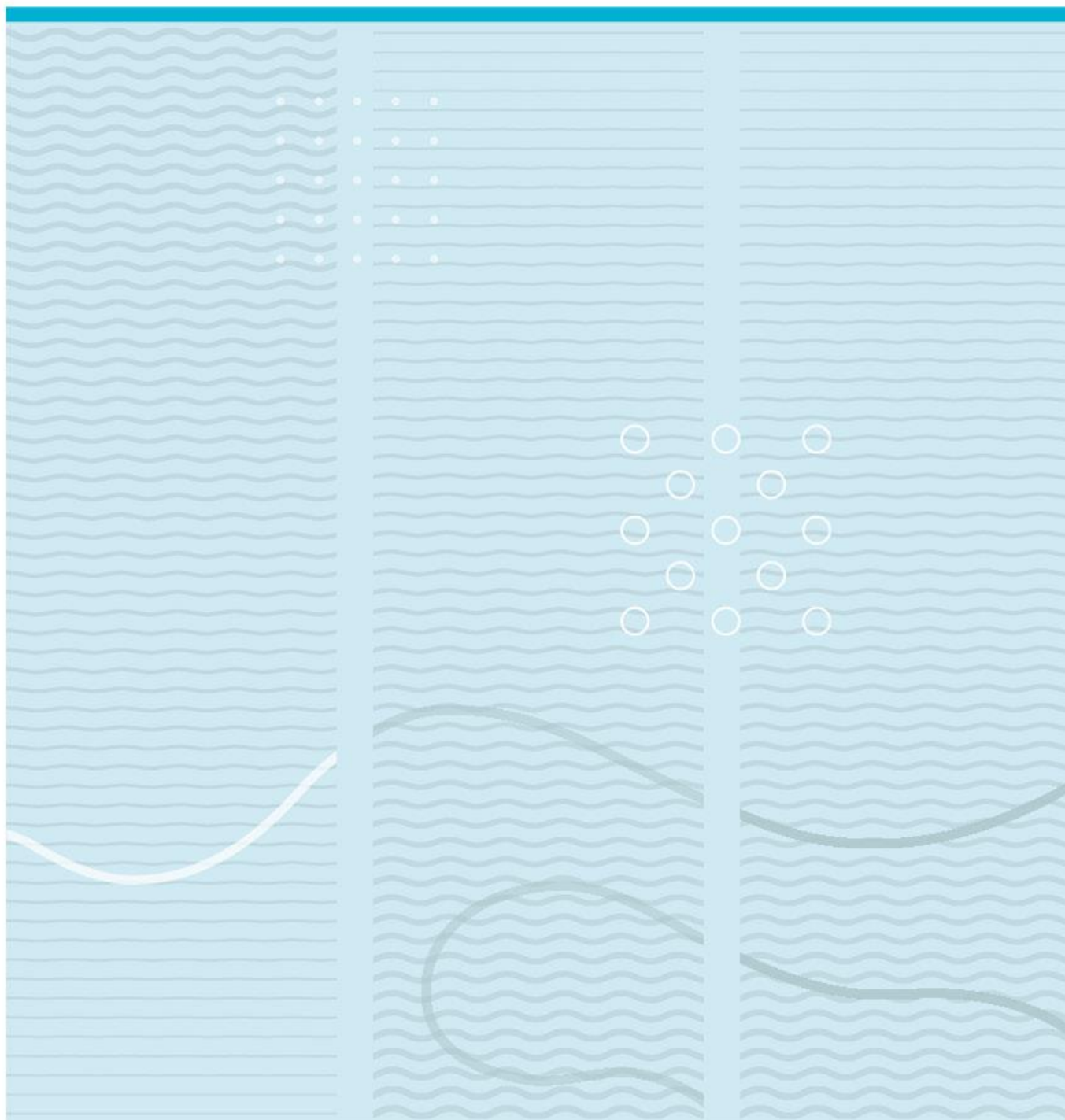


Andreas Tegnér

Arbeid med tallforståelse i lærebøker på 1. trinn

Hvordan legger to læreverk i matematikk opp til at elever på 1. trinn skal utvikle tallforståelse?



Universitetet i Sørøst-Norge
Fakultet for humaniora, idretts- og utdanningsfag
Institutt for pedagogikk
Postboks 235
3603 Kongsberg

<http://www.usn.no>

© 2023 Andreas Tegnér

Denne avhandlingen representerer 45 studiepoeng

Sammendrag

Denne oppgaven er en komparativ lærebokanalyse hvor jeg gjør en innholdsanalyse av to læreverker for 1. trinn i matematikk, *Matematikk 1* og *Volum 1*, og sammenligner dem. Formålet med oppgaven er å se hvordan disse to læreverkene jobber med tallforståelse og på den måten være en støtte til lærere eller skoleledere som skal velge lærebøker til elevene. Forskningsspørsmålet er: “Hvordan legger to læreverker i matematikk opp til at elever på 1. trinn skal utvikle tallforståelse?”

Basert på teori om viktige elementer i tallforståelse utviklet jeg innholdskategoriene “begreper”, “telling”, “sammenligning av mengder” og “addisjon og subtraksjon”. Disse blir behandlet i teoridelen, analysen og diskusjonen. Studien er en hovedsakelig kvalitativ studie med noe beskrivelse av omfang av oppgaver der dette er naturlig som beskrevet i metodedelen.

Det kommer fram i oppgaven at *Volum 1* bruker fagspråk i større grad og *Matematikk 1* bruker i større grad hverdagspråk og hverdagssituasjoner. Begge verker har med de fleste elementene som ifølge teorien er viktige for tallforståelsen. De har litt ulik rekkefølge på når elementer jobbes med i bøkene, og hva som læres først. *Volum 1* begynner for eksempel tidlig med regnestykker ofte uten bildestøtte, mens *Matematikk 1* jobber med addisjon og subtraksjon som hverdagssituasjoner før de kommer til regnestykker.

Innholdsfortegnelse

Sammendrag	2
Innholdsfortegnelse	3
Forord.....	5
1 Innledning	6
1.1 Bakgrunn	6
1.1.1 Sammenheng mellom tallforståelse og senere matematikkprestasjoner	6
1.1.2 Tallforståelse i begynneropplæringen	7
1.1.3 Fra formell godkjenning til valgfrihet	7
1.1.4 Hvilken makt lærebøker har i klasserommet.....	8
1.2 Problemstilling.....	9
1.3 Tidligere forskning.....	10
2 Teori.....	12
2.1 Definisjon på tallforståelse	12
2.2 Hvilke elementer er viktige for tallforståelse i 1. klasse?	13
2.2.1 Ferdigheter som er viktige ved skolestart og skoleslutt i 1. klasse	13
2.2.2 Andre studier av hvilke komponenter som bygger tallforståelse	14
2.3 Hovedkategorier i tallforståelse som danner grunnlag for funn og analyse	17
2.3.1 Kategori 1: Begreper knyttet til tallforståelse	17
2.3.2 Kategori 2: Telling.....	19
2.3.3 Kategori 3: Sammenligne mengder	23
2.3.4 Kategori 4: Addisjon og subtraksjon	26
2.4 Hva læreplanen og rammeplanen for barnehagen sier om tallforståelse.....	29
2.4.1 Læreplanen i matematikk etter 2. trinn	29
2.4.2 Rammeplan for barnehagen.....	30
3 Metode.....	32
3.1 Lærebokanalyse.....	32
3.1.1 Komparativ lærebokanalyse	32
3.1.2 Innholdsanalyse.....	33
3.1.3 Kvalitativ eller kvantitativ metode?	33
3.2 Forskningsdesign	34
3.2.1 Utvalg	35

3.2.2	Teoriinnhenting	37
3.2.3	Innhenting av empiri, gjennomføring av analyse og diskusjon.....	38
3.2.4	Innholdskategorier	38
3.3	Forskningsetikk.....	39
3.3.1	Validitet	40
3.3.2	Reliabilitet.....	40
4	Resultater og analyse.....	42
4.1	Begreper.....	42
4.1.1	Bruk av fagspråk og barnas hverdagspråk	42
4.1.2	Relasjonsbegreper	44
4.2	Telling	47
4.2.1	Koble mengde til tall.....	48
4.2.2	Starte telling fra annet tall enn 1.....	51
4.3	Sammenligne mengder	53
4.3.1	Symbolisk og ikke-symbolisk sammenligning av mengder	53
4.3.2	Sammenligning av mengder som overgang til addisjon og subtraksjon.....	57
4.4	Addisjon og subtraksjon	61
4.4.1	Del-hele-relasjon	61
4.4.2	Automatisering av enkle regnestykker	64
5	Diskusjon.....	69
5.1	Begreper.....	69
5.2	Telling	71
5.3	Sammenligne mengder	72
5.4	Addisjon og subtraksjon	75
6	Konklusjon.....	77
6.1	Videre forskning	78
	Referanser	79
	Oversikt over tabeller og figurer	85

Forord

Arbeidet med denne oppgaven har vært en krevende prosess. Etter 5 år som student har jeg endelig lært god studieteknikk ved å sette grenser for arbeidet, og på den måten disponere kreftene på en god måte. Jeg har erfart at å skrive oppgaver ikke bare trenger å være vanskelig og slitsomt, men også en mestringsprosess. Jeg har gjennom oppgaven ikke bare sett på lærebøker, men også fått innblikk i hvordan disse brukes til å bygge tallforståelse, samt fått en dypere forståelse for hvordan 1. klassinger tilegner seg tallforståelse enn jeg fikk fra emnene i studiet. Dette tenker jeg vil komme til stor nytte i det senere arbeidet som lærer.

Takk til veileder Siv Svendsen for hjelp og innspill i skriveprosessen og takk også til alle som har hjulpet, støttet og lest igjennom oppgaven i innspurten.

Andreas Tegnér, november 2023

1 Innledning

Sjøvoll (2006) har gjennomført en undersøkelse hvor lærere, hovedsakelig på ungdomstrinnet, blir spurt hva årsaken er til at noen elever utvikler matematikkvansker. I undersøkelsen nevnte 75 % av lærerne at “Grunnleggende begrepsvikt inkludert manglende tallforståelse” er en årsak til at elever utvikler matematikkvansker. (Sjøvoll, 2006, s. 43) 30 % av lærerne nevnte også manglende ferdigheter som en årsak, og da gikk det gjerne på de fire regneartene, manglende automatisering og tungvinte arbeidsmåter. (Sjøvoll, 2006, s. 43) Det ble også sagt i et annet intervju i samme studie at “Dersom basiskunnskapene mangler, faller ofte motivasjonen bort, og problemene blir mer omfattende.” (Sjøvoll, 2006, s. 39) Det kan altså se ut som at det er i begynneropplæringen problemet i mange tilfeller ligger. Dette at grunnleggende tallforståelse er så vesentlig for hvordan eleven klarer seg i matematikk gjennom skoleløpet, og at utvikling av tidlig tallforståelse i begynneropplæringen henger sammen med senere matematikkprestasjoner, har interessert meg veldig og har vært motivasjonen min for å jobbe med dette temaet.

1.1 Bakgrunn

1.1.1 Sammenheng mellom tallforståelse og senere matematikkprestasjoner

Sjøvoll sin undersøkelse er ikke unik, forskning viser at utvikling av en god tallforståelse er viktig for å forebygge vansker i matematikk senere. “Researchers found that the most valid means of predicting mathematics difficulties in young children involves some of the basic principles of number sense.” (Witzel et al., 2012, s. 90) Flere forskere finner altså de samme resultatene, at grunnleggende tallforståelse har sammenheng med om eleven senere sliter i matematikk. Andrews & Sayers skriver at grunnleggende tallforståelse er like viktig for utvikling av matematisk kompetanse som fonetisk bevissthet er for lesing, og en har sett en sammenheng i at vansker tidlig i tallforståelsen kan føre til matematikkvansker senere. (Andrews & Sayers, 2015, s. 259) Geary et al. har også forsket på hvordan tallforståelse henger sammen med senere matematikkprestasjoner og fant ut at “such skills are better predictors of later mathematics achievement than either general measures of intelligence or earlier achievement scores”. (Geary et al., 2009, referert i Andrews & Sayers, 2015, s. 259) Witzel et al. skriver at “By being well-prepared in math in pre-K and the early grades, children will be more likely to succeed later.” (Witzel et al., 2012, s. 89) Cheng & Wang skriver også at “number sense is crucial for children’s learning of other mathematics concepts”. (Cheng & Wang, 2012, s. 2) Boonen skriver også om hvor viktig tallforståelse er for matematikken,

“Number sense is an essential precursor for the mathematical performances at a later age.” (Boonen et al. 2011, s. 297)

Disse teoriene viser hvordan tidlig tallforståelse har klar sammenheng med senere matematikkprestasjoner, men siden dette er en masteroppgave i begynneropplæring skal jeg nå se på hvilken plass tallforståelsen har i begynneropplæringen. Jeg skal i teorien gå nærmere inn på hva tallforståelse defineres som.

1.1.2 Tallforståelse i begynneropplæringen

Begynneropplæring som begrep blir ikke klart definert i forskning eller styringsdokumenter, (Hoff-Jenssen et al., 2020, s. 143) og nevnes ikke i læreplanen eller opplæringsloven. (s. 144) Ifølge Palm & Michaelsen er begynneropplæring et begrep som brukes om den grunnleggende opplæringen i overgangen fra barnehage til skole og helt opp til 4. trinn. (Palm & Michaelsen, 2018, s. 13) I en offentlig utredning fra 2003 snakkes det om å styrke basisferdigheter på småskoletrinnet og det står at “For begynneropplæringen vil det derfor først og fremst være grunnleggende lese-, skrive- og regneferdigheter samt tallforståelse som må stå i fokus.” (NOU 2003:16, s. 142) I utredningen og basert på disse forskningsartiklene ser vi altså at tallforståelse er helt sentralt i begynneropplæringen.

Innenfor begrepet begynneropplæring, beskriver Hoff-Jenssen et al. smal og vid forståelse av begynneropplæring. Smal forståelse vil si fokus på opplæring innen enkelte fag i forbindelse med kompetansemålene, mens vid forståelse av begynneropplæring handler mer om den generelle forståelsen av å gå på skole, lære seg regler og rutiner, begreper, hvordan man skal fungere i klasse og skolefellesskapet. (Hoff-Jenssen et al., 2020, s. 148-149) I denne oppgaven fokuserer jeg på tallforståelse som havner inn under det faglige og derfor på en smal forståelse av begynneropplæring. Jeg kommer til å fokusere på begynneropplæring det første året og ta utgangspunkt i læreplanmålene i matematikk etter 2. trinn. Jeg fokuserer altså på tallforståelse fordi det er så sentralt i matematikk på 1. trinn og for begynneropplæringen.

1.1.3 Fra formell godkjenning til valgfrihet

I denne masteroppgaven har jeg valgt å analysere lærebøker, og opplæringsloven definerer lærebøker som “alle trykte læremiddel som elevane regelmessig bruker for å nå vesentlige delar av

kompetansemåla i eit fag”. (Opplæringslova, § 9-4, 1998) Tidligere måtte lærebøker ha formell godkjenning for å kunne brukes i skolen (Forskrift om godkjenning av lærebøker, § 1, 1984), men per i dag er det få formelle krav til godkjenning av læreverk. De eneste kravene til lærebøkene er at de skal finnes på både bokmål og nynorsk og følge rettskriving som er offisiell. (Opplæringslova, § 9-4, 1998) så det blir opp til skolen å vurdere og velge læreverk som dekker læreplanmålene. (Tokheim, 2015, s. 1) En av hovedgrunnene til at loven ble endret til at lærebøkene ikke lenger trenger godkjenning fra departementet, er fordi en ønsket at undervisningen skulle ta utgangspunkt i læreplanen heller enn lærebøkene. Lærebøkene skal kun fungere som hjelpemiddel i tillegg til andre hjelpemidler for å nå målene i læreplanen. Lærere og skoleledelsen skal stå fritt til å velge blant lærebøker og andre hjelpemidler. (Opplæringslova - Ot.prp. nr. 44, 1999-2000, 4.1.2) Dette mener jeg også gir lærerne større frihet til å velge undervisningsform når en ikke er så knyttet til en bok. Det blir mer åpent for variert og tilpasset undervisning. En annen grunn til å fjerne godkjenningen var at en også mente godkjenningen ville hindre mangfold og hindre “den åpenhet for konkurrerende perspektiver som er forutsetningen for den oppøvelse av kritisk sans som er så viktig i utdannelsen”. (Opplæringslova - Ot.prp. nr. 44, 1999-2000, 4.1.2) På bakgrunn av dette er det viktig for lærere og skoleledere å se på kvaliteten på lærebøkene og at de er oppdatert til Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2020 (LK20). Denne masteroppgaven kan være en støtte til lærere og skoleledere som skal velge læreverk. Det er også derfor jeg velger å se på et bredt område innen tallforståelse, for å gi et litt mer helhetlig inntrykk av hvordan bøkene jobber med tallforståelse.

1.1.4 Hvilken makt lærebøker har i klasserommet

Lærebøker har hatt og har fortsatt stor makt når det kommer til det som læres i klasserommet. Stray skriver at lærebøker er “designed to provide an authoritative pedagogic version of an area of knowledge” (Stray, 1994, s. 2) Castell et al. skriver også i artikkelen sin at lærebøker skiller seg fra annen litteratur ved at de representerer “an officially sanctioned, authorized version of human knowledge and culture” (Castell et al., 1989, s.vii) Castell et al. skriver videre at autoriteten til læreboka kommer av at den har blitt autorisert, altså at ikke hvem som helst kan gi ut en lærebok. (Castell et al., s. 254) Dette gjelder da ikke i Norge i dag siden det ikke er noen offentlig godkjenning av lærebøkene lenger og de dermed ikke har den samme autoriteten, men bøkene er fortsatt godkjent av forlaget som trykte dem og valgt ut av lærer eller skoleledelsen, så kanskje henger noe av mentaliteten litt igjen hos oss også? Johansson viser til forskning på at lærere ofte blir påvirket av det som står i lærebøkene og at temaer som ikke presenteres i lærebøkene gjerne

ikke blir undervist av lærerne. Det er temaene som presenteres i lærebøkene som mest sannsynlig blir undervist. (Johansson, 2005, s. 48) En studie av Schmidt et al. viser også at lærere bruker lærebøkene til å bestemme hvordan de skal presentere et tema. (Schmidt et al., 2000, referert i Johansson, 2005, s. 48) Johansson skriver også at “textbooks reveal underlying beliefs of what mathematics is and how it can be learned.” (Johansson, 2005, s. 48) Jeg har på bakgrunn av dette valgt lærebokanalyse som metode for å se hvordan lærebøkene jobber med tallforståelse, siden de har stor innflytelse på det som undervises i skolen.

1.2 Problemstilling

Jeg har beskrevet at tallforståelse er sentralt i begynneropplæringen i matematikk, og at tallforståelse legger grunnlag for senere matematikkferdigheter og -kunnskaper. På bakgrunn av dette, og at lærebøker har stor makt i klasserommet, ønsket jeg å forske på lærebøker og hvordan de jobber med tallforståelse på 1. trinn. Fordi lærebøkene har stor innvirkning på det som undervises i klasserommene og kan variere i fokus og måter å legge opp til læring og utvikling, ville jeg se på to ulike læreverk. Det ble naturlig å ta utgangspunkt i læreverk for 1. trinn siden jeg da kan se hvordan læreverkene går frem for å bygge tallforståelse fra starten i 1. trinn da elevene har varierende forståelse og opplevelser med tall fra barnehage.

Forskningsspørsmålet formuleres slik: “Hvordan legger to læreverk i matematikk opp til at elever på 1. trinn skal utvikle tallforståelse?”

Jeg ønsker altså å se på hvordan læreverkene jobber med tallforståelse og i hvilken grad elevene får muligheten til å utvikle tallforståelse av å jobbe med oppgavene i bøkene. Jeg skal se på to forskjellige læreverk og begrenser oppgaven til å se på hvordan verkene jobber med fire sentrale elementer som er med på å bygge grunnleggende tallforståelse. De fire elementene er “begreper”, “telling”, “sammenligning av mengder” og “addisjon og subtraksjon”. Jeg skal se på disse gjennom oppgaver og leksjoner i lærebøkene og føringer fra lærerveiledninger, og sammenligne hvordan de to verkene gjør dette på ulike måter. Jeg tenker at masteroppgaven kan brukes av lærere og skoleledere som skal vurdere læreverk, til å få et innblikk i hvordan bøkene jobber med tallforståelse.

Jeg har valgt dette temaet fordi tallforståelse er en så viktig del av begynneropplæringen i matematikk og jeg ønsket å se på lærebøker fordi de har stor påvirkning på hva som læres i klasserommet, og fordi det vil være nyttig å lage et verktøy lærere kan ta i bruk når de skal vurdere læreverk. Jeg ønsket også å forske på dette fordi jeg er interessert i elevenes forståelse for matematikk og ønsker å se hvordan lærebøkene legger til rette for dette. I denne oppgaven behandles mange elementer som utgjør tallforståelse for å gi et helhetlig bilde av tallforståelse i lærebøkene slik at lærere som vil bruke masteroppgaven får et godt verktøy til å vurdere disse to læreverkene.

1.3 Tidligere forskning

Fan et al. skriver at forskning på lærebøker i matematikk har tatt seg opp de siste tiårene, tidligere var forskningen mer ufullstendig, men dette har blitt bedre. Likevel skriver de at “the development of research on mathematics textbooks has been unbalanced in different areas” (Fan et al. 2013, s. 634) I Norge er det ikke så mange studier av lærebøker i matematikk for småskolen, men jeg har sett at det finnes en del masteroppgaver som tar for seg lignende problemstillinger, de fleste av disse tar utgangspunkt i tidligere læreplaner siden LK20 er såpass nytt.

En masteroppgave som har en lignende problemstilling, er Tokheim sin *En analyse av tre norske læreverk i matematikk for 1. Trinn*. I oppgaven tar hun for seg de tre læreverkene *Multi*, *Matemagisk* og *Matematikk* og ser på disse i forhold til LK06. Det er viktig å merke at dette læreverket *Matematikk* er et helt annet læreverk enn det jeg tar for meg i denne oppgaven. Hun forsker på likheter og ulikheter mellom læreverkene og ser mer overordnet på bøkene istedenfor å se på kun tallforståelse som jeg gjør. Hun ser også på hvordan ulike lærebøker kan gi ulikt læringsutbytte så ikke alle elever får lik opplæring. Hun fant ut at *Matematikk* hadde et større fokus på forståelse enn de andre verkene. *Matematikk* og *Matemagisk* hadde også større fokus på fagbegreper enn *Multi*. (Tokheim, 2015, s. 73)

Tresvik har også skrevet en masteroppgave og ser blant annet på tre lærebøker fra nye læreverk for 1. trinn opp mot LK20. Hun ser på verkene *Volum*, *Matematikk* og *Matemagisk* som alle er oppdatert til fagfornyelsen. Hun ser på helhet, struktur og ulike typer oppgaver i lærebøkene, og ser på utforskning og problemløsning, men er ikke knyttet til et spesielt emne slik som jeg har tallforståelse. Dette er en kvantitativ studie hvor hun fant ut at bøkene hadde flest oppgaver “uten potensiale for utforskning og problemløsning”. (Tresvik, 2021, s. 83)

En studie som forsker på lærebøker er studien til Cheng & Wang, *Curriculum Opportunities for Number Sense Development: A Comparison of First-Grade Textbooks in China and the United States*. De sammenlignet lærebøker fra Kina og USA og så på hvilke læringsmuligheter lærebøkene gir elevene i de to ulike landene med tanke på tallforståelse. “It found that Chinese textbooks focused more on the meaning and representation of number, place value, base-ten concepts, and on the connection of number sense to number operation while U.S. textbooks focused more on number counting, patterns, and the connection of number sense to data analysis.” (Cheng & Wang, 2012, s. 2) Denne studien kan være interessant å bruke for å se hvordan andre land jobber med tallforståelse.

2 Teori

I teoridelen skal jeg først avklare hva definisjonen på tallforståelse er, deretter trekker jeg fram forskningsartiklene, som har litt ulik vinkling på hva som utgjør viktige elementer i tallforståelse. Hoveddelen i denne teoridelen er fire elementer som er viktige i tallforståelse: “begreper”, “telling”, “sammenligning av mengder” og “addisjon og subtraksjon”. De fire elementene blir deretter hovedfokuset i analyse og diskusjon, og det er disse jeg ønsket å se hvordan lærebøkene behandler. Jeg har valgt ut disse basert på forskningsartiklene og hva som praktisk lar seg forske på i lærebøkene. Til slutt i teorikapittelet skal jeg se på relevansen tallforståelse har på 1. trinn ved å se kort på læreplanen og rammeplan for barnehagen.

2.1 Definisjon på tallforståelse

For å avklare hva som menes med tallforståelse har jeg tatt med National Mathematics Advisory Panels definisjon på tallforståelse. De definerer tallforståelse som “an ability to immediately identify the numerical value associated with small quantities [...], a facility with basic counting skills, and a proficiency in approximating the magnitudes of small numbers of objects and simple numerical operations”. (National Mathematics Advisory Panel, 2008, s. 27) De skriver at dette er den mest grunnleggende tallforståelsen som barna gjerne utvikler før skolestart. En mer avansert tallforståelse som elevene tilegner seg senere gjennom skoleløpet beskriver NMAP som: “understanding of place value, of how whole numbers can be composed and decomposed, and of the meaning of the basic arithmetic operations of addition, subtraction, multiplication, and division”. (National Mathematics Advisory Panel, 2008, s. 27) De skriver at det også innebærer å ha forståelse for og kunne bruke den kommutative, assosiative og distributive loven. (National Mathematics Advisory Panel, 2008, s. 27) De tre lovene blir ikke nærmere beskrevet i denne oppgaven.

Lunde skriver at “Tallforståelse defineres på mange ulike måter, men sentralt er at det refererer til et barns flyt og fleksibilitet med tall, forståelse av hva tallene betyr og evne til å utføre mental matematikk (hoderegning), se på omgivelsene og gjøre sammenligninger.” (Lunde, 2010, s. 55) De skriver også at “Barn med god tallforståelse kan lett bevege seg mellom den reelle verden med kvantitet og den matematiske verden med tall og symboler.” (Lunde, 2010, s. 55) Tenking og resonnering er sentralt, begrepsbruk, å kunne gjenkjenne mønstre, og se mulige løsninger uten å måtte regne først. (Lunde, 2010, s. 55)

2.2 Hvilke elementer er viktige for tallforståelse i 1. klasse?

2.2.1 Ferdigheter som er viktige ved skolestart og skoleslutt i 1. klasse

Jeg har nå sett på hva som defineres som tallforståelse, men da jeg skulle begynne å jobbe med tallforståelse var jeg også veldig nysgjerrig på hva som var viktige komponenter som tallforståelse består av. Det er mange elementer som utgjør tallforståelse, men hvilke er viktige, og hvilke bør man prioritere at barna lærer seg når de går i 1. klasse? Howell & Kemp har utført et forskningsprosjekt som tar sikte på å nettopp avklare hva som er viktige komponenter til tallforståelse på 1. trinn. De forsker på ferdigheter i tallforståelse idet 1. klassingene begynner på skolen og idet de går ut av 1. trinn.¹ Det er 12 akademikere med kompetanse i tallforståelse eller tidlig matematikk som deltar i studien. Akademikerne fikk en liste med ferdigheter som ligger til grunn for tallforståelse og skulle gi det en score fra 1-5 på hvor viktig ferdigheten var for tallforståelse. De skulle score i to omganger, både for ferdigheter som var viktige for tallforståelsen når elevene begynte på skolen og idet de gikk ut av 1. trinn. Forskerne har etter studien fått to lister hvor de ferdighetene som ble høyest rangert er med. Dette ble også gjort i to runder hvor deltakerne i studien hadde mulighet til å legge til elementer de mente manglet og som var viktige. Resultatet etter runde to både for ferdigheter ved skolestart og ferdigheter elevene har når de slutter i 1. trinn gir derfor en indikasjon på hvilke ferdigheter elevene bør ha når de starter og slutter i 1. klasse. (Howell & Kemp, 2005, s. 559-566) Svakheter med studien er at man ikke får noen begrunnelse for hvorfor lærerne mener at de ulike komponentene til tallforståelse bør være med, heller ikke særlig utdyping av hva de mener med ulike begreper. Derimot stiller den sterkt fordi mange akademikere med tallforståelse eller tidlig matematikk som sitt fagområde er med. En annen svakhet er også at den ikke tar for seg begrepslæring, noe som vi skal se lenger ned er vesentlig i andre studier jeg har sett på.

Under har jeg listet min oversettelse av de viktigste ferdighetene for å indikere tallforståelse ved skolestart og ved skoleslutt etter 1. trinn ifølge studien. I begge gruppene er ferdighetene rangert fra viktigst øverst til mindre viktig lenger ned, men alle ferdighetene er av de som totalt sett er høyest rangert. (Howell & Kemp, 2005, s. 563-565) Ferdighetene med lavere score er ikke inkludert i masteroppgaven fordi jeg ønsker å avgrense oppgaven til å omhandle de viktigste komponentene.

¹ Det varierer litt i Australia hvor gamle elevene er når de begynner på skolen etter hvilken delstat de er i, noen steder er 1. trinn 6-7 år og andre steder 5-6 år og barna går gjerne i pre-school før det. (School Information, u.å.; nzrelo, u.å.) Denne studien mener altså med 1. klasse barn enten i alderen 5-6 år eller 6-7 år.

Gruppe 1 – viktigste ferdigheter ved skolestart	Gruppe 2 – viktigste ferdigheter ved skoleslutt
<ul style="list-style-type: none"> • Utenattelling opp til 5 • Sammenligning av mengder opp til 5 (flest/færrest) • Kardinalitet innenfor tellerekkevidde • Bedømme mengde opp til 3 uten å telle (Subitizing) • 1:1 korrespondanse innenfor tellerekkevidde • Utenattelling opp til 10 • Sammenligning av muntlige tall opp til 5 (Howell & Kemp, 2005, s. 563) 	<ul style="list-style-type: none"> • Tallrekkefølgen fra 1 til 5 • Tallet etter innenfor tellerekkevidde • Kjenne igjen tallene opp til 10 • Tallrekkefølgen fra 1 til 10 • Koble tallsymbol og mengde • Irrelevant ordning • Sammenligning av mengder opp til 10 • Lage like grupper • Mental tallinje • Sammenligning av muntlige tall opp til 10 • Addisjon med 1 eller 2 • Kombinere to synlige samlinger • Telle fra annet tall enn 1 • Subtraksjon med 1 eller 2 • (ferdighetene fra skolestartgruppa er også med her) <p>(Howell & Kemp, 2005, s. 565)</p>

Tabell 1 – Viktige ferdigheter i tallforståelse på 1. trinn

Vi ser altså at telling, og bedømming og sammenligning av mengder er viktige ferdigheter idet barna begynner på skolen. Når elevene går ut av 1. trinn er det viktig at de overordnet sett kan tallene opp til 10 og tallrekkefølgen, sammenligning av mengder og addisjon og subtraksjon. Basert på dette ser jeg at noen hovedkategorier som er viktige for barna å lære seg ifølge studien er telling, sammenligning av mengder og addisjon og subtraksjon. Disse kommer jeg til å gå i dybden på i teorien og når jeg skal analysere lærebøkene.

2.2.2 Andre studier av hvilke komponenter som bygger tallforståelse

Jeg har også tatt utgangspunkt i noen andre studier når jeg skulle avgjøre hva som er viktig å se etter i lærebøkene. Witzel et al. skriver om hvordan hjelpe elever fra barnehagealder til 3. trinn med å utvikle tallforståelse (Witzel et al., 2012, s. 89-90) og henviser til Gersten et al. som har funnet fem komponenter som bygger tallforståelse. (Gersten et al., 2011, s. 5) Jeg henviser i dette avsnittet til begge artiklene ettersom de baserer seg på de samme fem komponentene, men formulerer det litt forskjellig. Studien til Gersten et al. er et kartleggingsverktøy for å kartlegge elever som ligger an til

å utvikle matematikkvansker fra barnehagealder og opp til 3. trinn, og det er de fem komponentene jeg hovedsakelig har sett på for å få et større bilde av hva som er viktig å se på i lærebøkene. I tabellen under, basert på min oversettelse, er en beskrivelse av de fem komponentene. (Gersten et al., 2011, s. 5-8)

Komponent	Beskrivelse av komponenten
Sammenligning av mengder	Er en mengde eller et tall større eller mindre enn et annet? (Witzel et al. 2012, s. 91)
Strategisk telling	Kunne starte å telle fra et annet tall enn én. Kunne organisere tellingen så den blir mest effektiv. For eksempel ved regnestykket $2 + 9$ heller telle 2 videre fra 9 enn 9 videre fra 2. Kunne tellerekka (Gersten et al., 2011, s. 6-7)
Innhenting av grunnleggende aritmetiske fakta	Kunne regne enkle regnestykker effektivt og nøyaktig (Witzel et al., 2012, s. 91)
Ordproblemer	Kunne bruke språket til å løse og forklare matematiske oppgaver (Witzel et al., 2012, s. 91)
Tallgjenkjenning: koble tall til tallord	Inngang til formell matematikk på samme måte som bokstaver er til lesing. Kunne knytte tallsymbol til riktig antall objekter. (Witzel et al. 2012, s. 91)

Tabell 2 - Fem komponenter i tallforståelse

I tillegg til disse 5 komponentene snakker studien om dette med å utvikle mentale tallinjer som også er viktig, og skriver at: “The development of a mental numberline [...] facilitates the solving of a variety of mathematical problems.” (Gersten et al., 2011, s. 5) Witzel skriver også at de som har matematikkvansker sliter gjerne med “counting knowledge, number naming and writing, and memory retrieval.” (Witzel et al., 2012, s. 89) Vi ser flere av de samme elementene som i studien til Howell & Kemp, men også at dette med “ordproblemer”, altså begrepslæring, er viktig.

En annen teori jeg har brukt til å avgjøre hva jeg skal se etter i lærebøkene er boka til Lunde som fokuserer på matematikkvansker, og i den forbindelse trekker han fram tallforståelse og hva som utgjør tallforståelse. Han skriver at han ser på det som 7 deler som utgjør tallforståelse til sammen.

Lunde skriver at disse “er i *samspill* ved tallforståelsen”. (Lunde, 2010, s. 55) I tabellen under gjengir jeg med direkte sitat tabellen til Lunde. (Lunde, 2010, s. 56)

7 deler som utgjør tallforståelse
Telling, forstå en-til-en-korrespondanse, kjenne til telleprinsippene
Tallkjennskap, dvs. kunne diskriminere mengder, kvantifisere dem og angi dem med tallord, ev. symbol (siffer)
Antallsendringer, dvs. endre en mengde ved å gjøre den større (addisjon) eller mindre (subtraksjon)
Estimering, kunne vurdere ulike mengder i forhold til hverandre, og det samme med tallene som betegner disse mengdene.
Tallmønstre, sekvenser, feks. “Hva er neste tall?” i denne rekken: 2,4,8,16, eller denne 1,2,3,5,8,13,21?
Forstå når tallene er kardinale, seriale eller måleenheter – eller brukes som navn.
Forstå sammenhengen mellom tall og objekter og kunne anvende dette i daglige situasjoner.

Tabell 3 - Sju deler som utgjør tallforståelse

I tillegg til disse nevner Lunde språkferdighet eller begreper som omhandler tallforståelse som viktige.

Lunde henviser også til Frostad som snakker om to forskjellige former for kunnskap innenfor matematikken, konseptuell kunnskap og prosedyrekunnskap. Konseptuell kunnskap vil si å “tilegne seg en forståelse av matematiske begreper”, mens prosedyrekunnskap vil si “det å kunne løse ulike typer matematikkoppgaver”. (Frostad, 2005, referert i Lunde, 2010, s. 43) Begge disse kunnskapsformene trengs for å danne grunnleggende ferdigheter i matematikk (Frostad, 2005, referert i Lunde, 2010, s. 43) Dette er noe av grunnlaget for hvorfor jeg velger å gå inn på både bruk av begreper og ferdigheter i denne oppgaven.

Ut fra disse ulike teoriene har jeg dannet meg et bilde av hva som til sammen danner tallforståelse. På bakgrunn av dette har jeg valgt ut noen hovedkategorier som jeg går nærmere inn på i neste delkapittel og ser på i lærebøkene. Kategoriene er “begreper”, “telling”, “sammenligning av mengder” og “addisjon og subtraksjon”.

2.3 Hovedkategorier i tallforståelse som danner grunnlag for funn og analyse

2.3.1 Kategori 1: Begreper knyttet til tallforståelse

Boonen et al. Skriver at det er begrenset med informasjon om hvordan matematisk språk påvirker matematikkferdigheter, men en studie av Klibanoff et al. gjort i 2006 som så på hvordan lærerens matematiske språk påvirket elevene, fant ut at elevenes matematikkunnskaper ble påvirket av hvor stor mengde språklig input de ble eksponert for av læreren. (Boonen et al., 2011, s. 283) Også National Research Council peker på hvilken betydning begreper har i matematikken. “How young children develop and learn key concepts in mathematics has clear implications for practice” (National Research Council, 2009, s. 2) De grupperer også begreper innenfor matematikken i tre kjerneområder: Begreper knyttet til tall, relasjoner og operasjoner. (National Research Council, 2009, s. 22) Begreper knyttet til tall trenger en gjerne når en skal telle, relasjoner trengs når tall ses i sammenheng med andre, at tall sammenlignes, og operasjoner handler om addisjon, subtraksjon, multiplikasjon og divisjon. (National Research Council, 2009, s. 22-35) Det å lære seg begreper er også viktig for å ha et språk å snakke om konseptene, og på den måten utvikle forståelse og ferdigheter. Det er viktig å forstå hva begrepene betyr for å kunne forstå hva oppgavene spør etter, slik at man unngår unødvendige misoppfatninger. “Language plays an important role in connecting different representations, making early premathematical cognition numeric”. (Wiese, 2003, referert i Clements & Samara, 2007, s. 487) Wiese skriver også at “language faculty provides the cognitive equipment that enables humans to develop a systematic number concept.” (Wiese, 2003, s. 385)

Det har blitt en del debattert om hvilken rolle språk og begreper spiller i utviklingen av tallforståelsen. Når det gjelder tallord, har noen forskere sett at språk er vesentlig, mens andre har også sett at kulturer med lite språk knyttet til tall også utvikler tallforståelse. (Clements & Samara, 2007, s. 487) “In general, research indicates that the interactions between language on the one hand, and number concepts and skills on the other, are more bidirectional, fluid, and interactive than previous accounts allowed.” (Mix, Sandhofer & Baroody, 2005, referert i Clements & Samara, 2007, s. 487) For eksempel nevner ikke Howell & Kemp begrepslæring i det hele tatt. Gersten et al. har heller ikke med begrepslæring, men skriver om “ordproblemer”, at barn ofte løser tekstoppgaver bedre enn rene tallopgaver. (Gersten et al. 2011, s. 8) Det å lære seg begreper er muligens nedprioritert i flere studier fordi det ikke direkte handler om tallforståelse, men likevel trenger en begrepene for å kunne forstå prinsippene, og flere artikler har begrepslæring som et viktig punkt. En annen grunn til å ha fokus på begreper er det Ullensaker kommune skriver i sin handlingsplan at det

som kjennetegner elever med matematikkvansker når det kommer til språk er “svak språklig forståelse. Dette innebærer begrenset forståelse av bla. preposisjoner og relasjonsbegreper, og mangelfull forståelse av matematiske ord og begreper” (Ullensaker kommune, 2014, s. 12)

For å begrense oppgaven har jeg valgt å kun gå nærmere inn på begreper knyttet til relasjoner. I matematikk kan relasjonsbegreper være plassbegreper, rekkefølgebegreper, og så videre, og uttrykker et forhold mellom for eksempel to grupper med objekter. (EnTo, 2020) Lunde skriver at relasjonsbegreper er viktige for å bygge og utvikle tallforståelse. “begreper som “lik/det samme som”, “mer enn”, “mindre enn”, “i forhold til” er sentrale”. (Lunde, 2010, s. 55) Slike begreper er viktig at elevene forstår slik at de kan løse oppgaver når de for eksempel skal sammenligne mengder. Ifølge Wiese er disse begrepene viktige også når barn skal lære seg kardinalitets- og ordinalitetsprinsippet. (Wiese, 2003, s. 385) Rekkefølgebegreper faller også inn under relasjonsbegreper og eksempler på rekkefølgebegreper kan være: “først, sist, i midten, etterpå, til slutt, etter, foran, bak, framfor, bakom” (Røsseland, 2006, s. 3) I forhold til tallforståelse er disse viktig for å utvikle telleferdigheten og for å kunne snakke om plassen til tallene på tallinja. Jeg velger å se på relasjonsbegreper i analysen fordi disse er viktige i tallforståelse, og også fordi jeg senere skal se på sammenligning av mengder, hvor relasjonsbegreper er vesentlig, og se hvordan begrepene legger opp til dette.

Boonen et al. snakker om læreres bruk av matematikkspråk i klasserommet, at det ikke nødvendigvis er best å eksponere elevene for avanserte eller for mange begreper. “If children are not prepared to deal with specific higher level mathematical activities [...], it can cause confusion, which has a negative influence on children's number sense acquisition. Teachers should therefore be careful and selective with the amount and diversity of math talk they provide” (Baroody et al., 2009; Gersten & Chard, 1999, referert i Boonen et al., 2011, s. 297) Dette tar utgangspunkt i læreres matematiske samtaler, men jeg tenker også det kan gjelde for språkbruk i lærebøker. Her tar de opp hvordan mye eksponering for matematisk språk ikke nødvendigvis hjelper elevene til matematisk forståelse, men at det må være målrettet og i passe mengde. Læreplanen i matematikk snakker om bruk av språk i matematikken i løpet av grunnskoleløpet og sier at “Utviklingen av muntlige ferdigheter i matematikk går fra å bruke hverdagspråk til gradvis å bruke et mer presist matematisk språk.” (Kunnskapsdepartementet, 2020, s. 4)

2.3.2 Kategori 2: Telling

Det er en kjent sak at å kunne telle er en essensiell ferdighet når det kommer til tallforståelse. Gersten et al. ser på dette med strategisk telling. “Counting efficiently and counting to solve problems are fundamental skills leading to mathematical understanding and proficiency.” (Siegler & Robinson, 1982, referert i Gersten et al., 2011, s. 6) Clements & Samara skriver også at “Accurate, effortless, meaningful and strategic counting is an essential early numerical competence.” (Clements & Samara, 2007, s. 478) Geary, Hoard og Hamson undersøkte elever i 1. klasse med vansker i matematikk, og fant at blant disse elevene var det vanlig å streve med kunnskap knyttet til telling, hva tallene heter og det å kunne skrive dem. (Geary, Hoard & Hamson, 1999, referert i Witzel et al., s. 89) Dette understreker hvor vesentlig det er å jobbe med telling for å forebygge senere matematikkvansker hos elevene. Lunde skriver at etter en studie av elever med vansker i matematikk, så fant de ut at hvilke ferdigheter elevene har som er svake varierer, og de kunne ikke finne noe mønster i hva elever som hadde vansker typisk slet med, men kunne se at telling var en ferdighet som generelt var svak i gruppa som hadde vansker. (Lunde, 2010, s. 44) Lunde legger også vekt på en-til-en-korrespondanse og det å kunne telleprinsippene når det kommer til telling. (Lunde, 2010, s. 56)

Selv om telling uten tvil er viktig i tallforståelse, skriver Clements og Samara at det har vært debattert om den første matematikkopplæringen bør fokusere på telling. Noen mener telling er helt grunnleggende, mens andre mener at det blir vanskelig for elevene å lære å telle før språket er utviklet nok til å greie det. Elevene trenger altså det de kaller “verbal counting system” for å klare å telle. (Clements & Samara, 2007, s. 474) De skriver at det kan diskuteres om en skal lære “skills-before-concepts” eller “concepts-before-skills”. (Clements & Samara, 2007, s. 478) Clements & Samara skriver også at barna begynner å utvikle forståelse for telleprinsippene lenge før de begynner på skolen. (Clements & Samara, 2007, s.474-475) Derfor skal jeg i denne delen se litt på prinsipper innenfor telling og hvilke det kan være lurt å fokusere på i 1. trinn.

Gelman & Gallistel fokuserte på 5 prinsipper de mente la grunnlaget for telling: ordinalitetsprinsippet, kardinalprinsippet, en-til-en-korrespondanse, prinsippet for irrelevant ordning og abstraksjonsprinsippet. (Gelman & Gallistel, 1978, referert i Clements & Samara, 2007, s. 476)

Ordinalitet vil si at “noe har en bestemt rekkefølge”. (Solem et al., 2018, s. 23) Lyons & Beilock skriver at “Ordinality answers the question, What position? The ordinality of a given number tells you which number came previously, and which number comes next. In essence, ordinality tells you

how a number relates to its closest neighbors.” (Lyons & Beilock, 2013, s. 17052) Det handler altså om at vi har en bestemt tallrekke og at 3 alltid kommer etter 2 for eksempel. Dette prinsippet er viktig for å utvikle telleferdigheten, og oppgaver som bygger under dette kan for eksempel være hvilket tall kommer før eller etter et annet tall, eller sortere tall i riktig rekkefølge. Clements & Samara sier også at barn kan ha forstått prinsippet for ordinalitet selv om de ikke har lært seg tallrekka ennå, det kan en se ved at hvis de har feil rekkefølge på tallene, så gjentar de den samme uriktige tallrekka til de lærer seg den riktige. Så de har skjønnet at tallene kommer i en bestemt rekkefølge. (Clements & Samara, 2007, s. 476)

Det andre prinsippet Gelman og Gallistel fokuserer på, kardinalitet, vil si at når en teller er det det siste tallet man kommer til som bestemmer hvilket antall man har. (Solem et al., 2018, s. 23) En kan sjekke om en elev har lært seg kardinalprinsippet ved å spørre eleven etter han eller hun har telt en mengde hva det ble. Om eleven gjentar tellingen er prinsippet ikke forstått, mens om eleven sier det siste tallet har han eller hun forstått. (Solem et al., 2018, s. 24) En typisk oppgave for å se på kardinalitet kan være å spørre hvilket tall er størst, eller hvilken mengde har flest. (Lyons & Beilock, 2013, s. 17053) Kardinalitet var høyt rangert i studien til Howell & Kemp, og Clements & Samara skriver at mange barn begynner å forstå og bruke kardinalitet når de er 3,5 år, når det er snakk om lave tall. (Wynn, 1990, 1995, referert i Clements & Samara, 2007, s. 477) Men barn kan også lære seg å oppgi det siste tallet de teller, uten å ha forstått kardinalprinsippet. “Children may have to represent, or “re-describe”, the final number word at an explicit level before it is available to serve the purpose of establishing a relationship between the counting act and cardinality.” (Clements & Samara, 2007, s. 477)

En-til-en-korrespondanse vil si at en teller med ett tall for hvert objekt man teller. Om eleven mestrer dette har hen forstått at tallrekka ikke bare er en remse, men at en bruker den til å telle antall objekter. (Solem et al., 2018, s. 24) Cross et al. skriver også at “The notion of 1-to-1 correspondence [...] is also central to the notion of cardinality itself.” (National Research Council, 2009, s. 22)

Gelman & Gallistel snakker også om abstraksjonsprinsippet, som handler om hva barna oppfatter som mulig å telle. For de voksne er det selvsagt at hva som helst kan telles, både abstrakte og konkrete ting. For eksempel kan en voksen telle tre helt ulike objekter som tre ting. For barn derimot er det ikke selvsagt at alt kan telles. (Gelman & Gallistel, 1986, s. 136) Ifølge Gast så kan barna i begynnelsen bare telle objekter som er homogene og tredimensjonale. (Gast, 1957, referert i

Gelman & Gallistel, 1986, s. 137) Dette har jeg selv observert i praksis hvor en elev hadde problemer med å telle større mengder på nettbrett. Eleven greide ikke å telle mengder større enn rundt 7 på nettbrettet, mens med konkreter kom eleven til godt og vel 15 uten problemer. Klahr og Wallace skriver også at i begynnelsen teller barna grupper med de samme egenskapene, for eksempel farge, størrelse eller form, deretter utvides forståelsen til at like objekter, men med forskjellig farge eller størrelse kan telles sammen. Etter det igjen kan barna telle en gruppe med forskjellige objekter. (Klahr & Wallace, 1973, referert i Gelman & Gallistel, 1986, s. 137) Gast skriver også at barna lærer å telle tredimensjonale objekter før todimensjonale. (Gast, 1957, referert i Gelman & Gallistel, 1986, s. 137) Gast skriver også at: “number concepts develop along with the child’s ability to classify objects and events into organized hierarchies.” (Gast, 1957, referert i Gelman & Gallistel, 1986, s. 137) Også Piaget mener det er direkte sammenheng mellom evne til å klassifisere og utvikling av “concept of number”. (Piaget, 1952, referert i Gelman & Gallistel, 1986, s. 137)

Gelman & Gallistel skriver om prinsippet for irrelevant ordning: “To understand what counting is all about, an individual must understand that the order in which items are tagged doesn’t matter.” (Gelman & Gallistel, 1986, s. 141) Det betyr altså at om en elev har en mengde brikker, har det ingenting å si hvilken brikke eleven begynner å telle med. Resultatet blir det samme uansett hvordan det telles så lenge hver brikke telles som én. Dette er en forutsetning for å forstå hvordan telling fungerer.

Disse fem prinsippene mente som sagt Gelman & Gallistel la grunnlaget for telling, og forskerne fant ut at barn forstår disse prinsippene implisitt eller eksplisitt når de er 5 år gamle, og noen allerede når de er 3 år gamle. (Clements & Samara, 2007, s. 476) Selv om de bør ha forstått prinsippene, har jeg observert 2. klassinger som sliter med en-til-en-korrespondanse når tallene blir litt høyere, for eksempel mellom 10 og 20. Forskerne skriver om elever som sliter med en-til-en-korrespondanse, at feilen også kan ligge i måten de utfører oppgaven, altså tellingen, ikke i at de ikke har forstått prinsippet. Det kan rett og slett være mer utfordrende å fysisk telle når objektene blir så mange. (Clements & Samara, 2007, s. 476) Hvis vi ser på studien til Howell og Kemp som nevnt i kapittel 2.2.1 finner vi mye av det samme som i studien til Gelman og Gallistel, men Gelman og Gallistel nevner ikke subitizing. Likevel er subitizing kanskje den tidligste formen for tallkjennskap som barn opplever. “young children’s earliest meaning for number words may be rooted in recognition or subitizing” (Le Corre et al., 2005 referert i Clements & Samara, 2007, s. 477) Subitizing vil si det å kunne bedømme hvor mange det er en mengde uten å telle den, og

Clements & Samara skriver også at subitizingferdigheten er med på å utvikle telleferdigheten. (Clements & Samara, 2007, s. 473) En grunn til at subitizing ikke er med i studien til Gelman og Gallistel kan være at forskerne mener barna allerede skal ha lært dette.

Boonen skriver om det å koble tallsymbol og mengde: “the development of accurate analog, verbal and visual number representations is important for the growth of accurate number-to-quantity representations that are necessary for more advanced math learning.” (Boonen et al., 2011, s. 282) Howell og Kemp nevner ikke hvorfor det å koble tallsymbol og mengde er viktig, men jeg tenker at ved å koble antall objekter til riktig tall får de øvd på å telle, i tillegg til at det styrker kardinalitetsprinsippet ved at elevene må fokusere på det siste tallet de kommer til som blir svaret. Jeg tenker det også styrker irrelevant ordning-prinsippet, at det er ett riktig svar uansett i hvilken rekkefølge de teller objektene. Anghileri knytter det å koble tallordet med en gitt mengde til kardinalitet. “This identification of a number word with the quantity in a set is referred to as the *cardinal* (or *quantity*) aspect of number and involves skills in matching and pattern recognition as children use the number words *two*, *three* and *four* before they identify them within the structure of the counting system.” (Anghileri, 2006, s. 20) Ved å koble tallsymbol og mengde må elevene bruke alle de fem prinsippene til Gelman og Gallistel i tillegg til at de kan bruke subitizing ved små mengder. På bakgrunn av dette velger jeg å se på hvordan lærebøkene jobber med kobling av tallsymbol og mengde i analysedelen.

Clements & Samara fant også ut at de elevene som kunne starte tellingen fra et annet tall enn 1, presterte bedre i talloppgaver, og derfor drar de slutningen at “fluent verbal counting does not depend primarily on rote factors, but rather on the recognition that the system is rule-governed”. (Pollio & Whitacre, 1970, referert i Clements & Samara, 2007, s. 474) Det handler altså ikke bare om å kunne tallrekke utenat, men å vite at den følger visse regler, som at 11, 12 og 13 følger samme mønster som 1, 2 og 3, bare med en tier foran. Det kommer fram i den australske studien, at utenattelling var viktig idet barna begynte på skolen, mens det å kunne telle fra et annet tall enn 1 var viktig idet elevene gikk ut av 1. trinn. Dette understreker nok at utenattelling kommer tidligere i utviklingen enn det å kunne starte fra et annet tall enn 1. Sånn jeg forstår dette med å telle fra et annet tall enn 1, handler det om automatisering, å kunne tallrekke, og forståelse for ordinalitet. På bakgrunn av dette avsnittet velger jeg også å se på telling fra annet tall enn 1 i analysen.

2.3.3 Kategori 3: Sammenligne mengder

De ulike teoriene jeg har brukt er ganske samstemte i at det å sammenligne mengder er viktig for utvikling av tallforståelse. I studien til Howell & Kemp er det å sammenligne tallmengder nevnt som en av de viktigste komponentene både når elevene begynner på skolen og når de går ut av første klasse. (Howell & Kemp, 2005, s. 563, 565) Også Gersten et al. har sammenligning av mengder som et av hovedpunktene, og Lunde plasserer denne komponenten under tallkjennskap, som det å diskriminere mengder. (Lunde, 2010, s. 56) I tillegg hevder National Research Council at evnen til å sammenligne mengder er en komponent som er tilbakevendende i alle definisjoner på tallforståelse. (National Research Council, 2009, referert i Gersten et al., 2011, s. 5)

Så hvorfor er sammenligning av mengder så vesentlig i tallforståelse? Sammenligning av mengder er viktig for å etablere telling. Andrews & Sayers skriver at “children who are magnitude aware have moved beyond counting as a memorized list and a mechanical routine, without attaching any sense of numerical magnitudes to the words. (Lipton and Spelke, 2005, referert i Andrews & Sayers, 2015, s. 260) Hvis elevene er bevisste på mengden har de altså forstått at tall ikke bare er en meningsløs remse, men beskriver hvor mange det er i en mengde. Ved å sammenligne mengder jobber en også med kardinalitetsprinsippet ved å se på hvilket antall som var høyest av de to gruppene. (National Research Council, 2009, s. 31) Også Boonen et al. støtter påstanden om at sammenligning av mengder er viktig for å lære telleferdigheten. “The main precursor of counting is the ability to make judgments about and comparison between numbers and their magnitudes (e.g., 5 is closer to 4 than to 7).” (Jordan et al., 2009, referert i Boonen et al., 2011, s. 282)

Når det kommer til sammenligning av mengder, har vi symbolsk, og ikke-symbolsk sammenligning av mengder. Ikke-symbolsk vil si sammenligning av mengder i form av objekter eller representasjoner som prikker eller bilder av objekter. Symbolsk sammenligning vil si sammenligning av tallsymboler. (Xenidou-Dervou et al., 2016, s. 1) Xenidou-Dervou et al. skriver at det at elever presterer ulikt i oppgaver med sammenligning av mengder kan ha noe med at symbolene ikke er på plass. Elevene kan likevel ha mengdeforståelse, men har ikke sett sammenhengen mellom mengder og symboler ennå. (Rouselle & Noel, 2007, referert i Xenidou-Dervou et al., 2016, s. 2) Xenidou-Dervou et al. trekker også fram det som kalles “Approximate Number System” (Dehaene, 2011, referert i Xenidou-Dervou et al., 2016, s. 1-2). Dette er et tankesystem som barn har før de lærer seg bokstaver og tall, og det er her hjernen prosesserer mengder. De skriver at: “The ANS enables humans to compare and manipulate nonsymbolic numerosities already from infancy onwards” (Xenidou-Dervou et al., 2016, s. 1-2) Dette viser altså

at ikke-symbolsk sammenligning av mengder er en medfødt egenskap som deretter utvikles videre i møte med oppgaver og aktiviteter i barnehage og skole. Dette kan vel de fleste som jobber med barn relatere til når barn sier “han eller hun fikk mer enn meg!” Xenidou-Dervou skriver også at ikke-symbolsk sammenligning av mengder er mer medfødt og intuitiv, mens symbolsk sammenligning er mer påvirket av utvikling og det som læres i skolen. Vygotsky skriver også at sammenligning av mengder er en del av det første stadiet barnet utvikler når det kommer til tallforståelse, altså før barnet har lært å telle. (Vygotsky, 1929/1994, referert i Clements & Samara, 2007, s. 467) Når det kommer til barns utvikling av det å sammenligne mengder, skriver Clements & Samara at de begynner å “construct equivalence relations between sets by establishing correspondences [...] as early as 10 months and at most by 24 months of age. (Langer et al., 2003, referert i Clements & Samara, 2007, s. 479) “At 3 years of age, children can identify as equivalent or nonequivalent static”. (Clements & Samara, 2007, s. 479) Dette gjelder ved lave tall, altså tall under 5. Barna kan da se at to grupper med to objekter har like mange objekter, men disse to gruppene er forskjellige fra to grupper med tre i hver gruppe. (Clements & Samara, 2007, s. 479) Det er derfor grunn til å ta utgangspunkt i sammenligning av mengder i 1. klasse fordi det er noe alle elever i utgangspunktet har et forhold til, og man kan bruke det til å bygge videre tallforståelse. Sammenligning av mengder kan på bakgrunn av dette være viktig fordi en tar utgangspunkt i en egenskap eller ferdighet som er mer eller mindre medfødt, og kan bruke denne til å utvikle tallforståelse videre. Å ta utgangspunkt i ikke-symbolsk sammenligning først kan være en god måte å ta vare på elevene sin selvtillit ved at en begynner å jobbe med noe de kan fra før og bygger videre på det. En kan også ta utgangspunkt i sammenligning av mengder for å få elevene fra telling som remse, til å bli bevisste på mengden og at tellingen representerer mengden.

Generelt fant Xenidou-Dervou et al. ut at sammenligning av mengder er en veldig viktig komponent innen matematikk. De fant ut gjennom studien sin at “Both nonsymbolic and symbolic magnitude comparison [...] uniquely predicted children's future mathematical achievement in kindergarten above and beyond IQ and WM (Working Memory) abilities.” (Xenidou-Dervou et al., 2016, s. 10) Deretter fant de ut at når barna kom på skolen på 1. og 2. trinn, var det den symbolske sammenligning som kunne forutsi senere matematikkprestasjoner, og det ble en enda sterkere sammenheng mellom symbolsk sammenligning og senere matematikkprestasjoner enn den ikke-symbolske hadde hatt i barnehagen. (Xenidou-Dervou et al., 2016, s. 10) “In general, symbolic magnitude comparison was consistently a more robust and consistent predictor of future general mathematics achievement than nonsymbolic and its predictive power was mostly similar or even stronger to that of IQ.” (Xenidou-Dervou et al., 2016, s. 10) Symbolsk sammenligning av mengder

kan også brukes som indikator på om en elev ligger an til å få matematikkvansker. (Xenidou-Dervou et al., 2016, s. 12) På bakgrunn av dette ser jeg på ikke-symbolsk og symbolsk sammenligning av mengder i bøkene. Det er kanskje ekstra viktig at bøkene tar for seg den symbolske sammenligningen, men det er også viktig at bøkene har med ikke-symbolsk sammenligning som grunnlag som barna kan bygge videre på. Jeg skal se nærmere på dette i analyse- og diskusjonsdelen.

Clements & Samara skriver at når barn skal sammenligne mengder, altså før de begynner på skolen, bruker de ikke telling eller de stoler ikke på at tellingen er stabil nok til å avgjøre mengden. “Most agree that preschoolers do not often use counting to compare numerosities of collections.” (Clements & Samara, 2007, s. 479) De må da bruke ikke-symbolsk sammenligning av mengder for å avgjøre hvilken mengde som er størst. “Between the ages of 3 and 5, children develop from counting only single collections to being able to use counting to compare the results of counting two collections (Saxe, Guberman & Gearhart, 1987) and reason about these comparisons across different situations.” (Clements & Samara, 2007, s. 479) På bakgrunn av dette skal elevene i hovedsak være klare for å sammenligne mengder ved både å telle og bruke andre strategier som ikke krever telling når de går i 1. klasse.

Det å kunne sammenligne mengder er ikke bare med på å legge grunnlag for forståelse av telling, det legger også grunnlag for addisjon og subtraksjon som vi skal se på i dette avsnittet. Cross et al. skriver at det er enklere å sammenligne to mengder og finne ut hvilken mengde som har flest objekter, enn å finne ut nøyaktig hvor mange flere det er i den ene mengden. (National Research Council, 2009, s. 31) Cross et al. skriver også at barn først sammenligner to mengder, om en mengde er større, mindre eller lik den andre, mens i første klasse skal de også finne forskjellen på de to mengdene. De får altså tre mengder. Den største mengden, den minste mengden og mengden som utgjør forskjellen. Dette legger grunnlaget for addisjon. (National Research Council, 2009, s. 33) Det er altså når barna begynner å finne ut hvor mange flere eller færre det er i den ene mengden at de begynner å legge grunnlag for senere addisjon og subtraksjon. Greeno & Resnick er også enige i dette: “As children develop the capability of switching their focus from one number line to another and back, they also develop the capability for creating new mental objects: objects such as “differences” and “sums”. The creation of mental objects of this sort has been hypothesized to play a major role in certain accounts of children's mathematical development” (Greeno & Resnick, 1993, referert i Okamoto & Case, 1994, s. 56) Jeg tenker på bakgrunn av dette at det gjerne kan være en glidende overgang i lærebøkene fra sammenligning av mengder til addisjon og subtraksjon, og at

man på den måten tar utgangspunkt i den naturlige utviklingen deres og utvikler den videre. Ved å ta utgangspunkt i å jobbe med oppgaver med hvor mange flere eller færre jobber man også med overgangen til addisjon og subtraksjon. På bakgrunn av disse teoriene valgte jeg også å se på oppgaver med et antall flere eller færre i de to læreverkene som jeg kommer tilbake til i analysen.

2.3.4 Kategori 4: Addisjon og subtraksjon

Når det kommer til addisjon og subtraksjon skriver Cross et al. at “Addition and subtraction are used to relate amounts before and after combining or taking away, to relate amounts in parts and totals, or to say precisely how two amounts compare.” (National Research Council, 2009, s. 32) Det handler altså om mengder, legge til og trekke fra, eller si hvor mye større eller mindre en mengde er enn en annen. Andrews & Sayers skriver også at “Indeed, simple arithmetical competence, or the transformation of small sets through addition and subtraction [...] has been found to be a stronger predictor of later mathematical success than measures of general intelligence.” (Geary et al., 2009, Krajewski & Schneider, 2009 referert i Andrews & Sayers, 2015, s. 260) Dette understreker det studiene jeg viser til i kapittel 2.2 sier om at det å kunne enkle regneoperasjoner med addisjon og subtraksjon er viktig for å at elevene skal kunne lykkes i matematikkfaget seinere i skoleløpet.

Som jeg nevnte i kapittel 2.2.1, fant Howell & Kemp ut i studien sin at addisjon og subtraksjon med lave tall, altså 1 og 2, var viktige å kunne når elevene gikk ut av første trinn. De andre studiene jeg så på i kapittel 2.2.2 var også enige i at addisjon og subtraksjon er en viktig del av tallforståelsen. Lunde beskriver antallsendringer som et av de 7 delene som utgjør tallforståelse, altså “endre en mengde ved å gjøre den større (addisjon) eller mindre (subtraksjon)”. (Lunde, 2010, s. 56) Witzel et al. skriver at en del av tallforståelse er å kunne regne regnestykker med ett siffer effektivt og nøyaktig. (Witzel et al., 2012, s. 91) Gersten et al. skriver at det er forsket på at elever med matematikkvansker ikke klarer å regne enkle regnestykker automatisk. (Goldman et al., 1988 og Hasselbring et al., 1998, referert i Gersten et al., 2011, s. 7) De skriver også at elever med matematikkvansker sliter med å løsrive seg fra å telle på fingrene til å regne ut regnestykkene i hodet. (Geary, 2004, referert i Gersten et al., 2011, s. 7) Dette viser understreker at det å kunne regne enkle regnestykker automatisk og i hodet er viktig for senere matematikkprestasjoner og for å forebygge matematikkvansker.

Etter å ha sett på teori om addisjon og subtraksjon, synes jeg det ser ut som at det er to ting som er viktig. Forståelse, at elevene forstår prinsippene for hvordan en legger sammen, og automatisering,

at elevene kan bruke strategier for å regne effektivt og presist. I denne oppgaven skal jeg derfor innenfor addisjon og subtraksjon ta for meg del-hele-relasjon, som er med på å bygge forståelse og regning av enkle regnestykker som hjelper elevene med å automatisere.

Når det kommer til utviklingen av addisjon og subtraksjon skriver Clements & Samara at barn tidlig begynner å utvikle aritmetikk og skriver at “Preschoolers develop in reasoning about the effects of increasing or decreasing the items of two collections of objects.” (Clements & Samara, 2007, s. 483) Barn i barnehagealder kan altså jobbe med å legge til og trekke fra i to grupper med objekter. De skriver også at allerede i barnehagealder kan barn løse addisjons- og subtraksjonsoppgaver. “Kindergartners can solve a wide range of addition and subtraction problem types when they represent the objects, actions, and relationships in the situations.” (Carpenter et al., 1993, referert i Clements & Samara, 2007, s. 484) De skriver også at “children [...] are first able to respond to the simplest task, nonverbal addition and subtraction problems with small numbers.” (Huttenlocher et al., 1994, Jordan et al., 1994, referert i Clements & Samara, 2007, s. 484) Jeg forstår dette som at barna kan regne enkle regneoppgaver eller situasjoner hvor to mengder skal legges sammen eller trekkes fra, men uten bruk av tegn som pluss, minus og likhetstegn, og tallsymboler.

Videre skriver Clements & Samara at barn i 4-årsalderen som skal løse addisjonsoppgaver bruker strategien med å telle alle tallene. I et regnestykke som $3 + 4$ teller de først den første mengden med 3, deretter den andre mengden med 4 og til slutt teller de de to mengdene sammen og får 7. (Clements & Samara, 2007, s. 484) Groen & Resnick fant også ut i en studie at 5-åringer som fikk vist hvordan de kunne bruke tellestrategien, utviklet denne strategien av seg selv til å telle videre fra det største tallet når de skulle løse addisjonsstykker. Hvis de skulle løse det forrige regnestykket ville de da startet med 4 og telle 3 videre. (Groen & Resnick, 1977, referert i Clements & Samara, 2007, s. 484) Når det kommer til subtraksjon utfører elevene først dette ved å telle bakover, og Clements & Samara skriver at de fleste barn ofte har vanskeligheter med å telle mer enn 3 bakover, altså trekke fra mer enn 3. (Clements & Samara, 2007, s. 485)

Clements & Samara skriver videre at et viktig steg i utviklingen innenfor addisjon og subtraksjon er når elevene får forståelse for når at to mengder som adderes på en måte befinner seg inni den totale mengden. (Clements & Samara, 2007, s. 485) Dette legger grunnlag for del-hele-relasjonen og er en måte å jobbe med forståelse for addisjon og subtraksjon. Fosnot fokuserer på de første tre årene på skolen og snakker om del-hele-relasjoner. Hun bruker kuleramme med kuler i to forskjellige farger som eksempel på hvordan man kan støtte utvikling av del-hele-relasjon som er en del av tidlig

tallforståelse (Fosnot, 2017, s. 5) Dette kan legge til rette for senere addisjon og subtraksjon ved at barn først får en forståelse for at mengder kan deles i to og slås sammen. Og det legger også til rette for kompensasjon og ekvivalens. Kompensasjon og ekvivalens vil si at en kan flytte elementer fra en gruppe til en annen så tallene blir forskjellige, men til sammen blir det det samme. For eksempel i regnestykket $5 + 5 = 10$ kan en flytte to over til den andre gruppa slik at stykket blir $3 + 7 = 10$, og svaret vil fortsatt bli det samme. (Fosnot, 2017, s. 6) Jeg forstår kompensasjon og ekvivalens som en del av forståelsen for del-hele-relasjonen. Altså at elevene trenger forståelse for kompensasjon og ekvivalens for å forstå prinsippet med del-hele-relasjon. Howell & Kemp snakker også om dette, at det å “kombinere to synlige samlinger” er viktig at elevene kan når de går ut av 1. trinn. (Howell & Kemp, 2005, s. 565) De utdyper ikke hva de mener med dette, men jeg knytter dette opp mot del-hele-relasjonen og kompensasjon og ekvivalens. Som jeg skrev i kapittel 2.1 snakker Lunde om barns “flyt og fleksibilitet med tall” når han definerer tallforståelse, og jeg tenker at nettopp del-hele-relasjon og kompensasjon og ekvivalens bidrar til dette.

Del-hele-relasjon kan også knyttes til sammenligning av mengder. Ved sammenligning av mengder, ser en på en mengde, en annen mengde og mengden som utgjør forskjellen. Del-hele-relasjon kan ha noe av samme tankegangen ved at du har en mengde (hele), en mengde som utgjør en bit av den hele, og en mengde som er forskjellen på den hele og biten. Jeg tenker på bakgrunn av dette at sammenligning av mengder og del-hele-relasjoner går litt over i hverandre. Det er to litt forskjellige tilnærminger som gir noenlunde samme resultat. Sammenligning av mengder kan ligne del-hele-relasjon ved at den største mengden er helheten, den minste mengden er en del og forskjellen er en del.

Clements & Samara snakker om det de kaller for “Composing and decomposing numbers”, jeg oversetter dette til å sette sammen og ta fra hverandre tall, og dette er med på å bygge forståelse for del-hele-relasjonen. (Clements & Samara, 2007, s. 486) “Composing and decomposing numbers also contributes to developing part-whole relations, one of the most important accomplishments in arithmetic” (Kilpatrick et al., 2001, referert i Clements & Samara, 2007, s. 486) Barn utvikler først forståelse for at en helhet er større enn en del og at to deler kan utgjøre en helhet. Deretter lærer de at tall gjemmer seg inni større tall. For eksempel tallene 2 og 3 gjemmer seg inni 5. (Clements & Samara, 2007, s. 486-487) Clements & Samara skriver at “children appear to understand the part-whole relationships of tasks by kindergarten, although they may not know how or think to apply it to all arithmetic tasks.” (Sohian & McCogray, 1994, referert i Clements & Samara, 2007, s. 487)

Også når det kommer til forståelse for addisjon og subtraksjon snakker Cross et al. om regnefortellinger hvor en har situasjoner hvor noe skal settes sammen, addisjon, og tas fra hverandre, subtraksjon. (National Research Council, 2009, s. 32) Regnefortellinger kan altså gjøre det lettere for barna å forstå meningen med addisjon og subtraksjon ved at det knyttes til situasjoner de kan kjenne seg igjen i.

Når det kommer til flyt og automatisering skriver Baroody at “the learning of reasoning strategies are generally viewed as important to helping students achieve fluency with basic combinations.” (Baroody, 2016, s. 162) Altså for å oppnå flyt og automatisering av addisjon og subtraksjon, er det viktig å lære seg strategier for hvordan en skal gjøre det. Baroody skriver videre at barna først bruker telling som strategi i addisjon og subtraksjon som nevnt tidligere i kapitlet, deretter bruker de mønstre de oppdager i tellingen til å lage seg nye og bedre strategier for å løse addisjons- og subtraksjonsstykker. Til slutt greier de å løse addisjons- og subtraksjonsoppgaver flytende. Altså “they can efficiently, appropriately, and adaptively produce sums and differences from a memory network via automatic reasoning processes or fact recall.” (Baroody, 2016, s. 162) Alle studiene jeg nevnte i kapittel 2.2 var enige om at addisjon og subtraksjon var viktig og Witzel et al. hadde dette med å “Kunne regne enkle regnestykker effektivt og nøyaktig” som et viktig punkt i tallforståelse. (Witzel et al. 2012, s. 91) Jeg knytter dette opp mot automatisering av regnestykker, og har derfor valgt å se på dette i analysedelen. Jeg tenker også mengdetrening og repetisjon kan gjøre at elevene automatiserer regningen, ettersom jeg ofte opplever i praksis når jeg spør elevene hvordan de løste regnestykket at de sier at “Jeg visste det bare”. De har altså sett og regnet ut regnestykket så mange ganger at de bare vet at $2 + 2 = 4$.

2.4 Hva læreplanen og rammeplanen for barnehagen sier om tallforståelse

Jeg har sett på ulike teorier som snakker om tallforståelse og hvordan det legger grunnlag for senere matematikk, men hva sier styringsdokumenter om tallforståelsens plass i skolen? Jeg skal her gå kort inn på læreplaner for å begrunne dypere hvorfor jeg tar for meg tallforståelse.

2.4.1 Læreplanen i matematikk etter 2. trinn

Tallforståelse er helt sentralt i læreplanen generelt, og i kjerneelementene i LK20 står det at “De matematiske kunnskapsområdene omfatter tall og tallforståelse, algebra, funksjoner, geometri,

statistikk og sannsynlighet. Elevene må tidlig få et godt tallbegrep og få utvikle varierte regnestrategier.” (Kunnskapsdepartementet, 2020, s. 3) Hvis vi går til læreplanmålene i matematikk etter 2. trinn, så har de stort fokus på tallforståelse, og jeg skal her gå igjennom de fire hovedkategoriene i tallforståelse som jeg har valgt, og vise kort hvordan disse er knyttet opp mot kompetansemålene.

Ser vi på læreplanen i matematikk etter 2. trinn så ser vi at telling står sentralt ved at tall, telling og tallinje er viktige nøkkelord. Et av målene er å “eksperimentere med telling både forlengs og baklengs, velge ulike startpunkter og ulik differanse og beskrive mønstre i tellingene” (Kunnskapsdepartementet, 2020, s. 5) Som jeg har snakket om tidligere i teorien er blant annet det å kunne starte å telle fra et annet tall enn én viktig, og det bekreftes her med at elevene skal kunne “velge ulike startpunkter”. Sammenligning av mengder er også viktig i læreplanen, et av målene er at elevene skal “ordne tall, mengder og former ut fra egenskaper, sammenligne dem og reflektere over om det kan gjøres på flere måter”. (Kunnskapsdepartementet, 2020, s. 5) Når det kommer til addisjon og subtraksjon har vi blant annet et læreplanmål som sier at elevene skal “utforske addisjon og subtraksjon og bruke dette til å formulere og løse problemer fra lek og egen hverdag”. (Kunnskapsdepartementet, 2020, s. 6) Begreper nevnes ikke i læreplanmålene, men nevnes under “underveisvurdering” og er fortsatt en forutsetning for å kunne jobbe med og utvikle de andre hovedkategoriene. “Elevene viser og utvikler også kompetanse i matematikk [...] ved å ta i bruk enkle fagbegreper.” (Kunnskapsdepartementet, 2020, s. 6) Læreplanen snakker også om at elevene skal få “utvikle kompetansen sin i utforsking og problemløsning knyttet til tall og mønstre og kompetansen sin i kommunikasjon med matematiske begreper.” (Kunnskapsdepartementet, 2020, s. 6)

Forskjellen på kompetansemålene og studiene jeg har sett på i kapittel 2.2 er at studiene peker på helt spesifikke ferdigheter, mens læreplanen har mer fokus på lek, utforskning og problemløsning. (Kunnskapsdepartementet, 2020, s. 2-6) Den har noen spesifikke ferdigheter, men det er mer opp til skolen eller lærer å bestemme hva de konkret skal lære innenfor rammene til læreplanen.

2.4.2 Rammeplan for barnehagen

For å få et helhetlig bilde av opplæringen i tallforståelse og for å se overgangen fra barnehage til skole som er viktig i begynneropplæringen (Løndal, 2019, s. 94) har jeg også valgt ut noen mål fra rammeplanen for barnehagen som omhandler tallforståelse, målene er innenfor fagområdet “antall,

rom og form”. I rammeplanen står det: “Gjennom arbeid med antall, rom og form skal barnehagen bidra til at barna leker og eksperimenterer med tall, mengde og telling og får erfaring med ulike måter å uttrykke dette på”. (Kunnskapsdepartementet, 2017, s. 54) Her får vi bekreftet at tall, mengde og telling er viktig. I tillegg handler det om å leke og erfare, som også er beskrevet som viktige i begynneropplæringen. (Lillemyr, 2019, s. 59) Det andre målet er at barna “erfarer størrelser i sine omgivelser og sammenligner disse”. (Kunnskapsdepartementet, 2017, s. 54) Barna kan for eksempel øve på begreper som større enn og mindre enn, og målet er også å sammenligne størrelser i likhet med studiene jeg har tidligere i teorien hvor sammenligning av mengder er viktig. Å jobbe mot dette målet i barnehagen kan legge et godt grunnlag for å sammenligne mengder senere. At noe har forskjellig størrelse, kan overføres til at en mengde er større eller mindre, eller med flere eller færre objekter. Ved å se på rammeplanen for barnehagen kan en se hva barna har lekt med og utforsket i barnehagen og dermed hva en kan bygge videre på i opplæringen i tallforståelse når de begynner på skolen.

3 Metode

I dette kapittelet skal jeg først beskrive hvilke forskningsmetoder jeg har brukt og trekke fram hva som kjennetegner disse. Jeg har brukt komparativ lærebokanalyse og innholdsanalyse og skal også begrunne hvorfor jeg har valgt disse. Videre går jeg inn på forskningsdesignet og beskriver hvilket utvalg jeg har, hva jeg har valgt å se nærmere på i bøkene og hvordan jeg har jobbet. Til slutt skal jeg snakke om forskningsetikk.

3.1 Lærebokanalyse

Fan et al. definerer lærebokanalyse som et begrep som kan omfatte analyse av ett læreverk, analyse av flere læreverk og det å sammenligne dem. (Fan et al., 2013, s. 636-637) Mahamud skriver at det er mange måter å gjøre lærebokanalyse på siden de er komplekse med tanke på at de har flere funksjoner: symbolsk, pedagogisk, sosialt, ideologisk eller politisk”. (Mahamud, 2014, s. 32) I denne oppgaven ser jeg på hvordan lærebøkene fungerer pedagogisk. Noe som kan være problematisk med å gjøre en lærebokanalyse er at jeg ikke får mulighet til å teste med elever hva slags utbytte de får av lærebøkene. Derimot kan en si mye om det som læres i skolen utfra lærebøkene, og lærebøkene brukes av mange flere klasser enn det ville vært mulig å forske på.

3.1.1 Komparativ lærebokanalyse

Fan et al. definerer komparativ lærebokanalyse som “analysis of different series of textbooks [...], often with focus on identifying their similarities and differences.” (Fan et al., 2013, s. 636-637) Det går altså ut på å sammenligne to eller flere læreverk, og Fan et al. skriver videre at for hvert læreverk fokuserer en ofte på hvordan lærebøkene behandler et eller flere temaer, ideer eller interesseområder. (Fan et al., 2013, s. 637) “Obviously, textbook comparison must be based on textbook analysis of each individual series of textbooks”. (Fan et al., 2013, s. 637) Det er derfor jeg tar i bruk både komparativ lærebokanalyse og innholdsanalyse, fordi jeg tenker at jeg gjør en innholdsanalyse av begge verk og deretter sammenligner dem.

Jeg forstår derfor komparativ lærebokanalyse som en innholdsanalyse av hvert læreverk før man sammenligner dem. Derfor bruker jeg både komparativ lærebokanalyse og innholdsanalyse som metode. Hensikten med oppgaven er å få fram hvordan læreverkene jobber med tallforståelse, og siden det da også blir naturlig å sammenligne dem, bruker jeg komparativ lærebokanalyse. Selv om

jeg sammenligner verkene, har jeg ikke som mål med studien å finne ut hvilket læreverk som er best, men heller å trekke fram styrker og svakheter, på en så objektiv måte som mulig.

3.1.2 Innholdsanalyse

Siden jeg i lærebokanalysen gjør en innholdsanalyse av begge læreverk, har jeg også med litt om innholdsanalyse og hvordan jeg bruker det. Krippendorff definerer innholdsanalyse og skriver: “Content analysis is a research technique for making replicable and valid inferences from texts (or other meaningful matter) to the contexts of their use.” (Krippendorff, 2019, s. 24) Likevel er det uenighet om hvordan man skal bruke begrepet. Bakken & Andersson-Bakken skriver at innholdsanalyse “fokuserer på innholdet i tekstene og ikke på tekstens struktur eller språklige uttrykksform”. (Bakken & Andersson-Bakken, 2021, s. 305) Jeg ser litt på omfanget av oppgaver i lærebøkene, men hovedsakelig på innholdet i oppgavene. Krippendorff skriver også at innholdsanalyse ikke trenger å omfatte kun tekst, men også illustrasjoner, lyd og symboler blant annet. (Krippendorff, 2019, s. 24) I lærebøkene ser jeg på tekst, illustrasjoner og oppgaver for å se hvordan verkene jobber.

Jeg bruker kun begrepet innholdsanalyse selv om jeg hovedsakelig gjør en kvalitativ undersøkelse. Dette er fordi jeg støtter meg hovedsakelig til Krippendorffs oppfattelse av at en ikke kan skille på kvalitativ og kvantitativ metode i en lærebokanalyse. (Krippendorff, 2019, s. 91) Jeg ser etter elementer i lærebøkene og tolker hvilken betydning de har for elevenes tallforståelse, men teller ikke forekomstene av dem. Likevel ser jeg på omfanget av oppgaver noen steder hvor det er hensiktsmessig, i tråd med Krippendorff og forskningstradisjonen han representerer hvor det er tradisjon for å ha med kvantitative data, selv om oppgaven er hovedsakelig kvalitativ. (Krippendorff, 2019, s. 91)

3.1.3 Kvalitativ eller kvantitativ metode?

En utfordring med denne oppgaven har vært å bestemme om det er en kvalitativ eller kvantitativ studie. Problemstillingen min er kvalitativ og det var også i utgangspunktet en kvalitativ studie jeg ønsket å gjøre, men under datainnsamlingen så jeg at det ble nødvendig å ta med også omfanget av oppgaver i tillegg til innholdet i oppgavene. Som jeg fant ut da jeg leste meg opp på teorien som beskriver lærebokanalyse og innholdsanalyse, er jeg ikke alene om å ha denne problemstillingen.

Om en innholdsanalyse kan kategoriseres som kvalitativ eller kvantitativ er mye diskutert. Bakken & Andersson-Bakken skriver at “I noen tilfeller brukes betegnelsen *kvantitativ* om innholdsanalyser der forskeren teller forekomster av ulike innholdskategorier i en eller flere tekster, mens *kvalitativ* brukes om innholdsanalyser der forskeren ikke teller noe, men kun kategoriserer og tolker innholdet i teksten.” (Gorsky et al., 2012; Manganello & Blake, 2010, referert i Bakken & Andersson-Bakken, 2021, s. 307) Derimot skriver Hsieh & Shannon at kvalitativ innholdsanalyse er “en betegnelse på alle former for innholdsanalyse der forskeren gjør en fortolkning av innholdet i teksten, uansett om forskeren teller forekomster av innholdselementer eller ikke” (Hsieh & Shannon, 2005, referert i Bakken & Andersson-Bakken, 2021, s. 307) Krippendorff sier at både kvalitativ og kvantitativ metode krever tolkning og skiller derfor ikke på de to, han bruker altså begrepet innholdsanalyse om alt. (Krippendorff, 2004, referert i Bakken & Andersson-Bakken, 2021, s. 307) Krippendorff skriver at både kvalitativ og kvantitativ tilnærming er nødvendig når en analyserer tekster. “For the analysis of texts, both are indispensable.” (Krippendorff, 2019, s. 91) Likevel skriver han også at dette er en stadig kilde til debatt. (Krippendorff, 2019, s. 91)

Jeg har valgt å støtte meg til Krippendorffs argumenter om at både kvalitative og kvantitative data trengs i en innholdsanalyse, siden jeg selv opplevde at det ble naturlig å si noe om omfanget av oppgaver i tillegg til innholdet for å gi et mer helhetlig bilde av hvordan lærebøkene jobber med tallforståelse. Jeg går ikke så detaljert til verks at jeg teller oppgaver, men jeg kan innimellom si noe om at det ene læreverket har vesentlig flere oppgaver enn det andre og gjerne noe om hvor i lærebøkene oppgavene er. Der læreverkene har ulikt antall av enkelte typer oppgaver, kan det si noe om hvor mye oppgavetypen prioriteres. Likevel ser jeg hovedsakelig på innholdet i oppgaver som er en mer kvalitativ metode for å kunne gå mer i dybden med de to læreverkene og se på enkelte oppgaver og tolke dem, altså se på kvaliteter ved ulike oppgaver som svarer til kategoriene jeg dannet i teorikapittelet. Selv om jeg har med omfang av oppgaver, og ikke skiller på kvalitativ og kvantitativ analyse, vil jeg svare på problemstillingen på en hovedsakelig kvalitativ måte.

3.2 Forskningsdesign

Jeg skal her beskrive hvordan jeg har jobbet med masteroppgaven og utvalget som danner grunnlag for empirien. Begrunnelse for valg av problemstilling er beskrevet i innledningen og gjentas derfor ikke her.

3.2.1 Utvalg

Andre masteroppgaver med lignende problemstillinger har gjerne sammenlignet tre verk, men jeg ønsket å fordype meg mer og derfor valgte jeg å kun se på to læreverk som jeg også sammenligner. Da jeg skulle velge ut de to lærebøkene jeg skulle forske på, stod det mellom fire aktuelle læreverk som alle var basert på LK20. Disse var *Multi 1*, *Matematikk 1*, *Volum 1* og *Matemagisk 1*. Etter å ha sett på de ulike verkene valgte jeg ut *Matematikk 1* og *Volum 1*, som da blir analyseenheten i denne oppgaven. Disse to verkene valgte jeg fordi de er visuelt ganske ulike og jeg var nysgjerrig på å se nærmere på disse. Jeg ser kun på de fysiske lærebøkene og ikke på digitale ressurser av hensyn til oppgavens omfang.

Av de fire verkene valgte jeg *Matematikk 1* som er skrevet av Hanne Hafnor Dahl og May-Else Nohr. Læreverket er nytt, og lærerveiledningen skriver at “De matematikdidaktiske prinsippene bygger på læreverket *Radius* og selvfølgelig på intensjonene fra ny læreplan (LK-20).” (Dahl & Nohr, 2020a, s. III) *Matematikk 1* er altså en videreutvikling av det tidligere læreverket *Radius*. (Cappelen Damm, u.å.) Jeg valgte læreverket fordi jeg har sett det i bruk på skoler både i praksis og på jobb, og fordi det forklares grundig hvilke valg som har blitt gjort, hva slags forskning eller modell læreverket baserer seg på, og nevner spesifikt tallforståelse som et viktig punkt. (Dahl & Nohr, 2020a, s. VIII)

Matematikk 1 er består av to grunnbøker, *Matematikk 1a* til høstsemesteret og *Matematikk 1b* til vårsemesteret. Når jeg senere i oppgaven refererer til *Matematikk 1*, snakker jeg om de to grunnbøkene samlet. Lærerveiledningen består også av to bøker, en til hver grunnbok, som forklarer oppgavene i grunnbøkene og hvordan en kan jobbe med læreverket. Læreverket har også en øvebok med flere oppgaver som er knyttet til temaene i de to grunnbøkene i tillegg til digitale ressurser, men disse har jeg ikke sett på av hensyn til omfanget av oppgaven.

I Lærerveiledningen til *Matematikk 1a* står det at “Vi har fokus på at elevene utvikler en god tallforståelse tidlig. Dette danner grunnlaget for all matematikklæring senere.” (Dahl & Nohr, 2020a, s. VIII) De skriver videre at elevene skal få en god tallforståelse “ved at den bygges opp steg for steg. Først fokuserer vi på telling som basis og grunnlag for regning. Vi knytter for eksempel elevenes tellekompetanse til elevenes utvikling av hensiktsmessige regnestrategier.” (Dahl & Nohr, 2020a, s. VIII)

Når det kommer til det teoretiske rammeverket i *Matematikk 1* så bygger læreverket på Bruners modell, og lærerveiledningen beskriver modellen som at en går “fra det konkrete, via det visuelle til det abstrakte”. (Dahl & Nohr, 2020a, s. IX) Modellen handler altså hovedsakelig om tre ulike former for kunnskap. Bruner kaller disse “enactive”, “iconic” og “symbolic”. “Enactive” handler om å være aktiv og samhandle med omgivelsene, for eksempel bruke objekter fysisk til å jobbe med matematikk. “Iconic” handler om å vise regneoppgaven med bilder, for eksempel en lærebok kan vise et bilde av tre epler og at det blir lagt til tre epler til. “Symbolic” er når en skriver regnestykket kun med tall og symboler. Bruker vi forrige eksempel ville det blitt “ $3 + 3$ ”. Bruner mener at det er sterk sammenheng mellom de tre kunnskapstypene, og at elevene gjerne bruker en annen av de tre kunnskapstypene enn den de får presentert i oppgaven for å kunne løse den. (Taber, 2009, s. 149) En elev kan for eksempel bruke konkret metode, telle på fingrene, for å løse den abstrakte oppgaven $3 + 3$. Bruner sier også at “any idea or problem or body of knowledge can be presented in a form simple enough so that any particular learner can understand it in a recognizable form.” (Grauberg, 1998, s. 40) Dette handler altså om å gjøre matematikken forståelig for elevene, og dette synes i læreverket ved at oppgavene baserer seg mye på hverdagssituasjoner. Vi ser at *Matematikk 1* også bygger på Bruners teori ved at de oppfordrer til at elevene bør ha tilgang på konkrete når de jobber med enkelte oppgaver. (Dahl & Nohr, 2020a, s. XIII) *Matematikk 1* har også brukt Haylock og Cockburn sin modell, men disse går jeg ikke inn på av hensyn til omfanget i oppgaven.

Det andre læreverket jeg valgte er *Volum 1*, som er skrevet av Åse Marie Bugten, Audun Rojahn Olafsen, Helene Taasaasen Korsvold, Gina Onsrud og Odd Tore Kaufmann. På nettsiden til fagbokforlaget står det at “*VOLUM* gir elevene god tid til å utvikle egen forståelse og mestring i å anvende ferdighetene sine i forskjellige matematiske sammenhenger.” (Fagbokforlaget, u.å.) Det står også at “*VOLUM* inneholder varierte oppgaver med ulik vanskelighetsgrad og utfordringer tilpasset den enkelte elev. Undring, utforskning og samarbeid skal bidra til at alle elever får oppleve matematikk som meningsfylt og engasjerende.” (Fagbokforlaget, u.å.) Jeg valgte *Volum* fordi det er et helt nytt læreverk som er kommet i forbindelse med fagfornyelsen og det kan være nyttig å se på et nytt læreverk som en ikke har så mye erfaring med, og skoler og lærere kan derfor få en hjelp til å vurdere om de vil bruke læreverket. Jeg hadde heller ikke hørt om verket før jeg satte meg ned for å finne verkene som er laget til LK20. En annen grunn er fordi det rent visuelt så annerledes ut enn *Matematikk 1*, og jeg ville gjerne se på to ganske ulike verk, og det var interessant med tanke på måten det presenterer nye begreper og konsepter på.

Volum 1 består i likhet med *Matematikk 1* av to elevbøker, *Volum 1a* som brukes i høstsemesteret og *Volum 1b* som brukes i vårsemesteret. Jeg refererer også her til de to elevbøkene når jeg senere i oppgaven skriver *Volum 1*. Lærerveiledningen består også av to bøker, en til hver elevbok, hvor det er forslag til hvordan en kan legge opp timen rundt oppgavene i bøkene og “Kommentarer til enkelte oppgaver og hvordan veilede elevene”. (Olafsen & Bugten, 2020a, s. 5) *Volum 1* har også digitale ressurser og to leksebøker, en til vårsemesteret og en til høstsemesteret, men jeg har ikke sett på disse av hensyn til omfanget av oppgaven.

For å få større innsikt i det teoretiske grunnlaget til *Volum 1* sendte jeg en epost til Fagbokforlaget. De skrev tilbake at *Volum 1* baserer seg på trådmodellen til Kilpatrick, som består av komponentene “resonnering”, “anvendelse”, “forståelse”, “engasjement” og “beregning”. De skriver videre at også “Både Piaget (kognitiv konstruktivisme) og Polya (Problemløsning som matematisk metode) har vært til inspirasjon.” (Fagbokforlaget, personlig kommunikasjon, 22. november 2022) Jeg går ikke nærmere inn på disse teoriene i oppgaven. “Når det gjelder tallære og tallforståelse, er det gjennomgående fra 1. til 7. trinn. [...] Generelt har vi fokus på forståelse av tall og operasjoner, bruk av denne forståelsen i matematisk resonnering og utvikling av hensiktsmessige strategier i arbeid med tall og regneoperasjoner.” (Fagbokforlaget, personlig kommunikasjon, 22. november 2022) De nevnte også i eposten at bruk av representasjoner var viktig i læreverket, både fysiske og digitale konkrete.

3.2.2 Teoriinnhenting

Jeg begynte å lete etter teori for å kunne danne meg et helhetlig bilde av hvilke elementer som utgjør tallforståelse. Jeg tok først utgangspunkt i studien til Howell & Kemp som forsket på hvilke elementer knyttet til tallforståelse som var viktige idet elevene startet på 1. trinn og idet de gikk ut av 1. trinn. Deretter fant jeg noen flere studier som jeg sammen med studien til Howell & Kemp har brukt som grunnlag i oppgaven. Siden studien til Howell & Kemp ikke gav begrunnelse for hvorfor noen elementer i tallforståelse er viktigere enn andre, var det også viktig å se på det i sammenheng med annen teori. Jeg brukte også flere studier for å kunne se styrkene og svakhetene ved de ulike studiene, slik at de til sammen kunne legge et godt grunnlag for hva som utgjør tallforståelse og dermed hva som ville være viktig å se etter i lærebøkene. Basert på studiene lagde jeg en liste over alle komponentene jeg hadde funnet, og brukte de ulike studiene til å avgjøre hvilke elementer det var viktigst å se på i lærebøkene. Da kategoriene jeg skulle se nærmere på var fastsatt, fant jeg også annen teori som utfyller de elementene jeg valgte ut og begrunner dypere hvilken rolle de ulike

elementene spiller i tallforståelsen. Jeg valgte også ut to underkategorier innenfor hver av de fire kategoriene, og jeg valgte dem på bakgrunn av hva som lar seg forske på i en lærebok og hvilke som utfra teorien var blant de viktigste punktene.

3.2.3 Innhenting av empiri, gjennomføring av analyse og diskusjon

Når det kommer til innhenting av empiri tok jeg utgangspunkt i kategoriene jeg utarbeidet i teoridelen, gikk igjennom elevbøkene i læreverkene, og markerte oppgaver i elevbøkene som falt inn under de ulike kategoriene. Deretter trakk jeg fram eksempler som jeg mente beskrev godt det jeg ønsket å få fram utfra teorien og oppgaver som gjerne går igjen i bøkene. Jeg gikk også igjennom lærerveiledningene på jakt etter ikke bare forklaringer til oppgavene, men også teori de bygger på, eller tips til læreren. Det var vanskelig å få et objektivt syn på tanken bak ulike oppgaver fordi lærerveiledningen til *Volum 1* hovedsakelig beskriver hvordan oppgavene skal løses, mens lærerveiledningen til *Matematikk 1* har med teori i mye større grad og forklarer mer hva som er tenkt med de ulike oppgavene. I denne oppgaven presenterer jeg funn, altså datamateriale og analyse sammen. I diskusjonsdelen kobler jeg analysen og teorien sammen.

3.2.4 Innholdskategorier

Jeg brukte “rettet tilnærming” som metode da jeg dannet innholdskategoriene, som er en blanding av deduktiv og induktiv metode. (Hsieh & Shannon, 2005, referert i Bakken & Andersson-Bakken, 2021, s. 314) Med denne metoden kan jeg ta i bruk styrkene fra både deduktiv og induktiv metode. Deduktiv metode tar utgangspunkt i teori og empiri som finnes fra før og derfra utvikler innholdskategorier. En fordel med metoden er at det da blir lettere å sammenligne resultatene fra oppgaven med forskning som er gjort tidligere. En ulempe derimot er at en kan gå glipp av nyanser i materialet fordi kategoriene er dannet på bakgrunn av annen teori og ikke analyseenheten i sitt prosjekt. (Bakken & Andersson-Bakken, 2021, s. 312-313) Jeg ønsket å sikre at jeg har innholdskategorier som sier noe interessant om læreverkene. Ved å bruke rettet tilnærming sikrer jeg at læreverkene har noe jeg kan se på innenfor de ulike kategoriene, og at kategoriene passer til analyseenheten jeg ser på. Dette fordi forskningsspørsmålet mitt er “Hvordan legger to læreverk i matematikk opp til at elever på 1. trinn skal utvikle tallforståelse?”, og ikke om lærebøkene bruker en bestemt teori. Hvis jeg hadde brukt deduktiv metode alene kunne jeg risikere at læreverkene ikke bruker metoder jeg har beskrevet, men bruker andre like gode teorier, som ikke blir beskrevet i oppgaven. Induktiv metode tar utgangspunkt i analyseenheten og danner kategorier på bakgrunn av

denne. Bakken & Andersson-Bakken skriver om induktiv metode at “Denne framgangsmåten gjør også at man kan komme tettere innpå materialet og fange opp flere nyanser i dette enn man kan hvis man henter kategorier fra tidligere forskning.” (Bakken & Andersson-Bakken, 2021, s. 313) Jeg endte derfor opp med rettet tilnærming, og da har jeg brukt teorien først til å danne kategorier og deretter har jeg gått igjennom lærebøkene og markert alle stedene de har oppgaver som svarer til kategoriene. Deretter har jeg tilpasset kategoriene og lagt til spesielt kategorien “Bruk av fagspråk og barnas hverdagsspråk” i etterkant.

Nedenfor er en tabell med de fire hovedkategoriene og underkategorier som jeg ser videre på i analysen og diskusjonen. Grunnen til at jeg ser på flere kategorier i tallforståelse og ikke en del, er for å danne et helhetsinntrykk og som Lunde skriver: “de seks grunnleggende matematiske funksjonene er i *samspill* ved tallforståelsen.” (Lunde, 2010, s. 55) Som jeg beskriver i teoridelen, så kan det ene prinsippet være med å bygge det neste, kategoriene kan altså ikke sees på isolert, siden de påvirker hverandre.

Begreper	Telling	Sammenligne mengder	Addisjon og Subtraksjon
Bruk av fagspråk og barnas hverdagsspråk	Koble mengde til tall	Symbolsk og ikke-symbolsk sammenligning av mengder	Del-hele-relasjon
Relasjonsbegreper	Starte telling fra annet tall enn 1	Sammenligning av mengder som overgang til addisjon og subtraksjon	Automatisering av enkle regnestykker

Tabell 4 - Innholdskategorier

Jeg ser på hvordan oppgavene i elevbøkene i *Volum 1* og grunnbøkene i *Matematikk 1* jobber med disse kategoriene og utfyller det oppfordringer fra lærerveiledninger der det er relevant.

3.3 Forskningsetikk

I denne oppgaven forsker jeg kun på lærebøker og ikke på mennesker, jeg behandler derfor ikke personopplysninger. I denne delen kommer jeg derfor kun til å behandle oppgavens validitet og reliabilitet.

3.3.1 Validitet

Når det kommer til validitet skriver Krippendorff at “Validity is that quality of research results that leads us to accept them as true”. (Krippendorff, 2019, s. 361) Studien må altså være av god kvalitet og at man måler det man har sagt at man måler. (Krippendorff, 2019, s. 361) For å sikre god kvalitet i oppgaven har jeg tatt utgangspunkt i hovedsakelig fagfelleverderte artikler og bøker. Bakken & Andersson-Bakken skriver også om validitet i innholdsanalyse: “At resultatene skal være valide, betyr at forskningsarbeidet skal legges åpent fram, slik at det blir mulig å granske resultatene kritisk og sammenligne dem med resultater fra andre studier.” (Bakken & Andersson-Bakken, 2021, s. 305) Jeg gjør dette ved å henvise til kilder, beskrive framgangsmåten min og hvordan jeg tolker resultatene.

For å sikre validitet har jeg også sett på lærerveiledningen til lærebøkene for å se at jeg forstår hvordan oppgavene er tenkt og dermed at jeg “måler” det jeg ønsker å se på. I *Matematikk 1* er det lett å se tanken bak, de forklarer nøye hva de tenker med oppgavene i lærerveiledningene, mens lærerveiledningene til *Volum 1* kun beskriver hvordan oppgavene skal gjøres. Derfor kan en ha noe større tillitt til funnene jeg har gjort i *Matematikk 1* enn *Volum 1* rett og slett fordi jeg ikke har hatt tilgang til like mye informasjon om tanken bak oppgavene i *Volum 1*. Det er viktig å ha i bakhodet når en ser på resultater, analyse og diskusjon.

3.3.2 Reliabilitet

Krippendorff skriver om reliabilitet i en innholdsanalyse: “a research procedure is reliable when it responds to the same phenomena in the same way regardless of the circumstances of its implementation.” (Krippendorff, 2019, s. 277) Når jeg sammenligner oppgaver i to forskjellige lærebøker så vil dataene være pålitelige i og med dataene er tekst i bøkene som er gitt ut av et forlag, og hvem som helst kan skaffe bøkene og sjekke hva som står i dem. Likevel finnes det flere læreverk i matematikk som er oppdatert til LK20 og dataene vil da ikke kunne si noe om lærebøkene generelt, kun om de to jeg forsker på.

Krippendorff skriver også at det at resultatene er reproduerbare, er den viktigste formen for reliabilitet i innholdsanalyse. (Krippendorff, 2019, s. 24) At resultatene er reproduerbare betyr at “forskeren skal følge en bestemt framgangsmåte i analysen, og at framgangsmåten skal være så tydelig beskrevet at andre forskere kan gjenta analysen og komme fram til samme resultater.” (Bakken & Andersson-Bakken, 2021, s. 305) Jeg har sørget for dette ved å beskrive hvordan jeg har

innhentet teori, utviklet innholdskategorier og hentet empiri. Det jeg har analysert og diskutert kan være påvirket av personlig tolkning, selv om jeg har etterstrebet å være så objektiv som mulig. Derfor kan det hende at en annen som forsker på det samme, kan trekke noe annerledes konklusjoner, eller se ting jeg ikke har sett, men empirien som står i lærebøkene vil være den samme, kun påvirket av at en annen kan ta andre valg med tanke på hvilke eksempler den som forsker trekker frem. Krippendorf skriver også om personlig tolkning, og skriver at i en innholdsanalyse kan tekster bli tolket på forskjellige måter avhengig av hvem som leser teksten. (Krippendorf, 2019, s. 28) Siden jeg sammenligner to verk har jeg vært nøye på at mine holdninger ikke skal spille inn eller gjøre at jeg favoriserer ett læreverk over et annet, men at jeg gir saklige argumenter for begge. Likevel kan min tolkning være noe forskjellig fra en annens tolkning av de samme læreverkene, og oppgavens reliabilitet kan derfor påvirkes noe av dette.

Matematikk 1a - lærerveiledning forklarer hvilke modeller eller teorier som ligger til grunn i læreverket. *Matematikk 1 – lærerveiledning* gir også god støtte til læreren og går igjennom ulike faser i tilegnelse av tallforståelse og hvordan boka er lagt opp. Boka forklarer også mer utdypende hvordan oppgaver skal løses og forklarer mer tanken bak i tillegg til å beskrive læringsutbyttene til oppgavene. *Volum 1a - lærerveiledning* går mer rett på sak og forklarer oppgaver, læringsutbytte og hva læreren kan gjøre, men ikke nødvendigvis hvorfor og hvilken plan som ligger bak. På bakgrunn av dette er det lettere å tolke oppgaver i *Matematikk 1* enn i *Volum 1*, fordi en har mer informasjon om tanken bak oppgavene. Derfor kan en også si at reliabiliteten til funnene i *Volum 1* er noe svakere enn *Matematikk 1* på grunn av tilgangen til informasjon, men funnene er likevel begrunnet og gjennomtenkt, og en skal kunne ha tillitt til dem.

4 Resultater og analyse

I teorien har jeg utarbeidet fire kategorier basert på ulike forskningsartikler og jeg skal nå presentere hva jeg har funnet i lærebøkene innenfor de fire kategoriene. I diskusjonsdelen diskuterer jeg funnene videre i sammenheng med teorien.

4.1 Begreper

De to læreverkene har noe ulik framgangsmåte når det kommer til å presentere og repetere begreper. Begge verk bruker mange av de samme begrepene og bruker begrepene i oppgaver. Begge grunnbøkene *Matematikk 1* har en oversikt med begrepsliste på forsiden til hvert kapittel, deretter kommer begrepene igjen i oppgavetekstene eller snakkeboblene til karakterene i boka. Elevbøkene *Volum 1* har ikke en begrepsliste på samme måte, men en del begreper introduseres i begynnelsen av en leksjon med illustrasjoner som forklarer begrepene. Siden *Volum 1* illustrerer begrepene, blir de presentert tydelig gjennom bøkene. Måten begrepene blir presentert på gjør at barna kan bla tilbake og sjekke hva et begrep betydde om de har glemt det. Dette gjelder vel og merke dersom elevene kan lese, og da blir de heller ikke så avhengige av læreren. *Matematikk 1* illustrerer ikke på samme måte hva begrepene betyr, de kommer heller igjen i oppgaveteksten. Selv om *Matematikk 1* har begreper knyttet til hvert kapittel, så presenteres det også begreper inni teksten utenom de som blir presentert på kapitelforsiden. *Volum 1a - Elevbok* har også ganske mye begreper tidlig i boka, de har altså fokus på å få på plass begrepene elevene trenger tidlig. *Matematikk 1a - Grunnbok* har ikke like mange begreper tidlig, og går heller rett på telleoppgaver i 1. kapittel, men har fortsatt fokus på begrepslæring. I lærerveiledningen til *Matematikk 1a* står det til forsiden av kapittel to oppfordring til læreren om å være bevisst på hvilke begreper elevene bruker og gå igjennom begrepene de trenger. “Forklar begrepene og bruk dem aktivt og bevisst mens dere jobber med kapittelet.” (Dahl & Nohr, 2020a, s. 29)

4.1.1 Bruk av fagspråk og barnas hverdagspråk

Matematikk 1 og *Volum 1* har ulikt fokus på begreper som presenteres. Begge verk bruker fagbegreper, men *Volum 1* bruker i større grad fagspråk og mer matematiske begreper til bruk seinere i utdanningsløpet, mens *Matematikk 1* bruker et enklere språk som tar utgangspunkt i barnas hverdagspråk. Det at *Matematikk 1* bruker mer barnas hverdagspråk bekreftes i lærerveiledningen som oppfordrer lærer til å “ta utgangspunkt i elevenes eget språk [...] gi elevene støtte til å snakke

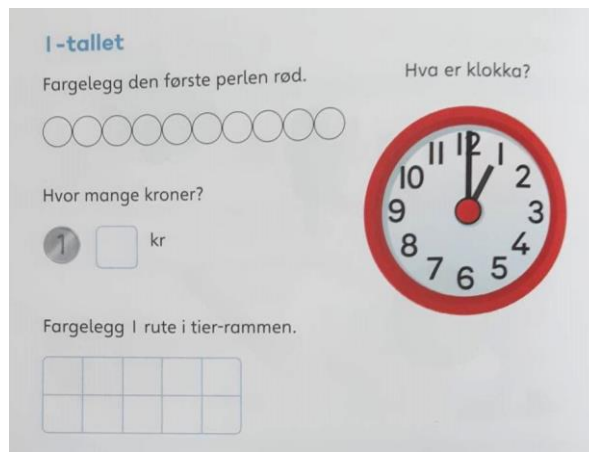
sammen og utveksle erfaringer”. (Dahl & Nohr, 2020a, s. 11) Dette er kun snakk om små forskjeller, begge bøkene har både med hverdagspråk og fagspråk, men *Volum 1* heller mer mot fagspråk og *Matematikk 1* mer mot hverdagspråk.

Det er vanskelig å trekke fram tydelig hvordan *Volum 1* bruker mer fagbegreper og *Matematikk 1* mer hverdagspråk siden begge verk bruker hverdagspråk og fagspråk, og det er ikke veldig store forskjeller, men jeg har tatt med et eksempel fra hver bok for å forsøke å beskrive dette.



Figur 1 - Bruk av fagspråk og hverdagspråk

Her blir tallet 1 presentert i *Volum 1a - Elevbok*. (Olafsen et al., 2020a, s. 66) Barna blir presentert for tallet “1”, ordet “første”, og navnet “én”, som er uthevet som viktige ord. I tillegg kommer begrepene “Ordenstall” og “tallord” som er fagbegreper som barna vil trenge senere i opplæringen. *Volum 1a - Elevbok* er mer strukturert med mer informasjon og begreper, mens går vi til eksempelet under fra *Matematikk 1a - Grunnbok*, er det i dette tilfellet mer rett på sak med oppgaver knyttet til 1-tallet. Her får ikke barna lære like mange begreper, men det kan være enklere for barna å forstå ved at det er mer knyttet til oppgaver, og det å vise ett-tallet som klokkeslett knytter også tallet opp mot hverdags situasjoner som er kjent for barnet. Begreper her blir “første” og “1-tallet”. (Dahl & Nohr, 2020c, s. 76)



Figur 2 - Fagspråk og hverdagsspråk

I *Volum 1* virker det altså viktig å få begrepene på plass tidlig, mens *Matematikk 1* tar i større grad utgangspunkt i barnas hverdagsspråk.

4.1.2 Relasjonsbegreper

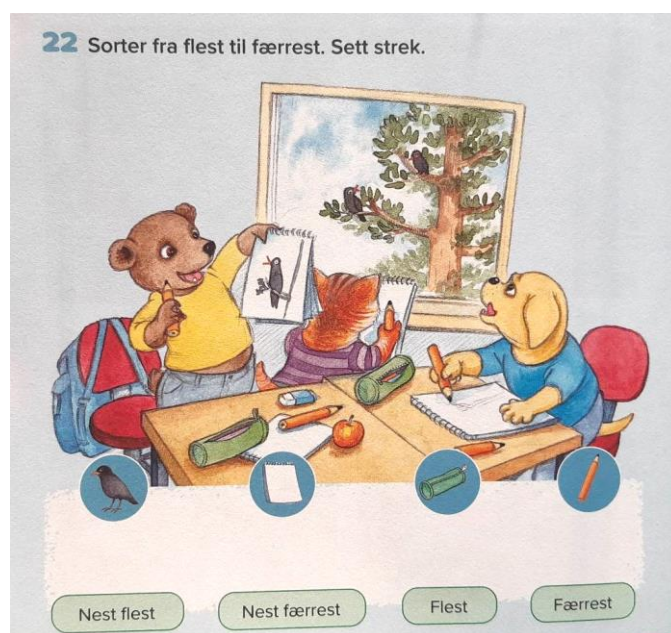
Innenfor relasjonsbegreper tar jeg hovedsakelig for meg begrepene “flest”, “færrest” og “like mange” og ser hvordan verkene har jobbet med det. Jeg går dypere inn i de få begrepene for å illustrere hvordan verkene generelt jobber med begreper, og fordi disse begrepene er viktige å ha når en skal sammenligne mengder og ved telling.

Volum 1 er nøye med at elevene lærer seg begreper tidlig. *Volum 1a – Elevbok* starter med begrepene “lik” og “forskjellig” hvor elevene ser på former, størrelser og farger. (Olafsen et al., 2020a, s.8) Deretter går en videre til å jobbe med begrepene “flest”, “færrest” og “like mange”. (Olafsen et al., 2020a, s. 12) Det legges også vekt på begreper for plassering: “foran”, “bak”, “først”, “i midten” og “sist” som er viktig når elevene skal telle. (Olafsen et al., 2020a, s. 36) Boka har også et heldekkende detaljbilde som legger til rette for samtale, og hvor elever kan bruke begrepene til å beskrive hva de ser og få bedre forståelse for begrepene. (Olafsen et al., 2020a, s. 6-7) Det er flere slike detaljbilder gjennom bøkene hvor lærer og elever kan telle og bruke begreper i samtale. Under er et eksempel på hvordan *Volum 1a – Elevbok* presenterer begreper for elevene og illustrerer hva de betyr.



Figur 3 - relasjonsbegreper

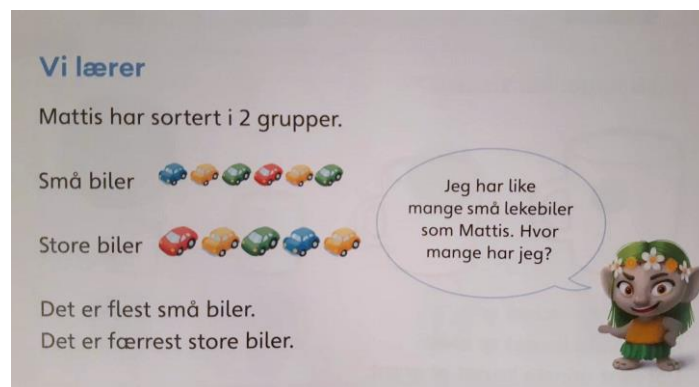
Her blir elevene introdusert for begrepene “flest”, “færrest” og “like mange” og får det illustrert. (Olafsen et al., 2020a, s. 12) Leksjoner som denne er gjennomgående både i *Volum 1a – Elevbok* og *Volum 1b – Elevbok* og kommer gjerne før elevene får oppgaver hvor de trenger begrepene. Elevene får en systematisk oversikt over begreper de trenger og kan bla tilbake senere og sjekke om de glemmer hva begrepene betydde, men det forutsetter at elevene kan lese. Under er et eksempel på en oppgave hvor elevene må bruke begreper riktig for å kunne løse oppgaven.



Figur 4 - relasjonsbegreper

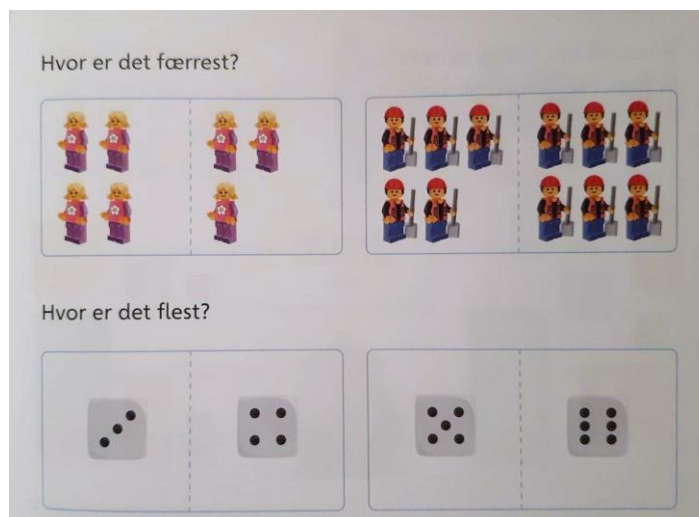
Her skal elevene sortere enkelte objekter de finner i bildet og sette strek til riktig begrep, og får dermed øvd på å bruke begrepene. (Olafsen et al., 2020a, s. 20) Oppgaven kan løses uavhengig av om elevene har lært å telle ennå. *Volum 1a – Elevbok* har også lignende oppgaver som i figur 6 i *Matematikk 1* hvor elevene skal markere mengder med flest og færrest objekter.

Matematikk 1 starter hvert kapittel med en forside hvor viktige begreper står listet opp sammen med målene for kapittelet. I tillegg er det en historie til forsiden for hvert kapittel, som står i lærerveiledningen, som læreren kan lese for elevene. *Matematikk 1a - Grunnbok* starter kapittel 1 med en historie hvor elevene møter en del relasjonsbegreper som “størst”, “minst” og “eldst” flere ganger. (Dahl & Nohr, 2020a, s. 7) Dette er en måte elevene kan repetere og lære begrepene i flere sammenhenger, og også en måte å lære begrepene på en spennende og meningsfull måte uten at elevene tenker over det. Likevel starter *Matematikk 1* med telling og jobber mer med relasjoner og relasjonsbegreper fra kapittel 2 og utover. Fra kapittel 2 og utover fokuserer boka på relasjonsbegrepene “like mange”, “flest - færrest” og “lik - forskjellig”, (Dahl & Nohr, 2020c, s. 29) og relasjonsbegrepene “først – mellom – sist” i tillegg til “en mer” og “en mindre”, blant annet. (Dahl & Nohr, 2020c, s. 53) Det brukes mye relasjonsbegreper i både bøkene *Matematikk 1a - Grunnbok* og *Matematikk 1b – Grunnbok*. Det er både instruksjoner og oppgaver hvor elevene får ta begrepene i bruk. Under ser vi et eksempel på hvordan *Matematikk 1a – Grunnbok* jobber med relasjonsbegreper.



Figur 5 - relasjonsbegreper

Her er fokuset at elevene skal lære seg begrepene “flest” og “færrest” i tillegg til telling, og figuren spør også om “like mange”. (Dahl & Nohr, 2020c, s. 42.) Lærerveiledningen oppfordrer også lærer til samtale om begrepene og til å lage setninger med dem på tavla. (Dahl & Nohr, 2020a, s. 42) Dette eksempelet har også en ekstra utfordring fordi elevene kan ha en misoppfatning og tenke at store ting er flere og små ting er færre, men her er det flere av de små bilene og færre av de store. De får altså utfordret begrepsforståelsen sin med at det kan være flere og færre av en ting uavhengig av størrelsen. På neste side er et annet eksempel på en oppgave fra *Matematikk 1a – Grunnbok*, og slike finner en igjen flere steder i boka.



Figur 6 - relasjonsbegreper

I denne oppgaven skal elevene sette ring rundt flest eller færrest objekter. Det jobbes med begrepene gjennom flere slike og lignende oppgaver og oppgaver, og her får elevene repetert begrepene og oppgaven legger også grunnlag for sammenligning av mengder. (Dahl & Nohr, 2020c, s. 47)

Begge læreverkene har altså fokus på å lære seg relasjonsbegreper og kunne bruke dem tidlig. Likevel ser det ut til at *Volum 1* har noe større fokus på begrepsinnlæring enn *Matematikk 1*, altså at de tar i bruk noe flere fagbegreper som trengs til seinere i utdanningsløpet og starter med det litt tidligere i bøkene.

4.2 Telling

Både *Matematikk 1* og *Volum 1* har stort fokus på telling i begynnelsen. I lærerveiledningen til *Matematikk 1a* står det at de fokuserer på “telling som basis og grunnlag for regning”. (Dahl & Nohr, 2020a, s. VIII) Videre går lærerveiledningen igjennom hvordan barn utvikler telleferdigheten fra barnehagealder og til “telling er etablert”. Det å kunne telle fra annet tall enn 1 er blant annet skrevet opp som en del av denne utviklingen. De har også tips til hvordan en kan se at barna har utviklet forståelse for prinsippene. (Dahl & Nohr, 2020a, s. XII) Bakerst i lærerveiledningen er det en kartlegging av tellekompetanse som læreren kan bruke. (Dahl & Nohr, 2020a, s. 136-139) Vi ser dette fokuset på telling i *Matematikk 1a - Grunnbok* ved at boka starter med telling i første kapittel, hvor barna får utforske tall og telling og mengder. I fjerde kapittel går *Matematikk 1a* gjennom hvert tall så barna blir kjent med ett tall om gangen og lærer seg hvor mange det er. I *Matematikk 1b* –

Grunnbok repeteres også telling, men med høyere tall. Ellers må elevene bruke telling for å løse oppgaver gjennom størsteparten av begge grunnbøkene. Jeg kan ikke gå inn på alt bøkene har om telling av hensyn til oppgavens omfang, men går dypere inn på hvordan de jobber med kobling av mengder til tall og det å starte telling fra annet tall enn 1.

I motsetning til *Matematikk 1a - Grunnbok* har *Volum 1a - Elevbok* fokus på begreper og sammenligning av mengder først, deretter kommer telling i leksjon 3. En grunn til at *Volum 1a - Elevbok* venter så lenge med å begynne tellingen kan være for å gi noen elever ekstra tid til å modnes og lære begrepene før en begynner med telling. I begynnelsen trenger ikke barna å kunne telle når de sammenligner mengder, så disse oppgavene kan muligens bygge mer på subitizing. Jeg kommer nærmere inn på dette i kapittelet om sammenligning av mengder. Når de begynner med telling i leksjon 3, er dette støttet av tellestreker, og i leksjon 4 kommer den første systematiske telleopplæring og en oversikt over tallene fra 1-10. Boka viser også hvordan elevene kan telle på fingrene. (Olafsen et al., 2020a, s. 50) I tillegg har både *Volum 1a – Elevbok* og *Volum 1b – Elevbok* et par heldekkende illustrasjoner over en dobbeltside hvor det er mange ting å telle, noe som gir rom for at lærer og elever kan telle sammen, og for eksempel øve på abstraksjonsprinsippet med hva som kan telles sammen.

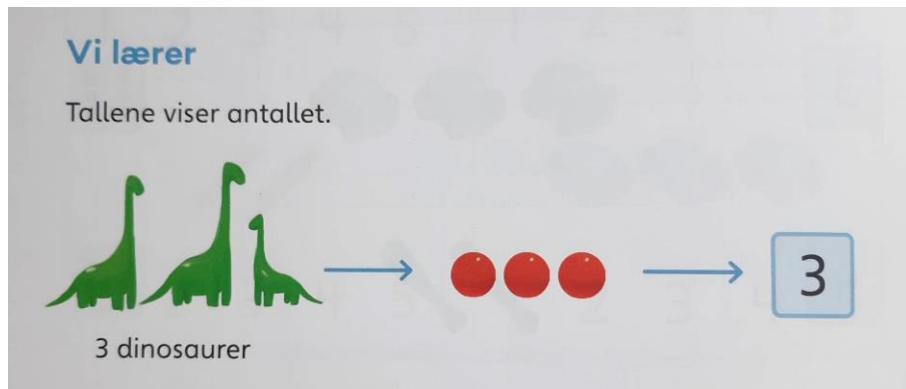
4.2.1 Koble mengde til tall

Både *Matematikk 1* og *Volum 1* har oppgaver hvor elevene skal jobbe med kobling av mengder og tall, som teorien sier er viktig for tallforståelse. Likevel har de en noe ulik tilnærming. *Matematikk 1a - Grunnbok* fokuserer på kobling av mengder og tall tidlig i boka, mens i *Volum 1a - Elevbok* kommer det litt seinere. I *Volum 1a – Elevbok* er det ikke et eget kapittel som handler om kobling av tall og mengder, men det er oppgaver litt spredt utover boka. I *Matematikk 1a – Grunnbok* finner en denne type oppgaver hovedsakelig i første del av boka. Ellers har verkene ganske like type oppgaver.

Lærerveiledning til *Matematikk 1a* skriver i forbindelse med kobling av mengde og tall at “Elevene må forstå at tallsymbolene representerer en konkret mengde.” (Dahl & Nohr, 2020a, s.18)

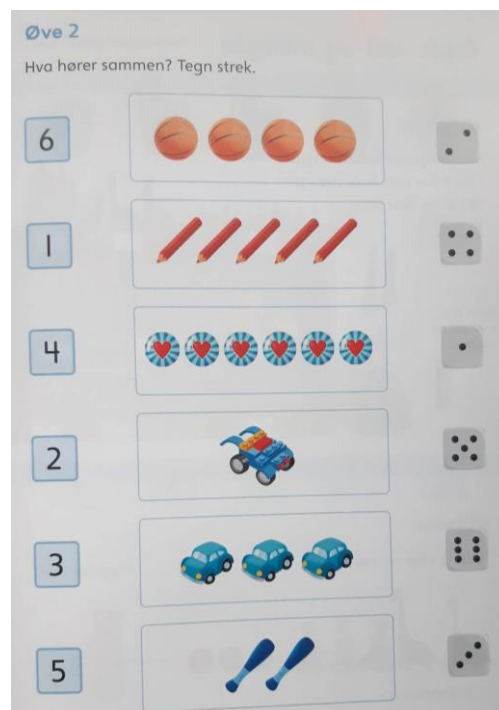
Oppgavene er altså en inngang til å forstå hva tallsymbolene representerer, og det er oppgaver med kobling av tall og mengder allerede i første kapittel. *Matematikk 1a - Grunnbok* starter for eksempel med å presentere de laveste tallene, fra 1 og opp til 10, og har telleoppgaver og oppgaver med kobling av mengder, tallsymboler og tallord. (Dahl & Nohr, 2020c, s. 8-17) For å vise hvordan

Matematikk 1a – Grunnbok jobber med kobling av tall og mengder har jeg tatt med et eksempel hvor boka forklarer sammenhengen mellom en gruppe objekter, mengde og tall.



Figur 7 - Koble tall og mengde

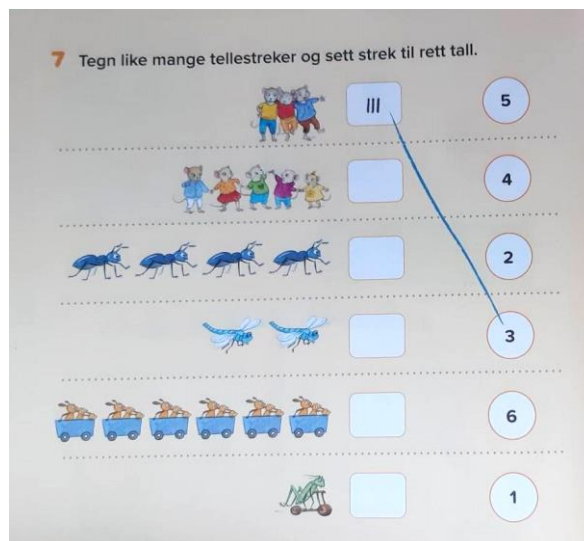
Her viser boka hvordan objekter av ulik størrelse telles som tre objekter og knyttes til symbolet "3". (Dahl & Nohr, 2020c, s. 18). Dette hjelper elevene å få forståelse for sammenhengen mellom tall og mengder, og det hjelper også elevene til å forstå abstraksjonsprinsippet, hva som er mulig å telle. Elevene kan se at tre dinosaurer med ulik størrelse kan telles som tre objekter og knyttes til tallsymbolet "3". Under er et eksempel på en oppgave med kobling av tall og mengder.



Figur 8 - Koble tall og mengde

Her får elevene prøve seg med å koble et antall objekter til riktig tallsymbol og til riktig antall på terningen. (Dahl & Nohr, 2020c, s. 17) De får også her øvd på abstraksjonsprinsippet ved at uansett hvilket objekt som telles, kan det kobles til tilsvarende antall øyne på terningen. De får også øvd på kardinalitetsprinsippet når de knytter mengden til tallsymbolet, altså at det er det siste tallet i tallrekka som forteller hvor stor mengden er, og det er dette tallet de setter strek til.

Ser vi på *Volum 1a – Elevbok* så er det mye fokus på å koble mengde til riktig tall i begynnelsen av boka, og det å telle mengder er gjennomgående i boka. Likevel jobber boka med begreper som “flere” og “færre” før de begynner med telling. De har også oppgaver hvor en skal sammenligne mengder, men uten at elevene trenger å telle for å løse oppgaven. Boka har første oppgave hvor elevene skal koble mengde til tall på side 40. Derfra jobbes det med å telle og koble mengde til riktig tall i stor grad, og det er tydelig at dette har stort fokus i boka. Kobling av mengde, tall og tellestreker gjentas også når nye tall introduseres, og har størst fokus i første halvdel i *Volum 1a – Elevbok*. Under er en eksempeloppgave fra *Volum 1a – Elevbok* hvor elevene skal jobbe med kobling av tall og mengder.



Figur 9 - Koble tall og mengder

Her introduseres det å koble mengder til riktig tall, og elevene må i tillegg tegne tellestreker. (Olafsen et al., 2020a, s. 40) På samme måte som på figur 7 i *Matematikk 1a – Grunnbok* får elevene se sammenhengen mellom de ulike gruppene og mengden som representeres gjennom tellestrekene og tallsymbolet. Oppgaven er tilpasset nivået elevene antas å ha kommet til når det kommer til abstraksjonsprinsippet, altså at de teller like grupper, men at selv om musene er litt ulike

telles de i samme gruppe. De får også øvd på kardinalitetsprinsippet med at det er det siste tallet som avgjør mengden og som de skal sette strek til.

4.2.2 Starte telling fra annet tall enn 1

Volum 1 starter ganske tidlig med å telle fra et annet tall enn 1, og har flere oppgaver med det i *Volum 1a - Elevbok* og mange oppgaver i *Volum 1b - Elevbok*. *Matematikk 1* har oppgaver med telling fra annet tall enn 1, men i mindre grad enn *Volum 1*. Jeg ser vanligvis på innholdet i oppgavene, ikke mengden, men akkurat her ser jeg på omfanget av oppgavene for å gi et bilde av hvor mye de jobber med telling fra annet tall enn 1. Dette er fordi oppgavene er ganske like, og det som skiller bøkene er stort sett mengden oppgaver.

Matematikk 1a - Grunnbok har én oppgave som går på telling fra annet tall enn 1, mens i *Matematikk 1b - Grunnbok* er det flere lignende oppgaver hvor elevene teller fra annet tall enn 1 og fyller inn tall som mangler. *Matematikk 1b – Grunnbok* forklarer også hvordan elevene kan lage en gruppe med 10 først, deretter telle videre som en regnestrategi. (Dahl & Nohr, 2020d, s. 8) Under er et eksempel på en oppgave hvor elevene skal telle videre fra et annet tall enn 1.

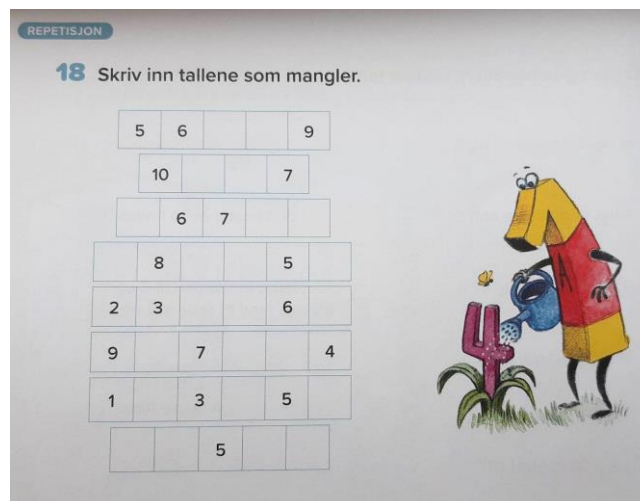


Figur 10 - Starte telling fra annet tall enn 1

I denne oppgaven i *Matematikk 1a - Grunnbok* skal elevene telle fra annet tall enn 1 ved å fylle inn tall som mangler, i tallrekker som kan starte på andre tall enn 1. (Dahl & Nohr, 2020c, s. 61) Det er også på siden før en illustrasjon av tallene fra 1 til 10 i riktig rekkefølge som elevene kan støtte seg til når de skal gjøre oppgaven. (Dahl & Nohr, 2020c, s. 60) Ved å velge tall selv i oppgaven kan elevene også tilpasse oppgaven til sitt nivå. Lærerveiledningen i tilknytning til oppgaven understreker at “Elevene har god tellekompetanse når de kan starte midt i tallrekka og telle videre forover”. (Dahl & Nohr, 2020a, s. 61) Lærerveiledningen oppfordrer også læreren til å legge merke til om elevene teller fra 1 eller om de kan starte fra et annet tall.

I *Volum 1a - Elevbok* er det flere oppgaver som går direkte på dette med å telle fra et annet tall enn 1, og disse oppgavene bruker lave tall, fra 1-10. Boka bruker også telling fra annet tall enn 1 i forbindelse med addisjon ved at de har en oppgave med tallinje hvor en pil forklarer at en må telle to oppover fra tallet to for å finne ut at to pluss to er fire. (Olafsen et al., 2020a, s. 96)

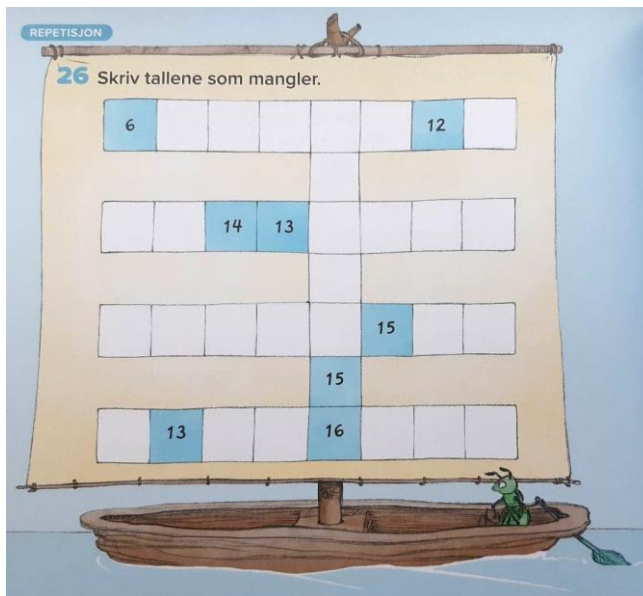
I *Volum 1b - Elevbok* ser en at det er mange flere oppgaver som går på det å telle fra annet tall enn 1 som dukker opp med jevne mellomrom. Disse oppgavene er ofte lagt opp som små “kryssord” hvor elevene fyller inn tall som passer. Disse oppgavene bruker også større tall, og har noe telling nedover. De har også gjerne med telling to og to av gangen, men hovedsakelig vanlig tellerekkefølge. *Volum 1* har altså mye fokus på dette med å kunne telle fra et annet tall enn 1, og under er to eksempler på dette.



Figur 11 - Starte telling fra annet tall enn 1

I denne oppgaven i *Volum 1a - Elevbok* skal elevene fylle inn tallene som mangler. De får øve på å starte telling fra et annet tall enn 1 ved at tallrekkene starter på ulike tall. De får også øve på tallrekka ved at tallrekkene går både forover og bakover. (Olafsen et al., 2020a, s. 188) Som vi ser

kommer denne oppgaven ganske langt bak i boka, så dette med å starte telling fra et annet tall enn 1 kommer seinere enn kobling av mengder til tall.



Figur 12 - Starte telling fra annet tall enn 1

Denne oppgaven er fra *Volum 1b – Elevbok* og her er det samme type oppgave, men den avanserer med høyere tall. (Olafsen et al., 2020b, s. 132) Slike oppgaver finner vi flere av gjennom bøkene og elevene får også øvd på tallrekka og ordinalitetsprinsippet.

Begge verkene har altså oppgaver med kobling av mengder til tall og oppgaver hvor elevene starter å telle fra annet tall enn 1. I tillegg har vi sett at *Matematikk 1a - Grunnbok* starter rett på telling, mens *Volum 1a - Elevbok* fokuserer mer på begreper og sammenligning av mengder før telling.

4.3 Sammenligne mengder

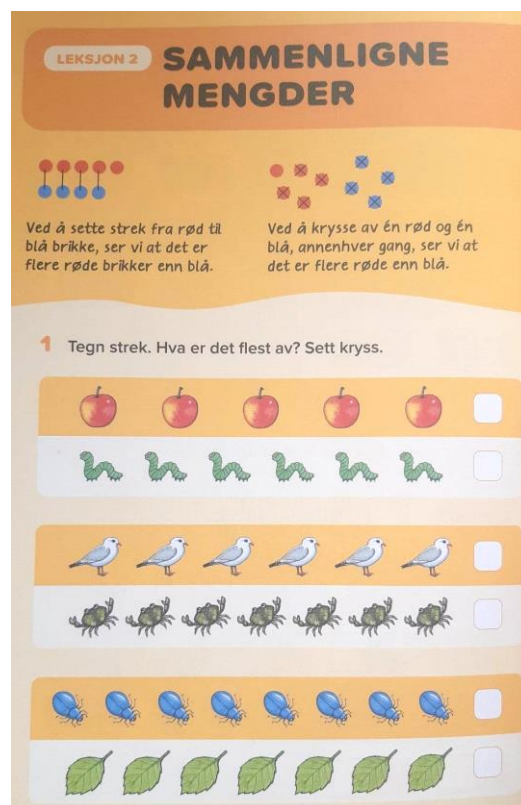
I både *Matematikk 1* og *Volum 1* er det å jobbe med sammenligning av mengder sentralt. Likevel har læreverkene noe ulik måte å jobbe på som vi skal se i dette kapittelet.

4.3.1 Symbolsk og ikke-symbolsk sammenligning av mengder

Volum 1a – Elevbok begynner å jobbe med ikke-symbolsk sammenligning av mengder ved å ha en del varierte oppgaver hvor elevene skal se på ulike grupper med objekter og finne ut hvor det er

flest, færrest og like mange. (Olafsen et al., 2020a, s. 12-35) Oppgavene har en klar sammenheng, de ligner eller de fleste oppgaver følger noenlunde samme mønster, så oppgavene blir lette å jobbe med. Dette danner et grunnlag for å kunne jobbe med symbolske sammenligningsoppgaver seinere. *Volum 1a - Elevbok* begynner altså med sammenligning av mengder før tall, og elevene trenger ikke å kunne telle for å se hvor det er flest. Dette kan gi elever som ikke har lært telling eller tallsymbolene mestring i begynnelsen, og elevene får tid til å modne med oppgaver hvor det sammenlignes mye ikke-symbolsk før det blir fokus på tallene.

I eksempelet nedenfor fra *Volum 1a – Elevbok* får elevene en innføring i hvordan de kan gå fram for å finne ut hvilken mengde som har flest objekter ved å krysse ut eller sette strek for hver ting i gruppa de sammenligner slik at de ikke trenger å kunne telle for å løse oppgaven. Dette er altså ikke-symbolsk sammenligning, og under instruksjonen får elevene prøve ut selv. (Olafsen et al., 2020a, s. 22)









Figur 13 - Ikke-symbolsk sammenligning.

Her legger boka til rette for at elevene skal lære seg å sammenligne mengder ved å ta høyde for hvilket nivå elevene befinner seg på. Ikke alle førsteklassinger kan telle, og boka tar derfor utgangspunkt i barnas naturlige utvikling, altså at sammenligning av mengder er en medfødt

egenskap, og utvikler det videre. Jeg har valgt eksempelet over fordi det viser hvordan elevene introduseres for sammenligning av mengder, og det ligner på andre oppgaver i boka, så oppgaven er representativ for hvordan boka jobber med sammenligning av mengder. Selv om boka viser hvordan elevene kan sammenligne mengder er det sammenligningsoppgaver tidligere i boka, men fra nå blir det flere objekter i mengden å holde styr på.

Boka introduserer addisjon ganske tidlig og slik jeg har forstått det tar utgangspunkt i sammenligning av mengder som grunnlag og overgang til addisjon og subtraksjon. Det er lite ren symbolsk sammenligning i læreverket, ettersom boka går raskt over til addisjon og subtraksjon når tallene introduseres. På grunn av fokuset på addisjon og subtraksjon er det også lite symbolsk sammenligning i *Volum 1b – Elevbok*. Likevel har jeg tatt med et eksempel nedenfor fra *Volum 1a – Elevbok* hvor elevene får øve på både symbolske og ikke-symbolske sammenligningsoppgaver.

20 Sett inn = eller \neq .

$2 + 1$	<input type="text"/>	3	$ $	<input type="text"/>	$ $
	<input type="text"/>			<input type="text"/>	
	<input type="text"/>		$1 + 1 + 1$	<input type="text"/>	$0 + 0 + 1 + 1$
$ + $	<input type="text"/>	$ $	$2 + 1$	<input type="text"/>	$1 + 2$
en + en	<input type="text"/>	to	tre	<input type="text"/>	en + en + en

Figur 14 - Ikke-symbolsk og symbolsk sammenligning av mengder

Her skal elevene sammenligne to mengder ved å sette “er lik” eller “er ikke lik”. (Olafsen et al., 2020a, s. 90) Denne oppgaven viser sammenhengen mellom symbolsk og ikke-symbolsk sammenligning, og kan lette overgangen fra ikke-symbolsk sammenligning til symbolsk sammenligning ved å ta i bruk både objekter som elevene kjenner godt til fra før og tallsymboler som barna skal lære å sammenligne. Elevene får erfare hvordan alt er mengder som kan sammenlignes på lik linje, uavhengig av hvordan det representeres, som tallsymboler, tallord,

objekter eller tellestreker, eller regnestykker hvor det også brukes tallsymboler, tallord eller tellestreker. Dette er også med på å legge grunnlag for addisjon og subtraksjon, som jeg kommer tilbake til i neste delkapittel.

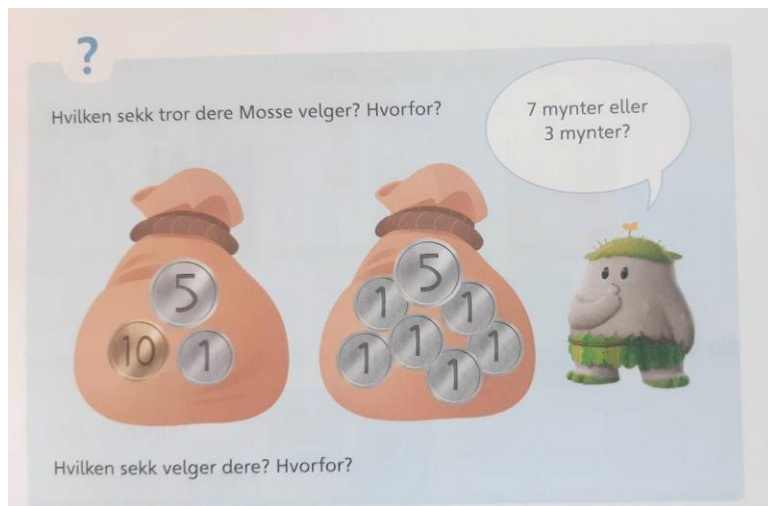
I *Matematikk 1a – Grunnbok* er det flest oppgaver som handler om sammenligning av mengder i kapittel 2 som handler om å ordne, og sammenligning av mengder har mye fokus her. Elevene lærer seg hva “lik” og “forskjellig” betyr, og det er en del oppgaver hvor elevene skal bestemme hvor det er flest og færrest i ulike mengder. Boka har i likhet med *Volum 1a – Elevbok* ikke-symbolsk sammenligning, men starter med telling i kapittel 1 og knytter tallsymboler til mengder tidligere så det kan bli naturlig å telle i oppgavene med sammenligning av mengder. I lærerveiledningen er det også oppfordring til lærer om å snakke med elevene om hvordan de kan finne ut hvor det er flest, ved å telle, se hvor objektene står tette, eller markere en og en fra hver gruppe dersom de ikke kan telle godt nok. (Dahl & Nohr, 2020a, s. 45) Selv om det er ikke-symbolsk sammenligning, går det også an for lærer å se om de teller eller bruker andre strategier for å avgjøre hvor det er flest eller færrest. Jeg skal snakke mer om å jobbe med telling før sammenligning av mengder eller motsatt i drøftingsdelen siden *Volum 1* og *Matematikk 1* gjør det på forskjellig måte. Nedenfor er et eksempel fra *Matematikk 1a - Grunnbok* hvor elevene jobber med ikke-symbolsk sammenligning av mengder.



Figur 15 – Ikke-symbolsk sammenligning av mengder

I denne oppgaven får elevene øve seg på å fordele mengder slik at den ene får flest og den andre færrest. (Dahl & Nohr, 2020c, s. 44) Her må elevene tenke for å finne ulike kombinasjoner som kan gi flere jordbær til Mosse og færre til Milli. Elevene trenger ikke å kunne telle her, men kan bruke telling dersom de føler seg trygg på det.

Matematikk 1 har en del fokus også på symbolsk sammenligning. Nedenfor er en oppgave fra *Matematikk 1b – Grunnbok* hvor elevene får en repetisjon av sammenligning av mengder, og de må også kunne symbolsk sammenligning av mengder for å kunne løse oppgaven. (Dahl & Nohr, 2020d, s. 23)



Figur 16 - Symbolsk sammenligning av mengder

Dette er en tenkeoppgave hvor elevene virkelig får testet om de forstår den symbolske sammenligningen. Dersom elevene fortsatt sammenligner ikke-symbolsk, vil de velge sekken med flest mynter. Hvis de derimot forstår verdien av de høyere myntene, kan legge dem sammen og dermed få to tallsymboler som sammenlignes, vil de velge den med færrest mynter. Det går også an å løse oppgaven uten å regne ut summen i hver sekk, men se at sekken med færrest mynter likevel vil få en høyere sum enn den andre. Dette krever at eleven forstår hva tallsymbolene betyr. For å gjøre det enda mer komplisert sier Mosse: “7 mynter eller 3 mynter?”, og selv om dette er symbolsk sammenligning, at 7 er høyere enn 3, må elevene holde tunga rett i munnen og fortsatt ta høyde for at noen mynter er verdt mer enn andre. Sekken med færrest mynter er likevel verdt mer og sekken med flest mynter er verdt mindre.

4.3.2 Sammenligning av mengder som overgang til addisjon og subtraksjon

Volum 1a - Elevbok har sammenligningsoppgaver med et visst antall flere eller færre som legger grunnlag for senere addisjon og subtraksjon. *Matematikk 1a - Grunnbok* tar ikke i bruk dette, boka bruker heller regnefortellinger med penger som inngang til addisjon og subtraksjon. *Volum 1a – Elevbok* bruker sammenligning av mengder når de begynner med addisjon ved å se på mengder som er like og ikke like, og derfra jobbe med to mengder som til sammen er lik en annen mengde.

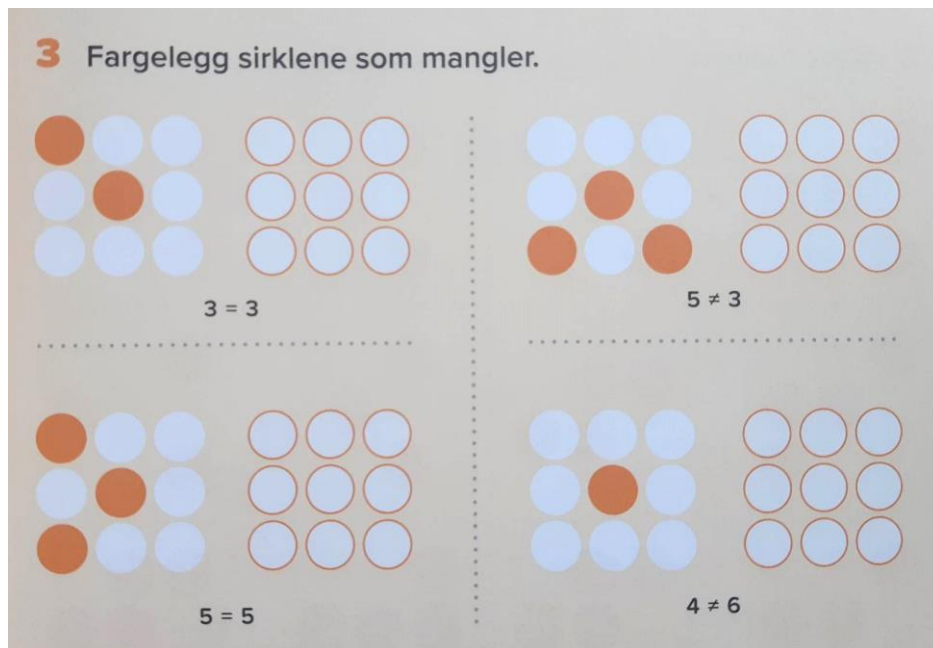
I *Volum 1a – Elevbok* jobbes det som nevnt med ikke-symbolsk sammenligning av mengder tidlig og deretter utvikles sammenligningen av mengder til å handle om et visst antall flere eller færre, hvor de bruker tall fra 1-5, beskrevet med tallord. (Olafsen, 2020a, s. 26-35) Tallsymboler introduseres etter dette. Dette legger grunnlag for senere addisjon og subtraksjon, selv om det er et godt stykke i boka fra de jobber med et antall flere og færre til de begynner å jobbe med addisjon og subtraksjon. Ved å jobbe med et antall flere eller færre får elevene erfaring med forskjellen mellom mengdene, som vi så i teorien legger grunnlag for addisjon og subtraksjon. Under er et eksempel fra *Volum 1a - Elevbok* hvor elevene jobber med én mer og én færre.



Figur 17 - Hvor mange flere eller færre?

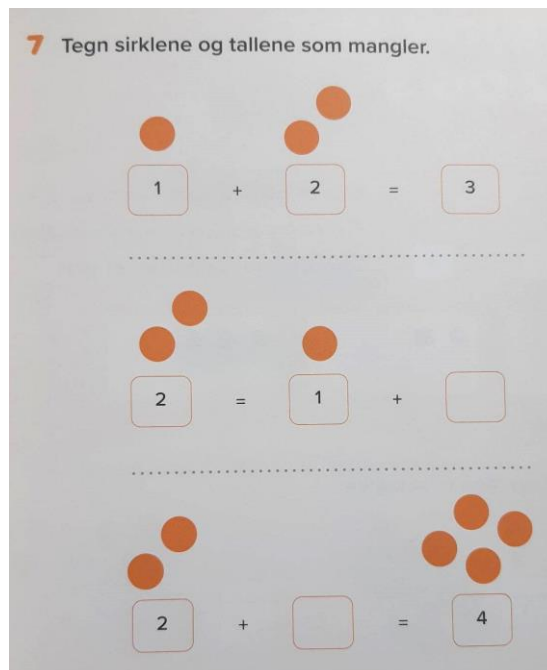
Dette er første oppgave i *Volum 1a – Elevbok* hvor elevene skal jobbe med et bestemt antall flere eller færre. De skal tegne inn én mer eller én færre. (Olafsen et al., 2020a, s. 26) Dette legger grunnlag for addisjon med 1 og subtraksjon med 1, som var viktig å kunne idet elevene gikk ut av 1. trinn ifølge studien til Howell & Kemp som nevnt i kapittel 2.2.1.

Volum 1a – Elevbok går ikke direkte fra oppgaver med et antall flere eller færre til addisjon og subtraksjon, men bruker sammenligning av to mengder hvor elevene setter “er lik” og “er ikke lik”. Boka har også en del oppgaver som er i grenseland mellom sammenligning av mengder og addisjon og subtraksjon. Eksemplene under viser hvordan boka har en gradvis overgang fra sammenligning av mengder til å jobbe med addisjon og subtraksjon.



Figur 18 – Ikke-symbolsk og symbolsk sammenligning av mengder som grunnlag for addisjon og subtraksjon

I denne oppgaven i *Volum 1a - Elevbok* skal eleven fargelegge sirklene slik at antall prikker samsvarer med regnestykket som hører til. (Olafsen et al., 2020a, s. 81) Meningen med oppgaven er at elevene skal få forståelse for hva symbolene “er lik” og “er ikke lik” betyr. Jeg ser på dette som en sammenligningsoppgave fordi de skal se på mengder som er like eller ikke like. Det er både symbolsk og ikke-symbolsk sammenligning av mengder, fordi elevene må kunne symbolsk sammenligning for å løse oppgaven ettersom de må fylle inn slik at antall prikker stemmer med regnestykket. Dette legger grunnlag for addisjon og subtraksjon som jeg skal utdype nærmere i diskusjonsdelen. Videre går boka over til addisjonsstykker med visuell støtte, altså prikker som ligner veldig på de tidligere oppgavene i figur 18, som vist i eksempelet på neste side.



Figur 19 – Overgang fra sammenligning av mengder til addisjon og subtraksjon

Her skal elevene skrive inn tall og tegne inn prikker slik at regnestykkene stemmer. (Olafsen et al., 2020a, s. 83) Boka legger altså opp til en gradvis overgang fra sammenligning av mengder til addisjonsstykker. Med disse oppgavene lærer barna med en gang at det skal være like mange på hver side. Dette skaper god forståelse for hvordan regnestykker fungerer ved å presentere det mer som en vektstang med to mengder, hvor den totale mengden skal være lik på begge sider enn på måter hvor elevene kan få den klassiske misoppfatningen at likhetstegnet kun betyr at svaret skal skrives her. Etter disse oppgavene blir sammenligning av mengder erstattet av regnestykker som er gjennomgående i hele resten av *Volum 1a - Elevbok*.

Matematikk 1a - Grunnbok har lite fokus på sammenligningsoppgaver med et antall flere eller færre, men det dukker opp enkelte steder. I forbindelse med oppgaver hvor elevene skal sortere tall i stigende rekkefølge nevnes det i lærerveiledningen at for å utvide oppgaven kan man stille spørsmål til elevene som “Hvilket tall er én mer enn...?” og “Hvilket tall er én mindre enn...?”. (Dahl & Nohr, 2020a, s. 63) Dette er da i forbindelse med telling og ordinalitet. Siden dette med å jobbe med et antall flere eller færre har vært av en så liten grad, og heller i forbindelse med ordinalitet og telling, ser jeg det ikke som hensiktsmessig å vise eksempler her. Som inngang til addisjon og subtraksjon bruker *Matematikk 1* istedenfor blant annet tallvenner, altså del-hele-relasjon, som *Volum 1a – Elevbok* ikke bruker i like stor grad, derfor fokuserer jeg mer på det i neste del om addisjon og subtraksjon.

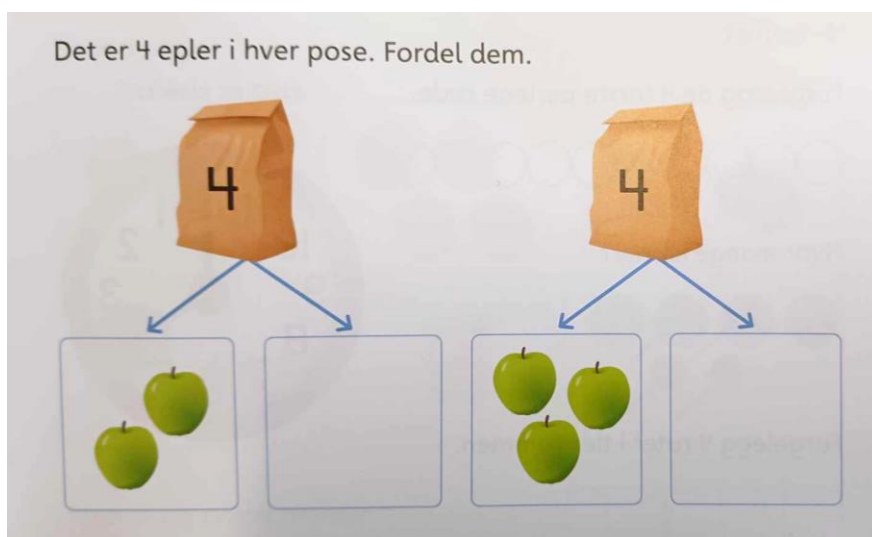
4.4 Addisjon og subtraksjon

Læreverkene har forskjellig måte å jobbe med addisjon og subtraksjon. *Matematikk 1* har addisjon og subtraksjonsoppgaver tidlig, men stiller det ikke opp som klassiske regnestykker, mens *Volum 1* har regnestykker tidlig i verket. Generelt har *Matematikk 1* en mer hverdagslig og praktisk tilnærming, mens *Volum 1* har en mer teoretisk tilnærming. Addisjon og subtraksjon er et stort tema og av hensyn til oppgavens omfang har jeg begrenset meg til to temaer, del-hele-relasjon og automatisering av enkle regnestykker.

4.4.1 Del-hele-relasjon

Matematikk 1a - Grunnbok starter med addisjon og subtraksjon i kapittel 4 samtidig med at tallene fra 0-10 gjennomgås. Her er det illustrerte tekstoppgaver som handler om å kjøpe ulike ting for en liten sum med penger. Elevene må finne ut av hvor mye de har råd til, for eksempel ved å se på hvor mye to epler koster, uten at det brukes pluss, likhetstegn eller tallsymboler. I kapittel 5 jobbes det med del-hele-relasjon i form av "tallvenner". Her er det fokus på å se de ulike kombinasjonene som til sammen blir ett tall, så det jobbes også med kompensasjon og ekvivalens.

Matematikk 1a – Grunnbok begynner tidlig med å jobbe med del-hele-relasjon ved ha oppgaver hvor elevene skal telle objekter og fylle dem inn i tier-rammer. (Dahl & Nohr, 2020c, s. 54-56) Boka begynner også å jobbe litt med del-hele-relasjon på side 85 som vist i eksempelet nedenfor.



Figur 20 - Oppgave med del-hele-relasjon

Her ser vi hvordan boka jobber med del-hele-relasjon. Boka tar utgangspunkt i en hverdags situasjon som barna kan relatere til med epler som er oppi en pose. Eksempelet bruker både tallsymbol, firetallet som beskriver hvor mange epler som er i posen, og konkrete, altså bilder av eplene som skal fordeles. (Dahl & Nohr, 2020c, s. 85) Det jobbes også med kompensasjon og ekvivalens ved at barna ser at både to og to epler og tre og ett eple blir fire til sammen.

Litt seinere i *Matematikk 1a - Grunnbok*, i kapittelet som handler om tallvenner, er del-hele-relasjonen i fokus. Det er oppgaver med både tallsymboler og objekter i hverdags situasjoner. De kaller det tallvenner for eksempel til seks, og da er blant annet to og fire tallvennene til seks. Å kalle det tallvenner istedenfor kompensasjon og ekvivalens er også med på å gjøre det mer hverdagslig og forståelig for 1. klassingene. Nedenfor er et eksempel på en oppgave med tallvenner.

?

6 barn leker sammen.
På hvor mange forskjellige måter kan de dele seg i to grupper?

Bruk klosser, og tegn i kladdeboka.



Vis hvordan du kan dele opp mengden.

<div style="border: 1px solid blue; padding: 5px; width: 40px; margin: 0 auto;">6</div> <div style="display: flex; justify-content: space-around; margin-top: 10px;"> <div style="border: 1px solid gray; width: 30px; height: 30px;"></div> <div style="border: 1px solid gray; width: 30px; height: 30px;"></div> </div>	<div style="border: 1px solid blue; padding: 5px; width: 40px; margin: 0 auto;">6</div> <div style="display: flex; justify-content: space-around; margin-top: 10px;"> <div style="border: 1px solid gray; width: 30px; height: 30px;"></div> <div style="border: 1px solid gray; width: 30px; height: 30px;"></div> </div>	<div style="border: 1px solid blue; padding: 5px; width: 40px; margin: 0 auto;">6</div> <div style="display: flex; justify-content: space-around; margin-top: 10px;"> <div style="border: 1px solid gray; width: 30px; height: 30px;"></div> <div style="border: 1px solid gray; width: 30px; height: 30px;"></div> </div>
5 og <input style="width: 20px;" type="text"/> er 6	3 og <input style="width: 20px;" type="text"/> er 6	1 og <input style="width: 20px;" type="text"/> er 6
4 og <input style="width: 20px;" type="text"/> er 6	2 og <input style="width: 20px;" type="text"/> er 6	0 og <input style="width: 20px;" type="text"/> er 6

Figur 21 - Oppgave med del-hele-relasjon

Her får elevene se ulike kombinasjoner som kan bli til seks og får øvd på del-hele-relasjon. Det er både en praktisk situasjon og situasjonen blir vist mer teoretisk som en oppgave med tallvenner like etter, så elevene ser sammenhengen mellom praktiske situasjoner og hvordan situasjonen kan skrives som med tallsymboler. (Dahl & Nohr, 2020c, s. 115) Elevene blir også oppfordret til å bruke klosser og til å tegne, så tallvennene blir representert på mange ulike måter. På denne måten

kan alle elevene forstå prinsippet enten de forstår best ved å se tallsymboler, tegninger eller jobbe med klosser.

Matematikk 1 bruker altså del-hele-relasjon som en måte elevene kan lære seg addisjon og subtraksjon på, men bruker først hverdagsituasjoner hvor elevene løser oppgaver med addisjon og subtraksjon, men ikke stilt opp som regnestykke, kun som tekstoppgaver med penger hvor elevene må tenke selv. Til slutt er det regnestykker stort sett i sammenheng med regnefortellinger, og dette kommer i *Matematikk 1b – Grunnbok*.

Volum 1 har mange oppgaver med del-hele-relasjon, hvor en del av disse ligner på oppgavene med tallvenner fra *Matematikk 1*. Oppgavene med del-hele-relasjon i bøkene er ofte knyttet opp mot addisjon og subtraksjon, hvor elevene må tenke seg til hvilke tall som skal være i rutene for at summen eller differansen skal stemme. Som vi så i kapittel 4.3 tar *Volum 1a - Elevbok* utgangspunkt i sammenligning av mengder akkurat i overgangen til addisjon og subtraksjon, boka bruker også oppgaver med del-hele-relasjon til å støtte forståelsen for addisjon og subtraksjon. Under har jeg tatt med et eksempel på en oppgave som handler om kompensasjon og ekvivalens og dermed støtter forståelsen for del-hele-relasjonen.

11 Skriv regnestykket.

Fargelegg etter samme mønster

2 =

3 =

4 =

5 =

Figur 22 – Oppgave med del-hele-relasjon og kompensasjon og ekvivalens

I oppgaven på forrige side skal elevene jobbe med fire forskjellige tall og se hvor mange ulike kombinasjoner av tall og mengder som til sammen blir tallet. (Olafsen et al., 2020a, s. 127)

Oppgaven er veldig systematisk satt opp og eleven kan bruke den seinere til å se hvilke kombinasjoner av tall som kan bli fire for eksempel. Elevene får jobbet med del-hele-relasjon ved å se hvordan for eksempel fem forskjellige regnestykker med ulike deler blir den samme helheten til sammen.

Elevbøkene i *Volum 1* har som sagt en del oppgaver som ligner litt på tallvenner i *Matematikk 1a - Grunnbok*, men dette er ofte i forbindelse med addisjon og subtraksjon hvor de bruker symbolene pluss, minus og likhetstegn. Likevel ser jeg på dette som arbeid med del-hele-relasjon. Under er et eksempel på en av oppgavene hvor boka kun bruker tallsymboler.



Figur 23 - Oppgave med del-hele-relasjon

I denne oppgaven i *Volum 1a – Elevbok* skal elevene jobbe med del-hele-relasjon. (Olafsen et al., 2020a, s. 152) Denne oppgaven skiller seg fra oppgaver med del-hele-relasjon i *Matematikk 1* ved at det skaper forståelse for at helheten ikke bare består av to deler, men at også delene består av mindre deler. Det er mange slike oppgaver i *Volum 1* hvor elevene skal finne ikke bare to deler i en helhet, men også delene i delene.

4.4.2 Automatisering av enkle regnestykker

Som nevnt i teorien er dette å lære seg hensiktsmessige strategier viktig for å kunne automatisere regningen av enkle regnestykker. *Volum 1* starter tidlig med symbolske regnestykker og jobber mye med denne typen oppgaver hvor det drilles og repeteres mye. I tillegg forklarer boka gjennom

leksjoner og har andre oppgaver innimellom så elevene også bygger forståelse. Dette legger et godt grunnlag for at elevene kan automatisere enkle regnestykker. I begynnelsen er de symbolske regnestykkene støttet av illustrasjoner av mengder, men ganske fort bruker boka symbolske regneoppgaver uten illustrasjoner som støtte. En ulempe med dette er at det fort kan bli for teoretisk for noen elever, altså at det fort går over på kun regnestykker med tallsymboler. Likevel jobber boka med veldig lave tall, og har veldig mange oppgaver med de samme tallene, og på den måten legger verket grunnlag for at elevene kan automatisere regnestykker med lave tall, ved at rett og slett mengden regnestykker gjør at elevene kan lære seg at for eksempel $2 + 2 = 4$ uten at de trenger å regne, de har lært seg at det alltid er 4.

Det er også tydelig at *Volum 1* har en tilnærming til addisjon og subtraksjon hvor en legger grunnlaget for senere matematikk med en gang, det er stort fokus på å forstå strukturen i regnestykker, hvordan et stykke som $1 + 1 = 2$ like gjerne kan skrives som $2 = 1 + 1$ for eksempel, og forståelse for hva tegnene $+$, $-$ og $=$ betyr. Dette legger grunnlag for å kunne jobbe med ligninger seinere.

Under har jeg valgt å ta med et eksempel som viser hvordan *Volum 1a – Elevbok* jobber med enkle addisjonsstykker tidlig i boka.

11 Sett strek mellom regnestykke, tegning og tirutenett.

A	1 + 1			+	
B	2 + 0			+	
C	2 + 1			+	
D	1 + 2			+	

Figur 24 - Oppgave med enkle addisjonsstykker

Dette er en av de første oppgavene om addisjon, og her skal elevene løse enkle regnestykker etter å ha fått en innføring i addisjon med tallene 0, 1, 2 og 3. Regnestykkene er støttet av tegninger med dyr som viser mengden tallene består av og det representeres også som prikker i tierrammer. (Olafsen et al., 2020a, s. 85) På de neste sidene skal elevene løse lignende oppgaver, da uten støtte

av illustrasjonen, men med mange av de samme regnestykkene. Dette legger grunnlag for at elevene kan automatisere regnestykker med lave tall, så de vet svaret og ikke trenger å regne, noe de får bruk for seinere når regnestykkene blir vanskeligere. Under er et eksempel på en av de første oppgavene med subtraksjon i *Volum 1a – Elevbok*.

4 Subtraksjon på tallinja. Skriv regnestykket.

Når vi trekker fra, hopper vi tilbake på tallinja.

0 1 2 3 4 5

0 1 2 3 4 5

0 1 2 3 4 5

0 1 2 3 4 5

[] - [] = []

[] - [] = []

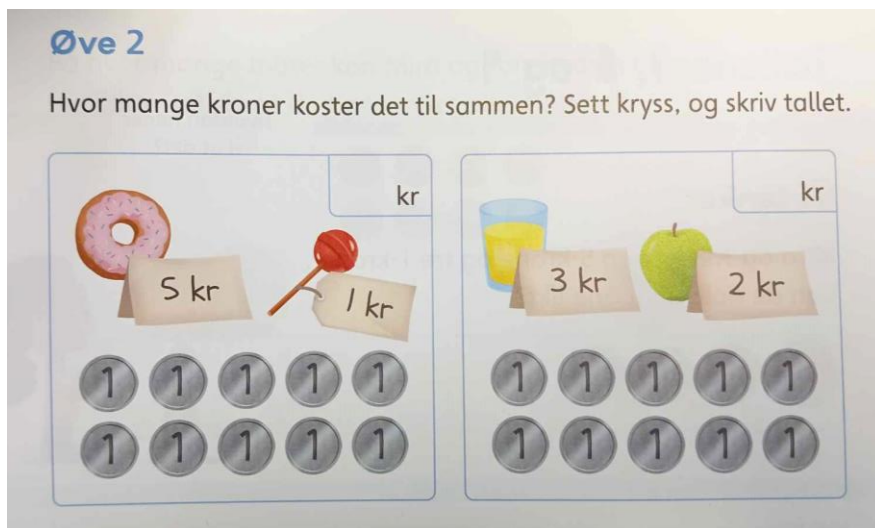
[] - [] = []

[] - [] = []

Figur 25 - Oppgave med subtraksjon

I denne oppgaven i *Volum 1a – Elevbok* lærer elevene subtraksjon ved å trekke fra på tallinja. (Olafsen et al., 2020a, s. 138) Dette støtter arbeid med subtraksjon hvor elevene teller bakover og det trekkes ikke mer fra enn 3, i tråd med teorien som sier at det er vanskelig for barna i begynnelsen å trekke fra mer enn 3.

Matematikk 1a – Grunnbok begynner med addisjon og subtraksjon i hverdags situasjoner som elevene kan kjenne seg igjen i, uten bruk av pluss, minus eller likhetstegn. Boka bruker altså regnefortellinger med penger for å lære elevene addisjon og subtraksjon, hvor barna i boka skal kjøpe godteri eller mat for penger og må se hvor mye de har råd til, hvor mye det koster til sammen, og hvor mye de har igjen etter å ha kjøpt noe. Oppgaven på neste side er et eksempel på en slik hverdags situasjon hvor elevene jobber med addisjon.














Figur 26 - Oppgave med addisjon i en hverdagssituasjon


I denne oppgaven skal barna legge sammen og skrive hva de to tingene i hver rute koster, og krysser av for pengene de bruker. (Dahl & Nohr, 2020c, s. 89) Her jobber de med addisjon, men uten bruk av symbolene $+$ og $=$, og kan også se hvor mange penger som blir igjen når de har krysset ut pengene de har brukt. Dette legger til rette for at barna kan bruke den strategien de selv synes er best. De kan for eksempel bruke strategien med å telle alle eller telle videre fra det største tallet. For å kunne automatisere må elevene lære seg strategier som er hensiktsmessige og det legger altså oppgaven til rette for, at elevene kan bruke strategier på det nivået de er på.

Etter å ha jobbet en del med addisjon og subtraksjon i hverdagssituasjoner, hvor en bruker mye penger og ting elevene skal kjøpe, begynner læreverket med regnestykker med addisjon og subtraksjon med symbolene pluss, minus og likhetstegn i *Matematikk 1b – Grunnbok*. Oppgaven på neste side er et eksempel på hvordan boka jobber med symbolske addisjonsstykker.

Regn ut.

		$5 + 2 = \square$
		$2 + 5 = \square$
		$4 + 1 = \square$
		$1 + 4 = \square$
		$6 + 2 = \square$
		$3 + 5 = \square$

Jeg synes det er lettest å telle videre fra det største tallet.



Vis at det kan være enklere å telle/regne fra det største tallet i addisjonsstykker.

Figur 27 - Automatisering av enkle regnestykker

I denne oppgaven skal elevene regne ut regnestykkene med hjelp fra Milli som foreslår en enklere strategi. (Dahl & Nohr, 2020d, s. 81) Nederst står også en ekstraoppgave med å vise at det å telle videre fra det største tallet er en enklere strategi enn for eksempel å telle alle tallene eller telle videre fra det første tallet som mange elever kan gjøre på 1. trinn. Ved å telle videre fra det største tallet kommer elevene et skritt nærmere automatisering av regnestykkene, som nevnt i teorien.

For å oppsummere har *Matematikk 1* en praktisk tilnærming med fokus hovedsakelig på forståelse, og noe mindre på automatisering av symbolske regnestykker. Men likevel er forståelse for prinsippene grunnlag for å kunne automatisere. Å kun pugge uten å ha forstått først vil kanskje kunne føre til vanskeligheter seinere. En kan si at *Matematikk 1* jobber grundig med addisjon og subtraksjon på hverdagslige måter mens *Volum 1* i større grad fokuserer på symbolske regnestykker og automatisering av disse tidlig.

5 Diskusjon

Jeg har nå beskrevet teori rundt hva som bygger tallforståelse og vist til oppgaver og hvordan lærebøkene jobber med tallforståelse. I denne delen skal jeg knytte teorien sammen med resultatene og diskutere dette opp mot forskningsspørsmålet som ble beskrevet i innledningen: “Hvordan legger to læreverk i matematikk opp til at elever på 1. trinn skal utvikle tallforståelse?”

5.1 Begreper

I analysedelen skrev jeg om bruk av fagspråk og barnas hverdagsspråk. Bruk av fagspråk er nevnt i læreplanen som jeg skrev i teorien. “Elevene viser og utvikler også kompetanse i matematikk [...] ved å ta i bruk enkle fagbegreper.” (Kunnskapsdepartementet, 2020, s. 6) Læreplanen sier også som jeg skrev at “Utviklingen av muntlige ferdigheter i matematikk går fra å bruke hverdagsspråk til gradvis å bruke et mer presist matematisk språk.” (Kunnskapsdepartementet, 2020, s. 4) På bakgrunn av dette kan en forvente at det er en gradvis progresjon i skoleløpet fra bruk av hverdagsspråk til økende bruk av fagspråk.

Begge lærebøker har fokus på fagbegreper, og generelt bruker *Volum 1* fagbegreper i noe større grad, mens *Matematikk 1* tar mer utgangspunkt i barnas hverdagsspråk samtidig som de bruker enkle fagbegreper. *Matematikk 1* jobber altså i tråd med læreplanen når de bruker barnas hverdagsspråk sammen med fagbegreper og dermed får den gradvise progresjonen. Samtidig har *Volum 1* fokus på at elevene lærer mer avanserte fagbegreper og riktig bruk av begreper med en gang, som legger grunnlaget for senere matematikk, noe som også er viktig som nevnt i teorien. Derimot kan en spørre seg om barna greier å henge med i *Volum 1* når det brukes så mange fagbegreper med en gang? Som jeg skrev i teorien hevder Boonen et al. at “If children are not prepared to deal with specific higher level mathematical activities [...], it can cause confusion, which has a negative influence on children's number sense acquisition.” (Baroody et al., 2009; Gersten & Chard, 1999, referert i Boonen et al., 2011, s. 297) Som jeg skrev i teorien er det å kunne fagbegreper viktig for å kunne tilegne seg matematiske kunnskaper og ferdigheter, så *Volum 1* legger et godt grunnlag for dette. Det kan nok være lurt at elevene får kjennskap til fagbegrepene så de har godt grunnlag for å henge med i studieløpet seinere. Samtidig kan det bli litt mange begreper og skape forvirring hvis elevene får for stor mengde begreper, eller ikke er klare for å lære seg fagbegrepene ennå. Det er også opp til lærer hvor mye en skal fokusere på begrepene som står i bøkene, og det kan være en støtte å ha begrepene i boka så elevene kan sjekke dem underveis, uten

at de nødvendigvis trenger å pugge alle. Dersom elevene greier å lære seg begrepene, får de et mer solid fundament fra *Volum 1* når det kommer til å kunne betydningen av begreper. Likevel kan det være en fordel å bruke barnas hverdagspråk, ettersom dersom fagbegrepene blir for vanskelige vil kanskje ikke barna klare å forstå det eller relatere til det. At *Matematikk 1* bruker mer hverdagspråk gjør at stoffet ligger tettere opp til hvordan eleven opplever verden, og hverdagspråk kan være enklere å forstå, men samtidig kan *Volum 1* sin bruk av begreper øke forståelse senere ved at elevene lærer begrepene de trenger seinere i utdanningsløpet med en gang. Det at *Matematikk 1* bruker mer hverdagspråk og hverdagssituasjoner kan også gjøre at barna får mer tid til å modnes og vi får den gradvise overgangen fra hverdagspråk til fagspråk som beskrevet i læreplanen. *Matematikk 1* legger seg altså tett opptil barnas språk og lar elevene lære de mer avanserte fagbegrepene senere.

Av eksemplene i analysedelen ser vi at *Volum 1* bruker mer fagbegreper, men *Matematikk 1* bruker også fagbegreper andre steder som jeg ikke har tatt med av hensyn til oppgavens omfang. I eksemplet bruker *Volum 1* begrepene “Ordenstall” og “tallord”, så her lærer barna fagbegrep tidlig, men det kan som sagt skape forvirring om det blir for stor mengde begreper for tidlig. *Matematikk 1* viser ett-tallet med klokka som er en hverdagssituasjon og har ikke like mange begreper. Da kan barna relatere til situasjonen og forstå den, og det er kanskje mer fokus på det enn pugging av fagbegreper.

Som sagt bruker både *Volum 1* og *Matematikk 1* fagspråk og hverdagspråk, men en ser tendenser til at *Volum 1* i større grad bruker fagspråk og *Matematikk 1* i større grad bruker hverdagspråk som kan gjøre det mer intuitivt for elevene.

Når det kommer til bruk av relasjonsbegreper, så skriver Lunde som nevnt i teorien at relasjonsbegreper er viktige for utvikling av tallforståelse. (Lunde, 2010, s. 55) På dette området er lærebøkene ganske like som vi så i analysedelen. Begge læreverkene jobber med relasjonsbegreper og begge læreverk har fokus på å lære relasjonsbegrepene tidlig. Begge læreverk har oppgaver hvor de markerer hvilke grupper som har flest og færrest objekter. *Matematikk 1* har oppgaven i figur 5 hvor elevene må tenke og får utfordret forståelsen for begrepene “flest” og “færrest” mot “størst” og “minst”, som er en fordel for å unngå misoppfatninger. *Volum 1* har også eksempelet på figur 3 hvor de beskriver på en enkel måte hva begrepene “flest”, “færrest” og “like mange” betyr. *Volum 1* bruker også begrepet “er ikke lik” i forbindelse med sammenligning av mengder, mens *Matematikk 1* tar ikke i bruk dette begrepet i det hele tatt. Det er jo gjerne et begrep elevene trenger mye senere i

skoleløpet, og man kan diskutere om elevene trenger dette begrepet så tidlig og at det kan forvirre elevene, eller om det er en fordel å få forståelsen for regnestykker på plass med en gang.

Generelt fokuserer *Volum 1* mer på begrepsbruk mens *Matematikk 1* fokuserer på telling med begreper som følger telleoppgavene. Tanken til *Volum 1* er nok å få på plass grunnleggende begreper før telling. Dette støttes av teorien hvor Wiese snakker om at språk er viktig og gjør mennesker i stand til å utvikle konsepter omkring tall. (Wiese, 2003, s. 385)

5.2 Telling

Clements & Samara skrev at det har blitt debattert hvor tidlig en bør begynne med telling, og om en bør fokusere på telling på 1. trinn. (Clements & Samara, 2007, s. 474) *Volum 1* og *Matematikk 1* har litt ulike tilnærminger til dette. Begge fokuserer mye på telling, men *Matematikk 1* har telling som hovedfokus i begynnelsen av *Matematikk 1a – Grunnbok*, mens *Volum 1* starter med sammenligning av mengder. *Volum 1* fokuserer også på å få på plass begreper før de begynner med tall og telling litt seinere. Så hva betyr dette for tallforståelsen? Jeg skrev i teorien at det har blitt debattert om elevene bør lære “skills-before-concepts” eller “concepts-before-skills”. (Clements & Samara, 2007, s. 478) *Volum 1* tar tydelig utgangspunkt i “concepts-before-skills” i tråd med teori om at språket bør være godt nok utviklet for å kunne begynne tellingen. *Matematikk 1* virker mer å ta utgangspunkt i “skills-before-concepts” eller at konseptene læres underveis parallelt med at en lærer ferdighetene. Som jeg skrev i teorien utvikler barna forståelse for telleprinsippene lenge før de begynner på skolen, (Clements & Samara, 2007, s. 474-475) så utfra det ståstedet er det i tråd med barnas utvikling å begynne med telling tidlig slik *Matematikk 1* gjør. Læreverkene tar altså utgangspunkt i litt ulike teorier og som sagt debatteres det hva som bør læres først, språk eller ferdigheter. Selv om *Volum 1* begynner seinere med telling kan lærer også velge å begynne med toldelen i *Volum 1a - Elevbok* om han eller hun mener det er mer hensiktsmessig. Problemet da er at boka bruker en del begreper som elevene må ha lært seg for å kunne løse oppgavene.

Når det kommer til kobling av tall og mengder, skrev jeg i teorien at dette var viktig for å lære seg alle de 5 telleprinsippene til Gelman & Gallistel. Som vi så i analysen er dette godt dekket i begge læreverker. *Matematikk 1* har oppgaver med kobling av mengde og tall tidlig og i sammenheng med telling. *Volum 1* har denne typen oppgaver litt seinere, men fortsatt i den tidlige delen av *Volum 1a - Elevbok*. Begge bøker legger altså til rette for å koble tall og mengder og derfor et godt grunnlag for å lære seg telleprinsippene. Selv om de tar opp temaene på litt ulikt tidspunkt, har begge læreverker

temaet i begynnelsen av 1. trinn. Læringsutbyttet fra om de har oppgavene før eller etter begrepsinnlæring kan som sagt diskuteres. *Matematikk 1* konsentrerer oppgavene tidlig, og fordelingen med det er at elevene blir trygge på denne typen oppgaver og får terpet telleprinsippene. *Volum 1* har oppgavene med kobling av tall og mengder mer spredt utover *Volum 1a – Elevbok*, og det kan gjøre at elevene over lenger tid lærer seg telleprinsippene. Generelt kan en si at begge bøker dekker temaet å koble tall og mengder ved hjelp av oppgaver og instruksjoner slik at elevene får et godt grunnlag i telling.

Clements & Samara fant ut at elever som kunne starte telling fra annet tall enn 1 presterte bedre i talloppgaver. Begge bøkene har oppgaver hvor elevene skal starte tellingen fra annet tall enn 1. Derfor bør de legge godt utgangspunkt for at elevene skal utvikle forståelsen for ordinalitetsprinsippet og til å utvikle telleferdigheten. Den eneste forskjellen på verkene er nok at *Volum 1* bruker høyere tall og har flere oppgaver med telling fra annet tall enn 1 tidligere. Læreverket er i tråd med læreplanmålet i matematikk etter 2. trinn hvor det er fokus på å “eksperimentere med telling både forlengs og baklengs, velge ulike startpunkter og ulik differanse og beskrive mønstre i tellingene” (Kunnskapsdepartementet, 2020, s. 5) Dette får elevene spesielt god trening med i oppgavene jeg viste eksempel på i figur 11 og figur 12, ettersom *Volum 1* har flere tallrekker elevene får øve på. I *Matematikk 1* får elevene likevel trening med dette når de kommer til *Matematikk 1b – Grunnbok*, altså litt seinere enn i *Volum 1*.

5.3 Sammenligne mengder

I teorien viste jeg til at sammenligning av mengder er viktig for å legge grunnlag både for telling og addisjon og subtraksjon. Sammenligning av mengder er en medfødt egenskap og sammenligning av mengder har sterk sammenheng med senere matematikkprestasjoner.

Når det kommer til ikke-symbolsk og symbolsk sammenligning av mengder, har jeg sett at begge læreverkene har oppgaver med dette, men gjør det på litt ulik måte. Xenidou-Dervou et al. hevder som jeg skrev i teorien at det gjerne er i barnehagealder en bruker ikke-symbolsk sammenligning av mengder og at en begynner med symbolsk sammenligning på skolen. Dette kan en se i begge læreverkene ved at de begynner med og fokuserer på ikke-symbolsk sammenligning av mengder. *Volum 1* har litt mer fokus på ikke-symbolsk sammenligning av mengder og dette kan lette overgang fra barnehage til skole, og bygge på det de kan fra før. De skal ha lekt og eksperimentert litt med sammenligning av mengder i barnehagen ifølge rammeplanen for barnehagen hvor

barnehagen skal jobbe mot at barna “erfarer størrelser i sine omgivelser og sammenligner disse”. (Kunnskapsdepartementet, 2017, s. 54) Det å bruke ikke-symbolsk sammenligning av mengder kan være til god hjelp for å få med de elevene som er kommet kortest i modning eller utvikling, fordi det tar utgangspunkt i den intuitive sammenligningsegenskapen jeg snakket om i teorien, og ikke-symbolske oppgaver kan gi disse elevene mestring selv før de har lært seg tallene. Det kan også være relevant å bevege seg mot å sammenligne symbolsk, siden de skal ifølge teorien være modne for det, selv om det er en kjent sak at elevene er på forskjellig sted i utviklingen. Dette gjelder også for *Matematikk 1* som også jobber med ikke-symbolsk sammenligning i *Matematikk 1a – Grunnbok*, og tar opp igjen ikke-symbolsk og symbolsk sammenligning i *Matematikk 1b – Grunnbok*. Dette er i tråd med teorien om hvor viktig sammenligning av mengder er for tallforståelsen. Eksempelet med pengesekkene på figur 16 viser også hvordan *Matematikk 1* fokuserer på at elevene skal forstå forskjellen mellom symbolsk og ikke-symbolsk sammenligning. Og de repeterer i større grad den ikke-symbolske sammenligningen i *Matematikk 1b – Grunnbok* og har mer sammenligningsoppgaver.

Kunne læreverkene startet rett på symbolsk sammenligning? Teorien sier at elevene skal være klare for dette på 1. trinn, men samtidig, selv om gjennomsnittseleven er klar for det, er ikke alle elever kommet like langt i modning, og det å begynne med ikke-symbolsk sammenligning gjør at alle elever kan oppleve mestring i matematikkfaget uavhengig av om de har mestret telleferdigheten ennå eller ikke. *Matematikk 1* har introduksjon av tall og litt begynnende oppgaver med lave tall i begynnelsen før de begynner med sammenligning av mengder. Dette kan også vekke nysgjerrighet og lærelyst hos elevene. *Volum 1* derimot jobber med sammenligning av mengder før tallene introduseres, slik at elever som ikke har lært seg tallsymbolene ennå kan forstå og jobbe med mengder og få mestringsfølelse. Likevel starter *Matematikk 1* ganske forsiktig med lave tall og i hverdagssituasjoner, så det skal være på et nivå elevene skal kunne klare. Clements & Samara hevder som nevnt i teorien at barn gjerne ikke stoler på tellingen sin som stabil nok til å kunne bruke den til å avgjøre hvilken mengde som har flest eller færrest objekter. (Clements & Samara, 2007, s. 479) *Volum 1* tar høyde for dette ved å innføre to ulike måter elevene kan krysse eller sette strek for å finne ut hvor det er flest objekter, som vist i figur 13. Lærerveiledningen til *Matematikk 1* oppfordrer også til at elevene kan krysse ut hvis de ikke klarer å telle. Dette tolker jeg som at begge læreverkene jobber i tråd med barnas utvikling før de har blitt trygge på telleferdighet og teori, og er med på å gi elevene mestringserfaringer.

I teorikapittelet skriver jeg at sammenligning av mengder er viktig for å etablere telling. Slik jeg forstår det går *Volum 1* ganske direkte over til addisjon og subtraksjon etter å ha hatt en overgang fra sammenligning av mengder til addisjon og subtraksjon. De har altså ikke symbolsk sammenligning i noen nevneverdig grad, en konsekvens av dette kan være at elevene ikke får god nok tid til å utvikle telleferdigheten før fokuset går over til addisjon og subtraksjon. *Matematikk 1* har flere oppgaver med symbolske sammenligninger i tillegg til de ikke-symbolske. Som beskrevet i teorien gjør sammenligning av mengder at elevene blir bevisste på at tall beskriver en mengde, og det er altså med på å bygge forståelse for telling. (Boonen et al., 2011, s. 282) Det kan diskuteres om elevene får tilsvarende bevissthet omkring tall når det ikke jobbes i noen særlig grad med symbolske sammenligningsoppgaver i *Volum 1*. Slik jeg forstår det jobbes det likevel mye med tall og mengder, og det kan derfor antas at elevene som bruker *Volum 1* som lærebok likevel lærer seg telleprinsippene.

Som nevnt tidligere kan symbolsk sammenligning av mengder forutsi senere matematikkprestasjoner. Med dette som utgangspunkt kan man sette spørsmålstegn ved at *Volum 1* har lite fokus på dette. På den andre siden kan det være fokus på dette i læreverket på senere årstrinn. Derimot har *Matematikk 1* mer fokus på symbolsk sammenligning av mengder. Det kan tenkes at dette legger et bedre grunnlag for elevene på dette området. Likevel må det sies at på grunn av oppgavens omfang har jeg ikke kunnet sette meg inn i all teori som finnes på dette området og jeg tar høyde for at det kan finnes teori som sier andre ting enn det jeg har funnet. *Matematikk 1* har som sagt både symbolsk og ikke-symbolsk sammenligning og er altså i tråd med teorien.

Når det kommer til sammenligning av mengder som grunnlag for addisjon og subtraksjon skriver Cross et al. at på 1. trinn skal elevene i tillegg til å sammenligne mengder finne forskjellen mellom mengdene, som legger grunnlag for addisjon og subtraksjon. (National Research Council, 2009, s. 33) *Volum 1* starter tidlig med oppgaver hvor elevene skal sammenligne mengder og oppgaver hvor de skal finne et antall mindre eller flere. Læreverket bruker også som tidligere nevnt sammenligning av mengder som overgang til addisjon og subtraksjon. *Matematikk 1* bruker ikke denne måten å tilnærme seg addisjon og subtraksjon, læreverket bruker heller dagligdagse regnefortellinger med penger og uten bruk av tegn som pluss, minus og likhetstegn. De har noen få oppgaver med én mer eller én mindre, men disse er i forbindelse med telling og ordinalitet. Slik jeg ser det er *Volum 1* i tråd med teorien om at sammenligning av mengder kan brukes som overgang til addisjon og

subtraksjon. Dette gjør ikke *Matematikk 1*, men på den andre siden er læreverket mer i tråd med læreplanen som har fokus på å ta utgangspunkt i hverdagssituasjoner.

5.4 Addisjon og subtraksjon

Jeg har skrevet i analysedelen at *Matematikk 1* bruker hverdagssituasjoner og tallvenner, altså arbeid med del-hele-relasjon som begynnende arbeid med addisjon og subtraksjon. Dette finner vi støtte for i læreplanen ved at elevene skal “utforske addisjon og subtraksjon og bruke dette til å formulere og løse problemer fra lek og egen hverdag”. (Kunnskapsdepartementet, 2020, s. 6) *Matematikk 1* knyttes altså tett opp mot læreplanen ved å jobbe med addisjon og subtraksjon først uten å ta i bruk klassiske regnestykker. *Volum 1* derimot mener jeg ikke knyttes like tett opp mot læreplanen på dette punktet, fordi de raskt går over på symbolske regnestykker uten støtte i illustrasjoner. Likevel skal det sies at læreverket har mange illustrerte og varierte oppgaver gjennom de to elevbøkene. Så hva gjør det for tallforståelsen at *Volum 1* har fokus på tallsymboler, tegn og regning av symbolske oppgaver, mens *Matematikk 1* har mer fokus på hverdagssituasjoner? I denne sammenhengen ville det vært interessant å undersøke nærmere hvilke erfaringer elevene har med de to læreverkene. Det kan tenkes at elever som bruker *Volum 1* vil få en mer teoretisk tallforståelse, mens de som bruker *Matematikk 1* vil få en mer praktisk tallforståelse.

Når det kommer til del-hele-relasjon så bruker *Matematikk 1* oppgaver med hverdagssituasjoner beskrevet med tall. På denne måten kan elevene relatere til situasjonen når de lærer om hvordan et tall eller en mengde kan deles opp i ulike mengder. *Volum 1* har en mer systematisk tilnærming, som ikke er like basert på hverdagssituasjoner. Dette kan vi se på figur 22, hvor det stilles opp alle mulige kombinasjoner av hvordan man kan dele ulike tall i to mengder. Likevel, som vist på figur 23, får elevene større forståelse for hvordan tall kan deles ved at tallet ikke bare deles i to, kan også deles i flere tall eller mengder. Slik jeg forstår det kan elevene kan få større forståelse av å jobbe med *Volum 1*, men det forutsetter at elevene har en mer logisk og matematisk tankegang, noe det ikke er sikkert at alle førsteklassinger har.

Som beskrevet i teoridelen kan det gjerne være en glidende overgang i lærebøkene fra sammenligning av mengder til addisjon og subtraksjon, og man tar på den måten utgangspunkt i barnas naturlige utvikling og utvikler den videre. Etter min forståelse ivaretar *Volum 1* denne overgangen ved å ha oppgaver som direkte knytter sammen sammenligning av mengder og addisjon og subtraksjon. *Matematikk 1* har sammenligning av mengder, men dette kommer ikke fram i

overgangen til addisjon og subtraksjon hvor de heller bruker hverdagssituasjoner. Dette kan sees i sammenheng med at læreverket som nevnt bygger på Bruners modell hvor en går “fra det konkrete, via det visuelle til det abstrakte”. (Dahl & Nohr, 2020a, s. IX) Jeg forstår dette som at det konkrete da er hverdagssituasjoner som da bygger forståelse for det abstrakte som er regnestykker. Dette kommer en til i *Matematikk 1b – Grunnbok*.

Når det kommer til regnestykker siterte jeg i teoridelen at “children [...] are first able to respond to the simplest task, nonverbal addition and subtraction problems with small numbers.” (Huttenlocher et al., 1994, Jordan et al., 1994, referert i Clements & Samara, 2007, s. 484) *Matematikk 1* tar utgangspunkt i dette, enkle hverdagssituasjoner, mens *Volum 1* går raskt videre til symbolske regnestykker ofte uten støtte i illustrasjoner. *Matematikk 1* er mer i tråd med teorien til Clements & Samara og har ikke-verbale regnestykker og hverdagssituasjoner før det kommer til symbolske regnestykker. Det at *Volum 1* har mange symbolske regnestykker uten illustrasjoner, gjør at elevene blir drillet i regnestykker, som igjen gjør at de kan automatisere enkle regnestykker. En kan lure på om dette gjør at det blir for lite fokus på praktisk forståelse ved at innholdet blir for teoretisk. I motsetning tar *Matematikk 1* mer utgangspunkt i praktiske situasjoner og har større fokus på forståelse for addisjon og subtraksjon. En fordel er at innholdet blir mer forståelig og intuitivt for flere elever, mens en ulempe er at de muligens ikke får like mye mengdetrening når det kommer til automatisering. Med utgangspunkt i teori som sier at elevene må ha forståelse for å kunne automatisere regnestykker, kan man se at læreverkene har sine styrker og svakheter på dette området. Det kan diskuteres om man må kunne regne regnestykker automatisk allerede på 1. trinn. Selv om automatisering er viktig for tallforståelsen så kommer det ikke i læreplanen i matematikk før etter 3. trinn. Der skal elevene kunne bruke addisjon og subtraksjon “i hoderegning og problemløsning” (Kunnskapsdepartementet, 2020, s. 6) som da krever at de kan regne regnestykker automatisk. De trenger altså ikke kunne det på 1. trinn, men det er en fordel at elevene introduseres for det og begynner å jobbe mot det. *Volum 1* legger altså et grunnlag for senere mål i læreplanen, men det kan settes spørsmålsteget ved om læreverket går for raskt fram i forhold til barnets individuelle utvikling. I denne sammenhengen repeterer *Matematikk 1* mer i *Matematikk 1b – Grunnbok* og har dermed et lavere tempo. På denne måten elevene får tid til å modnes og lære seg prinsippene som trengs til videre utvikling av automatisering av regnestykker.

6 Konklusjon

Jeg har i denne oppgaven sett på to læreverk *Matematikk 1* og *Volum 1*, og sett på hvordan disse bøkene jobber med tallforståelse. Innenfor tallforståelse har jeg tatt utgangspunkt i fire hovedkategorier, “Begreper”, “Telling”, “Sammenligne mengder” og “Addisjon og subtraksjon” og sett på disse i lærebøkene opp mot teori og føringer fra læreplanen og rammeplan for barnehagen.

Begge verkene jobber godt med tallforståelse, men har ulike tilnærminger og baserer seg på ulike teori. *Volum 1* har fokus på fagsbegreper, mens *Matematikk 1* har noe mer fokus på hverdagspråk. Jeg har også sett at *Volum 1* tar mer utgangspunkt i concepts-before-skills, mens *Matematikk 1* lar innlæringen av konsepter og ferdigheter gå parallelt. Begge verk jobber med elementer som relasjonsbegreper, kobling av mengde og tall, starte telling fra annet tall enn 1 og sammenligning av mengder som ifølge teorien er viktige for å bygge tallforståelse. Begge læreverk fokuserer på ikke-symbolisk sammenligning av mengder, i tråd med barnas utvikling, mens *Matematikk 1* har mer fokus også på symbolsk sammenligning av mengder. *Volum 1* bruker sammenligning av mengder som grunnlag for addisjon og subtraksjon, mens *Matematikk 1* går veien innom tallvenner, altså del-hele-relasjon, og bruker hverdagssituasjoner for å skape forståelse for addisjon og subtraksjon.

Volum 1 har etter det jeg har sett i denne studien større fokus på å få på plass den riktige matematiske tankegangen som elevene trenger til seinere i utdanningsløpet. Selv om de også har fokus på forståelse mener jeg at *Matematikk 1* legger seg nærmere eleven sin verden og gjør det mer forståelig. Det fremstår som at *Volum 1* har en del oppgaver som er generelt noe mer systematiske og utfordrende for elevene på 1. trinn, men som bygger senere forståelse. *Matematikk 1* er flinkere til å koble oppgavene til hverdagssituasjoner så det er forståelig og meningsfullt med en gang. På grunn av dette kan en generelt anta at *Volum 1* kan passer noe bedre for elever med mer matematisk og systematisk tankegang, mens *Matematikk 1* passer bedre for elever som tenker mer praktisk. Det kan bli derfor en vanskelig avveining å velge læreverk fordi i en klasse vil en gjerne ha både mer teoretiske og mer praktiske elever.

Når det kommer til addisjon og subtraksjon så har *Matematikk 1* fokus på forståelse med utgangspunkt i hverdagssituasjoner, og *Volum 1* noe mer på automatisering og er tidlig ute med at elevene skal regne mange regnestykker, ofte uten bildestøtte. En kan spørre om det blir litt for tidlig for enkelte elever, likevel kan mengden regnestykker gjøre at de allerede på 1. trinn kan regne regnestykker automatisk slik at de seinere kan brukes i hoderegning og problemløsning som nevnt i læreplanmålene etter 3. trinn.

Jeg kan konkludere med at begge lærebøkene jobber med tallforståelse og har med de fleste elementer som det ifølge teorien var viktig å jobbe med for å utvikle tallforståelse. De har likevel litt ulikt fokus og tilnærming, med styrker og svakheter i forhold til teorien og læreplanen, og kan derfor være individuelt hvilket læreverk de ulike elevene vil ha størst utbytte av.

6.1 Videre forskning

I denne oppgaven tar jeg kun for meg to læreverk. For å få et helhetlig bilde av hvordan lærebøkene som er oppdatert til LK20 jobber med tallforståelse, kan videre forskning være å se på *Multi 1* og *Matematisk 1* og se hvordan disse jobber med tallforståelse.

Noe annet en kunne forske videre på er å sikre validiteten til denne oppgaven bedre. Til denne oppgaven kunne en gjennomført en studie basert på intervju som metode hvor en kan intervjuer forfatterne av *Volum 1* og *Matematikk 1*. På den måten kan man få større innblikk i hva som er tenkt med ulike oppgaver, hvorfor de jobber som de gjør, og funnene kan derfor bli mer valide enn i oppgaven min hvor funnene har vært basert på tolkning av det jeg har funnet av skriftlig materiale i verkene og epost fra forlaget.

Videre forskning kan også være om en kan følge to grupper med elever over et helt år hvor den ene gruppa bruker *Volum 1* og den andre gruppa bruker *Matematikk 1*. Da kunne en sett hvilket læringsutbytte elevene faktisk får i forhold til tallforståelse av de ulike læreverkene.

Referanser

Andrews, P. & Sayers, J. (2015). Identifying Opportunities for Grade One Children to Acquire Foundational Number Sense: Developing a Framework for Cross Cultural Classroom Analyses. *Early Childhood Education Journal*, 43(4), 257-267.

<https://www.proquest.com/docview/1683340256/fulltextPDF/F3477E7674F24768PQ/1?accountid=43239>

Anghileri, J. (2006) *Teaching Number Sense* (2. Utg.). Bloomsbury.

Bakken, J. & Andersson-Bakken, E. (2021) Innholdsanalyse. I Andersson-Bakken, E. & Dalland (Red.), *Metoder i klasseromsforskning* (s. 305-326). Universitetsforlaget.

Baroody, A. J. (2016). Curricular approaches to connecting subtraction to addition and fostering fluency with basic differences in grade 1. *Número monográfico en Desarrollo del sentido numérico: de la teoría a la práctica*, 10(3), 161-190.

<https://revistaseug.ugr.es/index.php/pna/article/view/6087/5407>

Boonen, A. J. H., Kolkman, M. E. & Kroesbergen, E. H. (2011). The relation between teachers' math talk and the acquisition of number sense within kindergarten classrooms. *Journal of School Psychology*, 49(3), 281-299. <https://doi.org/10.1016/j.jsp.2011.03.002>

Cappelen Damm. (u.å.) *Matematikk 1-4 fra Cappelen Damm*. Hentet 13. oktober 2023 fra

<https://utdanning.cappelendamm.no/verk/matematikk-1-4-fra-cappelen-damm-153423?omtale>

Castell, S., Luke, A. & Luke, C. (Red.). (1989). *Language, authority and criticism*. Falmer Press.

Cheng, Q. & Wang, J. (2012). Curriculum Opportunities for Number Sense Development: A Comparison of First-Grade Textbooks in China and the United States. *International Journal for Mathematics Teaching and Learning*, 1-52. <https://eric.ed.gov/?id=EJ970700>

Clements, D. H. & Samara, J. (2007). Early childhood mathematics learning. *Second handbook of research on mathematics teaching and learning*, 1, 461-555.

<https://doi.org/10.4324/9780203883785>

Dahl, H. H. & Nohr, M.-E. (2020a). *Matematikk 1a – Lærerveiledning*. Cappelen Damm.

Dahl, H. H. & Nohr, M.-E. (2020b). *Matematikk 1b – Lærerveiledning*. Cappelen Damm.

Dahl, H. H. & Nohr, M.-E. (2020c). *Matematikk 1a – Grunnbok*. Cappelen Damm.

Dahl, H. H. & Nohr, M.-E. (2020d). *Matematikk 1b – Grunnbok*. Cappelen Damm.

EnTo. (2020). *Plass*. Norske Læremidler AS <https://www.ento.no/laringssiden/plass>

Fagbokforlaget. (u.å.). *Volum – Om verket*. Hentet 2. desember 2022 fra

<https://www.fagbokforlaget.no/Verk/Volum#om-verket>

Fan, L., Zhu, Y. & Miao, Z. (2013). Textbook research in mathematics education: development status and directions. *ZDM - Mathematics Education*, 45, 633-646.

<https://www.semanticscholar.org/paper/Textbook-research-in-mathematics-education%3A-status-Fan-Zhu/58455de21d5854342419c44ca59bc5410f17a128>

Forskrift om godkjenning av lærebøker. (1984). *Forskrift for godkjenning av lærebøker for grunnskole og videregående skole* (FOR-1984-01-13-3520). Lovdata.

<https://lovdata.no/dokument/SFO/forskrift/1984-01-13-3520>

Fosnot, C. T. (2017). *Køyesenger – tidlig tallforståelse*. (Andersen, K., Gulaker, D., Heggem, T. & Iversen, K, Overs.). Caspar Forlag A/S.

Gelman, R. & Gallistel, C. R. (1986). *The Child's Understanding of Number*. Harvard University Press. <https://ebookcentral-proquest-com.ezproxy2.usn.no/lib/ucsn-ebooks/reader.action?docID=3300437&query=>

Gersten, R., Clarke, B. S., Haymond, K. & Jordan, N. C. (2011). *Screening for mathematics difficulties in K-3 students*. RMC Research Corporation, Center on instruction.

<https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED524577.pdf>

Grauberg, E. (1998). *Elementary mathematics and language difficulties: a book for teachers, therapists and parents*. Whurr.

Hoff-Jenssen, R., Bjerke, M. O. & Afdal, H. W. (2020). Begynneropplæring – et kjent, men uklart begrep: En analyse av læreres perspektiver. *Norsk tidsskrift for pedagogikk & kritikk*, 6, 143-157.
<https://doi.org/10.23865/ntpk.v6.2030>

Howell, S. & Kemp, C. (2005). Defining Early Number Sense: A participatory Australian study. *Educational Psychology*, 25(5), 555-571.
<https://doi-org.ezproxy1.usn.no/10.1080/01443410500046838>

Johansson, M. (2005). The mathematics textbook – From artefact to instrument. *Nordic Studies in Mathematics Education*, (3-4), 43-64.

Krippendorff, K. (2019). *Content Analysis – An Introduction to Its Methodology*. (4. utg.). SAGE Publications, Inc.

Kunnskapsdepartementet. (2020). *Læreplan i matematikk (MAT01-05)*. Fastsatt som forskrift. Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2020.
<https://data.udir.no/kl06/v201906/laereplaner-1k20/MAT01-05.pdf?lang=nob>

Kunnskapsdepartementet. (2017). *Rammeplan for barnehagen: Forskrift om rammeplan for barnehagens innhold og oppgaver*. Udir.
<https://www.udir.no/contentassets/5d0f4d947b244cfe90be8e6d475ba1b4/rammeplan-for-barnehagen---bokmal-pdf.pdf>

Lillemyr, O. F. (2019). Lek som fenomen – og motivasjon for læring. I Becher, A. A., Bjørnstad, E. & Hogsnes, H. D. (Red.), *Lek i begynneropplæringen – Lekende tilnæringer til skole og SFO*. (s. 57-70). Universitetsforlaget.

Lunde, O. (2010). *Hvorfor tall går i ball – “Matematikkvansker i et spesialpedagogisk fokus”*. Info vest forlag.

Lyons, I. M. & Beilock, S. L. (2013). Ordinality and the Nature of Symbolic Numbers. *The Journal of Neuroscience*, 33(43), 17052-17061.
<https://www.ncbi.nlm.nih.gov/pmc/articles/PMC6618433/pdf/zns17052.pdf>

Løndal, K. (2019). Lek blant førsteklasinger i skole og fritidsordning. Pedagogisk perspektiv og didaktisk handlingsrom. I Becher, A. A., Bjørnstad, E. & Hogsnes, H. D. (Red.), *Lek i begynneropplæringen – Lekende tilnærminger til skole og SFO*. (s. 93-108). Universitetsforlaget.

Mahamud, K. (2014). Contexts, Texts, and Representativeness – A Methodological Approach to School Textbook Research. I Knecht, P., Matthes, E., Schütze, S. & Aamotsbakken, B. (Red.), *Methodologie und Methoden der Schulbuch- und Lehrmittelforschung*. (s. 31-49). Verlag Julius Klinkhardt.

National Mathematics Advisory Panel. (2008). *Foundations for success - The Final Report of the National Mathematics Advisory Panel*. U.S. Department of Education: Washington, DC. <https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED500486.pdf>

National Research Council. (2009). *Mathematics Learning in Early Childhood: Paths Toward Excellence and Equity*. The National Academies Press.
<https://nap.nationalacademies.org/catalog/12519/mathematics-learning-in-early-childhood-paths-toward-excellence-and-equity>

NOU 2003: 16. (2003). *I første rekke: Forsterket kvalitet i en grunnopplæring for alle*. Kunnskapsdepartementet.
<https://www.regjeringen.no/contentassets/37a02a7bd6d94f5aacd8b477a3a956f3/no/pdfs/nou200320030016000dddpdfs.pdf>

Nzrelo. (u.å.). *Year & Age Comparison – Primary & Secondary Education*. Hentet 24. november 2023 fra <https://www.nzrelo.com/education-primary-school-ages>

Okamoto, Y. & Case, R. (1996). Exploring the microstructure of children's central conceptual structures in the domain of number. *Monographs of the Society for Research in Child Development*, 61, 27-58.
https://www.researchgate.net/publication/14543733_Exploring_the_microstructure_of_children's_central_conceptual_structures_in_the_domain_of_number

Olafsen, A. R. & Bugten, Å. M. (2020a). *Volum: Matematikk for barnetrinnet 1a – Lærerveiledning*. Fagbokforlaget.

- Olafsen, A. R. & Bugten, Å. M. (2020b). *Volum: Matematikk for barnetrinnet 1b – Lærerveiledning*. Fagbokforlaget.
- Olafsen, A. R., Korsvold, H. T., Onsrud, G. & Kaufmann, O. T. (2020a). *Volum: Matematikk for barnetrinnet 1a – Elevbok*. Fagbokforlaget.
- Olafsen, A. R., Korsvold, H. E. T. & Kaufmann, O. T. (2020b). *Volum: Matematikk for barnetrinnet 1b – Elevbok*. Fagbokforlaget.
- Opplæringslova. (1998). *Lov om grunnskolen og den vidaregåande opplæringa*. (LOV-1998-07-17-61). Lovdata. <https://lovdata.no/dokument/NL/lov/1998-07-17-61>
- Opplæringslova - Ot.prp. nr. 44. (1999-2000). *Lov om endringar i lov 17. juli 1998 nr. 61 om grunnskolen og den vidaregåande opplæringa*.
<https://www.regjeringen.no/no/dokumenter/otprp-nr-44-1999-2000-/id586147/?ch=4>
- Palm, K. & Michaelsen, E. (red). (2018). *Den viktige begynneropplæringen – en forskningsbasert tilnærming*. Universitetsforlaget AS.
- Røsseland, M. (2006, 10). *Etterutdanning i matematikk - Fokus på hovedområdene*. [Powerpoint]. Nasjonalt Senter for Matematikk i Opplæringen.
https://www.fiboline.no/presentasjoner/20061017_KrSund_VidGaende_Gruppe.pdf
- School Information. (u.å.) *School Age Calculator Australia*. Hentet 24. november 2023 fra <https://schoolinfo.com.au/>
- Sjøvoll, J. (2006). *Tilpasset opplæring i matematikk – Om retten til å lykkes i læringsarbeidet*. Gyldendal Norsk Forlag AS.
- Solem, I. H., Alseth, B. & Nordberg, G. (2018). *Tall og tanke 1- matematikkundervisning på 1. til 4. trinn*. Gyldendal.
- Stray, C. (1994). Paradigms regained: towards a historical sociology of the textbook. *Journal of Curriculum Studies*, 26(1), 1-29. <https://doi.org/10.1080/0022027940260101>

Taber, S. B. (2009). Capitalizing on the Unexpected. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 15(3), s. 148-155.

Tokheim, E. H. (2015). *En analyse av tre norske læreverk i matematikk for 1. Trinn*. [Masteroppgave, Universitetet i Stavanger]. <https://uis.brage.unit.no/uis-xmlui/handle/11250/299385>

Tresvik, S. L. (2021). "Matematikkoppgaver har en begynnelse og en slutt" - En studie om potensial for utforskning og problemløsning i oppgaver i tre matematikklæreverk for 1.trinn etter fagfornyelsen av Kunnskapsløftet. [Masteroppgave, Høgskulen på Vestlandet] <https://hvlopen.brage.unit.no/hvlopen-xmlui/bitstream/handle/11250/2770450/Tresvik.pdf?sequence=1>

Ullensaker kommune. (2014, 08). *Handlingsplan for matematisk kompetanse i barnehage og skole i Ullensaker*. Ullensaker kommune. <https://www.ullensaker.kommune.no/siteassets/20-pdf-dokumenter/skole/handlingsplan-for-matematisk-kompetanse-for-barnehage-og-skole-i-ullensaker-kommune.pdf>,

Wiese, H. (2003). Iconic and non-iconic stages in number development: the role of language. *TRENDS in Cognitive Sciences*, 7(9), 385-390. https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S136466130300192X?fr=RR-2&ref=pdf_download&rr=804f7f6a5decb503

Witzel, B. S., Ferguson, C. J. & Mink, D. V. (2012). Number Sense – Strategies for Helping Preschool through Grade 3 Children Develop Math Skills. *Young Children*, 67(3), 89-94. <https://www.proquest.com/docview/1019288596/fulltextPDF/EBF788900DC24F2BPQ/1?accountid=43239>

Xenidou-Dervou, I., Molenaar, D., Ansari, D., van der Schoot, M. & van Lieshout, E.C.D.M. (2016). Nonsymbolic and symbolic magnitude comparison skills as longitudinal predictors of mathematical achievement. *Learning and Instruction*, 50, 1-13. <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0959475216302158>

Oversikt over tabeller og figurer

Tabell 1 – Viktige ferdigheter i tallforståelse på 1. trinn.....	14
Tabell 2 - Fem komponenter i tallforståelse.....	15
Tabell 3 - Sju deler som utgjør tallforståelse	16
Tabell 4 - Innholdskategorier.....	39
Figur 1 - Bruk av fagspråk og hverdagspråk	43
Figur 2 - Fagspråk og hverdagspråk	44
Figur 3 - relasjonsbegreper.....	45
Figur 4 - relasjonsbegreper.....	45
Figur 5 - relasjonsbegreper.....	46
Figur 6 - relasjonsbegreper.....	47
Figur 7 - Koble tall og mengde.....	49
Figur 8 - Koble tall og mengde.....	49
Figur 9 - Koble tall og mengder	50
Figur 10 - Starte telling fra annet tall enn 1.....	51
Figur 11 - Starte telling fra annet tall enn 1.....	52
Figur 12 - Starte telling fra annet tall enn 1.....	53
Figur 13 - Ikke-symbolsk sammenligning.....	54
Figur 14 - Ikke-symbolsk og symbolsk sammenligning av mengder	55
Figur 15 – Ikke-symbolsk sammenligning av mengder	56
Figur 16 - Symbolsk sammenligning av mengder	57
Figur 17 - Hvor mange flere eller færre?.....	58
Figur 18 – Ikke-symbolsk og symbolsk sammenligning av mengder som grunnlag for addisjon og subtraksjon	59
Figur 19 – Overgang fra sammenligning av mengder til addisjon og subtraksjon	60
Figur 20 - Oppgave med del-hele-relasjon	61
Figur 21 - Oppgave med del-hele-relasjon	62
Figur 22 – Oppgave med del-hele-relasjon og kompensasjon og ekvivalens	63
Figur 23 - Oppgave med del-hele-relasjon	64

Figur 24 - Oppgave med enkle addisjonsstykker	65
Figur 25 - Oppgave med subtraksjon.....	66
Figur 26 - Oppgave med addisjon i en hverdagssituasjon	67
Figur 27 - Automatisering av enkle regnestykker	68