Universitetet i Sørøst-Norge
Fakultet for humaniora, idretts- og utdanningsvitenskap
–

Mastergradsavhandling
Studieprogram: MGLU2
Vår 2023

Eirik Jokerud & Markus Noah Krogstad

En kvantitativ undersøkelse av sammenhengen mellom misoppfatninger og helhetlig matematisk kompetanse

2

Universitetet i Sørøst-Norge

Fakultet for humaniora, idretts- og utdanningsvitenskap

Institutt for matematikk og naturfag

Postboks 235

3603 Kongsberg

http://www.usn.no

Denne avhandlingen representerer 45 studiepoeng

4

Sammendrag

Masteroppgaven tar for seg sammenhengen mellom elevers prestasjoner på en diagnostisk test i brøk og elevers prestasjoner på standardiserte kartleggingsprøver. Problemstillingen er "hvilke sammenhenger kan vi finne mellom misoppfatninger i brøk og helhetlig matematisk kompetanse?". Vi har gjennomført en diagnostisk test på 7. trinn. Vi undersøker om det er mulig å finne korrelasjon mellom misoppfatninger i brøk og andre temaer i matematikk. Gard Brekkes *Misoppfatninger i brøk* danner grunnlag for teori om misoppfatninger om brøker. Vi har også brukt Mogens Niss' kompetansemodell for å se nærmere på hva man ønsker at elever skal oppnå. Vi bruker score på testene, og er ikke ute etter grundige svar eller dypere mening bak respondentenes besvarelser, og bruker derfor kvantitativ metode gjennom datainnsamling på kodeark. Vi tar i bruk flere funksjoner i Excel som lar oss representere data på ulike måter.

Undersøkelsen omfatter 73 respondenter på 7. trinn. Vi tar i bruk kartleggingsprøven som respondentene har besvart høsten 2022 for å sammenligne scoren fra kartleggingsprøven mot scoren deres på den diagnostiske testen. Vi finner noe korrelasjon mellom respondentenes besvarelser fra den diagnostiske testen og kartleggingsprøven. Noen av temaene fra kartleggingsprøven viser sterk korrelasjon, men andre temaer korrelerer i liten grad. Vi har forsøkt å finne korrelasjon mellom misoppfatningene i den diagnostiske testen, men her fant vi ikke store korrelasjoner. Vi finner forskjeller i svar fra respondentene på den diagnostiske testen i oppgavene hvor det finnes representasjoner og figurer. Det tyder på at det finnes korrelasjon mellom elever som scorer høyt på kartleggingsprøven, og de som ikke har misoppfatninger. Vi analyserer korrelasjonene nærmere for å forstå bakgrunnen for disse resultatene.

Innholdsfortegnelse

Oversikt over figurer og tabeller

Forord

Etter endt utdanning og levering av masteroppgave ønsker vi å takke våre veiledere Dan Roaldsøy og Ali Ghaderi for gode tanker og ideer samt veiledning. Vi ønsker å takke USN campus Drammen for å holde biblioteket åpent til enhver tid. Vi har også lyst til å takke ledelse, kollegaer og elevene ved Eiriks arbeidsplass for å ha stilt opp med det nødvendige av tid, hjelp og innsats for å få gjennomført vår forskning.

Videre vil Noah takke sin samboer Susanne for å være verdens beste mamma og for å ha vært hjemme med Iben mens han er opptatt med oppgaveskriving. Jeg vil også takke deg for å ha vært en støtte gjennom hele studiet, både når det har gått bra og når det ikke har gått så bra.

Eirik har lyst til å takke sin samboer Line, som har bistått underveis med både sparring og gode tips til masterskriving. Hun har også vært gravid i 8 og en halv måned av masterløpet vårt, og det nærmer seg nå termindato 13. juni. Videre har jeg lyst til å takke den snart nyfødte babyen for å ha hørt godt etter når pappa har bedt om at hun skal vente med sin ankomst til etter innleveringsdato på masteren 1. juni.

USN campus Drammen
Eirik Jokerud & Markus Noah Krogstad

1 Innledning

1.1 Bakgrunn for valg av tema

Vi har etter flere perioder i praksis og mange timer i klasserommet fått et inntrykk av hvor forskjellig elever takler matematiske problemer og oppgaver. Matematikk er kanskje et av de fagene hvor det er størst variasjon i kunnskap og interessen knyttet til faget. Det vi synes er ekstra givende er når vi får elever som ikke forstår deler av undervisningen til å forstå akkurat den delen de sliter med. Vi synes det derfor virket spennende å utforske hvilke feil eller misoppfatninger elever har knyttet til oppgaver innenfor matematikken. Dette er fordi vi ønsker å kunne anvende dette i vår hverdag som lærere i årene fremover. Ved å få en forståelse av hvilke oppgaver som avdekker disse misoppfatningene vil vi også ha bedre forutsetninger for å oppdage og veilede elevene vi møter i vår profesjon som lærere innenfor matematikk.

Vi har derfor valgt å jobbe med diagnostiske oppgaver i denne forskningen, altså oppgaver som avdekker misoppfatninger innenfor særskilte temaer. Et av temaene hvor diagnostiske oppgaver har blitt forsket mye på, og anvendes, er innenfor brøk. Det som er fascinerende med brøk er at det virker som det til tider er mer enn bare brøk. Det virker som det er en slags essensiell del av det å utvikle matematikkunnskapene sine. Brøk er tallmengder som deles opp på ulikt vis, men består alltid av en teller og en nevner. Vi bruker masse brøk i hverdagen, som man muligens ikke alltid er klar over. Eksempelvis deler vi ofte klokka inn i kvarter, altså fjerdedeler av en time, eller så ser vi brøkdeler i oppskrifter hvor det ofte er brøkdeler av gitte måleenheter. Vi ser også ofte at media anvender brøker når de skal gi oss informasjon, for eksempel ved at en sak kan avdekke at 1 av 4 elever sliter i matematikkundervisningen.

Det er forsket mye på brøk som tema, og derfor er det også avdekket ulike typer misoppfatninger innenfor dette. Disse vil vi komme nærmere inn på, og det er også disse oppgavene vi har tatt med i vår diagnostiske test anvendt i vår forskning. Vi finner det interessant at elever fra ulike land med ulike bakgrunner og ulike systemer, som igjen har ulike pensum og undervisningspraksiser, har de samme misoppfatningene (Swan, 2001, s. 150). Det at brøk er et komplekst matematisk tema som består av flere misoppfatninger, er noe forskning allerede har avdekket. Vi vil i denne masteroppgaven derfor se nærmere på disse misoppfatningene knyttet til brøk, og se hvorvidt disse kan sammenlignes med resultater knyttet til kartleggingsprøver som også omhandler flere andre matematiske temaer.

I våre fremtidige jobber som matematikklærere i grunnskolen fra 5.trinn til 10.trinn vil det være viktig for oss med kunnskap, forståelse og innsikt i denne typen misoppfatninger, samt oppgavene som kan anvendes for å avdekke disse. I dette arbeidet vil vi fokusere på oppgavene i seg selv som er knyttet til misoppfatninger innenfor temaet brøk, ikke eleven som svarer på testene. Vi håper det vil komme interessante funn, som både vi og andre kan få utbytte av i sin matematikkundervisning.

1.2 Problemstilling

Vi har valgt denne problemstillingen fordi vi begge er interessert i hvordan misoppfatninger oppstår, men også hvilke typer oppgaver som setter lys på misoppfatningene. Nysgjerrigheten stammer fra et ønske om å forbedre vår hverdag i læreryrket, noe som kan gjøres blant annet ved å kjenne til elevers misoppfatninger, hvor misoppfatningene kommer fra, og hvordan man kan forebygge det. Valget av problemstilling og tittel på oppgaven kommer av at oppgaven har et induktivt design. Forskningsspørsmålene våre er knyttet til problemstillingen, og vil være med å avdekke og underbygge svaret vi leter etter i problemstillingen. Vi leter ikke bare etter svar, men også etter spørsmål.

Problemstillingen vi forsøker å finne et svar på er: "Hvilke sammenhenger kan vi finne mellom misoppfatninger i brøk og helhetlig matematisk kompetanse?"

Vi har underveis i forskningen vår utformet følgende forskningsspørsmål:

1. Påvirker misoppfatninger i brøk elevers kompetanse i andre matematikktemaer?
2. Er misoppfatninger i brøk isolerte, eller kan man påvise at det er sammenheng eller korrelasjon mellom dem?

Vi er også interessert i å undersøke hvilke (grunnleggende) metoder som kan være aktuelle for undersøkelser av denne typen. Dette er noe vi undersøker gjennom hele prosessen i vår forskning og vi har forhåpentligvis funnet noen metoder som er hensiktsmessig å anvende i denne typen forskningsarbeid.

1.3 Oppgavens disposisjon

Masteroppgaven er delt inn i flere kapitler og delkapitler. Kapittel 2 er et teorikapittel der vi tar for oss begrepene misoppfatninger i matematikk og diagnostiske oppgaver. Hovedfokus i oppgaven er misoppfatninger knyttet til temaet brøk, og det er derfor også inkludert teori knyttet til brøk som tema. Til slutt i teorikapittelet har vi teori knyttet til Mogen Niss' kompetansemodell og kompetansemålene knyttet til brøk fra læreplanen i matematikk. Kapittel 3 beskriver metode som anvendes i forskningen. Her begrunner vi valg av metode, valg av respondenter, samt analyser av oppgavene vi bruker i forskningen. I kapittel 4 presenteres resultatene fra vår egen diagnostiske test, samt Kartleggerens kartleggingsprøve hos de samme elevene som i den diagnostiske testen. Vi sammenligner resultatene fra begge testene for å avdekke eventuell korrelasjon. Kapittel 5 består av vår drøfting, som tar utgangspunkt i resultatene, med bakgrunn i teori og metode. Til slutt i kapittel 6 forsøker vi å oppsummere oppgaven ved å knytte det til oppgavens problemstilling, oppgavens begrensninger og våre forslag til videre forskning som kan bygge på våre funn og oppgaver.

2 Teori

I teorikapittelet vil vi begynne med å avklare begrepene misoppfatninger og diagnostiske oppgaver. Her bruker vi Gard Brekke (2002) sin artikkel om diagnostisk undervisning, samt flere artikler som bygger oppunder eller supplerer Brekke på en hensiktsmessig måte. Teorien vil også handle om temaet vi har jobbet med gjennom testene vi har utført; brøk. For å klare og ta for seg brøk som tema på en god måte, vil vi også se nærmere på Utdanningsdirektoratet sine retningslinjer innenfor brøk, samt kompetansemål knyttet til dette temaet under læreplanen. Vi vil også kort ta for oss begrepet forståelse innenfor matematikken med hovedvekt på Skemp sin artikkel fra 1976, som omhandler relasjonell og instrumentell forståelse. Dette fordi vi ser at det kan være mange som klarer å lære seg regler innenfor temaet brøk, men som ikke dermed nødvendigvis har forståelse for hvorfor de gjør som de gjør.

Videre skal vi gjøre rede for kompetanse innenfor matematikk og hva dette vil si. Det finnes flere kompetansemodeller man kan ta i bruk, men vi har valgt å ta en nærmere titt på Mogens Niss' kompetansemodell, da den tar for seg det nødvendige av kompetanser som vi ser går igjen som kjerneelementer i den nye læreplanen. Vi ser også likhetstrekk opp mot kompetansemålene i matematikk i LK20.

2.1 Misoppfatninger i matematikk

Ifølge Swan (2001) har det siden 1980 vært en økende interesse for elevers svarfeil i matematikk, og det finnes mange eksempler på forsøk på å undersøke hvilke misoppfatninger som kan ligge bak. Videre forskning forsøkte å finne ut nøyaktig hvorfor elevene gjorde feil med kirurgisk presisjon, for å kunne anbefale passende behandling for å fjerne dem (Swan, 2001). En måte man brukte for å forebygge mot misoppfatninger var nettopp å forbedre undervisningen slik at det ikke oppstod misoppfatninger hos elevene (Swan, 2002).

Brekke (2002) definerer misoppfatninger i matematikk som "ufullstendige tanker knyttet til et begrep". Han skriver videre at "*et begrep er sjelden fullstendig utviklet ved at en har gjort erfaringer på et avgrenset felt"* (Brekke, 2002). Et sentralt problem i matematikkundervisningen er å få elevene til å innse at ideer og begreper de har dannet seg ikke alltid er direkte overførbart til nye situasjoner (Brekke, 2002; Sfard, 2008). Bak misoppfatninger ligger det derfor en bestemt tenkning, som eleven bruker konsekvent. Dette er ofte et resultat av at elevene overgeneraliserer kunnskapen de har, og overfører dette til nye situasjoner der denne kunnskapen ikke gjelder fullt ut. Nesher (1987) beskriver misoppfatninger som "*line of thinking that causes a series of errors all resulting from an incorrect underlying premise*", at de ikke er sporadiske, usammenhengende og ikke-systematiske feil. Brekke (2002) poengterer at det er viktig å skille mellom og forstå forskjellen på de feilene elevene gjør og de misoppfatninger de har. Elever gjør feil av forskjellige grunner, (1) fordi de ikke leser oppgaven godt nok, (2) fordi de mangler konsentrasjon eller (3) fordi de ikke er oppmerksomme nok (Brekke, 2002; Swan, 2001). Med andre ord forekommer feil elevene gjør mer eller mindre tilfeldig. Misoppfatninger oppstår derimot ikke tilfeldig, Swan (2001) kaller disse feilene for alternative tolkninger av en situasjon, slik som når man har lært at hvis man multipliserer så blir produktet alltid større, noe som ofte er sant, men ikke når man multipliserer med desimaltall eller negative tall. Nesher (1987) mener det ikke alltid er like lett å følge elevens tankegang, og dermed vanskelig å avdekke hvor systematisk og konsekvent den er. Mye av forskningen kartlegger derfor ofte bare hvilke svar som er feil og hvor mange svar som er feil, noe som ikke gir innsikt i hvorfor eleven har svart feil og dermed ikke kan brukes systematisk. Sfard (2008) skriver at vi kommer over en misoppfatning når noen bruker en formel, begrep eller funksjon på en slik måte at det differensierer fra hvordan matematikere bruker det, men dette forteller ikke hele bildet. Videre forklarer Sfard (2008) at misoppfatninger oppstår når man lager egne oppfatninger eller regler om hvordan et problem skal løses, slik som når man har oppfatningen om at produktet alltid blir større ved bruk av multiplikasjon. Ofte vil misoppfatninger oppstå fordi man ikke har lært noe *enda*.

2.1.1 Forståelse i matematikk

Ved å se på misoppfatninger i matematikken kan man se at forståelsen av det matematiske er veldig individuelt. Det er forskjellige måter å forstå matematikken på. Ifølge Kunnskapsdepartementet (2017) innebærer det å ha kompetanse i matematikk at man forstår matematikken. Kompetanse i matematikk tar vi nærmere for oss i delkapittel 2.6 og 2.7 som henholdsvis handler om kompetansemodellen til Mogen Niss og kompetansemålene Kunnskapsdepartementet har satt knyttet til matematikk, og da særskilt innenfor temaet brøk.

Forståelse i matematikk er abstrakt, og mange har forsøkt å forklare hva dette innebærer. Blant dem som har prøvd er Richard Skemp (1976), som skiller mellom relasjonell og instrumentell forståelse. Det å ha relasjonell forståelse innebærer både hva man skal gjøre, og hvorfor man skal gjøre nettopp det. Det motsatte av relasjonell i denne sammenhengen mener Skemp er den instrumentelle forståelsen. Instrumentell forståelse i matematikken vil si at man vet hva man skal gjøre, men ikke hvorfor man skal gjøre det (Skemp, 1976). Eksempelvis kan man tenke seg at to brøker som skal adderes alltid må ha felles nevner. Elever med instrumentell forståelse av dette, vet at de må finne fellesnevner, men de vet ikke hvorfor. Elever med relasjonell forståelse vil i dette tilfellet også vite hva de skal gjøre, men de har i tillegg forstått hvorfor de må finne fellesnevner før de kan addere brøker. Det er viktig å påpeke at en elev ikke har hverken instrumentell eller relasjonell forståelse uten videre. Eleven har forståelsen ut ifra hva de har lært, og dersom de ikke innehar forståelsen er dette fordi de ikke har blitt lært det på en måte de forstår det på.

Lærerens jobb i klasserommet er å hjelpe elevene å forstå. Arbeidet innebærer å hjelpe utviklingen av konsepter og relasjoner de er ment å lære. Det handler ikke bare om enkelte ord og begreper de kan forstå av seg selv, men å hjelpe dem med å utvikle konseptuelle rammeverk. Dette inkluderer utviklingen av forståelsen av sammenhenger og ulike synsvinkler (Schons et al., 2023; Swan, 2002). Her er det snakk om begrepet *scaffolding* hvor eleven får bevege seg fritt innenfor visse rammer satt av læreren. En situasjon eller et problem, som er skapt og kontrollert av læreren som er tilpasset elevens prestasjonsnivå (Wood et al., 1976). Scaffolding er et læremiddel man tar i bruk for å øke effekten av læringspotensialet, men når kan en si at man har full forståelse for noe? Forståelse i matematikk kommer når man føler at man har struktur eller orden og en viss harmoni over begrepet. For en matematiker vil forståelse komme i form av å ha formulert en modell eller fasit (Swan, 2002). Sierpinska (1994) lister opp fire krav for å oppnå forståelse av noe:

- identifisering: at vi oppdager et konsept, navngir det og forklarer det.
- diskriminering: at vi kan se sammenhenger og forskjeller mellom dette konseptet og det neste
- generalisering: at vi kan se generelle egenskaper av konseptet og spesifikke situasjoner med det
- syntetisering: at vi kan formulere et allment begrep

Når man identifiserer et nytt konsept vil eleven ifølge Piaget enten putte konseptet i et skjema de allerede har, eller i et nytt skjema dersom konseptet ikke passer inn. Det kan enten oppstå en kognitiv konflikt hvor konseptet ikke passer inn, om man må tilpasse seg den nye informasjonen, som da vil være akkommodasjon. Alternativet er at man kan putte den nye kunnskapen inn i et skjema man allerede har, assimilasjon (Lyngsnes & Rismark, 2020). Det finnes flere nivåer av identifisering, slik som det også finnes flere nivåer av diskriminering. Diskriminering er det andre kravet for forståelse, og det går ut på å kunne se forskjeller og likheter mellom konsepter. Generalisering forstås som evne til å ta i bruk konseptet i forskjellige situasjoner (Sierpinska, 1994). Det siste kravet, syntetisering, handler om å skape en felles betegnelse på konseptet. Det vil si at når man leter etter beviser og finner det, forstår man hvorfor beviset er slik.

Forståelse i matematikk handler altså om evnen til å tilegne seg kunnskap og plassere den, enten i gamle eller nye skjemaer, ut ifra hvorvidt det har en sammenheng eller ikke med tidligere kunnskap (Nosrati & Wæge, 2015; Skemp, 1976). Gjennom forståelse i matematikk vil man oppnå kompetanse som er nødvendig for å kunne løse problemer og situasjoner som vil oppstå.

2.2 Diagnostisk undervisning

Vår forskning handler om diagnostikk, dermed er det essensielt for masteravhandlingen at vi presiserer hva diagnostikk er, og hvordan dette er relevant i matematikk. Elever i norsk skole har per §1-3 krav på tilpasset opplæring, og man kan ikke tilpasse opplæringen uten å diagnostisere elevenes behov (Opplæringsloven, 2018). Diagnostisk undervisning er basert på at man ønsker å tilegne seg informasjon om elevene og de behovene de har. Jo mer tid man bruker på å diagnostisere, desto større sjanse er det for at man skaper gode læringsarenaer for elevene som er tilpasset de individuelle behov (Kilborn, 1991). I Swan (2001) finner vi fem prinsipper for diagnostisk undervisning som kan fungere som veiledning for hvordan man utfører undervisningen:

1. Undersøke elevenes eksisterende kunnskaper og forståelse
2. Tydeliggjør eksisterende konsepter og metoder eksplisitt i klasserommet
3. Dele metoder og resultater og fremprovosere kognitive konflikter i diskusjon
4. Løs konfliktene gjennom diskusjon og formuler nye konsepter og metoder

5. Bruk de nye konseptene elevene har lært gjennom problemløsningsoppgaver

Med denne formen for undervisning i matematikk har man erfart at elever holder på kunnskapen de lærer i en lengre periode enn hva de gjør med en mer konservativ og tradisjonell undervisningsmetode (Swan, 2001). Den diagnostiske undervisningen lar læreren slippe litt på klasserommet, og meningen er at elevene skal være mer delaktige og aktive i klasserommet. Det ønskes at elevene skal snakke friere, både med den de sitter ved siden av og grupper de eventuelt sitter i. Swan (2001) konkluderer med at diagnostisk undervisning har som hensikt å supplementere fremgangsmåter hvor man fokuserer på viktige kompetanser i matematikk, å utvikle løsningsstrategier, samt få kjennskap til bruksområder til matematikk i samfunnet.
Mer konkret beskriver Brekke (2002) at målet med diagnostisk undervisning er å skape en kognitiv konflikt hos eleven dersom eleven besitter misoppfatningen gjennom problemstillinger som er skapt for nettopp dette. Deretter ønsker man, slik som Swan (2001) skriver, å reflektere over hvilke metoder for løsning man har gjort for å forstå misoppfatningen om hvorfor den er til stede hos eleven.

Oppgavene som brukes i en slik undervisningsmetode er oppgaver Brekke vil definere som diagnostiske oppgaver. Tradisjonelt sett vil tester eller prøver i matematikk komme i etterkant av et gjennomgått tema for å teste hva elevene har lært. Målet med diagnostiske oppgaver er å kartlegge hva elevene kan, hvordan de tenker, og hvordan de overfører forkunnskap de har fra før til dette nye temaet. Oppgavene er designet med en hensikt om å skape en kognitiv konflikt for å kunne avdekke om elevene har misoppfatninger (Brekke, 2002). Videre lister Brekke (2002) opp fem ulike formål med diagnostiske oppgaver:

1. å identifisere og framheve misoppfatninger som elevene har utviklet, også uten at det trenger å ha vært noen formell undervisning i det en vil undersøke
2. å gi læreren informasjon om løsningsstrategier elevene bruker for ulike typer av oppgaver
3. å rette undervisningen mot å framheve misoppfatningene, for på den måten å overvinne dem og de delvise begrepene
4. å utvikle elevenes eksisterende løsningsstrategier

5. å måle hvordan undervisningen har hjulpet elevene til å overvinne misoppfatningene ved å bruke de samme oppgavene både før og etter undervisningssekvensen. (Brekke, 2002, s. 16)

Diagnostiske oppgaver og undervisning ønsker man å gjennomføre før man skal begynne med undervisning av tema. Dette er for å avdekke misoppfatningene på forhånd, samt å forebygge mot misoppfatninger. Det er hensiktsmessig å la elevene prøve seg frem på nye typer oppgaver, da man ønsker at elevene skal bruke tidligere kunnskap for å løse nye problemstillinger.

2.3 Misoppfatninger knyttet til brøk

For å forstå hvorfor misoppfatninger knyttet til brøk er såpass omfattende, må vi forstå hvorfor temaet skaper utfordringer hos elever. Freudenthal (1999) skriver at 3 + 2 og 5 har samme verdi, og kan stå på hver sin side av likhetstegnet på samme måte som Amsterdam og hovedstaden i Nederland kan stå på hver sin side av likhetstegnet og betyr det samme. Det finnes flere måter å presentere sifferet 5, som for eksempel $\sqrt{25}$. På lik linje har $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{6}$ og $\frac{6}{9}$ samme verdi og blir kun presentert på ulike måter. For alle måter å forenkle verdier lik 5 kommer vi alltid tilbake til den helt grunnleggende verdien 5. Vi kan vri og vende på konseptet om $\frac{2}{3}$ til $\frac{4}{6}$ eller 0,6667, men det finnes ikke en mer grunnleggende måte å presentere verdien $\frac{2}{3}$. For en elev å møte en brøkrepresentasjon og bli fortalt at den kan bety $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{6}$ eller $\frac{6}{9}$ vil være overveldende, og det forundrer oss ikke hvordan det kan skape problemer hos eleven. Det vil ofte oppstå situasjoner i dagliglivet hvor hele tall ikke er nok. Hver gang man skal dele noe på noen, fylle bensin, finne ut hva noe koster på tilbud, bruker man rasjonelle tall. Man vil, etter hvert, utvikle forståelse for rasjonelle tall, og hvordan 0,75 kan både være $\frac{3}{4}$ og $\frac{6}{8}$ (Solem et al., 2019).

Matematikksenteret og Naturfagssenteret har på oppdrag fra Utdanningsdirektoratet laget noe som kalles realfagsløyper. Dette skal være et verktøy for kompetanseutvikling i matematikk og naturfag for ansatte i barnehager og skoler. En av disse løypene tar for seg diagnostisk undervisning og diagnostiske oppgaver. På nettsiden står det at modulen har som hensikt å gi erfaring med diagnostisk undervisning som metode for å få frem ulike misoppfatninger og overgeneraliseringer i matematikk. Som en del av de ulike modulene ligger det ressurser der det i modul fem, som handler om misoppfatninger til brøk, ligger to fagtekster: *Misoppfatninger knyttet til brøk* og *Problemer knyttet til brøk*. I tillegg ligger det et oppgavesett som vi har tatt utgangspunkt i til vårt oppgavesett.

I Misoppfatninger til brøk, (Bondø, Tokle & Åsenhus, 2018), nevnes seks misoppfatninger i brøk:

- Nevner representerer antall deler - uavhengig av størrelse
- Jo større nevner eller teller, jo større brøk
- Brøkstrek er lik desimalkomma
- Differansen mellom teller og nevner avgjør størrelsen til brøken
- Teller eller nevner er et isolert tall
- Tar ikke hensyn til helheten

Nevner representerer antall deler - uavhengig av størrelse

Elever med denne misoppfatningen vil ha forståelse av brøk som del av en helhet, men fokuserer bare på antall deler og ikke delenes størrelse (Tokle et al., 2018, s. 4).

Jo større nevner eller teller, desto større brøk

Noen elever vil kun se på tallene og størrelsene på nevner og teller, og på denne måten anta at brøkene med høyest siffer på enten teller eller nevner også er den største brøken (Tokle et al., 2018, s. 7).

Brøkstrek er lik desimalkomma

Denne misoppfatningen er hos elever som ikke klarer å forstå hvilken funksjon selve brøkstreken skal ha. Der brøkstreken skal være en del innenfor samme heltall, altså at selve brøken kun er ett tall som er delt opp, vil elevene med denne misoppfatningen tenke på brøkstreken som et skilletegn. De tenker at det som skiller er et desimalkomma, altså at de tror $\frac{1}{2}$ er det samme og har samme verdi som desimaltallet 1,2 (Tokle et al., 2018, s. 12).

Differansen mellom teller og nevner avgjør størrelsen på brøken

Når en elev har misoppfatningen om forskjellen mellom teller og nevner, vil de ofte tenke at det er differansen som bestemmer om en brøk har større eller mindre verdi enn en annen. Dette vil si at man tenker at $\frac{3}{4}$ er like store $\frac{4}{5}$, eller at $\frac{3}{5}$ er større enn $\frac{6}{9}$ (Tokle et al., 2018, s. 15).

Teller eller nevner er et isolert tall

Hvis en elev oppfatter teller eller nevner som et isolert tall, tar de kun hensyn til dette og ser ikke det andre tallet i brøkstykket. Eleven vil skravere $\frac{3}{9}$ ruter hvis det står i oppgaven at de skal skravere $\frac{3}{3}$ av rutenettet (Tokle et al., 2018, s. 19).

Tar ikke hensyn til helheten

Når eleven ikke tar hensyn til helheten, vil de ha misoppfatning om at $\frac{1}{2}$ pizza og $\frac{1}{2}$ av sola er like stort. Her tar ikke elevene kontekst i beregningen (Tokle et al., 2018, s. 23).

I den diagnostiske testen i vår forskning har vi i tillegg til én oppgave knyttet til hver av disse seks misoppfatningene tre oppgaver som har en litt annen variasjon og tilnærming. De første seks oppgavene i testen omhandler hver av de seks nevnte misoppfatningene. Den syvende oppgaven tester mer helhetlig matematisk kompetanse, og hvordan man klarer å abstrahere kunnskap og anvende denne for å svare på oppgavene. Den åttende oppgaven går ut på å forstå at brøker består av to isolerte tall, som igjen kan ha sin rot i at man ofte omtaler brøker som et antall relativt til et annet tall. Hvis et fotballag scorer i 5 av 11 kamper før sommerferien, og på 6 av 9 kamper etter sommerferien, hvor mange kamper har de scoret i av det totale antallet spilte kamper? Da stemmer det at de har scoret i 11 av 20 kamper, og da kan man tenke at addisjonen av brøker foregår slik: $\frac{5}{11}+\frac{6}{9}=\frac{11}{20}$. Oppgave 8 tester en misoppfatning om overgeneralisering av brøk.

Oppgave 9 tester en mer generell forståelse av brøk som desimaltall, og kan sammenlignes med oppgave 3. Plassering av de diverse brøkene forteller oss om eleven forstår brøkstreken som desimalkomma. Dersom en elev plasserer 2,3 på $\frac{2}{3}$ får vi et inntrykk om at eleven ikke har forståelsen. Samtidig tester oppgave 9 også forståelse om blandede tall, og dermed avviker oppgaven litt fra de andre oppgavene i den diagnostiske testen.

2.5 Kompetansemodell

På bakgrunn av vår forskning og hvilke metoder vi bruker vil det være relevant å nevne kompetanse. Mogens Niss (2002) forteller at matematisk kompetanse handler i all hovedsak om å forstå, utøve og anvende matematikk i et sosialt perspektiv og i områder hvor matematikk kan og ikke kan oppstå (Niss & Jensen, 2002). Selve læreplanen støtter dette, da kjerneelementene som ligger til grunn for matematikkfaget i skolen baseres på nettopp de kompetansene Niss skriver om. Matematisk kompetanse er å kunne løse forskjellige matematiske problemer og utfordringer ved bruk av det matematiske språket og de matematiske ferdighetene man har absorbert (Utdanningsdirektoratet, 2019).

Niss (2002) deler kompetansene i to "overkompetanser"; (1) å spørre og svare i, med og om matematikk, og (2) å håndtere matematikkens språk og hjelpemidler. De fire kompetansene i den førstnevnte overkompetansen innebærer å kunne stille spørsmål og å kunne forutse hvilke type svar som kan komme fra disse spørsmålene, samt å kunne forstå og argumentere for disse svarene. De siste fire matematiske kompetansene handler om evnen til å forstå det matematiske språket og dets redskaper. Det vil si at man skal omgås i og kommunisere gjennom det matematiske språket, både med representasjoner og symboler, samt å kunne ta i bruk matematiske hjelpemidler (Niss & Jensen, 2002). Til tross for at de matematiske kompetansene er delt inn i to overordnede kompetanser kan alle åtte kompetanser spille en rolle for begge de overordnede kompetansene, slik som vi kan se representert i figur 2.1. Noen av kompetansene kan også være vanskelig å skille, da noe som er sant for én kompetanse også kan være sant for en annen kompetanse. Vi vil se nærmere på problembehandlingskompetanse, resonnementskompetanse, symbol- og formalismekompetanse og representasjonskompetanse som vil være mest relevant for vår egen forskning.

Problembehandlingskompetanse baseres på å finne sammenheng og å anvende kunnskap for å finne frem til en forståelse. Nettopp det å tenke algoritmisk for å utvikle fremgangsmåter som skal være behjelpelige for å løse problemet eller situasjonen (Kunnskapsdepartementet, 2019; Niss & Jensen, 2002; Stedøy & Valbekmo, 2018, s. 3). Matematiske problemer kan imidlertid ikke være like for alle. Hvilke evner og kompetanser man innehar er ulikt. Dette medfører at noe som er et matematisk problem for noen ikke vil være et problem for andre (Niss & Jensen, 2002; Stedøy & Valbekmo, 2018; Torkildsen, 2017). Ideelt ønsker man at alle elever skal tilegne seg like mye kunnskap, men at kunnskapen er ulik slik at de kan bruke fellesskapet for å fylle hverandres kunnskapshull. Problembehandlingskompetanse handler mye om dette, å bruke de hjelpemidler man har rundt seg for å løse utfordrende og noen ganger umulige problemer. Elever må ta seg tid til å vurdere hva som trengs for å løse problemet, og å resonnere med seg selv (Torkildsen, 2017). Dette er noe vi kommer tilbake til, når vi forsøker å analysere svar fra våre respondenter på den diagnostiske testen. Selv om flere av oppgavene i den diagnostiske testen bruker avkrysningsmetode for svar, vil det likevel være mulig å analysere elevbesvarelsene for å forstå om respondentene bruker kunnskap for å skape ny kunnskap. Det er ikke alltid det holder med den kunnskapen man innehaver selv, så man må finne nye måter å tenke på enten via digitale hjelpemidler eller jevnaldrende man omgås på skolen. Hva skal så til for at man tar i bruk og anvender andres kunnskap for seg selv?

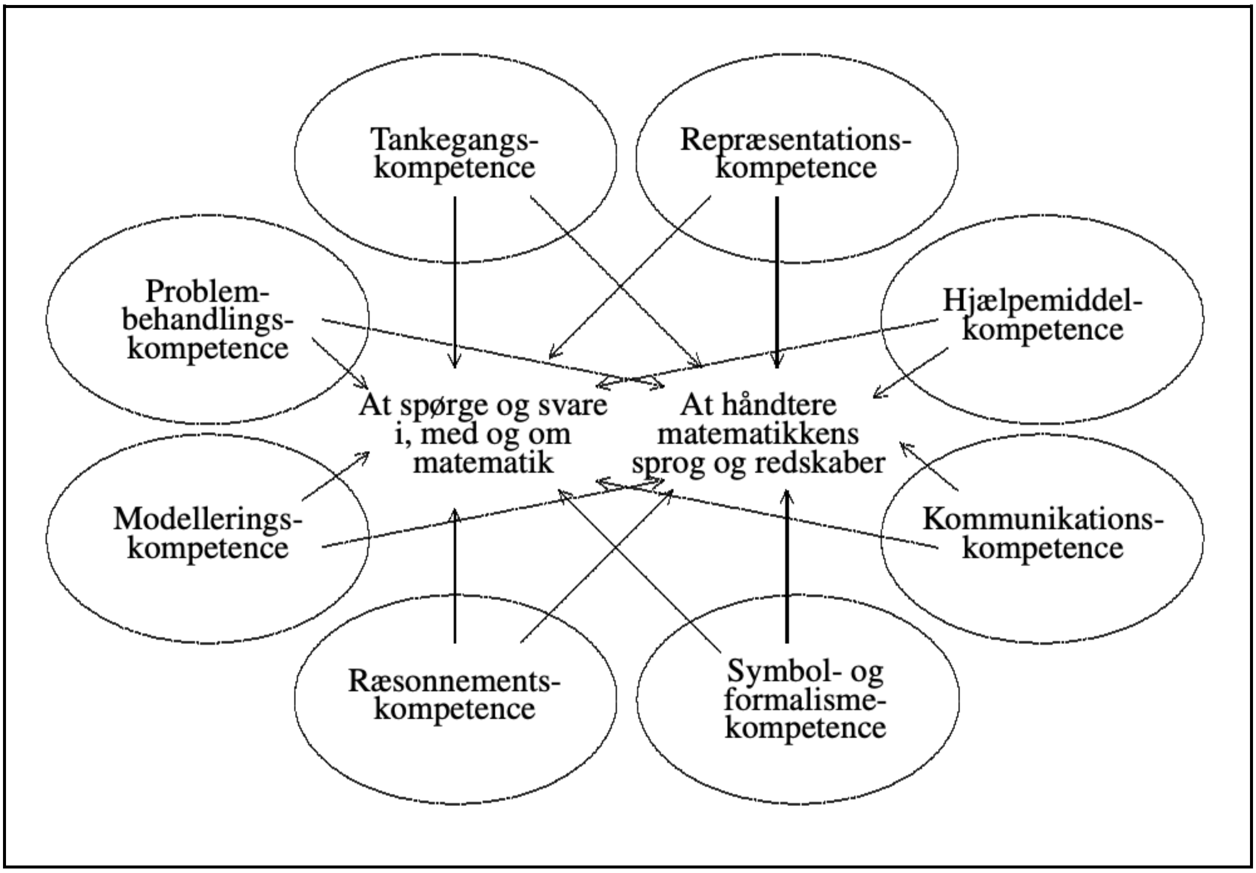
Å resonnere seg frem til en måte å løse et problem på er ikke eksklusivt for problembehandlingskompetanse, resonnement er kvintessensielt for matematikken i en helhet. At elever skal resonnere og finne argumentasjon for hvorfor noe er riktig eller feil er basis for hva resonnementskompetanse er. Etter hvert vil det være viktigere å vite hvorfor og hvordan noe er gyldig (Kunnskapsdepartementet, 2019; Stedøy, 2018). Resonnementskompetanse handler om å kunne tenke logisk for å utvikle en form for fremgangsmåte mot målet. Både problembehandlings- og resonnementskompetanse er relevante for å løse diagnostiske oppgaver da man må evne å bruke den kunnskapen man har og å kunne tenke logisk for å løse oppgavene. Til tross for at selve utregningsprosessen omfavner kompetanse i symbolikk og formalisme, kan vi fortsatt si at resonnementskompetanse handler om å kunne gjøre enkle utregninger, da kompetansen også handler om å kunne bevise utregnelser (Niss & Jensen, 2002).

Symbol- og formalismekompetanse står sentralt i diagnostisk undervisning. De kjennetegnene vi har i misoppfatninger spesifikt til temaet brøk i matematikk handler om symbolikk og formalisme, for eksempel misoppfatningen om at brøkstreken er det samme som et komma. Et eksempel på en slik oppgave vil være figur 3.10, hvor respondentene skal gjøre om desimaltallet 0,46 til en brøkdel. Symbol- og formalismekompetanse er essensielt fordi det ikke bare handler om å kunne se og forstå avanserte symboler, mønstre og ligninger, men også det aller mest grunnleggende, nemlig noe som innebærer å kjenne til regler for når symboler brukes og hvilke symboler som brukes (Niss & Jensen, 2002).

De åtte kompetansene er ment som en veiledning mot ekspertise i matematikk. De er ikke eksklusive for hverandre og kan brukes fritt, men som Kilpatrick, Swafford og Findell (2001) forklarer, så kan ikke begrepene i seg selv være absolutte, da begrepene ikke har nok fyldighet til å avgrense hva ekspertise i matematikk er. Vi må forstå at begrepene for kompetanse ikke er tilstrekkelig for ideen om hva fullstendig kompetanse er. I likhet med Kilpatrick, Swafford og Findells (2001) *mathematical proficiency*, er de åtte kompetansene til Niss avhengig av hverandre. *Mathematical proficiency* har fem komponenter som representerer forskjellige aspekter ved hva vi ser på som ekspertise eller kyndighet i matematikk. De fem komponentene er:

- begrepsforståelse
- beregning
- bruk
- resonnering
- engasjement

Videre skriver de at *mathematical proficiency* ikke kan oppnås ved å kun fokusere på en eller to av komponentene. Man trenger ikke å fokusere på de fem komponentene samtidig, men at man arbeider med disse over tid, fra før man begynner på skolen og til man føler seg god nok. Både de åtte kompetansene og de fem komponentene er ment som veiledere til at man har kunnskap og evne til å løse tilstrekkelige oppgaver og problemer (Kilpatrick et al., 2001; Niss & Jensen, 2002).



Figur 1: Illustrasjon av de åtte kompetansene hentet fra s. 46 i Niss og Jensen (2002)

2.6.1 Representasjonskompetanse

Underveis i arbeidet med brøk i klasserommet vil man raskt forstå når elever strever og når de klarer å løse oppgaver på egen hånd. I kapittel 2.6 forteller vi om Mogens Niss' kompetansemodell, hvor en av de åtte kompetansene i matematikk, representasjonskompetanse, dreier seg om å forstå og å kunne anvende representasjoner i matematikk. Det gjelder også å forstå forbindelsene mellom representasjoner og eventuelle forskjeller eller ulemper og goder med hver av dem (Niss & Jensen, 2002). Representasjoner blir nevnt overalt i den nye læreplanen LK20 som en del av de grunnleggende ferdighetene, kjerneelementene, samt i kompetansemål i matematikk, hvilket gir oss en god formening om hvor sentralt representasjoner er i den norske matematikkundervisningen. "Alle matematiske objekter er abstrakte, vi kan ikke ta og føle på dem eller undersøke dem direkte [...]" (Dahl, 2020, s. 195). Keil (1999) skriver at i kunnskapsutviklingen av barn velger man ut spesifikke modeller for å løse problemer ut ifra i hvilket stadium i utviklingen man er. Yngre elever vil oftere bruke konkreter og eksempler i besvarelser og begrunnelser, mens elever med større utvikling oftere vil bruke abstrakte representasjoner basert på regler og prinsipper. Som pseudovitenskap kan dette beskrives gjennom at barn ikke vil forstå hvor mange streker man tegner, men de evner å telle antall fingre man holder i været eller hvor mange mynter man holder i hånda.

Representasjoner har som hensikt å vise karakteristiske trekk ved det som uttrykkes, eller at noe presenteres fra en annen synsvinkel. Representasjoner blir brukt som hjelpemiddel for å formidle tanker, ideer og konsepter (Dahl, 2020; Knudtzon, 2019). En brøk kan representeres på uendelige måter, der de vanligste er gjennom pizzastykker og kakestykker, både i form av rektangler og trekanter. For de aller fleste er nettopp disse representasjonene deres første møte med brøk, spesielt hvis man har søsken man må dele kaker og godterier med. Underveis i utviklingen av representasjonskompetanse, vil man naturligvis utvikle meta-representasjonskompetanse, hvor man forsøker å utvikle egne former for representasjoner og tanker om når de forskjellige representasjonene fungerer best (diSessa, 2004). Å ha de riktige oppfatningene om representasjoner i brøk er essensielt for videreutviklingen, og dersom man utreder misoppfatninger tidlig vil man kunne se stor vekst i prestasjoner til elever. Det må nevnes at til tross for at konkrete representasjoner er en god introduksjon til tema, vil man ikke kun bruke disse. Ettersom elever får mer kunnskap i tema, er det med god hensikt å bruke symbolske representasjoner i større grad, da å forstå sammenhengen mellom de ulike representasjonene, både konkrete og abstrakte, kreves for god kompetanse og forståelse, samt å ha fleksibilitet til å bruke forskjellige representasjoner der det er behov for dette (Dreyfus & Eisenberg, 1996; Svingen, 2018).

2.6 Læreplan i matematikk

Læreplanen i matematikk ble revidert og tatt i bruk i 2020, og går under navnet LK20. Læreplanen tar for seg både kompetansemål som tidligere, men har nå også fått inn egne kjerneelementer knyttet til de ulike fagene. Vi vil nå se på kompetansemål og kjerneelementer som er relevante for vår oppgave. Først vil vi ta for oss kompetansemålene knyttet til brøk, før vi ser nærmere på kjerneelementene.

Det å kunne tilegne seg faglig læring og kompetanse er en særdeles viktig del av opplæringen man skal gjennomføre i skolen knyttet til grunnopplæring. Dette er en stor del av dannings- og utdanningsoppdraget man som lærer og skole har når det kommer til hva elevene skal sitte igjen med etter fullført utdanningsløp. I læreplanens overordnede del blir begrepet “kompetanse” beskrevet på disse måtene:

> *«Kompetanse er å kunne tilegne seg og anvende kunnskaper og ferdigheter til å mestre utfordringer og løse oppgaver i kjente og ukjente sammenhenger og situasjoner. Kompetanse innebærer forståelse og evne til refleksjon og kritisk tenkning»* (Kunnskapsdepartementet, 2017, s. 11).

Kompetansemålene er mål som man skal prøve å oppnå med elevene sine, slik at de sitter med denne kunnskapen når de er ferdig med diverse temaer på sine respektive trinn. For matematikk er det nye kompetansemål alle 10 årene med skole, men det er flere av dem som bygger videre på de samme temaene. På 7. trinn er det flere forskjellige mål knyttet til ulike temaer. Et av disse er knyttet til brøk, som her også likestilles med desimaltall og prosent:

> *«Representere og bruke brøk, desimaltal og prosent på ulike måtar og utforske dei matematiske samanhengane mellom desse representasjonsformene»* (Kunnskapsdepartementet, 2019, s. 10).

Som man kan se på dette kompetansemålet, er det på 7. trinn et ønske om at elevene skal kunne se sammenhenger mellom brøk, desimaltall og prosent. Dette bygger videre på flere kompetansemål fra tidligere trinn. Spesielt er det ett kompetansemål fra 5. trinn som er oppbyggende for kunnskapen man skal tilegne seg på 7. trinn. Kompetansemålet på 5. trinn er som følger:

> *«Representere brøkar på ulike måtar og omsetje mellom dei ulike representasjonane»* (Kunnskapsdepartementet, 2019, s. 8).

Her fokuseres det direkte på temaet brøk, hvordan man kan se brøk på ulike måter, samt veksle mellom ulike representasjoner av brøk. Det vil si at elever skal kunne oversette mellom brøk, desimaltall, prosent og ulike visuelle representasjoner, slik som brøk fremstilt ved pizzastykker, rutenett og lignende.

Der kompetansemålene er trinnsspesifikke mål som elevene skal oppnå underveis i matematikkopplæringen er kjerneelementene et nytt tilskudd til læreplanen som er overordnet i matematikkundervisningen og dermed gjelder for alle trinn. De seks kjerneelementene som ble utviklet til LK20 er som følger:

1. Utforsking og problemløsning
2. Modellering og anvendelser
3. Resonnering og argumentasjon
4. Representasjon og kommunikasjon
5. Abstraksjon og generalisering
6. Matematiske kunnskapsområder

Flere av disse kjerneelementene er basert på kompetansemodellene vi har sett på [se kapittel 2.5]. Kjerneelementene legger til grunne for all kompetanse i matematikk vi ønsker elevene skal mestre.

3 Metode

I dette kapitlet belyses valgene vi har gjort av metoder for datainnsamling og analyse. Vi vil videre bedømme validitet og reliabilitet, samt forskningsetiske vurderinger.

Postholm & Jacobsen (2018) forteller at skillet mellom den kvalitative og den kvantitative metoden har blitt mindre, men metodene holder seg stadig særskilte på hva de representerer av syn på og kunnskap om virkeligheten. Kvantitativ og kvalitativ metode skaper like gode problemstillinger, men metoden blir valgt ut ifra hva som er mest hensiktsmessig for *din* problemstilling (Postholm & Jacobsen, 2018 s. 110). I denne oppgaven retter vi fokus mot sammenhenger mellom elevers misoppfatninger og deres matematiske kompetanse i bred forstand. Men vårt utgangspunkt er ikke bare å finne svar på bestemte spørsmål, vi ønsker også å bruke analyse av datamaterialet til å stille spørsmål, både om sammenhengene i datamaterialet, og om metoden(e) i seg selv. Hvilke svar kan vi finne med de metoder vi har brukt? Hvilke begrensninger har de? På denne måten får vår oppgave et induktivt preg.

3.1 Kvantitativ metode

Kvantitativ metode har flere teknikker for datainnsamling, blant annet intervjuer, observasjon og spørreundersøkelse. Kvantitativ metode gir oss muligheten til å samle inn en større mengde med data som beskrives gjennom variabler 0 og 1. Måleresultatene som blir hentet fra datainnsamlingen er variabelen *misoppfatning* (1) eller variabelen *ingen misoppfatning* (0) hos hver enkelt respondent (Befring, 2020, s. 103).

Kvantitativ metode handler essensielt om å samle numeriske data for å forklare spesifikke fenomener, og det finnes spesifikke spørsmål som passer til å bli svart på ved bruk av kvantitativ metode. Det er spørsmål som når du spør ønsker å få et svar i form av tall som kan måles. Spørsmål som:

- Hvor mange elever har misoppfatninger i matematikk?
- Hvilke typer diagnostiske oppgaver i matematikk tilrettelegger for misoppfatninger hos elever?

Dette er spørsmål vi kan se på kvantitativt, da dataen vi må samle inn allerede finnes i numerisk form (Mujis, 2004, s. 2).

Kvantitativ metode har i motsetning til kvalitativ metode forutbestemt datainnsamling. I en kvantitativ forskning vil man ofte ha svaralternativer og ingen form for utdyping av respondentenes svar, noe man ofte ønsker i en kvalitativ forskningsmetode. Hensikten bak å bruke kvantitativ metode er å kunne bruke en større populasjon for å forhåpentligvis få et representativt blikk på det man forsker på (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 165).

Vi ønsker gjennom denne undersøkelsen å finne elevers misoppfatninger i matematikk, og idealet er at analysen av resultatet kan generaliseres for flere eller alle elever.

3.2 Test som metode

I kvantitativ metode blir tester ofte brukt. Testen gir oss en oversikt over hva respondentene svarer. Ved å plotte deres svar inn i et overordnet skjema i form av et Excel-ark, kan vi analysere og trekke slutninger om misoppfatninger hos elever. Den diagnostiske testen har ni oppgaver med fire deloppgaver hver, som vil si at det er til sammen 36 deloppgaver respondentene svarer på. Det gir oss et bredt syn på respondentenes kunnskap. Den diagnostiske testen tar i bruk oppgaver fra realfagsløyper. I kapittel 2.2 Diagnostiske oppgaver forklarte vi litt om diagnostiske oppgaver og tester.

Tester er ikke ukjent i matematikkfaget. TIMSS og PISA er eksempler på kjente tester over hele verden. TEDS-M er også en velkjent test, men hvor fokuset ligger på lærerstudenter fremfor elever. TIMSS og PISA sine formål er å samle data om skolesystemer og å sammenlikne skolesystemene. Det brukes spørreskjemaer til elever, lærere og skoleledelse, samt nasjonale ledere for å få en forståelse av utdanningen til lærere, syn på fag, læreplaner og ressurser i skolen. At flere nasjoner deltar i undersøkelsene gir oss et større innblikk i elevers prestasjoner og deres utvikling i prestasjonsnivået, spesifikt i faget matematikk. TIMSS og PISA har forskjellige målinger på ulike nivå. TIMSS har målinger på barne- og ungdomstrinnet og elevenes kunnskaper i mer abstrakt matematikk, men PISA måler kun elever siste året på ungdomsskolen og deres *mathematical literacy*. TEDS-M måler lærerstudenter i matematikk og deres matematikk og matematikkdidaktiske kunnskaper (Grønmo, 2014, s. 685).

Gjennom undersøkelsene fra TIMSS og PISA er det blitt funnet spesifikke profiler som beskriver vektleggingen av matematikkundervisningen. De to hovedprofiler som er funnet er *dagliglivsmatematikk* i den nordiske og engelskspråklige profil og profilene østeuropeisk og østasiatisk som fokuserer mest på *ren abstrakt matematikk*. Fra undersøkelsene er det tydelig å forstå at den nordiske profilen og spesifikt norsk skole kjennetegnes å vektlegge dagligdags matematikk og enkel bruk av matematikk (2010; 2006, sitert i Grønmo, 2014, s. 688).

I matematikk blir tester brukt på forskjellige nivå. Slik som TIMSS og PISA er ekstremt omfattende og har et annet formål enn hva en prøve i brøk hos en 7. klasse har. Kartleggingsprøver blir brukt på et nasjonalt nivå og har som formål å avdekke kunnskapshull hos elever slik at man kan iverksette tiltak for eventuelle oppfølginger (Grønmo, s. 722, 2014). Hensikten bak disse undersøkelsene og kartleggingsprøvene er i bunn og grunn den samme, å utbedre læring og undervisning i matematikk. Tester skal ha den hensikt å hjelpe læreren med å vurdere elevenes kunnskap i temaet man har gått igjennom. Testene blir konstruert med spesifikke oppgaver ut fra hva man ønsker å oppnå med testen, og for forskningsetikkens skyld er det essensielt å opprettholde en viss gyldighet og pålitelighet (Grønmo, s. 727, 2014).

3.2.1 Den diagnostiske testens utforming

Oppgavesettet blir brukt til innsamling av data. Formålet med oppgavesettet er å gi oss et innblikk i respondentenes misoppfatninger på en mest mulig objektiv måte. Dersom vi hadde brukt en kvalitativ metode, som intervju, ville informantene gitt subjektiv data om deres egne misoppfatninger. Med en kvantitativ metode som test, skaper vi en datainnsamling som har størst mulig sjanse for å gi oss pålitelig data. Oppgavene i den diagnostiske testen er basert på oppgaver i Tokle, Bondø & Åsenhus' Misoppfatninger knyttet til brøk (2018).

I de forskjellige oppgavene i oppgavesettet er det ulike formuleringer vi har vært nødt til å ta stilling til, hvor vi har bestemt hvilke kriterier som skal bestemme om en respondent skal få feil eller riktig på oppgaven. Ved avkrysning, der det finnes flere alternativer, og flere muligheter for å krysse av, er det bestemt at man noterer feil om respondentene har svart på flere enn ett av alternativene. Dette er uavhengig av om de har markert av i den riktige ruten med en av markeringene sine eller ikke.

Testen består av 36 deloppgaver. Disse 36 er fordelt i fire og fire på 9 oppgaver. Syv av disse er knyttet til hver sine misoppfatninger og de to siste er knyttet mer til helhetlig matematisk kompetanse. Alle oppgavene er brøkoppgaver, men ikke alle oppgavene er distinkt diagnostiske. I prinsippet skal de fire deloppgavene på hver av de 9 oppgavene være "like". Altså at de er utformet på likt vis, med forskjellige tall, men lik struktur i hvert delspørsmål. Hensikten med dette er å undersøke om respondentene forholder seg konsekvent til en bestemt fremgangsmåte i sine løsninger, og om denne fremgangsmåten antyder at respondenten har en bestemt misoppfatning. Vanskelighetsgraden på oppgavene underveis skal være så lik som mulig, men vi er ute etter variasjon, slik at vi kan avgjøre om respondentene forholder seg på samme måte til oppgavetypen, uansett hvordan tallene og/eller figurene ser ut. Den diagnostiske testen er utformet med tanke på å fremstille et effektivt verktøy for å avsløre misoppfatninger, og eventuelt at eleven ikke har misoppfatninger. Dette gjøres ved å se antall feil elevene har i hver oppgave. Om en elev har to eller flere feilbesvarelser i én oppgave, anses dette som misoppfatning. Dersom eleven bare har besvart én eller ingen feil på de fire deloppgavene, har eleven ingen misoppfatning.

Oppgave 1, 2, 3, 4, 5, 6 og 8 er diagnostiske oppgaver som vi håper avdekker konkrete misoppfatninger vi forsker på. Dette vil vi ta for oss under når vi går gjennom hver enkelt av de 36 deloppgavene. Vi synes det er greit å påpeke at oppgave 7 og oppgave 9 tester respondentene på en litt annen måte enn de andre oppgavene. Oppgave 7 tester ingen spesifikk misoppfatning, men er mer med som en referanse, som kan brukes til å sammenligne med andre resultater, som i vårt tilfelle Kartleggeren, hvor de språkliggjør matematikken. Oppgave 9 tester en mer generell forståelse av brøk som tall. Den avdekker flere ting, blant annet om respondenten forstår brøkstrek som desimalkomma og en forståelse for blandede tall.

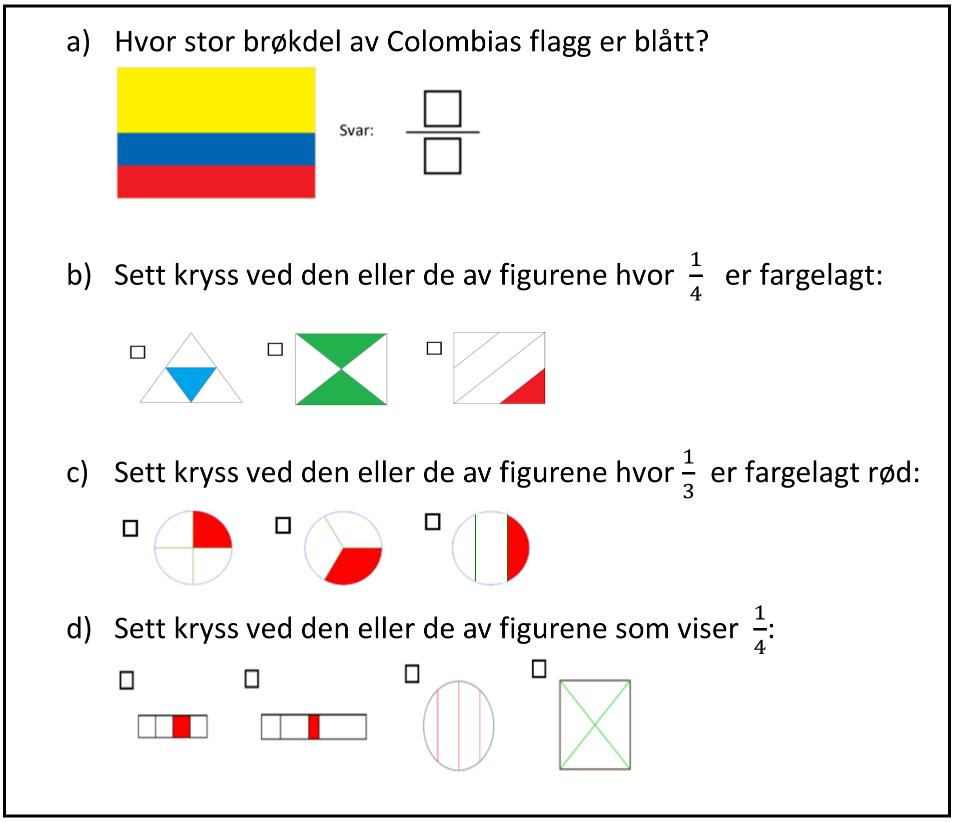
Figur 2 viser oss den første oppgaven, oppgave 1, hvor man skal teste hvorvidt respondentene ser forskjell på størrelsen de forskjellige delene av en helhet har.

Den første deloppgaven viser et flagg som er delt opp i tre deler, hvor den ene delen er like stor som de to resterende delene til sammen. Oppgaven spør hvor stor del av flagget som er blått, for å se om respondentene da kan lese av den blå delen som $\frac{1}{4}$, eller om de bare ser at flagget er delt opp i tre, og derfor tenker at den blå delen da er $\frac{1}{3}$.

Den neste oppgaven viser tre geometriske figurer, som er delt opp på forskjellige måter, men i fire deler. Alle figurene har ulike deler som er fargelagt, og det oppgaven spør respondentene er om de kan krysse av ved den eller de av figurene som har $\frac{1}{4}$ fargelagt med sin respektive farge.

Det som er oppgave 1c viser tre sirkler, som er delt opp på forskjellige måter. To av sirklene er delt opp i tre deler, og den siste er delt opp i fire deler. De er fargelagt på forskjellige måter, men bare en av delene i hver sirkel er fargelagt. Oppgaven ber respondenten krysse av ved den eller de av figurene hvor $\frac{1}{3}$ er fargelagt.

Oppgave 1d viser to rektangler, en sirkel og et kvadrat. Disse er alle delt opp i fire deler, men de er delt opp på forskjellige måter. Respondentene skal krysse ved den eller de av figurene som viser $\frac{1}{4}$, og det er kun i to av figurene det er 1 av 4 deler som det er markert noen farge.



Figur 2: Oppgavene 1a, 1b, 1c og 1d fra den diagnostiske testen

Figur 3 viser deloppgavene 2a, 2b, 2c og 2d hvor respondentene skal testes i hvorvidt de har misoppfatninger til "jo større nevner (eller teller), jo større brøk". Oppgave 2a er en oppgave som består av fem brøker, samt fem tomme plasser hvor de skal sortere de fem nevnte brøkene fra minst til størst. Brøkene er sortert slik at de hverken står i stigende eller synkende rekkefølge, og respondentene må derfor vite at høyest siffer på teller og/eller nevner nødvendigvis ikke betyr at det er den største brøken. Telleren i alle brøkene er lik, for å teste elevene i kun størrelse på nevner. Eksempel på misoppfatning på denne oppgaven vil være at respondenten sorterer $\frac{1}{6}$ som den største brøken, og videre til $\frac{1}{2}$ som den minste, da de vil tenke at sifferet 6 er større enn 2.

Oppgave 2b i figur 3 så ser vi tre brøker med lik teller og forskjellig nevner. Oppgaven ber respondentene sette ring rundt den største av de tre brøkene. Misoppfatningen man her ser etter, er om de vet at større nevner ikke betyr større brøk. Naturlig misoppfatning for de som har det på denne oppgaven vil være å sette ring rundt brøken $\frac{1}{11}$ i stedet for $\frac{1}{9}$ fordi tallet 11 er større enn tallet 9.

Oppgave 2c viser fire ulike brøker med to og to like nevnere. Det respondenten skal se på er hvilken av brøkene som er halvparten så stor som brøken 1/6. For å se om respondenten har forståelse av oppgaven eller ikke er det lagt inn nevnere som er halvparten (3) og det dobbelte (12) av tallet 6 som er nevneren i oppgaven. Misoppfatningen vi tror vil skje oftest her er at det vil svares $\frac{1}{3}$, da 3 er halvparten av 6.

I oppgave 2d skal respondentene skrive en brøk som har dobbelt så høy verdi som brøken $\frac{1}{4}$. Dette er en oppgave hvor de ikke skal markere riktig svar, men skrive svaret de mener stemmer. Det vil være flere svar som regnes som riktig her, da både $\frac{1}{2}$ og $\frac{2}{4}$ vil være gode svar som viser forståelse av oppgaven. Det som vil være naturlig å svare om man har denne misoppfatningen er at nevneren får verdien 8, da den er dobbelt så stor som nevneren i oppgaven som er 4. Vi antar det vil besvares $\frac{1}{8}$ om man svarer feil.

2a) Sorter disse brøkene etter verdi fra minst til størst: $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{2}$ _____ _____ _____ _____ _____ Minst Størst	2b) Sett ring rundt den største brøken: $\frac{1}{8}$ $\frac{1}{9}$ $\frac{1}{11}$	2c) Hvilken av disse brøkene er halvparten så stor som $\frac{1}{6}$? Sett ring rundt riktig svar: $\frac{1}{3}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{12}$ $\frac{2}{12}$	2d) Skriv en brøk som har dobbelt så stor verdi som $\frac{1}{4}$ Skriv svaret her:

Figur 3: Oppgavene 2a, 2b, 2c og 2d fra den diagnostiske testen

Figur 4 viser oppgaver som skal se etter misoppfatningen «brøkstrek er lik desimalkomma», altså at de tror brøker som skal gjøres om til desimaltall løses ved å gjøre om brøkstreken til et desimalkomma, som gjerne settes mellom tallet som er på teller og nevner.

Oppgave 3a er en oppgave hvor det skal svares på hvilket desimaltall som tilsvarer brøken ¼. Om man har denne misoppfatningen vil det være et mulig svar på denne oppgaven at det svares 1,4 som svar, da man i dette tilfellet ville ha satt desimalkomma mellom telleren (1) og nevneren (4).

Oppgave 3b er utformet motsatt vei av oppgave 3a, altså at de som svarer på oppgaven skal gjøre om et desimaltall til en brøk med samme verdi. Oppgaven handler om en brøk som har samme verdi som 0,46. En mulig brøk å svare på denne oppgaven vil være $\frac{46}{100}$, da de fleste vet at brøk ofte er delt opp i $\frac{1}{100}$ Misoppfatningen på denne oppgaven vil være at flere skriver $\frac{4}{6}$ eller ikke forstår at det vil være greit å se på det som 100-deler.

Oppgave 3c ber respondentene skrive $\frac{5}{4}$ som desimaltall. Denne oppgaven er ganske lik 3a, men har en uekte brøk i stedet, som vil si at man skal se om respondentene forstår at det skal være med et heltall foran desimalkommaet. Som på oppgave 3a vil en mulig misoppfatning være at det svares 5,4. En annen mulighet på denne oppgaven er om de vet at en uekte brøk tilsier at det skal være et heltall med i svaret. Da vil et mulig svar nok en gang være 1,4 som på 3a, selv om brøkene ikke er like.

Oppgave 3d skal det skrives en brøk som har samme verdi som $\frac{1}{3}$. Dette er en oppgave hvor de skal vise forståelse av like brøker, og da forstå at for at det skal være likt må både teller og nevner endres med lik verdi. Vanlig svar her vil være for eksempel $\frac{2}{6}$ om de tenker riktig, men noen vil nok også snu brøken å svare $\frac{3}{1}$ da det vil ha samme siffer totalt i brøken.

3a) Skriv $\frac{1}{4}$ som desimaltall: $\frac{1}{4} =$	3b) Skriv en brøk som har samme verdi som 0,46 0,46 =	3c) Skriv $\frac{5}{4}$ som desimaltall: $\frac{5}{4} =$	3d) Skriv en brøk som har samme verdi som $\frac{1}{3}$: $\frac{1}{3} =$

Figur 4: Oppgavene 3a, 3b, 3c og 3d fra den diagnostiske testen

Figur 5 viser oppgaver som skal se på hvorvidt respondentene kan se at det er differansen på telleren og nevneren som avgjør hvor stor den totale brøken er. Oppgave 4a er en oppgave hvor det skal skrives en brøk som er like stor som $\frac{4}{5}$, men hvor det skal svares med andre tall. Det man her skal se etter, er hvorvidt man forstår at det skal utvides like mye både over og under brøkstrek, eller om man bare utvider med samme tallet over og under. En vanlig misoppfatning på denne oppgaven vil være at det svares $\frac{5}{6}$, da man vet at tallet 5 er en mindre enn tallet 6, akkurat som tallet 4 er en mindre enn tallet 5 som er på oppgaven.

Oppgave 4b består av en brøk $\frac{3}{9}$ og et likhetstegn til en annen brøk hvor det ikke står noen teller. Det eneste som står på den andre siden av likhetstegnet er $\frac{}{6}$. Det respondenten skal gjøre på oppgaven er å skrive tallet som skal stå som teller på den andre brøken hvor nevneren har verdien 6. Tallet som skal være på plassen til telleren skal være det som gjør at brøkene er like store og har samme verdi. En misoppfatning her kan være at respondenten tenker at det er differansen mellom teller og nevner som skal være lik og derfor antar at det skal være for eksempel $\frac{0}{6}$ som er svaret.

Oppgave 4c spør om hvilken av brøkene som er størst. Respondenten skal ringe rundt riktig svar. Brøkene er $\frac{2}{3}$, $\frac{8}{10}$ og $\frac{3}{6}$. Dette er for å se om de som svarer på oppgaven forstår at det ikke nødvendigvis i brøk er slik at brøken med størst eller minst differanse på teller og nevner må være den største. I dette tilfellet er det mulig at de misoppfatter og tenker at det er $\frac{2}{3}$ som er størst.

Oppgave 4d viser tre brøker som skal sorteres fra minst til størst ved at respondentene skriver dem ved siden av hverandre på arket. De tre brøkene er 3/5, 5/8 og 2/7. Det man her ser etter om de ser at det er størst differanse på 2/7 og at det da er den som skal stå lavest, eller om de går for 3/5 som minst da det er de minste tallene.

4a) Skriv en brøk som er like stor som $\frac{4}{5}$, men med andre tall: $\frac{4}{5} = \frac{}{}$	4b) Hvilket tall skal stå over brøkstreken for at brøkene skal være like store og ha samme verdi? $\frac{3}{9} = \frac{}{6}$	4c) Hvilken av disse brøkene er størst? Sett ring rundt riktig svar. $\frac{2}{3}$ $\frac{8}{10}$ $\frac{3}{6}$	4d) Sorter disse brøkene fra minst til størst: $\frac{3}{5}$ $\frac{5}{8}$ $\frac{2}{7}$

Figur 5: Oppgavene 4a, 4b, 4c og 4d fra den diagnostiske testen

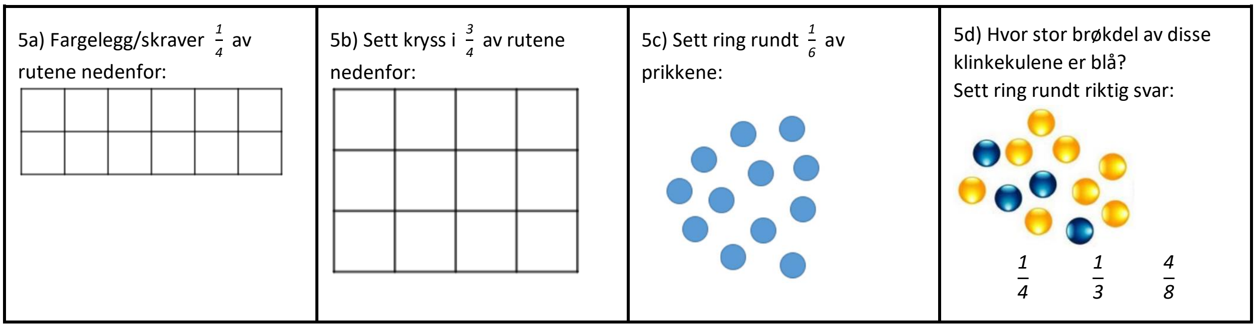
Figur 6 viser oppgaver som skal utfordre respondentene med oppgaver som tester misoppfatningen «teller (eller nevner) er et isolert tall». Respondenter med disse misoppfatningene ser telleren som kun det tallet det er, og ikke helheten av en mengde som brøk.

Oppgave 5a er et rutenett med 2 x 6 ruter. Oppgaven ber respondentene fargelegge/skravere ¼ av rutene i rutenettet. Det man da ser etter er om de har misoppfatningen med telleren som et isolert tall; i dette tilfellet vil da et naturlig svar være å bare fargelegge 1 av de 12 rutene, altså 1/12, ettersom de da har fargelagt 1 rute, som det jo står i brøken ¼.

Oppgave 5b viser et rutenett med 3 x 4 ruter, altså 12 ruter totalt. I denne oppgaven skal respondentene sette kryss i ¾ av rutene, altså 9 av 12 ruter. En av misoppfatningene man kan vente å se på denne typen oppgaver er at de bare fargelegger 3 av 12 ruter, dersom de da kun ser på telleren som et isolert tall, i dette tilfellet tallet 3.

Oppgave 5c er 12 blå prikker som er lagt inn på en ganske rotete måte i oppgaven. Det respondentene skal gjøre er å sette ring rundt 1/6 av prikkene, altså 2 av de 12 prikkene. Som i de to forrige oppgavene vil en naturlig misoppfatning her være å kun sette ring rundt 1 av prikkene, men her kan det også være mulig at de setter ring rundt 6 av prikkene, og dermed ser på nevneren som et isolert tall.

Oppgave 5d spør om hvor stor brøkdel av 12 klinkekuler som er farget blå. Det er fire blå og åtte gule klinkekuler totalt. Det skal ringes rundt riktig svar, og det er tre brøker som svaralternativer. Disse tre brøkene er $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{3}$ og $\frac{4}{8}$. Hvis man har misoppfatningen som gjør at man kun ser på telleren som et isolert tall, vil et naturlig svar på denne oppgaven være$\frac{4}{8}$, da det er fire av klinkekulene som er farget blå. Brøken $\frac{4}{8}$ har tallet 4 som teller, brøken $\frac{1}{4}$ har tallet 4 som teller. Disse to er feil, men det riktige svaret; $\frac{1}{3}$, har ikke antallet blå klinkekuler oppgitt som hverken teller eller nevner.



Figur 6: Oppgavene 5a, 5b, 5c og 5d fra den diagnostiske testen

Figur 7 viser fire oppgaver som skal teste respondentene og hvorvidt de har misoppfatningen «tar ikke hensyn til helheten». Dette vil si at de ser brøkene som de samme om de øker med en brøkdel eller om de minsker med samme brøkdel.

Oppgave 6a viser en tekstoppgave hvor det vises til en verdi på en aksje på 80 dollar. Teksten videre omhandler hvordan denne aksjen stiger med 1/4, før den deretter synker med ¼ igjen. Respondentene skal sette ring rundt riktig svar. Svaralternativene de får er henholdsvis 80 dollar, 100 dollar og 75 dollar. Hvis de har misoppfatningen man ser etter i denne oppgaven vil det naturlige svaret være at aksjen har verdi på 80 dollar som ved start, da den har økt og minsket med samme brøkdel.

Oppgave 6b er en tekstoppgave som handler om 100 elever som skal begynne på 8.trinn. Når de starter i 9.klasse, har antallet elever økt med 1/5. Når de så starter på 10.trinn så er det 1/5 som har byttet skole. Denne oppgaven ber respondentene først regne ut 1/5 av 100, for så å legge det til. Deretter trekke fra 1/5 på 120. Her vil misoppfatninger ofte gå på at de tenker at det er tilbake på 100 elever, og ikke faktisk fjerne 1/5 av de 120 som var i 9.klasse.

Oppgave 6c tar for seg priser på diesel. Prisen på diesel er 16 kr per liter. Den øker så med 1/8. Dagen etter gikk prisen ned med 1/8. Her vil man med misoppfatningen ende opp med å svare at prisen fortsatt er 16 kr per liter, ettersom det har økt og minsket med samme brøkdel.

Oppgave 6d omhandler Tor som løper 5000 meter på 25 minutter, Henrik som bruker 1/5 mindre tid på samme distanse og Are som igjen bruker 1/5 mer tid enn Henrik. Deretter skal man svare på hvor lang tid Are bruker på 5000 meter. Svaralternativene er 20 minutter, 24 minutter og 25 minutter. Her vil respondenter med misoppfatningen tenke at siden Henrik bruker 1/5 mindre enn Tor og Are bruker 1/5 mer enn Henrik, så vil Tor og Are bruke like lang tid, altså 25 minutter.

6a) En aksje i et tilfeldig selskap har en verdi på 80 dollar. En uke øker verdien på denne aksjen med $\frac{1}{4}$. Uken etter synker plutselig verdien på den samme aksjen med $\frac{1}{4}$. Hva er verdien på aksjen nå? Sett ring rundt riktig svar. 80 dollar 100 dollar 75 dollar	6b) På en skole er det 100 elever som begynner på 8. trinn et år. Når de starter i 9.klasse, har antallet elever økt med $\frac{1}{5}$. Når disse elevene starter på 10. trinn, har $\frac{1}{5}$ av niendeklassingene begynt på en annen skole. Hvor mange elever starter i 10.klasse? Sett ring rundt riktig svar. 120 elever 96 elever 100 elever
6c) En tilfeldig dag er dieselprisen er 16 kr per liter. En dag øker dieselprisen med $\frac{1}{8}$. Dagen etter avtar den med $\frac{1}{8}$. Hva er dieselprisen da? 18 kr/l 15,75 kr/l 16 kr/l	6d) Tor løper 5000 meter på 25 minutter. Henrik bruker $\frac{1}{5}$ mindre tid på samme distanse, mens Are bruker $\frac{1}{5}$ mer tid enn Henrik. Hvor fort løper Are 5000 meter? 20 min 24 min 25 min

Figur 7: Oppgavene 6a, 6b, 6c og 6d fra den diagnostiske testen

Figur 8 viser fire oppgaver som skal teste hvordan respondentene abstraherer matematikk og viser forståelse for brøk som tema når de får det som tekst. Alle oppgavene er ulike brøker som er angitt som en del av noe. Dette gjøres i tekstform slik at man skal kunne se om respondentene har en forståelse av brøk som noe når de leser det, og ikke må se det stilt opp som en brøk på papiret.

Oppgave 7a handler om hvor mye fem hundredeler er av 100. I stedet for å skrive brøken som $\frac{5}{100}$ er oppgaven utformet med dette angitt som tekst i stedet. Respondenten skal sette ring rundt riktig svar, og får tre svaralternativer de kan ringe rundt; 20, 25 og 5. Blant misoppfatninger respondentene kan ende opp med på denne oppgaven er det mulig at de tenker det som $\frac{1}{5}$ av 100 når leser fem hundredeler, og dermed svarer at svaret er 20 fordi dette tilsvarer $\frac{1}{5}$av 100.

Oppgave 7b er en tekstoppgave hvor respondentene skal svare på hvor en femtedel av 20 tilsvarer, i stedet for å gi respondentene en oppgave hvor det står $\frac{1}{5}$ av 20. De får tre svaralternativer og oppgaven er å ringe rundt det riktige svaret. Svaralternativene er 1, 4 og 5. Når respondentene leser en femtedel så leser de tallene en og fem, som oppgaven har med som alternativer. Disse er begge feil, og det vil derfor teste om de har forståelse av brøken og forstår at $\frac{1}{5}$ her tilsvarer 4.

Oppgave 7c har en oppgavetekst som spør etter en femtedel av 100. Her er det også tre svaralternativer og respondentene skal sette ring rundt det svaralternativet de mener er riktig. De tre svaralternativene er 1, 5 og 20. Som i oppgave 7b er to av svaralternativene det man automatisk tenker når man leser en femtedel. Denne er veldig lik den forrige oppgaven, altså at det er det man ikke leser som er svaret, i dette tilfellet 20.

Oppgave 7d er også i tekstform og spør om hvor mye fem hundredeler er av 20. Tre svaralternativer her også, men en liten forskjell fra de andre oppgavene er at det ene alternativet er et desimaltall. Svaralternativene er 0.2, 1 og 5. Når respondentene leser denne oppgaven vil en misoppfatning være at fem står i oppgaven og 5 er et alternativ. Dette er også eneste oppgaven hvor brøken som er tekstualisert har en nevner som er høyere enn tallet det skal være en del av.

a) Hvor mye tilsvarer fem hundredeler av 100? Sett ring rundt riktig svar: 20 25 5	b) Hvor mye tilsvarer en femtedel av 20? Sett ring rundt riktig svar: 1 4 5	c) Hvor mye tilsvarer en femtedel av 100? Sett ring rundt riktig svar: 1 5 20	d) Hvor mye tilsvarer fem hundredeler av 20? Sett ring rundt riktig svar: 0,2 1 5

Figur 8: Oppgavene 7a, 7b, 7c og 7d fra den diagnostiske testen

Figur 9 viser oppgaver som skal teste misoppfatningen som handler om overgeneralisering av addering av brøker. Det man her ser etter er om de forstår at de må ha fellesnevner i brøkene for at de skal kunne legges sammen, og at de da må endre tellerne.

Oppgave 8a ber respondentene om å legge sammen de to brøkene $\frac{1}{3}$ og $\frac{1}{2}$. Disse brøkene har like tellere, men ulike nevnere. For å kunne legge dem sammen må de finne fellesnevner, som for eksempel 6. Et eksempel man kan gjøre om man har misoppfatningen vil være å addere både over og under brøkstreken, altså at man ender med å svare $\frac{2}{5}$.

Oppgave 8b er to brøker som skal adderes med lik nevner og ulike teller. De to brøkene er $\frac{2}{3}$ og $\frac{2}{2}$. Her har den ene brøken også lik nevner og teller, som vil gjøre at man kan tenke at denne tilsvarer en hel. En misoppfatninger vi tror kan skje på denne oppgaven er at noen vil svare $\frac{4}{5}$ da det er det man får om man adderer teller med teller og nevner med nevner.

Oppgave 8c er to brøker, $\frac{1}{3}$ og $\frac{3}{1}$ som skal adderes. I denne oppgaven er både tellere og nevnere ulike, men de to brøkene er den snudde variasjonen av hverandre, altså at teller i den ene tilsvarer nevner i den andre og motsatt. Her er det mulig at noen med misoppfatninger vil tenke at 1 + 3 er det samme som 3 + 1, og dermed vil svare at de to brøkene addert er $\frac{4}{4}$. Dette tilsvarer også en hel, og vi antar at noen her vil skrive at svaret er 1.

Oppgave 8d er den eneste av de fire deloppgavene på oppgave 8 hvor det er like nevnere på begge brøkene som skal adderes. Man skal her legge sammen $\frac{5}{6}$ og $\frac{1}{6}$, og selv om det i utgangspunktet er en oppgave som skal være like de tre foregående deloppgavene, vil man se at flere her skriver riktig. Når respondentene kobler at man bare skal legge sammen tellerne og la nevner stå vil man her ende opp med riktig svar som er $\frac{6}{6}$ eller 1.

Legg sammen brøkene: a) $\frac{1}{3}+\frac{1}{2}=$	b) $\frac{2}{3}+\frac{2}{2}=$	c) $\frac{1}{3}+\frac{3}{1}=$	d) $\frac{5}{6}+\frac{1}{6}=$

Figur 9: Oppgavene 8a, 8b, 8c og 8d fra den diagnostiske testen

Figur 10 viser de fire deloppgavene i oppgave 9. Det som skiller oppgave 9 fra de åtte andre oppgavene er at alle deloppgavene henger sammen og må sees i sammenheng for at man skal kunne svare riktig på alle fire. Denne oppgaven vil teste en mer generell forståelse av brøk som tall og desimaltall. Samtidig tester den også respondentenes forståelse av blandede tall.

Felles for alle deloppgavene på oppgave 9 er at de viser seks tallinjer som alle er et linjestykke hvor det er forskjellig oppdelt i brøkdeler mellom tallene 0 og 3. De skal deretter finne ut hvilken av disse seks linjene som passer til brøken hver av deloppgavene handler om. Ettersom det er fire brøker og seks tallinjer vil det også være to tallinjer respondentene ikke skal markere med noen av brøkene. Alle oppgavene har en tallinje med oppdeling som tilsvarer verdien på nevneren i den gitte brøken. Eksempelvis kan man telle to tellestreker mellom 0 og 1 på den øverste tallinjen, som tilsier at man skal sette inn brøken med tredeler på denne.

Oppgave 9a ber respondentene plassere brøken $\frac{3}{5}$ på den tallinjen de mener passer best. Denne skal plasseres der hvor det er fem deler mellom heltallene på tallinjen, altså på den tredje linjen. Her viser de forståelse

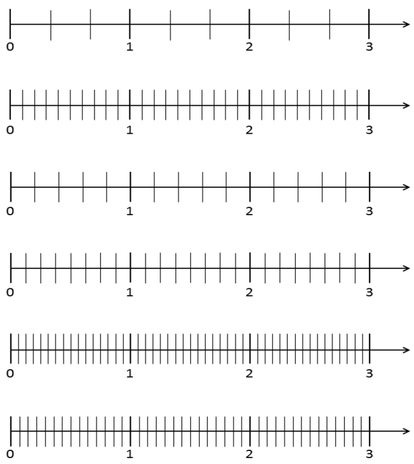
Oppgave 9b er et blandet tall, $1\frac{3}{8}$, som skal plasseres på riktig tallinje. Her er det blanda tall med heltall og brøk, og det man kan se om respondenten ikke har forstått denne er at de setter den mellom 1 og 3 på tallinjen der hvor det er telt opp åtte totalt. At denne brøken skal plasseres mellom heltallene 1 og 2 er en av tingene man ser etter om de forstår her. Når man plasserer denne vil man også se om de har forståelse av $\frac{3}{8}$ og om respondenten forstår brøkstreken som desimalkomma.

Oppgave 9c er brøken $\frac{2}{3}$ som skal plasseres på riktig tallinje. Denne skal på den på øverste tallinjen, men siden tallene er 2 og 3 kan det hende flere vil tenke at den skal settes på heltallet 2 på hvilken som helst av tallinjene. Dette fordi de tenker at 2 tilsvarer $\frac{2}{3}$ av hele tallinjen. Dette tester også forståelse av blandede tall, da man med misoppfatning her vil kunne glemme at $\frac{2}{3}$ skal stå mellom 0 og 1, da det ikke er mer enn en hel. Dette er også en god indikator på forståelse av desimalkomma, om de setter brøken på den øverste tallinjen.

Oppgave 9d er et blandet tall, $2\frac{9}{14}$. Respondentene skal her telle opp der det er 14 plasser mellom tallet 2 og 3 på tallinjen. Denne oppgaven kan være vanskelig å telle opp riktig, i tillegg til at den tester forståelse av blandede tall. De må telle opp 14 deler mellom heltallene på tallinjen, noe som gjør at de to nederste tallinjene kan være vanskelig å skille om de ikke bruker god nok tid på å telle over.

Plasser disse tallene på tallinjen nedenfor. Hvis du skulle valgt en tallinje for hver av a, b, c og d, hvilken ville du valgt til hver av dem?

$a)\ \frac{3}{5}$ $\quad b)\ 1\frac{3}{8}$ $\quad c)\ \frac{2}{3}$ $\quad d)\ 2\frac{9}{14}$



Figur 10: Oppgavene 9a, 9b, 9c og 9d fra den diagnostiske testen

3.2.2 Oppgavesettets validitet

For å vite hvorvidt vi måler det vi faktisk ønsker å måle, må vi ta et par steg bakover og se på oppgavesettet og dens oppgaver. Utvalget av oppgavene kommer fra tidligere tester og prøver vi har formulert selv, men også fra diagnostiske oppgaver fra realfagsløyper. Oppgavene har vi omformulert slik at elevene skal forstå hva som ønskes av dem og at de kan svare på best mulig måte. Vi er i midlertidig ikke ute etter elevenes svar og hvem som har misoppfatning hvor, men mer spesifikt på hvilke oppgaver elevene har og ikke har misoppfatninger. Dette vil si at vi måler i teorien elevenes misoppfatninger, men operasjonelt ønsker vi å måle oppgavenes evner til å tilrettelegge for muligheten av misoppfatninger hos elever. Oppgavene er formulert slik at det samme språket blir gjenbrukt, og at det ikke kommer nye begreper for samme konsept. Gjennom hele den diagnostiske testen har vi bevisst brukt begrepene *minst* og *størst*, fremfor *lavest (verdi)* og *høyest (verdi)* eller en kombinasjon av disse. Å blande begreper skaper en viss usikkerhet hos elever, i hvert fall hvis man bruker begrepene *brøkstrek*, *brøklinje, delelinje, delestrek* om samme konsept.

3.2.3 Reliabilitet

Hvor reliabel datainnsamlingen er dreier seg om hvordan testen er gjennomført, hvordan respondentene har gjennomført og din egen analyse av datasettet (Tufte, 2011, s. 82). LeCompte og Goetz (1982) forsterker Tufte sitt utsagn med å påpeke at menneskelig atferd ikke er statisk, så på bakgrunn av dette kan ikke studier gjennomføres helt nøyaktig. Til tross for menneskelige feil, er det misoppfatninger vi er ute etter; diagnostiske tester har reliabilitet da man kartlegger for misoppfatninger hos elever, og da er det ofte et mønster i hvilke feil og misoppfatninger elever har (Hinna, 2011, s. 617). Dette forteller oss at uansett hvor mye forarbeid som blir gjort, kan man ikke garantere en fullstendig reliabel studie. På forhånd valgte vi å gå gjennom den diagnostiske testen etter eventuelle slurvefeil og alternative feil. Det ble nevnt tidligere at vi tilpasset oppgavene i testen slik at språket gjennom hele testen var så likt som overhodet mulig for å forebygge mot feil og misforståelser hos respondentene.

I følge Carmines og Zeller (1979, sitert i Cohen, Manion & Morrison, 2018) finnes det tre prinsipielle typer av reliabilitet: *stability*, *equivalency* og *internal consistency*. Reliabilitet som *stability* måles gjennom *consistency over time*, *similar samples* og *the uses of the instrument*. *Similar samples* måles ved å finne en korrelasjon mellom to forskjellige grupper som har blitt målt. I kontekst av vår forskning vil dette bety at stabiliteten kommer fra *similar samples*; antall misoppfatninger og graden av misoppfatninger hos elevene er relativt lik fra alle tre klassene. Reliabilitet som *equivalency* måles gjennom likeverdige tester og om resultatene er like. Dette vil være relevant dersom man har en før- og ettertest i for eksempel diagnostikk og misoppfatninger i matematikk, der man måler elevenes misoppfatninger i ett tema og om misoppfatningene finnes i andre temaer i matematikk hos de samme elevene. Reliabilitet som *internal consistency* måles gjennom en halveringsmetode hvor testen skal gjengi så like resultater som mulig på første halvdel av testen og andre halvdel av testen hos de samme respondentene. Dersom man deler testen i to, akkurat halvveis, skal den første delen av testen ha lik vanskelighetsgrad som andre halvdel (Carmines & Zeller, 1979, s. 268-269). Ved bruk av både reliabilitet som *similar samples* og *equivalency* kan vi finne reliabilitet gjennom at resultatene i den diagnostiske testen er nokså like i alle tre 7. klassene, men også i en pilottest i en uavhengig 7. klasse.

3.3 Kartleggingsprøve

Kartleggingsprøver er en velbrukt metode som blir brukt av omtrent samtlige lærere over hele landet. Den har som hensikt å hjelpe læreren med å finne nivået i enten norsk, engelsk eller matematikk til enhver elev.

Respondentene tok en kartleggingsprøve høsten 2022, noen måneder før de gjennomførte den diagnostiske testen. Vi har tilgang til resultatene fra kartleggingsprøven og ønsker å sammenligne dataene fra kartleggingsprøven mot resultatene fra den diagnostiske testen. Finnes det en korrelasjon mellom hvordan de scoret på kartleggeren og den diagnostiske testen? Finnes det en korrelasjon mellom spesifikke temaer?

Nasjonale kartleggingsprøver utstedt av Utdanningsdirektoratet har som formål å "finne elever som trenger ekstra oppfølging for å kunne følge forventet progresjon i begynneropplæringen" (Utdanningsdirektoratet, 2022a). Det er et tydelig rammeverk for gjennomføring, analyse og rapportering for kartleggingsprøvene som finner sted for å sikre god kvalitet og stabilitet. Nytt for 2023 er at elever nasjonalt skal utføre digitale kartleggingsprøver i lesing og regning som skal teste elevenes grunnleggende ferdigheter og kunnskaper i regning. Det finnes ikke én forklaring på hva disse ferdighetene og kunnskapene er, men Utdanningsdirektoratet (2022) har funnet noen kompetanser som alltid finner sted når en ser på tidligere matematikkundervisning og hva undervisningen burde fokusere på. Kompetansene kommer vi til senere i kapittel 2.6 og 2.7, men de overordnede målene basert på disse er; (1) å telle, (2) å regne med tall og (3) tallforståelse.

Etter at elevene har levert besvarelsen, vil læreren få tilbake resultater til hver av elevene. Dette vil være resultatsprofiler for både enkeltelever, men også hele klasser. I tillegg vil man få en analysedel hvor man kan gruppere elever ut ifra nivå og resultater for å effektivt kunne tilpasse undervisningen deretter, her får læreren også tilgang til individuelle arbeidsplaner (IAP) med nivåbaserte oppgaver for elevene. Arbeidsplanene er basert på og laget ut ifra elevenes prestasjoner og besvarelser på kartleggingsprøven de har utført (Fagbokforlaget, u.åb).

3.3.1 Kartleggerens deltemaer og oppgaver

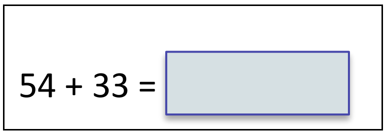
Kartleggeren.no er et nettbasert og verksuavhengig verktøy som er ment til å måle grunnleggende ferdigheter i faget hos elevene. Det kan brukes fra mellomtrinnet og opp til videregående og er ikke ment som en konkurrent til de nasjonale prøvene, men heller som et utfyllende redskap (Fagbokforlaget, u.åa). Kartleggingsprøvene til kartleggeren.no inneholder enkle tester som ikke krever ekstra undervisning, som vil si at inngangsnivået er lavt. Elevene må være sikre på svarene sine, da man kun kan legge inn svar én gang på hver oppgave. Dette betyr at man ikke kan gå tilbake for å endre svaret på oppgavene. Kartleggingsprøvene i matematikk inneholder oppgaver til syv temaer;

- de fire regneartene
- tallsystemet
- hverdagsliv
- brøk og prosent
- geometri
- statistikk
- ligninger

Det syvende temaet som handler om ligninger er ikke en del av kartleggingsprøver på mellomtrinnet, derfor er det ingen oppgaver og resultater til dette temaet i vår forskning. Når resultatene fra Kartleggeren sin kartleggingsprøve foreligger, vil det være seks temaer som resultatene er fordelt på. Det ene temaet nevnt over; de fire regneartene, er fordelt på tre separate resultater. Det er "addisjon og subtraksjon", "multiplikasjon og divisjon" og "de fire regneartene". Vi vil nå ta for oss hvordan testen er utformet, samt hvor mange oppgaver hver av temaene har. Vi vil også ha eksempler på oppgavene som er med underveis, men da vi ikke har fått klarhet i om vi kan bruke oppgavene som hører til testen, har vi valgt å lage våre egne oppgaver som eksempler som skal tilsvare de originale.

Addisjon og subtraksjon

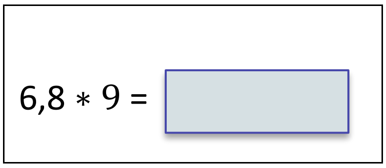
Dette temaet av kartleggingsprøven starter med en oppgave med fem deloppgaver fra A til E, hvor alle er addering med to ulike tall. Fire av regnestykkene består kun av heltall med ulike antall siffer. Oppgave D er den eneste av de fem oppgavene hvor det er desimaltall. Neste del av dette temaet er om subtraksjon. Den er delt opp på samme måte som addisjonsoppgavene, med fem deloppgaver fra A til E. Tre av regnestykkene består kun av heltall med ulike antall siffer. De to siste er med desimaltall. I dette temaet kan man oppnå en score mellom 0 og 126 på kartleggingsprøven.



Figur 11: Eksempeloppgave fra temaet addisjon og subtraksjon fra kartleggingsprøven

Multiplikasjon og divisjon

Dette temaet av kartleggingsprøven har samme oppsett som 3.3.1. En oppgave knyttet til multiplikasjon og en oppgave knyttet til divisjon. Både multiplikasjon og divisjon har fem deloppgaver. Multiplikasjon har tre deloppgaver med multiplisering av to heltall og to deloppgaver hvor man skal multiplisere et desimaltall med et heltall. Divisjonsoppgaven har først to deloppgaver hvor man skal dividere to heltall. Deretter er det tre deloppgaver med desimaltall, hvor kun den ene av disse er to desimaltall. I dette temaet kan man oppnå en score mellom 0 og 178 på kartleggingsprøven.



Figur 12: Eksempeloppgave fra temaet multiplikasjon og divisjon fra kartleggingsprøven

De fire regneartene

Dette temaet består av fire tekstoppgaver der elevene skal finne ut hvilken av de fire regneartene som må benyttes for å finne svaret på oppgaven. De skal ikke regne ut noe på oppgavene, og de får fem svaralternativer på alle fire oppgavene. Fire av alternativene er hver sin regneart og det siste alternativet er “vet ikke”. Eneste forskjell på de fire oppgavene er at de første tre oppgavene kun har ett riktig svar og på den siste må de velge to riktige svar. I dette temaet kan man oppnå en score mellom 0 og 151 på kartleggingsprøven.

Anders er 18 år gammel, og har en storebror som er 6 år eldre. Hvor gammel er storebroren?

- Addere
- Subtrahere
- Multiplisere
- Dividere
- Vet ikke

Figur 13: Eksempeloppgave fra temaet de fire regneartene fra kartleggingsprøven

Tallsystemet

Oppgavene knyttet til temaet "tallsystem" starter med en oppgave hvor elevene skal vise forståelse for plassverdisystemet gjennom valuta. De får vite antallet kronestykker, tikroner og hundrelapper man har i lommeboken og skal svare hva totalbeløpet er. Verdiene står ikke i riktig rekkefølge. Den neste oppgaven er tre deloppgaver hvor elevene skal fylle inn to tomme plasser i hver sin tallrekke. Den første tallrekken er kun heltall og de to siste består av desimaltall.

6 – 12 – ☐ – 24 – ☐ – 36

Figur 14: Eksempeloppgave fra temaet tallsystem fra kartleggingsprøven

De fire neste oppgavene handler om plassverdisystemet, hvor elevene skal bestemme plassen til et understreket siffer i et flersifret tall. De får de seks samme svaralternativene på alle fire oppgavene. Det finnes både heltall og desimaltall blant oppgavene. Etter disse fire oppgavene kommer det to deloppgaver hvor de får presentert fire tall. Her er oppgaven elevene skal velge på det største tallet. I den siste oppgaven knyttet til dette temaet er det to deloppgaver, hvor man på den ene skal lage det største mulige tallet av tre gitte siffer. Den andre oppgaven er lik, men man skal lage det minste mulige tallet. I dette temaet kan man oppnå en score mellom 0 og 118 på kartleggingsprøven.

Nedenfor finner vi fire forskjellige siffer. Lag det største tallet du kan ved å sette de sammen.

2 5 8 6

Figur 15: Eksempeloppgave 2 fra temaet tallsystem fra kartleggingsprøven

Dagligliv

Dagligliv omhandler hverdagslige temaer som valuta, dato, tid og måleenheter. Første oppgave omhandler valuta og er fire deloppgaver hvor elevene skal runde av til nærmeste hele krone. De får oppgitt fire beløp med desimaltall og skal fylle nærmeste hele krone i hver sin rute. Videre får de utdelt en oppgave om datoer, hvor de får to deloppgaver der de skal skrive inn hvilken dato som kommer før eller etter en gitt dato. Eksempelvis at 1. januar kommer etter 31. desember. Tredje oppgave omhandler timer og minutter, hvor det er tre deloppgaver der elevene skal skrive inn hvor lenge det er mellom to oppgitte klokkeslett.

For å teste elevenes forståelse av måleenheter for de videre oppgaver hvor de skal bestemme hvilken måleenhet som passer til et gitt objekt. De får først tre spørsmål om hvilken lengde henholdsvis en lastebil, en flue og en friidrettsbane har. Her er det fire svaralternativer på alle tre oppgavene. Alternativene har like tall, men ulik måleenhet, for eksempel cm, dm, m og km. Etter de tre oppgavene knyttet til lengde, kommer det tre lignende oppgaver hvor de får oppgitt vekt på diverse gjenstander. Første av disse tre oppgavene har like tall, men ulike vektenheter. De to neste oppgavene har lik vektenhet, men ulikt antall nuller i svaralternativene. Testen avslutter dette temaet med tre deloppgaver, hvor elevene skal gjøre om fra en vektenhet til en annen. I dette temaet kan man oppnå en score mellom 0 og 163 på kartleggingsprøven.

1,5 kg =		g
800 g =		kg
350 g =		hg

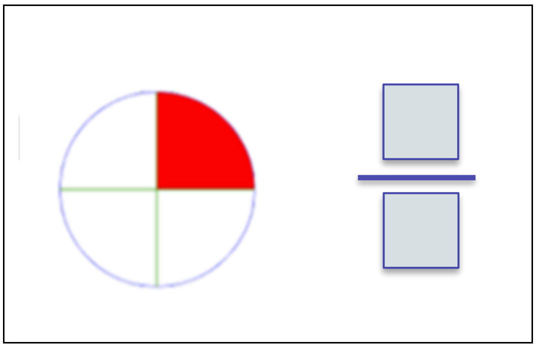
Figur 16: Eksempeloppgave fra temaet dagligliv fra kartleggingsprøven

Brøk og prosent

Oppgavene til brøk og prosent er en fordeling mellom de to temaene. Det finnes oppgaver som kun er om brøk og oppgaver som kun er om prosent, samt oppgaver hvor begge deler er representert. Første oppgave i dette temaet er fire deloppgaver fra a til d med sirkler som er delt opp i ulike brøkdeler. Brøkdelene i oppgavene er igjen skravert i ulikt antall og elevene skal svare på hvor stor brøkdel av sirklene som er skravert.

På neste oppgave er det tre deloppgaver a til c hvor elevene får presentert tre ulike brøker som de skal skrive som desimaltall. Altså at de for eksempel skal gjøre om $\frac{1}{5}$ til 0,2. Neste oppgave består av to deloppgaver, a og b, hvor elevene får presentert et blandet tall og skal gjøre dette om til uekte brøk. Deretter kommer det en oppgave med fire deloppgaver fra a til d hvor de skal addere og subtrahere brøker med like nevnere. Det er to oppgaver med addisjon og to oppgaver med subtraksjon. Neste oppgave til dette temaet er en oppgave med to deloppgaver a til b, hvor de i hver av oppgavene får en brøk som de skal forkorte så mye som mulig. Den siste oppgaven til deltemaet som kun består av brøk er en tekstoppgave hvor elevene skal finne ut hvor stor del av en gitt mengde $\frac{3}{4}$ er, før de så skal finne ut hvor stor mengde som gjenstår.

Videre i temaet kommer det en oppgave som handler om prosent. Det er et hundrenett med skraverte firkanter i tre forskjellige farger. Det er tre deloppgaver, hvor de skal svare hvor mange prosent som dekkes med hver av de tre fargene. Videre kommer det en oppgave med fire deloppgaver fra a til d hvor de skal gjøre om brøk, heltall og desimaltall til prosent. For eksempel på en slik type oppgave er at man skal skrive 0,50 som prosent. I dette temaet kan man oppnå en score mellom 0 og 170 på kartleggingsprøven.

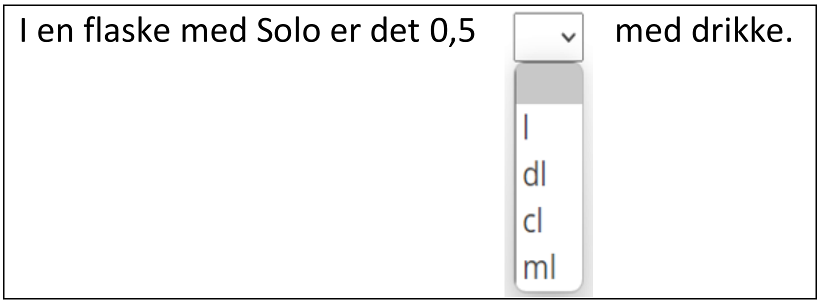


Figur 17: Eksempeloppgave fra temaet brøk og prosent fra kartleggingsprøven

Geometri

Det syvende temaet som det er en egen score på er geometri. Første oppgave i geometridelen er en seksdelt oppgave fra a til f. Elevene får representasjon av seks ulike geometriske figurer som de skal navngi. Det er fire todimensjonale figurer og to tredimensjonale. Neste oppgave knyttet til geometri er en tredelt oppgave hvor man skal gjøre om til enheten cm fra tre ulike andre måleenheter innenfor lengde. Videre kommer det en tilnærmet lik oppgave, hvor man skal gjøre om fra tre måleenheter til måleenheten m. Neste oppgave er femdelt og består av fem setninger hvor elevene skal sette inn den enheten de mener passer best i hver av setningene fra “rullegardinmeny”.

Nest siste oppgave om geometri handler om areal og omkrets. Det er et rutenett hvor elevene får instruksjon om at hver av rutene er 1 cm lang og 1 cm bred. Deretter skal de svare på deloppgave a og b, som spør om henholdsvis hvor stor omkrets og hvor stort areal rutenettet har. Siste oppgave til geometri er tredelt fra a til c. Det er tre “rullegardinmenyer” hvor de skal velge rett benevning til tre ulike figurer. De skal her fastslå dimensjon til figuren med benevningene cm, cm^2 og cm^3. I dette temaet kan man oppnå en score mellom 0 og 165 på kartleggingsprøven.



Figur 18: Eksempeloppgave fra temaet geometri fra kartleggingsprøven

Statistikk

Siste tema med oppgaver i kartleggingsprøven handler om statistikk. Til dette temaet er det bare en oppgave, men det er fire deloppgaver fra a til d. Det er en tekstoppgave med utgangspunkt i et søylediagram. Elevene skal så besvare fire oppgaver hvor de må vise forståelse av diagrammet og hvordan de skal innhente informasjon fra det. I dette temaet kan man oppnå en score mellom 0 og 159 på kartleggingsprøven.

En begrensning i oppgaven vår er at vi ikke er helt sikre på hvilke oppgaver som er vektet hvordan på de ulike deltemaene. Da vi har sett på scorene til hvert tema ser vi at det er klart at det kommer ut i noen spesifikke resultatscorer. Vi ser dog ingen klar sammenheng mellom antall deloppgaver og de forskjellige scorene man kan oppnå. Scoringen tyder til å være grov. I temaet om brøk og prosent er minst score 68, og høyeste 170. Mellom disse scorene er det 103 forskjellige scorer man kan oppnå, men bare 14 av dem kommer frem i datamaterialet.

3.4 Grafiske fremstillinger av resultater fra den diagnostiske testen og kartleggingsprøven

Underveis i kapittel 5 viser vi til pivoterte punktdiagrammer. Det er ulike aspekter ved punktdiagrammer, og begrunnelser til hvorfor vi bruker dem. Diagrammene blir brukt for å undersøke datasettet. Punktdiagrammene har x-akse og y-akse som viser respondentenes score i hvert sitt tema fra kartleggingsprøven, som for eksempel temaene geometri og brøk og prosent. Deretter velger vi ut de respondentene som har 0 eller 1 feil og 2 eller flere feil i en vilkårlig oppgave, for eksempel oppgave 3. Hver respondent får sin egen figur på punktdiagrammet ut ifra om de har 0 eller 1 feil på oppgaven, eller 2 og flere feil, altså ingen misoppfatning eller misoppfatning. De respondentene uten misoppfatning blir representert som en rød sirkel, og respondentene med misoppfatning blir representert som en blå trekant. Vi har valgt ut kombinasjoner av oppgaver (1-9) og de ulike temaene fra kartleggingsprøven der vi mener det vil være interessante funn.

3.5 Utvalg og populasjon

I masteroppgaven vår vil vi forske på misoppfatninger i matematikk og hvordan diagnostiske oppgaver kan bidra med å avdekke disse. Vi har valgt å avgrense oppgaven til å handle om misoppfatninger innenfor brøk. Dette er et matematisk tema som etter ny læreplan har sin hovedvekt på 5.trinn, men som også går igjen i kompetansemål på 6.- og 7.trinn. Det vil derfor være naturlig å bruke elever i disse klassetrinnene til å samle inn datamateriale til vår forskning.

Jokerud jobber som matematikklærer på 7. trinn, det var derfor naturlig å spørre om å få bruke elevene hans til prosjektet. Han undersøkte med teamet sitt på 7. trinn, samt ledelsen på skolen, som alle var positive til at elevene skulle delta i forskningen.

7. trinn består av tre klasser, 7a, 7b og 7c. I 7a er det 31 elever, 18 gutter og 13 jenter. 7b har 30 elever i klassen, 14 gutter og 16 jenter. 7c har 31 elever i klassen, 16 gutter og 15 jenter. Av disse totalt 92 elevene har vi gjennomført diagnostisk test med 73 stykker. Blant de resterende 19 på trinnet, som ikke har gjennomført, er det kun én elev som ikke deltok grunnet faglig hensyn. De 18 som ikke deltok utenom denne ene eleven var ikke til stede ved gjennomføring.

Alle utenom én elev på trinnet har gjennomført kartleggingsprøven som brukes som sammenligningstest mot vår egen diagnostiske test. Det vil si at 91 elever har besvart den. Grunnet fravær på 18 av de resterende 91 elevene på vår test, har vi valgt å kun anvende testresultatene fra de 73 elevene som har svart på begge tester. Dette valget ble tatt grunnet at vår forskning avhenger mye av sammenligninger mellom diagnostisk test og kartleggingsprøve, og det var derfor ikke hensiktsmessig å ta med disse respondentene.

3.6 Gjennomføring

Vi vil i dette forskningsstudiet se på et oppgavesett med diagnostiske oppgaver i brøk og hvordan 73 elever løser oppgavene. Vi vurderte om vi skulle undervise elevene i temaet brøk på forhånd, men valgte å ikke gjøre dette. Det er tidligere på året gjennomført kartleggingsprøver i klassene. På kartleggingsprøvene kan se på hvordan de løser oppgavene knyttet til temaet brøk, men også andre temaer i matematikk. Er det forskjeller på hvordan de løser oppgaver som er tilnærmet like på iPad eller i boka med oppgavesett som vi produserer?

Vi fikk avtalt med arbeidsplassen til Jokerud om at vi kunne gjennomføre de diagnostiske testene i alle tre klassene på 7. trinn. Rektor på skolen har også godkjent forskningen, og var veldig positiv til det. På høsten 2022 ble det gjennomført kartleggingsprøver på trinnet. Disse vil bli brukt til sammenligning av kompetanse i faget opp mot resultatene fra den diagnostiske testen. Dette gjennomføres for samtlige elever. Vi bruker kartleggingsprøven, hvor brøk er en del av prøven, som et sammenligningsgrunnlag hvor hovedfokuset er temaet brøk.

Vi har valgt å ha testen uten undervisning om temaet brøk i forkant, da de tre klassene som skal forskes på har tre forskjellige lærere i matematikk. En av grunnene til at vi ikke har undervisning er at det er mer naturlig for elevene at deres respektive matematikklærer har den vanlige undervisningen. Jokerud og de andre faglærerne har noe forskjellige undervisningsmetoder, samt at de to andre lærerne føler at de ikke har nok kunnskap knyttet opp til oppgavesettet for å ha grunnlag for gjennomføring. Derfor vil Jokerud kun være til stede under gjennomføringen av oppgavesettet for å sørge for at den blir mest mulig lik i de tre klassene. En annen grunn til at vi velger å droppe undervisning før test er at ved en vanlig skolehverdag skjer det ofte uforutsette situasjoner og "annerledesdager" som vil gå utover de tre klassene på forskjellige dager.

Det er gjennomført en pilotering på et 7. trinn på en annen skole for å sørge for at oppgavesettet er passelig og gjennomførbart for de elevene vi tar i bruk. Dette ble gjennomført uke 47, torsdag 25. november 2022. Grunnet pilotering og gjennomføring har vi bestemt å gjennomføre testene i uke 50 da dette passer best for elever og lærere på trinnet. Dette vil også gi oss noen uker til å se over piloteringstestene, samt gjøre eventuelle endringer før gjennomføring av testene på trinnet vi faktisk skal forske på. Selve gjennomføringen av testene i uke 50 ble planlagt slik at Jokerud skal gjennomføre testene i tre separate timer i de tre forskjellige klassene. Vi valgte å begge være til stede under gjennomføringen av testene da vi har mulighet til å spille på hverandre dersom uventede situasjoner oppstår. Dette er for å sikre at gjennomføringene i klassene blir mest like, samt at Jokerud har god kjennskap til elevene i alle tre klassene som gjør det mest naturlig for elevene. Krogstad vil være med for å observere at gjennomføringen av oppgavesettene blir mest mulig like slik at elevene i hver av de tre klassene har like forutsetninger for å gjennomføre. Disse beslutningene har blitt tatt med tanke på elevenes og oppgavens beste. Dersom uforutsette situasjoner hender under gjennomføringen av oppgavesettene, har Jokerud bedre forutsetninger for å løse eventuelle vanskelige situasjoner da han kjenner til elevene etter å ha jobbet på trinnet denne høsten. Med kjennskap til alle 93 elevene på trinnet vet vi at en håndfull elever enten ikke gjennomfører eller ikke har tilstrekkelig grunnlag for gjennomføring av testen og derfor ikke vil være til nytte for forskningen vi vil gjøre.

Denne gruppen med elever som ikke skal gjennomføre er diskutert og vurdert sammen med de andre faglærerne i matematikk på skolen grunnet at testen skal være så naturlig så mulig. Dette inkluderer også eventuelle frafall i klassen, det vil si at elever som ikke er til stede dagen oppgavesettet blir gjennomført ikke får gjennomført ved senere anledning. Da vi har tenkt at forskningen skal være en del av en så naturlig skoledag som mulig er det viktig at elevene ikke kjenner til testene/oppgavesettet på forhånd samt at vi legger til rette for at elevene skal være så trygge som mulig ved gjennomføring av oppgavesettet. Derfor har vi gjort valgene skrevet ovenfor som forhåpentligvis fører til en best mulig gjennomføring, og dermed også best mulig resultater. Ved gjennomføring på den måten vi har valgt vil det også være størst sjanse for at gjennomføring av testene i de tre klassene blir så lik mulig da man kan ha det tre separate dager og i alle fall tre separate timer, slik at man kan sørge for at eventuelle uforutsette situasjoner kan tilpasses de andre klassene det skal forskes på.

Etter gjennomføringen av begge testene var fullført, gikk vi gjennom hver av de diagnostiske testene og skrev inn datamaterialet i et kodeark i Excel [se kapittel 4.1]. Vi lette etter riktige og feil svar på hver av deloppgavene, samt interessante besvarelser. Vi ser først og fremst på oppgavene i seg selv, og hvilke oppgaver som viser feil eller misoppfatninger. Selv om dette har vært fokus, har vi også tatt hensyn til enkelte elevbesvarelser. Videre ble det konstruert formler i tabeller som hjelper oss med å finne utstikkere gjennom å finne gjennomsnitt. For å avdekke eventuelle korrelasjoner mellom oppgavene fra den diagnostiske testen og kartleggingsprøven ble det laget pivoterte punktdiagram som viser sammenhengen mellom deltemaene i kartleggingsprøven og oppgavene fra den diagnostiske testen.

3.6.1 Gjennomføring av pilotering

Vi valgte å teste oppgavesettet i forkant av datainnsamling, da dette var hensiktsmessig for å sjekke kvaliteten på oppgavesettet. De viktigste aspektene vi ville undersøke med piloteringen var oppgaveformuleringen og tidsbruken ved gjennomføring av testen.

For å få best mulig like omstendigheter ved gjennomføring sørget vi for at dette ble gjennomført på et 7. trinn. Piloteringen ble gjennomført i november 2022. Vi hadde planer om å gjennomføre vår test med en elevgruppe som ikke hadde hatt brøk som tema på en god stund. Gruppen med elever vi gjennomførte piloteringen på hadde nylig hatt brøkundervisning. Vi tok dette med i vurderingen videre, men kom frem til at det ikke hadde noe å si for vår forskning, da vi kun trengte å pilotere for å se om det var oppgaver som var uklare eller om noen brukte for lang tid.

3.7 Profesjonsetiske valg

I denne forskningen har vi valgt å ikke søke til Sikt, kunnskapssektorens tjenesteleverandør. Grunnen til dette er at vi i oppgaven ikke har med direkte intervjuer eller personifiseringer av elever. Vi ble i samarbeid med våre veiledere enige om at vårt prosjekt ikke måtte meldes til

Sikt. Oppgaven er med kvantitativ tilnærming, og er i våre øyne derfor ikke nødvendig å søke til Sikt for, ettersom vi ikke bruker direkte navn eller intervjuer med noen av elevene.

I oppgaven er elevers navn ikke med, og hvis det er brukt konkrete eksempler er det kun hvilken respondent som har svart følgende. Vi har kodet alle respondenter både med tall og bokstaver, slik at vi er de eneste som har mulighet til å forstå hvilke elever dette er ut ifra kodingen. Alle besvarelsene våre på den diagnostiske testen er kun lagret på papir. Data og bearbeiding av disse er kun skrevet ned i kodet form og lagret privat. Kartleggerens resultater er hentet fra data som kun er tilgjengelig for de som har tilknytning til respondentene. Dette vil vi komme nærmere inn på i avsnittet om forskning på egen arbeidsplass.

3.7.1 Forskning med elever under 18 år

Selv om vi ikke har søkt til Sikt om å forske på våre respondenter, har vi måttet ta hensyn til gruppen vår med respondenter. Som nevnt der vi beskriver gjennomføringen av datainnsamlingen har vi besøkt alle klassene, og gitt elevene informasjon som er tilpasset dem. I og med at elevene er under 18 år og anonymisert har vi i samarbeid med rektor på skolen passet nøye på at alle besvarelser er kodet tilstrekkelig og ikke er sporbart tilbake til elevene. Vårt prosjekt fokuserer heller ikke på elevene i seg selv, men oppgavene de besvarer. Selv om vår forskning i all hovedsak omhandler selve oppgavene, har vi også vært fokusert på å sørge for at alle respondentene har blitt ivaretatt.

Deltagelse i forskningen skal alltid være frivillig, som Sikt (2022a) også påpeker på sin nettside. Forskningen vår er lagt opp som en del av undervisningen, og elevene har fått være med på å velge om de vil gjennomføre eller ikke. Alle elever som var til stede hadde lyst til å gjennomføre testen.

3.7.2 Forskning på egen arbeidsplass

Det å forske på egen arbeidsplass bringer flere etiske utfordringer. Dette har vi snakket om med veilederne våre fra starten av etter at de hadde lest masterskissen vi leverte våren 2022, samt rektor som hører til elevmassen vi har hatt som respondenter. Vi har også tatt for oss utfordringene Sikt har på sine nettsider om dette.

I og med at Jokerud jobber med klassene som har blitt brukt i forskningen, kan det være vanskelig for elevene å si nei til å delta. Dette kan være en utfordring med tanke på det å ivareta frivillig deltakelse. Det kan også være utfordrende for kollegaer å si nei til å anvende klassene og timene deres, da man jobber sammen hver dag hele året, og ikke kun under gjennomføring av test. Både lærere på teamet og ledelse har vært veldig positive fra og med oppstart på forskningen, og vårt fokus har vært å sørge for at det ble en fin opplevelse for alle parter. Skoleåret 2022/20023 har Jokerud jobbet som kontaktlærer for en av klassene, hvor han også er matematikklærer. Han har en god relasjon og nær kjennskap til elevene i denne klassen. Han kjenner resten av trinnet godt og har god kjennskap til de to andre klassene også.

En annen faktor Sikt (2022b) nevner på sine nettsider er at man som ansatt vil ha en dobbeltrolle, som ansatt og forsker. For deltakerne må det være tydelig hvilken rolle man er i når. For elevene vil dette kunne være utfordrende under innsamling, fordi Jokerud er deres lærer og for en av klassene kontaktlærer. Sikt (2022b) poengterer også taushetsplikten, der man både er underlagt taushetsplikt som ansatt og som forsker. Som ansatt har man tilgang på opplysninger om deltakerne, som ikke kan benyttes i forskningen. Motsatt kan ikke opplysninger som kommer frem av forskningen, uten videre deles med arbeidsplassen. Dette er faktorer vi er klar over og som vi har tatt i betraktning.

4 Resultater

I dette kapittelet vil vi presentere resultatene på testene som er gjennomført og hvordan vi har analysert det innsamlede data. Analysen er blitt gjort gjennom et kodeark med svar fra alle elever slik som sett på figur 19. Etter testen ble gjennomført har besvarelsene fra respondentene blitt kodet og analysert i et kodeark. Hver av oppgavene vil bli presentert med resultater og analyser. Vi ønsker å sammenligne oppgavene og besvarelsene fra respondentene. Hensikten med oppgavesettet er derimot ikke å analysere respondentene eller spesifikke svar, men oppgavene og hva slags type svar de fremviser. Etter å ha presentert resultater og analyse av data fra den diagnostiske testen, vil vi presentere resultater og analyser fra kartleggingsprøvene. Dataen fra kartleggingsprøvene kan hjelpe oss med å finne eventuell korrelasjon mellom oppgaver og andre fenomener. Diagrammene vi presenterer blir brukt for å lete etter avvik som grunnlag for å kvalitetssikre det endelige datasettet.

4.1 Behandling

For å kunne forstå datainnsamlingen har vi kodet datasettet inn i Excel. Før analysen av datainnsamlingen har vi laget et Excel-ark som skal ha til hensikt å få en enklere oversikt over dataen vi har. Datasettet består i all hovedsak av verdiene 0 og 1 som viser om respondenten ikke har feil (0) eller har feil (1) på hver enkelt oppgave og så en verdi mellom 0 og 1 med 0,25 intervaller (0, 0,25, 0,5, 0,75, 1) som sier noe om elevens misoppfatningsscore.

I de grønne feltene finner vi hver enkelt oppgave og dens tildelte nummer. O1a frem til O1d er alle de fire deloppgavene under oppgave 1. Under hver av disse oppgavene ser vi hver enkelt respondents svartype, 0 for ingen feil og 1 for feil. I det grønne feltet som ligger over de gule feltene loddrett finner vi hver enkelt respondents misoppfatning. Hos respondent 1 kan de se at de hadde ingen feil på oppgavene 1a, 1c og 1d, men en feil på oppgave 1b. Dette tilsvarer en misoppfatningsscore på 0,25, noe vi anser som ingen misoppfatning. Hos respondent 2 ser vi at de har svart feil på O1a og O1b, og har svart riktig på O1c og O1d. Dette gir en misoppfatningsscore på 0,5, som vi anser som misoppfatning. Det samme gjelder respondent 3 og respondent 4 som har en misoppfatningsscore på 0,75 og 1. Slik ser Excel-arket ut videre, både nedover til respondent 73 og bortover til SO9 (samlet oppgave 9).

Respondenter som ikke har besvart på en oppgave har også fått score 0, dette viser at svaret ikke kan bli kategorisert som en feil, og er dermed ugyldig. Her kan det hende vi må endre til at respondenten får en “-” i stedet for “0”. Da kan man kategorisere 0, 1, og - for å vise ingen feil, feil og ikke besvart. Dette gir en bedre oversikt, og det kan hende man finner andre fenomener. Muligens en oppgave som mange av respondentene har valgt å ikke besvare.

	O1a	O1b	O1c	O1d	SO1
Respondent 1	0	1	0	0	0,25
Respondent 2	1	1	0	0	0,5
Respondent 3	0	1	1	1	0,75
Respondent 4	1	1	1	1	1
Respondent 5	1	1	1	1	1

Figur 19: Eksempel på koding

4.1.1 Notasjon

For å forklare diverse begreper og forkortelser fra kodearket i Excel, har vi laget en oversikt.

Begreper/forkortelser	Begrep
AF	antall feil
AM	antall misoppfatninger
AMR	antall misoppfatninger per respondent
O1a, O1b, O1c, O1d, O2a, O2b, O2c, O2d, …	Oppgave 1a, oppgave 1b, oppgave 1c, ...
SO1, SO2, SO3, SO4, …	Samlet oppgave 1, Samlet oppgave 2, Samlet oppgave 3, Samlet oppgave 4, …
K M DT1 & KL	Korrelasjon i misoppfatninger mellom diagnostisk test og kartleggingsprøve
K F DT1 & KL	Korrelasjon i feil mellom diagnostisk test og kartleggingsprøve

4.2 Diagnostisk test

Testen er ment som en måte å måle oppgavenes svardistribusjon i feil og riktig. Testen inneholder 36 brøkoppgaver, og resultatene viser oss respondentenes svar og hvorvidt de svarer riktig eller feil. Vi presenterer besvarelser for alle oppgavene, enten i form av skrift eller tabeller. På noen av oppgavene finnes det store ekstremverdier, men i andre oppgaver finner vi lite spredning i besvarelsene.

4.2.1 Oppgave 1

Oppgave 1 omhandler brøkdelenes størrelse og består av fire deloppgaver som skal teste denne misoppfatningen. De er utformet på ulikt vis, og skal ha en viss variasjon og utforming og tall

Oppgave	Antall feil	Antall gjennomført	Feilprosent
1a	25	73	34,2 %
1b	34	73	46,6 %
1c	23	73	31,5 %
1d	17	73	23,3 %
Andel elever med misoppfatning			
1a-1d	29	73	39,7 %

Tabell 1: Svarfeil og feilprosent på oppgavene 1a, 1b, 1c og 1d

I snitt per oppgave er det 24 av 73 elever som har svart feil. Dette gir en feilprosent samlet på de fire deloppgavene på 32,8%. Andelen elever med misoppfatninger på denne oppgaven er 29 av 73, dette gir en misoppfatningsprosent på 39,7%.

På oppgave 1b, 1c og 1d er det flere elever som har svart krysset av for flere av alternativene og dette regner vi som feil, da minst én av avkrysningene var feil. Av 34 elever som har svart feil på O1b har 21 av elevene krysset av på flere alternativer, hvorav 14 av dem har krysset av dobbelt på alle tre deloppgavene. På O1c av 23 elever som har feil, har samtlige krysset av dobbelt. På O1d har også alle 17 som har svart feil, krysset av dobbelt.

4.2.2 Oppgave 2

Oppgave 2 omhandler størrelsesforskjell i brøker og består av fire deloppgaver som skal teste denne misoppfatningen. De er utformet på ulikt vis, og skal ha en viss variasjon og utforming og tall.

Oppgave	Antall feil	Antall gjennomført	Feilprosent
2a	6	73	8,2 %
2b	54	73	74,0 %
2c	42	73	57,5 %
2d	26	73	35,6 %
Andel elever med misoppfatning			
2a-2d	39	73	53,4 %

Tabell 2: Svarfeil og feilprosent på oppgavene 2a, 2b, 2c og 2d

I snitt per oppgave er det 26 av 73 elever som har svart feil. Dette gir en feilprosent samlet på de fire deloppgavene på 35,6%. Andelen elever med misoppfatninger på denne oppgaven er 9 av 73, dette gir en misoppfatningsprosent på 53,4%.

I oppgave 2 viser resultatene oss at det er en stor spredning i feil på oppgavene. Dette kan skyldes at O2a og O2b var for enkle, eller at O2c og O2d var for vanskelige. På O2c var det 73,9% av respondentene som svarte feil, men på O2b var det bare 2,7% som svarte feil.

4.2.3 Oppgave 3

Oppgave 3 som omhandler omgjøring av brøk til desimaltall består av fire deloppgaver som skal teste denne misoppfatningen. De er utformet på ulikt vis, og skal ha en viss variasjon og utforming og tall.

Oppgave	Antall feil	Antall gjennomført	Feilprosent
3a	24	73	32,9 %
3b	50	73	68,5 %

3c	39	73	53,4 %
3d	29	73	39,7 %

Andel elever med misoppfatning

3a-3d	38	73	52,1 %

Tabell 3: Svarfeil og feilprosent på oppgavene 3a, 3b, 3c og 3d

I snitt per oppgave er det 35 av 73 elever som har svart feil. Dette gir en feilprosent samlet på de fire deloppgavene på 47,9%. Det er et lite sprik i antall feil svar, men svarene korrelerer noe med svarene fra oppgave 1.

Andelen elever med misoppfatninger på denne oppgaven er 38 av 73, dette gir en misoppfatningsprosent på 52,1%.

4.2.4 Oppgave 4

Oppgave 4 som omhandler differanse i brøker består av fire deloppgaver som skal teste denne misoppfatningen. De er utformet på ulikt vis, og skal ha en viss variasjon og utforming og tall.

Oppgave	Antall feil	Antall gjennomført	Feilprosent
4a	25	73	34,2 %
4b	18	73	24,7 %
4c	36	73	49,3 %
4d	43	73	58,9 %

Andel elever med misoppfatning

4a-4d	41	73	56,2 %

Tabell 4: Svarfeil og feilprosent på oppgavene 4a, 4b, 4c og 4d

I snitt per oppgave er det 30 av 73 elever som har svart feil. Dette gir en feilprosent samlet på de fire deloppgavene på 41%. Andelen elever med misoppfatninger på denne oppgaven er 41 av 73, dette gir en misoppfatningsprosent på 56,2%.

4.2.5 Oppgave 5

Oppgave 5 som omhandler isolerte tall består av fire deloppgaver som skal teste denne misoppfatningen. De er utformet på ulikt vis, og skal ha en viss variasjon og utforming og tall. Dette er den første oppgaven som har et tydelig avvik fra de tidligere fire oppgavene.

Oppgave	Antall feil	Antall gjennomført	Feilprosent
5a	10	73	13,7 %
5b	12	73	16,4 %
5c	9	73	12,3 %
5d	31	73	42,5 %

Andel elever med misoppfatning

5a-5d	18	73	24,7 %

Tabell 5: Svarfeil og feilprosent på oppgavene 5a, 5b, 5c og 5d

I snitt per oppgave er det 15 av 73 elever som har svart feil. Dette gir en feilprosent samlet på de fire deloppgavene på 20,5%. Andelen elever med misoppfatninger på denne oppgaven er 18 av 73, dette gir en misoppfatningsprosent på 24,7%. I oppgave 5 er det betydelig færre feil hos elevene.

4.2.6 Oppgave 6

Oppgave 6 som omhandler tekstoppgaver i brøk, hvor man ser etter om respondenten tar hensyn til helheten av brøken eller ikke, består av fire deloppgaver som skal teste denne misoppfatningen. De er utformet på ulikt vis, og skal ha en viss variasjon og utforming og tall.

Oppgave	Antall feil	Antall gjennomført	Feilprosent
6a	45	73	61,6 %
6b	45	73	61,6 %
6c	44	73	60,3 %
6d	46	73	63,0 %

Andel elever med misoppfatning

6a-6d	54	73	74,0 %

Tabell 6: Svarfeil og feilprosent på oppgavene 6a, 6b, 6c og 6d

I snitt per oppgave er det 45 av 73 elever som har svart feil. Dette gir en feilprosent samlet på de fire deloppgavene på 61,6%. Andelen elever med misoppfatninger på denne oppgaven er 54 av 73, dette gir en misoppfatningsprosent på 74,0 %. Her vises det tydelig at elevene svarer i snitt like mye feil på hver av oppgavene.

4.2.7 Oppgave 7

Oppgave 7 som omhandler brøk i tekstform består av fire deloppgaver som skal teste denne misoppfatningen. De er utformet på ulikt vis, og skal ha en viss variasjon og utforming og tall. Denne oppgaven er i utgangspunktet ikke tilknyttet en spesifikk misoppfatning, men den er med for å forsterke oppgavesettets validitet hvor man kan sammenligne sterkt presterende og svakt presterende elevers besvarelser.

Oppgave	Antall feil	Antall gjennomført	Feilprosent
7a	47	73	64,4 %
7b	8	73	11,0 %
7c	61	73	83,6 %
7d	17	73	23,3 %

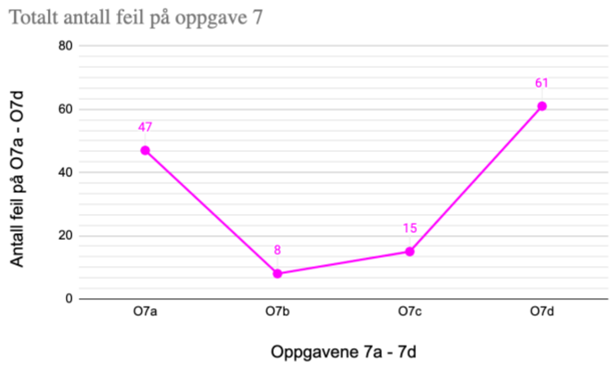
Andel elever med misoppfatning

7a-7d	45	73	61,6 %

Tabell 7: Svarfeil og feilprosent på oppgavene 7a, 7b, 7c og 7d

I snitt per oppgave er det 33 av 73 elever som har svart feil. Dette gir en feilprosent samlet på de fire deloppgavene på 45,2%. Andelen elever med misoppfatninger på denne oppgaven er 45 av 73, dette gir en misoppfatningsprosent på 61,6%.

I oppgave 7 finner vi en av oppgavene med færrest feil på, samtidig som vi også finner den oppgaven med flest feil på. Her er det et stort sprik i antall feil per oppgave.



Figur 20: Antall feil på O7a, O7b, O7c og O7d

4.2.8 Oppgave 8

Oppgave 8 som omhandler addisjon av brøk består av fire deloppgaver som skal teste denne misoppfatningen. De er utformet på ulikt vis, og skal ha en viss variasjon og utforming og tall.

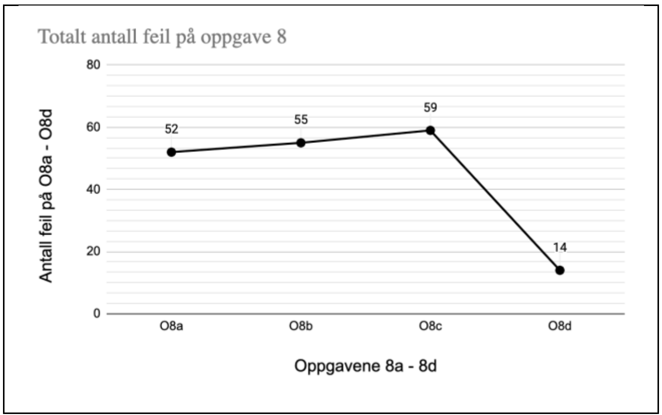
Oppgave	Antall feil	Antall gjennomført	Feilprosent
8a	52	73	71,2 %
8b	55	73	75,3 %
8c	59	73	80,8 %
8d	14	73	19,2 %

Andel elever med misoppfatning

8a-8d	54	73	74,0 %

Tabell 8: Svarfeil og feilprosent på oppgavene 8a, 8b, 8c og 8d

I gjennomsnitt per oppgave er det 45 av 73 elever som har svart feil. Dette gir en feilprosent samlet på de fire deloppgavene på 61,6%. Andelen elever med misoppfatninger på denne oppgaven er 54 av 73, dette gir en misoppfatningsprosent på 74,0 %. Oppgave 8 er enda en oppgave hvor vi finner et sprik i svarfeil på de forskjellige deloppgavene.



Figur 21: Antall feil på oppgavene 8a, 8b, 8c og 8d

4.2.9 Oppgave 9

Oppgave 9 som omhandler brøk i tallinje består av fire deloppgaver som skal teste denne misoppfatningen. De er utformet på ulikt vis, og skal ha en viss variasjon og utforming og tall.

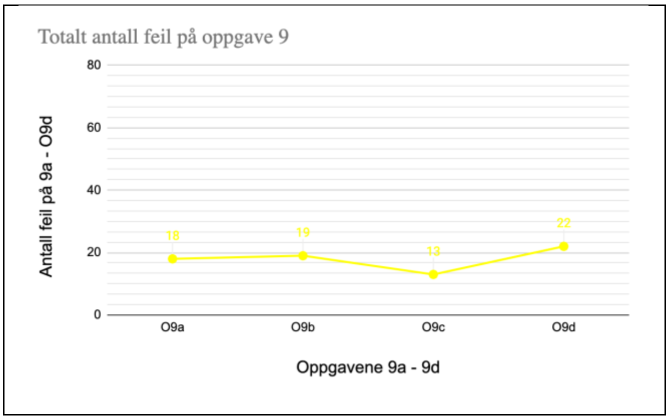
Oppgave	Antall feil	Antall gjennomført	Feilprosent
9a	18	73	24,7 %
9b	19	73	26,0 %
9c	13	73	17,8 %
9d	22	73	30,1 %

Andel elever med misoppfatning

9a-9d	21	73	28,8 %

Tabell 9: Svarfeil og feilprosent på oppgavene 9a, 9b, 9c og 9d

I snitt per oppgave er det 18 av 73 elever som har svart feil. Dette gir en feilprosent samlet på de fire deloppgavene på 24,7%. Andelen elever med misoppfatninger på denne oppgaven er 21 av 73, dette gir en misoppfatningsprosent på 28,8%. Oppgave 9 gir oss liten spredning i svarfeil.



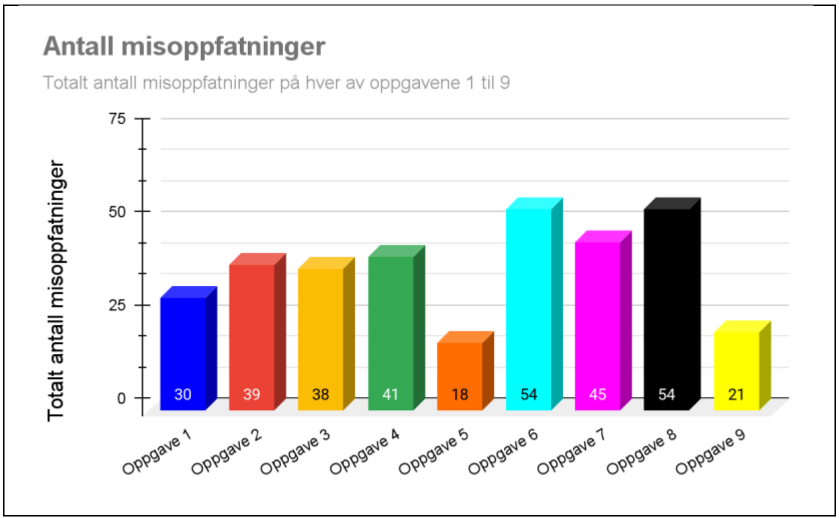
Figur 22: Antall feil på oppgavene 9a, 9b, 9c og 9d

4.2.10 Antall misoppfatninger i de diagnostiske oppgavene

I denne masteroppgaven forskes det på misoppfatninger i matematikk. Under resultatene til hver av de ni oppgavene har vi nevnt antall misoppfatninger og prosentandelen misoppfatninger på hver av dem. Her fremstilles de samlet og med en totalscore på antall misoppfatninger i tillegg. Man ser at det er et godt sprik i antallet misoppfatninger på hver av de ni oppgavene, hvor oppgave 5 har færrest misoppfatninger (18) og oppgave 6 har flest misoppfatninger (54). Til tross for ekstremalverdiene kan man se at det totale antall misoppfatninger på hele testen er 339 av 657 oppgaver, som tilsvarer en misoppfatningsprosent på 51,6%. Under fremstilles både i tabell og ved et diagram for å forskjellene på antallet misoppfatninger grafisk. Vi ser at det er et stort sprik i antall misoppfatninger i hver oppgave.

Oppgave	Antall misoppfatninger	Antall oppgaver besvart	Feilprosent
Oppgave 1	29	73	39,7 %
Oppgave 2	39	73	53,4 %
Oppgave 3	38	73	52,1 %
Oppgave 4	41	73	56,2 %
Oppgave 5	18	73	24,7 %
Oppgave 6	54	73	74,0 %
Oppgave 7	45	73	61,6 %
Oppgave 8	54	73	74,0 %
Oppgave 9	21	73	28,8 %
Totalt	339	657	51,6 %

Tabell 10: Totale antall og gjennomsnittlig antall misoppfatninger per oppgave i den diagnostiske testen



Figur 23: Grafisk fremstilling av antall misoppfatning per oppgave

4.2.11 Korrelasjon mellom oppgavene i diagnostisk test

Ser man på tabell 11 får man en oversikt over korrelasjonen mellom besvarelsene fra alle respondentene i hver oppgave. Blant verdiene man leser av i tabellen ser man én verdi høyere enn 0,5. Dette viser en viss korrelasjon mellom respondentene som har misoppfatning på oppgave 1 og oppgave 3. Videre ser vi at misoppfatninger i oppgave 8 korrelerer noe med oppgave 1-4 samt oppgave 7. Vi vet at oppgave 8 er en av to oppgaver med flest misoppfatninger, sammen med oppgave 6. Vi synes det er rart at det ikke virker som det er større sammenheng mellom prestasjonen på oppgaven.

Korrelasjon mellom misoppfatninger i alle oppgavene 1-9								
	Oppgave 1	Oppgave 2	Oppgave 3	Oppgave 4	Oppgave 5	Oppgave 6	Oppgave 7	Oppgave 8
Oppgave 1								
Oppgave 2	**0,423**							
Oppgave 3	**0,529**	**0,374**						
Oppgave 4	0,213	**0,341**	0,273					
Oppgave 5	0,182	0,296	0,287	**0,454**				
Oppgave 6	0,057	-0,080	0,209	0,130	-0,006			
Oppgave 7	**0,337**	0,278	**0,353**	**0,358**	**0,379**	0,211		
Oppgave 8	**0,389**	**0,421**	**0,398**	**0,399**	0,216	-0,085	**0,327**	
Oppgave 9	0,218	0,181	0,248	-0,268	0,019	0,240	0,043	0,148

Tabell 11: Korrelasjon mellom misoppfatninger til hver av oppgavene

4.3 Kartleggingsprøve

Kartleggingsprøver er vanlig på skoler over hele landet. Slike prøver gjør det mulig å følge den faglige progresjonen til hver enkelt elev gjennom skoleåret, både progresjonen i alminnelighet og progresjonen i skolematematikkens ulike temaer. Det gir økte muligheter for tilpasning og oppfølging av elever.

Respondentene i vår undersøkelse gjennomførte en kartleggingsprøve høsten 2022, noen måneder før de gjennomførte den diagnostiske testen. Vi har tilgang til resultatene fra kartleggingsprøven og ønsker å sammenligne dataene fra kartleggingsprøven mot resultatene fra den diagnostiske testen. Finnes det en korrelasjon mellom hvordan de scoret på kartleggeren og den diagnostiske testen? Finnes det en korrelasjon mellom spesifikke temaer?

Våre respondenter har gjennomført kartleggingsprøve hos kartleggeren.no. Når resultatene fra kartleggingsprøven foreligger, vil man se hver enkelt elevs score i forskjellige temaer. Hvis en elev har scoret 0 på temaet, har de svart alt feil. Dersom de har alt riktig vil scoren variere ut ifra en normalfordeling. Kartleggingsprøvene scorer ut ifra gjennomsnitt, og derfor vil noen temaer gi høyere totalscore enn andre temaer. Med andre ord får man en høyere score dersom man presterer høyere i et tema flere presterer lavere på. I det første temaet, addisjon og subtraksjon er totalscore 126. Vi vet fra å se på score fra andre temaer i kartleggingsprøvene at totalscoren kan være høyere, men spesifikt til temaet addisjon og subtraksjon er høyeste score 126 da elever gjennomsnittlig har mange feil på dette temaet. Det høyeste scoret på temaet addisjon og subtraksjon er 126. Om en elev har fått 0 i score på et tema, vil dette si at eleven har besvart blankt eller alt feil. Det er viktig å påpeke at alle oppgavene i kartleggingsprøven er vektet likt, slik som i den diagnostiske testen.

4.3.1 Deltema 1 - Addisjon og subtraksjon

I deltema addisjon og subtraksjon på kartleggingsprøven ser vi at respondentene ofte har svart rundt gjennomsnittet på 87%. Vi kan se at det er flere elever som har maksscore i tema. Intervallet av score på temaet ligger mellom 50% og 126 som er 100%. Her kan vi se et tilfelle av en oppgave hvor gjennomsnittet ligger relativt høyt, som vil trekke totalscore som er mulig å få i tema lenger ned. Spesifikt til våre 73 respondenter ligger gjennomsnittet høyt, hvor det er et fåtall respondenter som trekker gjennomsnittet ned. Differansen mellom maksscore og gjennomsnitt er 16, det samme som standardavviket som også ligger på 16.

4.3.2 Deltema 2 - Multiplikasjon og divisjon

I deltema multiplikasjon og divisjon på kartleggingsprøven ser vi at det er en stor variasjon i score blant alle 73 respondenter. Gjennomsnittet i score ligger på 70%, og 25 av respondentene ligger under gjennomsnittet. Vi kan se at det er et fåtall som har maksscore i temaet. Intervallet av score på oppgaven ligger mellom 10% og 160 (100%). Vi ser et tilfelle her hvor standardavviket er mye høyere enn fra forrige tema og ligger på 37, som vil si at i snitt er hver enkelt elev lenger unna gjennomsnittet. Differansen mellom maksscore og gjennomsnitt ligger derimot på 54.

4.3.3 Deltema 3 - Regnearter

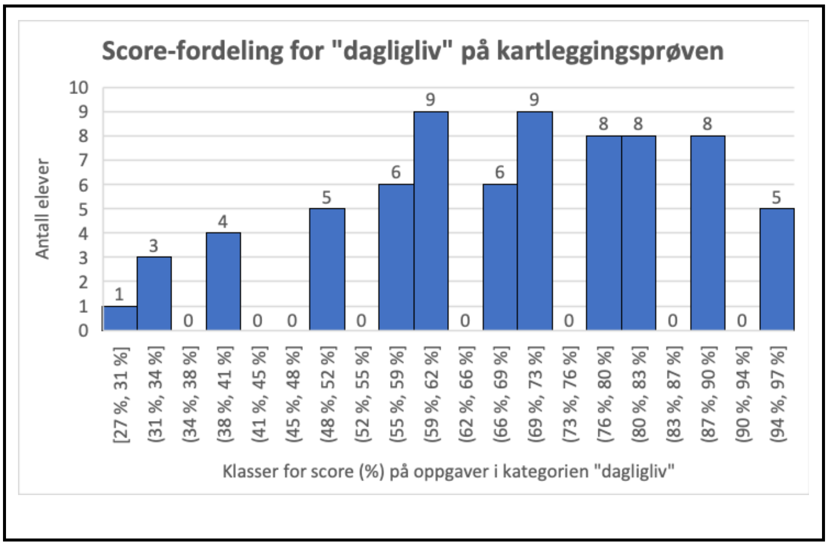
I deltema regnearter på kartleggingsprøven ser vi igjen stor variasjon på score hos respondentene, og den aller første respondenten med score 0% i et tema. Gjennomsnittet ligger på 80%, men vi ser at det er mange respondenter som ligger på maksscore 151 (100%). Det er et fåtall elever som trekker gjennomsnittet ned, men standardavviket er igjen høyt oppe på 39. Differansen mellom maksscore og gjennomsnitt er på 31. Vi kan se at det er en stor del elever som har prestert høyt på temaet, men at det også er noen elever som har prestert lavt, til og med ikke besvart i det hele tatt.

4.3.4 Deltema 4 - Tallsystem

I tema om tallsystem ser vi at maksscore er 118 (100%) og den laveste scoren er på 66%, som kun to respondenter har. Gjennomsnittet i score ligger på 89%. En stor andel av elevene ligger over gjennomsnittet, og standardavviket er så lavt som 8. Differansen mellom maksscore og gjennomsnitt er 13.

4.3.5 Deltema 5 - Dagligliv

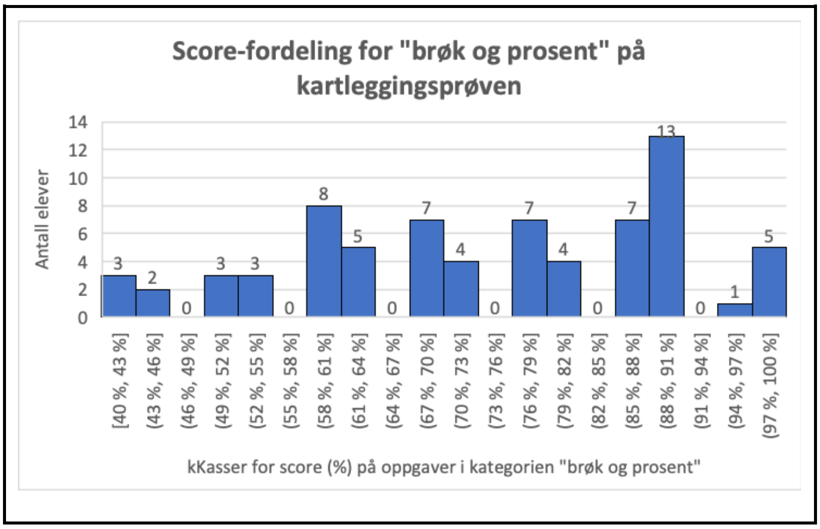
I deltema dagligliv på kartleggingsprøven ser vi at score hos elevene er tilnærmet en normalverdi, og hvordan vi kan anta det totale resultatet ser ut. Det er ingen stor variasjon i hvordan elevene har scoret. Gjennomsnittet av score på dagligliv er på 68%. Maksscore ligger på 153 (100%) som er, men laveste score ligger på 27%. Av 73 respondenter, ligger 34 respondenter under gjennomsnittet. Standardavviket ligger igjen på 28, og differansen mellom maksscore og gjennomsnitt ligger 52. Vi ser i figur 23 at det første intervallet starter på 27%, og vil si at ingen respondenter har scoret under dette. Videre ser vi at det er flere intervaller hvor det ikke finnes besvarelser, men bakgrunnen til dette er vi usikre på.



Figur 24: Respondentenes score i tema dagligliv på kartleggingsprøven

4.3.6 Deltema 6 - Brøk og prosent

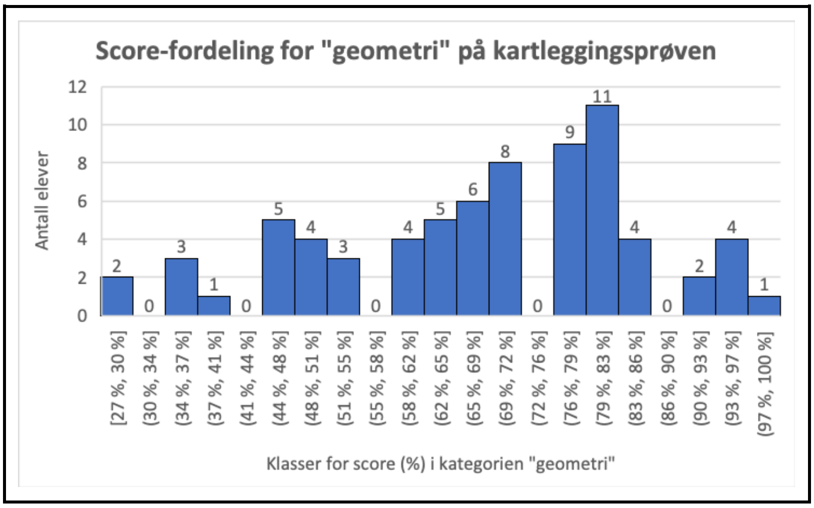
I deltema brøk og prosent på kartleggingsprøven er maksscore 170 (100%), som 4 respondenter har oppnådd. Den laveste scoren hos våre respondenter er 40%. Det finnes ingen tydelige utstikkere, og gjennomsnittet ligger på 74%. Standardavviket er 28, som forteller oss at respondentene ofte ligger et godt stykke unna gjennomsnittet. Av 73 respondenter, ligger 35 av dem under gjennomsnittet. Vi kan se at det ikke finnes elever som har scoret lavere enn 40%, og fordelingen på scorene er slik man kan forvente fra et såpass lavt utvalg respondenter. Igjen kan vi se at det er intervaller med score hvor ingen respondenter ligger under.



Figur 25: Respondenters score i tema brøk og prosent fra kartleggingsprøven

4.3.7 Deltema 7 - Geometri

I deltema geometri på kartleggingsprøven er maksscore 165 (100%), som kun én respondent har oppnådd. Den laveste scoren registrert hos våre 73 respondenter, er 27%. Det kan se ut som at de fleste respondentene hoverer rundt gjennomsnittet som ligger på 68%, men standardavviket ligger igjen på 28. Akkurat som i tema om multiplikasjon og divisjon så ligger differansen et godt stykke unna standardavviket, på 52. Det finnes en viss antydning til en normalverdi, som også er å forvente fra et begrenset utvalg med respondenter.



Figur 26: Respondentenes score i tema geometri på kartleggingsprøve

Figur 24, 25 og 26 viser tendenser til symmetri om en gjennomsnittsverdi, selv om fordelingene er langt fra å ligne på normalfordeling. At det er skjevheter fordelingen av elevenes score i de ulike temaene skyldes, så vidt vi kan forstå, også den metoden Kartleggeren bruker for å score svarene. Vi har ikke tilgang til alle detaljer som gjelder dette, så vi vet ikke eksakt hvorfor man får visse scorer relativt hyppig, andre ikke i det hele tatt. Men hvis man i tillegg til dette tar hensyn til det begrensede antallet respondenter, og at det kan forekomme lokale variasjoner, mener vi at score-fordelingen for oppgavene likevel antyder at det ikke er noe veldig spesielt med våre respondenter – det er «vanlige» elever i «vanlig» 7. klasse. Poenget med disse diagrammene er bare at man vil sjekke ut at det ikke er noe som stikker ut så mye at man må tro at dataene er farget av forhold som på en betydelig måte avviker fra "normalen".

4.3.8 Deltema 8 - Statistikk

I deltema om statistikk på kartleggingsprøven ser vi at respondentene har stor variasjon på score. Maksscore i tema om statistikk ligger på 159 (100%), som en stor andel av respondentene har. For andre gang, ser vi en respondent med 0% i score. Standardavviket i tema om statistikk er det største hittil, på 42. Differansen mellom maksscore og gjennomsnitt ligger på 47. En svakhet ved dette deltemaet kan være at temaet kun består av én oppgave med fire deloppgaver, som vil tilsi store utslag ved eventuelle feil. Dette kan også være en forklaring på de store forskjellene i standardavviket.

4.3.9 Korrelasjon mellom deltemaene i kartleggeren

Etter å ha hentet ut score for alle 73 respondentene i kartleggingsprøven, har vi forsøkt å se om det kan finnes en korrelasjon mellom alle temaene i kartleggingsprøven. I tabell 12 kan vi se at det er noen temaer som ikke korrelerer, men at det er andre temaer som korrelerer sterkt. Vi ønsker å bruke denne tabellen til å forstå hvilke temaer det er verdt å sjekke ut dypere. Noen temaer kan man forstå ikke korrelerer, og andre temaer er selvskrevne, men så finnes det også temaer man ville trodd korrelerer mer og mindre.

Korrelasjon	Addisjon og subtraksjon	Multiplikasjon og divisjon	Regnearter	Tallsystem	Dagligliv	Brøk og prosent	Geometri	Statistikk
Add./sub.								
Multi./div.	**0,532**							
Regnearter	0,312	0,434						
Tallsystem	0,239	0,270	0,195					
Dagligliv	0,436	0,476	**0,557**	0,242				
Brøk og prosent	0,361	0,397	**0,593**	0,192	**0,731**			
Geometri	0,357	0,336	0,441	0,307	**0,709**	**0,596**		
Statistikk	0,018	0,091	0,174	0,277	0,271	0,349	0,324	

Tabell 12: Korrelasjon mellom hvert av temaene i kartleggingsprøven

4.4 Korrelasjon og funn mellom diagnostisk test og kartleggeren

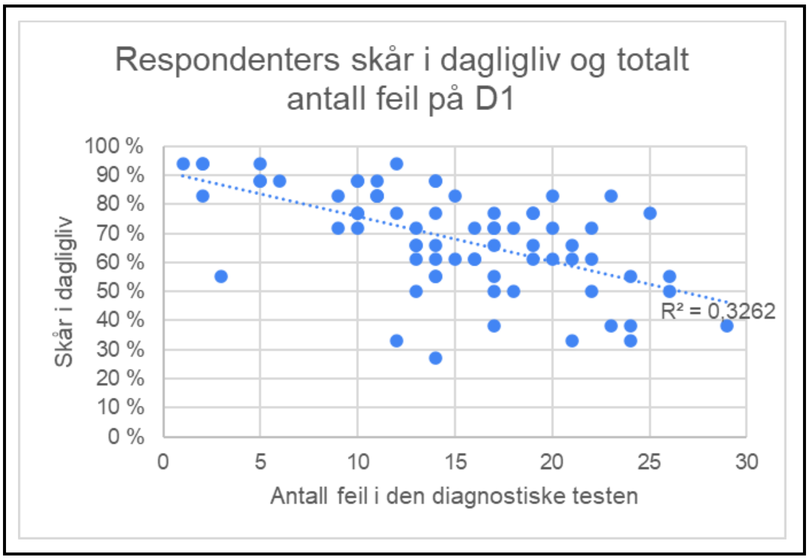
I forskningen har vi tatt i bruk korrelasjon i stor grad på bakgrunn av at vi ønsker å finne sammenheng i elevers kunnskaper i matematikk. Hensikten er ikke nødvendigvis å finne banebrytende data, men data som vil være behjelpelige i forskningen på elevers kompetanse. Vi antar at det finnes andre måter å fremstille dataene på, slik at man i tillegg vil finne annerledes funn. Vi har brukt korrelasjonsformelen i Excel for å finne korrelasjonskoeffisienten til resultatene fra hver av oppgavene til den diagnostiske testen til hvert av temaene fra kartleggingsprøven. Det finnes enda ingen tydelig korrelasjon mellom respondenters score i kartleggingsprøven og deres misoppfatninger i den diagnostiske testen. Vi kan se i tabell 13 at deltemaene addisjon og subtraksjon, multiplikasjon og divisjon, tallsystem og statistikk korrelerer lite med omtrent alle de diagnostiske oppgavene. Det finnes derimot noe korrelasjon til omtrent samtlige oppgaver og temaene dagligliv, brøk og prosent og geometri.

Korrelasjon	Oppgave 1	Oppgave 2	Oppgave 3	Oppgave 4	Oppgave 5	Oppgave 6	Oppgave 7	Oppgave 8	Oppgave 9
Addisjon og subtraksjon	0,00	0,06	0,17	0,04	0,34	0,05	0,11	0,18	0,28
Multiplikasjon og divisjon	0,18	0,28	0,17	0,14	0,43	0,08	0,12	0,18	0,26
Regnearter	0,21	0,41	0,38	0,12	0,35	0,15	0,25	0,29	0,30
Tallsystem	0,09	0,02	0,09	0,08	0,24	0,09	0,26	0,05	0,35
Dagligliv	0,29	0,42	0,53	0,22	0,40	0,12	0,20	0,44	0,31
Brøk og prosent	0,39	0,41	0,54	0,17	0,35	0,09	0,23	0,42	0,37
Geometri	0,22	0,33	0,45	0,22	0,47	0,25	0,28	0,41	0,38
Statistikk	0,10	0,07	0,14	0,12	0,31	0,09	0,05	0,05	0,08

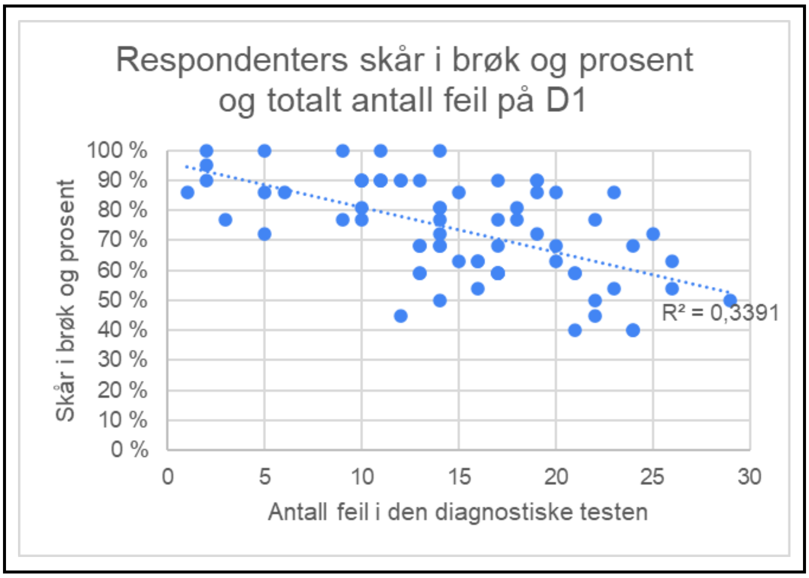
Tabell 13: Korrelasjon mellom score i deltemaene i kartleggingsprøven og misoppfatninger i hver av oppgavene i den diagnostiske testen

Ut ifra tabellene 12 og 13, har vi valgt ut noen pivoterte punktdiagrammer å vise, da det ikke finnes plass eller tid til å vise over 200 diagrammer. Vi har valgt å se på diagrammer med høy korrelasjon mellom temaer i kartleggingsprøven samt oppgaver fra den diagnostiske testen. Vi ønsker å finne sammenhenger mellom elevers kompetanse i et tema i matematikk med et annet. Korrelasjon kan hjelpe med å finne denne sammenhengen. Fra diverse tabeller og diagrammer, har vi en god tanke om hvor vi skal starte.

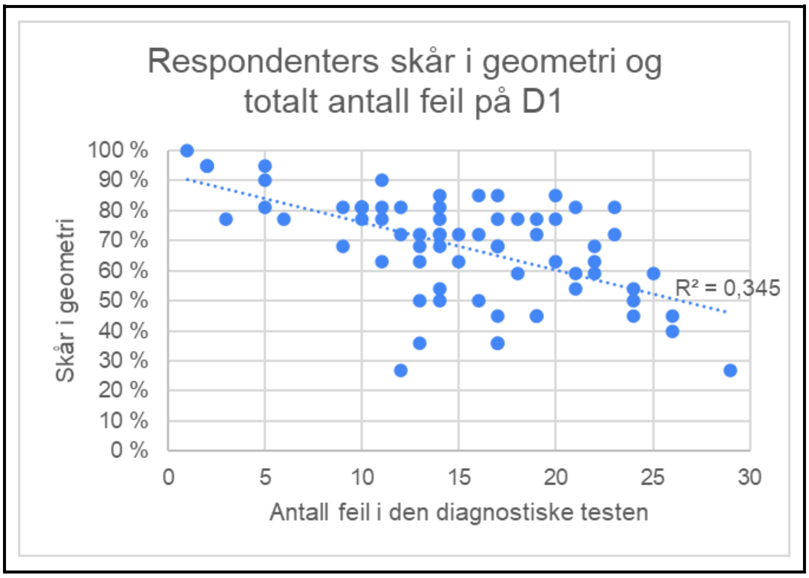
En annen måte vi har forsøkt å fremstille korrelasjon på, er punktdiagram som viser korrelasjon mellom respondentenes antall feil i den diagnostiske testen og score i hvert tema fra kartleggingsprøven. Vi har valgt å bruke feil hos respondentene fremfor misoppfatninger. Korrelasjonskoeffisienten mellom feil og misoppfatninger i den diagnostiske testen er så høy som 0,95, hvilket gir oss en trygg ramme for at dataen viser det vi ønsker. I figur 27, 28 og 29 ser vi hvordan respondentene scorer i dagligliv, brøk og prosent og geometri på kartleggingsprøven og hvor mange feil de totalt har i den diagnostiske testen. Vi kan se at det finnes en korrelasjon mellom hvor høyt og lavt de scorer i temaene og den diagnostiske testen.



Figur 27: Korrelasjon mellom antall feil hos respondentene og score i dagligliv

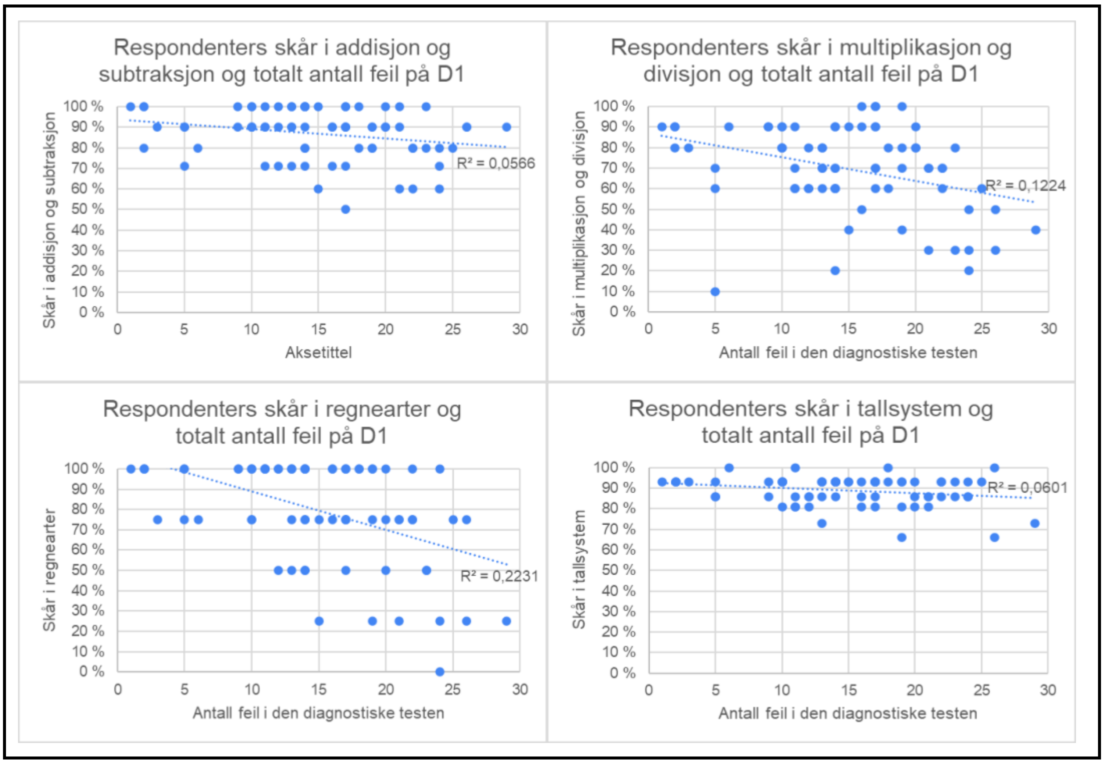


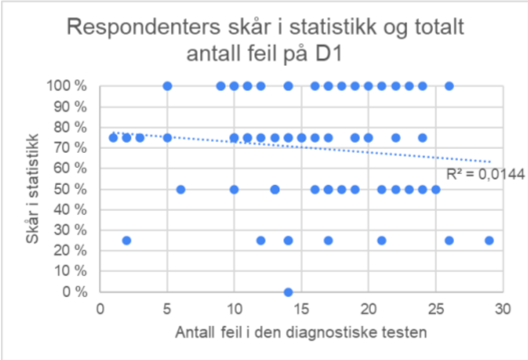
Figur 28: Korrelasjon mellom antall feil hos respondentene og score i brøk og prosent



Figur 29: Korrelasjon mellom antall feil hos respondentene og score i geometri

Videre vil vi se på temaene som har lavere korrelasjonskoeffisient. Vi ser at respondentene med få feil i den diagnostiske testen generelt sett scorer høyere på kartleggingsprøven uansett tema. Utover de respondentene med 5 feil eller flere fra den diagnostiske testen, virker det noe som at scorene og antall feil er sporadisk og lite systematisk. Det er ikke tilfeldig at regresjonslinjen viser en viss sammenheng mellom antall feil og score.

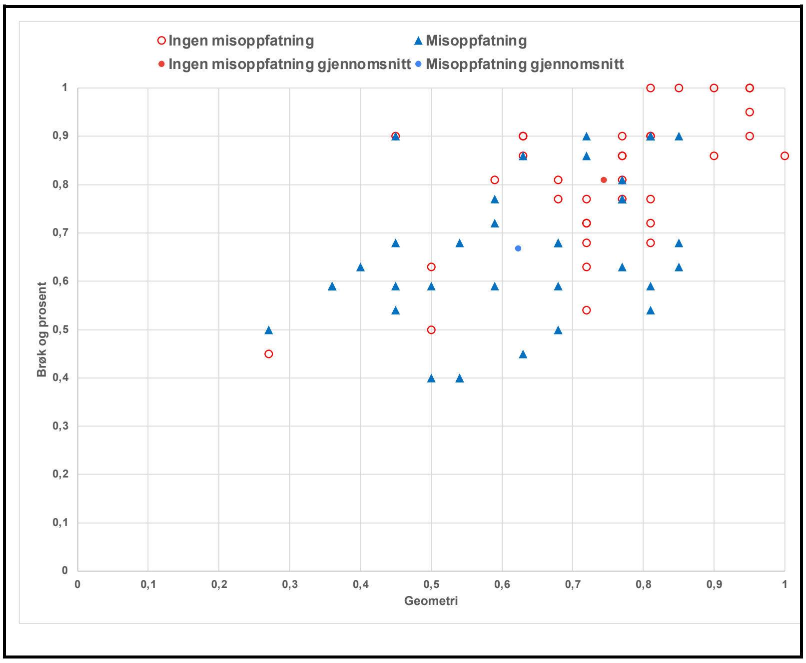




Figur 30: Korrelasjon mellom antall feil hos respondentene og score i de resterende temaene i kartleggingsprøven

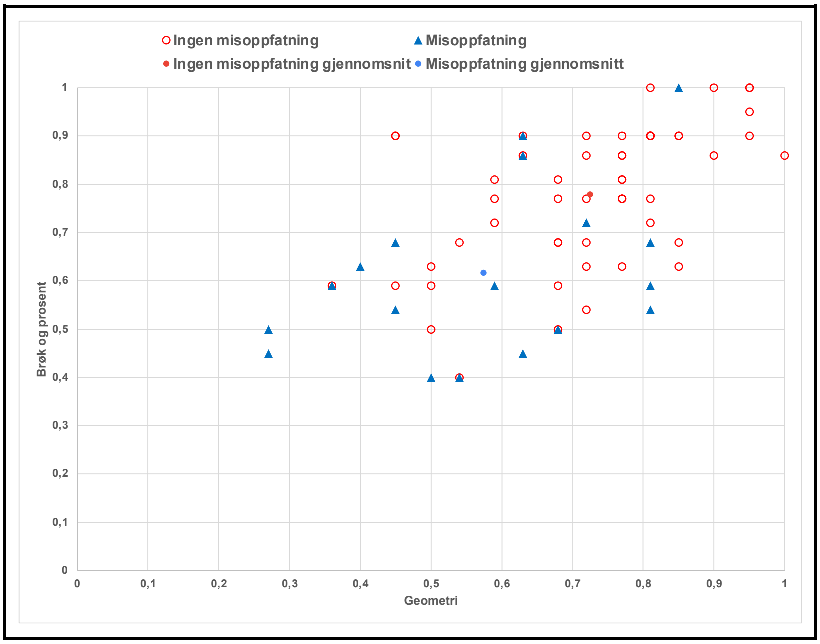
4.4.1 Pivoterte punktdiagrammer

En kombinasjon vi mener er interessant å analysere, ser vi i figur 31. Figuren viser oss at elever uten misoppfatning i vårt tilfelle oftere scorer minst 70% i både geometri og brøk og prosent enn elever som har misoppfatningen om omgjøring av brøk til desimaltall. Vi kan derimot se noen ekstremer; respondent 43 har ingen misoppfatning i oppgave 3, men scoret så lavt som 27% på geometri, og 45% på brøk og prosent. I figuren er det i tillegg laget sirkler som viser gjennomsnittlig plassering på punktdiagrammet til sin respektive fargekode. Vi ser at de uten misoppfatning scorer generelt bedre enn de med misoppfatning.



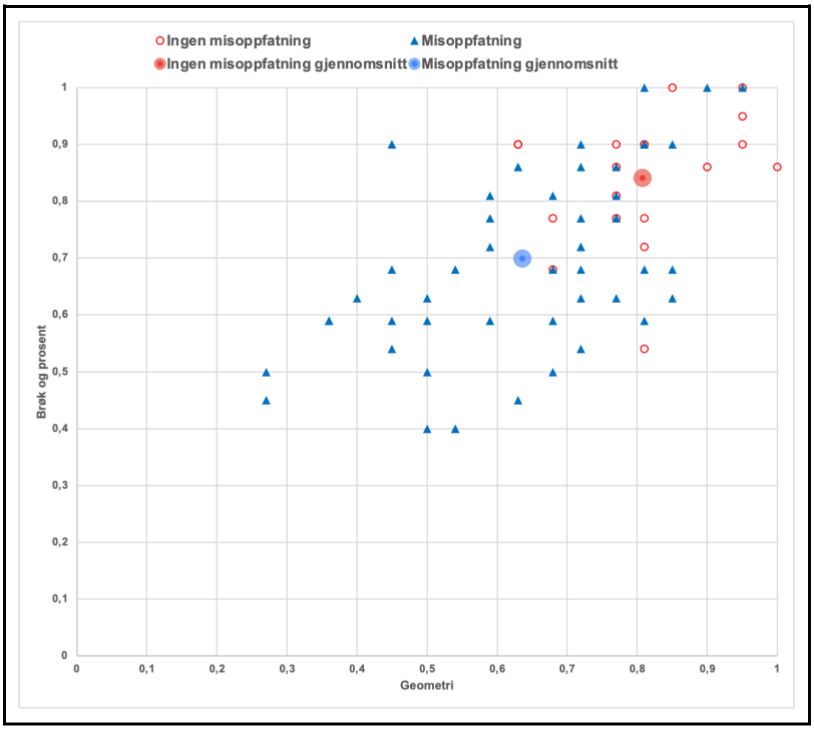
Figur 31: Pivotert punktdiagram med respondentenes score i temaene geometri og brøk og prosent fra kartleggingsprøven og deres misoppfatninger i oppgave 3 fra den diagnostiske testen

En annen kombinasjon vi har fokusert på er igjen temaene brøk og prosent og geometri, men med oppgave 9. Dersom vi sammenligner resultatene i figur 32 med figur 31, vil vi ved første øyekast se at alle respondentene fortsatt er plassert samme sted, fordi temaene fra kartleggingsprøven fortsatt er de samme, men oppgaven fra den diagnostiske testen er endret, så det vil figuren som representerer respondentene også gjøres. Vi kan også se at gjennomsnittene er blitt noe dårligere for både de med og uten misoppfatning. De fleste uten misoppfatning hoverer rundt gjennomsnittet, men med noen avvik. Det ligger et tydelig ekstremalpunkt hos de med misoppfatning, og det er respondent 25. Respondent 25 har seks av ni misoppfatninger, men ligger godt over gjennomsnittet på 84% i kartleggingsprøven.



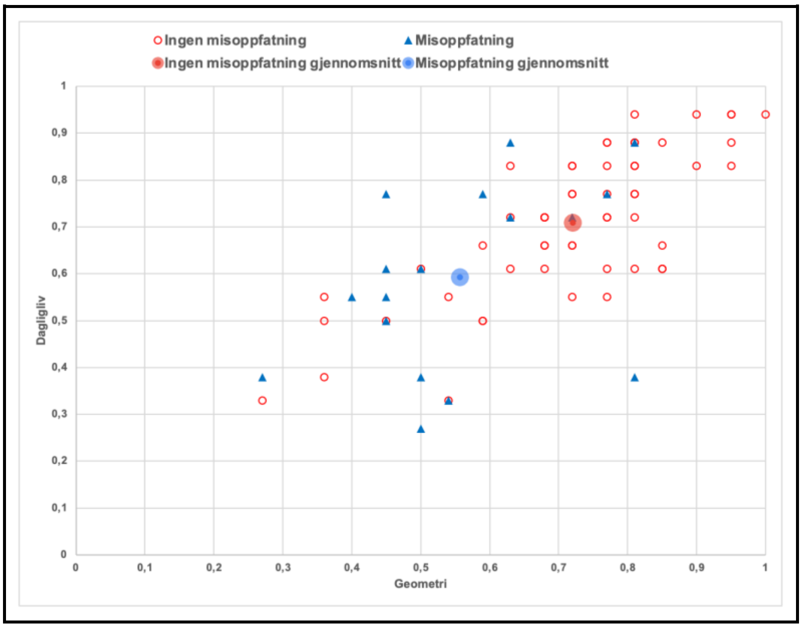
Figur 32: Pivotert punktdiagram med respondentenes score i geometri og brøk og prosent fra kartleggingsprøven og deres misoppfatninger i oppgave 9 fra den diagnostiske testen

Når vi går fra oppgave 3 til oppgave 9 og avslutter ved oppgave 8, kan vi se at differansen på gjennomsnittet vedvarer gjennom alle oppgavene, men de flyttes likevel. Vi ser at oppgave 8 tydeliggjør en forskjell i prestasjonsnivå hos elevene. En utstikker vil være respondent 47 (0,81, 0,54). Eleven har ingen misoppfatning på oppgave 8, men har misoppfatning på alle andre oppgaver fra den diagnostiske testen. Eleven har i tillegg 23 feil av 36 mulige. Vi ser også elever med misoppfatning som har besvart like bra og bedre enn elever uten misoppfatning. Respondentene med misoppfatning, men 100% score i brøk og prosent ligger godt over i gjennomsnittscore på både den diagnostiske testen og kartleggingsprøven.



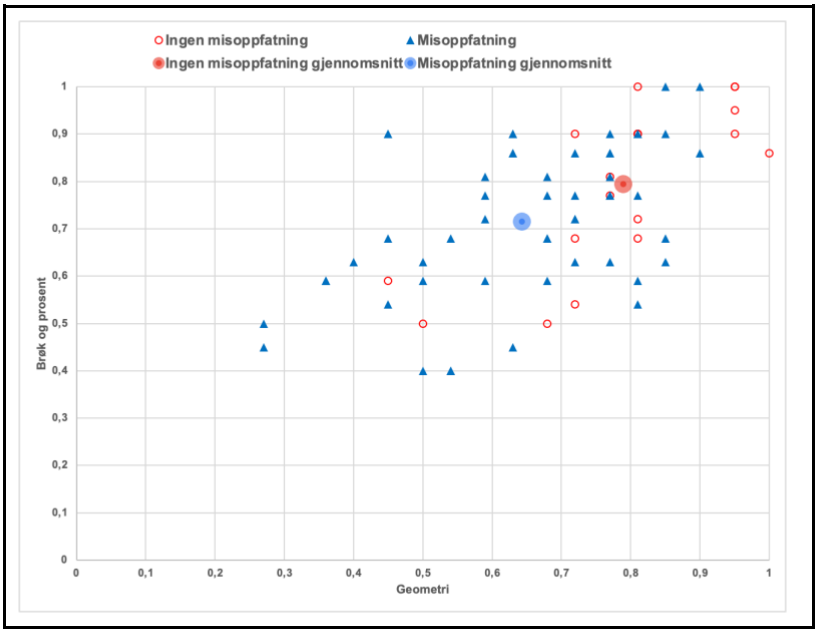
Figur 33: Pivotert punktdiagram med respondentenes score i geometri og brøk og prosent fra kartleggingsprøven og deres misoppfatninger i oppgave 8 fra den diagnostiske testen

Videre ser vi i figur 34 hvordan det er en stor spredning i score i geometri og dagligliv både hos dem med og uten misoppfatning. Det finnes avvik på begge sider av skalaen. Respondent 43 har generelt scoret bra på den diagnostiske testen med 3 misoppfatninger av 9 mulige, men har scoret gjennomsnittlig 49% på kartleggingsprøven. Videre ser vi tre respondenter uten misoppfatning med 36% i score på geometri, og ellers lavt i tema om dagligliv også. På den andre siden ser vi respondent 21, med 81% og 88% i score på geometri og dagligliv, og ligger på snittscore 90% på kartleggingsprøven, men de har misoppfatningen i oppgave 5.



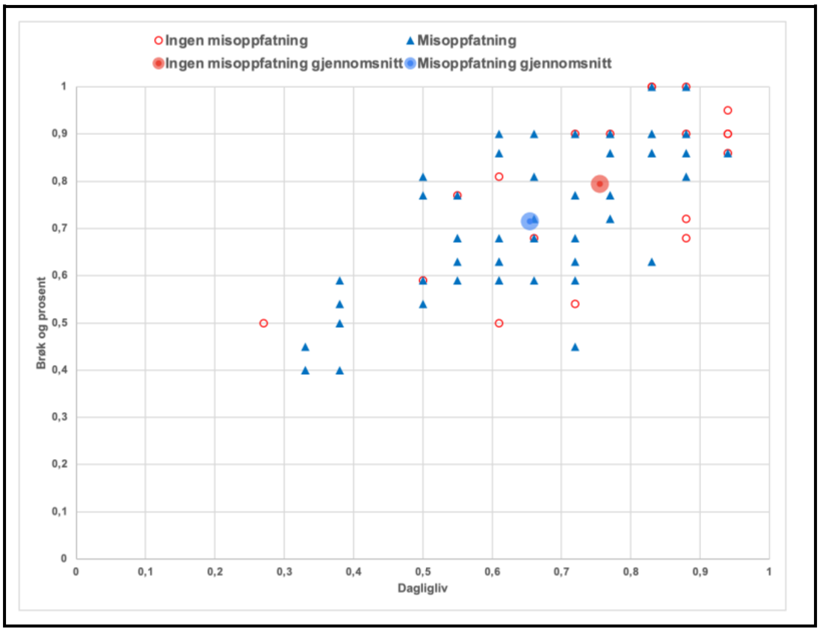
Figur 34: Pivotert punktdiagram med respondentenes score i geometri og dagligliv fra kartleggingsprøven og deres misoppfatninger i oppgave 5 fra den diagnostiske testen

Vi ønsker videre å se på oppgave 6, misoppfatningen om å ikke ta hensyn til helheten av brøken, eller i hvilken kontekst det er. Vi har lagt oppgave 6 inn sammen med temaene geometri, brøk og prosent og dagligliv. Vi ser på de tre figurene 35, 36 og 37 at det er ytterpunkter begge veier, men noen av ytterpunktene er mer ekstreme. I figur 35 hoverer de aller fleste respondenter uten misoppfatning rundt gjennomsnittet, men det er to respondenter som ligger et stykke unna. Respondentene 10 og 39 har ingen misoppfatning i oppgave 6, og ligger rett over gjennomsnittet i feil og misoppfatninger på den diagnostiske testen, men begge ligger under gjennomsnittet i score på kartleggingsprøven.



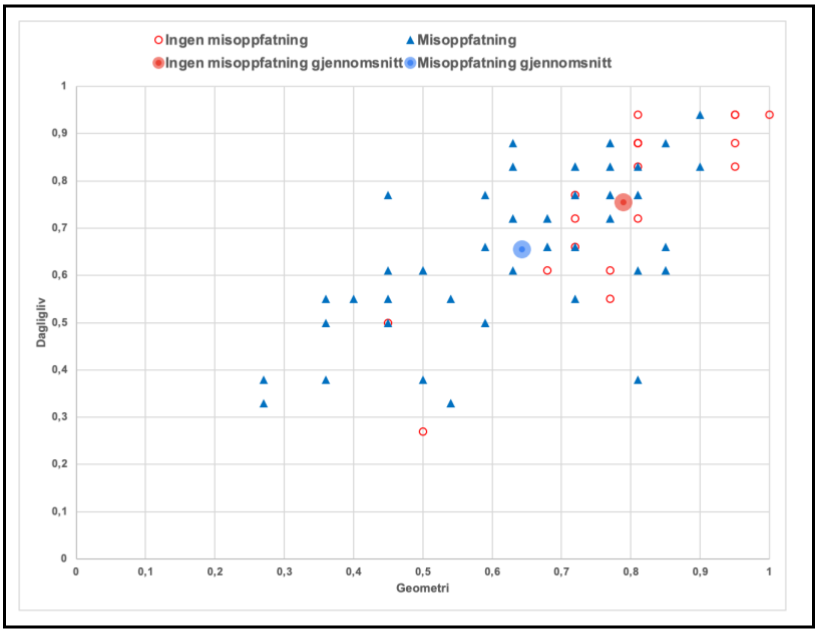
Figur 35: Pivotert punktdiagram med respondentenes score i geometri og brøk og prosent fra kartleggingsprøven og deres misoppfatninger i oppgave 6 fra den diagnostiske testen

I figur 36 ser vi igjen respondentene 10 og 39 som ligger som ekstrempunkter hos de uten misoppfatning. Vi ser at differansen mellom gjennomsnittscorene har endret seg noe fra figur 34 og ligger nærmere hverandre. Det er tilsynelatende ingen stor forskjell mellom respondenter med og uten misoppfatning hos de som scorer høyt på kartleggingsprøven.



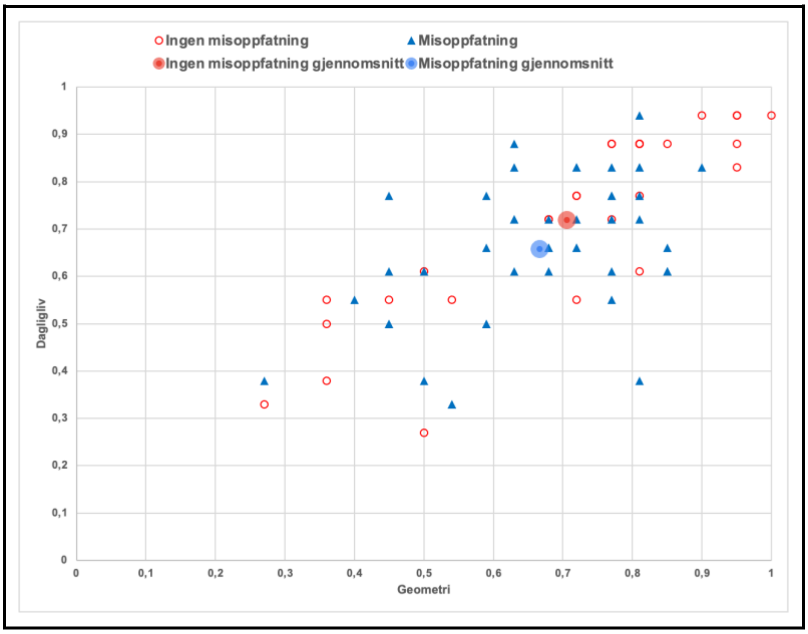
Figur 36: Pivotert punktdiagram med respondentenes score i dagligliv og brøk og prosent fra kartleggingsprøven og deres misoppfatninger i oppgave 6 fra den diagnostiske testen

I figur 37 er det en liten endring hos de med høy score i kartleggingsprøven, og det er at flere av de med høy score i dagligliv og geometri ikke har misoppfatning i oppgave 6. Vi ser igjen de samme ekstremalpunktene, respondentene 10 og 39.

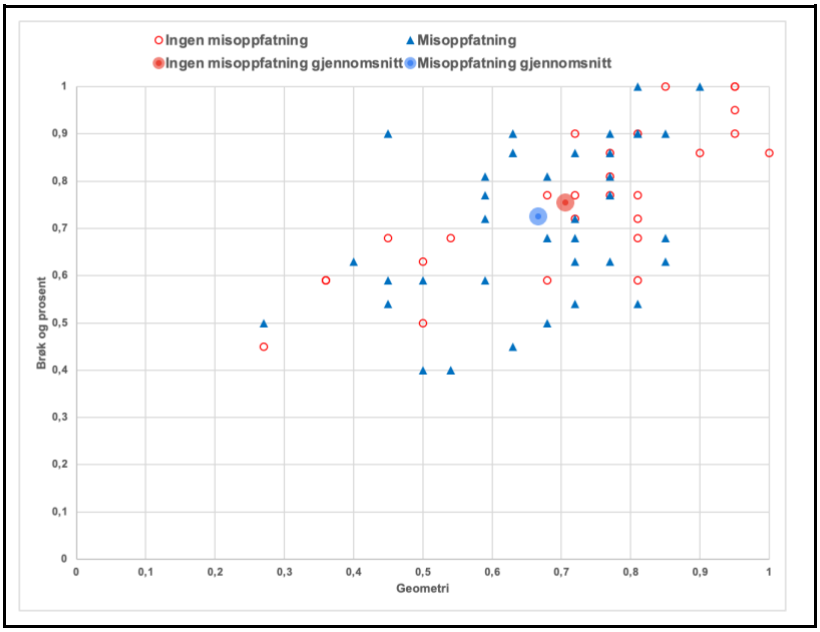


Figur 37: Pivotert punktdiagram med respondentenes score i geometri og dagligliv fra kartleggingsprøven og deres misoppfatninger i oppgave 6 fra den diagnostiske testen

Når vi nå beveger oss til oppgave 7 i figurene 38 og 39 ser vi et lite skifte hos respondentene med og uten misoppfatning, og det er at det er lavere differanse. Det ser ut til at det er flere respondenter som ikke har misoppfatning som scorer dårlig på alle tre temaene dagligliv, brøk og prosent og geometri.

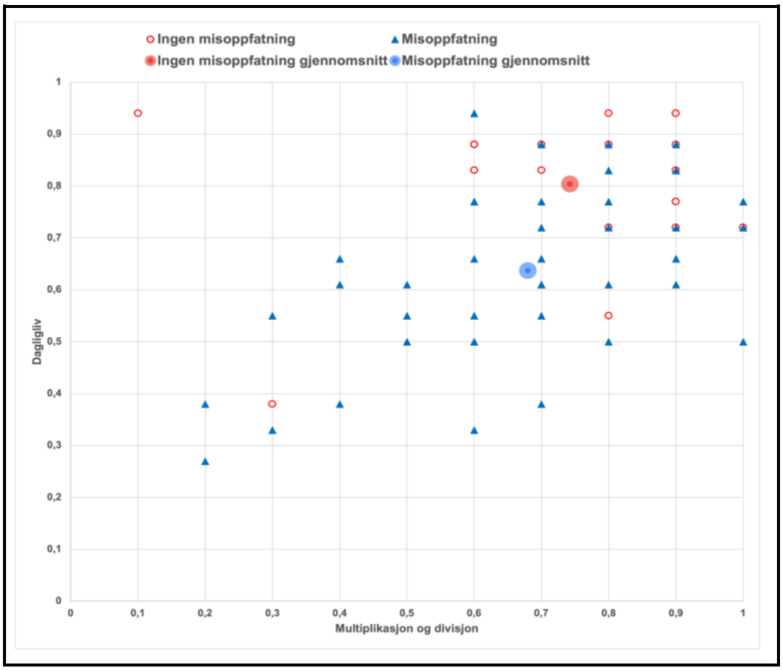


Figur 38: Pivotert punktdiagram med respondentenes score i og geometri og dagligliv fra kartleggingsprøven og deres misoppfatninger i oppgave 7 fra den diagnostiske testen



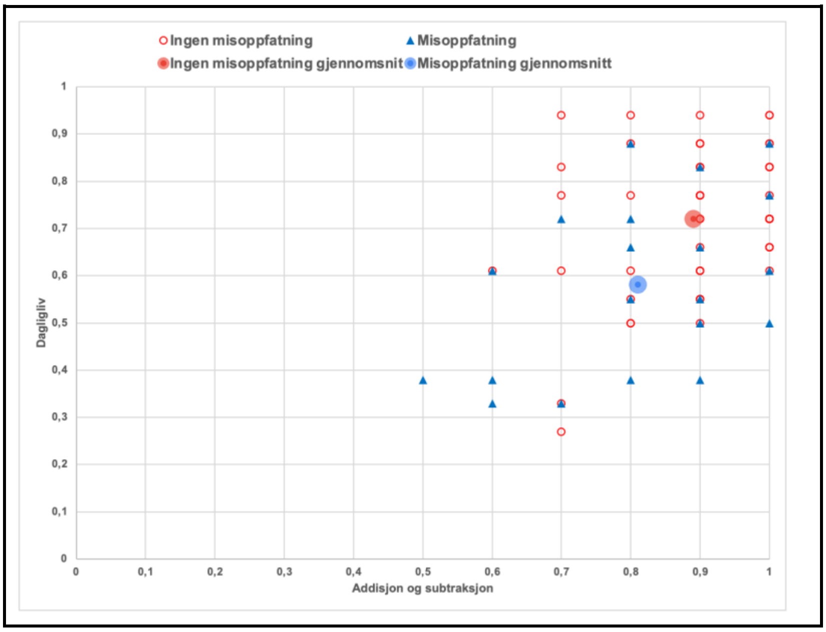
Figur 39: Pivotert punktdiagram med respondentenes score i geometri og brøk og prosent fra kartleggingsprøven og deres misoppfatninger i oppgave 7 fra den diagnostiske testen

I figur 40 ligger gjennomsnittscore hos respondentene med og uten misoppfatning nærme hverandre i temaet om dagligliv. Det er likevel en tydelig differanse mellom de med og uten misoppfatning i oppgave 8 om temaet multiplikasjon og divisjon. Vi legger øyeblikkelig merke til to ytterpunkter, respondent 58 og respondent 47. Selv om begge scorer lavt, er de veldig ulike. Respondent 58 har én misoppfatning i den diagnostiske testen og scorer over gjennomsnitt i kartleggingsprøven, men scorer likevel så lavt som 10% på multiplikasjon og divisjon. Respondent 47 har 8 misoppfatninger, alle utenom i oppgave 8, men scorer i gjennomsnitt 59% på kartleggingsprøven.

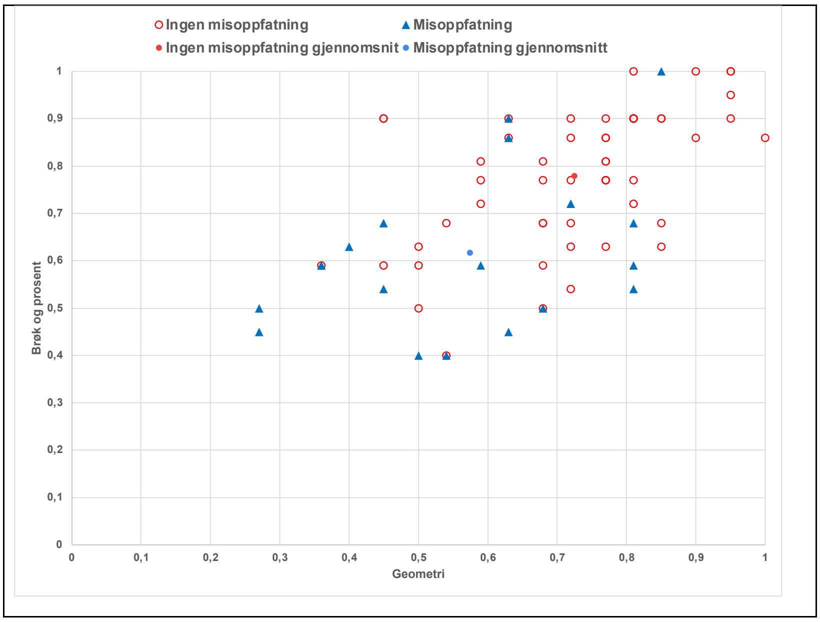


Figur 40: Pivotert punktdiagram med respondentenes score i multiplikasjon og divisjon og dagligliv fra kartleggingsprøven og deres misoppfatninger i oppgave 8 fra den diagnostiske testen

I figur 41 har vi brukt temaene addisjon og subtraksjon og dagligliv. Vi ser at de uten misoppfatning i oppgave 9 scorer generelt bedre i temaet om dagligliv, og noe bedre i addisjon og subtraksjon. Vi ser to ekstremer; respondent 10 og respondent 26. Respondent 26 har åtte av ni misoppfatninger og ligger på 49% i gjennomsnittscore gjennom kartleggingsprøven. Respondenten har ingen misoppfatning på oppgave 9.



Figur 41: Pivotert punktdiagram med respondentenes score i addisjon og subtraksjon og dagligliv fra kartleggingsprøven og deres misoppfatninger i oppgave 9 fra den diagnostiske testen



Figur 42: Pivotert punktdiagram med respondentenes score i geometri og brøk og prosent fra kartleggingsprøven og deres misoppfatninger i oppgave 9 fra den diagnostiske testen

5 Drøfting og analyse

I vår forskning har vi valgt å anvende to ulike matematiske tester. Den ene er en test satt sammen av diagnostiske oppgaver knyttet til temaet brøk. Den består av ni oppgaver knyttet til ulike misoppfatninger. Den andre testen er en kartleggingsprøve vi har tilgjengelig via Jokeruds jobb. Denne prøven er et verktøy lærere bruker for å kartlegge elevenes kompetanse i matematikk. Den er delt opp i ulike matematiske temaer og gir lærerne en pekepinn på hvor elvene trenger oppfølging. Etter som vi har brukt disse to ulike testene som en del av vår metode har vi som mål å anvende verktøy for å finne korrelasjon mellom den diagnostiske testen og kartleggingsprøven. Vi startet med å kode resultatene fra begge testene for å på en hensiktsmessig måte fremstille datamaterialet vi fant fra de to testene. Etter hvert så vi at de vanlige tabellene og grafene gav oss lite innsyn i sammenhenger mellom de to testene. Vi har derfor valgt å bruke pivoterte grafer i Excel hvor vi har anvendt korrelasjonstabeller som viste oss hvilke oppgaver på den diagnostiske testen som hadde sterkest korrelasjon med de forskjellige deltemaene i kartleggingsprøven.

Dette kapittelet tar sikte på å rette fokus mot våre erfaringer, interessante data og situasjoner som har påvirket forskningsområdets omstillinger. Vi vil evaluere resultatene og eventuelle funn, samt presentere spørsmål som har oppstått underveis. Vi ønsker å drøfte vår egen fremgangsmåte og den diagnostiske testen i sin helhet. Ved behov vil vi bruke resultatene i sammenheng med relevant teori for å styrke våre argumenter. Vi har valgt å bygge opp vår drøfting i samme rekkefølge som på vår resultatdel. Derfor starter vi med den diagnostiske testen, fortsetter med kartleggingsprøven, før vi til slutt ser på korrelasjon knyttet til testene.

5.1 Den diagnostiske testen

Ved å se på resultatene fra den diagnostiske testen, kan vi si at det er et stort sprik i kompetanse hos elevene. I kapittel 3.6 forteller vi hvordan vi måtte forklare oppgave 9 mer konkret fordi elevene synes den oppgaven virket vanskelig. Etter å ha sett på resultatene, ser vi at elevene besvarte oppgaven godt. Kan dette være fordi vi forklarte oppgaven bedre, eller kommer det av at elevene forstod oppgaven etter første øyekast? Det tyder på at elevene besvarer oppgaver med representasjoner og figurer bedre enn de uten, hva kommer dette av?

Vi har sett nærmere på oppgave 4d og stiller spørsmål til om to av brøkene de skal sortere fra minst til størst er så like at mange ender med feil grunnet dette, og ikke fordi de har problemer med å forstå brøken som et forholdstall. De to brøkene dette gjelder er $\frac{5}{8}$ og $\frac{3}{5}$. Disse to tilsvarer henholdsvis desimaltallene 0.625 og 0.6, som er veldig nær hverandre i verdi. Da vi ser at de aller fleste har plassert den minste brøken først, men at mange har byttet om på disse to, lurer vi på om det kanskje ikke er misoppfatningen i seg selv de sliter med, men utregningen. Noen respondenter har tatt seg tid og viser god kompetanse ved å regne ut disse ved siden av oppgaven på arket og har dermed endt opp med å sette de i riktig rekkefølge. De har gjort om brøkene til desimaltall ved hjelp av divisjonsalgoritmen. Det kan argumenteres for at av de 43 elevene med feil på oppgave 4d, er en stor andel av disse rett og slett regnefeil. Det er 41 elever registrert med misoppfatning på oppgave 4, og 34 av disse har feil på O4c.

Når vi ser gjennom resultatene på den diagnostiske testen sammenlignet med kartleggingsprøven kan vi se noen interessante aspekter knyttet til oppgave 7. Dette er oppgaven i vårt oppgavesett som ikke har noen konkret misoppfatning tilknyttet seg, men en oppgave som vi antar kan vise et høyere nivå matematisk fordi man har abstrahert brøken. Det vi tror er at denne oppgaven viser at respondentene har en bredere forståelse og kan tenke matematikk uten at man må skrive det ned eller se det visuelt. Oppgave 7 brukes mer som en referanse, som man kan bruke til å sammenligne med andre resultater, som i vårt tilfelle er kartleggingsprøven. Vi ser i resultatene våre at de som har fått til oppgave 7 i den diagnostiske testen også er blant elevene som scorer høyest på Kartleggeren. I denne oppgaven språkliggjør de matematikken, og grunnet en bredere relasjonell forståelse, hvor disse respondentene da viser at de både vet hvordan de skal gjøre oppgaven og hvorfor de må tenke på den måten de gjør (Skemp, 1976).

5.1.1 Representasjoner i brøk

Tar man for seg alle de tre typene oppgaver hvor det er færre misoppfatninger, kan man se at det er noe spesifikt som skiller disse tre oppgavene fra de seks andre. Det som kjennetegner oppgave 1, 5 og 9 er at de har representasjoner som er med som verktøy som kan anvendes av respondentene i oppgavene. Oppgave 1 har et flagg i første deloppgave og på de siste tre deloppgavene er det figurer som skal vise hvor stor brøkdel av de som er skravert. Oppgave 5 er laget på en annen måte, men den har også visuelle oppgaveformer. Denne er mer todelt, hvor man kan se at de to første deloppgavene har rutenett hvor respondentene skal skravere en andel av rutene, etter en gitt brøkdel de får i oppgavene. De to siste deloppgavene viser henholdsvis prikker og klinkekuler. Her skal de som gjennomfører testen markere en brøkdel av de tegnede figurene for å vise at de kan se konkrete deler av en gitt samling.

Underveis da vi gikk gjennom den diagnostiske testen med hver av de tre klassene, forstod vi at oppgave 9 var en utfordring. Dette førte til at vi forklarte oppgavene nærmere. Dette kan ha hatt en innvirkning på det få antall misoppfatninger i oppgaven. Det er i midlertidig en besvarelse vi ønsker å se nærmere på som kommer i kapittel 5.1.2, hvor respondenten ikke har en misoppfatning, men løst oppgaven på en alternativ måte.

I vår diagnostiske test med 9 oppgaver har vi representasjoner tilknyttet oppgavene i 3 av disse 9. Det vi ser er at nettopp disse tre oppgavene, oppgave 1, 5 og 9 er det også veldig gode resultater når det kommer til antall riktige besvarelser og få misoppfatninger på akkurat disse tre. Det at konkretiseringer og representasjoner skal være positivt for elevene er ikke unaturlig, men at det skal gi så store utslag som det virker som det har gjort er spennende å se mer på. Det vi fant ut at kunne være spennende å se mer på, og sammenligne opp mot disse tankene er om det er respondentene som har valgt å lage figurer og konkreter for seg selv underveis i gjennomføringen av testen. Vi ser at det er 16 stykker som har tegnet en eller annen form for representasjon og at av disse er det 15 av 16 som velger å tegne sirkler for å konkretisere brøkene. Den ene av disse 16 respondentene har valgt å tegne rektangulære figurer og tegnet opp brøkene i like store deler av disse. Der vi ser at de 16 respondentene har tegnet ser vi også at de har fått riktig svar på de aller fleste oppgavene, selv om det er oppgaver som gjennomsnittlig har både flere feil og misoppfatninger. Vi tror ikke dette er tilfeldig, men synes det allikevel er såpass spennende at vi har sett for oss videre forskning knyttet direkte opp mot dette. Vi kan se at [se tabell 11] den sterkeste korrelasjonen er mellom misoppfatninger i oppgave 1 og 3. Dette kan være fordi elevene har god representasjonskompetanse og ellers god forståelse for representasjoner fra tidligere.

5.1.2 Oppgaveformuleringer

Vi forstår at en stor del av forskningen vår baseres på å være presis. Det handler ikke bare om at man er presis i hva man ønsker av elevene når de besvarer den diagnostiske testen, men førarbeidet med å utarbeide den diagnostiske testen er vel så viktig. Vi har forsøkt å gjøre om oppgaveformuleringen fra realfagsløypene slik at det skal være lettere for elevene å forstå oppgavene. Til tross dette, fant vi tidlig ut under koding og analyse at det er en stor andel elever som har samme type feil. I den første oppgaven av den diagnostiske testen, oppgave 1, ser vi at flere respondenter har kysset av på to eller flere svaralternativer på samme deloppgave. Vi har i vårt kodeark ansett dette som en feil, da selv om de krysser av for riktig alternativ, krysser respondentene også av for feil. Dette fører til at de har riktig på en og feil på en eller to. Hvis elever krysser av for flere alternativer, velger vi å tro at de ikke vet hva som er riktig. Selv om det kan ligge andre ting bak velger vi derfor å ta det som feil svar på oppgaven.

Vi kan forstå at det er misvisende at det står *den eller de*, og man kan argumentere for å endre dette til en videre forskning og deretter se om elevene ville gjort samme feil. Uten å endre på formuleringen er det vanskelig å vite om elevene ville fått riktig på oppgavene, ettersom at de svarte feil i tillegg til riktig. Krysset elevene av på flere svaralternativer *bare* fordi det stod *den eller de*? Dette er noe man kunne avdekt ved en kvalitativ forskningsmetode.

Det var hele 25 av 73 besvarelser som hadde krysset av på to eller flere svaralternativer på O1b, O1c og O1d. Av disse var det 21 som krysset av på flere svaralternativer på O1b, 23 som krysset av på flere svaralternativer på O1c, og 17 av 73 som krysset av på flere svaralternativer på O1d. Av totalt 25 respondenter, var det bare tre av dem som krysset av på flere svaralternativer på bare én av deloppgavene. Til ettertanke, kan vi vurdere om at det ikke hadde vært behov for at det står “sett kryss ved *den eller de* av figurene hvor $\frac{1}{4}$ er fargelagt”. Den midlertidige tanken var å skape en form for kognitiv konflikt hos elevene, og for at elevene skulle forstå at det handlet om å lese oppgavene nøye for å forebygge eventuelle feil.

Vi har også en oppgave som er ute etter å finne ut mer om respondentene har misoppfatning knyttet til tekstoppgaver. Oppgave 6 har mye tekst og det virker som at flere faller av etter hvert da det gjennomgående vises at flere har svart det svaret som tilsvarer der oppgaven starter. Altså at de ikke forstår at hvis et tall øker med en brøkdel og reduseres med den samme brøkdelen så vil svaret være høyere enn det man startet med opprinnelig. Spesielt på oppgave 6a og 6b er det mange som svarer en ting, men har strøket ut og endret etterpå. Dette kan vi se på som noe som viser at det i tekstoppgaver ligger naturlig for mange elever å skumme over lengre tekster og setninger for å kun innhente det som er av nødvendig informasjon. Dette er en strategi det både øves på i norsk og matematikk i skolen, altså at man skal fokusere på hva som er essensielt i teksten man får utdelt for å finne det man er ute etter.

Vi ser også at det er gjennomgående at de som scorer godt på testen som også har fått til oppgave 6 godt. Vi har dog funnet et par som avviker fra denne normen, og viser god kompetanse på alle de andre oppgavene i den diagnostiske testen, men har alle fire oppgavene feil på oppgave 6. De de dette gjelder, respondent 40 og 41, har bare én misoppfatning totalt på hele testen, men henholdsvis 6 og 9 feil av 36 oppgaver. En mulig grunn til dette er at disse to respondentene også har ekstra undervisning når det kommer til språk, og dermed på oppgave 6 ikke direkte testes på det matematiske, men blir felt av det språklige aspektet. Det som videre bygger oppunder denne antagelsen er at de to samme respondentene også scorer høyt på oppgavene på kartleggingsprøven. Respondent 40 scorer 81% riktig på Kartleggeren og respondent 41 har 88% riktig. Dette resultatet er godt over gjennomsnittet for hele elevmassen og vi kan dermed anta at disse to respondentene har endt opp denne misoppfatningen grunnet språklige utfordringer. Vi har ikke tatt hensyn til dette når vi har tatt samlede resultater på feil og misoppfatninger.

5.1.3 Overgeneralisering

I figur 3 ser vi oppgave 2 som omhandler misoppfatningen om at større nevner betyr større brøk. Vi har testet elevenes evner og funnet 39 elever som har misoppfatningen om at større nevner betyr større brøk. I oppgave 2 er det flere respondenter som har besvart $\frac{2}{8}$ som en brøk som er dobbelt så stor i verdi som $\frac{1}{4}$. Vi kan fundere på hvorfor elevene har tenkt slik, da et riktig svar ville vært $\frac{1}{2}$. Selv om eleven forstår hva det dobbelte av et tall er, overføres dette ikke riktig til brøk, og heltallstenkingen blir feil. Denne typen svar går under misoppfatninger "jo større nevner eller teller, desto større brøk". Det vi da ser her er at de kun ser på hvilke tall som er størst, uten å se på brøken som en helhet og kun ser på hvilke av tellerne eller nevnerne som har størst verdi.

Vi ser tidlig i forskningen at mange sliter med oppgave 8 i den diagnostiske testen. Det vi vet er at det er lenge siden elevene har hatt brøkundervisning på trinnet vi har forsket på. I tillegg er dette en oppgave som er et nivå over brøkundervisningen man gjerne bygger på i kompetansemålene. Det vi ser er at mange anvender matematikkunnskapene de har i bunn, altså at de automatisk legger sammen teller med teller og nevner med nevner. Dette kan som nevnt skyldes at de ikke har hatt nok opplæring om denne delen av temaet brøk og derfor ikke vet eller husker at de skal finne en fellesnevner for å kunne addere brøkene slik de skal på oppgave 8. Forutsetningene ligger dermed ikke til rette for at elevene skal kunne svare riktig på oppgaven og flere vil derfor ha misoppfatningen som gjelder overgeneralisering av addisjon knyttet til disse brøkene.

5.1.4 Korrelasjon mellom oppgavene i den diagnostiske oppgaven

Det er en forutsetning at vi må stole på respondentenes resultater i både den diagnostiske testen og kartleggingsprøven, da vi ikke har noe annet alternativ. Imidlertid kan vi velge å se bort fra data dersom vi kan anta årsaker til avvik. I tabell 11 er vi klar over at det finnes ekstremalpunkter som justerer dataen på en måte vi ikke ønsker, men disse er likevel med på å generere viktige spørsmål knyttet til datasettet. Videre vil vi drøfte sammenhengen mellom oppgavene i seg selv, dersom det finnes en korrelasjon. Vi kan ikke uten videre anslå at det finnes en tydelig korrelasjon mellom de forskjellige misoppfatningene. Dette vil si at én misoppfatning ikke nødvendigvis betyr en annen. De to oppgavene eller misoppfatningene med størst korrelasjonskoeffisient er mellom oppgave 1, misoppfatningen om at nevner representerer antall deler uavhengig av størrelse, og oppgave 3, misoppfatningen om at brøkstrek er lik desimalkomma. Selv om korrelasjonskoeffisienten er størst mellom disse misoppfatningene, på 0,53, tyder ikke dette til noe særlig sammenheng. Videre ser vi også at oppgave 1 korrelerer med noe oppgavene 2, 7 og 8, men ikke nok til at vi kan si noe vesentlig om sammenheng.

Som nevnt i kapittel 5.1.2 ser vi at oppgave 6 har mange feil. I tillegg til dette, korrelerer besvarelser fra oppgave 6 lite med besvarelser hos de andre oppgavene. Det tyder til at de som får misoppfatning eller ingen misoppfatning på oppgave 6 er noe vilkårlig, og det kan ha en sammenheng med at oppgaven er en tekstoppgave. Dette vil si at elevenes registrerte misoppfatning eller ikke, egentlig er misforståelser og ikke misoppfatninger. Ut ifra våre observasjoner og resultater antar vi derfor at denne oppgaven, i tillegg til de som har misoppfatningen grunnet manglende matematisk kompetanse, også viser elever med lavere språkkompetanse.

Ut ifra tabell 11, ser det ut som at korrelasjonen mellom oppgavene er noe tilfeldig. Samtidig antar vi at dataen ville sett vesentlig annerledes ut med et større datamateriale med flere respondenter.

5.2 Kartleggeren

Gjennom vår forskning har vi i tillegg til den diagnostiske testen anvendt kartleggingsprøven til Kartleggeren.no. Selv om oppgaven vår omhandler misoppfatninger knyttet til oppgaver i brøk har vi valgt å bruke kartleggingsprøven for å kunne sammenligne den diagnostiske testen opp mot mer helhetlig matematisk kompetanse. Dette er noe som avdekkes i kartleggingsprøven, og det er flere temaer den tester. Siden det ikke konkret er de ulike oppgavene og temaene i kartleggingsprøven vi forsker på er vår drøfting knyttet til den mer fokusert rundt hvordan den kan brukes som sammenligningsgrunnlag og eventuelle korrelasjonstall vi har funnet og anvendt. Først i denne delen av drøftingen vil vi ta for oss det vi anser som noen av begrensningene til en slik kartleggingsprøve.

5.2.1 Kartleggerens begrensninger

Kartleggeren i seg selv er et verktøy som skal brukes for å avdekke mangler og kunnskap tilknyttet ulike matematiske temaer hos elever i grunnskolen. Dette gjøres så man kan finne ut hvilke temaer hver enkelt elev burde jobbe mer med og få tettere oppfølging i. Vår bruk av denne testen har hatt et litt annet fokus ettersom vi forsker på hvorvidt det er korrelasjon mellom misoppfatninger og de forskjellige deltemaene i kartleggingstesten. Der kartleggingsprøven er et verktøy for å se hvilke elever som trenger hva, har vår test sett mer på hvilke misoppfatninger elevene har.

Blant vedleggene ligger oppgavesamlingen vår som ble brukt til gjennomføring av den diagnostiske testen. Vi har prøvd over lengre tid å få godkjent av Kartleggeren å legge ved deres oppgavesett også, uten hell. Vi har ikke fått lov til å gjengi de eksakte oppgavene de bruker, så vi har laget noen eksempeloppgaver underveis der vi skriver om den i kapittel 3.3.1 om Kartleggerens deltemaer. Når vi skrev denne beskrivelsen av oppgavene til hvert deltema bet vi oss også merke i at det virket ganske vilkårlig hvor mange oppgaver det var til hver av temaene. Der vi i den diagnostiske testen har vært klare på at vi har fire deloppgaver til hver av våre oppgaver, er det ulikt antall oppgaver i hver av temaene. Dette gjør at det også vektes ulikt for hvert deltema, eksempelvis kan det nevnes at det kun er fire deloppgaver til temaet *statistikk* hvor de skal lese av et diagram og svare på spørsmål knyttet til dette. I motsatt ende kan vi se på deltemaet *brøk og prosent* hvor det er hele 22 deloppgaver fordelt med 15 oppgaver knyttet til brøk og syv oppgaver som omhandler prosent. Vi synes spriket i antall oppgaver på hvert tema gjør at det kan virke misvisende i resultatene da vi også vet fra gjennomføring at man for eksempel ikke kan endre svarene man gir. Hvis dette skjer på en av de fire deloppgave på *statistikk* vil man automatisk ha svart feil på 25% av oppgavene. Skjer dette i temaet *brøk og prosent* vil det derimot bare vekte 4.54% feil, som vil ha mindre å si for den totale scoren man oppnår på deltemaet.

Scoringssystemet Kartleggeren bruker er også noe vi har sett en del på. Grunnet ulikt antall deloppgaver til hvert tema, er det vanskelig å se hvordan hver av disse vektes på de forskjellige temaene. Når det i tillegg er ulik maksscore på alle de forskjellige temaene i kartleggingsprøven blir det vanskeligere å se på prosenten feil de har, ettersom scorene de får er et sted mellom 0 og maksscore. Deltemaet *multiplikasjon og divisjon* har en maksscore på 178, som er den høyeste av temaene. Det blir i stor kontrast til temaet *tallsystemet* som har en såpass lav maksscore på 118. Dette gir et sprik på 60, som utgjør mer enn halvparten av maksscoren til det temaet hvor det kan oppnås lavest maks. I tillegg til dette ser vi også at det er veldig konkrete scorer på alle deltemaene, altså at vi ser større grupperinger på eksakt lik score på hvert av temaene. Dette vil vi ta for oss eksempel av når vi nå skal se litt på noen av resultatene fra kartleggingstesten.

5.2.2 Drøfting av resultater

I tema om dagligliv er det ingen som har maksscore, og i tema om geometri er det bare én som har maksscore. I brøk og prosent er det en større variasjon i score hos respondentene, selv om det er fem respondenter med maksscore. I figur 23 får vi et innblikk i hvordan respondentene har scoret på tema om dagligliv. Man ser øyeblikkelig at det er noen intervaller i score hvor det ikke er noen respondenter innenfor, og dette er fordi at det ikke er mulig å få et score innenfor disse intervallene. Fordelingen av score i dagligliv vil minne om en tilnærmet normalverdi vektet mot de høyere scorene. Videre i figur 24 ser vi hvordan respondentenes score fordeles relativt jevnt utover de mulige scorene å oppnå. Det er tretten respondenter med score på 90%, men igjen er det flere intervaller i figuren uten respondenter på x-aksen. Hvorfor er det en stor andel med respondenter som har scoret 90%, men få som har scoret høyere enn dette?

Vi har ikke spesifikke oppgaver fra kartleggingsprøven tilgjengelig, og heller ikke hvordan respondentene har besvart noen av dem. Vi kan gå ut ifra at det akkurat som i vår diagnostiske test, finnes oppgaver respondentene har bedre utgangspunkt for å besvare og ikke. Det finnes flere kompetanser respondentene besitter som er mer eller mindre relevante for oppgaveløsing i en kartleggingsprøve og en diagnostisk test. Måtene kartleggingsprøven og den diagnostiske testen er lagt opp på vil være annerledes og legge til grunn hvordan elevene scorer på testene. Det er en viss likhet mellom figur 23 og 24. Igjen har vi en stor andel respondenter på en eksakt score; det er 11 respondenter med score på 81%, og ikke mange over denne scoren. Det kan virke som at temaene er lagt opp til at det er mulig for de fleste å oppnå en spesifikk score, men det krever en enda større faglig kompetanse for å oppnå de høyeste scorene.

For å se på scoringssystemet konkret har vi valgt å vise frem alle resultatene fra det ene deltemaet *brøk og prosent.* Som nevnt i 5.2.1 virker scoringssystemet til Kartleggeren å være ganske grovkornet, altså at den ikke skiller veldig presist mellom elevene. For *brøk og prosent* har vi sett på resultatene og funnet at av alle mulig scorer mellom 130 og 170 er det kun 6 av disse 41 som faktisk forekommer i figur 25 som scorene fra oppgavene. Det er 37 av 73 elever som scorer mellom dette intervallet. De er fordelt på denne måten:

- Score 131 forekommer 7 ganger
- Score 138 forekommer 4 ganger
- Score 146 forekommer 7 ganger
- Score 153 forekommer 13 ganger (!)
- Score 161 forekommer 1 gang
- Score 170 forekommer 5 ganger

Vi er usikre på hvorfor det er så få ulike scorer som oppnås i testen, men synes det virker noe rart at det er eksempelvis 13 av 73 stykker som oppnår eksakt samme score i et tema hvor respondentene svarer på 22 deloppgaver. I motsetning til seks ovennevnte scorene og spesielt scoren på 153 er det da altså ingen som scorer hverken 150, 151, 152, 154, 155, 156, 157, 158 eller 159 på dette deltemaet. Hvordan det vektes er vi ikke helt klar over, men at det ikke gir optimale resultater å sammenligne opp mot vår egen diagnostiske test er vi ganske sikre på. Dette er et aspekt med forskningen vår hvor vi gjerne skulle hatt klare svar.

5.3 Korrelasjon mellom kartleggingsprøven og den diagnostiske testen

I dette kapittelet vil vi se nærmere på hvordan resultatene fra den diagnostiske testen korrelerer med de forskjellige delene på kartleggeren. Vi vil se på hvorvidt det er noen enkelte temaer som gir mer likhet til oppgavene og resultatene som da er knyttet til dem og temaet brøk. Vi ønsker å finne både svar og spørsmål til dataen vi sitter på. Korrelasjonen mellom kartleggingsprøven og den diagnostiske testen er ikke like stor som vi i utgangspunktet trodde, og vi kan stille spørsmål om misoppfatningene er isolerte, da det ikke åpenlyst ser ut til at én misoppfatning betyr en annen. Som nevnt tidligere er det flere typer temaer oppgavene i kartleggeren er knyttet til. Dette er grunnet at man skal se en større helhet rundt kompetansen elevene har til all matematikk, samtidig som man får oversikt på hvilke temaer og oppgaver hver enkelt respondent trenger å jobbe mer med. Resultatene fra kartleggingsprøven har vi tilgjengelig da Jokerud jobber med respondentene. Vi har fått hentet ut resultater og maksscore i hvert av teamene i kartleggingsprøven fra kartleggeren.no som gir oss en mulighet til å sammenligne data opp mot den diagnostiske testen. Dette er avklart med ledelsen ved skolen. Scorene har vi omgjort til prosent. Dette helhetlig gir en lettere oversikt over hvordan respondentene har scoret. Da maksscore for hvert av temaene er ulike, ville det vært unødvendig intrikat å beholde de faktiske scorene i form av naturlige tall. Går kartleggingsprøven dypt nok til å anslå elevens kompetanse?

Vi ønsker å forstå hvorfor geometri som tema fra kartleggingsprøven korrelerer så godt med elevenes prestasjoner på den diagnostiske testen. Det finnes stor variasjon i resultatene på geometri, som gir et bredere spektrum å ta informasjon av, i motsetning til f.eks. temaet om statistikk, hvor resultatene bare vises i en fjerdedelsintervaller (0%, 25%, 50%, 75%, 100%). Samtidig mener vi det er noe unormalt hvor lite tema om statistikk korrelerer med den diagnostiske testen. Noen av temaene fra kartleggingsprøven har ikke mange nok variabler for å bruke i de pivoterte punktdiagrammene, og det vil være utfordrende å utarbeide betydelig data. Et bredere og dypere datamateriale er grunnen til at vi velger å bruke temaene geometri, brøk og prosent og dagligliv mer enn de andre temaene. Dersom vi hadde et større utvalg elever, eller om det var flere oppgaver i hvert av temaene, ville mulighetene for å bruke andre temaer vært større, da man sannsynligvis ville fått et bredere datamateriale. Vi finner ekstremalpunkter i alle diagrammer og grafer, da man ikke kan utelukke spesifikke data uten grunn. Underveis vil vi forsøke å forklare bakgrunnen til ekstremalpunktene og tanker rundt disse.

Etter å ha sett på resultatene fra kartleggingsprøven og uthentet interessante data fra grafer og tabeller, er det flere spørsmål som dukker opp. Vi velger å utelukke mye av dataene fra flere temaer, da vi føler at det ikke er tilstrekkelig med variable data å analysere. I flere av temaene virker det som at det bare er fire oppgaver, og scorene til respondentene i kartleggingsprøven er da utilfredsstillende. Vi velger å fokusere på temaene om dagligliv, brøk og prosent og geometri. De tre nevnte temaene har relativt lave gjennomsnittlige score i forhold til de andre temaene. Det er flere som scorer lavt.

5.3.1 Korrelasjon i temaet dagligliv

Temaet om dagligliv har overrasket oss noe underveis i analyse av resultater. Vi la raskt merke til hvordan datamaterialet fra den diagnostiske tesen ble presentert gjennom temaet. Det er tydelig av vi finner ekstremalpunkter, men vi ser hvordan elever med og uten misoppfatninger i oppgave 5 er plassert i diagrammet ut ifra deres score i dagligliv [se figur 34]. Gjennomsnittet viser oss at det er mange elever uten misoppfatning som scorer høyt, og generelt sett scorer de med misoppfatning i oppgave 5 lavere i temaet om dagligliv. Spredningen hos de uten misoppfatning er større, men likevel er det en betydelig større andel elever uten misoppfatning som scorer høyere. Av de få elevene med misoppfatning, ligger de fleste på 60% score, hvor av de uten misoppfatning hoverer rundt 70%. Det er ikke en betydelig forskjell, men med et større datamaterialet vil man kunne trekke større slutninger.

Når vi sammenligner dagligliv opp mot oppgave 6 [se figur 36], er det tydeligere hvordan elever scorer ut ifra deres resultat om misoppfatning. Elevene som ikke har misoppfatning i oppgave 6 scorer høyere i temaet enn de i oppgave 5, selv om spriket ikke er stort. Vi kan anta at resultatet ville sett annerledes ut dersom respondent 10 ville hatt bedre score i kartleggingsprøven eller hatt misoppfatning i oppgave 6. Gjennom resultatene fra kartleggingsprøven og den diagnostiske testen er det tydelig at respondent 10 har scoret ulikt. Dette kan være flere grunner til, som at elevene rett og slett hadde en bedre dag, at den diagnostiske testen er i papirform, eller at eleven foretrekker hvordan de diagnostiske oppgavene er utformet.

I andre resultater kan vi se at forskjellen på de med og uten misoppfatning [se figur 38] ikke er like stor. Her er det tydeligere å se hvordan elevenes score og misoppfatning ikke har sammenheng, da differansen på den gjennomsnittlige scoren er lavere. Vi antok at elevene uten misoppfatning ville ha betydelig høyere score i kartleggingstesten, da oppgave 7 ikke viser til noe misoppfatning. Med antakelsen som utgangspunkt, ser vi at bare én av elevene med 90% score og høyere har misoppfatning, men av elevene med lavere enn 60% score i dagligliv, er det åtte elever med og åtte elever uten misoppfatning. Vi får en bekreftelse på at resultatene ikke stemmer med antakelsen vår, og hvordan elevene scorer på oppgave 7 er vilkårlig ut ifra scorene de har fra temaet om dagligliv.

Videre vil vi se på resultater fra oppgave 8 og sammenhengen til dagligliv [se figur 40]. Det kommer klart frem at de uten misoppfatningen scorer høyere enn de med misoppfatning. Av de med over 80% score i dagligliv, er det ti elever uten misoppfatning og seks elever med misoppfatning, så skillet er ikke stort blant de høyest presterende elevene. Skillet ser vi derimot så fort vi beveger oss under 80% score, der er det en mye større andel elever med misoppfatninger. Vi legger merke til to uteliggere på y-aksen som ikke har misoppfatning. Den ene respondenten scorer 38% i dagligliv. Respondenten scorer under langt under gjennomsnittet, med 59% score i gjennomsnitt på alle temaene i kartleggingsprøven, men scorer likevel akkurat bedre enn gjennomsnittet på den diagnostiske testen. Den andre respondenten, med 55% score i dagligliv, ligger over gjennomsnittet på seks av åtte temaer i kartleggingsprøven og har ingen misoppfatninger fra den diagnostiske testen. Det kommer tydelig frem at det finnes en sammenheng mellom elever og prestasjonene deres, men bakgrunnen for dette er noe usikkert.

5.3.2 Korrelasjon i temaet brøk og prosent

Før vi så på resultater og fant sammenhenger mellom dem, gikk vi ut ifra at korrelasjonskoeffisienten ville være høy. I ettertid ser vi at sammenhengen ikke er så stor som vi først antok. Vi ser en tydelig differanse i gjennomsnittlig score hos elevene med og uten misoppfatning [se figur 31]. Av de elevene med over 90% score er samtlige uten misoppfatning i oppgave 3. Samtidig ser vi at av de under 60% score er 13 av dem med misoppfatning og kun tre uten misoppfatning. Spredningen er tilsynelatende noe spredt, men om man fokuserer kun på y-aksen ser man tydelig at elever med lavere score i kartleggingsprøven oftere har misoppfatningen om at brøkstrek er lik komma. En av respondentene uten misoppfatning, men lav score er respondent 43. Respondenten har scoret 49% i snitt på kartleggingsprøven, men likevel bare 3 misoppfatninger i den diagnostiske testen.

Videre ser vi en stor ulikhet på elevene med og uten misoppfatninger i oppgavene 8 og 9 [se figur 32 og 33]. Det er tydelig at korrelasjonskoeffisienten blir noe tilsmusset av respondenter som scorer utover det man antar. I de pivoterte punktdiagrammene om oppgave 8 og 9, ser vi at det er noen ytterpunkter hos de med misoppfatning som har 100% score i brøk og prosent. Vi ser også noe tegn til ytterpunkter hos de uten misoppfatning som beveger seg under gjennomsnittlig score til de med misoppfatning. Spesielt i oppgave 9 ser vi en stor differanse i score mellom de med og uten misoppfatning. Vi ser kun én respondent under 60% score i brøk og prosent. Selv om vi ser respondenter med misoppfatning i toppsjiktet, er dette kun et fåtall respondenter. De aller fleste med misoppfatning ligger under gjennomsnittlig score til de uten misoppfatning. Det kommer tydelig frem en forskjell og sammenheng mellom temaet brøk og prosent og oppgave 9.

I oppgavene 6 og 7 er det mindre forskjell mellom de med og uten misoppfatning. Blant de respondentene med aller høyeste score i brøk og prosent er det seks respondenter uten misoppfatning og syv respondenter med misoppfatning. Spesielt i oppgave 6 ser vi at det er et større antall respondenter med misoppfatning, som vil være med på å forme gjennomsnittet [se figur 35]. Ved å se på figurene 35 og 39, tyder det ikke på at det er noen sammenheng i score på kartleggingsprøven og om respondentene har misoppfatning eller ikke. Selv om vi ser at gjennomsnittet viser at respondenter med og uten misoppfatning scorer annerledes, er det ingen tydelig differanse og ingen funn vi kan målfeste.

En større differanse finner vi derimot i oppgave 9 hvor flertallet av respondentene med misoppfatning har scoret 70% eller lavere [se figur 42]. Blant alle respondentene under 70% score er det omtrent like mange med og uten misoppfatning, slik at den store forskjellen i diagrammet kommer når vi ser på score over 70%, hvor fire av 30 respondenter har misoppfatning, og de resterende uten. Med dette kan vi anta at oppgave 9 er en god måte å luke frem elever med misoppfatning om blandede tall og brøkstrek er lik desimalkomma.

Vi gikk tidligere ut ifra at det ville være en større forskjell mellom elevene, men dette er likevel et godt utgangspunkt. Dersom vi hadde hatt tilgang til flere elevbesvarelser i både kartleggingsprøven og den diagnostiske testen, antar vi at differansen ville vært enda større.

5.3.3 Korrelasjon i temaet geometri

Et av temaene vi ble overrasket over da vi lette etter sammenhenger var temaet geometri. Vi forstod hvorfor dagligliv og brøk og prosent hadde høy korrelasjonskoeffisient, men ikke geometri. Temaet geometri begynte vi å bruke i de pivoterte punktdiagrammene tidlig da det både hadde store nok variabler for å unngå overlapp i resultatene, men temaet gav oss i tillegg en sammenheng mellom elever med og uten misoppfatninger i fra de ulike oppgavene. I oppgave 3 ser vi at det finnes en tydelig sammenheng mellom elever med lav og høy score i geometri, med et tydelig ekstremalpunkt, og to andre respondenter som også scorer lavt [se figur 31]. Vi ser at det eksklusivt er elever uten misoppfatning som har 90% i score eller høyere, og dette vises enda tydeligere i oppgave 9 [se figur 32], hvor bare fem av 29 respondenter med 70% i score eller høyere har misoppfatning, og de resterende 24 respondentene ikke har misoppfatningen om blandede tall og brøkstrek er lik desimalkomma. Vi forstår enda ikke bakgrunnen for hvordan geometri har en såpass sterk korrelasjon med elevenes kompetanse i brøk.

Videre ser vi at det viser en god sammenheng på elevenes score i geometri og oppgave 5 [se figur 34], misoppfatningen om at teller eller nevner er et isolert tall. Av de 37 elevene som scorer høyere enn 60%, har bare seks av dem misoppfatningen. Vi ser at det er en stor differanse på gjennomsnittlig score som kan være med på å bekrefte forskjellen på elevene med og uten misoppfatning. Når vi derimot beveger oss mot oppgave 6 [se figur 35], ser vi at differansen har blitt noe mindre, men det kan være enklere å se hvorfor. Vi finner igjen ekstremalpunkter hos de uten misoppfatninger. Her er det elever som har scoret dårlig både i geometri og brøk og prosent som likevel ikke hadde misoppfatning i oppgave 6. Som nevnt tidligere, kan sammenhengen her være at en forskjell i elever registrert med eller uten misoppfatning på oppgave 6, kan være på grunn av språkvansker. Vi kan også anta at elever velger å ikke besvare oppgaven ordentlig, da de kan føle at det er for mye å lese.

Selv om det finnes diagrammer med god korrelasjon mellom score i geometri og de diagnostiske testen, finner vi også oppgaver hvor det ikke finnes like mye sammenheng. I oppgave 7 har vi tidligere etablert at det ikke er tydelig forskjell på elever med og uten misoppfatning, og det samme gjelder i temaet om geometri. Det kan virke som at elevene er plassert noe sporadisk og at det ikke viser til noen tydelige funn. Vi ser derimot i figur 38 hvordan vi ser seks elever med 90% score eller høyere, hvor én av dem har misoppfatning. Vi ser da at det oftere er elever uten misoppfatning i oppgave 7 som scorer høyere i temaet geometri, men fordi gjennomsnittlig score for de med og uten misoppfatning ligger såpass nærme hverandre, finner vi en god del elever uten misoppfatning med lav score i geometri.

Avslutningsvis, ser vi hvordan kompetanse i geometri kan korrelere med oppgave 9 [se figur 42]. Det er en stor differanse på score mellom elever med og uten misoppfatning. Det er betydelig flere elever som scorer høyt i geometri som ikke har misoppfatning og vi ser at de med misoppfatning oftere scorer under 60%. Dette gir oss en viss indikasjon på at det er en sammenheng mellom elevers kunnskaper i geometri og hvorvidt de har en misoppfatning om blandede tall og brøkstrek er lik desimalkomma.

Det finnes altså en sammenheng i vårt datamateriale som kan fortelle oss hvordan elevene mest sannsynlig vil score ut ifra om de har misoppfatning eller ikke, vilkårlig til tema i matematikk.

6 Oppsummering

I dette kapittelet vil vi først forsøke å svare på problemstilling og forskningsspørsmål. Deretter vil vi ta for oss begrensninger ved vår forskning. Avslutningsvis ser vi på hva man kan gjøre til videre forskning.

6.1 Svar på problemstilling og forskningsspørsmål

I vår leting etter svar på problemstillingen har vi underveis i forskningen også fått flere tanker og spørsmål knyttet til den. Ved gjennomføring av vår egen diagnostiske test og kartleggingsprøven har vi fått mulighet til å se konkrete resultater og eksempler på hvordan misoppfatninger innen temaet brøk korrelerer med helhetlig matematisk kompetanse gjennom kartleggeren. Problemstillingen vi forsøker å finne et svar på er som følger: "Hvilke sammenhenger kan vi finne mellom misoppfatninger i brøk og helhetlig matematisk kompetanse?"

Vi har underveis i forskningen vår også utformet følgende forskningsspørsmål:

1. Påvirker misoppfatninger i brøk elevers kompetanse i andre matematikktemaer?
2. Er misoppfatninger i brøk isolerte, eller kan man påvise at det er sammenheng eller korrelasjon mellom dem?

Gjennom forskningen kan vi anslå at det finnes en viss sammenheng mellom elevers helhetlig kompetanse i matematikk og deres misoppfatninger i brøk. Med bakgrunn i resultatene har vi funnet flere indisier som tyder på at elever uten misoppfatninger oftere scorer høyere på andre temaer enn brøk. Vi kan også se at elever med misoppfatninger i brøk gjennomsnittlig scorer dårligere i andre temaer.

Vi kan i forskningen også se sammenhenger som tyder på at de ulike misoppfatningene i brøk til dels kan regnes som isolerte. Det er ingen konkret korrelasjon mellom noen av de ulike misoppfatningene vi tester, men naturligvis er det gjennomgående at de som scorer svakere på kartleggingstesten også har flere av de samme misoppfatningene i den diagnostiske testen. Selv om det er en viss korrelasjon mellom de som scorer høyt på Kartleggeren og deres besvarelser på den diagnostiske testen virker det tilnærmet vilkårlig hvilke elever som har de ulike misoppfatningene. Det er derimot tydelig at elevene anvender representasjonskompetanse der de har mulighet, og det viser at disse elevene har større forutsetninger for å løse oppgavene. Vi har erfart at elever synes det er utfordrende med forskjellige symboler og at de overgeneraliserer kunnskap når kunnskapen de har ikke er tilstrekkelig.

Vi er også interessert i å undersøke hvilke grunnleggende metoder som kan være aktuelle for undersøkelser av denne typen. Dette er noe vi undersøker gjennom hele prosessen i vår forskning og vi har funnet noen metoder som virker hensiktsmessig å anvende i denne typen forskningsarbeid. Vi forstod tidlig i arbeidet at vi måtte anvende mer avanserte diagrammer for å kunne presentere mer data som er interessant for forskningen. De pivoterte punktdiagrammene har gitt oss flere fine funn, samtidig som de gjerne kunne vært utformet på et annet vis for å se disse funnene enda klarere.

6.2 Oppgavens begrensninger

Denne masteroppgaven utforsker begrepet misoppfatninger knyttet til diagnostiske oppgaver
Vi har valgt å anvende kartleggingsprøven til kartleggeren.no, da vi hadde tilgang til denne og resultatene innenfor elevmassen vi også har anvendt i vår egen diagnostiske test. Til tross for en grei oversikt med vår egen diagnostiske test og resultatene fra kartleggingsprøven, ser vi at det hadde vært hensiktsmessig med flere ulike kartleggingsprøver, da det vi har fått gjort bare består av to tester. Et annet aspekt ved oppgaven vår, med tanke på testing, er at man ikke alltid kan finne svarene på alt kun ved prøver. Som Utdanningsdirektoratet (2022b) selv skriver på sine sider om de nasjonale prøvene de har utformet, gir ikke nødvendigvis prøver et godt svar på alt. Man avdekker ferdigheter og kompetanse elevene innehar, men det er viktig å se resultatene på disse i sammenheng med andre relevante faktorer knyttet til skolen, kommunen og elevmassen i seg selv.

En annen begrensning knyttet til vår forskning er at vi har tilgang til resultatene på kartleggingsprøven, men siden de er en privateid bedrift, og lever av sine tester og det at kommuner og skoler anvender dem, er det ikke mulig å ta med eksempler på alle oppgavene i denne masteroppgaven. Vi har jobbet med å få bruke noen eksempler underveis, så det kan sammenlignes opp mot oppgavene i vår egen test, spesielt der hvor vi har funnet høy korrelasjon. Det vi har hatt tilgang til er oppgavene så vi selv har satt dem, men ikke hatt muligheten til å legge ved figurer og illustrasjoner på enkeltoppgaver fra testen. Dette gjør at vi bare har resultatene med antall feil og misoppfatninger på vår egen test, hvor vi også har oppgavene å vise disse resultatene med. Det vi sammenligner med hos Kartleggeren er da kun resultatene innenfor gitt matematisk område og hvor de scorer innenfor de forskjellige intervallene knyttet til antall feil og riktig. Vi har derfor ikke hatt mulighet til å sammenligne typen oppgaver hvor vi ser korrelasjon.

En begrensning vi har funnet underveis i forskningen, er at respondentene våre bare har gjennomført én diagnostisk test. I utgangspunktet ønsket vi å gjennomføre en før- og ettertest, men ettersom vi også skulle bruke resultater fra kartleggingsprøven følte vi at det ville vært for lite tid til å gjennomføre enda en diagnostisk test og koding av resultatene. I ettertid ser vi at en ettertest ville vært med på å kvalitetssikre resultatene fra respondentene. Det finnes flere grunner til at en elev presterer både høyt og lavt på tester. Man kunne brukt ettertesten på flere måter, som å bruke elevenes gjennomsnittscore mellom de to diagnostiske testene, eller å bruke før- eller ettertesten til å finne ekstremer man tar eller ikke tar hensyn til underveis i analyse og drøfting.

6.3 Videre forskning

Det som kunne vært spennende å se på videre er hvordan vår test og Kartleggerens test korrelerer med nasjonale prøver i matematikk. Da dette er prøver som brukes på nasjonalt nivå som kartlegging av hele landets elever.

Vi ser også at det kunne vært spennende å se nærmere på hvorvidt oppgavene i vår test og oppgavene i Kartleggeren hvor vi ser en viss korrelasjon er utformet. Altså om det er likheter i oppgavedesign knyttet til de andre temaene innenfor matematikk som vi har resultatene fra i Kartleggeren. I en utvidelse av dette, kunne det vært spennende å se på oppgaver fra andre kartleggingsprøver, som nasjonale prøver, TIMSS og PISA.

Videre ville det vært interessant å ha tilgang til et større datasett med flere respondenter, for å se om korrelasjonen ville vært annerledes. Vi antar at hos et vilkårlig sett med 73 respondenter, så kan dataen se helt annerledes ut, da det rett og slett ikke er mange nok til å si noe konklusivt om sammenhengen mellom brøk og andre matematiske temaer. Det at vi også har tilgang til kartleggeren og de andre temaene der kunne også vært forsket videre på om vi hadde laget sett med diagnostiske oppgaver knyttet til de andre temaene. Ved tilgang til flere elever ville det også vært en mulighet å forske tydeligere på om testen faktisk klarer å skille mellom de som har misoppfatning, og de som ikke har det. Da ville vi gjennomført testen og prøvd å intervjue elevene i etterkant så vi fikk kvalitetssikret dataene.

Når vi har jobbet oss gjennom datasettene og testene vi har gjennomført har vi sett noe vi har synes har vært interessant med tanke på representasjonskompetanse hos respondentene. Som nevnt har mange av respondentene tegnet egne figurer underveis i besvarelsen på vår diagnostiske test for å finne svarene sine. Både der hvor respondentene har tegnet selv, samt oppgavene vi har med representasjoner av oppgavene kan vi se at det er flere som har riktig på besvarelsen enn på oppgavene hvor det ikke er representasjoner knyttet til brøkoppgavene. Det hadde vært interessant å sjekke grundigere opp i denne sammenhengen for å se om det ville vært bedre resultater på den diagnostiske testen vår om vi hadde hatt representasjoner på alle deloppgavene underveis. Altså at vi hadde utviklet samme diagnostiske test hvor alle oppgavene var representert med figurer. For å se enda klarere om dette kan bevises ytterligere kunne vi også utviklet en diagnostisk test hvor alle oppgavene var i tekstform, altså at vi hadde endret på oppgave 1, 5 og 9 slik at disse også var formulert som tekst.

7 Litteraturliste

Befring, E. (2020). Sentrale forskningsmetoder - med etikk og statistikk. Cappelen Damm Akademisk.

Brekke, G. (2002). *Introduksjon til diagnostisk undervisning i matematikk*. Læringssenteret.

Dahl, H. (2020). Tegning som verktøy for å utforske multiplikative situasjoner. I V. Nilssen & S.-M. Høynes (Red.), *Samtaleorientert matematikk* (s. 195-219). Fagbokforlaget.

Disessa, A. A. (2004). Metarepresentation: Native competence and targets for instruction. Cognition and instruction, 22(3), 293-331.

Fagbokforlaget. (u.åa). *Kartleggeren*. https://kartleggeren.no/om_kartleggeren

Fagbokforlaget. (u.åb). *Kartleggeren*. https://digitalt.fagbokforlaget.no/kartleggeren

Freudenthal, H. (1999). *Didactical Phenomenology of Mathematical Structures*. Kluwer Academic Publishers.

Grønmo, L. S. (2014). Internasjonale studier i matematikk - design, relevans, resultater og trender. I P. S. Andersen (Red.), *QED 1-7* (s. 593-629). Cappelen Damm Akademisk

Hinna, K. R. C. (2014). Kvalitative metoder i matematikkdidaktisk forskning. I P. S. Andersen (Red.), *QED 1-7* (s. 593-629). Cappelen Damm Akademisk.

Keil, F. C. (1999). Cognition, Content, and Development. I M. Bennett (Red.), *Developmental Psychology: Achievements and Prospects* (s. 165-185). Psychology Press.

Kilborn, W. (1991). Noe om diagnostisk undervisning. I S. Melling-Olsen & N. Linden (Red.), *Perspektiver på matematikkvansker*. (2. utg., s. 23-29). Caspar Forlag AS.

Kilpatrick, J., Swafford, J. & Findell, B. (2001). *Adding it up: Helping children learn mathematics*. National Academy Press.

Knudtzon, S. H. (2019). Elever representerer sine matematiske ideer når frosker hopper. I Klaveness, E., Karlsen, L. & Kverndokken, K. (Red.), *101 grep for å aktivisere elever i matematikk: matematikkdidaktikk i teori og praksis* (s. 133-158). Fagbokforlaget.

Kunnskapsdepartementet. (2019). Læreplan i matematikk (MAT01-05). Fastsatt som forskrift. Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2020.

Kunnskapsdepartementet. (2017). *Overordnet del – verdier og prinsipper for grunnopplæringen.* Fastsatt som forskrift ved kongelig resolusjon. Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2020.

LeCompte, M. D. & Goetz, J. P. (1982). Ethnographic data collection in evaluation research. *Educational evaluation and policy analysis*, 4(3), 387-400.

Lyngsnes, K. & Rismark, M. (2020). *Didaktisk arbeid* (4. utg.). Gyldendal Akademisk.

Mujis, D. (2004). Doing Quantitative Research in Education with SPSS. Sage Publications.

Nesher, P. (1987). Towards an Instructional Theory: the Role of Student's Misconceptions. *For the learning of mathematics*, 7(3), 33-40.

Nosrati, M. & Wæge, K. (2015). Sentrale kjennetegn på god læring og undervisning i matematikk. *Matematikksenteret*.

Opplæringsloven. (2018). *Lov om grunnskolen og den vidaregåande opplæringa* (LOV-1998-07-17-61). Lovdata. https://lovdata.no/dokument/NL/lov/1998-07-17-61

Postholm, M. B. & Jacobsen, D. I. (2018). *Forskningsmetode for masterstudenter i lærerutdanningen*. Cappelen Damm Akademisk.

Schons, C., Obersteiner, A., Reinhold, F., Fischer, F. & Reiss, K. (2023). Developing a Simulation to Foster Prospective Mathematics Teachers' Diagnostic Competencies: the Effects of Scaffolding. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 44(1), 59-82.

Sfard, A. (2008). *Thinking as communicating: Human development, the growth of discourses, and mathematizing*. Cambridge University Press.

Sierpinska, A. (1994). *Understanding in mathematics*. The Falmer Press.

Sikt. (2022a). *Barnehage- og skoleforskning*. https://sikt.no/barnehage-og-skoleforskning

Sikt. (2022b). *Forske på egen arbeidsplass*. https://sikt.no/forske-pa-egen-arbeidsplass

Solem, I. H., Alseth, B., Eriksen, E., Smestad, B. (2019). *Tall og tanke 2: Matematikkundervisning på 5. til 7. trinn*. Gyldendal Akademisk.

Svingen, O. E. L. (2018). Representasjoner i matematikk. *Matematikksenteret*. https://www.matematikksenteret.no/representasjoner_i_matematikk

Stedøy, I. M. & Valbekmo, I. (2018). Problemløsning. *Matematikksenteret*. https://www.matematikksenteret.no/problemløsing

Stedøy, I. M. (2018). Matematisk kompetanse. *Realfagsløyper*. https://realfagsloyper.no/matematisk_kompetanse

Swan, M. (2002). *Collaborative learning in mathematics: A challenge to our beliefs and practices*. National Research and Developmental Centre for Adult Literacy and Numeracy & National Institute for Adult Continuing Education.

Swan, M. (2001). Dealing with misconceptions in mathematics. I P. Gates (Red.), *Issues in mathematics teaching* (s. 147-165). RoutledgeFalmer.

Tokle, O. D., Bondø, A., Åsenhus, R. (2018). Misoppfatninger knyttet til brøk.

Tufte, P. A. (2011). Kvantitativ metode. I A.-M. Sellerberg (Red.), *Mange ulike metoder* (s. 71-97). Gyldendal akademisk.

Torkildsen, S. H. (2017). Matematisk problemløsning. *Matematikksenteret*. https://www.matematikksenteret.no/matematisk_problemløsing

Utdanningsdirektoratet. (2022a). *Hva er nasjonale prøver?* https://www.udir.no/eksamen-og-prover/prover/nasjonale-prover/om-nasjonale-prover/

Utdanningsdirektoratet. (2022b). *Rammeverk for kartleggingsprøver*. https://www.udir.no/eksamen-og-prover/prover/rammeverk-for-kartleggingsprover/hva-er-utdanningsdirektoratets-kartleggingsprover/

Wood, D., Bruner, J. S. & Ross, G. (1976). The role of tutoring in problem solving. *Journal of child psychology and psychiatry*, 17(2), 89-100.

Vedlegg

Vedlegg 1: Kodeark med resultater fra den diagnostiske testen og kartleggingsprøven

Vedlegg 2: Oppgavesett med diagnostiske oppgaver

Oppgavesett – Brøk

Denne testen er anonym, og svarene dine vil kun bli brukt til statistisk formål i forbindelse med en masteroppgave.

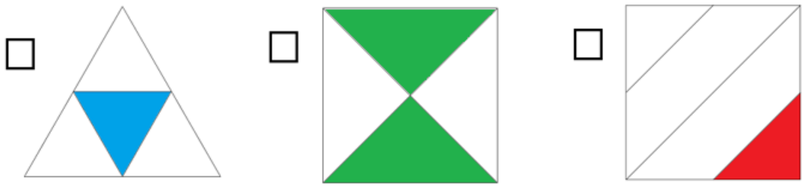
Navn: ______________________________________

Oppgave 1

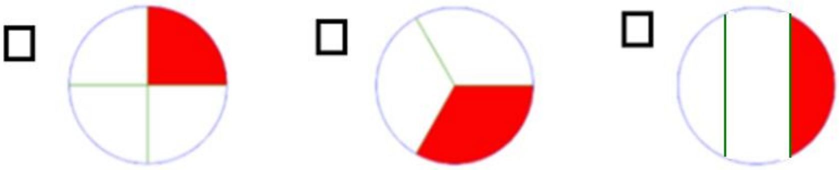
a) Hvor stor brøkdel av Colombias flagg er blått?

Svar:

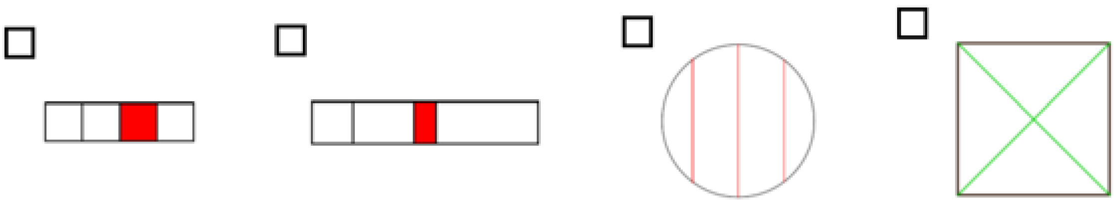
b) Sett kryss ved den eller de av figurene hvor $\frac{1}{4}$ er fargelagt:



c) Sett kryss ved den eller de av figurene hvor $\frac{1}{3}$ er fargelagt rød:



d) Sett kryss ved den eller de av figurene som viser $\frac{1}{4}$:



Oppgave 2

a) Sorter disse brøkene etter verdi fra minst til størst:

$\frac{1}{5}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{2}$

_____ _____ _____ _____ _____

Minst Størst

b) Sett ring rundt den største brøken:

$\frac{1}{8}$ $\frac{1}{9}$ $\frac{1}{11}$

c) Hvilken av disse brøkene er halvparten så stor som $\frac{1}{6}$?

Sett ring rundt riktig svar:

$\frac{1}{3}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{12}$ $\frac{2}{12}$

d) Skriv en brøk som har dobbelt så stor verdi som $\frac{1}{4}$:

Skriv svaret her:

Oppgave 3

a) Skriv $\frac{1}{4}$ som desimaltall:

$$\frac{1}{4} =$$

b) Skriv en brøk som har samme verdi som 0,46:

$$0{,}46 =$$

c) Skriv $\frac{5}{4}$ som desimaltall:

$$\frac{5}{4} =$$

d) Skriv en brøk som har samme verdi som $\frac{1}{3}$:

$$\frac{1}{3} =$$

Oppgave 4

a) Skriv en brøk som er like stor som $\frac{4}{5}$, men med andre tall:

$$\frac{4}{5} = \frac{}{}$$

b) Hvilken av disse brøkene er størst? Sett ring rundt riktig svar.

$\frac{2}{3}$ $\frac{8}{10}$ $\frac{3}{6}$

c) Sorter disse brøkene fra minst til størst:

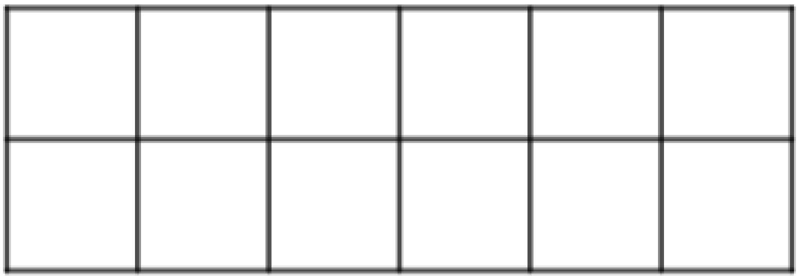
$\frac{3}{5}$ $\frac{5}{8}$ $\frac{2}{7}$

_______ _______ _______

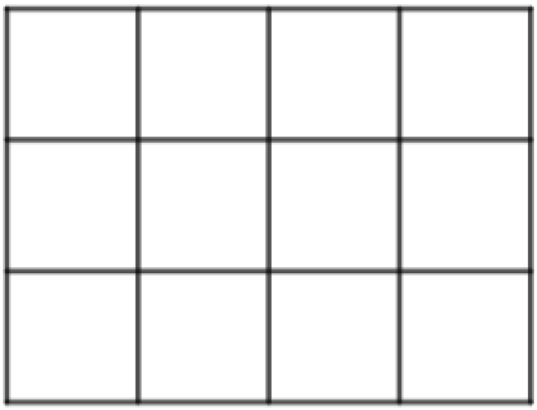
Minst Størst

Oppgave 5

a) Fargelegg/skraver $\frac{1}{4}$ av rutene nedenfor:



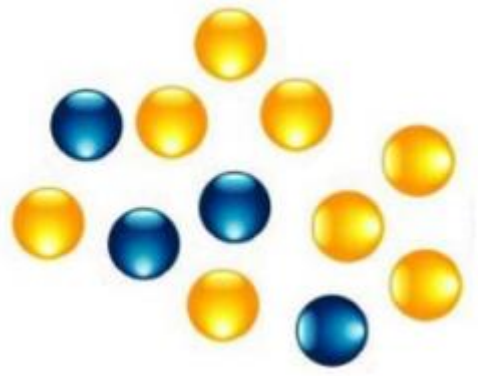
b) Sett kryss i $\frac{3}{4}$ av rutene nedenfor:



c) Sett ring rundt $\frac{1}{6}$ av prikkene:

d) Hvor stor brøkdel av disse klinkekulene er blå?

Sett ring rundt riktig svar:



$\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{4}{8}$

Oppgave 6

a) En aksje i et tilfeldig selskap har en verdi på 80 dollar. En uke øker verdien på denne aksjen med $\frac{1}{4}$. Uken etter synker plutselig verdien på den samme aksjen med $\frac{1}{4}$. Hva er verdien på aksjen nå? Sett ring rundt riktig svar.

80 dollar 100 dollar 75 dollar

b) På en skole er det 100 elever som begynner på 8. trinn et år. Når de starter i 9.klasse, har antallet elever økt med $\frac{1}{5}$. Når disse elevene starter på 10. trinn, har $\frac{1}{5}$ av niendeklassingene begynt på en annen skole. Hvor mange elever starter i 10.klasse? Sett ring rundt riktig svar.

120 elever 96 elever 100 elever

c) En tilfeldig dag er dieselprisen er 16 kr per liter. En dag øker dieselprisen med $\frac{1}{8}$. Dagen etter avtar den med $\frac{1}{8}$. Hva er dieselprisen da?

18 kr/l 15,75 kr/l 16 kr/l

d)

e) Tor løper 5000 meter på 25 minutter. Henrik bruker $\frac{1}{5}$ mindre tid på samme distanse, mens Are bruker $\frac{1}{5}$ mer tid enn Henrik. Hvor fort løper Are 5000 meter?

20 min 24 min 25 min

Oppgave 7

a) Hvor mye tilsvarer fem hundredeler av 100? Sett ring rundt riktig svar:

20 25 5

b) Hvor mye tilsvarer en femtedel av 20? Sett ring rundt riktig svar:

1 4 5

c) Hvor mye tilsvarer en femtedel av 100? Sett ring rundt riktig svar:

1 5 20

d) Hvor mye tilsvarer fem hundredeler av 20? Sett ring rundt riktig svar:

0,2 1 5

Oppgave 8

Legg sammen brøkene

$a)\ \frac{1}{3}+\frac{1}{2}=$ $b)\ \frac{2}{3}+\frac{2}{2}=$ $c)\ \frac{1}{3}+\frac{3}{1}=$ $d)\ \frac{5}{6}+\frac{1}{6}$

Oppgave 9

Plasser disse tallene på tallinjen nedenfor. Hvis du skulle valgt en tallinje for hver av a, b, c og d, hvilken ville du valgt til hver av dem?

$a)\ \frac{3}{5}$ $b)\ 1\frac{3}{8}$ $c)\ \frac{2}{3}$ $d)\ 2\frac{9}{14}$