakelig at andelen ubesvart er atskillig høyere i V01 i alle tre oppgavene, og andelen som reverserer i oppgave 3:6 (Å dele et lite tall med et større) er større nå enn i KIM. Mange elever på dette trinnet mener at *det går ikke an å dele et lite tall med et større.* Videre er oppfatninger som "*når du deler blir svaret mindre og når du ganger blir svaret større* ", vanlige på dette alderstrinnet. Det skyldes en overgeneralisering fra regning med hele tall (Brekke 1995). I begge undersøkelse-

ne er de mest utbredde feilsvarene henholdsvis reversering (3:6) og multiplisering (3:0,5). I oppgavene som omhandler multiplikasjon og divisjon med desimaltall, har det ikke skjedd vesentlige endringer i andelen riktige svar fra KIM til V01.

Alle oppgavene over er innenfor det som blir vektlagt i L97.

8.5.2 Regneartene

Regn ut

6000
-2369

(svaralternativer er oppgitt)

	V01	TIMSS	Endring 95-01
4369	9	4	
3742	7	3	
3631	**76**	**90**	**-14**
3531	4	2	

Tabell 15

Dette er en ferdighetsoppgave som går ut på å subtrahere to tall som er satt opp under hverandre. Altså en prøving i algoritmen for subtraksjon med tierovergang. Nedgangen i andelen riktig svar på denne oppgaven er 14 prosentpoeng. L97 legger mindre vekt på slik ferdighetstrening enn tidligere læreplaner, "*Mer vesentlig enn å pugge tabellen er det å forstå selve begrepet multiplikasjon...* " (L97 s.155).

Bruk av regneoperasjoner i en praktisk kontekst

En bil har en bensintank som tar 35 liter bensin. Bilen bruker 7,5 liter på 100 km. En tur på 250 km starter med full tank. Hvor mye bensin var det igjen på tanken etter turen? (sett kryss)

	V01	TIMSS	Endring 95-01
16,25	**27**	**36**	**-9**
17,65	18	24	
18,75	39	29	
23,75	9	7	

Tabell 16

En kjemiker blander 3,75 ml av en løsning A med 5,625 ml av en løsning B for å få en ny løsning. Hvor mange milliliter inneholder den nye løsningen?

	V01	TIMSS	Endring 95-01
9,375	**38**	**42**	**-4**
8,700 el 8,7	8	9	

Tabell 17

I en diskoskonkurranse var vinnerkastet 61,60 m. Det nest lengste kastet var 59,72m. Hvor mye lenger var vinnerkastet enn det nest lengste kastet?

	V01	*TIMSS*	*Endring 95-01*
1,18	10	4	
1,88	**57**	**70**	**-13**
1,98	11	13	
2,18	19	12	

Tabell 18

I de tre foregående oppgavene, som alle handler om å både velge riktig regneoperasjon og utføre regneoperasjonen, ser vi nedgang i andelen som svarer riktig fra 1995 til V01.

I den første og siste oppgaven var svaralternativer oppgitt. Svaralternativer kan til en viss grad "lede" elevene til feilsvar slik som i første oppgave, der et svaralternativ, 18,75 også er et svar på en nødvendig mellomregning. Dette kan forklare at så mange krysser av for dette alternativet. Internasjonalt falt også denne oppgaven vanskelig ut i TIMSS (Brekke et al., 1998), men det internasjonale gjennomsnittet var høyere enn det norske i 1995 og langt over gjennomsnittet for V01. Fagstoffet i oppgaven dekkes av L97, men likevel er oppgaven krevende i det den innebærer en forholdstenkning i tillegg til subtraksjon av bensinvolumene. I den andre oppgaven ligger utfordringen først og fremst i å utføre addisjon av to tall med ulikt antall desimaler korrekt. Også her gjør misoppfatningen "desimaltall er par av hele tall", seg gjeldende.

I den siste oppgaven er utfordringen å subtrahere to desimaltall, altså en ren ferdighetsoppgave. Av de tre oppgavene er nedgangen fra 1995 til V01 størst på denne, hele 13 prosentpoeng.

Regneuttrykk som passer til oppgaver

I de to etterfølgende tekstoppgavene skal en velge et eller flere regneuttrykk blant flere oppgitte.

Sett kryss i rutene for alle regneuttrykkene som passer til regneoppgaven (Svaralternativene er oppgitt)

1 kg pølser koster 49,50 kr. Per kjøper 1,7 kg. Hvor mye koster det?

	V01	*KIM*	*Endring 95-01*
Krysser av for ett eller begge korrekte alternativene	**68**	**64**	**+4**
49,50 : 1,7	11	15	
1,7 : 49,50	6	3	
Både 49,50 : 1,7 og 1,7 : 49,50	5	8	

Tabell 19

1 kg kjøttdeig koster 69 kr. Kari kjøper 0,6 kg. Hvor mye koster det? (Svaralternativene er oppgitt)

	V01	*KIM*	*Endring 95-01*
Krysser av for ett eller begge korrekte alternativene	**45**	**38**	**+7**
69 : 0,6	23	30	
0,6 : 69	8	4	
Både 69 : 0,6 og 0,6 : 69	14	15	

Tabell 20

Oppgaver av denne typen egner seg godt til å gi informasjon om hvordan elever forstår regneoperasjonene. L97 vektlegger elevenes forståelse av regneoperasjonene. "*De skal forstå og kunne bruke de fire regneartene, vurdere hvilke operasjoner som er aktuelle* .... (L97 s.162). Bruk av regnefortellinger i matematikkundervisningen har økt i forbindelse med innføringen av L97. Dette kan være en av grunnene til at riktig svarprosent er høyere i begge oppgaver i V01 enn i KIM. Det er naturlig å diskutere disse oppgavene i sammenheng. I den første oppgaven er multiplikatoren et tall større enn 1, i den andre mindre enn 1. Videre er riktig svarprosent høyest i både KIM og V01 på den første oppgaven. Flertallet av elevene velger multiplikasjon som svar i denne oppgaven, men det er en firedel som tror de må bruke divisjon. I den andre oppgaven er det likevel mange av dem som har valgt multiplikasjon i den første som nå tror at regneoperasjonen i denne oppgaven må være divisjon. Det er altså rimelig å hevde at mange elever lar seg påvirke av den misoppfatningen at multiplikasjon gjør svaret større og divisjon svaret mindre i løsningen av slike oppgaver. Dette er mindre utbredt i V01 enn i KIM.

Prioritet mellom regneartene

Skriv riktig tall i ruten slik at regnestykkene blir riktige: $\square \cdot 2+4=12$

	V01	*KIM*	*Endring 96-02*
4	**81**	**77**	**+4**
2	6	16	
3	3	2	
6	3	2	
8	4	2	

Tabell 21

Skriv riktig tall i ruten slik at regnestykkene blir riktige: $3+2\cdot\square=15$

	V01	*KIM*	*Endring 96-02*
6	**24**	**17**	**+7**
3	57	73	
5	8	3	
10	5	2	

Tabell 22

Oppgaver av denne typen kan betraktes som en innledning til algebra. Det å bruke en rute ($\square$) til å representere et tall er velkjent for de aller fleste elevene på dette trinnet.

I den første oppgaven er det interessant å merke seg at i KIM var det hele 16 % som valgte svaralternativet 2. Årsaken til dette feilsvaret er trolig at de legger sammen 2 og 4 og får 6, og deretter multipliserer de med 2 for å få svaret 12. Oppgaven avslører de elevene som ikke kjenner til konvensjonen om at multiplikasjon skal utføres før addisjon i sammensatte uttrykk der disse to regneartene inngår. I V01 er denne feilen ikke så framtredende i denne oppgaven. Hovedforskjellen mellom disse oppgavene er at i den første oppgaven er multiplikasjonen den første regneoperasjonen i uttrykket sett fra venstre, mens multiplikasjonen i den andre oppgaven kommer til slutt. Elevene blir antakelig i større grad ledet til å svare riktig på den første enn på den andre siden de er vant med å regne fra venstre mot høyre (Brekke et al., 2000). Riktig svarandel på disse oppgavene viser dette tydelig. I den andre oppgaven avslører over halvparten av elevene i begge undersøkelsene denne feiltenkningen. De utfører addisjonen 3+2=5, og finner at 5 må multipliseres med 3 for å få svaret 15. Også her er denne feiltenkningen mindre fremtredende i V01 enn i KIM. I begge oppgaver var andelen som valgte rett svaralternativ større i V01 enn i KIM.

8.5.3 Brøk

Hvilket av tallene er størst? (sett kryss)

	V01	TIMSS	Endring 95-01
4/5	**26**	**33**	**-7**
3/4	36	31	
5/8	6	4	
7/10	27	31	

Tabell 23

Skyggelegg 5/8 av smårutene på figuren (4x6ruter)

	V01	TIMSS	Endring 95-01
15 ruter skravert	**35**	**34**	**+1**
5 ruter skravert	30	28	
8 ruter skravert	4	4	
14 eller 16 ruter skravert	8	7	

Tabell 24

L97 uttrykker ønske om å fokusere på selve brøkbegrepet *"Elevene skal utvide og utdype sine begreper om tall - naturlige tall og hele tall og tall på brøk og desimalform"* (L97 s. 162). I begge disse oppgavene blir sentrale sider ved brøkbegrepet prøvet. Det er en nedgang på 7 prosentpoeng fra 1995 til V01 i andelen som svarer riktig på den første oppgaven, men ingen vesentlig endring i den andre oppgaven. I TIMSS gjorde norske elever det forholdsvis bedre på oppgaver som la vekt på begrepsforståelsen i brøk framfor algoritmeregning (Brekke et al., 1998)

8.5.4 Overslag og avrunding

Hjertet til et menneske slår omtrent 72 ganger i minuttet. Omtrent hvor mange ganger slår hjertet i løpet av en time?

	V01	TIMSS	Endring 95-01
420 000	7	5	
42 000	25	19	
4 200	**57**	**64**	**-7**
420	8	7	

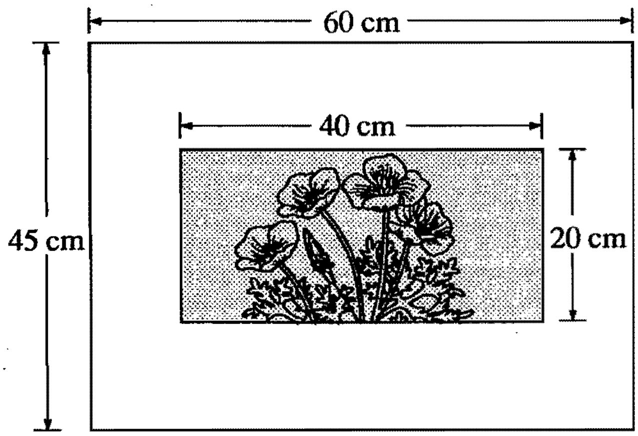
Tabell 25

Alle svaralternativene i denne oppgaven er 42 multiplisert med tierpotenser. En kan derfor hevde at denne oppgaven er en prøve i plassverdisystemet representert ved multiplikasjonsalgoritmen, idet 60·70 er det sentrale her. Overslag og avrunding er vektlagt både i M87 og i L97. Elevene i V01 presterer 7 prosentpoeng dårligere enn i TIMSS.

8.5.5 Geometri

Målinger og enheter

I oppgaven under ligger utfordringen i å beregne arealet av to rektangler og subtrahere det minste fra det største arealet



Et rektangelformet bilde er limt på et hvitt papir som vist på figuren. Hvor stort er arealet av det hvite papiret som ikke er dekket av bildet?(svaralternativer oppgitt)

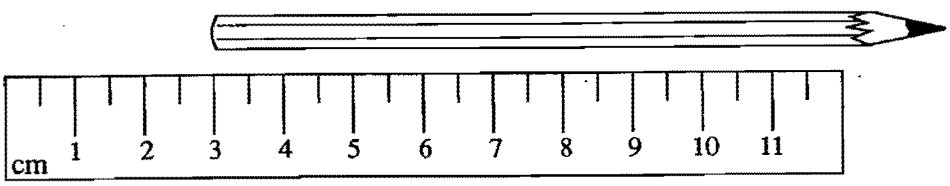
	V01	*TIMSS*	*Endring 95-01*
165 cm^2	25	27	
500 cm^2	29	17	
1900 cm^2	**33**	**32**	**+1**
2700 cm^2	18	23	

Tabell 26

Det vanligste feilsvaret, 165 cm^2, fremkommer ved å addere alle tall som er oppgitt i oppgaven. Svaret 2700 er det totale arealet av figuren.

Den neste oppgaven er en konkret oppgave i lengdemåling:

Hvilken av lengdene nedenfor er nærmest til lengden av blyanten på denne figuren? (svaralternativer oppgitt)

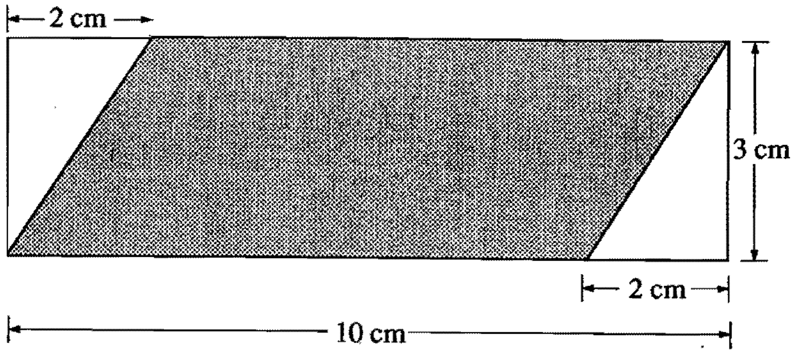


	V01	*TIMSS*	*Endring 95-01*
9 cm	27	20	
10,5 cm	**46**	**56**	**-10**
12 cm	12	11	
13,5 cm	13	11	

Tabell 27

Blyanten ligger imidlertid utenfor linjalen, og det mest fremtredende feilsvaret både i TIMSS og i enda større grad V01, er at man beregner lengden av blyanten der linjalen tar slutt. Ellers er det en nedgang på 10 prosentpoeng som svarer riktig på denne i V01 i forhold i TIMSS.

I den neste oppgaven er utfordringen å finne arealet av et parallellogram: *Figuren under viser et skyggelagt parallellogram inne i et rektangel.*



Hvor stort er arealet av parallellogrammet? (åpen oppgave)

	V01	*TIMSS*	*Endring 95-01*
24	**26**	**26**	**0**
18	5	2	
26	4	3	
30	7	7	

Tabell 28

Oppgaven er åpen, men presentert på en slik måte at feilsvaret 30 lett kommer frem. Andelen riktig svar på denne oppgaven viser at elevene i liten grad kjenner til hvordan man skal beregne arealet av parallellogram. Dette til tross for at det i L97 står: "*I opplæringen skal elevene få videre trening i å beregne omkrets og areal av firkanter, trekanter og andre mangekanter.....*" (L97, s.165).

Det er også mulig å finne arealet av den skraverte figuren uten å bruke formelen for areal av parallellogram. For eksempel ved å subtrahere arealet til de to trekantene fra det store rektanglet i figuren. Blant oppgavene i V01 som omhandler måling finnes det også KIM oppgaver. Men en sammenligning av prestasjoner er her vanskelig da det ikke finnes resultater fra tilsvarende elevgruppe som i V01. Imidlertid viste det seg at V01-elevenes resultater var å finne midt mellom resultatene for henholdsvis yngre og eldre elever i KIM. Resultatene som er sammenlignet med TIMSS viser også liten endring, bortsett fra resultatet i "blyantoppgaven", der V01-elevene presterte 10 prosentpoeng under TIMSS.

Mønstre og sammenhenger

Den første oppgaven om mønstre og sammenhenger var formulert slik:

Disse figurene er ordnet i et mønster:

↓↖↓↓↖↖↓↓↓↖↖↖

Hvilken rekke av figurer er ordnet i samme mønster?

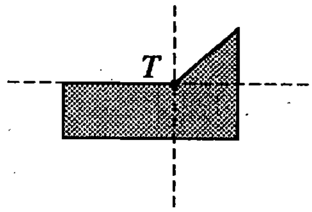
Dette er en matematikkoppgave som ikke lar seg løse ved å bruke en ferdig oppskrift. Elevene må analysere de ulike alternativene for å løse oppgaven, noe som fenger mange elever.

	V01	KIM	Endring 95-01
*V*V**VV**VV	2	1	
V*VV*VVV*VVVV	5	4	
*V**VV***VVV	**85**	**88**	**-3**
VV**V*VV**V*	3	3	

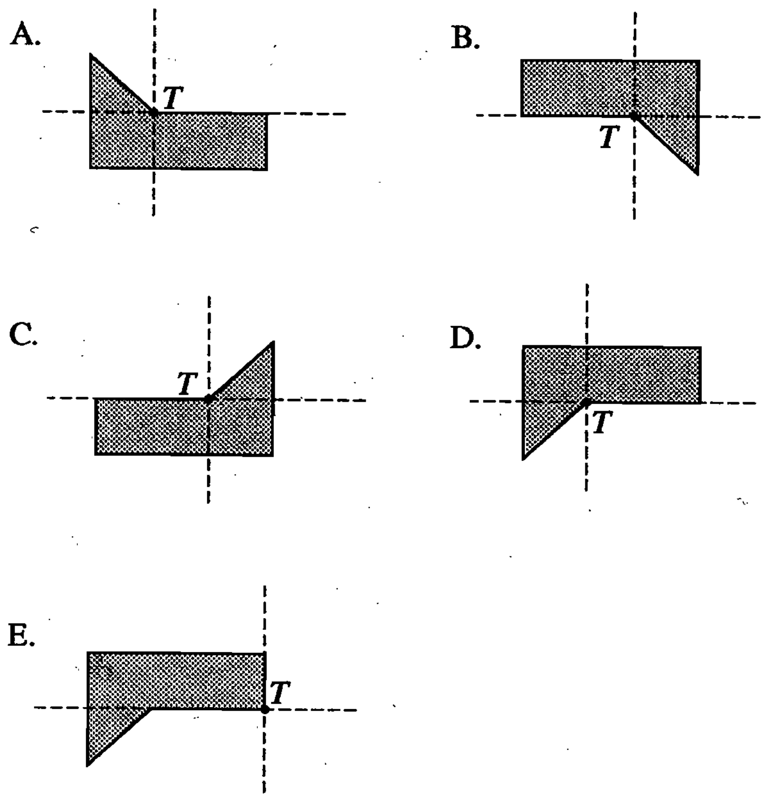
Tabell 29

Løsningsfrekvensen er høy, både i TIMSS og i V01, dog noe høyere i TIMSS. L97 framhever dette faginnholdet som en sentral del av den matematikkfaglige kompetansen.

Oppgaveteksten til den neste oppgaven er: *Den skyggelagte figuren dreies en halv omdreining om punktet T.*



Hvilken av disse figurene får vi da? Sett kryss ved riktig figurnavn.



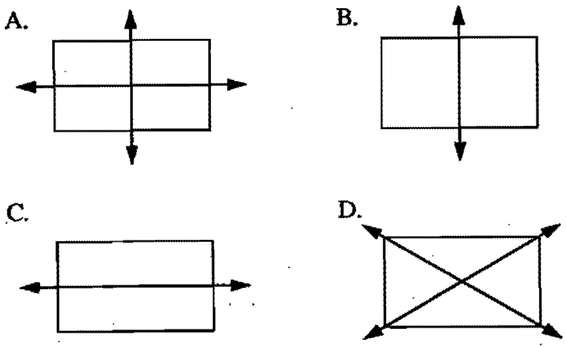
	V01	TIMSS	Endring 95-01
Figur A	8	12	
Figur B	14	15	
Figur C	14	15	
Figur D	**46**	**47**	**-1**
Figur E	11	7	

Tabell 30

Oppgaven hører til den dynamiske siden av geometrien. L97 legger vekt på at en vinkel ikke bare skal oppfattes som åpningen som dannes av to stråler med felles punkt, men som en rotasjon; "*erfare vinkel som det å dreie rundt et fast punkt*" (L97, s.161). På denne oppgaven presterer elevene i V01 omtrent som elevene i TIMSS. Det internasjonale gjennomsnittet var i TIMSS på 53 %.

For å løse den neste oppgaven må elevene kjenne begrepet *symmetrilinje* i en figur. Oppgaveteksten var:

Hvilken av figurene viser alle symmetrilinjene i et rektangel?



	V01	TIMSS	Endring 95-01
Figur A	**53**	**48**	**+5**
Figur B	6	3	
Figur C	9	7	
Figur D	24	37	

Tabell 31

I TIMSS var forskjellen mellom norske elever i 6.klassse og det internasjonale gjennomsnittet hele 18 prosentpoeng på denne oppgaven. I den norske rapporten fra TIMSS konkluderer en slik "*Vi bør altså som lærer i norsk skole arbeide seriøst med disse sidene av geometrien*" (Brekke et al., 1999, s. 64). L97 markerer også en klar endring av geometriundervisningen mot fokusering på symmetribegrepet og den dynamiske siden av geometrien. Andelen som svarer riktig på oppgaven i V01 er 5 prosentpoeng høyere enn andelen av de norske elevene i TIMSS som svarer riktig.

Oppgavene handlet om sammenligning av omkrets og areal av ulike figurer, gjenkjenning av trekanter, tegne høyden til en trekant med stump vinkel ved grunnlinjen og om speiling. Alt er sentrale emner innefor L97. Når det gjelder de oppgaver som ble gitt innen geometri i V01, og som også var med i KIM, må en være forsiktig med å sammenligne prestasjonene direkte. Fra KIM har vi data fra to klassetrinn (6. og 9.). I det laveste klassetrinnet er elevene et drøyt år yngre og i det høyeste to år eldre enn elevene i V01.

Både i KIM og i V01 avslører elevene manglende kjennskap til trekanter med en stump vinkel. Dette viser seg både i en oppgave hvor eleven blir bedt om å krysse av for hvilke figurer som er trekanter, og i en oppgave hvor de skal tegne høyden i en trekant med stump vinkel der høyden er utenfor trekanten. Når det gjelder å kategorisere trekant med stump vinkel som trekant, presterer elevene i V01 dårligere enn elevene i både 6. og 9. klasse i KIM. En årsak til at elevene gjør denne feilen kan være at deres første møte med trekanter ofte er trekanter med tre spisse vinkler. Disse er i flertall i lærebøkene. Noe av det samme problemet viser seg når elevene blir bedt om å tegne en bestemt høyde i en trekant der høyden ligger utenfor trekanten. De mest utbredde feilsvarene er at de enten tegner en normal på grunnlinjen inne i trekanten som følgelig ikke går igjennom grunnlinjens motstående vinkel, eller en linje fra toppunktet til grunnlinjen som ikke er normalt på grunnlinjen.

I oppgaver der elevene skal sammenligne arealet av to trekanter og regne ut areal av rektangler, presterer elevene i V01 godt over elevene i 6. klasse i KIM.

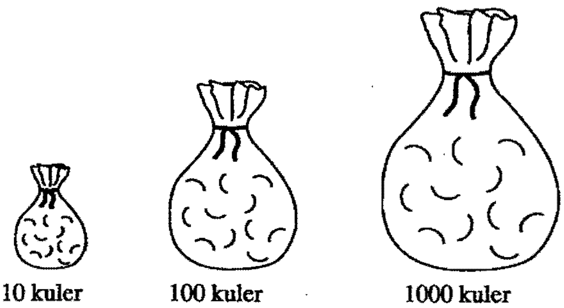
En av oppgavene handlet om omkrets *Hva kan du si om hvor langt det er rundt figurene?* Både elevene i 6. klasse (60 % riktig svar) og 9. klasse i KIM presterer bedre enn elevene i 7. klasse i V01. I KIM var andelen av riktige svar i 6. klasse 5 prosentpoeng høyere enn i 9. klasse i V01-undersøkelsen(!). Også på en oppgave der elevene skal finne areal av en figur som er inntegnet i et rutenett, presterer elevene i V01 under 6. klassingene i KIM. Dette til tross for vektlegging av nettopp denne type geometri på mellomtrinnet L97; "*I opplæringen skal elevene måle og beregne omkrets av blant annet firkanter og trekanter,..... arbeide med å finne arealer ved opptelling av arealenheter og bli kjent med andre praktiske metoder til å bestemme arealer, f.eks. oppdeling*" (L97 s.163). På en oppgave der det spørres etter et speilbilde av en trekant, en oppgave innenfor den dynamiske delen av geometrien, presterer V01-elevene bedre enn KIM-elevene i 6. klasse, men dårligere enn niendeklassingene. Denne delen av geometrien blir vektlagt i L97. "*I opplæringen skal elevene arbeide med parallellforskyvning, speiling og dreining av figurer i planet*" (L97 s. 164).

8.5.6 Behandling av data

Sannsynlighetsregning

I L97 har sannsynlighetsregning fått en mer sentral plass enn i tidligere læreplaner. I matematikkplanen for 7. klasse står det "*I opplæringen skal elevene vurdere og etter hvert beskrive sannsynlighet som tall i området fra 0 til 1 – fra erfaringer i dagliglivet, i spill og ved eksperimenter*" (L97, s 165).

En oppgave er formulert slik:



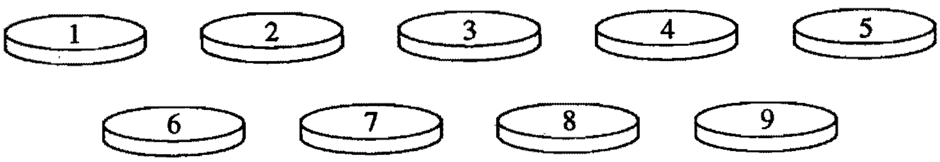
Det er bare en rød kule i hver av posene. Uten å se skal du trekke en kule fra en av posene. Fra hvilken pose har du størst sjanse til å trekke den røde kula?

	V01	TIMSS	Endring 95-01
10 kuler	**80**	**79**	**+1**
100 kuler	2	3	
1000 kuler	6	7	
Like stor sjanse	11	11	

Tabell 32

Det er en høy løsningsfrekvens på denne oppgaven i begge undersøkelsene. Dette viser at de fleste elevene har forståelse for at sannsynligheten for å trekke en *bestemt* kule ut av mange øker når det totale antall kuler avtar. Dette er et grunnleggende prinsipp i sannsynlighetsregningen.

I den neste oppgaven må antall partall identifiseres før oppgaven kan løses:



De ni brikkene blir lagt i en boks og blandet. Mona trekker en brikke fra boksen. Hvor stor er sannsynligheten for at Mona trekker en brikke med partall?

	V01	*TIMSS*	*Endring 95-01*
1/9	10	12	
2/9	12	11	
4/9	**59**	**53**	**+6**
1/2	16	21	

Tabell 33

Det mest utbredde feilsvaret er ½ . En årsak til det er trolig at elevene ikke tar seg bryet å telle, men tar for gitt at det er like mange partall som oddetall. Bortsett fra dette gitte svaralternativet er utfordringen i denne oppgaven kun å telle antall partallsbrikker idet alle de andre svaralternativene har 9 i nevner.

Den siste oppgaven om sannsynlighet er også en flervalgsoppgave og er formulert slik: *Hver av de seks sideflatene i en terning er malt enten rød eller blå. Når en kaster terningen er sannsynligheten 2/3 for at den lander med en rød side opp. Hvor mange sideflater er malt rød?*

	V01	*TIMSS*	*Endring 95-01*
En	4	3	
To	20	20	
Tre	28	24	
Fire	**38**	**44**	**-6**
Fem	6	8	

Tabell 34

Utfordringen i denne oppgaven er på en måte det omvendte av hva den er i de fleste andre sannsynlighetsoppgaver. Veien her går fra sannsynlighet til situasjon. Brøken 2/3 må anvendes som en operator på antall sideflater i en terning (Brekke et al., 1999). Mulig at det er denne utfordringen som gjør at elevene i V01 presterer under TIMSS-elevene.

Datarepresentasjon

I undersøkelsen er det to oppgaver som omhandler datarepresentasjon. Den første er en enkel tabellavlesningsoppgave:

Tabellen viser temperatur på forskjellige tidspunkter i løpet av fire dager.

TEMPERATUR					
	Kl.6	**Kl.9**	**Kl.12**	**Kl. 15**	**Kl.20**
Mandag	15 C	17 C	20 C	21 C	19 C
Tirsdag	15 C	15 C	15 C	10 C	9 C
Onsdag	8 C	10 C	14 C	13 C	15 C
Torsdag	8 C	11 C	14 C	17 C	20 C

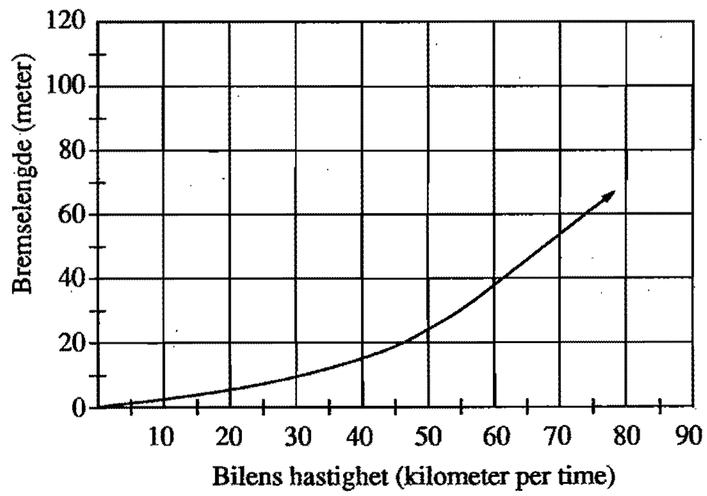
Når ble den høyeste temperaturen målt? (svaralternativene er oppgitt)

	V01	*TIMSS*	*Endring 95-01*
Mandag kl.12	8	7	
Mandag kl.15	**88**	**89**	**-1**
Tirsdag kl.12	1	1	
Onsdag kl.15	2	2	

Tabell 35

Elevene må finne det høyeste tallet og hovedutfordringen ligger i å lese av hvilken rad og kolonne det hører til. I TIMSS presterte norske elever i 8. og 9. klasse over det internasjonale gjennomsnittet, mens elevene i 7. lå på gjennomsnittet. Begge elevgruppene skårer bra på denne. Dette handler om å forstå informasjon som er presentert gjennom tabeller og grafiske framstillinger, noe L97 legger stor vekt på. *"Elevene skal lære å skaffe fram og tolke informasjoner og data ut fra sin erfaringsverden – fra andre fag, gjennom tverrfaglig arbeid, fra oppslagsverk og databaser og fra samfunnet utenfor skolen".* (L97 s.162)

Den neste oppgaven handler om å tolke informasjon fra en grafisk framstilling: *Grafen viser bremselengden for en bil ved forskjellige hastigheter. Bremselengden er så langt bilen kjører fra den har begynt å bremse til den stopper. En bil som kjørte på en vei hadde bremslengde på 30 m. Omtrent hvor fort kjørte denne bilen.*



(svaralternativene er oppgitt)

	V01	*TIMSS*	*Endring 95-01*
48 km per time	11	10	
55 km per time	**49**	**59**	**-10**
70 km per time	29	23	
160 km per time	6	6	

Tabell 36

Også på denne oppgaven gjorde de norske elevene i TIMSS det bedre enn det internasjonale gjennomsnittet. V01-elevene presterer hele 10 prosentpoeng under de norske TIMSS-elevene det sammenlignes med, og det til tross for at L97 legger stor vekt på denne delen av matematikkopplæringen.

8.5.7 Oppsummering av resultatene i sjuende klasse

Samlet sett viser resultatene fra 7. klasse en generell nedgang fra 1995 og fram til våren 01. Dette gjelder spesielt innenfor det vi kaller *prosedyrekunnskaper*; ferdigheter i forbindelse med utførelse av de fire regneartene. Også innenfor regning med desimaltall og avlesning av desimaltall på tallinje presterer elevene i V01 dårligere enn i 1995.

Det er ingen vesentlig tilbakegang når det gjelder elevenes *begrepskunnskaper* innenfor tall og tallregning. På oppgaver som måler elevenes forståelse av posisjonssystemet, er det antydning til framgang. Også når elevene skal velge riktig regneoperasjon i en gitt oppgave, presterer de bedre i V01 enn i 1995. L97 legger også mer vekt på selve forståelsen av regneartene enn tidligere læreplaner.

Innefor den dynamiske delen av geometrien og i sannsynlighetsregning er det også en liten framgang i prestasjoner. L97 vektlegger disse emnene i større grad enn tidligere læreplaner.

8.6 Resultater fra oppgaver i 4. klasse

8.6.1 Tall og tallregning

Elevene i 4. klasse i V01 gjennomførte undersøkelsen i mars og KIM-elevene i januar. De hadde gått omtrent like lenge på skolen da de gjennomførte undersøkelsene. KIM-elevene var imidlertid eldre enn V01-elevene da de begynte på skolen som 7-åringer.

Sammenligning av tall

Hvilket tall er størst? (sett kryss)

	V01	*KIM*	*Endring 95-01*
5436	**97**	**97**	**0**
547			
56	2	1	

Tabell 37

Hvilket tall er størst? (sett kryss)

	V01	*KIM*	*Endring 95-01*
45,6	**67**	**85**	**-19**
34,5	30	3	
6,78	2	10	

Tabell 38

Posisjonssystemet

Hva betyr tallet 4 (sifferet 4) i 3416? (sett kryss)

	V01	*KIM*	*Endring 95-01*
400	**59**	**66**	**-7**
4	11	8	
40	5	5	
4000	21	11	

Tabell 39

Av resultatene over ser vi at V01-elevene presterer som KIM-elevene når det gjelder begrep om heltalls størrelse, mens de presterer langt under KIM-elevene når de skal vurdere størrelsen på desimaltall (se tabellene 37 og 38). Grunnen til at så mange elever i V01 svarer feil på desimaltall-oppgaven kan være at de ikke vet noe om desimaltall, de er så unge at de heller ikke har stor erfaring med dette fra dagliglivet (noe KIM-elevene har hatt nesten et helt år lengre tid til å få). Også på oppgaven som omhandler posisjonssystemet med hele tall, presterer V01-elevene under elevene fra 1995. L97 vektlegger arbeidet med posisjonssystemet på småtrinnet. Likevel er det nedgang i prestasjoner på denne oppgaven fra 1995 til V01. Også dette kan skyldes elevenes alder og dermed deres erfaring med tall fra dagliglivet.

Desimaltall

Skriv som ett tall: 8 tiere 3 enere og 5 tideler

	V01	*KIM*	*Endring 95-01*
83,5 eller 83,50	**36**	**41**	**-5**
835	15	14	

Tabell 40

Å lese av desimaltall på tallinje

1,3

	V01, 4. klasse	*V01, 7. klasse*	*KIM, 4. klasse*	*Endring 95-01*
1,3 eller 1,30	**42**	**77**	**61**	**-19**
1,4	4	8	7	

Tabell 41

Tallinjen er et middel til å konkretisere meningsinnholdet i tallbegrepet i forbindelse med innføring av desimaltall (Brekke, 1995). Tallinjen er ikke nevnt som et slikt middel i den delen av L97 som omhandler 1. til 4. klasse. Desimaltall er omtalt innenfor mål for småskoletrinnet: "*De skal bli kjent med enkle brøker og desimaltall når disse er knyttet til konkrete størrelser*" (L97, s. 158), og i 4. klasse: *"arbeide med enkle brøker og desimaltall i praktiske sammenhenger".* (s. 161).

Regneoperasjoner

Hva er 5 mindre enn 203?(ingen gitte svaralternativ)

	V01	*TIMSS*	*Endring 95-01*
198	**76**	**64**	**+12**
98 eller 298	1	2	

Tabell 42

Hva er 3 ganger 23? (svaralternativene er oppgitt)

	V01	*TIMSS*	*Endring 95-01*
69	**86**	**82**	**+4**
323	4	8	
233	6	5	
26	3	3	

Tabell 43

Hvor mye mer er 25·18 enn 24·18 (svaralternativene er oppgitt)

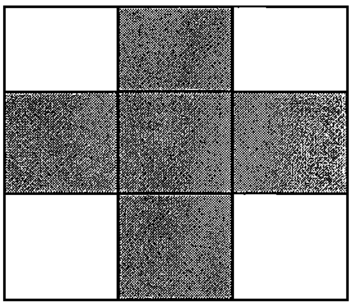
	V01	*TIMSS*	*Endring 95-01*
18	**40**	**38**	**+2**
1	37	40	
24	7	5	
25	12	10	

Tabell 44

Den første oppgaven undersøker elevenes begrepskunnskaper i forbindelse med subtraksjon. Vi legger merke til at V01-elevene presterer langt over TIMSS-elevene her. Den andre oppgaven er en enkel multiplikasjonsoppgave. De elevene som har utviklet en viss begrepsforståelse av multiplikasjon med hele tall, vil kunne krysse av 69 uten å utføre selve algoritmeregningen. Også på denne oppgaven presterer V01-elevene bedre enn KIM-elevene. I den siste oppgaven skal elevene finne differansen mellom to produkter. Denne oppgaven stiller krav til forståelse av multiplikasjonsbegrepet. Blant svaralternativene til denne oppgaven er 1 det som skiller seg ut som mest populær. Årsaken til det er nok at forskjellen mellom 24 og 25 er 1.

Alle tre oppgavene handler om tallforståelse. At elevene i V01 gjør det bedre enn TIMSS-elevene på alle oppgavene, indikerer at ett år tidligere skolestart er med på å øke barnas tallforståelse.

Brøk



Hvor stor brøkdel av figuren er skyggelagt? (svaralternativene er oppgitt.)

	V01	*TIMSS*	*Endring 95-01*
5/4	36	43	
4/5	9	17	
6/9	4	9	
5/9	**45**	**25**	**+20**

Tabell 45

Utfordringen i denne oppgaven består i å avgjøre hvilken av de fire brøkene som tilsvarer den skraverte delen på figuren. I TIMSS er det norske gjennomsnittet under halvparten av det internasjonale gjennomsnittet på denne oppgaven. Tradisjonelt er brøk tatt opp tidligere i andre land enn i Norge. Det er stor framgang i prestasjoner i Norge fra 1995 til V01. L97 framhever arbeid med brøk i konkrete sammenhenger som her. Svaralternativet 5/4 er den som har størst tilslutning både i TIMSS og i V01. Årsaken til dette er trolig at elevene teller antallet skraverte og antallet ikke skraverte ruter.

Tallfølger og mønstre

Disse tallene er del av et mønster: 50, 46, 38, 34,.......

Hva må du gjøre for å finne det neste tallet i mønsteret? (åpen oppgave)

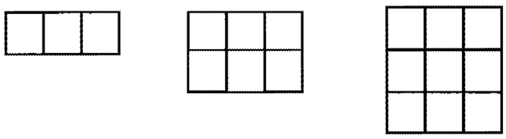
	V01	*TIMSS*	*Endring 95-01*
Riktig svar	**63**	**46**	**+17**

Tabell 46

I denne oppgaven skal elevene forklare hva man må gjøre for å finne det neste tallet. Utfordringen ligger i å finne differansen 4 mellom ett tall og det foregående. Elevene i V01 prestere 17 prosentpoeng over TIMSS-elevene. I TIMSS lå det internasjonale gjennomsnittet for 4. klasse på 57%. V01-elevene ligger altså godt over dette.

L97 legger vekt på utforsking av og sammenheng i mønstre.

Dette er begynnelsen til et mønster av ruter:



Figur 1 *Figur 2* *Figur 3*

Hvor mange ruter vil det være i figur 6, hvis vi fortsetter mønsteret? (sett kryss ved riktig svar.)

	V01	*TIMSS*	*Endring 95-01*
12	19	25	
15	4	6	
18	**35**	**49**	**-14**
21	6	9	

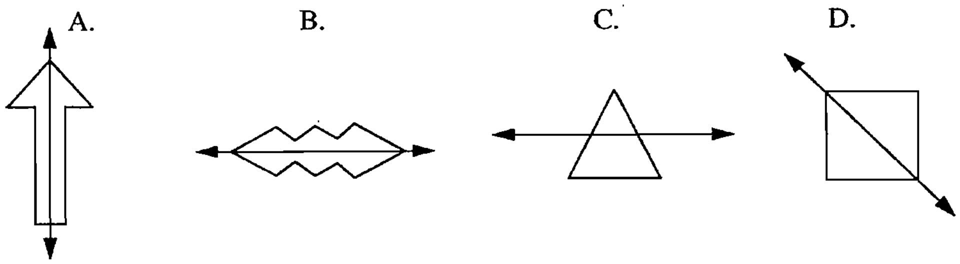
Tabell 47

Det er tydelig at denne oppgaven falt vanskelig ut for V01-elevene. Dette til tross for L97 sin vektlegging av utforsking av mønstre for å finne mulige sammenhenger. Årsaken til denne vanskeligheten kan være den rolle de gitte svaralternativene spiller. Det mest utbredde feilsvaret er 12, og grunnen til at elevene velger dette er trolig at det blir antallet ruter i den neste figuren. "Slurv" i forbindelse med lesing av oppgaven kan og være en medvirkende årsak til svak prestasjon her.

8.6.2 Rom og Form

I V01 har vi tatt med to oppgaver som omhandler den dynamiske delen av geometrien. Den første er knyttet til symmetrilinjer i geometriske figurer.

Hvilken av figurene viser IKKE en symmetrilinje (speilingslinje)?

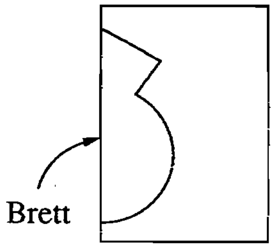


	V01	TIMSS	Endring 95-01
A	7	15	
B	12	25	
C	**38**	**29**	**+9**
D	8	20	

Tabell 48

I den andre oppgaven skal elevene tegne et utklipp:

Karl brettet et papirark på midten og klippet ut den biten som er vist på figuren.



Lag en tegning som viser hvordan denne biten ser ut når den er tatt ut av arket, brettet ut og lagt flatt ned.

	V01	TIMSS	Endring 95-01
Rett svar	**44**	**43**	**+1**

Tabell 49

Elevene i V01 presterer bedre enn TIMSS-elevene på begge disse oppgavene. Det internasjonale gjennomsnittet for den første oppgaven var 64%. Tradisjonelt har det vært lagt liten vekt på dynamisk geometri i norsk skole. Men L97 legger større vekt på dette emnet enn tidligere læreplaner. Arbeid med speiling og speilsymmetri er tema under hovedmomenter *"Rom og form"* både på 2., 3. og 4. klassetrinn.

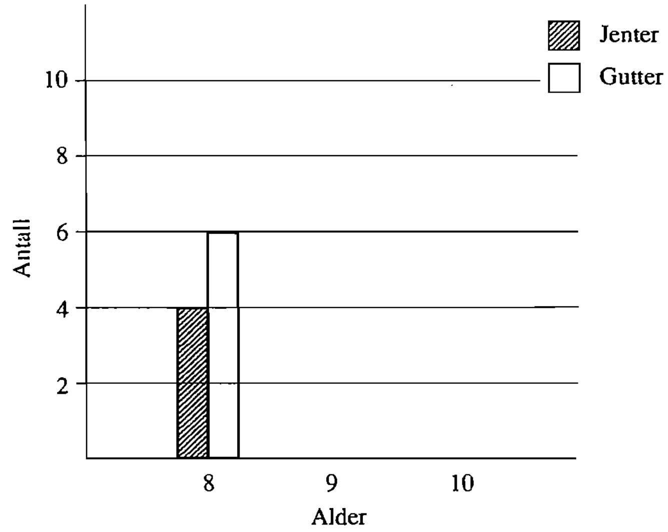
8.6.3 Matematikk i dagliglivet

L97 vektlegger tolkning av diagrammer og tabeller i større grad enn tidligere læreplaner. *"I opplæringen skal elevene samle, notere og illustrere data, for eksempel med tellestreker, tabeller og søylediagrammer"*. (L97 s. 161). Den første oppgaven vi analyserer var formulert slik:

Denne tabellen viser alderen til jentene og guttene i en klubb.

Alder	Antall jenter	Antall gutter
8	4	6
9	8	4
10	6	10

Bruk disse opplysningene til å fullføre diagrammet for alder 9 og 10 år.



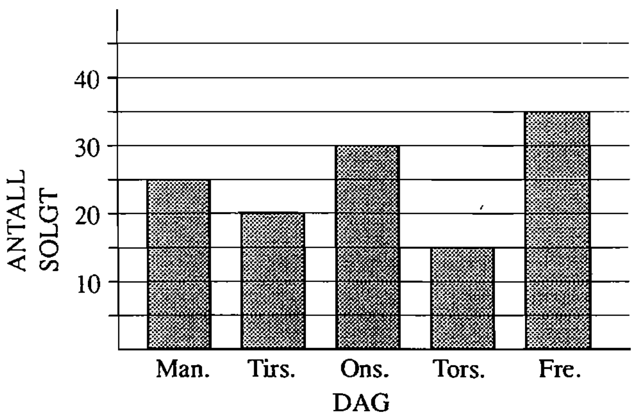
	V01	TIMSS	Endring 95-01
Riktig	**40**	**26**	**+14**
Delvis riktig	21	18	

Tabell 50

På oppgaven gjør elevene i V01 det betydelig bedre enn TIMSS-elevene. Oppgaven er komplisert og det er mye å holde rede på for elevene. Ett år lengre skolegang kan spille inn, men det er også rimelig å anta at økt fokus på grafisk framstilling i L97 spiller inn.

For å løse den neste oppgaven må elevene foreta en enkel avlesning fra søylediagrammet:

Diagrammet viser hvor mange kartonger med melk som ble solgt på en skole i løpet av en uke.



	V01	TIMSS	Endring 95-01
Riktig svar	**70**	**79**	**-9**

Tabell 51

Vi legger merke til at elevene i V01 ikke når opp til TIMSS elevene i tolkningen av søylediagrammet i den andre oppgaven.

Målinger

I denne oppgaven skal elevene avgjøre omtrent hvor mange binders man kan legge langs en gitt linje.

Dette er en binders.

← Lengde →

Omtrent hvor mange binders kan legges etter hverandre på denne linja?

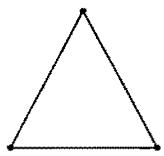
	V01	TIMSS	Endring 95-01
Riktig	**69**	**60**	**+9**

Tabell 52

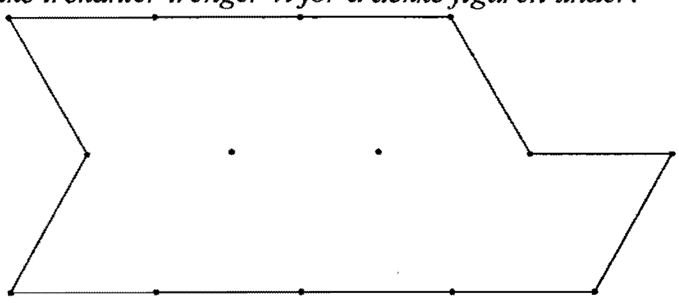
I TIMSS presterte de norske elevene bedre enn det internasjonale gjennomsnittet på denne oppgaven, og elevene i V01 presterer 9 prosentpoeng bedre enn de norske TIMSS elevene igjen. Ferdigheten som testes her er en nyttig ferdighet i praktiske sammenhenger, og L97 legger vekt på denne ferdigheten: "*I opplæringen skal elevene bruke mål til å sammenligne forskjellige lengder og arealer og uttrykke størrelsene med enheter som de gjerne selv kan være med å bestemme*" (L-97 s.160).

L97 legger stor vekt på arbeid med forskjellige former allerede fra 1. klasse. Utfordringen i den neste oppgaven består i å tegne inn trekanter og telle disse:

Nedenfor ser du en trekant.



Hvor mange slike trekanter trenger vi for å dekke figuren under?



Antall trekanter: ____________________
Vis på figuren hvordan du kom fram til svaret ditt.

	V01	TIMSS	Endring 95-01
Riktig	**56**	**52**	**+4**
Delvis riktig	10	9	

Tabell 53

Vi ser en liten framgang fra TIMSS. Delvis riktig svar betyr at eleven enten har delt inn figuren feil, men har riktig antall trekanter, eller har delt inn riktig og telt opp feil. Det internasjonale gjennomsnittet i denne oppgaven var 50.

Den neste oppgaven handler om overslagsregning:

En klesklype veier 9,2 gram. Hvilket av disse er det beste overslaget for hvor mye 1000 klesklyper veier? (sett kryss)(svaralternativene er gitt)

	V01	*TIMSS*	*Endring 95-01*
900 g	19	18	
9000 g	**50**	**49**	**+1**
90000 g	17	22	
900000 g	5	4	

Tabell 54

Her dreier det seg mer om å vurdere et talls størrelsesorden enn om overslag. Prestasjonen på denne oppgaven er omtrent den samme i V01 som i TIMSS, og svarmønsteret når det gjelder feilsvarene er omtrent likt i de to undersøkelsene. Likevel kan en undres over at kun halvparten av fjerdeklassingene klarer å gjøre dette enkle overslaget.

Den siste oppgaven handler om måling av tid *Hansen gikk en tur og kom tilbake 07.00. Turen tok 1 time og 30 minutter. Når begynte han å gå? (åpen oppgave)*

	V01	TIMSS	Endring 95-01
Riktig svar	**57**	**60**	**-3**

Tabell 55

Utfordringen i denne oppgaven er å regne en og en halv time bakover i tid. I TIMSS skåret de norske elevene betydelig høyere enn det internasjonale gjennomsnittet. Elevene i V01 når ikke helt opp til de norske TIMSS-elevene sine prestasjoner her. L97 vektlegger arbeid med tid og klokka allerede fra 1. klasse.

8.6.4 Oppsummering av resultatene i fjerde klasse

Samlet sett presterer elevene i V01 under KIM-elevene innenfor tall og tallregning. Forskjellen er mindre mellom disse grupper av elever når det gjelder vurderingen av hele tall og posisjonssystemet for hele tall enn når det gjelder desimaltall. Elevene har gått omtrent like lenge på skolen. KIM-elevene begynte på skolen som 7-åringer og har gått nesten 4 år på skolen, mens V01-elevene begynte på skolen som 6-åringer og er ved testtidspunktet også nesten ferdig med 4 år på skolen. Resultatene kan tyde på at de eldre elevene har rukket å få en erfaring med desimaltall som ikke nødvendigvis er knyttet til arbeidet på skolen, som de yngre elevene i V01 ikke har fått.

På oppgaver vi sammenligner med TIMSS-elevene presterer V01-elevene bedre innenfor alle emner. For tall og tallregning viser forskjellen seg spesielt på de oppgaver som tester elevenes begrepskunnskaper (se tabell 42 og 45). Også på oppgaver innefor den dynamiske delen av geometrien er det en klar forskjell mellom TIMSS-elevene og V01-elevene. Elevene vi sammenligner med her er like gamle, men TIMSS-elevene har ett år mindre skolegang enn V01-elevene.

Resultatene fra 4. klasse viser at elever som har begynt på skolen som 6-åringer presterer bedre enn like gamle elever som begynte på skolen som 7-åringer og som dermed har ett år mindre skolegang. Videre viser resultatene at elever som begynte på skolen som 6-åringer presterer under elever som begynte på skolen som 7-åringer og har like mange år med skolegang, men som er ett år eldre.

8.7 Referanser:

Assessment of Peformance Unit, APU (1982). *Mathematical development. A Review of Monotoring in Mathematics 1978 to 1982.* London : HMSO

Brekke, G. 1995: *Veiledning til tall og tallregning.* Kartlegging av matematikkforståelse. Nasjonalt læremiddelsenter (NLS)

Brekke, G., Kobberstad, T., Lie, S., Turmo, A. 1998: *Hva i all verden kan elevene i matematikk?* Universitetsforlaget

Brekke, G., Grønmo, L., Rosen, B. 2000: *Veiledning til algebra.* Kartlegging av matematikkforståelse. Nasjonalt læremiddelsenter (NLS)

Det kongelige kirke-, utdannings- og forskningsdepartement (1996): *Læreplanverket for den 10-årige grunnskolen (L-97).*

Kleve, B. 1994: *En testteoretisk analyse av flervalgsoppgaver i matematikk fra TIMSS' pilottest.* Hovedfagsoppgave i realfagsdidaktikk. Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet, Universitet i Oslo.

9. Sammendrag og konklusjon

9.1 Sammendrag

9.1.1 Læreplananalyse

Matematikkplanen i L97 er analysert ut fra følgende: Hvordan fremtrer planen i matematikk i sammenheng med planens generelle del? Hvordan føyer planen seg inn i en utvikling av faget i forhold til tidligere planer?

Ved å sammenligne generelle formuleringer for faget i M87 og L97 fant vi sterke presiseringer i L97 innenfor fem hovedgrupper: 1. Matematikk som oppdagende aktivitet: Utforsking, eksperimentering, lek og spill, 2. Matematikk som et redskap: Erfaringer fra dagligliv, praktiske situasjoner, realistiske problem, 3. Matematikk som skapende felt: Begrepsdanning, estetiske sider, kreative evner og fantasi, 4. Matematikk som reflekterende og metakognitive aktiviteter: Samtale, fortelle, formulere, formidle, ettertanke, og 5. Matematikk i samfunn og kultur: Matematikkens rolle i kultur og vitenskap og matematikkens historie.

Disse presiseringene blir tydelige blant annet ved at problemløsning dermed er satt inn i en videre ramme som en prosess, som en utforskende aktivitet, og blir en arbeidsmåte som gjennomsyrer planen.

Viktige mål blir å oppdage, generalisere, begrunne hvorfor og representere resultatet. Videre knyttes praktiske erfaringer og opplevelser sammen med refleksjon, og det å kommunisere og å bruke språket. Planen legger opp til at elevene i større grad skal drøfte løsningsmåter, ta imot innspill og fortelle eller skrive om hva de har sett og funnet ut. L97 legger også i større grad opp til at elevene skal bruke kreativitet, fantasi, og ta initiativ enn i tidligere planer. Videre kommer det tydelig fram at sammenhengen mellom matematikk og dagliglivet/andre fag er blitt mer synlig enn i tidligere læreplaner. Når det gjelder ferdigheter – prosedyrer og algoritmer – knyttes disse i sterkere grad til forståelse av begreper som ligger bak. Tallforståelse og overslag vektlegges. Isolerte kunnskaper må settes i inn i sammenhenger. Det blir viktig å se etter mønstre og systemer. L97 vektlegger ikke ferdigheter i mindre grad enn M87, men knytter ferdigheter nærmere til forståelse for de grunnleggende begreper.

I matematikkplanen i L97 legges det vekt på at faget, ideelt sett, både har et praktisk utgangspunkt og et praktisk siktemål og at skolefaget viser nytten av matematiske metoder i dagliglivet. Planen understreker dermed matematikken som et redskapsfag. Videre skal faget settes inn i ulike reelle kontekster og brukes i tverrfaglige sammenhenger. Meningsfull matematikk understrekes i planen. Videre anbefaler planen varierte arbeidsmåter der utforsking og eksperimentering er en gjennomgående aktivitetsform, der elevene søker etter mønster, system og regulariteter. Slike aktiviteter kan stimulere til undring og refleksjon. Det anbefales varierte arbeidsmåter der lek som basis for læring står sentralt. Matematikk ses i større grad enn tidligere, som en prosess, der for eksempel bygging av enkle matematiske modeller anbefales.

Matematikkplanen framhever sosial samhandling og kommunikasjon som en viktig del av læringen. Elevene stimuleres til å spørre, tolke, diskutere, beskrive og forklare. De skal dokumentere, presentere sitt resultat, sin løsning og sin tenkning, og etter hvert kunne følge en tankerekke. Undervisningen bygger ideelt på det elevene alt kan når de møter den formelle matematikken. Konstruktiv bruk av misoppfatninger i sosial samhandling bidrar til elevenes begrepsutvikling. Sosial samhandling oppfattes som en del av læringen.

Nytteaspektet er understreket i planen. Lommeregner og IKT er redskap som framheves, og elevene skal kunne behandle data for å få oversikt.

Kulturelle og historiske aspekter ved matematikken er blitt mer synlige enn i tidligere planer.

Geometri har fått et videre innhold enn før. Både den logiske, den begrunnende og resonnerende siden fins, og den kreative bruk av figurer og former: Elevene skal utvikle visuelle begreper, og bli kjent med former og egenskaper ved figurer. Slik vi tolker matematikkplanen i L97 toner den ned:

- Direkte innøving av ferdigheter, uten at forståelse er tatt vare på.
- Ferdighetsøving med utregning på papir av kompliserte tall og uttrykk.
- Arbeid med kompliserte algebraiske uttrykk.
- Arbeid med kompliserte geometriske konstruksjoner.

9.1.2 Lærebokanalyse

I dette prosjektet er hovedutgavene av lærebøker på 1., 4., og 8. trinn etter M87 og på 2., 5., og 9. trinn etter L97 sammenlignet. Vi har undersøkt de sidene som inneholdt introduksjon av nytt stoff. Emnene geometri og algebra ble valgt ut for vår analyse.

Første del dreide seg om innholdet i lærebøkene med eksempler, forklaringer og oppgaver. Disse sidene ble vurdert i forhold til de følgende hovedgruppene fra læreplananalysen: Utforsking, praktisk matematikk, kreativitet, kommunikasjon og matematikkens rolle i kultur og samfunn.

Vi fant ulike resultater i geometri og algebra. Innen geometri var det en klar endring fra M87- bøkene til L97 for fire av de fem hovedområdene. Det eneste hvor det ikke var særlig økning var "*Erfaringer fra dagliglivet, praktiske situasjoner, realistiske problem*". Dette skyldes i hovedsak at dette området har vært sentralt også i tidligere planer. Innen algebra er bildet det samme, selv om forekomstene er færre og framgangene mindre. Skjematisk kan utviklingen illustreres slik:

Kategori	*Omfang L97*	*Utvikling M87 – L97*	*Kommentar*
Eksperimentering. Utforsking. Lek, spill	Bra	God	Lite innen algebra
Erfaringer fra dagliglivet. Praktiske situasjoner. Realistiske problem.	Bra	Ingen	Ok innen algebra
Estetiske sider. Kreative evner. Fantasi.	Lite	Betydelig	Både algebra og geometri
Samtale, ettertanke. Formulere, formidle.	Svært lite	Noe	
Matematikkens rolle i kultur og vitenskap. Matematikkens historie	Svært lite	Noe	Bra innen geometri på ungdomstrinnet

Tabell 56

Det er vanskelig å trekke entydige slutninger fra analysen på småskoletrinnet hvor det kun ble sett på geometri. En stor del av økningen i antall forekomster innen de fem hovedkategoriene her skyldes at dette emnet har fått større plass i 2. klasse etter reformen, mens endringene i arbeidsbøkene i mindre grad er basert på presiseringer som er gjort i L97, se for øvrig Fauskanger (2001).

Andre del av lærebokanalysen tok for seg oppgavene innenfor de samme emnene i hovedbøkene. Vi studerte to dimensjoner samtidig, andelen av oppgaver med *anvendelser* og andelen av oppgaver med *element av utforsking*. Oppgaveanalysen ga liknende utslag som innholdsanalysen. I geometri var det en liten økning av oppgaver med anvendelser og oppgaver med element av utforsking. I algebra fant vi en reduksjon i andel oppgaver med anvendelser, mens det ikke var noen entydig tendens i andel av oppgaver med element av utforsking.

Endringene fra M87 til L97 varierer fra emne til emne, men lærebokforfatterne synes til en viss grad å ha fanget opp presiseringene i L97.

9.1.3 Analyse av Veiledning i matematikk og Plan for etterutdanning i matematikk

Etterutdanningsplanen og veilederen er sterkt preget av et humanistisk syn med vekt på den enkelte elevs læring og utforsking som arbeidsmetode for å oppdage egenskaper ved matematiske begreper og strukturer. I tillegg er det betydelige innslag fra et radikalt syn gjennom vektlegging av kommunikasjon og samarbeid og det at undervisningen bør baseres på aktiviteter i elevenes nåtidige eller framtidige hverdagsliv. Dette må sies å være i tråd med matematikkplanen i L97.

Læring og undervisning i matematikk er et mangslungent fenomen som kan betraktes på ulike måter. Mangesidigheten synes å prege den gruppa som utviklet disse to dokumentene. De fem deltakerne uttrykker nokså tydelig ulikt syn på matematikk og på hva målet med opplæringen er. Dette kan antas å ligge til grunn for noen av diskusjonene i gruppa og noen av dilemmaene som er brakt videre i det gruppa produserte.

Gruppa opplevde at arbeidet var underlagt svært stramme rammer. Dette gjaldt spesielt tidsaspektet og omfanget av dokumentene. Knapp tid førte for eksempel til at en ikke fikk bearbeidet og lage nye undervisningseksempler.

En betydelig frustrasjonsfaktor var at gruppa i liten grad opplevde at det var en dialog med departementet. Dette kom til uttrykk ved at departementet kunne stryke fra tekstene uten at dette ble grunngitt og uten at gruppa hadde innflytelse. I enkelte tilfeller opplevde gruppa at meningsinnholdet ble betydelig endret uten at det ble konferert med dem.

I analysen av veilederen og etterutdanningsplanen finner vi at det fokuseres særlig på:

- at matematikk er et praktisk fag med solid forankring i livet utenfor skolen. Dette kommer tydelig til uttrykk i undervisningseksemplene i veilederen hvor praktiske elementer blir brukt på to ulike måter. Det foreslås bruk av konkrete hjelpemidler og praktiske eksempler for å lære et spesifikt matematisk innhold. (Matematikk med en "praktisk" innpakning). Videre gis eksempler på genuint praktiske situasjoner hvor matematikk kan brukes for å belyse eller bearbeide situasjonene. At praktisk matematikk slik er tvetydig er ikke kommentert i dokumentene.

- begrepsdanning. Dette er et komplisert tema som nevnes ofte, men som i liten grad utdypes i dokumentene. I undervisningseksemplene er selve aktivitetene godt beskrevet, men den matematikken som involveres er i liten grad presisert. I undervisningseksemplene er det gjennomgående svært liten fokus på fakta og ferdigheter.
- utforsking som arbeidsmetode. Alle eksemplene i veilederen inneholder utforskende elementer, slik at dette er den desidert mest fokuserte arbeidsmetoden gruppa mener lærere trenger opplæring i for å kunne gjennomføre reformen.
- kommunikasjon og samarbeid. I undervisningsaktivitetene i veilederen er elevene som regel organisert i grupper. Videre foreslås i alle undervisningseksemplene spørsmål som lærerne kan stille elevene for å skape diskusjon omkring sentrale temaer enten til den angjeldende aktiviteten eller til matematiske begreper det er mulig å knytte til aktiviteten.

9.1.4 Klasseromsobservasjoner

Det er, ikke uventet, et blandet inntrykk vi sitter igjen med etter analysen av klasseromsobservasjonene. Undervisningen foregår fremdeles for det meste ved at læreren starter timen med en introduksjon hvor lekser gjennomgås og nytt lærestoff presenteres. Denne presentasjonen munner som regel ut i en forklaring for hvordan en bestemt type oppgaver skal løses. Deretter arbeider elevene individuelt med å løse slike oppgaver i bøkene. Av og til arbeider elevene med mer omfattende aktiviteter. Denne undervisningen skiller seg betydelig fra det øvrige, og omfanget av slike aktiviteter varierer mye mellom de ulike lærerne.

Når lærerne presenterer nytt lærestoff gjør de dette som oftest med en nokså vag tilknytning til livet utenfor klasserommet. Målet med denne undervisningen er gjennomgående at elevene skal lære bestemte ferdigheter, men disse springer sjeldent ut av et behov som elevene har følt. Det er viktig å systematisere og automatisere prosedyrer i faget. For at denne typen kunnskaper skal bli gode redskaper, er det viktig å knytte visse faglige sammenhenger mellom de ulike ferdighetene og mellom disse ferdighetene og forhold utenfor skolen. Dette synes ikke å være tilstrekkelig gjort til tross for L97 sin vektlegging av dette aspektet. Arbeid med lærebøkene forsterker denne uheldige trenden. Der springer oppgavene gjerne fra en konkret situasjon til en annen, og det er åpenbart at det praktiske i situasjonene spiller en perifer rolle. Det å bruke matematisk kompetanse i reelle situasjoner er fremdeles en betydelig utfordring for matematikkopplæringen.

I tråd med dette framstår faget som svært oppstykket. Både lærernes og lærebøkenes behandling av det matematiske fagstoffet vektlegger enkelte spesifikke ferdigheter. Disse elementene presenteres som regel uten referanse til faglige strukturer som de inngår i. Faget framstår som en samling av disjunkte kunnskapsbiter som overleveres elevene en for en i stedet for begreper med strukturell oppbygning. Nytt lærestoff blir som regel presentert kun i form av én forklaring, mens det legges stor vekt på å illustrere bestemte framgangsmåter. Ferdighetene skal pugges heller enn forstås. Slik undervisning er ikke foreskrevet i L97. Der legges det tvert i mot opp til en undervisning hvor elevene selv i stor grad skal utvikle egne ferdigheter på grunnlag av forståelse av sentrale begreper og prinsipper i faget.

Det at undervisningen er sentrert om bestemte ferdigheter og at bøkene i hovedsak gir korte oppgaver hvor det er én riktig framgangsmåte og ett riktig svar, bidrar til at undervisningen blir lite differensiert. Alle elevene forventes å lære det samme spesifikke fagstoffet til mer eller mindre samme tid. Slike lukkede oppgaver og terping på ferdigheter bidrar også til at det blir lite samarbeid og diskusjoner i klasserommene. Det er i grunnen ikke noe å samtale om utover det å slå fast hvorvidt en besvarelse er riktig eller gal.

Undervisningen som er knyttet til åpnere aktiviteter er i klar motsetning til det som er beskrevet så langt. Selv om kvaliteten på aktivitetene er høyst variabel med tanke på den matematikken som involveres, er disse undervisningssekvensene i mye større grad preget av utforsking, kommunikasjon, samarbeid og tilknytning til dagligliv. Når elevene arbeider med oppgaver i lærebøkene, brukes svært sjeldent andre hjelpemidler enn blyant. I arbeidet med åpne aktiviteter derimot får elevene gjennomgående bruke varierte hjelpemidler, og elevene stimuleres til å uttrykke matematikk på varierte måter. Dette innebærer, sammen med det at oppgavene kan løses på ulike måter, at opplæringen blir godt tilpasset ulike elever. Siden lærebøkene er preget av korte, lukkede oppgaver, er det fremdeles stort behov for å utvikle gode aktiviteter som lærerne kan bruke i undervisningen. Matematikkopplæringen har et stort utviklingspotensial når det gjelder det å fokusere på matematisk fagstoff i aktivitetene og å knytte aktivitetene til de mer formelle sidene ved opplæringen.

9.1.5 Lærerintervju

Lærerne på småskoletrinnet var gjennomgående svært fornøyde med L97, og de hadde ingen betydelige kritiske innvendinger. De framhevet spesielt det at matematikken skal settes inn i praktiske sammenhenger. På mellomtrinnet var lærerne minnelig fornøyde, og flere av dem sa at de brukte planen aktivt, spesielt i forbindelse med årsplanlegging. Lærerne trakk fram momenter som det å bygge på elevenes kunnskap, arbeide praktisk og å legge til rette for utforsking og samarbeid som nytt i planen. Det som ble framhevet som negativt, var at planen inneholder mye detaljert stoff, ting som "SKAL gjøres".

Lærerne sa at de forsøker å bygge på det elevene kan. Dette gjelder først og fremst i klasserommet og i mindre grad i planleggingen. På mellomtrinnet påpekte flere lærere at læring i matematikk både fordrer øving på ferdigheter og utforsking, tenkning og refleksjon, men gjennomgående ble drill av ferdigheter framhevet som viktig i matematikkopplæringen.

For de fleste lærerne gjelder at de stoler på lærebøkene og bruker disse som rettesnor i det meste av opplæringen. Lærerne var stort sett fornøyde med lærebøkene sine. Disse ble forholdsvis mye brukt, og kun en av fem på småskoletrinnet sa at hun nokså utstrakt fant oppgaver og aktiviteter andre steder enn i bøkene. Også en av lærerne i 9. klasse hentet opplegg utenfor boka i stor utstrekning, fortrinnsvis fra lærerveiledningen. To lærere i 2. klasse kommenterte at bøkene nå hadde mer utforskende oppgaver og mindre drill. Den ene syntes dette var bra, den andre uheldig. I 6. klasse kommenterte de fleste at bøkene inneholder for mye tekstoppgaver og for lite drilloppgaver. En av dem utdypet dette og sa at hvis elevene glemte hvordan de skulle utføre en algoritme, skyldtes det at de hadde øvd for lite. Læreren nevnte ikke at det kunne skyldes manglende forståelse for algoritmen.

I matematikkopplæringen framhevet de fleste lærerne på alle trinnene at matematikken skal være praktisk. I opplæringen ble det særlig på småskoletrinnet lagt vekt på å skape forståelse og danne gode begreper, men beskrivelsen av hva som lå i dette var gjennomgående tynn. Samtidig avdekket intervjuene at i hvert fall tre av de fem lærerne la mer vekt på drill av ferdigheter enn at elevene selv skulle utvikle framgangsmåter. Det med begrepsforståelse var også sentralt i 6. klasse, men her var det flere som la mer vekt på å lære elevene ferdigheter tilknyttet de fire regneartene.

Temaorganisering ble av de fleste lærerne oppfattet som problematisk. I 2. klasse var det to lærere som sa at temaorganisering var greit og ga gode eksempler på temaer hvor matematikk kan tenkes å spille en betydelig rolle. En tredje lærer syntes også temaorganisering var greit å få til, men eksemplene hun ga virket det som om matematikken var nokså påklistret temaet. De øvrige lærerne sammen med de i 6. og 9. klasse syntes temaorganisering var problematisk. På mellomtrinnet ble statistikk noen ganger brukt, og en lærer sa at hun gjerne skulle prøve å bruke geometri som tema. For øvrig var lærerne lunkne til temaorganisering, og en av dem refererte til læreboka, at matematikkundervisningen gikk ut på å følge den, og da passet det sjeldent i forhold til temaer fra andre fag. En av lærerne i 9. klasse sa han bruker prosjektarbeid som metode i matematikkundervisningen, men at det er vanskelig både å finne gode prosjekter og å knytte matematikkfaglig stoff til arbeidet.

Tilpasset opplæring oppfattes som vanskelig, og de eneste forslagene til løsning som ble foreslått, var basert på det å involvere andre, enten foreldrene eller ekstra hjelp i klassen. I 6. klasse ble det i tillegg påpekt at svake elever kan få egne bøker med enklere oppgaver. I 9. klasse nevnte begge lærerne muligheten av at evner i matematikk kan være ujevnt fordelt fra naturens side, samt at enkelte problemer og negative holdninger kan skyldes uheldig opplæring i barneskolen.

Kun to av de tolv lærerne hadde deltatt på etterutdanningskurs i matematikk i forbindelse med reformen. Begge lærerne på ungdomstrinnet deltok på kurs, den ene på tredagerskurset utviklet i forbindelse med reformen, den andre på et dagskurs om bruk av åpne oppgaver i matematikk.

På ungdomstrinnet er bildet nokså spesielt siden det her ble gjennomført intervju av to lærere som til tross for svært lik utdannings- og erfaringsbakgrunn, har utviklet en bortimot diametralt forskjellig filosofi for sin undervisning. For den ene brukes matematikkdelen i L97 som en anvisning av stoff som skal være med, og der en ut fra dette vil bruke "sine metoder" for å *formidle* stoffet. Han ser ikke nytten av å bygge på elevenes tidligere erfaringer og bruker en oppdagende undervisning, fordi de har "*veldig lite tanker*" og "*er for lite modne til å tenke selv*". I stedet vil han følge lærebøkene som han er sikker på dekker emnene i fagplanen. For den andre læreren derimot, blir L97 lest og brukt som en ressurs som gir aksept til en gjenoppdagende, utforskende læring, til bruk av erfaringer og refleksjon over slike. Han framhever at planen gir plass til praktisk matematikk og til muntlig matematikk, der elevene stimuleres til refleksjon når de skal sette ord på sine kunnskaper og tanker. Han beskriver læring som en i hovedsak sosial prosess preget av utforsking, kommunikasjon.

9.1.6 Læringsutbytte

Hensikten med den komparative studien er å analysere eventuelle endringer i matematikkunnskaper etter innføringen av R97. Det er tatt med resultater fra 4. , 7. og 9. klasse da vi på disse trinnene har sammenlignbare resultater fra før reformen, fra det som under M87 var 3., 6. og 8. klasse. Dataene vi sammenligner med er i hovedsak fra 1994 og 1995. Samlet sett presterer elevene under M87 best på de fleste av disse testoppgavene.

Resultatene fra 4. klasse viser at dagens elever presterer bedre enn de like gamle elevene fra før reformen. Dette kan antakeligvis i hovedsak tilskrives det at de har ett år mer skolegang. Videre observerer vi at dagens 4. klassinger presterer under elever i 4. klasse fra før reformen, som altså var ett år eldre.

Samlet sett viser resultatene fra 7. klasse en generell nedgang fra 1995 til våren 01. Dette gjelder spesielt innenfor det vi kan betegne som *prosedyrekunnskaper*; ferdigheter i forbindelse med utførelse av de fire regneartene. Også innenfor regning med desimaltall og avlesning av desimaltall på tallinje presterer elevene fra 2001 dårligere enn i 1995.

Det er ingen vesentlig tilbakegang når det gjelder elevenes *begrepskunnskaper* innenfor tall og tallregning. På oppgaver som måler elevenes forståelse av posisjonssystemet, er det antydning til framgang. Også når elevene skal velge riktig regneoperasjon i en gitt oppgave, presterer de bedre i 2001 enn i 1995. L97 legger også mer vekt på selve forståelsen av regneartene enn tidligere læreplaner.

Innenfor den dynamiske delen av geometrien og i sannsynlighetsregning er det også en liten framgang i prestasjoner. L97 vektlegger disse emnene i større grad enn tidligere læreplaner.

For 9. klasse er elever fra 1994 sammenlignet med tilsvarende i 2002 spesielt med fokus på matematiske ferdigheter og forståelse. De samlede resultatene viser en nedgang. Det er en klar nedgang når det gjelder tall og tallregning. I 1994 oppnådde fem av de seks skolene mer enn 20 poeng i gjennomsnitt, mens i 2002 oppnådde bare en av de ti skolene dette resultatet. Mens elevene i gjennomsnitt løste 20,9 av testoppgavene i 1994, er dette sunket til 16,4 i 2002. Når det gjelder statistikk og sannsynlighet, er det kun en liten nedgang. Vi gjør oppmerksom på at de 7.- og 9.-klassinger det refereres til i vår datainnsamling begynte før reformen og har henholdsvis gått seks og åtte år på skolen.

Ved en analyse av kompetanse i matematikk deler forskere ofte denne inn i ulike komponenter. En slik dikotomi er *prosedyre – begrep*. L97 vektlegger begrepskunnskaper og forståelse, og planen anbefaler sammenhenger. Direkte pugg eller drill av regler, som ikke knyttes sammen med forståelse, anbefales ikke. Vi har studert forholdet mellom *prosedyrer,* det å kunne utføre operasjoner etter en skrittvis algoritme, mot *begrepskunnskaper* og innsikt i selve tall- og operasjonsbegrepene. Størstedelen av nedgangen er knyttet til prosedyrekunnskaper. Regneferdighetene har gått ned.

9.2 Oppsummering

Matematikkdelen i L97 legger stor vekt på fire punkter:

- Matematikkundervisningen skal være praktisk, elevene skal se et fag med nytteverdi i sitt nåtidige eller framtidige dagligliv. Til dette ligger å presentere faget i et kulturelt og historisk perspektiv.
- Begrepsdanning. Matematikk er et fag som er bygget opp omkring noen sentrale begreper. Disse begrepene er gjennomgående komplekse og mangesidige, og de inngår i strukturer med andre matematiske begreper.

- Utforsking skal være den sentrale arbeidsformen i faget samtidig som det er en del av det å bedrive matematikk. Gjennom dette punktet skal det også legges vekt på kreativitet, problemløsning og estetikk.
- Samtale og kommunikasjon er sentralt både i utøvelse og læring av matematikk. Det legges i den sammenhengen også vekt på samarbeid.

Dette er sentrale punkter innen matematikkdidaktikk som vitenskapsområde, og L97 kan dermed sies å være skrevet i tråd med internasjonale tendenser angående matematikkopplæring.

Disse punktene er også gjennomgangstema i Veiledningen og Plan for etterutdanning i matematikk. Disse dokumentene er i høyeste grad i tråd med læreplanen. Spesielt er utforsking og kommunikasjon tydelig kommentert og eksemplifisert i undervisningseksemplene i veilederen. Begrepsdanning er derimot behandlet nokså overfladisk i dokumentene. Særlig er ferdighetsaspektet nedtonet.

Det virker som om lærerne har fått god innsikt i matematikkplanen gjennom reformen. De fleste lærerne nevner de ovennevnte punktene når de blir bedt om å framheve det sentrale i planen. Lærerne er også godt fornøyde med planen, selv om den sjelden blir brukt i det daglige undervisningsarbeidet.

I undervisningen er imidlertid de fire punktene nokså dårlig implementert. Hovedarbeidsformene i matematikkundervisningen er fremdeles det at læreren foreleser for eller har dialog med hele klassen, samt det å arbeide med lærebøkene. I begge disse arbeidsformene tjener praktiske innslag i hovedsak som innpakning for et spesifikt matematisk fagstoff heller enn at elevene skal lære noe om en praktisk situasjon ved bruk av matematikk. Begrepsdanning er innsnevret til fokus på enkeltstående brokker av matematisk kunnskap, gjerne bestemte ferdigheter som skal øves heller enn å settes i sammenheng og forstås. Disse arbeidsformene er lite preget av utforsking, og kommunikasjonen er styrt av enten læreren eller læreboka med beskjedne og stereotype bidrag fra elevene.

Den tredje hovedtypen av arbeidsformer som ble observert, var knyttet til mer omfattende aktiviteter. Denne arbeidsformen hadde et helt annet preg enn de to øvrige. Selv om kvaliteten på aktivitetene varierte, var arbeidsformen i hovedsak preget av nær tilknytning til praktiske situasjoner, utforsking og god kommunikasjon og samarbeid mellom elevene. Ofte ble sentrale matematiske begreper tatt i bruk på varierte måter.

Undersøkelsene av elevenes kunnskaper viser at sammenlignet med før reformen, er det en generell nedgang når det gjelder ferdigheter, mens når det gjelder begrepsforståelse, er situasjonen nokså lik. Det har gjennomgående vært en styrking av elevenes kunnskaper innen de faglige temaene som er styrket i L97, som sannsynlighetsregning og dynamisk geometri. Den nedgangen i elevenes kunnskaper som er observert, antas dels å skyldes forhold omkring implementeringen av L97 og dels det at testene ble laget for M87. Tilknyttet reformen virker det å være en særlig utfordring for opplæringen å bruke mer omfattende aktiviteter til å bygge opp under elevenes danning av matematiske begreper. Slik det ble observert, fungerte aktivitetene bra med tanke på å gi elevene et bredere inntrykk av matematikkfaget og å styrke en allsidig matematikkompetanse, men de ble som regel gjennomført isolert fra den øvrige undervisningen, og de bidro lite til å utvikle de ferdighetene som ble testet i denne evalueringen.

9.3 Konklusjon

Matematikkplanen i L97 vektlegger følgende temaer: Praktisk bruk av matematikk, begrepsdanning, utforsking og kommunikasjon. Dette er i samsvar med matematikkdidaktisk forskning og internasjonal utvikling. Disse punktene har i liten grad fått gjennomslag i undervisningen. Det skyldes både at punktene er omfattende og at de i en viss utstrekning bryter med en tradisjonell oppfatning av faget og opplæringen i faget. Temaene angår fundamentale sider ved matematikkfaget, og det fordrer betydelig matematisk og didaktisk kompetanse å legge til rette for en opplæring som inkluderer dem på en organisk måte i tråd med læreplanen. Denne kompetansen er i varierende grad til stede i den norske skolen. Det virker som om det er nødvendig med betydelig større og mer kontinuerlig kompetanseheving enn de tredagers etterutdanningskursene som ble gitt i forbindelse med reformen. Så selv om lærerne vet om disse nye punktene og verdsetter dem, er undervisningen i stor grad forblitt såkalt "tradisjonell". Det at L97 har innført et vokabular som har fått gjenklang hos lærerne, kan imidlertid antas å være gunstig for den videre utviklingen av matematikkopplæringen.

De fire temaene beskriver overordnede og generelle kompetanser i matematikk og matematikkundervisning. Til tross for at de er vektlagt i innledningen i matematikkplanen, er de betydelig mindre beskrevet enn de mer spesifikke kompetansemålene tilknyttet hvert årstrinn. Det at de årstrinnsspesifikke målene er nokså detaljert beskrevet kan overskygge de mer generelle målene. Det kan også forsterke et inntrykk av faget som bestående av fragmenterte kunnskapsbiter. En løsning på dette vil være å formulere de generelle kompetansemålene mer utførlig og eksplisitt. I tillegg bør de spesifikke kompetansemålene formuleres mer helhetlig i tilknytning til hovedbegreper og sentrale matematiske ideer.

Appendiks

Tabell A1. Tall, løsningsfrekvens enkeltoppgaver, til kap. 7.

Oppgavenr	Løsn 1994	Løsn 2002	Differens
1	94	87	-7
2	98	96	-2
3	87	84	-3
4	97	97	0
5	61	48	-13
6	75	70	-5
7	96	96	**1**
8	80	73	-7
9	81	73	-8
10	66	66	-0
11	67	32	-35
12	79	74	-5
13	75	59	-16
14	79	78	-1
15	63	58	-5
16	39	32	-7
17a	68	58	-10
17b	70	65	-5
18	42	31	-11
19	44	25	-19
20	71	43	-28
21	60	17	-43
22	68	37	-31
23	41	39	-2
24	9	0	-9
25	24	16	-8
26	37	16	-21
27	51	27	-24
28a	6	10	**4**
28b	22	0	-21
29	51	33	-18
30	19	14	-5
31	28	12	-16
32	9	0	-9
33	38	11	-27
34	17	0	-17
35	20	11	-9
36	8	0	-8
37	1	0	-1
38	13	0	-12
39	7	0	-7
40	0	0	-0
41	11	0	-11
42	3	0	-3
43	8	0	-8
44a	1	0	-1
44b	4	0	-4
45	7	0	-7
46	0	0	0
47	0	0	0

Tabell A2. Statistikk og sannsynlighet, løsningsfrekvens på enkeltoppgaver, til kap. 7.

Oppgave	Frekvens 1994	Frekvens 2002	Differens
1a	88	70	-18
1b	98	89	-9
1c	93	82	-11
1d	87	80	-7
2a	96	97	**2**
2b	88	95	**7**
2c	96	97	**1**
3a	63	83	**20**
3b	97	98	**1**
3c	62	67	**6**
3d	41	33	-8
4	84	77	-7
5a	60	61	**2**
5b	58	51	-7
6	62	62	-0
7a	53	40	-13
7b	47	32	-15
8ai	83	77	-6
8aii	83	74	-9
8b	34	34	**0**
9a	39	43	**4**
9b	28	29	**1**
9c	13	15	**2**
9d	11	11	**0**
9e	3	0	-3
10a	43	49	**6**
10b	43	47	**5**
11a	44	54	**10**
11b	8	26	**18**
11c	19	11	-8
12ai	15	0	-15
12aii	15	0	-15
12b	5	0	-5
12c	3	0	-3
12d	10	0	-10
13ai	59	51	-8
13aii	56,7	46	-11
13aiii	49	57	**8**
13aiv	49	52	**3**
13b	2	0	-2
14a	2	0	-2
14b	11	10	-1
15a	26	29	**3**
15b	1	0	-1
15c	1	0	-1
16i	36	22	-14
16ii	8	0	-8
16a	35	11	-24
16b	13	21	**8**
16c	26	0	-26