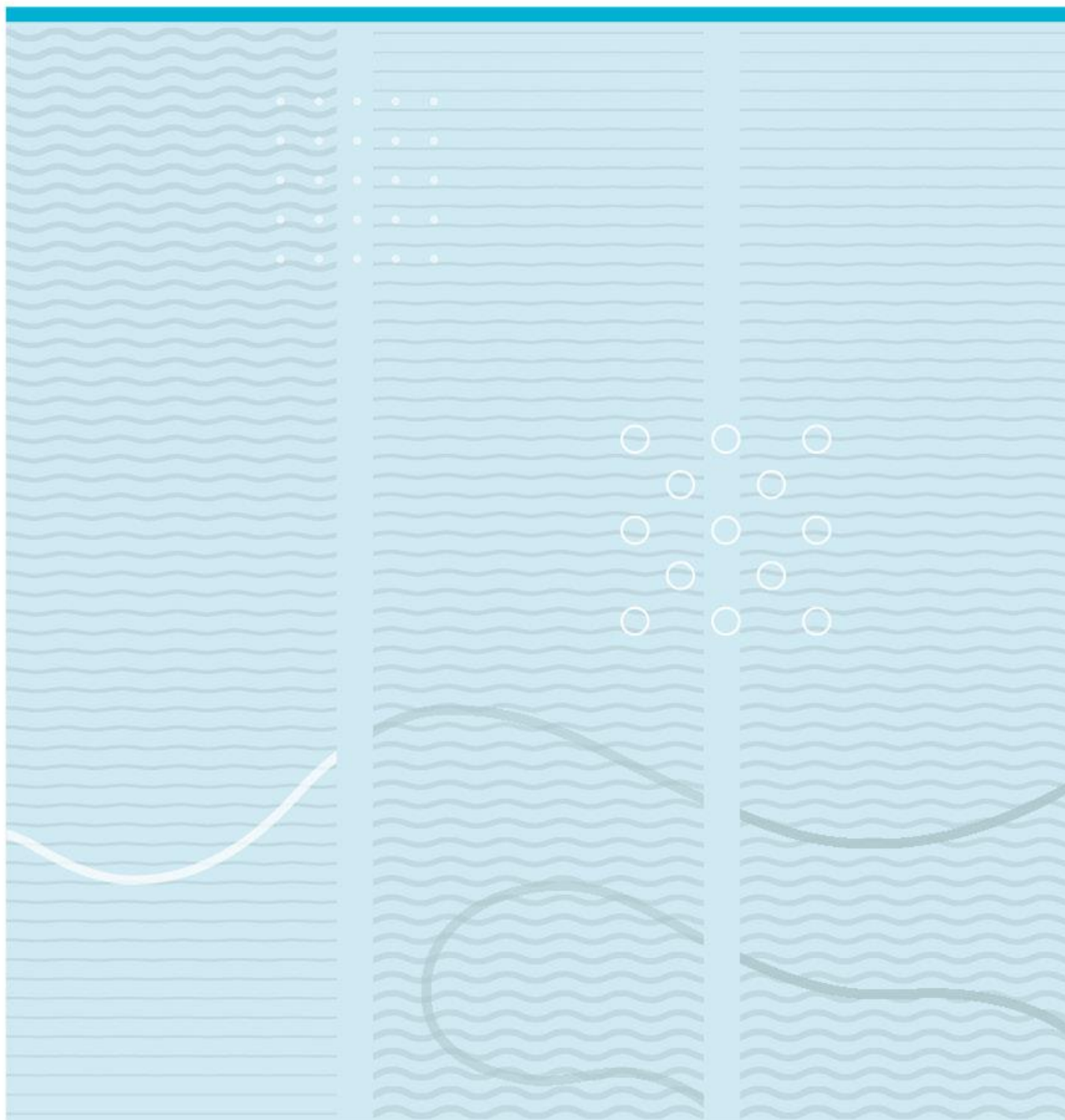


Eli Husevåg Hofsøy

# Det blir ikke utforskende bare ved å skrive at elevene skal utforske

En dokumentstudie om tilrettelegging for utforskende matematikkundervisning i lærerveiledninger



Universitetet i Sørøst-Norge  
Fakultet for humaniora, idretts og utdanningsvitenskap  
Institutt for pedagogikk  
Postboks 235  
3603 Kongsberg

<http://www.usn.no>

© 2023 Hofsøy Eli Husevåg

Denne avhandlingen representerer 45 studiepoeng

# Sammendrag

Temaet i denne masteroppgaven er hvilken hjelp og støtte lærerveiledninger gir lærere med tanke på utforskende matematikkundervisning. Oppgaven har følgende problemstilling:

Hvordan tilrettelegger lærerveiledninger for utforskende matematikk på 3. trinn?

Som hjelp til å besvare problemstillingen formulerte jeg følgende forskningsspørsmål:

1. Hvilken struktur på utforskning legger lærerveiledningene opp til?
2. Hvilket syn på utforskning fremkommer i innledende del av lærerveiledningene og hvordan følges det opp?

Teorien som ligger til grunn for studien er teori om utforskningsbegrepet og om hvordan en tredeling av undervisningen, samt oppgavens struktur kan være med å påvirke hvorvidt undervisningen er utforskende. Jeg har også sett på tidligere forskning om bruk av lærerveiledninger. Jeg har benyttet en kvalitativ dokumentanalyse med fokus på innholdet, en såkalt innholdsanalyse. Datagrunnlaget består av forord, innledning og kapitler som omhandler multiplikasjon i de tre lærerveiledningene: *Multi 3A- og Multi 3B lærerens bok* (Alseth et al., 2020, 2021), *Matematikk 3A- og Matematikk 3B lærerveiledning* (Dahl & Nohr, 2021, 2022) og *Matemagisk 3AB lærerveiledning* (Fritzen et al., 2021). Det ble benyttet en horisontal analyse av forord og innledninger, og en mer dyptgående vertikal analyse av det matematiske innholdet i kapitlene om multiplikasjon. For den vertikale analysen ble analyseverktøyet NVivo benyttet til å kode og kategorisere analyseenheter.

Analysen viser at de tre lærerveiledningene tilrettelegger for utforskende matematikk både i ulik grad og på ulike måter. Det er derfor vanskelig å si noe generelt om hvordan dette gjøres. Noen fellestrekk er at alle lærerveiledningene inneholder både eksplisitt, og implisitt utforskende oppgaver, og en overvekt av de utforskende oppgavene ser ut til å ha en veiledet struktur. Foruten å gi forslag til utforskende ekstraoppgaver gir lærerveiledningene hjelp og støtte, i form av å poengtere hensikt med oppgaver, komme med forslag til åpne og lukkede spørsmål og oppfordre til at elevene samarbeider eller leter etter mønster og sammenhenger. Noen gir forslag til differensiering, og oppfordrer til at lærerne lar elevene forklare, begrunne og presentere egne løsninger. Funn i studien antyder at om en oppgave blir utforskende eller ikke ofte er avhengig av lærerens kompetanse eller at hen har lest og følger lærerveiledningen. Det kan derfor være avgjørende og viktig at lærere leser lærerveiledningene, noe tidligere forskning viser at ikke alltid er tilfelle. Et annet funn er at oppgaver som kategoriseres av læreverk som utforskende, ikke nødvendigvis er utforskende. De må ofte tilrettelegges for å bli utforskende, men hvordan læreren kan tilrettelegge er ikke alltid tilgjengelig i lærerveiledningen. Funn i studien tyder på at alle de tre analyserte lærerveiledningene har potensiale til å bli bedre på å oppfordre til at utforskende oppgaver oppsummeres.

# Abstract

The topic of this master's thesis is what help and support teacher guides can give teachers with a view to inquiry mathematic teaching. The research question is as follows:

How do teacher guides facilitate inquiry mathematics at the 3rd grade level?

As help to answer the problem, I formulated the following research questions:

1. What structure for inquiry do the teacher guides propose?
2. Which view of inquiry appears in the introductory part of the teachers guides and how is it followed up?

The theory underlying the study is the theoretical framework surrounding the concept of inquiry and how dividing the teaching into three parts, as well as the structure of the tasks, can help to influence whether the teaching is inquiry. I have also looked at previous research on the use of teacher guides. I have used a qualitative document analysis, a so-called content analysis. The data base consists of the preface, introduction and chapters dealing with multiplication in the three teacher guides: *Multi 3A-* and *Multi 3B lærerens bok* (Alseth et al., 2020, 2021), *Matematikk 3A-* and *Matematikk 3B lærerveiledning* (Dahl & Nohr, 2021, 2022) and *Matemagisk 3AB lærerveiledning* (Fritzen et al., 2021). A horizontal analysis of prefaces and introductions was used, and a more in-depth vertical analysis of the chapters dealing with multiplication. For the vertical analysis, the analysis tool NVivo was used to code and categorize the analysis units.

The analysis shows that the three teacher guides facilitate inquiry mathematics both in different levels and in different ways. It is therefore difficult to say anything in general about how this is done. Some common features are that all the teacher guides contain both explicit and implicit inquiry tasks. A large amount of the inquiry tasks appears to have a guided structure. In addition to giving suggestions for inquiry tasks, the guides provide help and support, through pointing out the purpose of tasks, making suggestions for questions and encouraging students to collaborate or look for patterns and connections. Some give suggestions for differentiation and encourage teachers to let students explain and present their own solutions. Findings in the study suggest that whether a task is inquiry or not often depends on the teacher's competence or that they have read and followed the teacher's guide. It can therefore be crucial and important that teachers read the teacher guides, which previous research shows is not always the case. Another finding is that tasks categorized by the teacher guides as inquiry are not necessarily inquiry. They often have to be facilitated in order to become inquiry, but how the teacher can facilitate is not always available in the teacher's guide. Findings also indicate that all the three teacher guides have the potential to improve in encouraging summarization of inquiry tasks.

# Innholdsfortegnelse

<b>Sammendrag</b> .....	<b>I</b>
<b>Abstract</b> .....	<b>II</b>
<b>Innholdsfortegnelse</b> .....	<b>III</b>
<b>Forord</b> .....	<b>VI</b>
<b>1 Innledning</b> .....	<b>1</b>
1.1 Bakgrunn.....	1
1.2 Utforsking i styringsdokumenter .....	2
1.3 Lærerens rolle .....	3
1.4 Problemstilling .....	5
1.5 Avgrensing .....	5
1.6 Gjennomføring og oppbygging.....	6
<b>2 Teori</b> .....	<b>7</b>
2.1 Utforsking generelt .....	7
2.2 Utforsking innenfor matematikk.....	8
2.3 Hvordan tilrettelegge for utforsking .....	10
2.3.1 Oppgavene .....	11
2.3.2 Trefaset didaktisk modell.....	13
2.3.3 Tre ulike utforskende strukturer: .....	16
2.3.4 Helklassediskusjon.....	18
2.4 Samspill mellom læringsressurser og lærer .....	19
2.5 Tidligere forskning.....	20
2.5.1 Tidligere forskning på lærerveiledninger.....	20
2.5.2 Tidligere forskning på elevenes opplevelse av utforskende undervisning .....	22
2.5.3 Tidligere forskning på læreverk i matematikk etter LK20 .....	23
2.6 Oppsummering.....	23
<b>3 Metode</b> .....	<b>25</b>
3.1 Forskningsdesign og metodevalg.....	25
3.1.1 Hermeneutikk.....	28
3.2 Utvalg.....	29
3.3 Innholdsanalyse.....	30
3.3.1 Horisontal analyse.....	31
3.3.2 Vertikal analyse .....	32
3.4 Analyseprosessen.....	33

3.4.1	Analyseenheter.....	33
3.4.2	Analyseprogrammet NVivo.....	36
3.5	Gjennomføring av kategorisering og koding.....	36
3.6	Forskningsetikk.....	44
3.6.1	Kildekritiske vurderinger.....	44
3.6.2	Reliabilitet og validitet.....	45
<b>4</b>	<b>Resultater/Funn .....</b>	<b>48</b>
4.1	Forskningsspørsmål 1: Hvilken struktur på utforsking legger lærerveiledningene opp til? .....	48
4.1.1	Eksplisitt eller Implisitt utforskende? .....	49
4.1.2	Strukturert, veiledet eller åpen struktur?.....	50
4.1.3	Blomhøj sin trefasede modell .....	54
4.1.4	Oppsummering av funn på forskerspørsmål 1: Hvilken struktur på utforsking legger lærerveiledningene opp til?.....	59
4.2	Forskningsspørsmål 2: Hvilket syn på utforsking fremkommer i innledende del av lærerveiledningene, og hvordan følges det opp? .....	60
4.2.1	Lærerveiledningenes ønsker for matematikkopplæringen.....	60
4.2.2	Hvorfor utforsking i matematikk .....	63
4.2.3	Hvordan presenteres oppgavetyper og når og hvor ofte tilbys utforskende oppgaver?..	64
4.2.4	Oppsummering av forskningsspørsmål 2: Hvilket syn på utforsking fremkommer i innledende del av lærerveiledningene, og hvordan følges det opp? .....	66
<b>5</b>	<b>Diskusjon .....</b>	<b>68</b>
5.1	Utforskende oppgaver er ikke nødvendigvis utforskende .....	68
5.2	Oppgavers utforskende struktur, er ofte avhengig av om lærerne følger oppfordringer i lærerveiledningene eller ikke .....	72
5.3	Det slurves med den viktige oppsummeringen .....	75
5.4	Særlig to lærerveiledninger er opptatt av utforsking i innledende del, men det følges i varierende grad opp i resten av veiledningen .....	78
<b>6</b>	<b>Konklusjon .....</b>	<b>85</b>
6.1	Konklusjon.....	85
6.2	Avsluttende kommentarer til studien .....	87
6.2.1	Videre studier:.....	87
6.2.2	Egen tolkning og vurdering av de analyserte lærerveiledningene .....	87
	<b>Referanseliste.....</b>	<b>90</b>

<b>Oversikt over tabeller og figurer .....</b>	<b>96</b>
<b>Vedlegg .....</b>	<b>99</b>

# Forord

Med levering av denne masteroppgaven setter jeg punktum for min femårige lærerutdanning. Det har til tider vært et krevende studium. Koronaepidemien traff oss midt i fleisen under praksisperioden andre studieår, og preget både undervisning og samlinger andre, tredje og fjerde studieår. Det allerede nokså digitale nettbaserte studiet ble enda mer digitalt, med blant annet digitale samlinger istedenfor fysiske. Til tross for dette sitter jeg igjen med mye kunnskap etter disse fem årene.

Jeg vil rette en stor takk til Universitetet i Sørøst-Norge, som sammen med studiesenteret på Finnsnes satte i gang nettbasert lærerutdanning med base på Finnsnes. Med jobb, familie og gårdsbruk hadde det vært helt uaktuelt for meg å starte på en lærerutdanning ved et campus. Antakelig heller ikke et nettbasert studium med alle samlinger lokalisert på Notodden eller ett annet sted langt unna hjemstedet.

Jeg vil også takke min veileder, Elise Klaveness, for god veiledning underveis i prosessen med denne oppgaven. Jeg vil i tillegg takke alle mine medstudenter i «Finnsnesgjengen», og da spesielt studentene i min fantastiske kollokviegruppe. Uten dere fantastiske folk, hadde studiet blitt enda tøffere, og langt fra så lærerikt og morsomt. Tusen takk for all støtte, oppmuntring, veiledning, og ikke minst all humoren dere har bidratt med gjennom disse fem årene. Håper vi får et godt samarbeid også i årene fremover.

Til sist vil jeg takke min mann og mine fire barn, som har måttet holde ut med en til tider nokså fraværende mamma og kone. Minstejenta som bare var fire år da jeg startet på studiet husker vel knapt en ikke-studerende mamma. Selv om det også vil bli mye å gjøre i kommende arbeidsliv som lærer, håper jeg at jeg i årene fremover klarer å være en litt mer tilstedeværende mamma og kone.

Hofsøy mai 2023

Eli Husevåg Hofsøy



# 1 Innledning

Temaet i denne masteroppgaven er utforskende matematikk og hvordan det blir forstått og operasjonalisert i læreverk. Jeg vil i denne masteroppgaven analysere lærerveiledninger til tre ulike læreverk i matematikk. Målet er å se på hvordan lærerveiledningene benytter eller oppfordrer til bruk av oppgaver som får elevene til å arbeide utforskende. Samt hvordan lærerveiledningene tilbyr hjelp og støtte til å drive en utforskende matematikkundervisning. I dette kapittelet forklarer jeg bakgrunnen for temavalg, presenterer problemstilling, forskningsspørsmål og min avgrensning av oppgaven. Til slutt sier jeg noe om hvordan oppgaven er bygget opp.

## 1.1 Bakgrunn

Når jeg tenker tilbake på egen skolegang på 1980-90-tallet kan jeg huske at det ikke var så mye fokus på at vi skulle få en forståelse for det vi gjorde i matematikken. Det var mest fokus på det Skemp (1976, s. 20) omtaler som instrumentell kunnskap, eller «procedural knowledge» (Hiebert & Lefevre, 1986, s. 7). Vi lærte hvilke prosesser vi skulle benytte for å produsere et korrekt svar, men ikke hvorfor svaret ble rett. Læreren kunne gi beskjed om at vi måtte pugge formler og algoritmer. Dersom vi stilte spørsmål om hvorfor det var slik, kunne beskjeden være: «bare gjør det» eller «det bare er slik». I løpet av lærerstudiet har jeg imidlertid fått forståelse for hvor viktig det er at elevene forstår hvorfor de gjør noe, og på den måten utvikler en relasjonell (Skemp, 1976, s. 23) eller «conseptual» (Hiebert & Lefevre, 1986, s. 3-4) forståelse. Ved å lære seg en formel eller algoritme, kan en raskt produsere et korrekt svar (Skemp, 1976, s. 23). Når elever med en instrumentell/«procedural» forståelse benytter en algoritme, hender det at de blander sammen flere ulike algoritmer. En grunn kan være at de ikke har fått en forståelse for hva det er de gjør og hvordan eller hvorfor algoritmen «fungerer». I dagens samfunn har vi lett tilgang til maskiner som kan løse algoritmer både raskere og riktigere enn elever, jeg tenker derfor at evnen til å løse oppgaver raskt ikke lenger er så viktig. Elever med en relasjonell/«conseptual» forståelse har imidlertid oppnådd en større forståelse for hvordan eller hvorfor en algoritme «fungerer». En slik forståelse vil muligens kunne forhindre sammenblanding av ulike algoritmer. Det anses derfor som bedre at elevene kommer frem til svaret på en måte der de forstår og kan forklare fremgangsmåten, istedenfor å pugge en algoritme (Mann, 2006, s. 250–251). Gjennom en utforskende undervisning rettes fokuset litt bort fra pugging av regler og fomler, men heller finne sammenhenger i matematikken og på den måten kanskje få en bedre forståelse for det man gjør. Som fremtidig lærer ønsker jeg å undervise på en engasjerende måte. Forskning har vist at elever kan oppleve tradisjonell undervisning som kjedelig (Boaler, 1998).

Utforsking handler derimot om å invitere elevene inn i en oppgave, og forsøke å skape lyst og engasjement hos elevene til å løse utfordringen. Ønsket om en engasjerende undervisning er en av grunnene til at jeg har valgt å fokusere på utforsking i denne mastergradsavhandlingen. Som nyutdannet lærer føler jeg trygghet i å lese lærerveiledninger for å få tips og råd til undervisningen. Jeg ønsket derfor å se på lærerveiledninger for å undersøke hvilken hjelp og støtte lærebokforfattere gir lærere med tanke på utforsking. Det er ikke slik at elevene bare skal utforske, og at utforsking og prosedyreferdigheter er motsetninger (Opheim & Simensen, 2017, s. 107). For å få rike erfaringer og utvikle dybdekunnskap i matematikk, trenger elevene en balanse mellom utforsking og strukturen og systematikken en får ved instrumentell/«procedural» kunnskap (Kieran, 2013). Skolen har et samfunnsmandat til å forberede elevene på fremtidig samfunns- og arbeidsliv. Samfunnet vårt er i rask endring, og vi vet lite om hva fremtiden bringer. Når forskning viser at elever som lærer gjennom utforsking lettere ser ut til å kunne omforme kunnskap til nye situasjoner (Boaler, 1998), tenker jeg at utforskende undervisning kan være viktig i dette «forberedelsesarbeidet» til voksenlivet. Utforskende arbeidsmåter kan også trene elevenes utholdenhet, evne til samarbeid og kreativitet (Karlsen, 2014, s. 29). Dette er egenskaper som er viktige gjennom hele livsløpet. Mange lærere synes at utforskende undervisning er vanskelig (Opheim & Simensen, 2017, s. 103). Forskning på hvordan læreverk, og i dette tilfellet lærerveiledninger, tilrettelegger for utforskende undervisning tenker jeg derfor er viktig. Det finnes forskning på utforskende innhold i norske matematikklærebøker, men jeg har funnet lite forskning på utforskende innhold i norske lærerveiledninger. Masteroppgaver som denne kan bidra til å gi lærere et innblikk i hvordan lærerveiledninger varierer i hvordan de tilrettelegger og støtter lærerne i utforskende matematikkundervisning. Utforsking i matematikk er ikke noe nytt i norsk skole, videre ser jeg på hva ulike styringsdokumenter sier om utforsking.

## **1.2 Utforsking i styringsdokumenter**

Allerede i Mønsterplanen fra 1974 var en opptatt av at elevene skulle «innta en eksperimenterende holdning når de møter ukjente oppgaver eller nytt stoff» (Kirke- og undervisningsdepartementet, 1974, s. 145) Mønsterplanen beskriver at elevene skulle tilegne seg grunnleggende matematiske begreper ved egen innsats, og etter hvert oppdage matematiske sammenhenger selv, og finne generelle trekk gjennom diskusjon (Kirke- og undervisningsdepartementet, 1974, s. 145). I gjeldende læreplanene for matematikk (MAT01-05) beskrives utforsking om lag på samme måte: «Utforskende matematikk handler om at elevene leter etter mønstre, finner sammenhenger og diskuterer seg fram til en felles forståelse» (Kunnskapsdepartementet, 2019). Å innta en eksperimenterende holdning har dermed flere likhetstrekk med å jobbe utforskende. 21. juni 2013 nedsatte regjeringen Stoltenberg II

«Ludviksensutvalget» (Skulberg et al., 2014). De vurderte «i hvilken grad skolens innhold dekker de kompetansene elevene trenger i fremtidige samfunns- og arbeidsliv» (NOU 2015: 8, 2015). Dagens og fremtidens samfunn er mangfoldig og i stadig endring, og det vil stilles en rekke nye krav og utfordringer både knyttet til arbeidsliv, sosialt, kulturelt, økonomisk og teknologisk. For å forberede elevene og «realisere» deres potensial, må fagene i skolen fornyes og videreutvikles (NOU 2015: 8, 2015). Basert på disse fremtidsutsiktene anbefalte Ludviksensutvalget fire kompetanseområder som grunnlag for fagfornyningen. Kompetanse i å utforske og skape, er ett av disse kompetanseområdene. I Læreplanverket Kunnskapsløftet LK20 finner en dette kompetanseområdet igjen i overordnet del, under opplæringenes verdigrunnlag. Her står det at «skolen skal la elevene utfolde skaperglede» og gi de «rike muligheter til å utvikle engasjement og utforskertrang» gjennom hele grunnopplæringen (Kunnskapsdepartementet, 2017). Alle fag i skolen skal bidra til at skolens verdigrunnlag realiseres. Matematikkfaget skal blant annet gjennom utforsking og problemløsning «bidra til at elevene utvikler evne til å jobbe selvstendig og samarbeide med andre» og ved å gi elevene kompetanse i utforsking og problemløsning «forberede elevene på et samfunn og arbeidsliv i utvikling» (Kunnskapsdepartementet, 2019). Utforsking og problemløsning er det første av seks kjerneelementer i matematikk, der det står at «Utforsking i matematikk handler om at elevene leter etter mønster, finner sammenhenger og diskuterer seg frem til en felles forståelse» og videre at «elevene skal legge mer vekt på strategiene og fremgangsmåtene enn på løsningene» (Kunnskapsdepartementet, 2019). I tillegg er det på alle trinn kompetansemål i matematikk som eksplisitt uttrykker at elevene skal jobbe utforskende (Kunnskapsdepartementet, 2019). Som vist over har det vært fokus på utforsking i flere læreplaner, men i læreplanverket Kunnskapsløftet LK20, har utforskningsbegrepet fått et større eksplisitt omfang enn tidligere. At utforsking nevnes eksplisitt en rekke steder i Læreplanverket Kunnskapsløftet LK20, er med på å gjøre temaet både aktuelt og viktig, men også en viktig grunn for at jeg valgte å forske på utforsking i lærerveiledninger.

### **1.3 Lærerens rolle**

Skolen og læreren er forpliktet til å sørge for at deres praksis er i samsvar med hele læreplanverket (Kunnskapsdepartementet, 2017). Foruten å la elevene «utfolde skaperglede, engasjement og utforskertrang», skal lærere bidra til at elevene blir nysgjerrige og stiller spørsmål (Kunnskapsdepartementet, 2017). De skal også dyrke frem ulike måter å utforske på (Kunnskapsdepartementet, 2017). Lærerne skal fremme elevenes motivasjon, støtte elevene på deres individuelle nivå, veilede de til ta egne valg, sette seg egne mål og velge egne fremgangsmåter (Kunnskapsdepartementet, 2017). Læreren er også avgjørende for å oppnå et læringsmiljø der elevene

lærer og utvikler seg (Kunnskapsdepartementet, 2017). Kunnskap er avgjørende for å kunne veilede noen. Kompetanse innenfor utforskning er derfor nødvendig for å kunne veilede elever i utforskende aktiviteter. Til tross for at utforskende arbeidsmåter har eksistert i skolen i mange år allerede, uttrykker likevel flere lærere at utforskende undervisning er utfordrende (Opheim & Simensen, 2017, s. 103), og at det er vanskelig å finne oppgaver som får elevene til å tenke selv (Karlsen, 2014, s. 12).

Lærebøker og lærerveiledninger spiller en viktig rolle når det innføres nye reformer eller læreplanverk i skolen (Powell & Anderson, 2002, s. 112). I sammenheng med implementeringen av ny læreplan i 2020 ble mange læreverk, også i matematikk, revidert for å tilfredsstille de nye kompetansemålene. I og med at utforskning har fått en stor eksplisitt plass i de nye læremålene, burde dette gjenspeiles i de nye utgavene av læreverkene. To tidligere masteroppgaver, som forøvrig har inspirert meg underveis i skrivingen av denne masteroppgaven, viser imidlertid motstridende resultater med tanke på i hvilken grad utforskning gjenspeiles i elevbøker i matematikk, se kapittel 2.5.3 (Akselsen & Lund, 2021; Eriksen & Bolme, 2021). I 2000 falt godkjenningsordningen for lærebøker bort. Selv om lærebokforfattere gjør et grundig arbeid med å kvalitetssikre det som blir gitt ut er tempoet høyt, så feil og mangler kan forekomme (Bjerke & Johansen, 2017, s. 154-155). Lærebøker er også «big business» for forlagene, og skoler får gjerne tilsendt gratis eksemplarer, reklame og tilbud om kurs og rabatter. Det er derfor ekstra viktig at lærere, med bakgrunn i fagdidaktisk kunnskap kvalitetssikrer læreverk før innkjøp (Bjerke & Johansen, 2017, s. 155). Masteroppgaver som denne, og annen forskning kan være til hjelp i arbeidet med å etterprøve læreverkene. Lærerveiledninger er den viktigste måten lærebokforfattere kan tydeliggjøre sine intensjoner ovenfor lærerne på (Shkedi, 1995, s. 155). En tidligere studie viser at israelske matematikk og naturfaglærere i svært liten grad benyttet lærerveiledninger (Shkedi 1995). Jeg har imidlertid ikke funnet noe forskning på hvorvidt det samme er tilfelle i Norge. Jeg har valgt å analysere lærerveiledninger istedenfor lærebøker/elevbøker for å få et innblikk i lærebokforfatterens intensjoner. Jeg valgte også å analysere lærerveiledninger for å få et innblikk i hvilke tips og tilleggsaktiviteter læreverkforfatterne gir om hvordan lærere kan gi elevene en utforskende undervisning, utover de aktivitetene som blir presentert for elevene i elevbøkene.

Jeg håper at resultatene fra denne studien kan bidra til vise lærere i hvilken grad lærerveiledninger er nyttige hjelpemiddel i arbeid med utforskende undervisning, og på denne måten påvirke lærere til å benytte disse verktøyene mer. Det er også ønskelig at studien kan være til nytte når skoler og lærere skal vurdere og velge læreverk. Kanskje kan også resultatene være nyttig når forlag og forfattere skal skrive nye eller reviderte utgaver av lærerveiledninger i matematikk. Foruten dette har studien stor

verdi for meg som fremtidig lærer. Jeg får god kjennskap til valgte læreverker og lærerveiledninger, samt innblikk i ulike ideer til hvordan utforskende undervisning kan gjennomføres.

## 1.4 Problemstilling

Formålet med denne studien er å se på hvordan lærerveiledninger i matematikk benytter eller oppfordrer til, og støtter lærere i å drive en utforskende undervisning. Problemstillingen er følgende:

*Hvordan tilrettelegger lærerveiledninger for utforskende matematikk på tredje trinn?*

Jeg har formulert følgende forskningsspørsmål, som hjelpe for å besvare denne problemstillingen:

- 1. Hvilken struktur på utforskning legger lærerveiledningene opp til?*
- 2. Hvilket syn på utforskning fremkommer i innledende del av lærerveiledningene og hvordan følges det opp?*

Jeg ønsker med det første forskningsspørsmålet å finne ut hvilken struktur det er på de utforskende oppgavene som presenteres i lærerveiledningene, og hvordan lærerveiledningene er med å bidra til at oppgavene får den strukturen de har. Med forskningsspørsmål nummer to ønsker jeg å finne ut hvilket syn på utforskning de utvalgte lærerveiledningene presenterer i innledning og forord, og om det er samsvar mellom det som presenteres i innledende del, og det som fremkommer i analysen av «hoveddelen».

## 1.5 Avgrensning

Siden denne oppgaven har et begrenset omfang, har jeg avgrenset studien ved å velge å analysere tre lærerveiledninger for tredje trinn. Jeg hadde i utgangspunktet tenkt å analysere lærerveiledningene i sin helhet, men jeg har valgt å avgrense studien ytterligere til å omfatte innledende deler der læreverkene presenteres, og kapitlene som omhandler multiplikasjon. Grunnen til det er at multiplikasjon introduseres for første gang i kompetansemålene på tredje trinn. Der det står at elevene skal «utforske multiplikasjon ved telling» (Kunnskapsdepartementet, 2019). Temaet er også omfattende og vies stor plass på dette trinnet. Innledende del ønsker jeg og å ta med fordi alle de tre lærerveiledningene starter med en introduksjon der oppbyggingen til læreverket og lærerveiledningen beskrives. En analyse av disse delene er interessant med tanke på å kartlegge og tolke lærerveiledningens/forfatterens syn på utforskning.

## 1.6 Gjennomføring og oppbygging

Oppgaven består av seks kapitler, der dette er avslutningen av første kapittel: Innledning. Kapittel to inneholder teori, og vil ta for seg det teoretiske grunnlaget for oppgaven, samt relevant tidligere forskning. I kapittel tre presenteres forskningsdesign og metode. I denne undersøkelsen er det benyttet en horisontal og vertikal dokumentanalyse. Videre presenteres utvelgelsen av utvalg, hvordan analyseprosessen ble gjennomført og hvilke koder og kodinger som er gjort i materialet. I kapittel tre presenteres også gjennomførte kildekritiske vurderinger, forskningsetikk og studiens reliabilitet og validitet. Kapittel fire tar for seg resultater og funn i denne studien. I kapittel fem diskuterer jeg noen sentrale funn. Oppgaven avsluttes med en konklusjon og avslutning i kapittel seks.

## 2 Teori

I dette kapittelet presenterer jeg teori som ligger til grunn for min studie. Først tar jeg for meg utforskning generelt, etterfulgt av utforskning innen matematikk. Deretter presenteres noe teori om hvordan en kan tilrettelegge for utforskning. Her tar jeg for meg utforskende kontra tradisjonelle oppgaver, hvordan en kan dele oppgaver/undervisningen inn i tre faser, ulike strukturer oppgaver kan ha og helklassesamtaler. Det kommer så litt om samspillet mellom læringsressurser og lærer, før kapittelet avsluttes med å presentere relevant tidligere forskning rundt lærerveiledninger og elevers opplevelse av utforskende undervisning.

### 2.1 Utforskning generelt

Begrepet utforskning i undervisningssammenheng oppstod på starten av 1900-tallet innenfor naturfagfeltet (Artigue & Blomhøj, 2013, s. 797; Dewey, 1995). Stor fagmengde førte angivelig til en undervisning som raste fra det ene til det andre, med en form som for det meste bestod av informasjonsoverlevering (Dewey, 1995, s. 392). Dette medførte at studentene i stor grad mottok faktakunnskaper, og ikke lærte hvordan de selv kunne skape sin egen kunnskap (Dewey, 1995, s. 397). Utforskende undervisning kan beskrives som en pedagogikk der elevene inviteres til å arbeide på en måte som ligner på matematikere og vitenskapsmenn sine arbeidsmetoder (Artigue & Blomhøj, 2013, s. 797). Dette beskrives nærmere i kapittel 2.2. En kan si at utforskningsbegrepet har endret epistemologien, fra å se på kunnskap som fakta til å se på kunnskap som noe som er basert på tenkning, refleksjon, eksperimentering og vitenskap (Artigue & Blomhøj, 2013, s. 797). En bør derfor stille seg undrende til hvilke aktiviteter elever bør engasjeres i, for å utvikle kunnskap som gir mening, og som vil være nødvendig for å løse fremtidige samfunnsproblemer (Artigue & Blomhøj, 2013, s. 797).

Utforskning kan oversettes til inquiry på engelsk, og den amerikanske filosofen og pedagogen John Dewey (1859–1952) får oftest æren for begrepet inquiry innen pedagogikken, og særlig for sitt konsept om reflekterende inquiry (Artigue & Blomhøj, 2013, s. 798). Dewey hevder at alle former for logikk oppstår i utforskningsoperasjoner, og at en i utforskning er opptatt av å kontrollere undersøkelsen slik at det oppstår berettigede påstander (1938, s 3-4). En måte en kan kontrollere undersøkelsen på er ved å reflektere over det en gjør (Dewey, 1938, s. 6). En slik reflekterende inquiry beskriver Dewey i fem trinn: 1: Man starter med noe en ønsker å finne en løsning på, et problem, eller en konflikt. 2: Deretter lokaliserer eller definerer en problemet. 3: Så leter man etter ulike

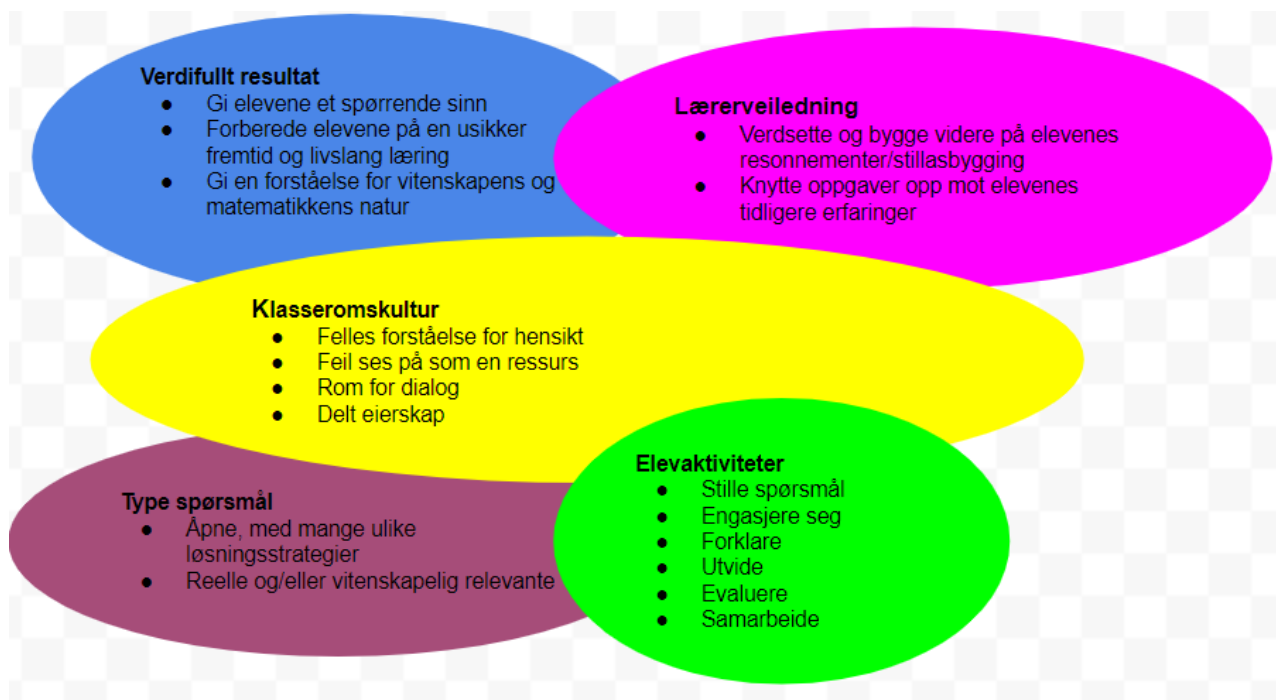
løsningsforslag. 4: For hvert løsningsforslag tenker man så over hvilke konsekvenser de vil gi. 5: Til sist prøver man ut, eksperimenterer eller observerer de ulike løsningene og forkaster eller aksepterer løsningene ut fra om de løser problemet, konflikten, eller det en ønsket å finne ut av (Dewey, 1938, s. 72). Inquiry beskrives også som “the controlled or directed transformation of an indeterminate situation into one that is as determinate in its constituent distinctions and relations as to convert the elements of the original situation into a unified whole” (Dewey, 1938, s. 104). Utforsking beskrives her som den prosessen en ubestemt situasjon gjennomgår, for å bli en helhetlig og bestemt enhet. Med ubestemt situasjon menes en situasjon med usammenhengende deler som er åpen for spørsmål, og med en helhetlig og bestemt enhet menes en situasjon som er kontrollert eller rettet (Dewey, 1938, s. 105). Dewey så på utforsking som basis både for oppdagelse og læring (Artigue & Blomhøj, 2013, s. 798) og hevdet at en ikke bare viser evne til logisk tankegang når en reflekterer over prosessene i utforskingen, men at logikken også har sitt utspring i selve utforskingen. Sagt på en annen måte: utforsking kan være en metode man kan benytte for å utvikle logisk tenkning, samtidig som utforsking krever en logisk tankegang. «While inquiry into inquiry is the *causa cognoscendi* of logical forms, primary inquiry is itself *causa essendi* of the forms which inquiry into inquiry discloses» (Dewey, 1938, s. 4).

## 2.2 Utforsking innenfor matematikk

I innledningen (kapittel 1.2) beskrives det hva formålet med og hvordan utforsking i matematikk forstås i læreplanen. Utforsking i matematikk kan også forstås som en undervisningsform og omtales da gjerne som «Inquiry-based» mathematics education (IBME), eller «Inquiry-based education» (IBE) på engelsk. IBME/IBE beskrives som en form for undervisning der elevene jobber på måter som ligner på metodene matematikere og vitenskapsmenn benytter (Artigue & Blomhøj, 2013, s. 793; Dorier & Maass, 2014, s. 300; Lampert, 1990). Matematikere og matematisk forskning benytter ofte intuisjon og gjetninger når de leter etter en løsning. Først når de har funnet en løsning eller et resultat som virker sannsynlig, leter de etter bevis for denne løsningen (Botten, 2009, s. 96). Gjennom blant annet å danne hypoteser, observere, eksperimentere, gjette, tegne modeller og teste ut, forsøker elevene å finne mønster og sammenhenger som kan gi løsninger og svare på spørsmålene de har (Dorier & Maass, 2014; Fuglestad, 2010, s. 62). Løsningene de finner tolkes, evalueres, kommuniseres og diskuteres deretter, for å vurdere om de er troverdige (Dorier & Maass, 2014). En annen tolkning er at utforsking i matematikk er en reflekterende undervisningsform i flere faser som består av å utvikle spørsmål og hypoteser, velge og implementere metoder, teste ut, for deretter å presentere resultatene, mens en hele tiden reflekterer over det en gjør, og kommer frem til (Schäfer,



2019, s. 218). Denne metoden ligner mye på Dewey sin refleksjons-inquiry, se kapittel 2.1. Siden elever som utforsker er undrende, spørrende og undersøkende i møte med nye situasjoner, ser atter andre på inquiry som en væremåte og ikke som en metode (Carlsen & Fuglestad, 2010, s. 42). Uansett hvilken tolkning en velger, vektlegger utforskning elevenes tenkning, og det at elevene skal forstå, istedenfor å pugge regler eller prosedyrer (Jensen & Wæge, 2010, s. 5–6; Wittek, 2011, s. 130–132). Å oppdage mønster og se sammenhenger er vanlige aktiviteter i utforskning, og det er også viktige egenskaper for å kunne generalisere. Generalisering er på sin side viktig for å kunne utvikle en relasjonell forståelse av for eksempel en regel (Opheim & Simensen, 2017, s. 111-112). PRIMAS, som jobber for profesjonsutvikling av lærere, har utviklet en modell over hvordan de tenker at utforskende undervisning (IBME/IBE) kan være, se figur 1. De hevder blant annet at utforskning kan være verdifull for elevene fordi det kan bidra til å forberede de på en usikker fremtid. Viktigheten av at elevenes egne resonnementer verdsettes og at oppgavene er reelle og knyttet opp mot elevenes tidligere erfaringer fremheves også i modellen, samt at det er viktig å stille åpne spørsmål og gi rom for dialog og diskusjon. PRIMAS nevner også at elevene i utforskende undervisning kan stille seg undrende til ting og engasjere seg i finne en løsning, for deretter å forklare og evaluere det de har gjort. (Artigue & Blomhøj, 2013, s. 801).



Figur 1. Modell utviklet av PRIMAS (2011) over hva som menes med en IBME/IBE praksis, hentet fra Artigue & Blomhøj 2013, s. 801. (Egen oversettelse, se originalen i vedlegg 1).

Om en ser på utforskning som en undervisningsform, er dette en undervisningsform som kan sies å være det motsatte av tradisjonell undervisning eller øvingsparadigme (Skovsmose, 2001). I en tradisjonell undervisning eller øvingsparadigme presenterer læreren nytt stoff og matematiske ideer, regler og algoritmer, og elevene jobber deretter med å trene på utvalgte oppgaver (Alseth et al., 2003, s. 21; Fuglestad, 2010, s. 62; Skovsmose, 2001). Elevene øver på ferdigheter og relevansen til oppgavene har ikke noe å si. Det er bare det å kunne produsere ett korrekt svar som blir anerkjent (Skovsmose, 2001). Læringseffekten av en slik lærersentrert undervisning kan i ytterste konsekvens være at elevene blir passive mottakere av kunnskap, og bare memorerer fremgangsmåter og algoritmer (Bruder & Prescott, 2013, s. 811). Tidligere i teksten ble denne forståelsen presentert som instrumentell eller «procedural» (kapittel 1.1). Elever som kun lærer matematikk gjennom pugging og terping av regler og formler, kan få en grunnleggende feilholdning til faget, og en negativ holdning til matematikk, noe som igjen kan gi elevene problemer med å lære matematikk (Botten, 2009, s. 93). Prosedyrekunnskap er selvsagt viktig i matematikk, men konseptuell forståelse er like viktig, og matematikkundervisningen bør derfor endres fra å ha et hovedfokus på pugging av algoritmer og regler, til heller å verdsette elevenes matematiske kreativitet og tenkning (Mann, 2006, s. 242; Nosrati & Wæge, 2015). En måte å gjøre det på er gjennom utforskende undervisning.

## 2.3 Hvordan tilrettelegge for utforskning

En kan tenke seg to ulike holdninger til matematikk. I den første ser en på matematikk som «absolutte sannheter». For å lære matematikk må en da tilegne seg disse sannhetene. Da er det læreren eller læreboken som eier og formidler disse sannhetene. Elevene skal tilegne seg sannhetene gjennom innlæring av regneteknikker og øving (Botten, 2009, s. 96-97). En slik holdning minner om Skovsmose sitt øvingsparadigme (2001). Matematikk kan også oppfattes som den prosessen som foregår inne i hjernen når en jobber med matematiske problemer. Å lære matematikk blir da å skape matematikk, og matematisk kunnskap oppnås da bare ved å jobbe med matematikk (Botten, 2009, s. 96-97). Hvilke av disse holdningene matematikklærere har, vil kunne påvirke hvordan læreren legger opp sin undervisning (Botten, 2009, s. 97). Utforskende undervisning er en undervisningsform der målet er at elevene selv konstruerer sin egen kunnskap og forståelse gjennom kommunikasjon, fellesskap og samhandling med andre. (Karlsen, 2014, s. 18). Utforskende undervisning er derfor mest kapabel med sist presenterte holdning. I utforskende undervisning bør elevene derfor oppfordres til å forklare hvordan de tenker, og begrunne de svarene de kommer frem til (Opheim & Simensen, 2017, s. 118). Videre presenteres hvordan oppgavers innhold, kognitive krav, utforskende struktur,

iscenesetting, gjennomføring og oppsummering kan være med å tilrettelegge for utforsking og påvirke i hvilken grad oppgavene blir utforskende.

### 2.3.1 Oppgavene

Det finnes mange ulike typer matematikkoppgaver. Skovsmose (2001) presenterer seks ulike læringsmiljø, som han plasserer i to hovedkategorier: øvingsparadigme og undersøkelseslandskap. Innenfor hver hovedkategori tar Skovsmose utgangspunkt i tre ulike referanser: ren matematikk, semi-virkelighet og det virkelige livet. Han plasserer så matematikkoppgaver inn i de seks ulike miljøene. Tre av læringsmiljøene er innenfor tradisjonelt øvingsparadigme, og tre er innenfor undersøkelseslandskap, se figur 2.

	<b>Tradisjonelt øvingsparadigme</b>	<b>Undersøkelseslandskap</b>
<b>Ren matematikk, uten praktisk anvendelse</b>	<b>1. Læringsmiljø:</b> Elevene jobber i matematikkboken med tallopgaver og øver på å bruke ulike algoritmer.	<b>2. Læringsmiljø:</b> Elevene leter etter sammenhenger og mønster og prøver å finne ulike måter å løse samme oppgave på.
<b>Semi-virkelighet</b>	<b>3. Læringsmiljø:</b> Elevene jobber med oppgaver som er forsøkt satt inn i en oppdiktet kontekst, men det er bare ett riktig svar på oppgaven.	<b>4. Læringsmiljø:</b> Elevene benytter oppdiktete data, men de jobber undersøkende og utforskende med dataene.
<b>Virkelige liv</b>	<b>5. Læringsmiljø:</b> Elevene benytter virkelige data i form av tabeller, grafer eller lignende, men de leser bare av data i tabellene, grafene eller lignende.	<b>6. Læringsmiljø:</b> Elevene utforsker matematikk i det virkelige livet. De gjør egne undersøkelser og benytter egne innsamlede data. Oppgavene har flere riktige svar, og læreren fungerer mest som en veileder for elevene.

Figur 2. Skovsmose sine seks læringsmiljø, (Skovsmose, 2001). Egen oversettelse, se original i vedlegg 2.

Oppgaver innen øvingsparadigme ble i kapittel 2.2 presentert som «tradisjonelle» oppgaver, og er oppgaver der elevene øver på grunnleggende matematiske ferdigheter og prosedyrer (Skovsmose, 2001). I en tradisjonell undervisning benytter en seg mest av oppgaver innenfor læringsmiljø en, tre og fem. (Botten, 2009, s. 128-129). Oppgaver innen undersøkelseslandskap omfatter elevaktivitet, undersøkelse og tolkning. Det er aktiviteter der elevene lærer å ta egne valg og å være kritiske (Skovsmose, 2001). Oppgaver innenfor undersøkelseslandskap presenteres videre som utforskende oppgaver. Det kan selvfølgelig være glidende overganger mellom miljøene. Skovsmose hevder ikke at en skal velge enten det ene eller det andre, men at lærere bør legge til rette for at elevene får jobbe

med matematiske problemer innenfor alle disse seks miljøene. Ved å vise elevene matematikk i ulike sammenhenger og lage oppgaver som er relevante, og knyttet til elevenes hverdagsliv, kan lærere hjelpe elevene å skjønne viktigheten av matematikk i hverdagen (Skovsmose, 2001). For at en skal kunne utforske, stilles det imidlertid ulike krav til læringsmiljøet og aktivitetene.

For å kunne utforske, er oppgavens kognitive krav avgjørende (Stein et al., 2009, s. 1–4). En kan for eksempel ikke kjenne løsningen eller løsningsstrategien på forhånd. Oppgaven kan da oppleves som ferdighetstrening fordi de kognitive kravene blir for lave. Oppgavene må heller ikke ha for høye kognitive krav, det vil kunne påvirke elevens motivasjon (Stein et al., 2009). Om en oppgave oppleves som utforskning, kan variere fra elev til elev alt etter elevens kunnskaper, ferdigheter og tidligere erfaringer (Stein et al., 2009, s. 8). For mye forkunnskaper om den matematikken elevene skal utforske, kan redusere graden av utforskning, fordi elevene kanskje allerede har en ide eller forståelse for hvordan elementene i oppgaven henger sammen (Skovsmose, 2001). Dette er en av grunnen til at jeg i denne studien har valgt temaet multiplikasjon, siden dette temaet først introduseres for elevene på tredje trinn. Innenfor en klasse vil det naturlig være variasjoner i elevenes kunnskapsnivå. Som lærer må en være oppmerksom på at noen elever allerede har forkunnskaper om et gitt tema, i dette tilfellet multiplikasjon, selv om temaet ikke har vært presentert eksplisitt for dem tidligere.

Det er ikke slik at elever ikke trenger oppgaver med lave kognitive krav. Slike oppgaver kan være nyttige når målet er å forbedre eller automatisere en algoritme (Stein et al., 2009, s. 5). For mange «enkle» oppgaver kan imidlertid gi elevene en begrenset forståelse for matematikk, og manglende evne til å tilpasse og anvende regler og algoritmer i nye og ukjente situasjoner (Stein et al., 2009). Utforskende oppgaver bør ligge i elevens proksimale utviklingszone (Vygotsky, 1978, s. 86). Det vil si at eleven ikke umiddelbart kjenner løsningen, men må strekke seg litt, eller er i stand til å løse oppgaven i samarbeid med andre (Vygotsky, 1978, s. 86). Etter hvert som elevene blir vant til å jobbe utforskende, vil de bruke mindre tid og krefter på å forstå hva den utforskende oppgaven handler om, og heller lete etter matematiske aspekter i oppgaven, se etter mønster, tegne modeller eller lignende. Gjennom utforskning kan derfor elever jobbe med oppgaver som er relativt avanserte (Opheim & Simensen, 2017, s. 128). Det er også viktig å poengtere at ikke alle oppgaver som ligger i den proksimale utviklingssonen til elevene er utforskende, det kommer også an på oppgavetypen. For eksempel kan et multiplikasjonsregnestykke være kognitivt krevende, men ikke nødvendigvis utforskende, om en kjenner en egnet fremgangsmåte. Det er heller ikke oppgavens design alene som avgjør kvalitet og kognitive krav på en oppgave. Hvordan de implementeres for elevene kan også påvirke oppgavens kvalitet og kognitive krav (Stylianides & Stylianides, 2008). Ifølge Skovsmose

(2001) må elever inviteres inn i undersøkelseslandskap/utforskende oppgaver, og et undersøkelseslandskap fungerer bare om elevene aksepterer invitasjonen. Om invitasjonen blir akseptert kommer an på hvordan invitasjonen bli presentert av lærer eller oppgavetekst, og hvordan elevene mottar/oppfatter den. Dette betyr at selv om en aktivitet inviterer til utforskning, er det ikke en garanti for at aktiviteten fungerer utforskende. Dette avhenger om elevene blir engasjert i aktiviteten. Elever kan mislike utforskende arbeidsmåter og oppleve oppgaven som et ork, eller aktiviteten kan forutsette fagkunnskaper og eller modning/kognitive evner som elevene ikke har (Botten, 2009, s. 132). Aktiviteter kan derfor oppleves som utforskende for noen, mens andre opplever de som uengasjerende og kjedelige (Botten, 2009, s. 132). Elever må selv være aktive i egen læreprosess, for å lære. Om ikke elever klarer å knytte ny informasjon til tidligere kunnskap og erfaringer, hjelper det ikke hvor gode eksempler, forklaringer eller oppgave elevene blir tilbudt (Botten, 2009, s. 99).

Siden det i utforskende aktiviteter er et poeng at elevene ikke kjenner fremgangsmåten (Stein et al. 2009), er det viktig at en ikke gi oppskriften først, men gir elevene tid til å utforske (Blomhøj, 2021, s. 40; Karlsen, 2014, s. 27). I utforskende oppgaver velger elevene gjerne fremgangsmåte eller strategi selv. Ofte benyttes også oppgaver som kan løses på flere ulike måter, og oppgaver som har flere mulige svar. Utforskende matematikk vektlegger at elevene skal tenke selv (Karlsen, 2014, s. 23). Ved å benytte utforskende oppgaver med lav inngangsterskel, kan alle elevene delta, uavhengig av kunnskapsnivå (Karlsen, 2014, s. 23). Noen lærere kan likevel være skeptiske til å la elever jobbe utforskende med temaer elevene ikke har forkunnskaper om, fordi de mener elevene må ha en viss innholdskunnskap for å være i stand til å utforske (Bruder & Prescott, 2013, s. 812). For å kunne engasjere seg i en oppgave må elevene klare å identifisere og løse det problemet de blir stilt ovenfor (Bruder & Prescott, 2013, s. 818). Dersom elever har for mye kunnskap om det de skal utforske kan de miste noe av gleden med å utforske (Skovsmose, 2001). Det er læreren som kjenner sine elever best, og det er lærerens oppgave å differensiere ved å utvide eller forenkle oppgaven slik at alle elevene får jobbet utforskende uavhengig av forkunnskaper, eller kognitivt nivå (Karlsen, 2014, s.23). Læreren må også støtte og hjelpe elevene underveis i prosessen. Elever som opplever å få for lite tilbakemelding kan oppleve utforskning som frustrerende (Bruder og Prescott, 2013, s. 818). Lærere bør også undrer seg sammen med elevene, og påse at undring og spørsmål eleven komme med tas opp i hele elevgruppa (Botten, 2009, s. 132).

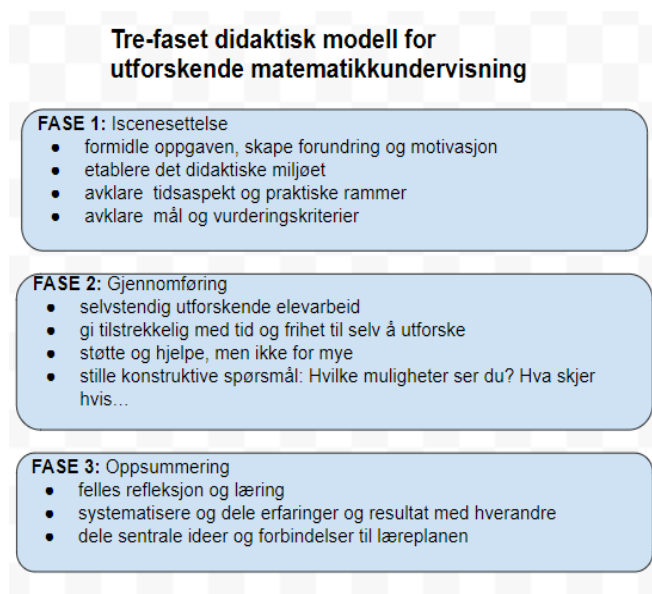
### 2.3.2 Trefaset didaktisk modell

Det er utviklet en trefaset didaktisk modell for hvordan en kan tilrettelegge for utforskende undervisning (Blomhøj, 2021), se figur 3. Denne modellen inneholder en iscenesettelsesfase,

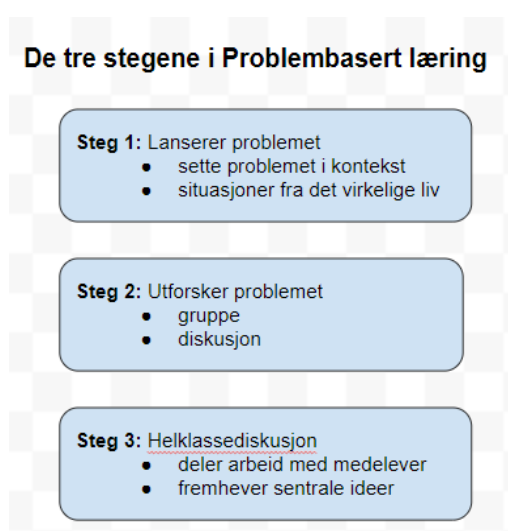
gjennomføringsfase og en oppsummeringsfase. En lignende tredeling kan en si også er vanlig i tradisjonell undervisning. Det er derfor ikke tredelingen i seg selv som er vesentlig, men innholdet i de ulike fasene. Tradisjonell undervisning har gjerne en tredeling der læreren først repeterer eller gjennomgår nytt stoff. Deretter hermer elevene etter lærerens forklaringer/prosedyrer ved hjelp av øvingsoppgaver, jamfør øvingsparadigmet til Skovsmose (2001). Til slutt repeteres gjerne «dagens» prosedyrer, slik at læreren kan forsikre seg om at elevene utførere prosessen riktig (Botten, 2009, s.128-129). Innholdet i den trefasede didaktiske modellen for utforskende undervisning er litt annerledes.

I den første fasen «iscenesettes» oppgaven for elevene. Dette kan skje på mange ulike måter, blant annet ved at læreren forteller en historie der det legges opp til undersøkende arbeid, enten bare innenfor matematikkfeltet, eller med referanser utenfor matematikken (Blomhøj, 2021, s. 39). I denne fasen er det viktig at elevene gis motivasjon for å arbeide med oppgaven, og at elevene inviteres inn i, og tar imot invitasjonen til å jobbe med oppgaven (Skovsmose, 2001). Tidsaspekt, faglige krav og vurderingsform avklares også i denne fasen (Blomhøj, 2021, s. 40). Den tre-fasede modellen til Blomhøj samsvarer i stor grad med implementeringsmodellen Li og Stylianides presenterer for problembasert læring (2018, s. 109), se figur 4. Problembasert læring behøver ikke være utforskende, men modellen som presenteres består også av tre trinn eller faser. I likhet med Blomhøj sin modell lanseres problemet i det første trinnet. Det er også her et poeng at problemet lanseres på en slik måte at det stimulerer elevene til å jobbe i grupper med problemet, og formulere ideene sine til de andre medlemmene på gruppa (Li & Stylianides, 2018, s. 109). Den neste fasen er i både Blomhøj og Li og Stylianides sin modell selve gjennomføringsfasen, der elevene må gis god tid og frihet til selv å undersøke og utforske problemet enten alene eller i diskusjon sammen med andre i små grupper (2021; 2018). Lærerens oppgave i denne fasen er å støtte og hjelpe elevene, men det er viktig at læreren ikke gir eleven for mye hjelp. Elevene må selv få bruke sin kreativitet og matematiske tenkning (Blomhøj, 2021, s 41; Li & Stylianides, 2018, s.109). Læreren kan derimot stimulere elevenes tenkning ved å stille elevene åpne spørsmål som «Hvilke muligheter ser du? Hvorfor kan dette være riktig? Finnes det andre måter å gjøre det på? Hva skjer hvis...? (Blomhøj, 2021, s 41; Li & Stylianides, 2018, s.109), og gjenta elevens svar, slik at eleven får tid til å tenke over det hen har sagt (Colburn, 2000, s. 44). Lærerne bør unngå å fortelle hva elevene skal gjøre, og hverken rose, evaluere eller fraråde elevenes ideer eller adferd (Colburn, 2000, s. 44). Lærere må heller skryte av elevens evne til å resonere, og lede elevene i deres refleksjoner, slik at de kommer frem til regler og sammenhenger (Opheim & Simensen, 2017, s. 123). Å gi elevene utforskende oppgaver der de får mulighet til å velge metode selv, eller ved å oppfordre til at elevene finner flere mulige strategier, kan

stimulere også elever som allerede kan mange strategier til å benytte sin kreativitet til å utvikle nye og kreative måter å løse oppgaven på (Opheim & Simensen, 2017, s. 121). I den tredje og avsluttende fasen til Blomhøj skal elevenes erfaringer og refleksjoner systematiseres og deles med resten av klassen i en oppsummering (2021, s. 41). Dette er omtrent det samme som i den tredje fasen i modellen for problembasert læring. Der skal elevene dele arbeidet sitt med medelever i en helklassediskusjon, og fremheve sentrale ideer (Li & Stylianides, 2018, s. 109). Når elever deler hvilke metoder de har benyttet, vil elever som kan få strategier kunne få kjennskap til flere, og kanskje mer hensiktsmessige strategier (Opheim & Simensen, 2017, s. 121)



*Figur 3. Didaktisk modell for tilrettelegging av utforskende undervisning (Blomhøj, 2021, s. 40). Egen oversettelse, se originalen i vedlegg 3.*



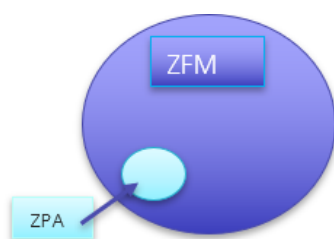
*Figur 4. Implementeringsmodell for problembasert læring (Li & Stylianides, 2018, s. 109). Egen oversettelse, se original i vedlegg 4.*

Både Blomhøj sin modell og Li og Stylianides sin modell samsvarer med hvordan Stein et al. beskriver gjennomføringen av en undervisning som inkluderer helklassediskusjon (2008, s. 315–316). En slik undervisning starter gjerne med at en presenterer et matematisk problem som elevene oppfordres til å løse på en måte som de selv klarer å forklare for resten av klassen. Elevene jobber deretter med å løse problemet, og timen avsluttes med en oppsummering og diskusjon i helklasse. I helklassediskusjonen er poenget at hele klassen skal få innblikk i ulike måter medelever har løst problemet på (Stein et al., 2008, s. 315–316). Læreren sin rolle er å aktivt forme ideene til elevene, og lede dem mot mer kraftfull, effektiv og nøyaktig matematisk tenkning (Stein et al., 2008, s. 317). Oppsummeringsfasen i både Blomhøj og Li og Stylianides sine modeller, og avslutningen i

helklassediskusjoner har stort sett samme innhold. Elevene deler arbeidet sitt med resten av klassen, deres erfaringer og refleksjoner systematiseres, og læreren fremmer sentrale matematiske ideer og tydeliggjør matematikken for klassen. Helklassediskusjon kan derfor være en fin måte å oppsummerer utforskende oppgaver på. Senere i kapittel 2.3.4 vil jeg se på ulike måter en kan gjennomføre helklassediskusjoner, og hvilke konsekvenser det kan gi, men jeg vil først si litt om tre ulike måter læreren kan introdusere en utforskende oppgave på, som igjen vil kunne påvirke den utforskende strukturen oppgaven.

### 2.3.3 Tre ulike utforskende strukturer:

Utforskende oppgaver kan ha ulik struktur. Som regel er det hvordan en oppgave blir introdusert som er med på å bestemme strukturen til oppgaven. Det som skiller de ulike oppgavestrukturane fra hverandre er i hovedsak, i hvor stor grad elevene blir gitt valgfrihet. Valgfriheten kan begrenses både av hvordan en oppgave presenteres i en oppgavebok, eller av hvordan læreren introduserer oppgaven for elevene. Valsiner videreutviklet Vygotsky sin proksimale sone, til også å inkludere sosiale settinger og deltakernes mål og handlinger (Goos, 2014, s. 443). Han opprettet «Zone of Prompted Action» (ZPA) og «Zone of Free Movement» (ZFM). ZPA-sonen fremmer handling, det vil si hvilke aktiviteter, objekter eller miljøer handlingen er fremmet for. ZFM-sonen står for handlingsfrihet, altså hvilken tilgang individet har til ulike områder, objekter og miljø, og hvilke måter individene tillates å handle med de tilgjengelige objekter eller lignende (Goos, 2014, s. 443) Dette betyr at selv om elever blir tilbudt et rikt spekter av konkrete, metoder eller lignende (ZFM), kan oppgaven eller læreren redusere den faktiske friheten elevene har (ZPA), ved å gi elevene en oppgave som bare kan løses ved å benytte en liten del av mulighetene. Dette kan illustreres med oppgaven i figur 28. Elevene skal her organisere 24 elever i et klasserom. Det finnes et rikt spekter av metoder elevene kunne benyttet for å løse denne oppgaven for eksempel symboler eller konkrete, som brikker eller blyanter. Oppgaven begrenser imidlertid elevenes handlingsrom ved å forhåndsbestemme at elevene skal tegne. Dette kan symboliseres gjennom en stor sirkel med ZFM (handlingfrihet), mens det faktiske handlingsrommet (ZPA) kan utgjøre en mye mindre sirkel inni den store sirkelen (Goos, 2014, s. 443), se figur 5



Figur 5. Modell av ZPA OG ZFM (Goos, 2014, s. 444), egen versjon, se original i vedlegg 5.



Strukturen til utforskende oppgaver kan deles i tre, alt etter valgfriheten elevene gis. Den mest (lærer)styrte typen er «Strukturert utforsking» eller «Structured inquiry» (Bruder & Prescott, 2013, s. 812; Colburn, 2000, s. 42; Kremer & Schlüter, 2006, s. 147–148). Elevene får da presentert oppgaven eller problemet som skal løses. Det er forhåndsbestemt hvilken metode og hvilket materiell de skal benytte for å løse det. Det eneste som ikke oppgis i oppgaven er hva som er forventet at elevene skal finne ut (Bruder & Prescott, 2013, s. 812; Colburn, 2000, s. 42; Kremer & Schlüter, 2006, s. 147–148). Denne type oppgave gir elevene lite valgfrihet, og kan minne om en oppskrift elevene skal følge (Colburn, 2000, s. 42). Oppgaven i figur 28 er et eksempel på en strukturert oppgave. En oppgavestruktur som gir litt mer valgfrihet er «veiledet utforsking» eller «guided inquiry» (Bruder & Prescott, 2013, s. 812; Colburn, 2000, s. 42; Kremer & Schlüter, 2006, s. 147–148). Ved denne oppgavestrukturen får elevene opplyst oppgaven, og tilgang til nødvendig materiell, men elevene gis frihet til selv å velge en passende metode eller strategi for å løse problemet (Bruder & Prescott, 2013, s. 812; Colburn, 2000, s. 42; Kremer & Schlüter, 2006, s. 147–148). Når lærer introduserer en oppgave med tenkt veiledet struktur, vil hen kunne hemme elevenes faktiske handlingsrom (ZPA) ved å gi restriksjoner for hvilke strategier eller metoder elevene kan benytte. For eksempel dersom lærer introduserer oppgaven i figur 35, der elevene skal hjelpe Matias med å organisere fotballkort, og sier at elevene må bruke konkreter. Dette hemmer elevenes handlingsrom, siden det finnes mange flere mulige metoder eller løsningsstrategier. I den mest utforskende oppgavestrukturen «åpen utforsking» eller «open inquiry» får elevene hverken opplyst problemet, metoder eller hvilket materiell de kan benytte (Bruder & Prescott, 2013, s. 812; Colburn, 2000, s. 42; Kremer & Schlüter, 2006, s. 147–148). Elevene står fritt til å bestemme hvilket problem de ønsker å finne ut av, de lager problemstilling selv, og bestemmer selv hvilke metoder og materiell de ønsker å benytte (Bruder & Prescott, 2013, s. 812; Colburn, 2000, s. 42; Kremer & Schlüter, 2006, s. 147–148).

Som presentert over kan måten utforskende oppgaver blir introdusert på, ha innvirkning på i hvilken grad oppgave blir utforskende (Skovsmose, 2001). Uansett hvordan oppgavene presenteres i iscenesettelsesfasen, eller jobbes med i gjennomføringsfasen, så vil gjennomføringen av den avsluttende reflekterende og oppsummerende fasen kunne ha innvirkning på læringsutbyttet til elevene (Bruder & Prescott, 2013). Oppsummeringsfasen gjennomføres ofte i samlet klasse, nedenfor vil jeg presentere hvordan en kan gjennomføre helklassediskusjoner, og si noe om hvorfor oppsummering av utforskende oppgaver anses som viktig.

### 2.3.4 Helklassediskusjon

Helklassediskusjon er en diskusjon der en større gruppe elever er samlet. Den kan struktureres og organiseres på ulike måter. For lærere kan det oppleves utfordrende å gjennomføre helklassediskusjoner fordi en kan føle at det er utrygt å ikke ha kontroll over hva elevenes utspill vil lede til (Fuglestad, 2010, s. 62; Sherin, 2002, s. 205–206). Forskning viser at oppsummerende diskusjoner gjerne nedprioriteres til fordel for rydding eller andre praktiske ting (Haug, 2012, s. 51). For denne oppgaven vil det ikke være relevant å gå dypt inn i denne tematikken. Jeg velger likevel å presenteres fem praksiser som kan hjelpe lærere med å minske graden av uforutsette hendelser i en klassediskusjon. Jeg vil også presentere hva lærere kan gjøre for å lede diskusjonen over i en målrettet samtale, der hen selv kan styre retningen samtalen tar, slik at en lettere kan nå det matematiske målet som er satt for timen eller oppgaven.

For å øke læringspotensialet i en klassesamtale bør læreren komme seg «beyond show and tell» (Stein et al., 2008). Det vil si at elevene ikke bare må få vise og fortelle hvordan de har løst en oppgave, men læreren må ha en plan for hvordan diskusjonen skal være, hvilke matematiske ideer hen tenker skal komme frem, og hva hen ønsker at elevene skal lære under diskusjonen (Stein et al., 2008). Det samme gjelder for oppsummeringsfasen i utforskende aktiviteter. Dette kan en gjøre ved å ta i bruk de fem prinsippene: forutse, overvåke, velge ut, planlegge rekkefølge, og hjelpe elevene å se matematiske sammenhenger. Læreren bør for eksempel på forhånd selv løse elevoppgaven, eller forsøke å forestille seg (forutse) hvordan elevene vil løse oppgaven, og hva de eventuelt vil kunne få problemer med. Dette vil kunne redusere graden av uforutsette hendelser, og læreren kan være forberedt på problemer som vil kunne oppstå (Stein et al., 2008, s. 121-123). Når elevene jobber med oppgaven bør læreren gå rundt og observere (overvåke) slik at hen har en oversikt over hvordan elevene har løst oppgaven. I en oppsummering kan det av og til være strategisk at læreren på forhånd har bestemt hvem av elevene som skal få presentere sin løsning. Når læreren vet hvordan elevene har løst oppgaven kan hen velge ut og planlegge i hvilken rekkefølge elevene skal få presentere sine løsninger, slik at de matematiske sammenhengene eller målet for timen kommer frem på en best mulig måte (Stein et al., 2008). Som nevnt ovenfor består en undervisning som inkluderer klassesamtale, ofte av tre deler: presentasjon av oppgaven, utforsking av oppgaven, og en avsluttende og oppsummerende diskusjon (Stein et al., 2008). Dette er gjenkjennelig i Blomhøj sin trefasede modell (2021, 40), og implementeringsmodellen for problembasert undervisning (Li & Stylianides, 2018, s. 109). I denne studien analyseres lærerveiledninger. Hvordan lærerveiledninger tydeliggjør viktigheten av oppsummering av utforskende oppgaver, er noe av det studien ser på.

For å få elever til å dele egne tanker er det avgjørende med et trygt og godt læringsmiljø (Torkildsen, 2017, s. 5). Det kan ta tid å bygge opp et godt samtalemiljø (Opheim & Simensen, 2017, s. 119). Læreren bør blant annet være bevist på hvordan elevinnspill håndteres. En bør ha klare rammer for hva et innspill skal/kan inneholde (Kazemi, 2019, s. 14), samt avtale med elevene at det ikke er lov å le av, eller komme med negative kommentarer til medelevers utspill. Det ligger alltid en logikk bak måten elever tenker på (Kazemi, 2019 s. 16). Det å fokusere på hvordan elevene har tenkt, og hvilke strategier de har benyttet kan oppleves tryggere for elevene, fordi det da ikke er snakk om hva som er rett eller feil, men de får beskrive hvordan de har tenkt (Opheim & Simensen, 2017, s. 121). Å la elever presentere hvordan de har tenkt, selv om oppgaven ikke er helt riktig løst, kan også benyttes som en ressurs. Sammen med klassen kan en prøve å finne ut hvorfor det ble feil (Kazemi, 2019, s.23). Når elever opplever at også feile svar kan være verdifulle i en klassesamtale, kan det oppleves tryggere å dele, selv om en er usikker på om en har gjort det riktig (Kazemi, 2019, s. 16). Å fokusere på deling av strategier, fremfor bare svaret, er også gunstig med tanke på at medelever får kjennskap til flere strategier, noe som har vist seg å være hensiktsmessig også for elever som strever i matematikk (Opheim & Simensen, 2017, s. 122).

## **2.4 Samspill mellom læringsressurser og lærer**

Læringsressurser er både digitale og papirbaserte tekster, som på en eller annen måte er tilrettelagt og utviklet for bruk i skolen (Bjerke & Johansen, 2017, s. 152). Et godt læreverk kan være en viktig ressurs for en lærer. Lærebøker kan benyttes som en av flere ressurser for at elevene skal nå kompetansemålene i matematikk, men det er læreren som har ansvaret for at opplæringslov og læreplanverk følges, og at elevene jobber etter kompetansemålene. Det er også lærerne som skal styre undervisningen, ikke læreverket (Bjerke & Johansen, 2017, s. 153). Hvordan læreren legger opp arbeidet i klassen er avgjørende for om en læringsressurs fungerer godt. Lærebokforfattere har en tanke bak den undervisningen de legger opp til i en lærebok, men forfatterne kan ikke kontrollere hvordan læreren gjennomfører undervisningen. Når det ikke er samsvar mellom lærebokens og lærerens metodevalg, kan det få negative følger for undervisningen (Bjerke & Johansen, 2017, s. 159). Læreren kjenner sine elever best, og hen må legge opp til en undervisning som er tilpasset elevene i sin klasse slik at flest mulig når kompetansemålene for faget (Bjerke & Johansen, 2017, s. 153). Det er derfor viktig at lærere er sitt profesjonelle ansvar bevisst når nye læringsressurser skal vurderes og velges. Lærere må sette seg godt inn i ressursene og med bakgrunn i egen fagdidaktisk kunnskap vurdere innholdet og hvordan de er tenkt brukt mest mulig hensiktsmessig (Skjelbred, 2014, s. 293). Slik kan lærere få en viss innsikt i hvordan lærebokforfatterne har tenkt, og kan velge

et læreverk som er tilpasset både egen elevgruppe, kunnskapsnivå og undervisningsstil (Skjelbred, 2014, s. 291–292).

Lærebøker inneholder et bevisst utvalgt lærestoff, de har karakteristiske kjennetegn, og er multimodale og inneholder mange ulike sjangere, teksthandlinger og paratekstlige elementer (Skjelbred, 2014, s. 293). Det er ofte mange elementer elevene skal forholde seg til, men ofte er oppgavetyper og andre semiotiske ressurser forklart i innledningen av læreverket, eller eventuelt i lærerveiledningen (Skjelbred, 2014, s. 296). Innholdet er ofte organisert ved hjelp av overskrifter, underoverskrifter, bilder, bokser og rammer. Dette gjøres for at innholdet skal være oversiktlig, skape forventning og forberede eleven på det som kommer (Maagerø & Skjelbred, 2010, s. 26, 42). Det viser seg imidlertid at elever ofte hopper over slike meningsskapende elementer (Maagerø & Skjelbred, 2010, s. 29), se kapittel 2.5.1. Lærere bør derfor gjøre elevene oppmerksomme på viktigheten av å lese alle hjelpemidlene teksten inneholder og vise elevene hvordan sammensatte tekster bør leses (Maagerø & Skjelbred, 2010, s. 26, 42-43). Lærebøker er laget for å skulle kunne kommunisere med alle elevene på et klassetrinn. Elever på samme trinn kan imidlertid ha nokså ulike behov. Ved å tilrettelegge for differensiering på ulike måter kan lærebøker forsøke å kompensere for at de mer eller mindre er skrevet til en «gjennomsnittselev», som det finnes svært få av (Skjelbred, 2014, s. 293). Det er viktig at lærebøker har et forståelig verbalspråk, men siden elevene også skal lære fagspråket er det også viktig at de utfordrer elevene litt på det planet (Maagerø & Skjelbred, 2010, s. 25).

## **2.5 Tidligere forskning**

Studien min omhandler lærerveiledninger, og hvordan de tilrettelegger for utforskende undervisning. Jeg presenterer her tidligere forskning som er relevant for min studie, og som kan være med å posisjonere forskningen min. Dette er forskning om bruk av lærerveiledninger og om elevers opplevelse av tradisjonell kontra utforskende undervisning. Til slutt presenterer jeg også funn fra to tidligere masteroppgaver som har sett på utforsking i matematikklærebøker etter kunnskapsløftet LK20.

### **2.5.1 Tidligere forskning på lærerveiledninger**

Siden studien min analyserer lærerveiledninger, vil studier om hvordan lærerveiledninger kan være nyttige for lærere og fremme deres læring være relevante. I 2009 gjennomførte Beyer et.al. en studie som gjennomgikk åtte sett med biologilæreverk for videregående opplæring. Beyer et al. så primært

på lærerutgaver av elevlærebøker og lærerveiledninger sine potensiale for å fremme lærernes læring (2009, s. 977). Studien viste at den «lærerkunnskapen» som ble fremmet minst i de åtte læreverkene var «Pedagogical Content Knowledge (PCK) for scientific inquiry» (Beyer et al., 2009, s. 987). «PCK for scientific inquiry» innebærer å hjelpe lærere med å engasjere elever til å stille og svare på vitenskapelige spørsmål, samle inn og analysere data, utforme undersøkelser, lage forklaringer basert på bevis og å kommunisere vitenskapelig (Beyer et al., 2009, s. 987). «PCK for scientific inquiry» samsvarer i stor grad med kriterier for utforskende matematikk, se kapittel 2.1 og 2.2. Studien viste også at lærerveiledningene til læreverkene i liten grad ble dokumentert av forskning eller lærererfaring. Lærerveiledningene varierte også i dybde og relevans, som forklares med hvor grundig de presenterer og binder sammen ulike ideer. (Beyer et al. 2009, s 990-991).

Formålet med forskningen til Shu-Fen Lin, Wen-Hua Chang og Yeong-Jing Cheng var å undersøke hvilken funksjon og støtte lærerveiledninger gav naturfagslærere på barne- og ungdomsskoler i Taiwan (2011, s. 1367). Resultatene viste at lærerveiledningene var til større nytte for lærere på barneskolen enn på ungdomsskolen (Lin et al., 2011, s. 1367). To mulige årsaker det ble pekt på i undersøkelsen var at barneskolelærernes fagkunnskap og pedagogiske innholdskunnskap var dårligere utviklet enn realfagskompetansen til ungdomsskolelærere (Lin et al., 2011, s. 1379). Barneskolelærere i Taiwan kan i motsetning til ungdomsskolelærere undervise i naturfag uten godkjent kompetanse, noe som kan medvirke til at barneskolelærere har større behov for støtte fra lærerveiledninger (Lin et al., 2011, s. 1379).

I 2012 ble det gjennomført en studie der det først ble utviklet en forskningsbasert lærerveiledning for en vitenskapelig undersøkende undervisningsmetode i naturfag, det vil si en metode med fem trinn: spørsmål, bevis, forklaring, begrunnelse og kommunikasjon. (Lin et al., 2012, s. 1002). Deretter ble lærerveiledningen prøvd ut på to grupper lærere, med og uten gode forkunnskaper om «naturvitenskapens natur», og effekten til lærerveiledningen ble så undersøkt (Lin et al., 2012, s. 1009). Resultatene viste at uansett hvilke forkunnskaper lærerne hadde, så ble de positivt påvirket av lærerveiledningen, og at lærernes syn på vitenskap endret seg (Lin et al., 2012, s. 1016). Lærerveiledningene gav lærerne faglig kunnskap, og styrket deres læringstro på å kunne drive kompetent undervisning (Lin et al., 2012, s. 1017). Undersøkelsen viste også at læreres egen refleksjon er viktig. Det synes vanskelig å påvirke læreres tro og forbedre undervisningsresultater, om de ikke reflekterer over egen undervisning (Lin et al., 2012, s. 1017). Læreres intensjon og ønske kan også virke avgjørende for å kunne endre undervisningspraksis. Lærerveiledninger kan bidra til å gi lærerne disse intensjonene (Lin et al., 2012, s. 1021). Resultatene viste også at lærerveiledningen

medførte at lærere med mangelfulle kunnskaper kunne prestere like bra som lærere med gode kunnskaper (Lin et al., 2012, s. 1018).

I tillegg til å se på tidligere forskning om lærerveiledningers potensiale for lærere, er det relevant å se på forskning om i hvilken grad lærere bruker lærerveiledninger. I 1995 gjennomførte Shkedi en undersøkelse der 43 lærere fra Israel ble intervjuet om deres holdninger til lærerveiledninger, og i hvilken grad lærerveiledninger ble benyttet (Shkedi, 1995). Det ble gitt to hovedgrunner for når lærerveiledningene ble benyttet: det var for å få hjelp til å håndtere «stoff» som lærerne synes var vanskelig eller utenfor deres kompetanseområde, og ønsket om å få en oversikt over kompetansemål, og hvordan de kunne undervises (Shkedi, 1995, s. 158). Færre enn halvparten av respondentene i studien benyttet lærerveiledninger i betydelig grad. De forklarte at de klarte seg med læreboken, og så på elevboken som en slags lærerveiledning (Shkedi, 1995, s. 163). De som oppga at de trengte eller benyttet lærerveiledningene minimalt var lærere i matematikk og naturfag, (Shkedi, 1995, s. 159).

For å vurdere hvilke støtte elevene trenger presenteres også en tidligere forskning om hvordan elever leser realfagtekster. Prosjektet «Lesing av fagtekster som grunnleggende ferdighet i alle fag» (Skjelbred et al., 2010), har blant annet intervjuet elever og lærere, gjort klasseromsobservasjoner og analysert lærerressurser i flere fag. Ut fra funnene kan det se ut til at elever ofte går glipp av viktig informasjon som presenteres i ulike paratekstuelle elementer i lærebøker, også i matematikk. Det ser ut til at elever ofte hopper over overskrifter, illustrasjoner, snakkebobler og figurer. De går rett til verbalteksten og klarer i liten grad å knytte sammen verbaltekst med figurer og illustrasjoner (Karlsen & Maagerø, 2010, s. 266–268). Prosjektet hentyder at elever bør læres opp, og trene på hvordan ulike modaliteter kan leses, slik at de får nyttiggjort seg all den informasjonen som lærebøkene tilbyr (Karlsen & Maagerø, 2010, s. 266-268). Samme prosjekt viste at de lærerveiledningene i matematikk som ble analysert, i liten grad gav lærerne veiledning og hjelp i hvordan de kunne hjelpe elevene med å utvikle leseferdigheter i matematikk (Skjelbred, 2010, s. 181).

## 2.5.2 Tidligere forskning på elevenes opplevelse av utforskende undervisning

Det er gjort mye forskning på utforskende undervisning, jeg har valg ut en mye omtalt studie av Jo Boaler fra 1998. Boaler gjennomførte en treårig casestudie, der hun studerte hvordan elever opplevde tradisjonell undervisning kontra undervisning ved hjelp av åpne aktiviteter. Studien viste at tradisjonell undervisning som understreker beregninger og prosedyrer, på bekostning av dybdelæring

og forståelser er ufordelaktig for elevene, primært fordi det gir en skolebunden ufleksibel læring med begrenset dybde (Boaler, 1998). Elevene som fikk tradisjonell undervisning fokuserte på viktigheten av å huske regler og prosedyrer. Elevene var hardtarbeidende, men opplevde matematikk som kjedelig, og de hadde problemer med å forklare hva de jobbet med i matematikken. Elevene som fikk undervisning med åpne aktiviteter uttrykte at det var lettere å lære matematikken, fordi de fikk finne ut av det selv, og ikke trengte å lete i matematikkboka. Når de ble spurt om hva de jobbet med i matematikk, beskrev de problemet de jobbet med. I undersøkelsen var det en av fem som mislikte metoden, for disse fungerte det ikke at mye av læreprosessen ble overlatt til elevene selv, eller de ønsket ikke å finne ut av problemene de ble stilt ovenfor. Studien fant ut at elever som får tradisjonell undervisning har større problemer med å anvende skolematematikk i praktiske situasjoner, enn elever som fikk undervisning med åpne oppgaver. Elevene som ble undervist med åpne oppgaver utviklet en evne til å tilpasse og endre metoder så de passet i nye situasjoner, mens de som fikk tradisjonell undervisning sjelden så sammenhengen mellom skolematematikken og hverdagen. Elevene som ble undervist med åpne oppgaver hadde vilje og evne til å oppfatte og forklare ulike situasjoner og utvikle mening fra dem, og hadde en tilstrekkelig forståelse av prosedyrene til å kunne velge, tilpasse og endre prosedyrene til nye strukturer.

### 2.5.3 Tidligere forskning på læreverker i matematikk etter LK20

Flere masteroppgaver har sett på utforskning. Her presenteres to motstridende funn i to masteroppgaver som begge har sett på utforskning i matematikklæreverker etter LK20. Eriksen og Bolme sin masteroppgave fra UiT «Fremmer nye læreverker i matematikk kjerneelementene i fagfornyelsen» (2021) har sammenlignet tre lærebøker i matematikk for 5. trinn, Matemagisk, Matematikk og Muti. Resultatene deres viste at kjerneelementet utforskning og problemløsning i liten grad ble ivaretatt i de matematikkbøkene de analyserte. Masteroppgaven til Akselsen og Lund «Utforskning og problemløsning i matematikklærebøker gjennom et sosiokulturelt perspektiv» (2021), har sett på følgende lærebøker for 8. trinn, Matemagisk, Matematikk og Maximum. Funnet deres er derimot at «alle de tre matematikklærebøkene i stor grad legger til rette for en utforskende tilnærming til matematikkfaget» (Akselsen & Lund, 2021, s. 2).

## 2.6 Oppsummering

I dette kapittelet har jeg presentert teori som ligger til grunn for min studie. Jeg har tatt for meg utforskningsbegrepet både generelt og innenfor matematikk. Det er også presentert generelle

forskjeller mellom tradisjonell og utforskende undervisning. Jeg har valgt å vektlegge hvordan en kan dele utforskende undervisning inn i tre faser (Blomhøj, 2021), hvilken betydning særlig den første iscenesettelsesfasen og den siste oppsummeringsfasen har for at undervisningen skal bli utforskende, og hvordan lærere kan benytte de fem praksiser for å lede en oppsummering inn i en målrettet klassesamtale. I tillegg har jeg vektlagt betydningen av utforskingens struktur. At en veiledet eller åpen strukturert utforskning kan gi en høyere grad av utforsking enn en strukturert utforsking, som kan minne om å følge en oppskrift (Colburn, 2000, s. 42). Jeg har også sagt litt om samspillet mellom læringsressurser og lærer, og avslutter med å presentere relevant tidligere forskning. Samlet utgjør dette det teoretiske grunnlaget for denne studien som ønsker å se på hvordan lærerveiledninger tilrettelegger for utforskende matematikk på tredje trinn.



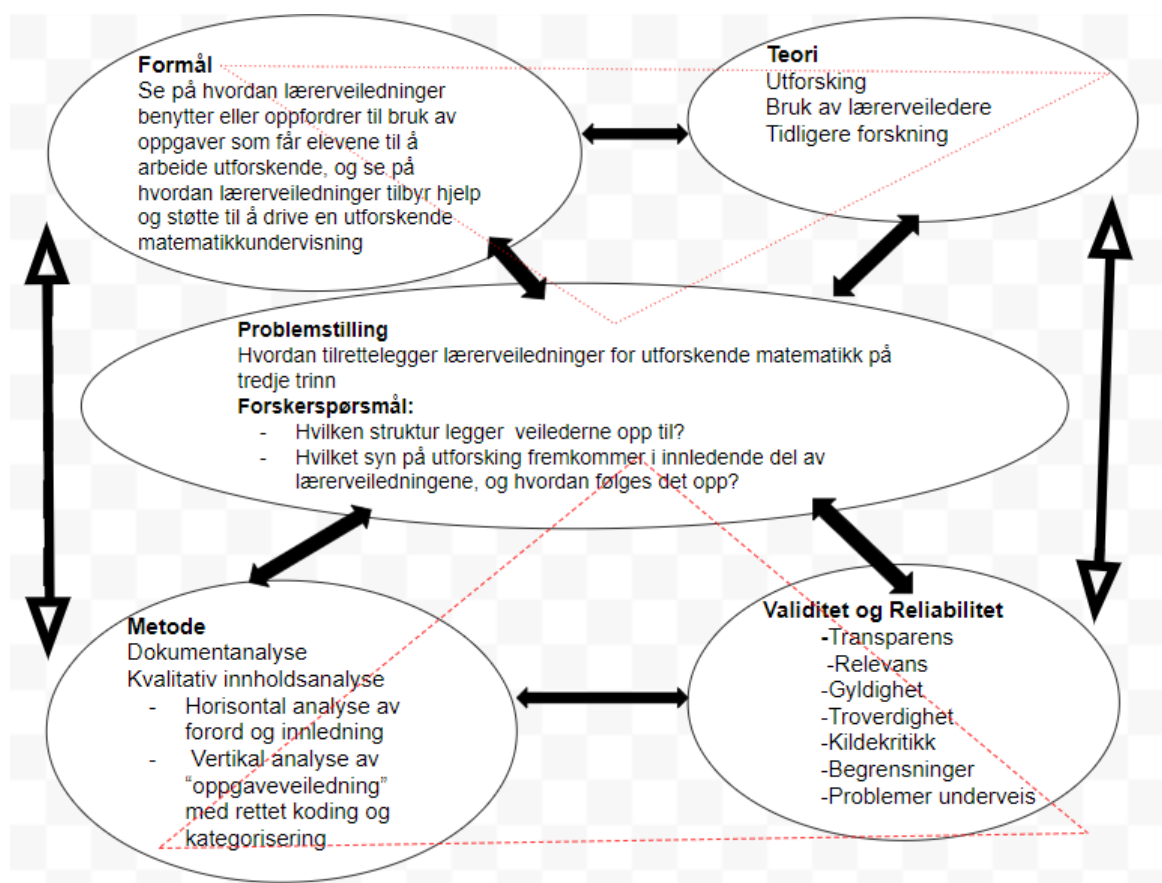
## 3 Metode

I denne studien ønsket jeg å undersøke hvordan lærerveiledninger tilrettelegger for utforskende matematikk, og hvordan lærerveiledninger tilbyr «hjelp» eller «veiledning» til å drive en utforskende undervisning. I det følgende presenterer jeg mitt forskningsdesign, og forsvarer mitt valg av metode. Først presenteres forskningsmetode og metodevalg, etterfulgt av utvalget, før selve analyseprosessen presenteres stegvis. Til slutt sier jeg noe om forskningsetikk, validitet og reliabilitet tilknyttet denne studien.

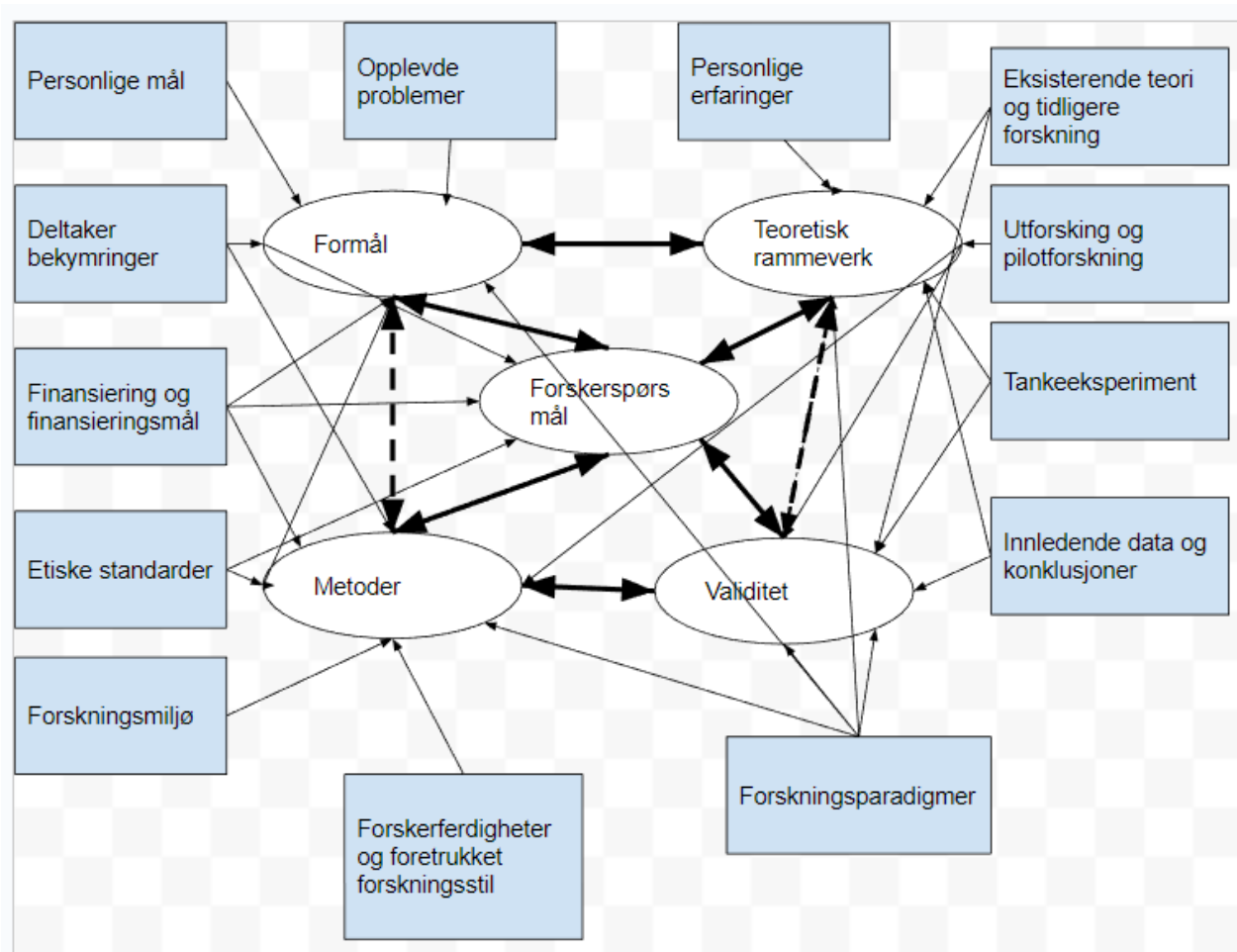
### 3.1 Forskningsdesign og metodevalg

For å få en oversikt over, og visualisere studien, plasserte jeg den inn i Maxwell (2013) sin interaktive modell for kvalitativ forskningsdesign. De ulike enhetene i modellen er tett knyttet opp mot hverandre. Forskningsspørsmålene er plassert i sentrum eller hjertet av modellen, fordi det både er de som har størst innflytelse på alle de andre komponentene, men de blir også mest påvirket av alle de andre komponentene (Maxwell, 2013, s. 4). Sammenhengene mellom de ulike komponenter er ikke faste og rigide, men elastiske og fleksible innen rimelighetens grenser (Maxwell, 2013, s. 5). Dette medfører at hverken forskningsspørsmål eller andre komponenter er låst i starten av studien. Modellen i figur 6, viser forskningsdesignet i denne studien, også i denne studien ble de fleste komponentene justert underveis. Pilene i modellen visualiserer hvordan de ulike komponentene i en studie påvirker og er avhengige av hverandre. En kan dele modellen inn i to trekanter der problemstilling og forskningsspørsmålene utgjør bindeleddet mellom de to delene. Den øverste halvdel består av det konseptuelle, eller det som har mest med ideer å gjøre (Maxwell, 2013, s. 4). En ser av modellen at problemstillingen: «Hvordan tilrettelegger lærerveiledninger for utforskende matematikk på tredje trinn?», og forskningsspørsmålene: «Hvilken struktur på utforsking legger lærerveiledninger opp til?» og «Hvilket syn på utforsking fremkommer i innledende del av lærerveiledningene, og hvordan følges det opp?» står i et klart forhold til målene for studien: å undersøke hvordan lærerveiledningene benytter eller oppfordrer til bruk av oppgaver som får elevene til å arbeide utforskende. Samt å se på hvordan lærerveiledningene tilbyr hjelp og støtte til lærere til å drive en utforskende matematikkundervisning. Forskningsspørsmålene og formålet er på sin side forankret i den tidligere forskningen, ulike aspekter rundt utforsking og bruk av lærerveiledning som blir presentert i teoridelen. Forskningsspørsmålene er samtidig med på å begrense hvilken tidligere forskning og teori som er relevant for studien. Den nederste halvdel består av den operasjonelle delen, og denne delen må også være integrert (Maxwell, 2013, s. 5). Metoden dokumentanalyse, eller

mer nøyaktig, kvalitativ innholdsanalyse av dokumenter, som er den valgte metoden i denne studien, har potensiale til å svare på de valgte forskningsspørsmålene, og vil også kunne håndtere plausible utfordringer til svarene sin validitet. Samtidig tar også forskningsspørsmålene hensyn til metoden sin begrensning. Forskningsspørsmålene, valgt metode og teori er sammen med min evne til å håndtere det, også med på å påvirke troverdigheten, og relevansen til ulike validitetstrusler til studien (Maxwell, 2013, s. 5). Modellen i figur 7, viser hvordan Maxwell ser for seg at flere ulike faktorer er med å påvirke hvordan et endelig forskningsdesign blir seende ut.



Figur 6. Modell av forskningsdesignet i denne studien inspirert av Maxwell (2013, s. 5). For originalen, se vedlegg 6.



Figur 7. Modell som viser hvordan ulike elementer kan være med å påvirke et forskningsdesign (Maxwell, 2013, s. 6). Egen oversettelse, se original i vedlegg 7

I et forskningsprosjekt er det å finne en eller flere metoder som kan bidra til å svare på forskningens problemstilling og forskningsspørsmål en viktig del av prosessen (Krumsvik, 2014, s. 23). Metode kan beskrives som en systematisk fremgangsmåte, eller det å følge en bestemt vei mot et mål (Krumsvik, 2014, s. 22). Som nevnt ovenfor er problemstilling og forskningsspørsmål utgangspunktet for metodevalg. En spør seg: hvilken metode kan egne seg til å finne svar på det en ønsker å forske på? Et viktig element i min studie er lærerveiledninger. «Madam Documentation», bibliotekaren Suzanne Briet, definerte «ethvert konkret eller symbolsk tegn som har blitt bevart eller nedtegnet for det formål å representere, gjenskape eller påvise et fysisk eller intellektuelt fenomen» som dokumenter (Asdal & Reinertsen, 2020, s. 15). Dokumenter er kilder til informasjon, men de er også verktøy som får noe til å skje, de er «initiert og brukes av noen, av en konkret grunn» (Asdal & Reinertsen, 2020, s. 47). En lærerveiledning vil derfor kunne karakteriseres som et dokument. En lærebokforfatter har en intensjon med hvordan læreboken kan benyttes i undervisning, men det er imidlertid ikke sikkert at mottakeren av boken benytter læreboken slik forfatteren hadde tenkt (Asdal

& Reinertsen, 2020, s. 49). Dokumentanalyse vil derfor være en sentral metode i denne studien. I dokumentanalyser er det vanlig å studere dokumenter som er laget for andre formål enn forskning (Tjora, 2021, s. 195), og lærerveiledninger er et eksempel på slike dokumenter. Undersøkelsen studerer lærerveiledningene for å undersøke deres funksjon, og hvordan de kan brukes, eller er tenkt brukt (Asdal & Reinertsen, 2020, s.57). Siden en genererer data uten å involvere ikke-forskende deltakere, er analyse av lærerveiledninger en «ikke-påtrengende metode» (Tjora, 2020, s. 195). I denne studien fokuseres det på innholdet eller kontekstuelle betydninger i lærerveiledningene, En form for dokumentanalyse som heter innholdsanalyse vil derfor være et naturlig valg. For å kunne svare på forskningsspørsmålene mine har jeg etter inspirasjon av Charalambous et al. (2010) valgt å dele innholdsanalysen inn i en horisontal analyse av forord og innledninger, og en vertikal analyse av kapitlene om multiplikasjon (Charalambous et al., 2010, s. 122). Jeg valgte en horisontal analyse delvis for å få et innblikk i hvordan de utvalgte lærerveiledningene er bygget opp, men hovedgrunnen er å undersøke hvilket syn på utforskning lærerveiledningene hevder at de bygger opp under. Den vertikale analysen ble valgt for å få en mer dyptgående og fokusert analyse av selve innholdet i lærerveiledningen (Charalambous et al., 2010, s. 122). Det vil si veiledning knyttet direkte opp mot oppgaver, og om visjonene angående utforskende undervisning fra innledningen blir fulgt opp i hoveddelen.

### 3.1.1 Hermeneutikk

I denne studien analyseres lærerveiledninger, og det konstrueres ny kunnskap ut fra tekst. I en tekstanalyse er det viktig å være bevisst at vi alltid møter tekst med en forforståelse, som vil være med å forme vår lesning og tolking av teksten (Asdal & Reinertsen, 2020, s. 22, 183). Når en tekst leses vil forståelsen av den alltid gjennomgå en fortolkning, noe som er medvirkende til at teksten også kan misforstås (Anker, 2020, s. 50). Tolkningens læring kalles hermeneutikk. Når en tolker tekst har en alltid erfaringsbaserte antakelser (heuristikker) med seg (Bratberg, 2021, s. 22). Det som fremkommer underveis i en analyse kan imidlertid være med å videreutvikle forskerens antakelser, slik at forståelsen endrer og utvikler seg underveis, (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 128–130), og en kan oppdage nye «ting» om en vender tilbake til teksten flere ganger (Asdal & Reinertsen, 2020, s. 183). I forskningssammenheng er det også viktig å huske på at tekster alltid er rikere på mening enn vi tror. Når en leter etter svar på forhåndsgitte forskningsspørsmål får en ikke nødvendigvis med seg en annen mening enn den en søker etter (Asdal & Reinertsen, 2020, s. 22). Denne studien vil derfor bare gi svar på hvordan lærerveiledningene tilrettelegger for utforskende undervisning, og sier ingenting om hvordan de fungerer på andre undervisningsområder.

## 3.2 Utvalg

Utvalget i en studie bestemmes i stor grad av problemstilling og forskningsspørsmål. I 2020 kom det et nytt læreplanverk (KL20). I den forbindelse ble det skrevet mange nye læreverk, eller eksisterende verk ble revidert for å tilfredsstille kompetansemålene i det nye læreplanverket. Siden formålet er å studere lærerveiledninger er det naturlig at utvalget også består av lærerveiledninger. Utvalget i denne forskningen består av trykte lærerveiledninger for tredje trinn tilrettelagt for, og utgitt etter innføringen av LK20. Jeg hadde i utgangspunktet tenkt å analysere lærerveiledninger fra fire av Norges største lærebokforlag: Fagbokforlaget, Cappelen Damm, Aschehoug og Gyldendal, men bare tre av forlagene hadde gitt ut nye tilpassede lærerveiledninger ved oppstart av denne studien høsten 2022. Utvalget består derfor av: *Matemagisk 3AB lærerveiledning*, fra Aschehoug undervisning (Fritzen et al., 2021), *Multi 3A-* og *Multi 3B lærerens bok*, fra Gyldendal (Alseth et al., 2020, 2021) og *Matematikk 3A-* og *Matematikk 3B lærerveiledning*, fra Cappelen Damm (Dahl & Nohr, 2021, 2022). Studien konsentrerer seg om de trykte lærerveiledningene til de tre nevnte læreverkene. Dette er i utgangspunktet ikke en komparativ studie, der målet er å sammenligne ulike lærerveiledninger, men siden studien analyserer tre ulike lærerveiledninger vil den likevel ha et visst komparativt preg. For å begrense omfanget av studien har jeg valgt å konsentrere meg om lærerveiledninger på ett trinn. Lærerveiledninger er produsert for å hjelpe lærer med å utføre matematikkundervisning, og forfattere og forlag hevder at de utvalgte læreverkene dekker innholdet i den nye læreplanen. Ved å velge lærerveiledninger fra samme trinn, er det det samme innholdet i læreplanen de skal dekke. En kan derfor tenke at innholdet dermed vil være noenlunde likt, i alle fall med tanke på tema. Valget i denne studien falt på tredje trinn. Siden studien er begrenset måtte jeg avgrense den ytterligere, og jeg valgte derfor ut ett tema i lærerveiledningene som jeg har studert inngående. Siden jeg ønsker å studere hvordan lærerveiledningene tilrettelegger for utforsking, falt valget på temaet multiplikasjon. Grunnen for dette valget er fordi det er først på tredje trinn, at multiplikasjon innføres for elevene og understøttes av kompetansemål i læreplanen. Ved å velge ut lærerveiledninger fra de største forlagene, vil de valgte lærerveiledningene representere lærerveiledninger som er i bruk over store deler av Norge. Dette gir et utvalg som er representativt nok, til at en eventuelt kan trekke generelle slutninger som er gyldige for store deler av landet. Til tross for at det er kommet flere digitale læringsressurser på markedet står læreboka i papir fremdeles sterkt (Skjelbred, 2014, s. 291). En del skoler benytter riktignok heldigitale læreverk. I denne studien har jeg ikke sett på digitale lærerveiledninger, eller læringsressurser. Grunnlaget for dette er studiens begrensede tid og at jeg som student ikke har tilgang til digitale lisenser. En annen medvirkende faktor til at de heldigitale verkene er utelatt, er fordi digitale og trykte lærerveiledninger har nokså ulik struktur. I figur 8,

presenteres utvalget, og hvilke deler av lærerveiledningene som er valgt ut i en oversiktlig tabell, for å gi et oversiktlig og tydelig bilde av når de er skrevet, hvem forfatterne er, og hvilke deler av lærerveiledningene studien har konsentrert seg om.

<b>Tittel</b>	Multi 3A lærerens bok (2020) Multi 3B lærerens bok (2021)	Matemagisk 3AB lærerveiledning (2021)	Matematikk 3A lærerveiledning (2021) Matematikk 3B lærerveiledning (2022)
<b>Utvalgte deler</b>	Forord og innledning s. III-IX Kapittel 4: Multiplikasjon s. 96-119 Kapittel 6: Multiplikasjon og divisjon: s. 24-62	Kjære leser s. 4-8 Kapittel 6: Multiplikasjon s. 174- 227	Om verket s. III-XXIII Kapittel 4: Multiplikasjon og divisjon s. 94-117 Kapittel 6: Multiplikasjon og divisjon s. 6-38
<b>Forlag</b>	Gyldendal	Aschehoug Undervisning	Cappelen Damm
<b>Forfattere</b>	Bjørnar Alseth Ann-Christin Arnås Mona Røsseland	Inger-Lise Fritzen Erling Kvistad Nilsen Sindre Nyborg	Hanne Hafnor Dahl May-Elise Nohr

Figur 8. Presentasjon av utvalget i studien

### 3.3 Innholdsanalyse

I denne forskningen skulle jeg se på innholdet i tekstene/dokumentene, og legge mindre vekt på oppbygging og språklige uttrykksformer. Metodevalget ble derfor en form for dokumentanalyse som heter innholdsanalyse, siden det er en metode som er velegnet til å gi en systematisk oversikt over meningsinnholdet i en tekst (Bakken & Andersson-Bakken, 2021, s. 305). I forskningsspørsmålene spør jeg blant annet etter hvilket syn på utforskning som fremkommer i lærerveiledningene. En innholdsanalyse kan også si noe om hvilke verdier og holdninger forfatterne har (Bratberg, 2021, s. 120). I studien har jeg kategorisert og kodet innholdet i lærerveiledningene ved å benytte analyseverktøyet NVivo. Kodene er ikke i første omgang ment for å telle antall forekomster av de ulike kodene eller kategoriene, men mer for å få et oversiktlig og systematisk overblikk over hvilke kategorier de ulike lærerveiledningene inneholder. Jeg har derfor valgt å karakterisere innholdsanalysen som kvalitativ. I utdanningsforskning har det også vært tradisjon for å kalle alle innholdsanalyser for kvalitative, selv om de involverer noe telling av koder eller kategorier (Bakken & Andersson-Bakken, 2021, s. 308). Som nevnt har jeg valgt å analysere forord og innledning på en annen måte enn «hoveddelen» i lærerveiledningene.

### 3.3.1 Horisontal analyse

Når en åpner et dokument møter en det med et sett av forventninger (Asdal & Reinertsen, 2020, s. 82), slik kan det også være med lærerveiledninger. Som navnet tilsier er lærerveiledninger et dokument som har til hensikt å veilede lærere til å benytte tilhørende undervisningsmateriell på den måten som ifølge forfatterne er mest hensiktsmessig. Som lærer har en plikt til å følge opplæringslov og læreplanverket, men en har også autonomi til å velge hvordan undervisningen skal foregå. Horisontal analyse minner litt om måten lærere vurderer og velger ut et læreverk på. Som oftest vil det i en slik vurderingsprosess handle om å få best mulig oversikt over et læreverk på kortest mulig tid (Asdal & Reinertsen, 2020, s. 75). En starter gjerne med å se på tittel, innholdsfortegnelse, forord og innledning, for å vurdere om dokumentet samsvarer med egne ønsker eller krav. Deretter ser en gjerne på hvem som er forfattere, og hvilke metoder som benyttes for å vurdere kvaliteten på verket (Asdal & Reinertsen, 2020, s. 75). Noe av det samme gjøres i en horisontal analyse.

I forord og innledning til en lærerveiledning, vil sannsynligvis forfatterens hovedideer med verket fremkomme. Dette er grunnen til at jeg har valgt å benytte en horisontal analyse av disse delene i lærerveiledningene. En horisontal analyse inneholder bakgrunnsinformasjon og generell struktur (Charalambous et al., 2010, s. 122) og vil kunne gi et glimt av om læreverket samsvarer med en lærers ønsker eller krav. For å vurdere lærerveiledningenes syn på utforskning har jeg i den horisontale analysen, foruten om tittel, forlag, forfattere, også sett etter hva som presenteres i forord og innledninger angående ønsker for matematikkundervisningen, hvilke utforskende aktiviteter det legges opp til, hva som er lærerens rolle, hvorfor elevene skal jobbe utforskende, hvor ofte det legges opp til at elevene skal jobbe utforskende og hvilke oppgavetyper verkene tilbyr. Den horisontale analysen ble etter inspirasjon fra en tidligere masteroppgave (Svingen, 2014), organisert i et fire-kolonneskjema, og jeg uthevet ord fra veiledningene som jeg tenkte var sentrale for problemstillingen min, se eksempel i figur 9.

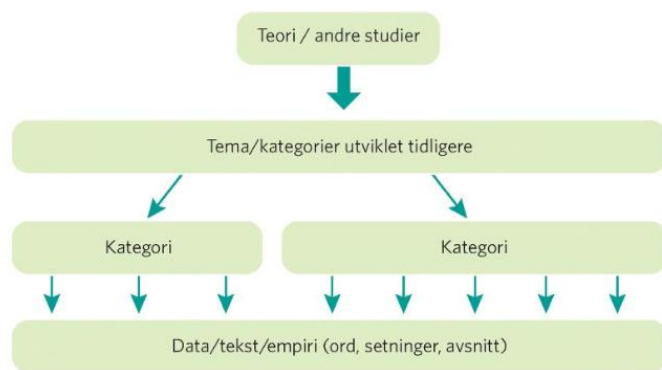
<p>Hvilke utforskede aktiviteter legges det opp til i forord og innledning ?</p>	<p><b>Multi</b>  «Gjennom en vekslning mellom <b>individelt...par...gruppearbeid.....</b> utvikler elevene evner både til individuell og selvstendige jobbing og til samarbeid og kommunikasjon» s iv  «Gjennom <b>samtale</b> får elevene anledning til å beskrive og forklare det de har gjort, samt å resonnerer og argumentere.» s iv.  «elevene lærer å <b>kommunisere</b> sin matematiske tenkning klart og konsis til medelever og til lærer, og de lærer å <b>sette seg inn i og vurdere</b> andre elevers tenkemåter og strategier» s v. Legger «opp til at elevene <b>oppdager generelle sammenhenger</b>....Gjennom varierte erfaringer og <b>diskusjoner</b> hjelpes elevene til å abstrahere og formulere sammenhengene på et generelt nivå» s v.</p>	<p><b>Matematikk</b>  <b>reflektere diskutere og lytte</b> til andres måter å tenke på å utvikle kognitive evner som kritisk tenkning kreativ tenkning og problemløsning, og trene på sosiale evner når de <b>kommuniserer samarbeider</b> og lytter til hverandre, og utvikle metakognitive evner og reflektere over sin egen tenkning og læring... og <b>presentere</b> ulike løsninger for hverandre og lytte for hverandres løsninger....» s VI.  «elevene oppfordres til å <b>fortelle</b> hvordan de tenker og utvikle gode løsningsmetoder sammen.» s VI.</p>	<p><b>Matemagisk</b>  «<b>begrunne valg av strategier</b>» s.6. «<b>vurdere</b> og begrunne valgene sine. de må kunne <b>argumentere</b> for sin løsning....oppgaver med flere riktige svar.... <b>diskutere</b> gyldigheten i ulike løsninger... tidlig vant til å kunne <b>følge, vurdere og forstå</b> matematiske tankerekker».s. 7  . generalisering og matematikk handler om at elevene <b>oppdager sammenhenger og strukturer</b> som kan anvendes i nye ukjente situasjoner og oppgaver.....<b>finne felles egenskaper, se sammenhenger, systematiserer</b> kunnskapen sin.» s 7  «<b>arbeide sammen</b> om oppgavene i boka... snakke sammen, lese sammen og lære av hverandre. Mange oppgaver har flere riktige svar, slik at elevene kan arbeide med den samme oppgaven men på sitt eget nivå» s 8.</p>
--	--	--	--

Figur 9. Utdrag av 4-kolonneskjemaet fra den horisontale analysen

### 3.3.2 Vertikal analyse

En vertikal analyse er en mer dyptgående analyse av det matematiske innholdet, og hvordan det blir kommunisert til leseren. I denne studien vil den være med å analysere hvilken struktur på utforskning læreverket legger opp til, og om synet på utforskning stemmer med intensjonene i forord og innledning, samt hvilken hjelp og støtte lærerne får til å drive en utforskende undervisning. Gjennom en vertikal analyse kan en se mer på enkeltoppgaver som er forklart eller foreslått i lærerveiledningene. Er de eksplisitte eller implisitte utforskende, oppfordres det til en utforskende oppgavestruktur i tråd med Blomhøj sin trefasede modell (se kapittel 2.3.2) med mer. I den vertikale analysen benyttet jeg analyseverktøyet NVivo. De aktuelle sidene fra hver lærerveiledning ble scannet/fotografert og lagt inn i hver sine filer i NVivo som PDF-filer. Gjennom en systematisk koding og klassifiseringsprosess ble innholdet i lærerveiledningene deretter identifisert. De første kodene og kategoriene ble utviklet med utgangspunkt i teorien. Når en utvikler koder ut fra teorien går en fra teori til datamateriale, slik figur 10 viser, og kodingen er deduktiv (Jacobsen & Jacobsen, 2022, s. 221).





Figur 10. Deduktiv innholdsanalyse der en utvikler kodene fra teorien (Jacobsen & Jacobsen, 2022, s. 222)

Underveis i kodingen oppstod det imidlertid elementer som ikke passet inn i de forhåndsbestemte deduktive kodene. I den første kodingsrunden ble det derfor gjort justeringer av de forhåndsbestemte kodene, eller dannet helt nye koder eller underkoder til de forhåndsbestemte kodene. Hele datamaterialet ble deretter kodet på nytt med de nye kodene. Kodene i denne studien er derfor ikke utelukkende deduktive, noen er også induktive. En kombinasjon av deduktiv og induktiv koding på den måten som er gjort her kalles rettet tilnærming, eller rettet innholdsanalyse (Bakken & Andersson-Bakken, 2021, s. 314; Hsieh & Shannon, 2005, s. 1281–1282).

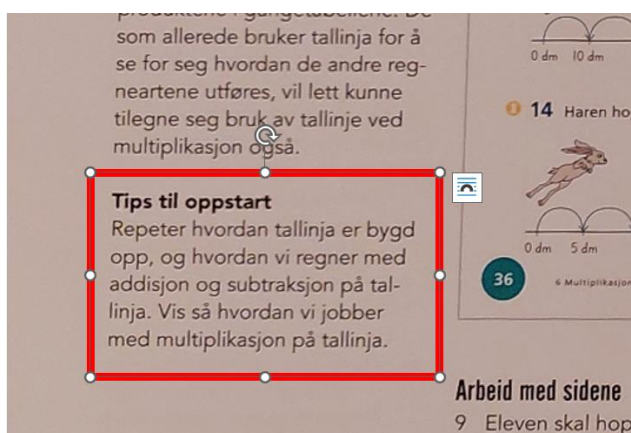
### 3.4 Analyseprosessen

Analyse er et begrep som betyr å dele opp noe i mindre håndterbare deler, og utgjør prosessen med å systematisere og strukturere aktuelt datamateriale, og ikke minst tilhører også arbeidet med å velge ut og forkaste deler av datamaterialet til analyseprosessen (Anker, 2020, s. 17). Analyseprosessen innebærer også arbeidet med å trekke ut funn og resultater som skal bidra til å svare på problemstilling og forskningsspørsmål studien bygger på (Anker, 2020, s.17).

#### 3.4.1 Analyseenheter

Før en starter analysearbeidet av et datamateriale er det en fordel å definere hvordan en tenker å dele opp datamaterialet i analyseenheter. En kan definere analyseenheter på ulike måter. Problemstilling og forskningsspørsmål er medvirkende til hvordan en definerer og avgrenser analyseenhetene. En må vurdere hvilke analyseenheter som best kan være med å svare på det undersøkelsen spør etter (Bakken & Andersson-Bakken, 2021, s. 312). I dette prosjektet opererer jeg med to ulike analyseenheter. I den horisontale analysen er hovedformålet å finne ut hvilket syn læreverket har på utforskning, og i denne

analysen er hele den innledende delen i hver av lærerveiledningene en analyseenhet. Den innledende delen har både varierende innhold, og lengde fra 5-21 sider, men fremstår likevel som en sammenhengende sekvens. I den horisontale analysen har jeg ikke benyttet koder og kategorier, men tolket meningsinnholdet ut fra teksten som helhet, derfor var det i denne analysen hensiktsmessig at hele den innledende delen i hver lærerveiledning var en analyseenhet. Definisjon gir en klart definert og avgrenset analyseenhet, det er liten tvil om hvor analyseenheten starter og slutter (Bakken & Andersson-Bakken, 2021, s. 311). I den vertikale analysen, det vil si analysen av kapitlene om multiplikasjon i lærerveiledningene, benyttes ulike koder og kategorier. Meningsinnhold identifiseres og kodes inn i de ulike kodene og kategoriene. Siden tekstinholdet i disse kapitlene er både rikholdig og komplekst, er det behov for å dele innholdet inn i mindre analyseenheter for å kunne kode datamaterialet. I denne analysen var det litt vanskeligere å definere analyseenheten. For å redusere den subjektive fortolkningen som vil gjøre det vanskelig for andre å etterprøve analysen, har jeg likevel forsøkt å definere analyseenhetene i den horisontale analysen så detaljert som mulig. I analysen av «hoveddelen» i lærerveiledningene, kapitlene som omhandler multiplikasjon, er hovedmålet å se på hvordan lærerveiledningene støtter og hjelper lærerne til å undervise utforskende, og hvilken oppbygging av oppgaver eller struktur lærerveiledningene legger opp til. En analyseenhet på setningsnivå vil i dette tilfellet ikke kunne fange opp viktige meningsinnhold i teksten. Heller ikke en avgrensning til avsnitt vil være tilstrekkelig, fordi omtalen av samme oppgave i noen tilfeller går over flere avsnitt, og til og med fordeler seg på flere steder på en dobbeltside i lærerveiledningen. For å sikre at analysen fanger opp alle viktige innholdsmomenter (Bakken & Andersson-Bakken, 2021, s. 312) defineres en analyseenhet i den vertikale analysen som hele den meningsenhet som omtaler samme oppgave. Som vist i figur 11-13, så varierer lengden på analyseenhetene fra noen få linjer til flere avsnitt.



Figur 11. Eksempel på en analyseenhet på noen få linjer i *Matemagisk 3AB lærerveiledning* (Fritzen et al., 2021, s. 190)



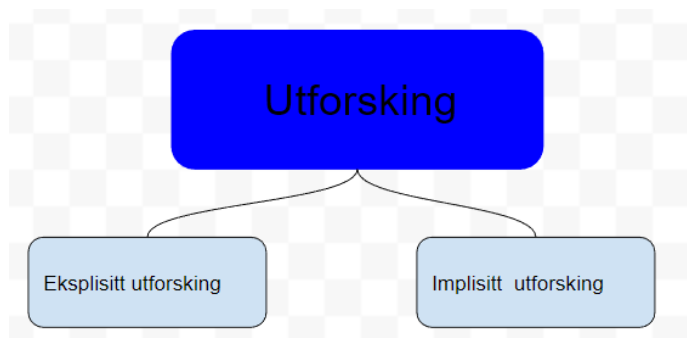
### 3.4.2 Analyseprogrammet NVivo

Under den vertikale analysen ble analyseverktøyet NVivo benyttet. NVivo er et digitalt analyseverktøy der en kan organisere, lagre og analysere ulike type data i ett og samme program. En kan kategorisere data i ulike kategorier og koder, og få skjematisk oversikt over de ulike kategoriene og kodene. Det var relativt enkelt å lage koder og kategorier i NVivo, men det oppstod også noen problemer underveis. Lærerveiledningen ble fotografert/scannet og lagt inn som PDF-filer. Først som ett og ett bilde, men dette medførte at hvert bilde ble en referanse, og det ble umulig å skille de tre lærerveiledningene fra hverandre. Det er mulig at det finnes en funksjon i NVivo som enkelt kunne samle alle bilder fra samme dokument i en fil, men siden programvaren er på engelsk var det ikke så lett å finne ut av dette på egenhånd. Problemet ble løst ved først å samle alle bildene fra samme lærerveiledning i hver sin PDF-fil, og deretter importere de tre ulike PDF-filene inn i NVivo. En annen utfordring med NVivo var at jeg ikke fikk markert selve teksten i PDF-filene. Kodingen måtte foregå ved å lage omriss av den aktuelle teksten som skulle kodes, dette fungerte for så vidt greit under kodingen. Det var mest utfordrende under analysen, når en skulle hentet frem kombinasjoner av flere koder. I NVivo kan en få opp de ulike kodene som «fargestriper» på venstre side, slik at en kan se hvilke koder et markert felt er kodet under. Teksten i lærerveiledningene er oppdelt i flere kolonner. Denne oppbyggingen av sidene kunne til tider gi litt misvisende koderstriper, fordi koder fra flere markerte felt havnet opp på hverandre. Dette problemet opplevdes størst når jeg gjennomgikk materialet på nytt for å endre eller legge til noen nye koder, da var det utfordrende å se hva som allerede var kodet. Denne utfordringen ble løst ved at jeg markerte området på nytt, og tastet «unkode» da fikk jeg opp en liste der alle kodingene, og gjeldende koder for området var markert. De ulike utfordringene under kodingen kan likevel ha ført til feilkodinger, selv om jeg har gjennomgått materialet flere ganger for å forsøke å luke ut feilkodinger.

## 3.5 Gjennomføring av kategorisering og koding

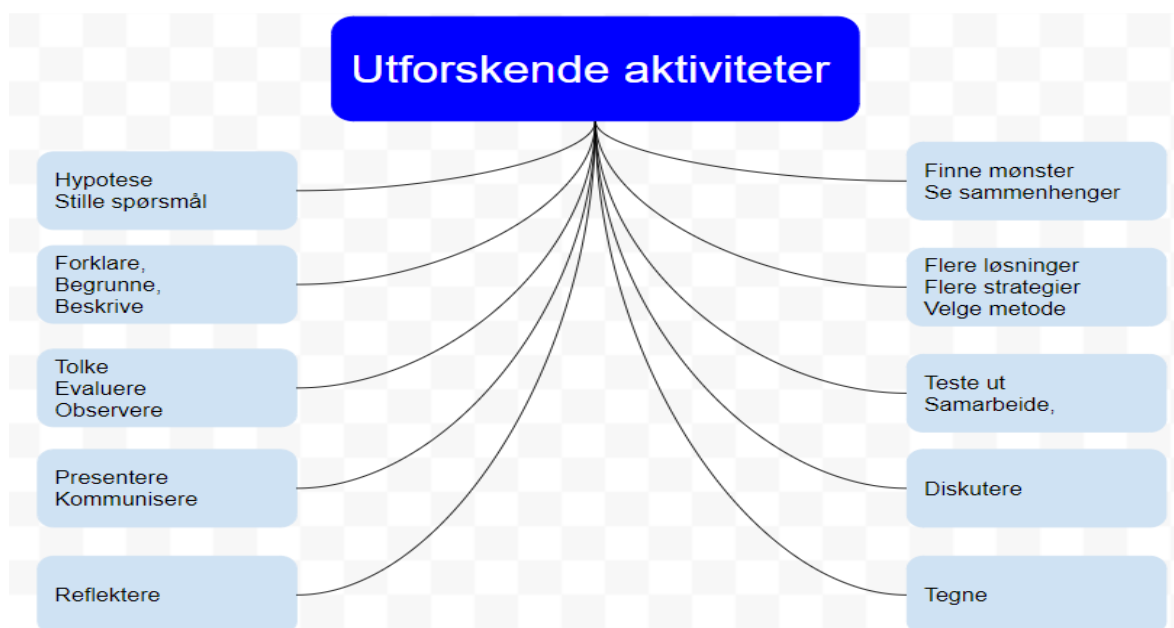
Analysearbeidet startet med at jeg leste gjennom innledende del og utvalgte kapitler i de tre lærerveiledningene for å få et førsteinntrykk over datamaterialet studien omhandlet. Førsteintrykket ble skrevet ned i et notat, slik at det skulle være tilgjengelig etter den systematiske analysen av materialet. Deretter startet den vertikale analysen. Problemstilling og forskningsspørsmål ble utgangspunktet for hvilke koder og kategorier datamaterialet skulle kodes inn i. Med problemstilling og forskningsspørsmål i fokus, ble teoridelen systematisk gjennomgått på leiting etter relevante koder og kategorier. I første fase av analysearbeidet i den vertikale analysen ble det benyttet en teoretisk koding (Anker, 2020), også kalt deduktiv koding. Fokuset i studien er utforskning, derfor ble den første

overordnede kategorien utforsking. I utforsingskategorien havnet alle analyseenheter der elevboken eller lærerveiledningen eksplisitt benyttet ordet utforske, og oppgaver eller aktiviteter der elevene ikke kjenner fremgangsmåten på forhånd, eller ble bedt om å se etter mønster eller sammenhenger. Utforsingskategorien ble deretter delt i to underkategorier, «Eksplisitt» og «Implisitt», se figur 14. I «Eksplisitt- kategorien» havnet alle oppgavene og aktivitetene der elevboken eller lærerveiledningene eksplisitt skrev at elevene skulle utforske, og i den implisitte kategorien de oppgavene eller aktivitetene der elevboken eller lærerveiledningen ikke eksplisitt skrev at elevene skulle utforske, men der oppgaven eller aktiviteten likevel var utforskende.



Figur 14. Deduktive overordnede kodings kategorier

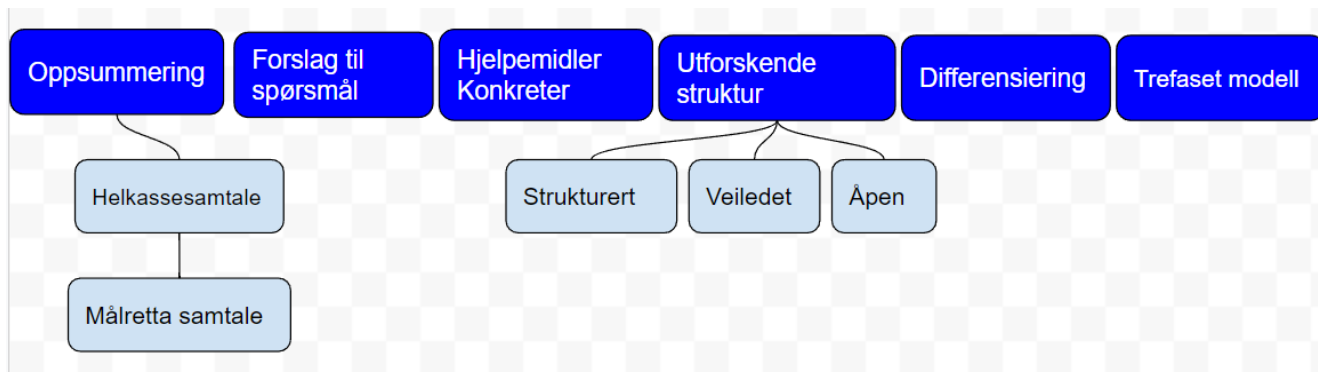
Med utgangspunkt i teorien ble det også laget en kategori med aktiviteter som i teorien ble knyttet til utforskende aktiviteter, se figur 15. Dette ble gjort for å lettere fange opp oppgaver eller aktiviteter som implisitt utforskende. Hver gang en analyseenhet inneholdt en av aktivitetene under kategorien utforskende aktiviteter, ble den kodet inn her selv om den ikke nødvendigvis var utpreget utforskende.



Figur 15. Deduktive koder knyttet til utforskende aktiviteter elever oppfordres til i oppgaver eller aktiviteter.



Andre kategorier som ble identifisert ut fra teorien før første koding var «Oppsummering», «Forslag til spørsmål», «Hjelpemiddel/Konkreter», «Utforskende struktur», «Differensiering» og «Trefaset modell», se figur 16.

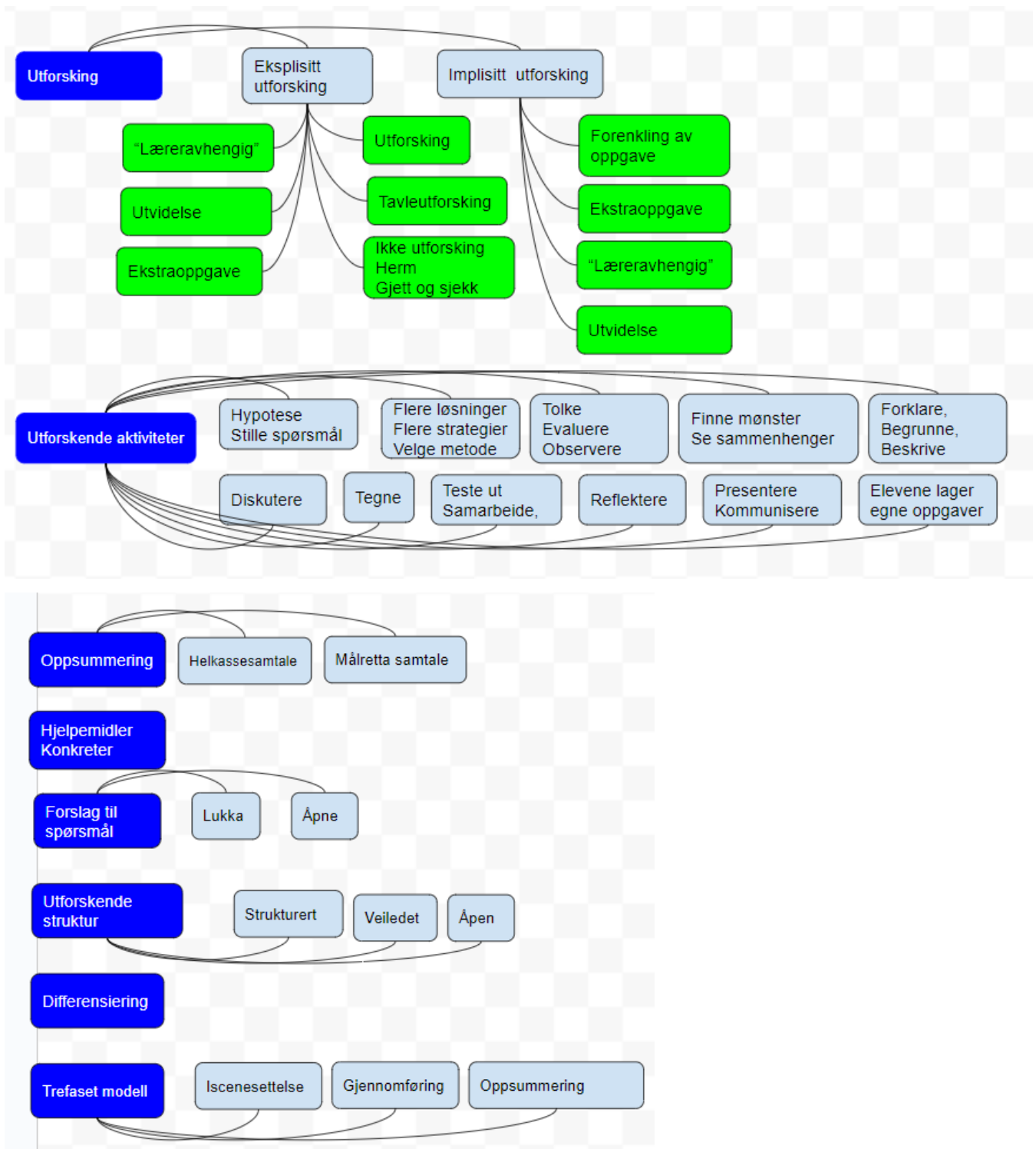


Figur 16. Deduktive kategorier identifisert i teorien

I kategorien «Oppsummering» havnet analyseenhetene dersom de inneholdt opplysninger om at oppgaven skulle oppsummeres, og videre i underkodene «Helklassesamtale» om det bare stod at det skulle oppsummeres i klassen, og «Målrettet samtale» om det spesifikt stod hvilke element en skulle trekke frem, og hvordan det kunne gjøres. Et eksempel på en analyseenhet som ble kodet som målrettet samtale ser vi i følgende utdrag fra en analyseenhet hentet fra Matematikk 3A: «Oppsummer i fellesskap og løft frem og tydeliggjør ulike løsningsstrategier. Planlegg i hvilken rekkefølge du ønsker at elevene skal presentere løsningene sine» (Dahl & Nohr, 2022, s. 115). I kategorien «Forslag til spørsmål» ble analyseenheter kodet når lærerveiledningene kom med forslag til spørsmål læreren kunne stille elevene som gjorde oppgavene mer utforskende. Dersom analyseenheten kom med forslag om at elevene kunne benytte ulike hjelpemidler eller konkreter, ble de kodet i kategorien «Hjelpemidler/Konkreter». I teorien blir det beskrevet tre ulike strukturer for utforskende oppgaver. Alt etter hvilken struktur oppgavene hadde ble de kodet i kategoriene: strukturert, veiledet og åpen struktur. For nærmere beskrivelse av strukturene se kapittel 2.3.3. I en klasse vil elevenes kognitive nivå naturlig variere, å kunne tilpasse oppgaver til elevens nivå er derfor viktig. Analyseenheter som inneholdt forslag til hvordan en oppgave kunne forenkles eller gjøres mer utfordrende ble kodet i kategorien «Differensiering». Den siste kategorien som ble bestemt på forhånd før første analysering startet var «Trefaset modell» Denne kategorien var for oppgaver som oppfylte, eller oppfordret til Blomhøj sin trefaserte modell for utforskende oppgaver, se kapittel 2.3.2.

Første kodingsrunde startet med disse kodene, og jeg gikk systematisk gjennom side for side. Jeg identifiserte først analyseenheter, for deretter å identifisere hvilke koder de kunne plasseres i. Etter å ha kodet en del av sidene i den ene lærerveiledningen oppdaget jeg at jeg egentlig bare hadde kodet hvilken type oppgave, eksplisitt eller implisitt utforskende, det ble lagt opp til, eller nevnt. Hovedmålet med studien er å se på hvordan lærerveiledningene tilrettelegger for utforsking. Jeg forstod ganske raskt at de forhåndsdefinerte kodene ikke fungerte optimalt, og at det var behov for flere kategorier og underkoder. Jeg stoppet kodingen i den lærerveiledningen jeg hadde startet på, og gikk over til en ny lærerveiledning mens jeg samtidig var mer oppmerksom på at det var hvordan lærerveiledningen tilrettela, som var mitt hovedfokus. Underveis opprettet jeg nå flere koder, ettersom det dukket opp nye momenter. Blant annet så jeg behov for å kategorisere oppgavene ut fra om de ble presentert i elevboken, eller var ekstraoppgaver som bare ble presentert i lærerveiledningen, samt om oppgavene opptrådte utforskende slik de ble presentert, eller om de var avhengig av den ekstra veiledningen lærerveiledningen gav for å bli utforskende. Denne typen koding kalles empirinær, eller induktiv koding. En identifiserer relevante momenter i datamaterialet, som så danner nye koder (Anker, 2020, s. 77–78). Etter at hele materialet var kodet, gjennomgikk jeg materialet på nytt, og kodet alt det som ikke tidligere var kodet med alle de nye kodene.

Siden jeg gjorde denne studien alene, hadde jeg ingen å diskutere kodingen med. For å kontrollere at kodingen var reliabel (Bakken & Andersson-Bakken, 2021, s. 316) avtalte jeg med veileder at vi kunne se på noen sider av kodingen sammen, en såkalt «Peer-debrief» (Blikstad-Balas & Klette, 2021, s. 159). Resultatene av denne samkodingen viste at vi var enige om mange kodinger, men at jeg hadde vært litt for streng i kodingen min av hvilke oppgaver som oppfordret til å følge Blomhøjs trefasede modell. For eksempel havnet ikke oppgaver som bare oppfordret til noen av fasene, i denne kategorien, bare de som oppfordret til alle tre. Jeg bestemte meg derfor for å dele kategorien inn i tre deler, en for hver fase. Det ble også oppdaget at kategorien «Forslag til spørsmål» burde skille mellom åpne og lukkede spørsmål, siden åpne spørsmål bidrar til utforsking i mye høyere grad enn lukka spørsmål, som bare fordrer ett riktig svar. Etter veiledningssamtalen utvidet jeg kodene og gjennomgikk og kodet alt datamaterialet på nytt. Studien endte opp med kategorien og kodene vist i figur 17. Kodeboken fra NVivo inneholder en beskrivelse av de enkelte kodene, og denne finnes i vedlegg 8.

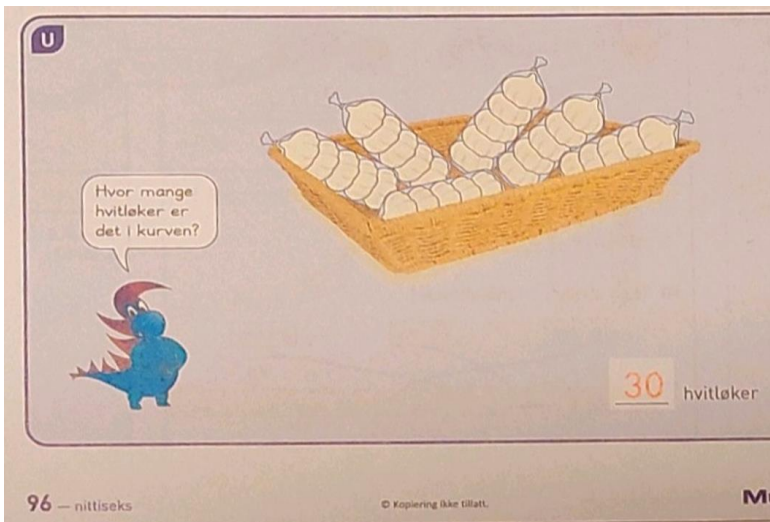


Figur 17. Endelige Kategorier og koder i denne studien.



En analyseenhet kan kodes innenfor bare en kategori eller under flere. Figurene 18-21 viser en analyseenhet som inneholder både en oppgave fra elevboken, som er vist som faksimile i lærerveiledningen (Figur 18), og en veiledning som er oppdelt i flere avsnitt. Veiledningselementene er plassert flere steder på samme dobbeltside, og delt inn i «Hvor mange hvitløker» (Figur 21) og «Forenkling» (Figur 19). Denne analyseenheten er et eksempel på en analyseenhet som ble kode innenfor alle de åtte hovedkategoriene, med tilhørende underkategoriene. I det følgende forklares kodingen av denne analyseenheten som et eksempel. Jeg har valgt å markere kategoriene i forklaringen med om lag samme farger som i oversikten over kategoriene og kodene i figur 17.

Analyseenheten ble kodet: «**Utforskende oppgave**» og «**eksplisitt utforskende**» siden oppgaven er merket med en U, og læreverket selv karakteriserer U-oppgavene som utforskende. «**Læreravhengig**» fordi oppgaven i seg selv ikke er utforskende om elevene sitter alene og jobber med den. Elevene kan da bare telle antall hvitløker. Utforskingen er avhengig av at lærer presiserer at elevene skal finne flere måter en kan regne ut svare på. Den ble kodet innenfor Blomhøj sin «**Trefasede modell**» med både fase 1, 2 og 3. Fordi oppgaven «**iscenesettes**» (fase1) ved hjelp av bildet av hvitløkene i elevboka, og lærerens presisering om at de skal finne flere måter å regne det ut på. Selve «**gjennomføringen**» er fasen der eleven jobber med oppgaven (fase 2). Det oppfordres også til en «**oppsummering**» (fase 3) der elevene skal presentere sine ulike metoder. Type «**oppsummering**» ble kodet som «**helklassediskusjon**» siden læreren oppfordres til å la elevene dele sine løsninger. Når det gjelder «**Utforskende struktur**», ble oppgaven kodet til «**veiledet struktur**», fordi elevene får oppgitt oppgaven, men gis valgfrihet til selv å velge hvilken metode de ønsker å benytte for å løse oppgaven. Lærerveiledningen gir ikke så mange «**forslag til spørsmål**». Den sier at det er viktig at læreren spør om elevene har sjekket at alle gruppene inneholdt like mange hvitløker, det vil si at lærerveiledningen i dette tilfellet gir forslag til ett «**lukket spørsmål**». De «**Utforskende aktivitetene**» lærerveiledningen oppmuntrer elevene til, er å bruke er «**flere strategier**», «**beskrive og forklare**», og «**presentere**» egne løsninger. Koden «**Differensieringen**» og «**Hjelpemidler/Konkreter**» finner en i analyseenhetsdelen «Forenkling». Her skrives det at elevene kan benytte konkrete under utforskingsoppgaven, og i og med at overskriften er forenkling, er analyseenheten også kodet under differensiering. Dette er en kompleks analyseenhet som kodes under mange ulike kategorier og koder, dette visualieres i utsnittet fra kodelistripen i NVivo (Figur 20).



Figur 18. Eksempel på del av analyseenhet, U-oppgave i Multi lærerens bok 3A s 96 (Alseth et al., 2020)

**Forenkling**  
 La elevene arbeide med konkreter, for eksempel brikker/klosser. Elevene finner da først fram brikker i samsvar med oppgaven. Til utforsningsoppgaven på side 96 blir det seks grupper med fem brikker i hver. Så telles antall brikker. For å gjøre det kan elevene ordne brikkene slik at det blir enklere å finne det totale antallet, for eksempel kan de slå sammen to og to grupper.

Figur 19. Eksempel på del av analyseenhet hentet fra Multi 3A lærerens bok (Alseth et al., 2020, s. 97)

- • Konkreter, Hjelpemidler
- • differensiering
- • velger metoder
- • presenterer
- • flere strategier
- • beskrive forklare
- • 4 utforskende aktiviteter
- • 4 Forslag til spørsmål
- • Veiledet utforsking
- • 3 Utforskende struktur
- • Helklassediskusjon
- • 3 type oppsummering
- • 3. Oppsummering
- • 2. Gjennomføring 2. fase
- • 1. Iscenesetting 1. fase
- • 2 Blomhøy sTrefaset modell
- • eksplisitt men læreravhengig
- • Eksplisitt utforsking
- • 1 Utforskende oppg
- • Coding Density

Figur 20. Tilhørende koderstriper til analyseenheten tilhørende U-oppgaven s 96 i Multi lærerens bok3A, hentet fra analyseverktøyet NVivo

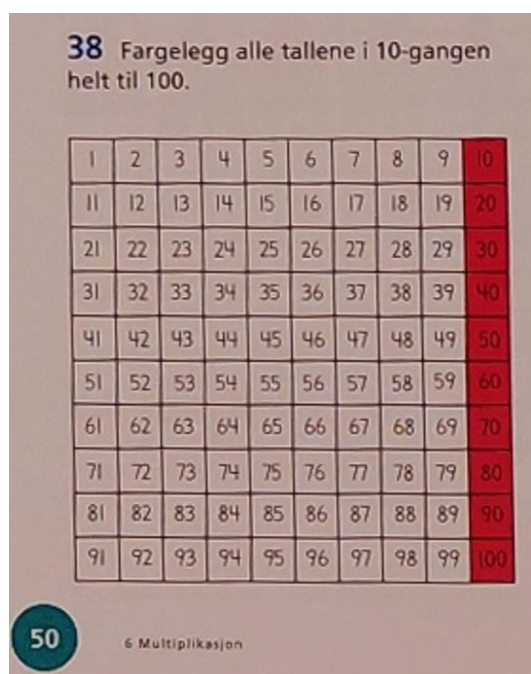
**U Hvor mange hvitløker?**  
 Elevene skal altså finne ut hvor mange hvitløker det er til sammen på bildet. Spesifiser at det her handler om å prøve å finne ulike måter å regne det ut på.  
 I en oppsummering får elevene anledning til å beskrive hvordan de kom fram til et svar. Noen har kanskje telt alle hvitløkene. Andre har brukt addisjon, noe som kan gjøres på ulike måter:

- Rekketelle med fem om gangen: 5-10-15-20-25-30
- Legge sammen tre nett og så doble: 15 + 15 = 30
- Lage tiere av to og to nett: 10, 20, 30

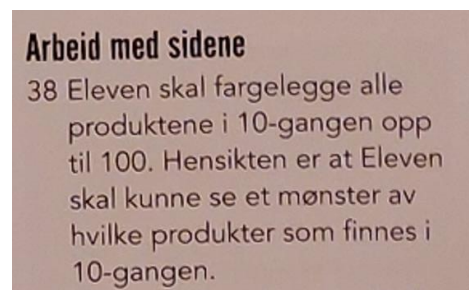
Felles for alle disse måtene er at de forutsetter at gruppene er like, at det virkelig er fem hvitløker i hvert av nettene. Det er viktig å spørre om elevene sjekket dette grundig.

Figur 21. Eksempel på analyseenhetsdel fra Multi lærerens bok 3A (Alseth et al., 2020, s. 97)

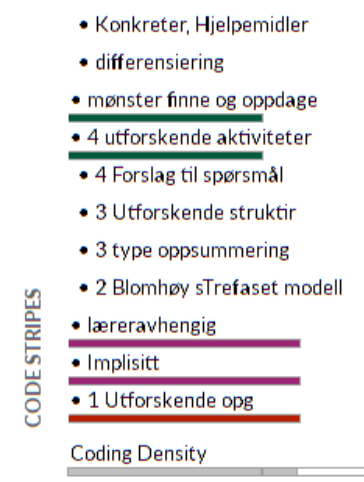
Andre analyseenheter er langt mindre komplekse. Figur 22-24 viser en analyseenhet som omhandler en oppgave som presenteres i elevboken til Matemagisk. Analyseenheten består av oppgaven i elevboken som presenteres i faksimilen (Figur 22), samt et avsnitt på seks korte linjer i lærerveiledningen (Figur 23). Som en kan se av utsnittet av kodelistriper i NVivo, i figur 24, kodes denne analyseenheten bare innenfor to av de åtte hovedkategoriene. Det er en «Utforskende oppgave», og den er «Implisitt», i og med at ordet utforsking ikke nevnes i hverken oppgaveteksten i elevboken eller i lærerveiledningen. Oppgaven har likevel en grad av utforsking, i og med at veiledningen skriver at «hensikten er at eleven skal kunne se et mønster». Analyseenheten kodes som «Læreravhengig» siden oppgaven i elevboken ikke sier noe om at elevene skal se etter noe mønster. Og den «utforskende aktiviteten» lærerveiledningen legger opp til er å «Finne mønster».



Figur 22. Eksempel på oppgave i Matemagisk s 50 (faksimile i Matemagisk lærerveiledning AB s 204),(Fritzen et al., 2021, s. 204)



Figur 23. Eksempel på analyseenhet i Matemagisk 3AB lærerveiledning (Fritzen et al., 2021, s. 204)



Figur24. Tilhørende kodelistriper til oppgave 38 i Matemagisk, fra NVivo

## 3.6 Forskningsetikk

Forskningsetikk innebærer at en sikrer at data blir samlet inn og benyttet på en etisk forsvarlig måte. For å sikre nøyaktighet og sporbarhet til de ulike kildene som er benyttet, er referanser plassert i parentes i løpende tekst, og langt på vei er også sidetall oppgitt i referansene. På denne måten er opprinnelig kilde lett tilgjengelig for leseren (Asdal & Reinertsen, 2020, s. 217). Innholdsanalyse av lærerveiledninger er en analyse av offentlige dokumenter som er tilgjengelige for alle. Undersøkelsen har ikke innhentet personlige opplysninger annet enn det som står oppgitt i de utgitte benyttede verkene, og på forlagene sine egne hjemmesider. Det var derfor ikke nødvendig å melde eller søke Norsk senter for forskningsdata (NSD) om tillatelse til denne studien. Selv om dokumentene er offentlige og tilgjengelige, må en likevel ta hensyn til opphavsrett og åndsverk. Jeg har fotografert/scannet mange sider i lærerveiledningene, men formålet med denne skanningen var bare å legge de inn i analyseverktøyet NVivo slik at jeg kunne markere analyseenheter og kode de i sine respektive kategorier og koder. Skannede sider skal ikke benyttes til noe annet, og vil bli slettet etter at masteroppgaven er bestått. I analyse/funn- og diskusjonsdelen av oppgaven er også gjengivelser av bilder, tekst og omtale av forfattere, forlag og andre medvirkere forsøkt gjort med respekt, og i et omfang som ikke strider mot loven. Funn og resultater presenteres ved hjelp av utdrag fra kodingen, slik at leseren lettere skal kunne følge min tankegang og kunne vurdere hvorvidt konklusjonene er rimelige (Anker, 2020, s. 104).

### 3.6.1 Kildekritiske vurderinger

I dag har man lett og rask tilgang til enorme mengder kilder og dokumenter, både digitale og fysiske. Som forskere er det derfor viktig at en er kildekritisk til det datamaterialet en legger til grunn for sin forskning (Asdal & Reinertsen, 2020, s. 206). En er kildekritisk når man på en aktiv og kritisk måte vurderer alle dokumenter og kilder en benytter (Asdal & Reinertsen, 2020, s. 210). Dette inkluderer både dokumentene en skal analysere, og alle andre kilder som benyttes. I denne studien har jeg vurdert både kildenes opphav, autentisitet og gyldighet før jeg har tatt de i bruk (Asdal & Reinertsen, 2020, s. 210). Når det gjelder kildekritikk av de dokumentene som er analysert i denne studien (lærerveiledningene) tolker jeg det dithen at vurdering av opphav, autentisitet og gyldighet handler om å vurdere dokumentene med tanke på forfattere og forlag, tilgjengelighet, autentisitet, troverdighet og relevans for studien. Benyttede lærerveiledninger er utgitt av tre av Norges største og anerkjente forlag; Cappelen Damm, Gyldendal og Aschehoug. Dette i seg selv kan medvirke til å gjøre lærerveiledningene troverdige. Forlagene har selvfølgelig et mål om å selge mest mulig for å oppnå mest mulig profitt på sine undervisningsmateriell, noe som medfører at forlag tilbyr gunstige

tilbud, kurs og veiledning dersom skoler bestiller deres læreverker. Slike tilbud kan forlede skoleeiere til å velge verk på bakgrunn av tilbud i stedet for kvalitet. Dette elementet er imidlertid ikke vurdert i denne studien. Forfatterne har egne profiler på forlagene sine sider, der det opplyses om forfatterens utdanning og bakgrunn. Alle forfatterne i valgte læreverker har solid matematisk bakgrunn og erfaring. At forfatterne har solid matematisk bakgrunn er ikke en garanti for at læreverkene er av god kvalitet, men det bidrar til å øke troverdigheten. At opplysningene ligger åpent og lett tilgjengelig på forlagene sine nettsider gjør det mulig for lærere og skoler å lese om forfatterens utdanning og bakgrunn, og ta det med i vurderingen av nye læreverker. De ulike forlagene tilbyr også vurderingseksemplarer enten fysiske eller digitale til alle skoler. Vurderingseksemplarer og kunnskap om forfatterens bakgrunn gir lærere og skoler gode muligheter til å vurdere et nytt læreverker. Studien har imidlertid ikke undersøkt i hvilken grad lærerveiledninger benyttes i slike vurderinger av nye læreverker.

Utvalgte lærerveiledninger er lett tilgjengelige, da de er i salg over hele landet, og dermed tilgjengelig for innkjøp for alle skoler i landet. Dette er en studie innen utdanningsvitenskap og matematikk. Jeg anser derfor lærerveiledninger i matematikk som relevante dokumenter innenfor dette fagområdet. Dersom en ser på gjeldende problemstilling for studien «Hvordan tilrettelegger lærerveiledninger for utforskende matematikk på 3. trinn?» peker denne spesifikt på at det nettopp er lærerveiledninger som skal studeres. Valgte lærerveiledninger er nyutgivelser etter fagfornyelsen LK20. Alle de tre utvalgte lærerveiledninger tilhører matematikklæreverker som benyttes av flere skoler og elever i Norge. At læreverkene benyttes av en stor andel av skolene i Norge, gjør sitt til at en har grunn til å stole på at lærerveiledningene er ekte og autentiske.

### 3.6.2 Reliabilitet og validitet

Reliabilitet er knyttet til hvor presise og pålitelige de undersøkelsene en gjør er (Frønes & Pettersen, 2021, s. 200), og om de er mulige å etterprøve. Validitet handler om hvor sikker en er på at en virkelig undersøker og får svar på det en ønsker å få svar på, og om de resultatene en finner er gyldige (Frønes & Pettersen, 2021, s. 200). For å sikre at det er mulig å granske resultatene fra et forskningsarbeid kritisk er det viktig at det en gjør underveis i prosjektet legges tydelig frem for leseren (Bakken & Andersson-Bakken, 2021, s. 305). Underveis i hele studien forsøker jeg å vise transparens ved å legge ved utdrag fra prosessen, både identifiseringsprosessen av kategorier og koder, selve kodingen, og eksempler på tolking av resultater. I et forskningsprosjekt er det naturlig å støte på ulike problemer underveis, så også i denne. Allerede i første analysefase oppstod det utfordringer med de forhåndsdefinerte deduktive kategoriene og kodene. I ettertid ser jeg at en «pilotkoding» av et annet kapittel i lærerveiledningene før jeg startet på kodingen av kapitlene som omhandlet multiplikasjon

kunne vært lurt. Med «pilotkoding» mener jeg en koding av et annet kapittel, for å undersøke om kodene mine var tilfredsstillende, omtrent som et pilotprosjekt. En slik «pilotkoding» ville antakelig ha avslørt at mine forhåndsdefinerte koder ikke var tilfredsstillende, og jeg kunne forbedret kategoriene og kodingen før kodingen av utvalgt datamaterialet startet. Definerings av analyseenheter var også en utfordring i denne studien.

For reliabiliteten til en analyse kan det være avgjørende at definerings og identifisering av analyseenheter er gode (Bakken & Andersson-Bakken, 2021, s. 310). Klart avgrensede analyseenheter er selvfølgelig et mål, men i denne studien var det litt utfordrende i og med at lærerveiledningene hadde ulik oppbygging, og siden omtalen av en oppgave/aktivitet varierte fra side til side. Det endte imidlertid opp med at alt som omhandlet samme oppgave ble kategorisert som en analyseenhet, selv om dette førte til at analyseenheter varierte mye i både lengde og utseende. Noen steder var analyseenheten bare noen få linjer, andre steder gikk den over flere avsnitt og fordelte seg flere steder på samme dobbeltoppslag. Når analyseenheter ble såpass «vide» kan identifisering og avgrensingen oppleves subjektiv, altså at det er opp til den enkelte forsker å vurdere hva som inngår i en og samme analyseenhet (Bakken & Andersson-Bakken, 2021, s. 310). Jeg føler likevel at avgrensingen fungerer i og med at lærerveiledningene er ganske presise på hvilke oppgaver de omtaler. Denne studien er kvalitativ, derfor er antall kodinger ikke avgjørende for tolkningen av resultatet, slik det er i en kvantitativ studie. Inndelingen i analyseenheter har avgjørende roller i kodingen av materialet, men kodingen benyttes mer for å få en oversikt over hvilke ulike kategorier de ulike lærerveiledningene inneholder, og oppgavens oppbygging og struktur, enn til å telle antall forekomster. Jeg tolker det derfor dithen at det vil innvirke lite på resultatet av analysen om en annen forsker gjentar analysen, men ikke identifiserer samme antall analyseenheter.

Studien analyserer hva lærerveiledningene inneholder, og hvordan de tilrettelegger for utforskende undervisning. Den sier ingenting om hvordan undervisning blir gjennomført av ulike lærere på ulike skoler, og kan derfor ikke si noe om hva og hvordan lærere velger i undervisningssituasjoner. Studien kan bare si noe om lærerveiledningenes intensjoner og på hvilke måter de gir lærerne veiledning underveis om hvordan de kan gjøre undervisningen mer utforskende, og hvilke syn på utforskning forfatterne ser ut til å fremme. Om en oppgave oppleves utforskende for en elev, kan blant annet være avhengig av elevens kognitive nivå. I en tredje klasse vil det kognitive nivået til elevene normalt kunne variere mye. Kategoriseringen i denne studien har i liten grad vurdert oppgavens kognitive krav, men sett mer på om oppsettet er utforskende, eller om nødvendig kunnskap allerede er presentert tidligere i kapitlet.

Lærerveiledningene er utgitt på store forlag, noe som gjør at det er mange elever som benytter disse bøkene rundt om i landet, og mange lærere som sitter med valgte lærerveiledninger. Resultatene som fremkommer i denne studien, kan derfor være relevante for mange lærere. Studien vil også kunne være relevant for skoler og lærere som skal vurdere nye læreverker i matematikk. En må likevel huske på at det finnes andre lærebøker og også heldigitale læreverker, og undersøkelsen sier ingenting om alle disse andre verkene. Generelle slutninger en kan trekke fra studien er at informasjon som fremkommer i lærerveiledningene er viktige for å få full utnyttelse av et læreverker, og at det også kan være gunstig å betrakte lærerveiledningene, og ikke bare elevbøker når nye læreverker skal bedømmes.

Det er også viktig å huske på at analysen som gjøres i denne studien vil være preget av mine forkunnskaper, holdninger og erfaringer. Koding og analyse ble i hovedsakelig utført av meg alene, bare med noen få innspill fra veileder. Dette kan ha påvirket reliabiliteten til studien. Ved å analysere noen sider sammen med veileder, der vi først analyserte hver for oss før vi sammenlignet resultatene, var likevel med på å vurdere om analysene jeg hadde gjort var «holdbare». Denne «peer-debriefingen» var også med på å videreutvikle og presisere min kategorisering og koding, slik at den endelige kodingen ble mer presis. Analyseverktøyet NVivo var et helt nytt analyseverktøy for meg før denne studien startet, og det ble mye prøving og feiling i starten. I og med at jeg måtte benytte «omriss» av tekst var det til tider utfordrende å se hvilke koder som var kodet i hvilke omriss. Når det var behov for å endre tidligere koding, måtte en først markere et omriss, og «unkode» de kodene en ville fjerne, for deretter å kode på nytt. Dersom en ikke hadde markert presist rundt analyseenheten, kunne en risikere at koder ikke ble fjernet, men «hang igjen», noe som gav feilkilder når en i analysefasen koblet sammen flere kategorier og koder for å få frem ulike resultater. Det ble derfor gjennomført et omfattende arbeid ved å gjennomgå analyseenhetene på nytt, for å forsøke å utelate flest mulige feilkodinger. Under analysen av resultatene var jeg imidlertid oppmerksom på at feilkoder kunne ha sneket seg inn. Jeg gjennomgikk derfor resultatene jeg fikk opp enda en gang, for å forsikre meg om at de analyseenhetene jeg fikk opp under analysearbeidet samsvarte med de kategoriene og kodene jeg ønsket å koble sammen.

## 4 Resultater/Funn

I dette kapittelet blir resultater og funn fra analysen presentert. Funnene skal i sum være med å besvare problemstillingen: «Hvordan tilrettelegger lærerveiledninger for utforskende matematikk på tredje trinn?». Resultatene blir organisert etter de to forskningsspørsmålene i denne studien. Kunnskap om lærerveiledningenes syn på utforskning, som fremkommer i den horisontale analysen, kan være nyttig bakgrunnskunnskap under gjennomgangen av funn i den vertikale analysen. Jeg velger likevel å først presentere funn fra den vertikale analysen. Begrunnelsen for dette valget er at funnene i den vertikale analysen også kaster lys over hvordan lærerveiledningenes syn på utforskning følges opp i lærerveiledningene, og det er en del av det andre forskningsspørsmålet. Når jeg videre i oppgaven henviser til lærerveiledningene som er analysert, benytter jeg navnet på læreverket. Multi, henviser til *Multi 3A-* og *Multi 3B lærerens bok* (Alseth et al., 2020, 2021). Matematikk, henviser til *Matematikk 3A-* og *Matematikk 3B lærerveiledning* (Dahl & Nohr, 2021, 2022). Matemagisk, henviser til *Matemagisk 3AB lærerveiledning* (Fritzen et al., 2021). Alle lærerveiledningene har faksimiler av elevboken. Når jeg skriver om elevboken, er det med bakgrunn i faksimilene presentert i lærerveiledningene.

### 4.1 Forskningsspørsmål 1: Hvilken struktur på utforskning legger lærerveiledningene opp til?

Når jeg i forskningsspørsmålet spør etter hvilke utforskende strukturer lærerveiledningene legger opp til, tenker jeg både på om det i oppgavene eller lærerveiledningene skrives eksplisitt at elevene skal utforske, eller om utforskingen er implisitt, og hvor styrte oppgavene er av læreren. Det vil si om de har en strukturert, veiledet eller åpen utforskende struktur, se kapittel 2.3.3. I tillegg tenker jeg på om lærerveiledningene oppfordrer til å følge Blomhøjs trefasede modell for utforskning, med en iscenesettings-, gjennomførings- og oppsummeringsfase, se kapittel 2.3.2. Jeg presenterer både resultater fra kodingen i NVivo, og eksempler på oppgaver fra lærerveiledningene. Selv om dette ikke er en kvantitativ studie, gir resultater fra kodingen sammen med eksemplene en indikasjon på hvilke utforskende strukturer de ulike lærerveiledningene legger opp til. Derfor presenteres også noen kvantitative data, disse er ikke ment som liketellende enheter, men for å vise forekomster.



#### 4.1.1 Eksplisitt eller Implisitt utforskende?

Analysen viser at antall utforskende oppgaver er noenlunde likt i Matematikk og Multi, og noe mindre i Matemagisk. Den største forskjellen er at svært få av de utforskende oppgavene i Matemagisk beskrives eksplisitt, se figur 25.

Utforskende aktiviteter		Eksplisitt	tilknyttet elevbok	ekstraoppgaver	Implisitt	tilknyttet elevbok	ekstraoppgaver
Matemagisk 3	32	2	1	1	30	12	18
Matematikk 3	45	14	7	7	31	19	12
Multi 3	42	27	26	1	15	6	9

Figur 25. Oversikt over antall utforskende aktiviteter som er kodet i NVivo fordelt på de tre lærerveiledningene og inndelt i Eksplisitt og Implisitt utforskende.

Multi, har en egen oppgavetype i elevboken som heter U, disse oppgavene beskrives som utforskende i innledningen, alle disse oppgavene er derfor kodet som eksplisitt utforskende. På de analyserte sidene om multiplikasjon fra Multi er det 25 slike U-oppgaver. Ifølge analysen er det bare to oppgaver foruten om U-oppgavene som uttrykker utforsking eksplisitt i Multi. Ved nærmere undersøkelse er dette enten en praktisk aktivitet beskrevet i elevboken, eller en utvidelse av en oppgave i elevboken.

I innledningen til Matematikk beskrives «vi tenker»-oppgavene som utvalgte startoppgaver der elevene skal utforske. Disse er også kodet som eksplisitt utforskende. På analyserte sider fra Matematikk er det syv «vi tenker»-oppgaver, det vil si halvparten av de oppgavene som er kodet eksplisitt utforskende i Matematikk. I tillegg til disse syv «vi tenker»-oppgavene er de andre eksplisitt utforskende oppgavene for det meste forslag til aktiviteter elevene kan gjøre, som ikke er tilknyttet oppgavene i elevboken.

Lærerveiledningene til Multi og Matematikk kategoriserer U-oppgavene og «vi tenker»-oppgavene som utforskende. Jeg stiller imidlertid spørsmålsteget ved om disse oppgavene virkelig er utforskende, i og med at løsningsforslag og forklaring ofte er tilgjengelige for eleven på samme side, se kapittel 4.2.3 og figur 36-37.

I Matemagisk beskrives ingen egne oppgavetyper i elevboken som utforskende. Ordet «utforske» benyttes lite, stort sett bare når det henvises til kompetansemål. Av de to oppgavene som er kodet eksplisitt utforskende i Matemagisk er den ene tilknyttet en oppgave i elevboken, og den andre er tips til videre arbeid.

Implisitt utforskende oppgaver er oppgaver som inneholder momenter der elevene blir oppfordret enten i oppgaveteksten i elevboken, eller i kommentarer i lærerveiledningen til å lete etter mønster, se etter sammenhenger (Dorier & Maass, 2014; Kunnskapsdepartementet, 2019; Skovsmose, 2001), eller der løsningsmetoden ikke er oppgitt i oppgaven, men elevene selv må finne ut på hvilken måte de kan løse oppgaven (Bruder & Prescott, 2013, s. 812; Stein et al., 2009). Et eksempel på oppgaver som er kodet som implisitt utforskende, er oppgaver der lærerveiledningene oppfordrer lærere til å stille elevene spørsmål der de må reflektere over hvordan de tenker eller hva de har gjort, eller hva som vil skje hvis slik og slik. Ut fra analysen ser det ut til at de implisitt utforskende oppgavene er mer likt fordelt mellom oppgaver tilknyttet elevbok og ekstraoppgaver i alle de tre lærerveiledningene. Når det gjelder utforskende ekstraoppgaver, er dette oppgaver som bare presenteres i lærerveiledningene. Ut fra analysen ser det ut til at det er Matemagisk og Matematikk som har flest utforskende ekstraoppgaver, men at det i Matematikk er noen flere eksplisitte ekstraoppgaver enn i Matemagisk. Multi har færrest utforskende ekstraoppgaver i sin lærerveiledning.

Ut fra dette kan en oppsummere med at de fleste oppgavene der det eksplisitt står i lærerveiledningen at elevene skal utforske, er oppgaver som er beskrevet i elevbøkene. Flesteparten av de utforskende oppgavene i Matemagisk ser ut til å være implisitte, noe som kan stemme overens med at både Multi og Matematikk har egne oppgavekategorier som karakteriseres som utforskende. At to av lærerveiledninger har egne oppgavetyper som kategoriseres som utforskende, kan tyde på at disse matematikkverkene har en tydeligere vektlegging på utforsking. Det er likevel en antydning til at også det tredje verket vektlegger utforsking, i og med at det inneholder implisitt utforskende oppgaver. Hvorvidt oppgavene som uttales som eksplisitt utforskende faktisk er utforskende, er noe jeg vil diskutere i kapittel 5.1.

#### 4.1.2 Strukturert, veiledet eller åpen struktur?

Ut fra analysen kan det se ut til at en overvekt av de utforskende oppgavene som presenteres i de tre lærerveiledningene har en veiledet struktur, og at ingen av lærerveiledningene, i alle fall i de kapitlene jeg har analysert, inneholder oppgaver med en åpen struktur, se figur 26.

	Strukturert	ekstraoppg.	elevbok	Veiledet	ekstraoppg.	elevbok	åpen
Matemagisk 3	18	14	4	15	5	10	0
Matematikk 3	17	8	9	26	6	20	0
Multi 3	11	2	9	30	7	22	0

Figur 26. Oversikt over antall utforskende aktiviteter som er kodet i NVivo fordelt på de tre lærerveiledningene og inndelt i strukturert, veiledet og åpen oppgavestruktur.

Det som imidlertid er mer interessant å se på, med tanke på hvordan lærerveiledningene tilrettelegger for utforskende matematikk, er om det er beskrivelser i elevboken eller i lærerveiledningene som bidrar til at oppgavene får sin struktur. Når det gjelder ekstraoppgaver sier det seg selv at det er lærerveiledningen som bidrar, i og med at disse oppgavene ikke er nevnt i elevboken. Jeg vil derfor i første omgang se på de oppgavene som er tilknyttet oppgaver i elevboken, og konsentrere meg om de med veiledet struktur. Når det gjelder Matemagisk og Matematikk viser analysen at lærerveiledningene tilfører lite med tanke på å påvirke oppgavene sin utforskende struktur. Et eksempel på dette kan en se oppgaven fra Matemagisk i figur 27.

**Snakke matte**

Sett tallene inn i rutene slik at likhetene stemmer.

$4 \cdot 3 = 7 + 5$	7 <del>4</del> 5 <del>3</del>
▲	
$2 \cdot 5 = 3 + 7$	3 2 5 7
▲	
$1 \cdot 8 = 3 \cdot 5$	1 3 8 5
▲	
$3 \cdot 8 = 2 \cdot 12$	3 2 8 12
▲	
$6 - 4 = 1 \cdot 2$	1 2 6 4
▲	
$12 \cdot 2 = 4 \cdot 6$	12 4 2 6
▲	
$3 \cdot 6 = 9 \cdot 2$	9 3 2 6

#### Snakke matte

I samarbeid og diskusjon med hverandre skal elevene løse likheter med både multiplikasjon, addisjon og subtraksjon ved å sette inn riktige tall på riktig side av vekten. Hovedfokuset vil være på likhetstegnets funksjon. Hvordan går elevene fram i de ulike oppgavene for å få likevekt på den mest mulig effektive måten?

Figur 27. Eksempel på en implisitt utforskende oppgave med veiledet struktur fra Lærerveiledningen til Matemagisk s 210-211

I dette eksempelet får elevene vite oppgaven eller problemet som skal løses, men oppgaven sier ingenting om hvordan elevene kan løse oppgaven eller hvilke strategier de kan benytte. Oppgaven er derfor kodet som utforskende med veiledet struktur, fordi eleven må tenke og gjerne eksperimentere, gjette, prøve og feile og teste ut (Fuglestad, 2010, s. 62), før de får likhetene til å stemme. Ut fra eksempelet og resten av analysen kan en hevde at lærerveiledningen til Matemagisk sier noe om hva som er hensikten med oppgavene, den oppfordrer til at elevene skal diskutere og den sier eventuelt noe om at elevene kan samarbeide eller jobbe i grupper. Et annet eksempel fra Matemagisk, se figur 28, viser det samme.

**Snakke matte**

En dag forteller læreren i klassen at elevene skal få nye plasser.

Det går 24 elever i klassen, og det skal sitte like mange elever rundt hvert bord.

Tegn hvordan dere tenker at elevene kan sitte.

Lag en tegning som viser en annen måte å plassere elevene på.

Forklar hvilket forslag dere synes er best.

**Snakke matte**

Sammen skal elevene løse en tekstoppgave der målet er å lage like store grupper. Elevene skal lage en arbeidstegning som viser hvordan de løser oppgaven. Dere skal så diskutere hverandres løsninger og se hvor mange måter det går an å gruppere på. Til slutt skal elevene forklare hvilken løsning de synes var best av de to de tegnet. Hensikten er å se at det går an å gruppere på ulike måter og likevel få samme produkt, og at noen «størrelser» på gruppene kan være mer hensiktsmessige enn andre.

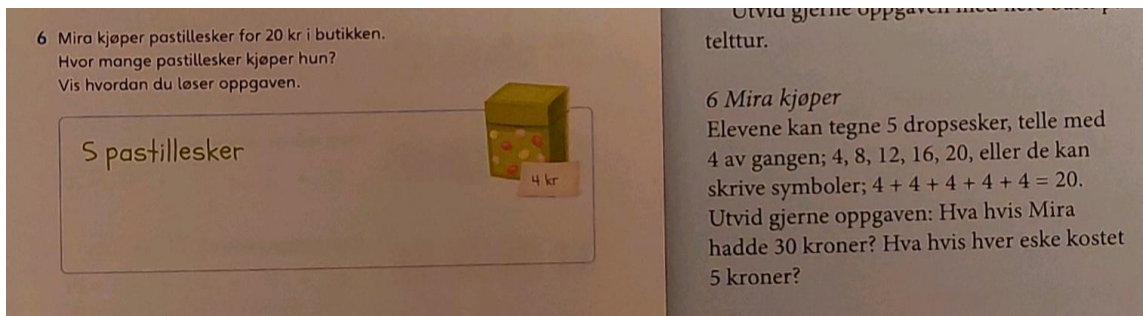
**Til videre arbeid**

Figur 28. Eksempel på en implisitt utforskende oppgave med strukturert struktur hentet fra lærerveiledningen til Matemagisk s 187

Oppgaven i figur 28 har en strukturert struktur. Både hvilket problem elevene skal løse og hvilken metode de skal benytte (tegning) blir forklart i oppgaven. Slik oppgaven presenteres i elevboken er den i mindre grad utforskende i og med at den bare oppfordrer elevene til å tegne to ulike eksempler, og gi en forklaring på hvilken de liker best. Lærerveiledningen oppfordrer i dette tilfellet til at elevene skal diskutere hverandres løsninger, finne ut hvor mange ulike løsninger som finnes,

og forklare om noen løsninger er mer hensiktsmessig enn andre. Dette påvirker i liten grad strukturen. Det kan imidlertid kunne bidra til at oppgaven blir mer utforskende, dette diskuteres i kapittel 5.2.

Lærerveiledningen til Matematikk kommer på sin side gjerne med forslag til hvilke konkrete læreren bør tilby elevene, tips til hvordan lærer kan utvide oppgaven, og forslag til åpne spørsmål lærer kan stille elevene. Figur 29 viser et eksempel på en slik oppgave.




Figur 29. Eksempel på en implisitt utforskende oppgave fra lærerveiledningen til Matematikk 3 s 101

Analysen antyder at oppfordringene lærerveiledningene til Matemagisk og Matematikk kommer med, i liten grad påvirker oppgavens utforskende struktur. Det elevene trenger å vite for å kunne utforske, oppgis for det meste i oppgavene.

Når det gjelder Multi er imidlertid situasjonen litt annerledes. Analysen antyder at flere av oppgavene i Multi, som er kodet til veiledet struktur, hverken er utforskende eller har en veiledet struktur slik de presenteres i elevboken. Først ved å lese og følge oppfordringene i lærerveiledningen kan oppgavene bli utforskende og få en veiledet utforskende struktur, eller ved at lærer selv er bevist på dette, og har kompetanse på utforsking. Lærerveiledningen til Multi bidrar til oppgavens struktur ved å fremheve hva elevene skal utforske, gi forslag til spørsmål og beskrive hvordan elevene kan jobbe med oppgavene slik at de blir utforskende. Figur 30 viser et eksempel på dette.

**U**

Hvor mange hvitløker er det i kurven?



**30** hvitløker

**U Hvor mange hvitløker?**

Elevene skal altså finne ut hvor mange hvitløker det er til sammen på bildet. Spesifiser at det her handler om å prøve å finne ulike måter å regne det ut på.

I en oppsummering får elevene anledning til å beskrive hvordan de kom fram til et svar. Noen har kanskje telt alle hvitløkene. Andre har brukt addisjon, noe som kan gjøres på ulike måter:

- Rekketelle med fem om gangen: 5-10-15-20-25-30
- Legge sammen tre nett og så doble:  $15 + 15 = 30$
- Lage tiere av to og to nett: 10, 20, 30

Felles for alle disse måtene er at de forutsetter at gruppene er like, at det virkelig er fem hvitløker i hvert av nettene. Det er viktig å spørre om elevene sjekket dette grundig.

Figur 30. Eksempel på en eksplisitt utforskende U-oppgave og lærerveiledning fra *Multi 3A lærerens bok*, s. 96-97

Når det gjelder utforskende struktur på ekstraoppgavene, kan det se ut til at de fleste er implisitte, og har en strukturert struktur. I *Matemagisk* blir noen ekstraoppgaver gjentatt flere ganger. Når en oppgave gjentas flere ganger vil fremgangsmåten være kjent for elevene. Figur 31 viser et eksempel på en av oppgavene som gjentas. Hvorvidt gjentakelse kan påvirke utforskningsgraden til oppgaven, diskuteres i kapittel 5.1.

Lag enerplasskunst.

Gi elevene hvert sitt av elevark 16. Spør elevene hva  $0 \cdot 3$  er. Svar:  $0 \cdot 3 = 0$ . Spør hvilket siffer som er på enerplassen i tallet 0. Når elevene sier 0, setter de blyanten sin på 0. Spør elevene hva  $1 \cdot 3$  er. Svar:  $1 \cdot 3 = 3$ . Spør hvilket siffer som er på enerplassen i tallet 3. Når elevene sier 3, tegner de en rett linje med linjal til 3. Fortsett til elevene ser at gangedtabellens enerplass gjentar seg i det uendelige. Hva skjer når vi kommer til  $4 \cdot 3$ ? Dette vil bli en overraskelse for mange barn, siden mønsteret fra 1- og 2-gangen blir brutt.

Figur 31. Eksempel på ekstraoppgave fra lærerveiledningen til *Matemagisk 3 s 201*

### 4.1.3 Blomhøj sin trefasede modell

En god del av de utforskende oppgavene ser ut til å følge deler av Blomhøj sin trefasede modell, men i mange tilfeller kan det virke som at den tredje og oppsummerende fasen mangler, se figur 32.



Oppgavene som er kodet til å oppfordre til alle de tre fasene er for det meste «vi tenker»-oppgaver og oppgaver merket med problemløsningsoppgaver i slutten av hvert kapittel i Matematikk, og U-oppgaver i Multi, i tillegg til noen forslag til ekstraoppgaver (Figur 33).

	iscenesett	gjennomføring	oppsummering	Alle tre fasene
<b>Matemagisk 3</b>	11	25	2	1
<b>Matematikk 3</b>	25	33	16	13
<b>Multi 3</b>	33	38	27	24

Figur 32. Oversikt over antall utforskende oppgaver som i NVivo er kodet til å inneholde de ulike fasene til Blomhøj.

	veiledet	strukturert	udefinert	tilknyttet elevbok	ekstraopp
<b>Matemagisk 3</b>	1				1
<b>Matematikk 3</b>	13	0		12	1
<b>Multi 3</b>	20	3	1	22	2

Figur 33. Oversikt over hvordan oppgavene som er kodet til å oppfordre til å inneholde de tre fasene til Blomhøj fordeler seg.

Det er også her mer interessant å se på om det er oppgavelyden i elevboken eller tilleggsopplysningene i lærerveiledningene som oppfordrer til at de ulike fasene til Blomhøj følges.

Figur 34 viser den eneste oppgaven i Matemagisk som oppfordrer til alle de tre fasene.

**Tips til videre arbeid**  
 Lek flerhodet troll.  
 I denne leken skal elevene gå rundt uten å være borti hverandre. Når læreren sier for eksempel «Lag et femhodet troll!», må alle elevene samle seg i grupper som inneholder fem hoder. Dersom antallet barn ikke går opp i fem, vil noen bli til overs, og disse blir til steintroll, som må stå helt stille. Det er fint om læreren i begynnelsen velger tall som går opp i antallet elever i klassen. Når dere har lekt en stund, kan dere snakke om hvorfor det for eksempel ikke gikk an å lage femhodete troll av fjorten elever. Når ble ingen til steintroll? Hvor mange hele femhodete troll klarte dere å lage av fjorten elever?

Figur 34. Eksempel på den ene utforskende oppgaven fra lærerveiledningen til Matemagisk som ble kodet til å inneholde alle Blomhøj sine tre faser (Fritzen et al., 2021, s. 187).

De ulike fasene er ikke så tydelige i denne oppgaven, men jeg tolker iscenesettingsfasen til når lærer forklarer og forbereder elevene på leken, gjennomføringsfasen til selve lekeprosessen, når elevene samler seg i de ulike gruppene. Til slutt oppsummeres aktiviteten i oppsummeringsfasen ved at lærer

og elever snakker sammen om hvordan det gikk i leken, og hvorfor det var, eller ikke var mulig å lage flerhodete troll.

I figur 35 ser man et eksempel på en implisitt utforskende ekstraoppgave fra Matematikk, som oppfordrer til alle de tre fasene til Blomhøj.

**Fotballkort**  
Mattis samler på fotballkort. Han vil finne ut hvor mange fotballkort han har samlet i permen sin. Han har fylt opp åtte sider i permen, og på hver side er det plass til fire kort.

Elevene kan vise hvordan han kan finne det ut. De kan bruke mange forskjellige representasjoner når de løser oppgaven: De kan bruke konkrete, tegne et bilde, beskrive med ord hvordan de har tenkt, eller bruke symbolene (addisjon og multiplikasjon). Når de har prøvd selv, kan de vise og fortelle hverandre hvordan de har løst oppgaven.

Jeg brukte legoklosser for å finne svaret.

4 + 4 + 4 + 4 + 4 = 20

Gjennom denne aktiviteten viser elevene at de har dybdeforståelse av multiplikasjon. Ved å bruke forskjellige representasjoner av multiplikasjon i denne oppgaven får elevene mulighet til å oppdage den underliggende strukturen for multiplikasjon.

Du kan introdusere oppgaven uten å forklare for mye. Elevene kan få to minutter med tenketid på egen hånd, deretter tid til å jobbe i par. Legg vekt på at det ikke handler om å finne svaret raskt, men at målet er at elevene kan representere multiplikasjon på ulike måter. Når elevene har jobbet med oppgaven en stund, kan du vise hvordan oppgaven kan løses med de forskjellige representasjonene. Rekkefølgen spiller ingen rolle, men du kan velge å starte med en måte som mange av elevene har valgt. Elevene trenger tid til å studere løsningene og sammenlikne dem med sin egen. Hva er likt? Hva er forskjellig?

Figur 35. Eksempel på en ekstraoppgave fra lærerveiledningen til Matematikk 3 som inneholder alle de tre fasene til Bolmhøj (Dahl & Nohr, 2022, s. 24–25).

Lærerveiledningen oppmuntrer læreren til å introdusere oppgaven uten å fortelle for mye, noe som er i tråd med iscenesettelsesfasen. Så kommer gjennomføringsfasen der elevene arbeider med oppgaven på ulike måter, før oppgaven deretter oppsummeres ved at læreren oppfordres til å vise elevenes løsninger, og elevene gis tid til å studere de ulike løsningene og lete etter forskjeller og likheter. Siden begge disse eksemplene er ekstraoppgaver, er det lærerveiledningen alene som oppfordrer til at alle fasene til Blomhøj følges. Lærerveiledningen til Matematikk gir imidlertid en mer detaljert forklaring på hva læreren bør gjøre, enn lærerveiledningen til Matemagisk.

Når det gjelder hvorvidt det er lærerveiledningen eller oppgaveteksten som oppfordrer til de ulike fasene til oppgaver i elevboken, kan en også se på eksemplene på eksplisitt utforskende oppgaver fra Multi og Matematikk i figur 36 og 37.



### U Hvor mange blomster?

Elevene finner ut hvor mange blomster det er på bildet. Poengter for elevene at du er veldig interessert i å høre hvordan de tenker for å løse oppgaven. I tillegg skal de forsøke å skrive utregningen som et gangestykke. Elevene kan godt oppfordres til også å skrive det som et plusstykke.

Det kan hende at noen elever skriver gangestykket  $3 \cdot 5$ , mens andre skriver  $5 \cdot 3$ . I så fall er det fint om elevene blir bedt om å begrunne hvorfor begge deler er riktig, og hvordan det kan henge sammen at det er to mulige svar. Og om vi skriver utregningen som plusstykker, er det ikke åpenbart at  $3 + 3 + 3 + 3 + 3$  og  $5 + 5 + 5$  skal gi samme svar. Ved subtraksjon kan vi for eksempel ikke bytte om på tallene, da blir svaret noe helt annet.

### F Rekkefølgen på tallene som multipliseres


Dette er altså en annen multiplikativ struktur enn det elevene har arbeidet med tidligere. Gå gjennom forklaringen med elevene ut fra hvor grundig dere oppsummerte den foregående oppgaven.

Til nå har elevene møtt multiplikative situasjoner som kalles «like grupper», som for eksempel seks vaser med to blomster i hver vase, og sju grupper med bananer med tre bananer i hver gruppe. Blomstene på bildet er plassert som et rutenett, og dermed er det ikke åpenbare grupper. Det går an å tenke de vannrette radene som grupper. Da viser bildet tre grupper med fem blomster i hver, og gangestykket blir  $5 \cdot 3$ . Men det går også an å tenke på de lodrette kolonnene som grupper. Da viser bildet fem grupper med tre blomster i hver, og gangestykket blir  $3 \cdot 5$ .

Når vi multipliserer, blir svaret det samme om vi bytter om på rekkefølgen på tallene som ganges. Be gjerne elevene finne eksempler på

oppgaver hvor dette inntreffer, som at  $2 \cdot 6$  er det samme som  $6 \cdot 2$ .

**U** Hvor mange blomster er det her?




Hvordan kan vi skrive det som gangestykke?

$3 \cdot 5 = 15$  eller  $5 \cdot 3 = 15$


**F** Rekkefølgen på tallene som multipliseres

Når vi multipliserer, får vi samme svar om vi bytter om rekkefølgen på tallene.

Her er det 3 rader med 5 blomster i hver:  $3 \cdot 5$



Det er også 5 kolonner med 3 blomster i hver:  $5 \cdot 3$



Så  $3 \cdot 5 = 5 \cdot 3 = 15$

Figur 36. Eksempel på en U-oppgave og en F-oppgave fra lærerens bok til Multi (Alseth et al., 2020, s. 106)

**Vi tenker**  
Start med at elevene tenker på hvordan de kan beskrive antallet snøkrystaller i vinduene med multiplikasjon. Målet er at elevene skal utforske de kommutative egenskapene ved multiplikasjon og bruke begrepene *rad* og *kolonne*.

**Differensiering:** Elever som ikke kommer i gang, kan gjøre den samme oppgaven med brikker som representerer snøkrystallene. Elever som blir raskt ferdige, kan jobbe med «større vinduer», f.eks. 18, 24 eller 36 brikker som de kan skrive multiplikasjoner til. Se etter om elevene bruker begrepene *kolonne* og *rad* når de beskriver hvordan de løste oppgaven.

**Vi lærer**  
Elevene kan gjerne bruke andre antall klosser/ruteark og lage andre rutenett. Hvor mange ulike rutenett kan dere lage med f.eks. 24 klosser:  $12 \cdot 2$ ,  $8 \cdot 3$ ,  $6 \cdot 4$  osv.?  
Samtal gjerne om fordelene med å organisere et antall i rader og kolonner: at det er lettere å telle opp, og at de kan bruke multiplikasjon når de skal telle opp et stort antall.

**Rutenett**

**Vi tenker**  
Mira og Olga pynter vinduet med snøkrystaller. Hvor mange snøkrystaller er det til sammen? Hvem har rett av Mira og Olga?

Det er  $4 \cdot 3$  snøkrystaller.  
Det er  $3 \cdot 4$  snøkrystaller.

**Vi lærer**  
Både Mira og Olga har rett.

4 rader med 3 snøkrystaller i hver.  
 $4 \cdot 3 = 12$

3 kolonner med 4 snøkrystaller i hver.  
 $3 \cdot 4 = 12$

kolonne  
rad →

$4 \cdot 3 = 3 \cdot 4$

☝ Samtal om begrepene kolonne og rad. Hva skjer hvis vinduet dreies 90 grader?  
Samtal om kommutative egenskaper.

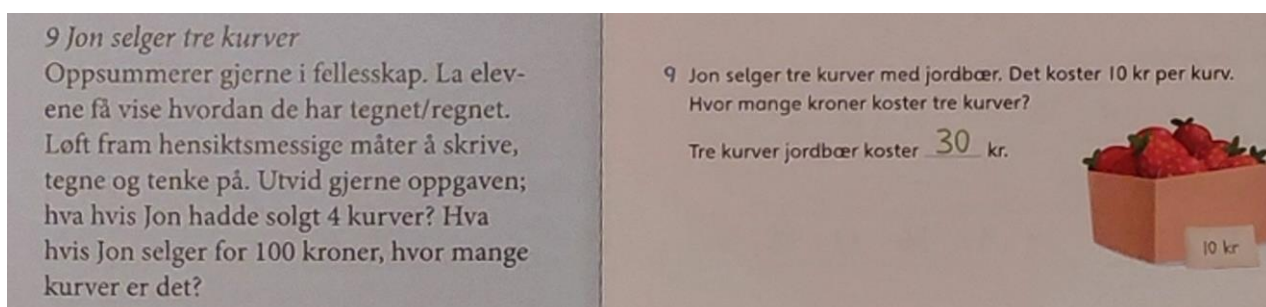
8 MATEMATIKK 3B FRA CAPPELEN DAMM

Figur 37. Eksempel på en "vi tenker"-oppgave og "vi lærer"-oppgave fra lærerveiledningen til Matematikk (Dahl & Nohr, 2022, s. 8)

I oppgaven fra Matematikk (Figur 37) er det oppgaveteksten i elevboken, og at lærerveiledningen oppfordrer læreren til å be elevene tenke over hvordan de kan beskrive antall snøkrystaller med multiplikasjon, som iscenesetter oppgaven. I oppgaven fra Multi (Figur 36) iscenesettes også oppgaven ved hjelp av selve oppgaveteksten i elevboken, og spørsmålene til gjennomgangsfigurene Fiboline og Fibo, men i tillegg oppfordrer lærerveiledningen læreren til å poengtere for elevene at en er interessert i hvordan elevene tenker når de løser oppgaven. Det er i begge eksemplene lite fokus på at elevene skal inviteres inn og engasjeres. Gjennomføringen i Matematikk-oppgaven er når elevene tenker over hvem av gjennomgangsfigurene, Mira eller Olga, som kommer med riktig uttalelse. I Multi-oppgaven er gjennomføringen når elevene forsøker å skrive regnestykket på ulike måter. Oppsummeringen i Matematikk-oppgaven er litt vag, men i lærerveiledningen hentydes det at elever og lærere skal samtale om fordelene ved å organisere i kolonner og rader. Multi-oppgaven oppsummeres ved at lærerveiledningen oppfordrer til at elevene begrunner sine valg, og hvordan det kan henge sammen at  $3 \cdot 5$ ,  $5 \cdot 3$ ,  $3+3+3+3$ , og  $5+5+5$  alle gir samme svar. Lærerveiledningen sier også at behovet for å gjennomgå forklaringen som kommer under selve oppgaven, henger sammen med hvor grundig oppsummeringen har vært.

Utfra disse to eksemplene på eksplisitt utforskende oppgaver fra elevbøkene, og den resterende analysen av tilsvarende oppgaver, ser det ut til at oppfordringer fra lærerveiledningene, eller læreres egen kunnskap om gjennomføring av utforskende aktiviteter er avgjørende for om fasene til Blomhøj følges. Lærerveiledningen til Multi ser imidlertid ut til å gi en mer detaljert forklaring på hva læreren bør gjøre og hvordan enn det lærerveilederen til Matematikk gjør.

Analysen viser at den viktige oppsummeringsfasen ofte mangler i utforskende oppgaver, se figur 32. Figur 38 viser imidlertid et eksempel på en oppgave fra Matematikk, der oppsummeringsfasen er tydelig.



Figur 38. Implisitt utforskende oppgave fra Matematikk med en tydelig oppsummering (Dahl & Nohr, 2021, s. 102).

I utgangspunktet kan denne oppgaven virke som en tradisjonell øvingsoppgave i et øvingsparadigme. Oppgaven er imidlertid plassert tidlig i multiplikasjonskapitlet, før elevboken presenterer noe særlig kunnskap om multiplikasjon. Oppgaven kan derfor oppleves utforskende for elever på tredje trinn. Oppgaven viser imidlertid tydelig hvordan lærerveiledninger kan tilrettelegge for den viktige oppsummeringsfasen i utforskende oppgaver. Lærerveiledningen oppfordrer læreren til å la elevene vise hvordan de har regnet/tegnet, og videre at hen løfter frem hensiktsmessige strategier. Lærerveiledningene gi også forslag til hvordan oppgaven kan differensieres, om noen elever trenger en oppgave på et høyere kognitivt nivå.

#### 4.1.4 Oppsummering av funn på forskerspørsmål 1: Hvilken struktur på utforsking legger lærerveiledningene opp til?

Analysen tyder på at eksplisitt utforskende oppgaver for det meste er tilknyttet oppgaver i elevbøkene, mens de implisitte er mer jevnt fordelt mellom elevbok og ekstraoppgaver. Av de utforskende oppgavene har en overvekt av disse en veiledet struktur. Jeg stiller meg imidlertid undrende til hvorvidt de utforskende oppgavene faktisk er utforskende. Videre hentyder analysen at i Matematikk



og Matemagisk bestemmes strukturen for det meste av det som står i oppgaveteksten i elevbøkene, mens i Multi spiller lærerveiledningen en avgjørende rolle både når det gjelder struktur og utforskningsgrad på oppgavene. Det ser også ut til at de oppgavene som inneholder alle Blomhøj sine tre faser for det meste er eksplisitte utforskende U-oppgaver og «vi tenker»-oppgaver, og her ser det ut til at lærerveiledningene til både Multi og Matematikk spiller en avgjørende rolle for om de ulike fasene følges. Analysen antyder at det i iscenesettingsfasen er lite fokus på å engasjere eleven, og den fasen som oftest ser ut til å mangle i utforskende oppgaver er fase tre, oppsummering.

## 4.2 Forskningsspørsmål 2: Hvilket syn på utforsking fremkommer i innledende del av lærerveiledningene, og hvordan følges det opp?

For å svare på dette viser jeg til resultatene fra den horisontale analysen, samt gir eksempler fra lærerveiledningene som viser i hvilken grad synet på utforsking stemmer med det som blir gjort i kapitlene som omhandler multiplikasjon. I den horisontale analysen har jeg uthevet ord som er sentrale for analysen, og i presentasjonene av funnene under har jeg uthevet flere av de samme ordene for å lettere vise koblingen til den horisontale analysen.

### 4.2.1 Lærerveiledningenes ønsker for matematikkopplæringen

Den horisontale analysen av innledende deler viser at alle tre lærerveiledningene fremsetter ønsker for hvordan matematikkundervisningen skal være, se figur 39. Alle tre ønsker en matematikkundervisning preget av **utforsking, samarbeid, kreativitet, refleksjon og kommunikasjon**. Multi legger i tillegg vekt på en undervisning som **krever innsats, og skaper engasjement og glede**. Matematikk på sin side vektlegger **elevens tenkning, diskusjon og dyp forståelse av sentrale begreper**. Matemagisk er også opptatt av begreper, og ønsker å gi elevene en **systematisk begrepsinnlæring** i tillegg til **detaljerte oppstartaktiviteter og lekpregede aktiviteter**. For å oppnå «ønskene» for undervisningen, vektlegger lærerveiledningene i innledningene en rekke arbeidsmåter som kan karakteriseres som utforskende, se figur 40. Dette er arbeidsmåter som **samarbeid, beskrive, forklare, kunne resonere, argumentere, reflektere eller begrunne, diskutere, kommunisere og presentere for andre, lytte og sette seg inn i** og forsøke å **følge og forstå andres tenkning**. Multi og Matemagisk nevner i tillegg viktigheten av at elevene får **lete etter felles egenskaper** og kunne **se sammenhenger**.

## Multi

«Vi ønsker oss en matematikkopplæring preget av **engasjement, utforskning, samarbeid, kreativitet, refleksjon, innsats, kommunikasjon** og **glede**» s. iii

## Matematikk

«Ønsker at elevene skal jobbe **utforskende** og problemløsende ...et av målene er å skape en **dypere forståelse for sentrale begreper** i matematikken ... elevene får mulighet til å **reflektere** selv og lære av hverandre» s. III. «... vårt utgangspunkt er ... alle kan lære matematikk...**feil er verdifulle** og et godt utgangspunkt for diskusjoner...**spørsmål er viktige**...matematikk handler om **kreativitet og logisk tenkning**...**samarbeid og kommunikasjon**...matematikk handler ikke om å prestere» s. III. I *Matematikk* er hovedfokuset på å **stimulere elevene til tenkning og refleksjon**. Vårt ønske er at **elevenes tenkning blir verdsatt** s. VI

## Matemagisk

«I kombinasjon med **lekpregede aktiviteter**, matematiske mysterier og samtaler vil elevene ha gode forutsetninger for å legge et solid og godt grunnlag for å mestre matematikk... og oppleve matematikk som relativt spennende og lærerikt. Gjennom **en systematisk og helhetlig innføring av grunnleggende begreper** og ferdigheter legger vi til rette for god forståelse og mestring allerede fra starten av» s. 4. «Gjennom **detaljerte forslag til oppstart av øktene**, «**matematiske mysterier**», **utforskende aktiviteter** og **samarbeidsoppgaver** kan ...enkelt legge til rette for at elevene kan **«snakke matte»** med hverandre, **reflektere, stille spørsmål** og oppleve at faget er relevant, utvikle matematisk **kreativitet** og **nysgjerrighet**» s. 5

Figur 39. Utdrag fra *Horisontal analyse, Sitater fra lærerveiledningenes angående ønsker for matematikkundervisningen*

## Multi

«Gjennom en veksling mellom **individuell...par...gruppearbeid** ..... utvikler elevene evner både til individuell og selvstendige jobbing og til samarbeid og kommunikasjon» s iv  
«Gjennom **samtale** får elevene anledning til å beskrive og forklare det de har gjort, samt å resonnerer og argumentere.» s iv.  
«elevene lærer å **kommunisere** sin matematiske tenkning klart og konsis til medelever og til lærer, og de lærer å **sette seg inn i og vurdere** andre elevers tenkemåter og strategier» s v. Legger «opp til at elevene **oppdager generelle sammenhenger**.....Gjennom varierte erfaringer og **diskusjoner** hjelpes elevene til å abstrahere og formulere sammenhengene på et generelt nivå» s v.

## Matematikk

**reflektere diskutere og lytte** til andres måter å tenke på å utvikle kognitive evner som kritisk tenkning kreativ tenkning og problemløsning, og trene på sosiale evner når de **kommuniserer samarbeider** og lytter til hverandre, og utvikle metakognitive evner og reflektere over sin egen tenkning og læring... og **presentere** ulike løsninger for hverandre og lytte for hverandres løsninger....» s VI.  
«elevene oppfordres til å **fortelle** hvordan de tenker og utvikle gode løsningsmetoder sammen.» s VI.

## Matemagisk

«**begrunne valg av strategier**» s.6. «**vurdere** og begrunne valgene sine. de må kunne **argumentere** for sin løsning....oppgaver med flere riktige svar.... **diskutere** gyldigheten i ulike løsninger... tidlig vant til å kunne **følge, vurdere og forstå** matematiske tankerekker».s. 7  
. generalisering og matematikk handler om at elevene **oppdager sammenhenger og strukturer** som kan anvendes i nye ukjente situasjoner og oppgaver....**finne felles egenskaper, se sammenhenger, systematiserer** kunnskapen sin.» s 7  
«**arbeide sammen** om oppgavene i boka... snakke sammen, lese sammen og lære av hverandre. Mange oppgaver har flere riktige svar, slik at elevene kan arbeide med den samme oppgaven men på sitt eget nivå» s 8.

Figur 40. Sitater angående utforskende arbeidsmåter i innledende del i lærerveiledningene

For å se hvordan dette ble fulgt opp i kapitlene om multiplikasjon laget jeg kategorier, og kodet analyseenheter i NVivo basert på noen av de uthevede ønskene og arbeidsmåtene fra lærerveiledningene. Ut fra kodingene (Figur 41) kan det se ut til at Matemagisk ikke oppfordrer elevene til å reflektere. Det er imidlertid også kodet svært lite av dette i de andre lærerveiledningene.

En ser også at selv om det i innledende del bare var Multi og Matemagisk som fremhevet det å lete etter mønster og se etter sammenhenger (Figur 40), så er det om lag like mange kodinger av denne arbeidsmetoden i alle tre lærerveiledningene, se figur 41. Kodingen hentyder også at Multi og Matematikk har noe mer fokus på å oppfordre elevene til å forklare og begrunne enn Matemagisk. Analysen viser at alle de tre lærerveiledningene er enige om at læreren skal tilrettelegge for at elevene skal kunne snakke og diskutere med hverandre, se figur 42. Alle tre har fått omtrent like mange kodinger i å oppfordre til samarbeid. Matematikk ser ut til å oppfordre noe mer til diskusjon, enn Matemagisk og Multi. Det er imidlertid nokså få kodinger, så grunnlaget for å slå fast at dette gjelder for hele lærerveiledningen eller bare disse kapitlene er svakt. I noen av oppgavene står det eksplisitt i oppgaveteksten at elevene skal samarbeide, men ikke nødvendigvis at de skal diskutere. Når elever samarbeider kan det hende de også diskuterer, men disse analyseenheter ble ikke kodet til «diskutere» i NVivo, bare «samarbeide».

	forklare begrunne	samarbeide	reflektere	se mønster og sammenhenger	diskutere	presentere kommunisere
<b>Matemagisk 3</b>	11	10		21	5	
<b>Matematikk 3</b>	21	13	1	23	10	4
<b>Multi 3</b>	29	10	2	16	7	3

Figur 41. antall kodinger registrert i NVivo for ulike utforskende aktiviteter fordelt på de tre lærerveiledningene.

I utforskende undervisning er poenget at elevene selv skal komme frem til en løsning. For å klare dette er en avhengig av at oppgavene er tilpasset elevenes kognitive nivå. For at oppgaver skal være tilpasset elevene uansett kognitive nivå, er en avhengig av at oppgaven kan differensieres. Ut fra kodingen i NVivo er det bare i to av lærerveiledningene at det blir gitt forslag til differensiering ved å forenkle eller utvide oppgaven, se figur 43. En annen mulig måte å utvide en oppgaves kognitive nivå på er imidlertid å stille åpne spørsmål, som for eksempel «Hva hvis...? Både Multi og Matematikk fremhever i innledningene at lærerne må stille elevene spørsmål der elevene må begrunne svarene sine, og at læreren skal introdusere eller presentere oppgavene for elevene og tydeliggjøre matematikken, og forklare hvordan ulike begreper henger sammen. Resultatene antyder at Multi og Matematikk kommer med betydelig flere forslag til spørsmål lærerne kan stille enn Matemagisk. Ut fra analysen ser det ut til at det er Matematikk som støtter lærerne mest, med tanke på å komme med forslag til åpne spørsmål (Figur 43).

## Multi

«det anbefales at lærere bruker god tid på å **introdusere** oppgavene og sikre at alle elevene har forstått hva som skal utforskes. Lærer bidrar altså til å hjelpe elevene med å forstå hva oppgaven går ut på, ikke til å løse den».s.vi

«arbeidet avsluttes med en felles **oppsummering** hvor elevene forteller om arbeidet de har gjort. Mange av utforskningsoppgavene åpner for ulike løsninger. Det er derfor lurt å **spørre**: er det noen som har løst oppgaven på en annen måte?... **variasjonen** øker elevens interesse for å beskrive forklare diskutere egne og andres løsninger. Det er også en god anledning for lærer å **vise hvordan de ulike matematiske begrepene henger sammen**» s vi.

## Matematikk

«lærerens rolle blir å **legge til rette for diskusjon og refleksjon** og at tankeprosessen som ligger bak de matematiske aktivitetene kommer tydelig frem. Læreren skal **stille de gode spørsmålene, tydeliggjøre matematikken** i det elevene sier, holde fokus i det matematiske samtalene og ha **oversikt over og innsikt i elevenes matematikkforståelse... oppmuntre elevene** til å finne flere strategier og metoder for å løse problemer.» s III. «bruk av **åpne spørsmål**» s.XI «**velg oppgaver** som fremmer matematisk resonnement og tenkning.... **presenterer oppgaven i en relevant kontekst.... legg til rette for et klassemiljø** der elevene kan diskutere og prøve forskjellige måter å løse oppgaver på... **varier undervisningen** og gi elevene varierte erfaringer... gi elevene er nok tid til læringsarbeidet... bruk rike oppgaver... **formulerer spørsmålene slik at elevene må begrunne svarene sine.....**» s XII

## Matemagisk

**Legge til rette for at elevene kan «snakke matte»** med hverandre  
**Vurdere** hvem som har forstått, og hvem som trenger mer trening s 8

Figur 42 .Hva sier lærerveiledningene om lærerens rolle i undervisningen

	forslag til spørsmål	åpne spørsmål	lukka spørsmål	Differensiering
Matemagisk	11	7	7	0
Matematikk	30	24	9	13
Multi	23	14	16	14

Figur43. NVivokodinger angående forslag til åpne og lukka spørsmål, og differensiering.

### 4.2.2 Hvorfor utforsking i matematikk

Analysen viser at lærerveiledningene i innledende deler presenterer ulike grunner for hvorfor elevene skal jobbe utforskende, se figur 44. En ting har de likevel felles: alle tre ønsker at utforsking skal bidra til at elevene skal utvikle ferdigheter i å kunne forklare eller presentere egne løsninger eller metoder for andre. NVivokodingene tyder imidlertid på at Matemagisk ikke har oppfordret til at elevene skal presentere egne løsninger, se figur 41. Det er dog få kodinger om dette også i de andre lærerveiledningene. Multi og Matematikk er enige om at når elevene selv får utvikle egne løsningsmetoder, så stimuleres kreativiteten til elevene. Matemagisk hevder på sin side at det er viktig at elevene lærer å dele opp problemer i delproblemer som så kan løses systematisk, og at hva en gjør er viktigere enn at svaret en får er korrekt (Figur 44).

For å vurdere i hvilken grad lærerveiledningene følger opp dette med å utvikle egne løsningsstrategier, har jeg sett på i hvilken grad de utforskende oppgavene har veiledet eller åpen struktur, siden disse strukturene åpner opp for at elevene selv kan velge fremgangsmåte eller løsningsstrategi.

Analysen viser at ingen av de kodete oppgaver er kodet til åpen struktur, se figur 26. Multi og Matematikk har flere oppgaver med veiledet struktur enn Matemagisk. I Multi og Matematikk er flertallet av oppgavene kodet til veiledet struktur, mens det i Matemagisk er omtrent like mange av hver struktur, men med en liten overvekt av oppgaver med strukturert struktur. Dette antyder at Multi og Matematikk i høyere grad enn Matemagisk vektlegger elevenes tenkning, i form av å vektlegge at elevene selv får velge løsningsstrategier.

### Multi

« når undervisningen tar utgangspunkt i elevenes utforskning, **stimuleres kreativiteten og øker engasjementet** og den **indre motivasjonen**» s iv.  
. « noen arbeidsformer har som hovedmål å **utvikle forståelse**, som for eksempel utforskning...» s iv.  
« elevene **lærer gjennom** utforskning og problemløsning.  
.... elevene **utvikler kompetanse i strategier** som er nyttige i problemløsning, som det å **systematisere informasjon, gjettet på en løsning og å lage en visuell representasjon** av problemet» s iv.  
Multi legger « jevnlig opp til at **elevene selv utvikler løsningsmetoder tenkemåte er å resonnering** noe som oppsummeres i par grupper og fellesskap. I oppsummeringen beskriver elevene arbeidene, **metodene og resonneringene sine, og disse beskrivelsene er utgangspunkt for påfølgende diskusjoner, begrunnelser og argumentering**» s v.

### Matematikk

i et utforskende klasserom får elevene mulighet til å **reflektere diskutere og lytte til andres måter å tenke på å utvikle kognitive evner som kritisk tenkning kreativ tenkning og problemløsning, og trene på sosiale evner** når de kommuniserer samarbeider og lytter til hverandre, og utvikle **metakognitive evner og reflektere over sin egen tenkning og læring...** og utforske sammen presentere ulike løsninger for hverandre og **lytte til hverandres løsninger...**» s VI.

### Matemagisk

Arbeidet matemagisk skal være utforskende ved at elevene ved hjelp av den solide begrepsforståelse og gode ferdigheter finner sammenhenger og bruker kjente begreper til å forklare tenkemåten sine og forstå hvordan andre elever tenker. Den **algoritmiske tankegangen er viktig for å kunne løse problemet, vi må bryte ned problemene i delproblemer** som kan løses systematisk. **Hvordan** vi kommer frem til løsningen, hva vi tenkte og hvilke strategier vi brukte, er **viktigere enn selve svaret**. Det viktigste er at elevene **kan sette ord på og forklare hvorfor de valgte** å bruke de strategiene de gjorde. Da kan vi sammen se på de ulike valgene som er gjort, og få en **dypere forståelse** for hvorfor noen strategier fører frem til riktig svar og noen ikke gjør det. De gale svarene kan gjerne løftes frem, la elevene forstå at et galt svar ofte kan lære oss mer matematikk enn et riktig.» s 6  
I Matemagisk får elevene utforske matematikk aktivt, både alene og sammen med andre s 5.

*Figur 44. Sitater angående hvorfor elever bør jobbe utforskende, fra innledende del*

## 4.2.3 Hvordan presenteres oppgavetyper og når og hvor ofte tilbys utforskende oppgaver?

For å vurdere hvilket syn lærerveiledningene har på utforskning har jeg sett på hvordan de ulike elevoppgavene i elevboken presenteres, og hvor ofte det legges opp til at elevene utforsker, se figur 45. Multi og Matematikk skriver eksplisitt i innledende del at U-oppgavene i Multi og «Vi tenker»-oppgavene i Matematikk er utforskende. Multi gir en grundig presentasjon av hvordan det er tenkt at klassen skal jobbe med disse oppgavene, blant annet at «elevene bør jobbe med disse oppgavene uten



hjelp av det påfølgende stoffet i elevboken» (Alseth et al., 2021, s. vi). U-oppgavene kommer i starten av hvert delkapittel, og på nesten hver dobbeltside er det en eller flere U-oppgaver. Multi hevder i innledningen at utforsking er en arbeidsform elevene skal møte i nesten hver undervisningsøkt. Matematikk skriver at «vi tenker»-oppgavene er «utvalgt startoppgave som hjelper klassen med å utforske og samtale om innholdet i delkapittelet» (Dahl & Nohr, 2021, s. VIII). «Vi tenker»-oppgavene kommer i starten av hvert delkapittel, etterfulgt av «Vi lærer» som viser et løsningsforslag, eller en forklaring av «Vi tenker»-oppgaven. Lærerveiledningen sier ingen ting om hvorvidt løsningsforslaget skal være tilgjengelig for elevene eller ikke, når elevene jobber med oppgaven. En kan imidlertid stille seg spørrende til om en oppgave blir utforskende når elevene kjenner løsningsstrategien, eller har umiddelbar tilgang til løsning eller forklaring til oppgaven. Dette diskuteres nærmere i kapittel 5.1.

I Matemagisk presenterer også oppgavetyperne til en viss grad, men ingen av oppgavetyperne i elevboka beskrives eksplisitt som utforskende i innledende del. Lærerveiledningen er imidlertid opptatt av å beskrive hvordan de ulike oppgavene kan hjelpe læreren med å vurdere elevenes matematikkferdigheter. I innledende del står det i Matemagisk at elevene får utforske matematikk aktivt. Matemagisk er den eneste av de analyserte lærerveiledningene som har et eget problemløsningskapittel. Dette kapitlet er plassert helt til sist i elevboken.

## Multi

«U Utforsking: utforskningsoppgave inneholder **nytt stoff**. Elevene bør jobbe med oppgaven **uten hjelp av de påfølgende stoffet i elevboka**. Det anbefales at lærere bruker god tid på å **introdusere** oppgavene og sikre at alle elevene har forstått hva som skal utforskes. Lærer bidrar altså til å hjelpe elevene med å **forstå hva oppgaven går ut på, ikke til å løse den**. Det er viktig at elevene arbeider i **par eller små grupper** her, slik at de kan inspirere og hjelpe hverandre.... etter at elevene har arbeidet med oppgaven en stund i par eller små grupper, ...arbeidet avsluttes med en **felles oppsummering** hvor elevene forteller om arbeidet de har gjort. mange av utforskningsoppgavene åpner for ulike løsninger. Det er derfor lurt å **spørre**: Er det noen som har løst oppgaven på en annen måte? **Variasjon** øker elevens interesse for å beskrive, forklare og diskutere egne og andres løsninger. Det er også en god anledning for lærer å **vise hvordan de ulike matematiske begrepene henger sammen**» s. vi.

**Forklaring**: Sentralt fagstoff blir presentert i fakta eller forklarings ruter... ofte plassert etter og i tilknytning til en utforskningsoppgave... **må sees i sammenheng med oppsummering av den foregående utforskningen**» s. vi.

Utforsking «er en arbeidsform som elevene møter i **så å si hver eneste undervisningsøkt**, noe som stimulerer elevenes **engasjement, interesse og kreativitet**» s. iii

Utforsking «er en **gjennomgående arbeidsform i Multi i alle kapitler**» s. iv

## Matematikk

«Vi tenker: er en **utvalgt startoppgave som hjelper klassen med å utforske og samtale om innholdet i det nye kapitlet**.

Vi lærer: **viser en eller flere løsninger** som dere kan studere og reflektere over sammen. På denne måten kan elevene **utvikle en god forståelse av temaet vi skal jobbe med**  
?-oppgavene kan elevene løse **sammen med klassekamerater**. her er det ofte flere måter å tenke på for å løse oppgavene. snakksammen: hva er likt, og hva er forskjellig? lytt til andres tenkemåter, og prøv å forstå hvordan de tenker» s. VIII  
«vi avslutter hvert kapittel med **problemløsningsoppgaver**» s. XI

## Matemagisk

«Samtaler og aktiviteter åpner for å **vurdere** elevenes forkunnskaper. Nøkkelhullsoppgaver... gir lærer mulighet til å **vurdere** elevenes forståelse underveis, uten å måtte rette alle oppgavene eleven har gjort.

Snakke matte gir læreren mulighet til å **vurdere** elevenes resonnementer og begrepsbruk. Vurderingsaktivitetene ved slutten av hvert tema hjelper lærer å **vurdere** om elevene er klare for å bygge ut kunnskapen sin» s. 8

«I **Matemagisk får elevene utforske matematikk aktivt, bade alene og sammen med andre**» s.5.

*Figur 45. Presentasjon av oppgavetyper, og hvor ofte det legges opp til at elevene jobber utforskende.*

### 4.2.4 Oppsummering av forskningsspørsmål 2: Hvilket syn på utforsking fremkommer i innledende del av lærerveiledningene, og hvordan følges det opp?

I motsetning til Matemagisk som selv hevder å ha mest fokus på begrepsinnlæring, lek og detaljerte oppstartaktiviteter, skriver Matematikk og Multi eksplisitt at de har fokus på utforsking, og kategoriserer også egne oppgavetyper som utforskende. På bakgrunn av horisontal analyse ser det imidlertid ut til at alle tre lærerveiledningene ønsker en matematikkundervisning preget av

utforskende aktiviteter. Ut fra resultatene fra vertikal analyse av kapitlene om multiplikasjon, kan det se ut til at ikke alle lærerveiledningene følger det like godt opp.

De tre analyserte lærerveiledningene ser alle ut til å oppfordre om lag like ofte til at elevene samarbeider og leter etter mønster og sammenhenger. Alle tre gir også forslag til spørsmål læreren kan stille elevene, som kan påvirke oppgavens utforskergrad. Utover dette ser det ut til at det er lærerveiledningen til Multi og Matematikk som i størst grad oppfordrer til utforskende aktiviteter. Begge disse lærerveiledningene gir forslag til hvordan oppgavene kan differensieres slik at de kan tilpasses elevenes kognitive nivå, og de ser ut til å ha fokus på at elevene skal presentere, forklare og begrunne egne løsninger. I lærerveiledningen til Matemagisk ser det ikke ut til å være hverken forslag til differensiering, eller vektlegging på at elevene reflekterer eller presentere løsninger for hverandre. Når det gjelder vektlegging av elevens kreativitet og tenkning, kan det basert på antall oppgaver med veiledet struktur, se ut til at Multi og Matematikk vektlegger dette i høyere grad en Matemagisk. Nå skal det imidlertid sies at Matemagisk har et eget problemløsningskapittel, som ikke er analysert i denne studien. I kapittel 5.4 diskuteres det at to av lærerveiledningene ser ut til være mer opptatt av utforsking enn den tredje.

## 5 Diskusjon

Hensikten med denne studien har vært å studere lærerveiledninger i matematikk på tredje trinn, og se på hvordan de tilrettelegger for utforskende undervisning. I denne delen diskuterer jeg funn presentert i kapittel fire opp mot teori presentert i kapittel to. Diskusjonen struktureres etter mine hovedfunn i undersøkelsen som er følgende:

1. Utforskende oppgaver er ikke nødvendigvis utforskende
2. Oppgavers utforskende struktur er ofte avhengig av om lærerne følger oppfordringer i lærerveiledningene eller ikke
3. Det slurves med den viktige oppsummeringen
4. Særlig to lærerveiledninger er opptatt av utforskning i innledende del, men det følges i varierende grad opp i resten av lærerveiledningene.

### 5.1 Utforskende oppgaver er ikke nødvendigvis utforskende

Oppbygging og ordlyd i en matematikkoppgave er sammen med lærerens tilrettelegging avgjørende for hvordan elever løser oppgaven. Ifølge analysen i denne studien kan det se ut til at alle de tre lærerveiledningene tilbyr oppgaver som kan invitere til utforskning. Dette kan anses å støtte opp under det at utforskning er et av kjerneelementene i matematikk, og finnes eksplisitt i elevenes kompetansemål. Et vesentlig funn i studien er imidlertid at utforskende oppgaver ikke nødvendigvis er utforskende.

For at en oppgave skal være utforskende er ett av kriteriene at det kognitive nivået ikke er for lavt, for eksempel ved at en kjenner løsningsstrategien på forhånd (Stein et al., 2009). U-oppgavene i Multi og «vi tenker»-oppgavene i Matematikk kategoriseres innledningsvis i lærerveiledningen som utforskede oppgavetyper. I elevboken presenteres ofte løsningen eller forklaringen på disse oppgavene umiddelbart under selve oppgaven. Se for eksempel oppgavene i figur 36 og 37. Dersom elevene løser disse oppgavene i selve elevboken, vil de ha umiddelbar tilgang til løsningsstrategien, og oppgaven vil ikke være utforskende (Stein et al. 2009). Selv om de to læreverkene presenterer flere av disse eksplisitt utforskende oppgavene på om lag samme måte, er det imidlertid en forskjell i lærerveiledningene til disse to læreverkene. I Multi står det presisert i innledende del at U-oppgavene bør løses uten at elevene har tilgang til påfølgende stoff i elevboken. Lærerveiledningen skriver ikke eksplisitt at oppgavene bør presenteres på skjerm eller kopieres ut på papir, men oppfordrer til at elevene ikke ser løsningsforslaget eller forklaringen samtidig som de arbeider med den utforskende

oppgaven. Ved å følge oppfordringen i lærerveiledningen vil U-oppgavene i Multi kunne være utforskende. I lærerveiledningen til Matematikk står det derimot ingenting om problematikken med at løsningsstrategien til «Vi tenker»-oppgavene ikke bør være tilgjengelig for elevene dersom disse oppgavene skal være utforskende. Her kan en derfor stille seg kritisk til om «Vi tenker»-oppgaven i det hele tatt kan defineres som utforskende i og med at løsningsstrategien er tilgjengelig for elevene. Skal «Vi tenker»-oppgavene i Matematikk bli utforskende er etter min mening avhengig av at læreren selv er bevisst på problematikken med at løsningen presenteres under, og på eget initiativ presenterer disse oppgavene for elevene på en slik måte at de ikke har tilgang til forklaringen i elevboken. Forskning viser på sin side at elever ofte hopper over paratekstuelle elementer som overskrifter, snakkebobler og forklaringsbokser, og bare leser brødteksten (Skjelbred, 2010). Ut fra dette kan en hevde at det å presentere løsningsforslag og forklaringer rett under en oppgave ikke vil påvirke hvorvidt oppgaven er utforskende eller ikke. Denne studien har imidlertid ikke sett på dette. For å bekrefte om Skjelbred sin forskning også gjelder når elevene jobber utforskende, trengs det mer forskning på området.

En ulempe med at U-oppgavene og «Vi tenker»-oppgavene må arbeides med utenfor elevboken for å bli utforskende, kan være at læreren må organisere oppgavene, og at de gjerne gjennomføres felles i klassen. En kan da tenke at det vil være en fordel at elevene er kommet like langt i elevboken. Læreverket Multi forsøker å løse denne utfordringen ved å forslå at en dobbeltside i elevboken «brukes som utgangspunkt for en undervisningstime», og at elevene etter innledende arbeid i elevboken benytter øvebok, eller det digitale alternativet «*Multi smart øving*» resten av timen (Alseth et al., 2020, s. iv). Ved å jobbe slik kan i prinsippet hele klassen jobbe på samme sted i elevboken, og samlet gå videre i neste undervisningstime. I praksis tenker jeg det likevel antakelig vil være elever som ikke følger samme tempo som resten av klassen. Læreverket Matematikk kommer ikke med lignende forslag om strukturering av timene.

En kan også hevde at elever ikke behøver å være kommet like langt i elevboken for å kunne utforske samme U-oppgave eller «vi tenker»-oppgave. Elever som er kommet kortere i elevboken enn sine medelever, kan ha utbytte av en utforskende oppgave selv om den er presentert lenger ut i kapittelet. Vilkåret er at den ligger innenfor elevens proksimale utviklingszone (Vygotsky, 1978). For elever som derimot er kommet lenger i elevboken, det vil si at de har jobbet seg forbi den utforskende oppgaven, eller de har for mye forkunnskaper om innholdet i den utforskende oppgaven, vil graden av utforskning oppgaven har for eleven kunne være redusert. Grunnen til dette er at elevene da kan ha fått en forståelse for hvordan oppgaven kan løses (Skovsmose, 2001). Det blir da lærerens oppgave å

differensiere oppgaven slik at den blir utforskende for alle elevene. At lærerveiledningene gir forslag til hvordan oppgaver kan differensieres, kan derfor være en god støtte for lærere.

Det er flere enn U-oppgavene og «vi tenker»-oppgavene en kan stille spørsmålstegn ved om er utforskende eller ikke. Et annet eksempel er noen av ekstraoppgavene i Matematisk. Oppgavene det henvises til gjentas i flere delkapittel. Når samme oppgave gjentas flere ganger, kan en hevde at fremgangsmåten er blitt kjent for elevene, og dermed er ikke oppgaven utforskende. Se for eksempel oppgaven i figur 31. Siden elevene i denne oppgaven skal oppdage mønsteret som dannes, og dette mønsteret varierer fra gangetabell til gangetabell, tenker jeg at en likevel kan karakterisere disse oppgavene som utforskende, på tross av at fremgangsmåten er kjent for elevene. Det kognitive kravet i akkurat denne oppgaven er imidlertid ganske lavt. Når lærerveiledningene i tillegg ikke sier noe om hvordan læreren kan undre seg sammen med elevene, eller oppfordrer til en oppsummering, kan en likevel sette i tvil om det er riktig å karakterisere oppgaven som utforskende, selv om den har noen elementer av utforsking i seg.

Som skrevet over er oppgavens kognitive nivå avgjørende for om en oppgave er utforskende eller ikke. For at en oppgave skal bli utforskende er det avgjørende at det er samsvar mellom oppgavens kognitive krav og elevens kognitive kunnskaps og modningsnivå (Botten, 2009, s. 132; Stein et al. 2009). Figur 29 viser en oppgave der elevene skal finne ut hvor mange pastillesker Mira kjøper for 20 kroner, når hver eske koster 4 kroner. For elever som kan gangetabellen vil ikke denne oppgaven være utforskende. Oppgaven er imidlertid plassert tidlig i kapittelet, før gangning er introdusert, noe som kan tyde på at det ikke er tenkt at elevene har automatisert denne kunnskapen enda. Elevene må derfor selv utforske hvordan de kan finne løsningen. Dette viser at en oppgaves plassering i kapittelet, også kan påvirke om den er utforskende eller ikke. Det kognitive nivået innenfor én og samme klasse vil også naturlig variere. For noen elever i en klasse vil denne oppgaven kunne være en tradisjonell øvingsoppgave (Skovsmose, 2001), mens den for andre er utforskende. Differensiering er derfor avgjørende. Funn i denne studien viser imidlertid at det bare i to av lærerveiledningene blir gitt forslag til hvordan oppgaver kan differensieres. Nå skal det sies at jeg ikke har analysert hele lærerveiledningen til Matematisk, så det er mulig det finnes differensieringstips i andre deler av lærerveiledningen, men det sier ikke denne undersøkelsen noe om.

En burde kanskje forvente at fagutdannede matematikklærere har fått didaktisk kunnskap om hvordan en kan tilrettelegge for utforskende undervisning gjennom sin lærerutdanning. Det viser seg imidlertid at mange lærere synes det er utfordrende og vanskelig å undervise på en utforskende måte

(Opheim & Simensen, 2017, s. 103). Forskning viser på sin side at bruk av lærerveiledninger kan ha en positiv påvirkning uansett hvilke forkunnskaper lærere har om et tema (Lin et al, 2012). Dette støttes av funnene i denne studien, som antyder at lærerveiledninger kan spille en avgjørende rolle for om oppgaver som presenteres i elevbøker blir utforskende eller ikke. At forskning viser at lærerveiledninger kan hjelpe lærere til å undervise på samme nivå, uavhengig av forkunnskaper (Lin et al, 2012), kan være et argument for at lærerveiledninger bør gi enda tydeligere oppfordringer og forklaringer på hvordan en kan undervise utforskende. Ifølge forskning kan ikke lærerveiledningene bare hjelpe lærerne til å undervise bedre, de kan også bidra til å gi lærerne større tro på at de lykkes med utforskende undervisning, og på den måten gi de intensjoner om endring (Lin et al. 2012). Å selv ønske å endre praksis er avgjørende for om en gjør en ekstra innsats for å lykkes med utforskende undervisning (Lin et al. 2012). Annen forskning viser imidlertid at matematikklærere i liten grad benytter seg av lærerveiledninger, men hevder at elevboken er en god nok veiledning (Shkedi, 1995). Om en legger til grunn funnene fra denne studie, som viser at lærerveiledninger kan spille en avgjørende rolle for om oppgaver blir utforskende eller ikke, kan en hevde at for lærere som bare benytter seg av elevboken, vil lærerens egen didaktiske kunnskap om utforskning kunne bli avgjørende for om undervisningen blir utforskende eller ikke. Dette kan igjen resultere i at manglende didaktisk kunnskap om utforskning hos læreren, vil kunne påvirke i hvilken grad elevene får tilgang til utforskende oppgaver.

Et annet element som kan påvirke i hvilken grad en oppgave er utforskende eller ikke, er hvordan oppgaven iscenesettes og gjennomføres (Blomhøj, 2021, s. 41). I utforskende undervisning er det vesentlig at elevene inviteres inn i oppgaven, men en invitasjon alene er ikke en garanti for at den godtas. Skal elever takke ja til en invitasjon må de være engasjerte i oppgaven og ønske å jobbe med den (Blomhøj, 2021, s. 39; Botten, 2009, s. 132; Skovsmose, 2001). Om elevene opplever en oppgave som engasjerende eller ikke er avhengig av flere elementer, blant annet hvordan elevboken eller læreren presenterer eller iscenesetter oppgaven (Skovsmose 2001; Blomhøj, 2021). Basert på funn i denne studien ser det imidlertid ikke ut til at lærerveiledningene har så mye fokus på hvordan lærere kan invitere og engasjere elevene. I mange av oppgavene er iscenesettingen stort sett basert på ordlyd og medfølgende bilder i selve elevoppgaven, men det finnes imidlertid unntak. Ekstraoppgaven fra Matematisk, i figur 35, iscenesettes ved hjelp av en hverdagshistorie. Å presentere oppgaven i en setting som elevene kan kjenne seg igjen i, kan engasjere og motivere elevene til å løse oppgaven (Blomhøj, 2021, s 40; Skovsmose 2001). I iscenesettingsfasen er det imidlertid viktig at læreren ikke forklare for mye. Læreren og fortellingen skal motivere elevene til å ta imot invitasjonen om å jobbe med oppgaven (Blomhøj, 2021, s 40; Skovsmose, 2001). I utforskende undervisning er det vesentlig

at elevene selv skal komme frem til en løsning. Lærerne skal støtte og hjelpe elevene, men ikke bidra med å løse oppgaven. De skal heller komme med gode spørsmål, og undre seg sammen med elevene (Blomhøj 2021, s 41; Botten, 2009, s. 132). Selv om lærerveiledningen i ekstraoppgaven i figur 35 poengterer dette, tyder resterende analyse på at dette skjer nokså sjeldent i lærerveiledningene som er studert i denne studien. I tradisjonell undervisning hjelper gjerne lærere elevene med å løse oppgavene. For å gjøre utforskende undervisning lettere å gjennomføre, kan en hevde at lærerveiledninger i større grad burde gi lærere påminnelser om hvor viktig det er at elevene selv eksperimenterer, gjetter, prøver og feiler (Fuglestad, 2010, s. 62) når de jobber utforskende. Samt at de poengterer at lærere kan «ødelegge» utforskningsprosessen ved å gi elevene for mye hjelp. Funn i denne studien som antyder at hjelpen og støtten lærerveiledningene gir lærere i å veilede og engasjere elever i utforskende aktiviteter er svak, stemmer overens med resultatene Beyer så i sin forskning (2009). Han fant at den «lærerkunnskapen» som ble minst fremmet i lærerveiledninger, var det å veilede lærerne til å engasjere elevene til selv å løse oppgaver ved å stille og svare på vitenskapelige spørsmål, samle inn og analysere data og utforme undersøkelser (2009).

Med tanke på hvordan lærerveiledninger tilrettelegger for utforskende undervisning, som er problemstillingen i denne studien, setter jeg spørsmålstegn ved om det er formålstjenlig at læreverkene markerer oppgaver som utforskende, når de nødvendigvis ikke er det. Særlig i de tilfellene der det ikke poengteres i lærerveiledningene hvordan oppgavene er tenkt brukt. Det blir ikke utforsking bare ved å skrive at elevene skal utforske. I flere tilfeller i denne studien er de eksplisitt utforskende oppgavene avhengige av lærerens egen kompetanse på utforsking for å bli utforskende. Jeg setter også spørsmålstegn ved at en av lærerveiledningene ser ut til ikke å komme med forslag til hvordan oppgaver kan differensieres. At oppgaver må differensieres for at det skal være samsvar mellom oppgaves kognitive krav og elevens kognitive kunnskaps og modningsnivå (Botten, 2009, s. 132; Stein et al., 2009) er noe en må regne med, siden læreverk er generelle, og ikke spesialtilpasset hver enkelt elev. Jeg tenker derfor at forslag til differensiering burde være tilgjengelig i alle lærerveiledningene. Oppgaver som eksplisitt kategoriseres som utforskende burde også i større grad være utforskende, uavhengig av lærerens kompetanse på utforsking.

## **5.2 Oppgavers utforskende struktur, er ofte avhengig av om lærerne følger oppfordringer i lærerveiledningene eller ikke**

Utforskende oppgaver kan ha ulik struktur, strukturen bestemmes gjerne ut fra hvordan en oppgave iscenesettes, eller presenteres for eleven. For å se hvordan lærerveiledninger tilrettelegger for



utforskende undervisning, har jeg sett på hvordan lærerveiledningene kan være med å påvirke oppgavestrukturen.

Funn i studien viser at lærerveiledningene til Matemagisk og Matematikk i liten grad påvirker oppgavens struktur, mens lærerveiledningen til Multi kan spille en avgjørende rolle for både selve utforskningen og utforskende struktur på oppgavene. Et eksempel på dette ser vi i U-oppgaven i figur 30. Slik oppgaven presenteres i elevboken er den ikke utforskende. Elevene kan enkelt svare på oppgaven ved å telle. For at oppgaven skal bli utforskende må læreren tilføre noe mer enn det som oppgis i elevboken. På den ene siden burde en kanskje forvente at matematikklærere har didaktisk kunnskap til å gjøre en oppgave som denne utforskende. På den andre siden viser studier at lærere synes det er utfordrende å undervise utforskende (Opheim & Simensen, 2017, s. 103). Det er derfor kanskje både riktig og viktig at lærerveiledninger støtter lærere i dette arbeidet. I oppgaven i figur 30 presiserer lærerveiledningen at hensikten med oppgaven er at elevene skal prøve å finne ulike måter en kan regne ut svaret på. Det er denne oppfordringen som gjør oppgaven utforskende. Lærerveiledningen beskriver ikke hvordan elevene skal finne de ulike regnemåtene, denne valgfriheten bidrar til at oppgaven får en veiledet struktur.

Et sentralt poeng i utforskning, er at elevene får mulighet til å ta i bruk egen matematisk tenkning og kreativitet (Blomhøj, 2021, s 41). Det som skiller de ulike oppgavestrukturene fra hverandre, er i hovedsak i hvor stor grad elevene blir gitt valgfrihet. Dersom det er forhåndsbestemt hvordan eleven skal løse oppgaven, og hvilke metoder eller strategier som skal benyttes, noe som er vanlig i strukturerte oppgaver, hjelper det lite om eleven har tilgang til all verdens muligheter for å løse den utforskende oppgaven (Goos, 2014, s. 443). Skal elever få mulighet til å benytte sin kreativitet, er det derfor viktig at lærere er beviste på hvordan de eller elevbøker presenterer oppgavene for elevene.

En oppgave med strukturert struktur vil være mindre utforskende enn en oppgave med veiledet struktur, siden elevene gis mer valgfrihet når oppgavene har veiledet struktur. Studien viser imidlertid at lærerveiledninger kan være med å påvirke utforskningsgraden også i strukturerte oppgaver. Et eksempel på dette ser vi oppgaven i figur 28. Elevboken beskriver både hva og hvordan elevene skal jobbe. Prosessen den ubestemte situasjonen gjennomgår for å bli helhetlig eller løst (Dewey, 1938, s. 104) er forhåndsbestemt av læreboken. Slik oppgaven presenteres i elevboken vil jeg plassere den innenfor øvingsparadigme og læringsmiljø nummer tre, «tradisjonell semi-anvendelser av matematikken» i Skovsmose sin tabell over seks ulike læringsmiljø, se figur 2. I lærerveiledningen oppfordres det imidlertid til at elevene skal diskutere hverandres løsninger, finne ut hvor mange ulike

løsninger som finnes, og forklare om noen løsninger er mer hensiktsmessig enn andre. Når elever diskuterer må de sette ord på og presentere egne tanker, de må lytte og forsøke å sette seg inn i hvordan de andre tenker. Ved å tilrettelegge for aktiviteter som dette, beveger oppgaven seg over mot læringsmiljø fire, «Semi- virkelighet i et undersøkelseslandskap», i Skovsmose sin tabell (2001). Oppgaven har fremdeles en strukturert struktur, men dette viser at lærere ved å lese og følge oppfordringer i lærerveiledningen, kan medvirke til å øke utforskningsgraden også til oppgaver med strukturert struktur.

Denne studien sier ingen ting om hvorvidt lærere følger oppfordringer i lærerveiledninger. Det at lærerveiledninger kan ha en slik påvirkning på elevenes utforskning, hentyder imidlertid hvor viktig det er at lærere leser og benytter seg av lærerveiledningene. På den andre siden burde en kanskje forvente at lærere selv har kunnskap om at en ved å gi elevene muligheter til å diskutere, finne flere løsninger, og undersøke om noen er mer hensiktsmessig, vil kunne øke utforskningsgraden til en oppgave. Jeg tenker imidlertid at lærerveiledninger som gir god støtte til lærerne, muligens vil kunne sørge for at undervisningen blir mer forutsigbar, lik, eller stabil. Med det mener jeg en undervisning som ikke er så avhengig av den enkelte lærers didaktiske kunnskap. Dette støttes også av forskning, som viser at bruk av lærerveiledninger kan få lærere med manglende kunnskaper, til å undervise på samme nivå som lærere med gode kunnskaper (Lin et al., 2012). En ulempe med dette kan på sin side være at lærere kanskje kan føle seg bundet av lærerveiledninger. De kan føle at de bare gjennomfører andres «planer», og dermed ikke får utnyttet egen kompetanse, ressurser og kreativitet. For mange lærere er det kanskje det å utfordre seg selv, og legge sitt personlige preg på undervisningen som gjør undervisningen interessant og givende.

Som presentert tidligere viser forskning at matematikklærere mener elevboken gir god nok støtte, og at de derfor benytter lærerveiledningene lite (Shkedi, 1995). En kan imidlertid hevde at lærere som bare benytter elevboken som veiledning vil få mindre innsikt i hvordan lærebokforfatterne har tenkt at en oppgave skal fungere. Funn i denne studien antyder at hvilken struktur og grad av utforskning oppgaver som presenteres i elevbøker får, ser ut til å være avhengig av oppfordringer gitt i lærerveiledningen. Det kan derfor være grunn til å oppfordre flere lærere til å ta lærerveiledninger aktivt i bruk. Forskingen som hevder at matematikklærere benytter lærerveiledninger lite er imidlertid noen år gammel. Det hadde vært interessant å sett på om dette også stemmer med dagens situasjon. Det hadde også vært interessant å undersøke hva lærere tenker om den støtten lærerveiledninger gir. Opplevs den som hensiktsmessig og god, eller opplevs den som unødvendig og overflødig. Om det fremdeles stemmer at lærere i liten grad benytter seg av lærerveiledninger, kan

det ut fra funn i denne studien se ut til at i hvilken grad elevene får jobbe utforskende i stor grad vil være opp til den enkelte lærers kompetanse. Ved bare å stole på egen didaktisk kunnskap, og opplysninger gitt i elevbøker, kan en ut fra funn i denne studien også hevde at en kan risikere at oppgavens potensiale og lærebokforfatterens hensikt med oppgavene ikke vil bli utnyttet fullt ut.

Denne studien har sett på hvordan tre lærerveiledninger i matematikk tilrettelegger for utforskende undervisning. Utvalget i studien viser at det er store variasjoner i hvordan lærerveiledningene tilrettelegger for utforskning. For å få et læreverk som er tilpasset egen didaktisk kunnskap om utforskning, egne ønsker om undervisningsmetoder og lærerstil, kan en ut fra denne studien hevde at det er viktig at lærere ikke bare vurderer elevbøker, men også leser og vurderer lærerveiledningen til et matematikkverk før innkjøp. Videre kan en hevde at det er viktig at lærere setter seg inn i hvordan hele matematikklæreverket er bygget opp, og hvordan de ulike oppgavetyperne er tenkt brukt, og ikke bare leser lærerveiledning tilknyttet enkeltoppgaver. På den måten kan lærere bedre utnytte lærebokforfatterens hensikt med oppgavene.

### **5.3 Det slurves med den viktige oppsummeringen**

I denne studien har jeg vurdert hvordan lærerveiledninger tilrettelegger for utforskning, blant annet ved å se på i hvilken grad de utforskende oppgavene har en tredelt oppbygging. En kan hevde at en tredelt oppbygging også er vanlig i en tradisjonell undervisning. Det er imidlertid ikke tredelingen i seg selv som er avgjørende, men innholdet i de tre delene, se kapittel 2.3.2. I utforskende undervisning kan særlig den tredje og oppsummerende fasen være avgjørende for om kunnskapen konsolideres. Basert på resultater i denne studien ser det imidlertid ut til at lærerveiledningene i liten grad oppfordrer til at oppgaver oppsummeres.

Analysen viser at alle lærerveiledningene har potensiale til å bli bedre på å oppfordre til den viktige oppsummeringen. Uansett om en ser på utforskning som en reflekterende undervisningsform (Schäfer, 2019, s. 218), som reflekterende inquiry (Dewey, 1938, s. 72) eller som en væremåte (Carlsen & Fuglestad, 2010, s. 42), så er det elevenes tenkning og refleksjoner som vektlegges i utforskende aktiviteter (Jensen et al., 2010, s. 5–6). Hva og hvordan elevene tenker kan en bare få innblikk i ved at elevene selv deler hva de har gjort, og hvordan de har tenkt. I en oppsummering kan læreren og medelever få innsyn i medelevers tenkning, og læreren kan lede elevenes refleksjoner slik at de til slutt kommer frem til regler og sammenhenger, og oppnår noe konstruktivt med utforskningen.

Når lærerveiledninger ikke oppfordrer lærere til å oppsummere utforskende oppgaver, kan konsekvensen være at lærere og elever får mindre kontroll over læringspotensialet i aktiviteten. Dette er på grunn av at en ikke får kontrollert at det oppstår berettigede påstander (Dewey, 1938, s. 3-4). En slik kontroll kan også legges til elevene selv, ved at de for eksempel oppfordres til å finne flere løsninger, og reflekterer over hvilke konsekvenser løsningene kan få, og eventuelt prøver ut om løsningene gjelder for flere forhold (Dewey, 1938, s. 3-4). Ved at lærerveiledninger blir flinkere til å oppfordre lærere til å oppsummere, legges denne kontrollen derimot over på lærerne. Ved å gjennomføre en felles oppsummering av aktiviteten i klassen, kan læreren sørge for at sentrale elementer eller ideer fremheves og systematiseres for alle elevene i klassen. På denne måten får alle elevene mulighet til å forstå sentrale ideer i matematikken, og sammenhenger mellom det de har utforsket og annen matematikk blir tydeliggjort for alle elevene, også de som kanskje ikke klarte å løse den utforskende oppgaven (Blomhøj, 2001, s. 41; Li & Stylianides, 2018, s. 109). Elever som ikke klarer å løse oppgaven, vil kunne delta i, og kan ha utbytte av en oppsummering. De kan få presentere hvordan de har tenkt og jobbet med oppgaven, noe som igjen kan oppleves tryggere enn å bare presentere et riktig svar, fordi det da ikke er snakk om rett eller galt (Opheim & Simensen, 2017, s. 121). Oppsummeringen er derfor sentral og viktig for å kunne utnytte læringspotensialet til utforskende oppgaver, også for elever som ikke klarer å løse oppgaven. Det å forklare hvordan en har tenkt, kan på sin side i noen tilfeller være nok til at elevene selv ser, eller forstår hva de eventuelt har gjort galt.

At lærere ikke oppfordres til å oppsummere utforskende oppgaver kan også resultere i at det ikke diskuteres hvorfor løsninger ikke kan være riktige. I en oppsummering kan feil benyttes som en ressurs (Artigue & Blomhøj, 2013, s. 801). Det kan være mer lærdom i å undersøke hvorfor en løsning ikke kan være riktig, enn å konstatere at det en allerede har gjort er rett. Det er imidlertid viktig at læreren har god kjennskap til hvordan læringsmiljøet er i sin klasse før hen lar elever presentere oppgaver som er løst feil. Dersom det ikke er etablert et trygt læringsmiljø der det å gjøre feil verdsettes som en ressurs, også blant elevene, må lærer vurdere om det er mest hensiktsmessig at «feilen» presenteres anonymt av læreren selv, for å skåne eleven.

Når det på bakgrunn av analysen i denne studien ser ut til å være lite fokus på den oppsummerende fasen i lærerveiledningene, vil dette også kunne gi negative konsekvenser for elever som strever med matematikk. Gjennom en oppsummering får elevene blant annet presentere hvilke strategier de har benyttet for å løse oppgaven. Dette resulterer i at medelever kan få kjennskap til mange ulike strategier. Ifølge forskning er det hensiktsmessig for elever som strever å kjenne til flere ulike

strategier (Opheim & Simensen, 2017, s. 122). Dersom oppsummeringen utelates i utforskende undervisning, vil det kunne redusere mengden av strategier som presenteres i klassen. Når elever vet at de skal dele strategier med hverandre i en oppsummering, kan det også bidra til å inspirere elever, som allerede kan mange strategier, til å benytte sin kreativitet til å finne nye kreative måter å løse oppgaven på. Noe som igjen vil kunne gi medelever, både de som strever og andre, kjennskap til enda flere strategier, og vise at det finnes mange måter å løse den samme oppgaven på (Opheim & Simensen, 2017, s. 122).

Studien viser at utvalgte lærerveiledninger noen, men få, ganger oppfordrer til oppsummering bare ved å skrive: «Oppgaven bør oppsummeres». En slik kommentar er med å vise viktigheten av en oppsummering, men den er ikke så hjelpsom for læreren. Andre ganger er det derimot tydeligere beskrevet hvordan oppgaven bør oppsummeres, se figur 38. Her står det: «Oppsummer gjerne i fellesskap. La elevene få vise hvordan de har tegnet/regnet. Løft frem hensiktsmessige måter å skrive, tegne på» (Dahl & Nohr, 2021, s. 102). Lærerveiledningen oppfordrer spesifikt til at elevene får presentere egne løsninger. Det å dele egne løsninger med hele klassen er et viktig moment i Blomhøjs oppsummeringsfase (2021, s. 41). Ved å løfte frem hva som er hensiktsmessige strategier løfter læreren oppsummering forbi «show and tell» (Stein et al., 2008), og kan lede klassediskusjonen i den retningen hen selv ønsker gjennom en målrettet samtale. Resultatene fra denne studien hentyder imidlertid at det ikke er ofte lærerveiledningene er så spesifikke i hvordan læreren kan oppsummere en utforskende aktivitet.

Siden oppsummering er en så viktig del av utforskende undervisning, og siden forskning viser at lærere synes utforskende undervisning er utfordrende (Opheim & Simensen, 2017, s. 103), burde kanskje lærerveiledninger bli enda flinkere til å veilede lærerne i hvordan utforskende oppgaver kan oppsummeres. En måte lærerveiledningene kan gjøre dette på er ved å oppfordre lærerne til å ta i bruk de fem prinsippene: forutse, overvåke, velge ut, planlegge rekkefølge, og hjelpe elevene å se matematiske sammenhenger (Stein et al., 2008), se kapittel 2.3.4. En av grunnene til at lærere synes det er utfordrende å undervise utforskende (Opheim & Simensen, 2017, s. 103) er sannsynligvis at elevene gis valgfrihet. Elevenes valgfrihet kan føre til at læreren mister litt av kontrollen og uforutsette hendelser vil lettere kunne oppstå. En annen grunn kan være at lærere synes det er utfordrende å gjennomføre klassesamtaler (Sherin, 2002), blant annet fordi en ikke har kontroll over hva elevene vil svare, eller spørre om. Ved å benytte de fem prinsippene i en oppsummerende klassesamtale, kan en imidlertid redusere graden av improvisasjon, og uforutsette hendelser. En vil også lettere kunne nå det matematiske målet som var tenkt med oppgaven (Stein et al., 2008). Ved å for eksempel oppfordre læreren til selv å løse oppgavene eleven skal jobbe med, vil

lærerveiledningene kunne støtte lærerne i det oppsummerende arbeidet, fordi lærerne da lettere vil kunne forutse hvilke problemer elevene vil kunne støte på (Stein et al., 2008, s. 121-123). Alternativt kan lærerveiledningene presenter ulike måter elevene kan løse oppgaven på, og ulike problemer som kan oppstå. Begge deler vil kunne støtte og trygge læreren, og minske graden av uforutsette hendelser.

Med tanke på hvordan lærerveiledninger tilrettelegger for utforskende undervisning, kan en ut fra denne studien hevde at lærerveiledninger har mest fokus på iscenesetting og gjennomføring, og i varierende grad støtter og veileder lærerne i den viktige oppsummeringsfasen av utforskende oppgaver. På bakgrunn av dette kan en hevde at mye av læringspotensialet i de utforskende oppgavene kan gå tapt. Grunnen til det er at hvorvidt en oppgave oppsummeres eller ikke ser ut til i stor grad å være avhengig av lærerens egen kunnskap om utforsking, og lærerens viten om hvor avgjørende en oppsummering kan være for hvorvidt berettigede konklusjoner trekkes etter at en har gjennomført en utforskende oppgave.

#### **5.4 Særlig to lærerveiledninger er opptatt av utforsking i innledende del, men det følges i varierende grad opp i resten av veiledningen**

I læreplanverket LK20 finner vi uttalelser om utforsking både i overordnet del, og i læreplanene for de ulike fagene. I matematikk er utforsking også et av seks kjerneelement (Kunnskapsdepartementet, 2019). Da ny læreplan ble iverksatt ble det også utarbeidet mange nye, eller reviderte læreverk. Denne studien ser på hvordan lærerveiledninger i matematikk tilrettelegger for utforskende matematikkundervisning. Det er da relevant å se på om læreverkene opprettholder de intensjonene som fremsettes med tanke på utforsking, i forord og innledning, når de beskriver oppgaver og aktiviteter i hoveddelen av lærerveiledningen.

Resultatene i studien tyder på at alle de tre analyserte lærerveiledningene ønsker en matematikkundervisning preget av utforskende aktiviteter. Alle tre vektlegger samarbeid, kreativitet, refleksjon og kommunikasjon i innledningene. Dette stemmer overens med beskrivelsen av kjerneelementet «utforsking og problemløsning» i læreplanen (Kunnskapsdepartementet, 2019). Et sentralt mål med utforskende undervisning er å bevege seg bort fra pugging av algoritmer. Ved å heller verdsette elevenes kreativitet og tenkning, kan en hevde at elever lettere lærer hvordan de kan skape sin egen kunnskap (Dewey, 1995, s. 397; Mann, 2006, s. 242; Nosrati & Wæge, 2015). Innledningenes vektlegging på kreativitet og dermed også elevens tenkning, kan sies å henge sammen med i hvilken grad det legges til rette for at elevene selv kan velge strategier. Det vil med andre ord

si i hvilken grad det tilbys utforskende oppgaver med en veiledet struktur. Kreativitet og tenkning kan på den andre siden også knyttes til det å kunne kontrollere en undersøkelse slik at det oppstår berettigede påstander (Dewey, 1938, s. 3-4). Denne kontrollen kan, som skrevet i kapittel 5.3, på den ene siden legges til elevene selv, ved at de for eksempel oppfordres til å finne flere løsninger, og reflekterer over hvilke konsekvenser løsningene kan få, og eventuelt prøver ut om løsningene gjelder for flere forhold (Dewey, 1938, s. 3-4). På den andre siden kan lærere gjennom en felles oppsummering i klassen sørge for at sentrale elementer eller ideer fremheves og systematiseres, slik at alle elevene får mulighet til å forstå matematikken (Blomhøj, 2021, s. 41; Li & Stylianides, 2018, s. 103).

Analysen hentyder at Matematikk og Multi tilbyr flest utforskende oppgaver med veiledet struktur, og det er også lærerveiledningene til Multi og Matematikk som i størst grad oppfordrer til at oppgavene oppsummeres. Ut fra dette kan en hevde at Multi og Matematikk i høyere grad enn Matemagisk vektlegger elevens tenkning gjennom at elevene selv oppfordres til å vurdere og velge løsningsstrategier, og ved at lærerveiledningen oppfordrer til at oppgavene oppsummeres. I denne sammenheng er det imidlertid verdt å nevne at syv av oppgavene som er kodet som utforskende i Matematikk er «vi tenker»-oppgaver, og stort sett alle disse er kodet til veiledet struktur, og de inneholder alle de tre fasene til Blomhøj. I kapittel 5.1 stiller jeg imidlertid spørsmålstegn ved om disse oppgavene er utforskende. Dersom en fjerner alle «vi tenker»-oppgave fra NVivokodingene, vil Matematikk ende opp med 19 veiledende oppgaver og bare ni som oppsummeres, noen som er et betydelig lavere antall enn det en finner i Multi. Ut fra dette kan en hevde at selv om Matematikk har vektlagt viktigheten av elevtenkning i innledende del, så følges ikke dette helt opp i hoveddelen, i alle fall ikke med tanke på utforskende aktiviteter i multiplikasjonskapitlene.

Når det gjelder samarbeid, så er ikke det en nødvendighet ved utforskning, men med tanke på at oppgavene bør ligge innenfor elevenes proksimale utviklingszone, kjennetegnes jo det nettopp ved at en ikke umiddelbart er i stand til å løse oppgaven alene, men at en kan klare det sammen med andre (Vygotsky, 1978, s. 86). Analysen viser at alle lærerveiledningene oppfordrer omtrent like ofte til samarbeid. Dette kan tolkes som et ønske om utforskende aktiviteter, men en kan på den andre siden også samarbeide uten at aktiviteten er utforskende.

Dersom en setter lit til at logikk og logisk tenkning oppstår i utforskningsoperasjoner (Dewey, 1938 s. 3-4), og at en bare viser evne til logisk tangegang når en reflekterer over prosessene i utforskningen, vil det at lærerveiledningene i innledningen vektlegger refleksjon kunne være en indikasjon på at de

ønsker å tilrettelegge for utforskende undervisning. At refleksjon er viktig i utforskning støttes av både Jensen et al., som sier at utforskning vektlegger elevens tenkning og refleksjon (2010, s. 5-6) og Schäfer, som sier at utforskning er en reflekterende undervisningsform (2019, s. 218). Nå viser imidlertid NVivokodingene at det ikke er kodet så mange analyseenheter tilknyttet refleksjon. Dette trenger imidlertid ikke bety at elevene ikke oppfordres til å reflektere. En mulig feilkilde kan være at jeg, når lærerveiledningene har benyttet ord som: tenke over, vurdere, forklare eller beskrive, i stedet for å kode analyseenhetene i kategorien «reflektere», bare har kodet de som forklare/beskrive. Selv om det ikke er skrevet eksplisitt i oppgaven at elevene skal reflektere, vil elever reflektere når de vurderer og beskriver hvilke strategier de skal/kan benytte eller forklarer hvilken løsning de likte best. Disse analyseenhetene burde i noen tilfeller antakelig også vært kodet som refleksjon. Ut fra analysen (Figur 41) er det langt flere kodings knyttet til å forklare/beskrive enn reflektere, noe som kan hentyde at lærerveiledningene likevel oppfordrer til at elevene skal reflektere.

Resultatene i studien indikerer at Matematikk og Multi ofte oppfordrer til at elevene skal forklare og begrunne, mens Matemagisk gjør det bare halvparten så ofte. Siden det er elevene selv som konstruerer egen kunnskap, vil det å selv være aktiv i egen læreprosess være avgjørende for å kunne tilegne seg og utvikle kunnskap (Botten, 2009, s. 99; Karlsen, 2014, s. 18). Pugging og terping uten forståelse vil derimot kunne gi elever en feil holdning til matematikk, og gjøre det vanskeligere for dem å lære matematikk (Botten, 2009, s. 93). For at elever skal kunne forklare for klassen hva de har gjort, er det avgjørende at de velger en metode der de forstår hva de har gjort (Stein et al., 2008, s. 315–316). At lærerveiledningene tilbyr elevene oppgaver der de må forklare og begrunne sine svar, og ikke bare finne en riktig løsning, er derfor viktig for elevenes læreprosess (Opheim & Simensen, 2017, s. 118).

Når elevene diskuterer, må de sette ord på/presentere egne tanker. De må lytte og forsøke å sette seg inn i hvordan andre tenker. Dette er også viktig i utforskende undervisning. Denne studien hentyder imidlertid at det oppfordres lite til både diskusjon, kommunikasjon og presentasjon i alle tre lærerveiledningene. Dette trenger imidlertid ikke bety at det ikke oppfordres til det, men kanskje er ikke disse ordene eksplisitt benyttet. Når elever skal snakke sammen må de nødvendigvis kommunisere, og når lærer stiller åpne spørsmål, må elevene presentere sin tankegang. NVivokodingene kan derfor være misvisende i forhold til i hvilken grad lærerveiledningene oppfordrer til disse aktivitetene. I den horisontale analysen fremkommer det imidlertid at alle tre lærerveiledningene i innledende deler, fremmer mål om at elevene gjennom utforskning skal utvikle ferdigheter i å forklare eller presentere egne løsninger for andre. Ut fra kodingen i NVivo ser det ut



til at Matemagisk ikke oppfordrer til at elevene presenterer egne løsninger. Resultatene fra NVivo viser imidlertid at det også er svært få kodinger av dette i de andre lærerveiledningene. En ser imidlertid at det i alle tre lærerveiledningene finnes analyseenheter som er kodet til «samarbeid» og «kommunikasjon». For å få til et godt samarbeid er elevene avhengige av å fortelle hverandre hva de tenker, og de vil dermed måtte presentere for sine samarbeidspartnere, hvordan de tenker at en oppgave kan løses. Dette kan tyde på at selv om det ikke er kodet så mange analyseenheter som inneholder koden fortelle, presentere og kommunisere, så trenger ikke det bety at elevene ikke kommuniserer og presenterer løsninger for hverandre når de jobber sammen med utforskende oppgaver.

I innledningen legger Multi vekt på at elevene skal engasjeres, noe som kan knyttes til behovet for at elevene inviteres inn i utforskende oppgaver, og takker ja til invitasjonen. Skal elever takke ja til en invitasjon må de være engasjert i oppgaven og ønske å jobbe med den (Blomhøj, 2021, s. 39; Botten, 2009, s. 132; Skovsmose, 2001). Om elevene opplever en oppgave som engasjerende eller ikke er imidlertid avhengig av flere elementer, se kapittel 5.1. Et av disse elementene er om det er samsvar mellom oppgavens kognitive krav og elevenes kognitive kunnskaps- og modningsnivå (Botten, 2009, s. 132; Stein et al., 2009). Siden elevens kognitive kunnskapsnivå innenfor en klasse naturlig vil variere, mener jeg at i hvilken grad lærerveiledningene legger til rette for differensiering, vil kunne si noe om hvorvidt oppgavene vil engasjere elevene eller ikke. Analysen viser at det ikke er kodet en eneste analyseenhet under koden «differensiering» i Matemagisk, mens lærerveiledningene både til Matematikk og Multi kommer med forslag til hvordan enkelte oppgaver kan differensieres ved å forenkles, eller utvides. Funnene antyder at Matematikk og Multi er mer opptatt av å hjelpe læreren med å tilpasse oppgavene til den enkelte elevs kognitive kunnskapsnivå enn Matemagisk. Nå skal det sies at jeg ikke har analysert hele lærerveiledningen til Matemagisk, så det er mulig det finnes differensieringstips i andre deler av lærerveiledningen, men det sier denne undersøkelsen ikke noe om.

Forskning viser at det å få elever engasjert i utforskende undervisning også kan ha å gjøre med hvilken lærestil elevene liker (Boaler, 1998). En av fem elever misliker utforskende undervisning (Boaler, 1998). Disse elevene vil det til tross for differensiering, kunne være vanskelig å engasjere.

En konsekvens av dette kan være at selv om en opplever at en ikke greier å engasjere alle elevene i utforskende aktiviteter, så må en ikke la seg stoppe. Målet er at elevene selv skal bli i stand til å konstruere sin egen kunnskap (Botten, 2009, s. 99; Karlsen, 2014), og forskning viser at elever som får jobbe med utforskende oppgaver lettere klarer å tilpasse og anvende sin kunnskap i nye ukjente

situasjoner, enn de som jobber i mer tradisjonelle øvingsparadigmer (Boaler, 1998). Forskningen til Boaler er noen år gammel, så det er mulig at et økende fokus på, og anvendelse av utforskende arbeidsmåter, kan ha endret andelen av elever som misliker utforskende arbeidsmåte. For å finne ut av det trengs det mer forskning. Størrelsen på denne andelen er imidlertid mindre vesentlig, det viktige er at oppgavene elevene gis i størst mulig grad engasjerer elevene.

I Matemagisk legges det i tillegg til samarbeid, kreativitet, refleksjon og kommunikasjon, vekt på begrepsinnlæring og detaljerte oppstartaktiviteter og lekpregede aktiviteter. Begrepsinnlæring og lek er aktiviteter som kan kombineres med utforsking, men når det kommer til «detaljerte oppstartaktiviteter» harmonerer ikke dette helt med en utforskende undervisning. For å demonstrere dette presenterer jeg hvordan Matemagisk innleder multiplikasjonskapitlet.

I Matemagisk starter multiplikasjonskapitlet med et myldrebilde, der det i lærerveiledningen er mye fokus på repetering av tidligere lærte begreper som linje, plass, retning, stilling, addisjon og subtraksjon, og elevene skal fortelle hva de ser på bildet. Lærerveiledningen nevner også at elevene i løpet av kapitlet kan komme med flere egenskaper knyttet til bildet. Denne oppstarten minner lite om utforsking. Lærerveiledningen fortsetter med «tips til oppstart»: «Legg frem flere like store mengder og tell antallet sammen med elevene. Finnes det en effektiv måte å telle antallet kjappere på? Skriv opp mengdene på tavle som gjentatt addisjon, og deretter som multiplikasjon....» (Fritzen et al., 2021, s. 180). Her oppfordres det til at læreren skal forklare multiplikasjon, riktignok med innspill fra elevene. Fokuset ser ut til å være på en tradisjonell gjennomgang av nytt stoff. Det vil si en undervisning der lærer starter med å gjennomgå noe nytt etterfulgt av øvingsoppgaver tilknyttet den nye kunnskapen (Botten, 2009, s.128-129).

Elevboken og lærerveiledningen fortsetter med et spill, før det kommer en ny forklaring om hva multiplikasjon er, før elevene starter med øvingsoppgaver der de hermer etter det læreren har fortalt, og eksemplene i boka. Spillet, der elevene skal trille terning for så å flytte brikken sin tre ganger antallet på terningen, kunne ha vært en fin oppstart oppgave dersom den ikke hadde inneholdt en så detaljert regelforklaring, og dersom lærerveiledningen hadde fokusert på viktigheten av en oppsummering der elevene får dele sine strategier med klassen (Blomhøj, 2021, s. 41; Opheim & Simensen, 2017, s. 121–122). Matemagisk sitt fokus på «detaljerte oppstartaktiviteter» i innledende del, og hvordan multiplikasjonskapitlet innledes harmonerer, men det er i liten grad kompatibel med en utforskende undervisning.

Multi og Matematikk nevner i innledningen viktigheten av å lete og se etter mønster og sammenhenger. Analysen viser at dette er aktiviteter som alle lærerveiledningene oppfordrer til i nokså stor grad. Det å oppdage mønster, og se sammenhenger er viktige egenskaper for å kunne generalisere, og generalisering er viktig for å kunne utvikle en relasjonell forståelse av for eksempel en regel (Opheim & Simensen, 2017, s. 111-112). Det at alle de tre analyserte lærerveiledningene oppfordrer til dette antyder at de alle tre vektlegger utforsking.

I utforskende undervisning er det veien til målet som er det viktige, ikke at en kommer frem til korrekt svar (Kunnskapsdepartementet, 2019). I innledende del av Matematisk fremheves viktigheten av å kunne dele opp et problem i delproblemer, og at dette er viktigere enn at svaret nødvendigvis er korrekt. I analysen av Multiplikasjonskapitlet finner jeg imidlertid lite som støtter opp om denne holdningen, det vil imidlertid ikke si at dette gjelder hele lærerveiledningen. Matematisk er det eneste læreverket, av de tre jeg har analysert, som har et eget kapittel som heter «problemløsning». Dette kapitlet er plassert helt til sist, og er ikke analysert i denne studien. Det er derfor mulig at oppgavene i dette kapitlet særlig vektlegger fremgangsmåten fremfor korrekt svar, det sier imidlertid ikke denne analysen noe om.

I innledende del i Multi fremheves utforsking som en gjennomgående aktivitetsform, og elevene skal møte utforsking i stort sett hver eneste undervisningsøkt. Analysen viser at det på omtrent hver eneste dobbeltside i elevboken finnes en eller flere U-oppgaver. I tillegg er det kodet en god del implisitte utforskende oppgaver. Funnene antyder at elever som benytter læreverket Multi ofte får jobbe med utforskende aktiviteter akkurat slik det hevdes i innledningen. Det er likevel et men her, for analysen viser også at de fleste U-oppgavene ikke vil være utforskende om elevene jobber selvstendig med de i elevboken. En utforskende undervisning med læreverket Multi fordrer derfor at læreren styrer mye av timene, se også kapittel 5.1.

I innledende del i Matematikk fremheves det at hvert delkapittel starter med en utvalgt «vi tenker»-oppgave. Problematikken med «vi tenker»-oppgavene er presentert i kapittel 5.1. Foruten disse oppgavene tilbys det flest implisitte utforskende oppgaver. Disse er nokså jevnt fordelt mellom ekstraoppgaver, og oppgaver i elevboken. Jeg vil derfor hevde at for elever som benytter læreverket Matematikk, vil det være opp til den enkelte lærer hvor ofte elevene får møte utforskende oppgave, alt etter hvor mange ekstraoppgaver læreren velger å presentere for elevene.

Når jeg i denne studien undersøkte hvordan lærerveiledninger i matematikk tilrettelegger for utforskende matematikkundervisning var det relevant å se på om læreverkene opprettholder de intensjonene som fremsettes med tanke på utforsking, i forord og innledning, når de beskriver oppgaver og aktiviteter i hoveddelen av lærerveiledningen. Analysen hentyder at to av de tre lærerveiledningene, som er analysert, er opptatte av utforsking. Den tredje er også det, men skriver det ikke så eksplisitt i innledningen, og det følges heller ikke så mye opp i selve læreverket. Utforsking nevnes riktignok i innledningen i forbindelse med omtale av kjerneelementene, men det virker som dette mest er en parafrasering av læreplanverket. Funn og tolkning hentyder at det er læreverket Multi som er mest gjennomført med tanke på fokus på utforskende undervisning, både i innledende del og hoveddel. Utforskende undervisning med læreverket Multi er på den andre siden helt avhengig av at læreren følger lærerveiledningen, eller at lærere selv har nødvendig kompetanse i utforskende undervisning.

## 6 Konklusjon

I denne studien har jeg gjennomført en dokumentanalyse av tre lærerveiledninger i matematikk. Målet med undersøkelsen har vært å se på hvordan lærerveiledninger i matematikk benytter eller oppfordrer til, og støtter lærere i å drive en utforskende undervisning. Problemstillingen for oppgaven var følgende: Hvordan tilrettelegger lærerveiledninger for utforskende undervisning i matematikk på tredje trinn? Studien ble videre avgrenset til temaet multiplikasjon. Grunnen til at jeg ønsket å studere dette var at utforskende undervisning har fått ett større eksplisitt omfang i kunnskapsløftet LK20, og jeg ønsket å se på hvilken hjelp og støtte lærerveiledninger gir lærerne i arbeidet med å undervise utforskende i matematikk.

### 6.1 Konklusjon

Til hjelp for å svare på problemstillingen har jeg benyttet meg av følgende forskningsspørsmål:

- Hvilke utforskende strukturer legger lærerveiledningene opp til?
- Hvilket syn på utforsking fremkommer i innledende deler, og hvordan følges det opp?

Studien viser at det varierer nokså mye både hvilke intensjoner lærerveiledningene legger opp til i innledende deler, og hvordan de tilrettelegger for utforsking. Resultatene antyder at to av tre lærerveiledninger er opptatte av utforskende undervisning. Disse to skriver det eksplisitt i innledningen, og har kategorisert egne oppgavetyper i elevboken som utforskende. Analysen viser at også den tredje lærerveiledningen inneholder utforsking, selv om det ikke skrives eksplisitt i innledningen til denne lærerveiledningen. Utfra analysen ser det imidlertid ut til å være noe mindre fokus på utforsking i denne lærerveiledningen, enn i de to andre.

Siden lærerveiledningene er ulike i hvordan de vektlegger og tilrettelegger for utforsking, er det vanskelig å si noe generelt om hvordan tilretteleggingen gjøres. Jeg vil likevel avslutningsvis forsøke å trekke frem noen likhetstrekk og forskjeller, samt viktige funn i studien.

I alle lærerveiledningene finnes det både eksplisitt utforskende oppgaver der det beskrives direkte at elevene skal utforske, og implisitt utforskende oppgaver som inneholder utforskende elementer, uten at det står at elevene skal utforske. De eksplisitte oppgavene er for det meste oppgaver som presenteres i elevbøkene, mens de implisitte fordeler seg nokså jevnt mellom oppgaver som presenteres i elevbøkene, og ekstraoppgaver som bare finnes i lærerveiledningene. En overvekt av de

utforskende oppgavene både i elevbøkene og ekstraoppgavene, ser ut til å ha en veiledet struktur, noe som gir elevene en viss valgfrihet til å velge metoder og strategier selv.

Foruten å gi forslag til utforskende ekstraoppgaver gir lærerveiledningene tips, hjelp og støtte, som både kan bidra til at oppgaver som i utgangspunktet ikke er utforskende blir utforskende. Dette gjøres blant annet ved at lærerveiledningene poengterer hensikten med oppgaven, eller de kommer med forslag til åpne og lukkede spørsmål læreren kan stille elevene. Lærerveiledningene oppfordrer også ofte til at elevene skal samarbeide eller lete etter mønster og sammenhenger. Noen, men ikke alle tre lærerveiledningene gir også forslag til hvordan oppgaver kan differensieres både i form av forenkling og utvidelse, og oppfordrer lærerne til å la elevene forklare, begrunne og presentere sine egne løsninger.

Et av hovedfunnene i studien er at selv om oppgaver karakteriseres som utforskende, er ikke det noen garanti for at de faktisk er utforskende. Lærerne må ofte tilrettelegge for utforsking på en eller annen måte. Når det gjelder U-oppgavene i Multi, tilbyr lærerveiledningen god veiledning om hva lærerne bør gjøre for at oppgavene skal bli utforskende. Studien viser imidlertid at slik nødvendig tilrettelegging ikke alltid er tilgjengelig i tilhørende lærerveiledninger, jamfør problematikken med «Vi tenker»-oppgavene i Matematikk i kapittel 5.1. I lærerveiledningen til Matematikk står det for eksempel ikke noe om at elevene ikke bør ha tilgang til forklaring og løsningsforslag når de jobber med «vi tenker»-oppgavene. En konsekvens av disse funnene tenker jeg kan være at det for enkelte læreverker kan være helt avgjørende at lærere har tilgang til, og benytter lærerveiledningen aktivt, for at oppgavene skal bli utforskende. Lærerne må også ha satt seg godt inn i hele lærerveiledningen, inkludert innledende deler, for å kunne utnytte oppgavens utforskende potensiale. For andre læreverker vil det imidlertid ikke være tilstrekkelig å sette seg inn i lærerveiledningen. Læreren må i tillegg selv ha gode didaktiske kunnskaper om utforskende undervisning for at oppgavene som presenteres i læreverket skal kunne bli utforskende for elevene. Et annet viktig funn i studien er at en del av de utforskende oppgavene bare inneholder de to første fasene, iscenesettelse og gjennomføring, i Blomhøj sin trefasede modell. Alle lærerveiledningene i denne studien har derfor potensiale til å bli bedre på å både oppfordre til at utforskende oppgaver oppsummeres, samt å presisere hvordan denne viktige oppsummeringsfasen av utforskende oppgaver kan gjennomføres.

Studien kan oppsummeres i følgende konklusjon: Lærerveiledninger i matematikk ser ut til å tilrettelegge for utforskende matematikk både i ulik grad og på ulike måter. Som en følge av dette bør skoler og lærere ikke bare studere elevbøker, men også lærerveiledninger, når nye læreverker skal

vurderes for innkjøp. Slik kan en få et læreverk, og en lærerveiledning som er tilpasset lærerens undervisningsstil og kompletterer hens fagdidaktiske kunnskap om utforskende undervisning.

## 6.2 Avsluttende kommentarer til studien

### 6.2.1 Videre studier:

I denne studien har jeg tatt utgangspunkt i ett tema i tre lærerveiledninger, noe som kan sies å være et begrenset utvalg. Resultatene trenger ikke være representativt for andre tema eller andre lærerveiledninger. Jeg tenker likevel at studien kan si noe om hvordan lærerveiledninger tilrettelegger for utforskende undervisning. Studien sier ikke noe om hva lærere velger å gjøre i undervisningssituasjoner. Det kunne imidlertid vært interessant i en senere studie å undersøke hvordan lærerveiledninger og elevbøker fungerer i en klasse eller hvorvidt lærere benytter seg av lærerveiledningene. Det hadde også vært interessant å undersøke hvordan lærere opplever de ulike lærerveiledningene, hvilken støtte de mener at de gir, og om det eventuelt er noe de savner. Denne studien har bare sett på trykte lærerveiledninger, men det hadde vært interessant å analysere digitale lærerveiledninger, og sett på om det er noen markant forskjell på lærerveiledninger til heldigitale læreverk og de lærerveiledningene som er analysert i denne studien.

### 6.2.2 Egen tolkning og vurdering av de analyserte lærerveiledningene

Avslutningsvis vil jeg med bakgrunn i min analyse og tolkning, gi en personlig vurdering av hvordan jeg opplever at de tre lærerveiledningene i denne studien fokuserer på og tilrettelegger for en utforskende undervisning.

#### 6.2.2.1 *Matemagisk 3AB Lærerveiledningen*

I innledende del til Matemagisk er det mest fokus på begrepsinnlæring, lekpregede aktiviteter og detaljerte oppstartsaktiviteter. De nevner riktignok at også utforskende aktiviteter, samarbeid og refleksjon er viktig. Slik jeg opplever Matemagisk er dette et læreverk og en lærerveiledning som er best tilpasset lærere som ønsker en mer tradisjonell undervisningsform. Med dette mener jeg en undervisning der lærer først repeterer og gjennomgår nytt fagstoff, deretter jobber elevene med øvingsoppgaver der de drilles i det fagstoffet læreren har gjennomgått. Lærerveiledningen inneholder riktignok oppgaver med utforskende elementer, de er imidlertid få og har ofte en strukturert struktur. Lærerveiledningen oppfordrer heller ikke læreren til å oppsummere oppgavene slik at matematikken elevene kommer frem til blir delt med resten av klassen, og kan tydeliggjøres for elevene. Det virker som om hovedfokuset i dette matematikkverket er mer en tradisjonell undervisningsform enn en

utforskende. Ved hjelp av Skovsmose (2001) sine uttrykk om læringsmiljø, tenker jeg at det virker som om det er mer «øvingsparadigme» enn «undersøkelseslandskap» i Matematisk.

#### 6.2.2.2 *Matematikk 3A- og Matematikk 3B Lærerveiledning*

Matematikk er et læreverk som har en grundig innledende del der mange viktige matematiske prinsipper gjennomgås. Innledende del gir inntrykk av at læreverket er opptatt av utforskende undervisning. Læreverket kategoriserer egne elevoppgaver («vi tenker»-oppgavene) som utforskende. Selv om oppgaver i elevboken karakteriseres som utforskende er det, som diskutert over, ikke noen garanti for at de er utforskende uten at lærer tilrettelegger på en eller annen måte. Denne studien viser at slik nødvendig tilrettelegging ikke alltid er tilgjengelig i tilhørende lærerveiledning. «Vi tenker»-oppgavene i Matematikk er et eksempel på dette. Ved å presentere løsningsstrategier og forklaringer rett under «vi tenker»-oppgavene i elevboken, uten at det presiseres i lærerveiledningen at elevene ikke kan ha tilgang til dette når de jobber med oppgaven, reduseres «vi tenker»-oppgavens utforskende potensiale. Læreverket inneholder likevel en god del implisitte og eksplisitte utforskende oppgaver, med en nokså jevn fordeling mellom strukturert og veiledet struktur. Jeg stiller imidlertid spørsmålsteget ved hvorfor de har valgt å plassere problemløsningsoppgaver i slutten av hvert kapittel istedenfor å innlede med denne typen oppgave slik som blant annet Skovsmose (2001) anbefaler. Når elevene har kunnskaper om strategier og regneteknikker som skal benyttes i en utforskende problemløsningsoppgave kan det redusere graden av utforskning oppgaven tilbyr, og den kan bli mer en øveoppgave (Skovsmose, 2001). Læreverket Matematikk kan fungere godt til en utforskende undervisning. Jeg tenker imidlertid at det vil være en fordel om lærere som benytter dette læreverket har gode kunnskaper om utforskning. Da oppdager de muligens selv problemet med «Vi tenker»-oppgavene, og velger å tilrettelegge for at elevene ikke har tilgang til løsningen eller forklaringen under, men heller benytter dette i en påfølgende oppsummering. Min analyse og tolkning hentyder at Matematikk har gode intensjoner om at elevene skal utforske, men at læreverket i kapitlene om multiplikasjon ikke helt klarer å opprettholde disse intensjonene.

#### 6.2.2.3 *Multi 3A- og Multi 3B lærerens bok*

Læreverket Multi er i innledende del opptatt av utforskning og uttaler at utforskning er en gjennomgående arbeidsform i læreverket, og at elevene vil møte denne arbeidsformen i nesten hver eneste undervisningsøkt. Multi har egne oppgaver i elevboken som kategoriseres som utforskende U-oppgaver. Også i Multi presenteres ofte løsningen eller forklaringen rett under U-oppgavene. Her presiseres det imidlertid i innledningen av lærerveiledningen at elevene ikke skal ha tilgang til dette under utforskningen, men at løsningen gjerne kan benyttes i oppsummeringen. Dette viser hvor viktig det kan være at lærerne har tilgang til lærerveiledningen. Det viser også hvor viktig det er at lærerne



leser innledende del, og ikke bare sidene som tilhører de sidene elevene skal jobbe med i en spesiell time. Multi tilbyr mange utforskende elevoppgaver, nesten på hver dobbelttoppslag i elevboken tilbys det en U-oppgave, og lærerveiledningen følger ofte opp med å oppfordre til at oppgavene oppsummeres. Jeg opplever at intensjonene i innledende deler av lærerveiledningen til Multi, angående utforskning, følges godt opp i kapitlene som omhandler multiplikasjon.

## Referanseliste

- Akselsen, H., & Lund, M. W. (2021). Utforskning og problemløsning i matematikklærebøker gjennom et sosiokulturelt perspektiv -En komparativ innholdsanalyse av utvalgte oppgavetekster i tre matematikklærebøker på 8. Trinn. [Masteroppgave, University of South-Eastern Norway]. <https://hdl.handle.net/11250/2985335>
- Alseth, B., Arnås, A.-C., & Røsseland, M. (2020). Multi 3A, 3. utg.: Matematikk for barnetrinnet : Lærerens bok (3. utgave.). Gyldendal.
- Alseth, B., Arnås, A.-C., & Røsseland, M. (2021). Multi 3b, 3. utg.: Matematikk for barnetrinnet : Lærerens bok (3. utgave.). Gyldendal.
- Alseth, B., Breiteig, T., & Brekke, G. (2003). Endringer og utvikling ved R97 som bakgrunn for videre planlegging og justering—Matematikkfaget som kasus. Telemarksforskning Notodden. <https://openarchive.usn.no/usn-xmlui/handle/11250/2439972>
- Anker, T. (2020). Analyse i praksis: En håndbok for masterstudenter (1. utgave). Cappelen Damm akademisk.
- Artigue, M., & Blomhøj, M. (2013). Conceptualizing inquiry-based education in mathematics. *ZDM*, 45(6), 797–810. <https://doi.org/10.1007/s11858-013-0506-6>
- Asdal, K., & Reinertsen, H. (2020). Hvordan gjøre dokumentanalyse: En praksisorientert metode (1. utgave.). Cappelen Damm akademisk.
- Bakken, J., & Andersson-Bakken, E. (2021). Innholdsanalyse. I E. Andersson-Bakken & C. P. Dalland (Red.), *Metoder i klasseromsforskning: Forskningsdesign, datainnsamling og analyse* (s. 305–326). Universitetsforlaget.
- Beyer, C. J., Delgado, C., Davis, E. A., & Krajcik, J. (2009). Investigating teacher learning supports in high school biology curricular programs to inform the design of educative curriculum materials. *Journal of Research in Science Teaching*, 46(9), 977–998. <https://doi.org/10.1002/tea.20293>
- Bjerke, C., & Johansen, R. (2017). Vurdering av lærebøker for førsteklasingene. I R. Johansen (Red.), *Begynneropplæring i Norskfaget* (s. 152–171). Gyldendal akademisk.
- Blikstad-Balas, M., & Klette, K. (2021). Video i klasseromsforskning. I E. Andersson-Bakken & C. P. Dalland (Red.), *Metoder i klasseromsforskning: Forskningsdesign, datainnsamling og analyse* (s. 305–326). Universitetsforlaget.
- Blomhøj, M. (2021). Samspill mellom fagdidaktisk forskning og utvikling af matematikundervisning—Belyst gjennom erfaringer fra et utviklingsprosjekt i undersøgende matematikundervisning. *Sammenlignende Fagdidaktik*, 6, 29–50. <https://doi.org/10.7146/sammenlignendefagdidaktik.vi6.127569>

- Boaler, J. (1998). Open and Closed Mathematics: Student Experiences and Understandings. *Journal for Research in Mathematics Education*, 29(1), 41–62. <https://doi.org/10.2307/749717>
- Botten, G. (2009). *Meningsfylt matematikk: Nærhet og engasjement i læringen* (3. utg.). Caspar forlag.
- Bratberg, Ø. (2021). *Tekstanalyse for samfunnsvitere* (3. utgave.). Cappelen Damm akademisk.
- Bruder, R., & Prescott, A. (2013). Research evidence on the benefits of IBL. *ZDM*, 45(6), 811–822. <https://doi.org/10.1007/s11858-013-0542-2>
- Carlsen, M., & Fuglestad, A. B. (2010). Læringsfellesskap og inquiry for matematikkundervisning. *Tidsskriftet FoU i praksis*, 4(3), 39–60. <https://docplayer.me/5952839-Laeringsfellesskap-og-inquiry-for-matematikkundervisning.html>
- Charalambous, C. Y., Delaney, S., Hsu, H.-Y., & Mesa, V. (2010). A Comparative Analysis of the Addition and Subtraction of Fractions in Textbooks from Three Countries. *Mathematical Thinking and Learning*, 12(2), 117–151. <https://doi.org/10.1080/10986060903460070>
- Colburn, A. (2000). An Inquiry Primer. *Science Scope*, 23(6), 42–44. <http://www.cyberbee.com/inquiryprimer.pdf>
- Dahl, H. H., & Nohr, M.-E. (2021). *Matematikk 3A fra Cappelen Damm: Lærerveiledning* (Utgave 1.). Cappelen Damm.
- Dahl, H. H., & Nohr, M.-E. (2022). *Matematikk 3B fra Cappelen Damm: Lærerveiledning* (Utgave 1.). Cappelen Damm.
- Dewey, J. (1938). *Logic The Theory Of Inquiry*. Henry Holt and Company. [https://ia801500.us.archive.org/13/items/JohnDeweyLogicTheTheoryOfInquiry/%5BJohn\\_Dewey%5D\\_Logic\\_-\\_The\\_Theory\\_of\\_Inquiry.pdf](https://ia801500.us.archive.org/13/items/JohnDeweyLogicTheTheoryOfInquiry/%5BJohn_Dewey%5D_Logic_-_The_Theory_of_Inquiry.pdf)
- Dewey, J. (1995). Science as Subject-Matter and as Method. *Science & Education*, 4(4), 391–398. <https://link-springer-com.ezproxy2.usn.no/article/10.1007/BF00487760>
- Dorier, J., & Maass, K. (2014). Inquiry-Based Mathematics Education. I Lermann (Red.), *Encyclopedia of Mathematics Education* (s. 300–303). Springer.
- Eriksen, A. E., & Bolme, J. T. (2021). *Fremmer nye læreverk i matematikk kjerneelementene i Fagfornyelsen?* [Masteroppgave, UiT]. <https://munin.uit.no/bitstream/handle/10037/22460/thesis.pdf?sequence=2&isAllowed=y>
- Fritzen, I.-L., Nilsen, E. K., Nilsen, M., & Nyborg, S. (2021). *Matemagisk 3: Lærerveiledning* (2. utgave.). Aschehoug undervisning.
- Frønes, T. S., & Pettersen, A. (2021). Spørreundersøkelser i utdanningsforskning. I E. Andersson-Bakken & C. P. Dalland (Red.), *Metoder i klasseromsforskning: Forskningsdesign, datainnsamling og analyse* (s. 305–326). Universitetsforlaget.

- Fuglestad, A. B. (2010). Læringsfellesskap for bedre matematikkundervisning. I B. Aamotsbakken & R. Andresen (Red.), *Læring og medvirkning* (s. 61–74). Universitetsforl.
- Goos, M. (2014). Creating opportunities to learn in mathematics education: A sociocultural perspective. *Mathematics Education Research Journal*, 26(3), 439–457.  
<https://doi.org/10.1007/s13394-013-0102-7>
- Haug, P. (2012). Tilpasse opplæring. Kvar står vi i dag, og kva er hovedutfordringane. I T. O. Engen & P. Haug (Red.), *I klasserommet: Studier av skolens praksis* (s. 45–60). Abstrakt forlag.
- Hiebert, J., & Lefevre, P. (1986). Conceptual and procedural knowledge in mathematics: An introductory analysis. I J. Hiebert (Red.), *Conceptual and procedural knowledge: The case of Mathematics* (s. 1–28). Routledge. <https://doi.org/10.4324/9780203063538>
- Hsieh, H.-F., & Shannon, S. E. (2005). Three Approaches to Qualitative Content Analysis. *Qualitative Health Research*, 15(9), 1277–1288. <https://doi.org/10.1177/1049732305276687>
- Jacobsen, D. I., & Jacobsen, D. I. (2022). Hvordan gjennomføre undersøkelser?: Innføring i samfunnsvitenskapelig metode (4. utgave). Cappelen Damm akademisk.
- Jensen, A.-M., & Wæge, K. (2010). Undersøkende matematikkundervisning i videregående skole: Kommunikasjon - motivasjon - forståelse. Matematikksenteret.
- Karlsen, L. (2014). Tenk det!: Utforskning, forståelse og samarbeid—Elever som tenker sjæl i matematikk: Ungdomstrinnet. Cappelen Damm akademisk.
- Karlsen, L., & Maagerø, E. (2010). Lesing av fagtekster i matematikk. I D. Skjelbred & B. Aamotsbakken (Red.), *Lesing av fagtekster som grunnleggende ferdighet* (s. 217–270). Novus.
- Kazemi, E. (2019). Målrettet samtale: Hvordan strukturere og lede gode, matematiske diskusjoner (1. utgave). Cappelen Damm akademisk.
- Kieran, C. (2013). The False Dichotomy in Mathematics Education Between Conceptual Understanding and Procedural Skills: An Example from Algebra. I K. R. Leatham (Red.), *Vital Directions for Mathematics Education Research* (s. 153–171). Springer.  
[https://doi.org/10.1007/978-1-4614-6977-3\\_7](https://doi.org/10.1007/978-1-4614-6977-3_7)
- Kirke- og undervisningsdepartementet. (1974). Mønsterplan for grunnskolen. H. Aschehaug og Co.
- Kremer, A., & Schlüter, K. (2006). Analyse von Gruppensituationen beim forschend-entdeckenden Lernen. *Erkenntnisweg Biologiedidaktik* 5, 145–156. [https://www.bcp.fu-berlin.de/biologie/arbeitsgruppen/didaktik/Erkenntnisweg/2006/2006\\_10\\_Kremer.pdf](https://www.bcp.fu-berlin.de/biologie/arbeitsgruppen/didaktik/Erkenntnisweg/2006/2006_10_Kremer.pdf)
- Krumsvik, R. J. (2014). Forskingsdesign og kvalitativ metode: Ei innføring. Fagbokforl.

- Kunnskapsdepartementet. (2017). Overordnet del—Veiledning og prinsipper for grunnopplæringen. Utdanningsdirektoratet. <https://www.udir.no/lk20/overordnet-del/?lang=nob>
- Kunnskapsdepartementet. (2019, november 15). Læreplan i matematikk 1.–10. Trinn (MAT01-05). <https://www.udir.no/lk20/mat01-05?lang=nob>
- Lampert, M. (1990). When the Problem Is Not the Question and the Solution Is Not the Answer: Mathematical Knowing and Teaching. *American Educational Research Journal*, 27(1), 29–63. <https://doi.org/10.2307/1163068>
- Li, H.-C., & Stylianides, A. J. (2018). An examination of the roles of the teacher and students during a problem-based learning intervention: Lessons learned from a study in a Taiwanese primary mathematics classroom. *Interactive Learning Environments*, 26(1), 106–117. <https://doi.org/10.1080/10494820.2017.1283333>
- Lin, S.-F., Chang, W.-H., & Cheng, Y.-J. (2011). The perceived usefulness of teachers' guides for science teachers. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 9(6), 1367–1389. <https://doi.org/10.1007/s10763-010-9268-6>
- Lin, S.-F., Lieu, S.-C., Chen, S., Huang, M.-T., & Chang, W.-H. (2012). Affording Explicit-Reflective Science Teaching by Using an Educative Teachers' Guide. *International Journal of Science Education*, 34(7), 999–1026. <https://doi.org/10.1080/09500693.2012.661484>
- Mann, E. L. (2006). Creativity: The Essence of Mathematics. *Journal for the Education of the Gifted*, 30(2), 236-260,282. <https://www.proquest.com/docview/222334922/abstract/6A3D6FE4F86E42A8PQ/1>
- Maxwell, J. A. (2013). *Qualitative Research Design: An Interactive Approach* (3. edition). SAGE Publications.
- Maagerø, E., & Skjelbred, D. (2010). *De mangfoldige realfagstekstene: Om lesing og skriving i matematikk og naturfag*. Fagbokforlaget.
- Nosrati, M., & Wæge, K. (2015). Sentrale kjennetegn på god læring og undervisning i matematikk. Matematikksenteret. <https://www.matematikksenteret.no/sites/default/files/attachments/resource/Sentrale%20kjennetegn%20p%C3%A5%20god%20l%C3%A6ring%20og%20undervisning%20i%20matematikk.pdf>
- NOU 2015: 8. (2015). *Fremtidens skole: Fornyelse av fag og kompetanser* (s. 110). <https://www.regjeringen.no/no/dokumenter/nou-2015-8/id2417001/>
- Opheim, L. G., & Simensen, A. (2017). Matematikk-utforskning av mønster og de store sammenhengene. I S. Bjørshol & R. Nolet (Red.), *Utforskning i alle fag* (s. 101–131). Cappelen Damm Akademisk.

- Postholm, M. B., & Jacobsen, D. I. (2018). *Forskningsmetode for masterstudenter i lærerutdanningen*. Cappelen Damm Akademisk.
- Powell, J. C., & Anderson, R. D. (2002). Changing teachers' practice: Curriculum materials and science education reform in the USA. *Studies in Science Education*, 37(1), 107–135.  
<https://doi.org/10.1080/03057260208560179>
- Schäfer, I. (2019). *Inquiry-Based Learning in Mathematics*. I H. A. Mieg (Red.), *Inquiry-Based Learning – Undergraduate Research: The German Multidisciplinary Experience* (s. 217–225). Springer International Publishing. [https://doi.org/10.1007/978-3-030-14223-0\\_20](https://doi.org/10.1007/978-3-030-14223-0_20)
- Sherin, M. G. (2002). A Balancing Act: Developing a Discourse Community in a Mathematics Classroom. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 5(3), 205–233.  
<https://doi.org/10.1023/A:1020134209073>
- Shkedi, A. (1995). Teachers' Attitudes toward a Teachers' Guide: Implications for the Roles of Planners and Teachers. *Journal of Curriculum and Supervision*, 10(2), 155–170.
- Skemp, R. R. (1976). Relational Understanding and Instrumental Understanding. *Mathematics Teaching*, 77, 20–26. <http://www.davidtall.com/skemp/pdfs/instrumental-relational.pdf>
- Skjelbred, D. (2010). Lærerveiledninger og oppgaver. I D. Skjelbred & B. Aamotsbakken (Red.), *Lesing av fagtekster som grunnleggende ferdighet* (s. 143–184). Novus.
- Skjelbred, D. (2014). Læringsressurser: Vurdering og bruk. I H. Traavik & B. K. Jansson (Red.), *Norskboka 2: Norsk for grunnskolelærerutdanning 1-7* (s. 291–302). Universitetsforlaget.
- Skjelbred, D., Aamotsbakken, B., & Lesing av fagtekster som grunnleggende ferdighet (prosjekt). (2010). *Lesing av fagtekster som grunnleggende ferdighet*. Novus.
- Skovsmose, O. (2001). Landscapes of investigation. ., *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 33(4), 123–132.
- Skulberg, T. H., Sund, A., Norvik, N., & Minken, B. A. H. og M. (2014). Ludvigsen-utvalgets delinnstilling om elevenes læring i fremtidens skole. Utdanningsforbundet.  
<https://www.utdanningsforbundet.no/var-politikk/publikasjoner/2014/ludvigsen-utvalgets-delinnstilling-om-elevenes-laring-i-fremtidens-skole/>
- Stein, M. K., Engle, R. A., Smith, M. S., & Hughes, E. K. (2008). Orchestrating Productive Mathematical Discussions: Five Practices for Helping Teachers Move Beyond Show and Tell. *Mathematical Thinking and Learning*, 10(4), 313–340.  
<https://doi.org/10.1080/10986060802229675>
- Stein, M. K., Smith, M. S., Henningsen, M. A., & Silver, E. A. (2009). *Implementing Standards-Based Math Instruction: A Casebook for Professional Development*, 2nd Edition. Teachers College Press.

- Stylianides, A. J., & Stylianides, G. J. (2008). Studying the classroom implementation of tasks: High-level mathematical tasks embedded in 'real-life' contexts. *Teaching and Teacher Education*, 24(4), 859–875. <https://doi.org/10.1016/j.tate.2007.11.015>
- Svingen, O. E. L. (2014). Analyse av to lærerveiledninger i matematikk—Særtrekk og læreres bruk av dem [Master thesis, Høgskolen i Sør-Trøndelag]. <https://ntnuopen.ntnu.no/ntnu-xmlui/handle/11250/196932>
- Tjora, A. H. (2021). *Kvalitative forskningsmetoder i praksis* (4. utgave). Gyldendal.
- Torkildsen, S. H. (2017). *Kjernepraksiser i ambisiøs matematikkundervisning*. <https://realfagsloyper.no/sites/default/files/2018-04/T2.P1.M2A%20Kjernepraksiser%20i%20ambisi%C3%B8s%20undervisning.pdf>
- Vygotsky, L. S. (1978). *Mind in Society: Development of Higher Psychological Processes*. Harvard University Press. <https://doi.org/10.2307/j.ctvjf9vz4>
- Wittek, L. (2011). *Skolens undervisning: Der læreprosesser møtes*. Cappelen Damm akademisk.

## Oversikt over tabeller og figurer

Figur 1. Modell utviklet av PRIMAS (2011) over hva som menes med en IBME/IBE praksis, hentet fra Artigue & Blomhøj 2013, s. 801. (Egen oversettelse, se originalen i vedlegg 1). .....	9
Figur 2. Skovsmose sine seks læringsmiljø, (Skovsmose, 2001). Egen oversettelse, se original i vedlegg 2. ....	11
Figur 3. Didaktisk modell for tilrettelegging av utforskende undervisning (Blomhøi, 2021, s. 40). Egen oversettelse, se originalen i vedlegg 3. ....	15
Figur 4. Implementeringsmodell for problembasert læring (Li & Stylianides, 2018, s. 109). Egen oversettelse, se original i vedlegg 4. ....	15
Figur 5. Modell av ZPA OG ZFM (Goos, 2014, s. 444), egen versjon, se original i vedlegg 5.....	16
Figur 6. Modell av forskningsdesignet i denne studien inspirert av Maxwell (2013, s. 5). For originalen, se vedlegg 6. ....	26
Figur 7. Modell som viser hvordan ulike elementer kan være med å påvirke et forskningsdesign (Maxwell, 2013, s. 6). Egen oversettelse, se original i vedlegg 7.....	27
Figur 8. Presentasjon av utvalget i studien .....	30
Figur 9. Utdrag av 4-kolonneskjemaet fra den horisontale analysen.....	32
Figur 10. Deduktiv innholdsanalyse der en utvikler kodene fra teorien (Jacobsen & Jacobsen, 2022, s. 222).....	33
Figur 11. Eksempel på en analyseenhet på noen få linjer i Matematisk 3AB lærerveiledning (Fritzen et al., 2021, s. 190) .....	34
Figur 12. Eksempel på en analyseenhet på flere avsnitt i Matematikk 3B lærerveiledning (Dahl & Nohr, 2022, s. 20).....	35
Figur 13. Eksempel på en analyseenhet som fordeler seg på flere steder på samme dobbeltside fra Multi 3A lærerens bok (Alseth et al., 2020, s. 110–111). (For større bilde av siden, se vedlegg 9) .	35
Figur 14. Deduktive overordnede kodings kategorier .....	37
Figur 15. Deduktive koder knyttet til utforskende aktiviteter elever oppfordres til i oppgaver eller aktiviteter. ....	37
Figur 16. Deduktive kategorier identifisert i teorien.....	38
Figur 17. Endelige Kategorier og koder i denne studien. ....	40
Figur 18. Eksempel på del av analyseenhet, U-oppgave i Multi lærerens bok 3A s 96 (Alseth et al., 2020) .....	42
Figur 19. Eksempel på del av analyseenhet hentet fra Multi 3A lærerens bok (Alseth et al., 2020, s. 97) .....	42



Figur 20. Tilhørende koderstriper til analyseenheten tilhørende U-oppgaven s 96 i Multi lærerens bok3A, hentet fra analyseverktøyet NVivo.....	42
Figur 21. Eksempel på analyseenhetsdel fra Multi lærerens bok 3A (Alseth et al., 2020, s. 97) .....	42
Figur 22. Eksempel på oppgave i Matemagisk s 50 (fakimile i Matemagisk lærerveiledning AB s 204),(Fritzen et al., 2021, s. 204) .....	43
Figur 23. Eksempel på analyseenhet i Matemagisk 3AB lærerveiledning (Fritzen et al., 2021, s. 204) .....	43
Figur 24. Tilhørende koderstriper til oppgave 38 i Matemagisk, fra NVivo .....	43
Figur 25. Oversikt over antall utforskende aktiviteter som er kodet i NVivo fordelt på de tre lærerveiledningene og inndelt i Eksplisitt og Implisitt utforskende. ....	49
Figur 26. Oversikt over antall utforskende aktiviteter som er kodet i NVivo fordelt på de tre lærerveiledningene og inndelt i strukturert, veiledet og åpen oppgavestruktur. ....	51
Figur 27. Eksempel på en implisitt utforskende oppgave med veiledet struktur fra Lærerveiledningen til Matemagisk s 210-211 .....	51
Figur 28. Eksempel på en implisitt utforskende oppgave med strukturert struktur hentet fra lærerveiledningen til Matemagisk s 187 .....	52
Figur 29. Eksempel på en implisitt utforskende oppgave fra lærerveiledningen til Matematikk 3 s 101.....	53
Figur 30. Eksempel på en eksplisitt utforskende U-oppgave og lærerveiledning fra Multi 3A lærerens bok, s. 96-97 .....	54
Figur 31. Eksempel på ekstraoppgave fra lærerveiledningen til Matemagisk 3 s 201 .....	54
Figur 32. Oversikt over antall utforskende oppgaver som i NVivo er kodet til å inneholde de ulike fasene til Blomhøj. ....	55
Figur 33. Oversikt over hvordan oppgavene som er kodet til å oppfordre til å inneholde de tre fasene til Blomhøj fordeler seg. ....	55
Figur 34. Eksempel på den ene utforskende oppgaven fra lærerveiledningen til Matemagisk som ble kodet til å inneholder alle Blomhøj sine tre faser(Fritzen et al., 2021, s. 187). ....	55
I figur 35 ser man et eksempel på en implisitt utforskende ekstraoppgave fra Matematikk, som oppfordrer til alle de tre fasene til Blomhøj.Figur 35. Eksempel på en ekstraoppgave fra lærerveiledningen til Matematikk 3 som inneholder alle de tre fasene til Bolmhøj (Dahl & Nohr, 2022, s. 24–25).....	56
Figur 36. Eksempel på en U-oppgave og en F-oppgave fra lærerens bok til Multi (Alseth et al., 2020, s. 106).....	57

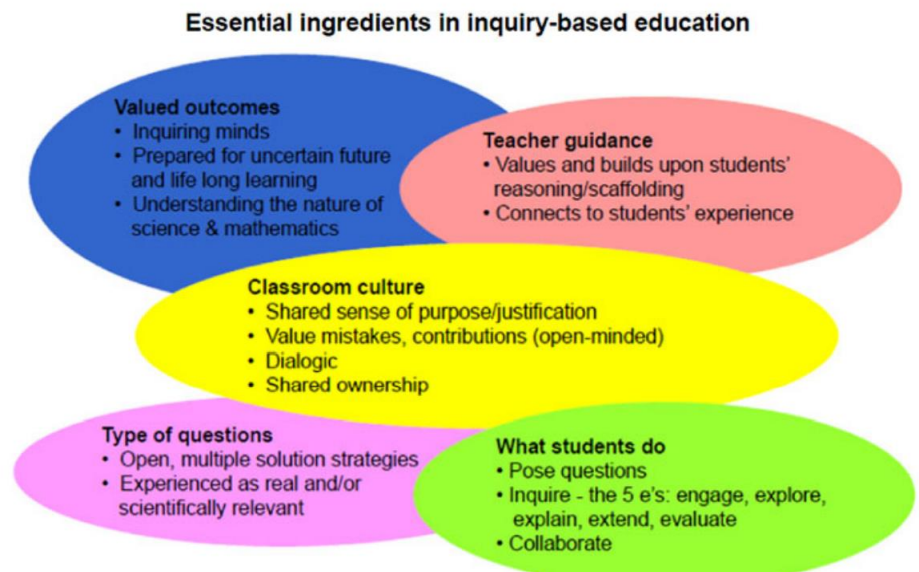
Figur 37. Eksempel på en "vi tenker"-oppgave og "vi lærer"-oppgave fra lærerveiledningen til Matematikk (Dahl & Nohr, 2022, s. 8) .....	58
Figur 38. Implisitt utforskende oppgave fra Matematikk med en tydelig oppsummering (Dahl & Nohr, 2021, s. 102).....	59
Figur 39. Utdrag fra Horisontal analyse, Sitater fra lærerveiledningenes angående ønsker for matematikkundervisningen .....	61
Figur 40. Sitater angående utforskende arbeidsmåter i innledende del i lærerveiledningene.....	61
Figur 41. antall kodinger registrert i NVivo for ulike utforskende aktiviteter fordelt på de tre lærerveiledningene. ....	62
Figur 42 .Hva sier lærerveiledningene om lærerens rolle i undervisningen .....	63
Figur 43. NVivokodinger angående forslag til åpne og lukka spørsmål, og differensiering.....	63
Figur 44. Sitater angående hvorfor elever bør jobbe utforskende, fra innledende del.....	64
Figur 45. Presentasjon av oppgavetyper, og hvor ofte det legges opp til at elevene jobber utforskende.....	66

# Vedlegg

## Vedlegg 1:

Modell utviklet av PRIMAS (2011) over hva som menes med en IBE praksis, hentet fra Artigue & Blomhøj 2013, s. 801

**Fig. 1** The working definition of inquiry-based education in the PRIMAS project (<http://www.primas-project.eu>)



**Vedlegg 2:**

Tabell over seks ulike læringsmiljø (Skovsmose, 2001, s. 126)

	Tradition of exercises	Landscapes of investigation
References to pure mathematics	(1)	(2)
References to a semi-reality	(3)	(4)
Real-life references	(5)	(6)

Figure 4: Milieus of learning.

### Vedlegg 3

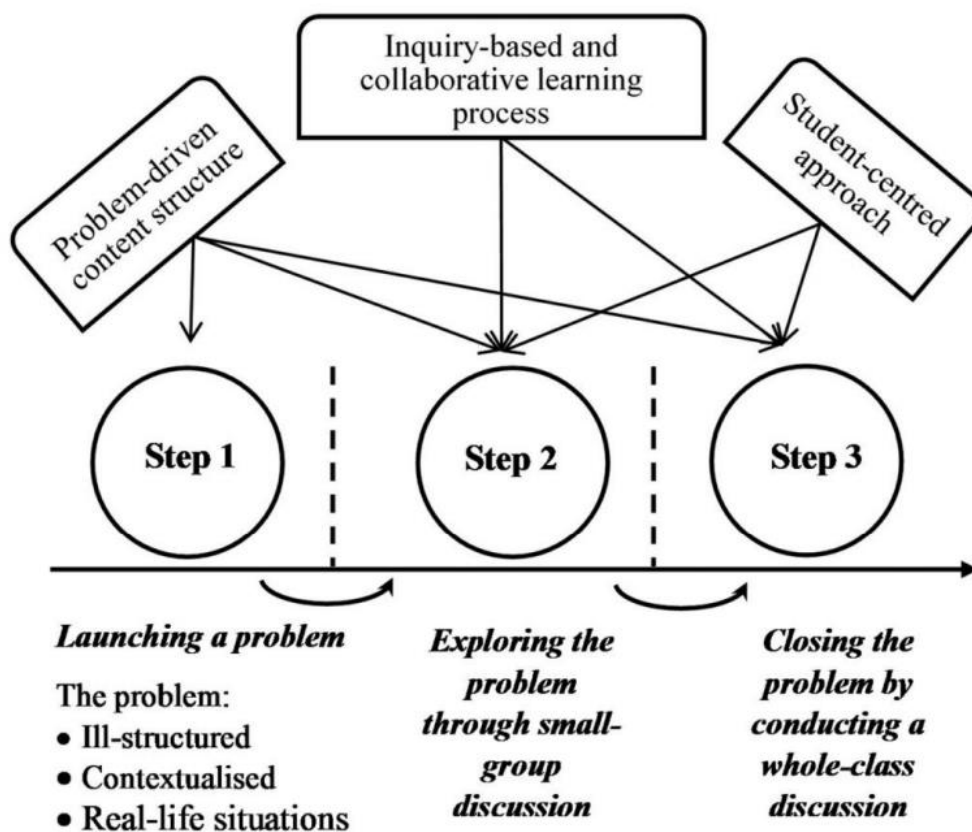
Blomhøj sin trefasede didaktiske modell for tilretteleggning av utforskende undervisning (Blomhøj, 2021, s. 40)

#### **En 3-faset didaktisk model for undersøgende matematikundervisning**

1. Iscenesættelse af forløbet over for eleverne
  - skabelse af spørgsmål, forundring eller udfordringer
  - etablering af det didaktiske miljø for arbejdet
  - formidling af de tidsmæssige og praktiske rammer
  - klargøring af produktkrav og succeskriterier/bedømmelsesform
2. Elevernes selvstændige undersøgende arbejde
  - tilstrækkelig tid, frihed og støtte til elevernes arbejde
  - støtte og udfordring gennem dialog jf. princippet om minimal vejledning
  - forberedelse gennem konstruktion af dialoger
3. Fælles refleksion og faglig læring
  - erfaringer og resultater fra forløbet systematiseres og gøres fælles
  - faglige pointer søges fællesgjort og forbundet til læreplanen

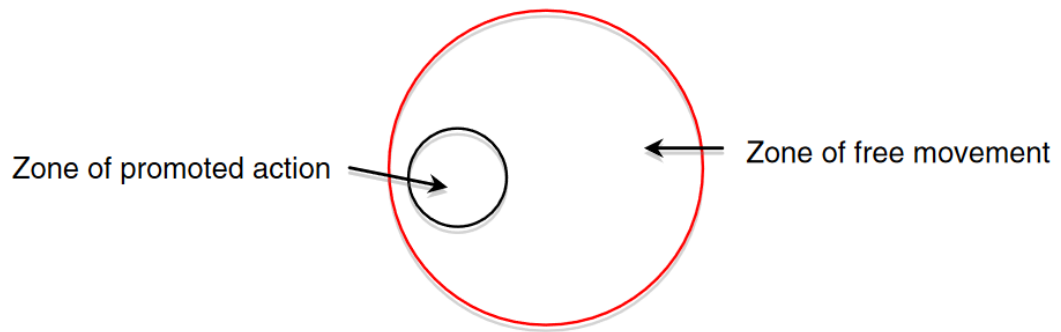
**Vedlegg 4:**

Implementeringsmodell for problembasert læring (Li & Stylianides, 2018, s 109).



**Vedlegg 5:**

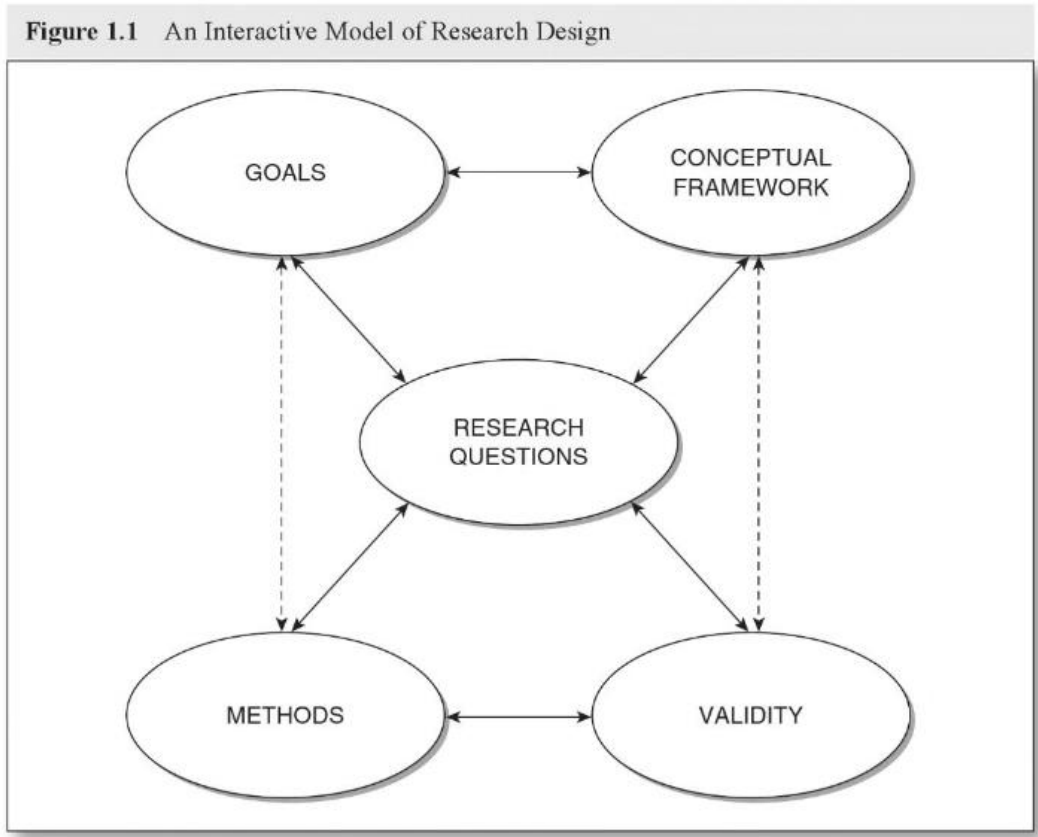
Modell over ZPA og ZFM (Goos, 2014, s. 444)



**Fig. 2** Example of a ZFM/ZPA complex

**Vedlegg 6:**

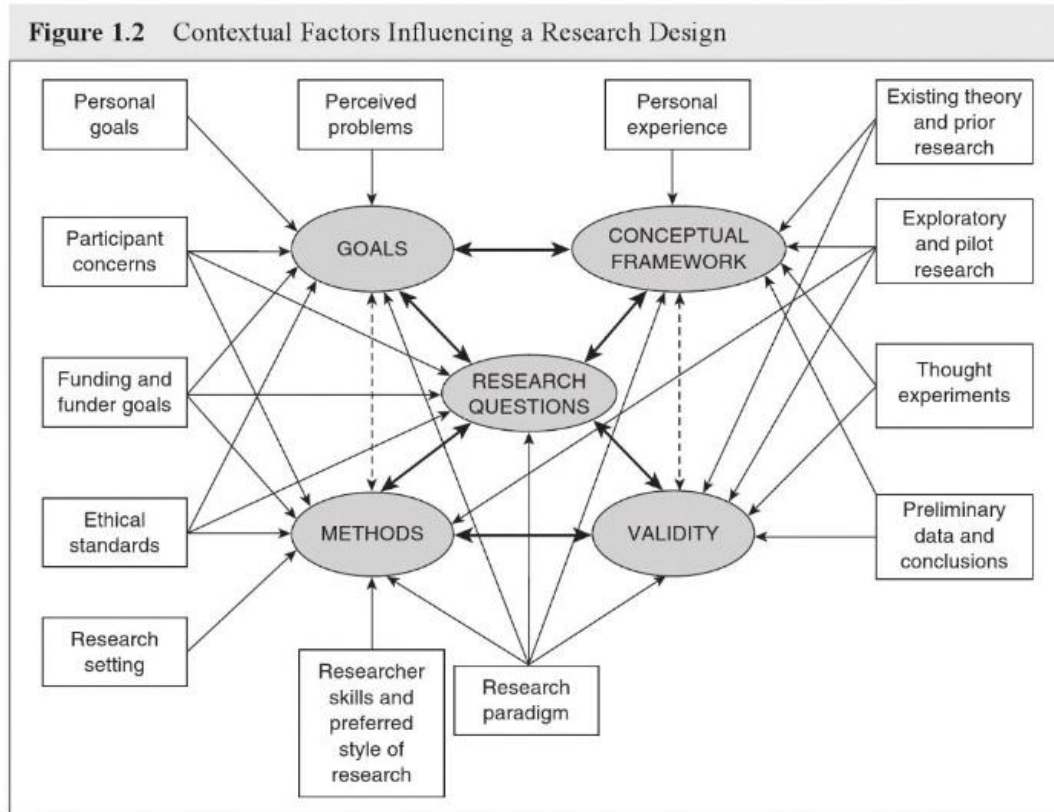
En interaktiv modell for forskningsdesign (Maxwell 2013, s. 5).





**Vedlegg 7:**

*Modell som viser hvordan ulike elementer kan være med å påvirke et forskningsdesign (Maxwell, 2013, s. 6).*



## Vedlegg 8:

Kodebok fra NVivo:

Navn	Beskrivelse
Utforskning	Det oppfordres til utforskende aktiviteter
Eksplisitt utforskning	Ordet utforskning benyttes eksplisitt i lærerveiledningen
Utforskende	Det kommuniseres Eksplisitt at oppgaven er utforskende, og jeg tolker den til å være utforskende
Læreravhengig	Det kommuniseres eksplisitt at oppgaven er utforskende, men utforskningen er avhengig av tilrettelegging fra lærere. slik oppgaven står i boka er den ikke utforskende.
Utvidelse	Det kommuniseres eksplisitt at oppgaven er utforskende, men det er en utvidelse av en oppgave.
Ekstraoppgave	Oppgave der det eksplisitt står at elevene skal utforske, men oppgave er ikke tilknyttet en oppgave i elevboken
Tavleutforskning	Det kommuniseres eksplisitt at oppgaven er utforskende, men oppgaven er bare utforskende om den foregår uten at elevene har tilgang til egen bok, forklaring/løsning plassert tett under
Tilknyttet elevbok	Oppgave der boka eksplisitt sier at elevene skal utforske, og oppgaven er beskrevet i elevboken
Ikke utforske, herm, gjett og sjekk	Oppgave der boka eksplisitt sier at elevene skal utforske, men der jeg er i tvil om det virkelig er utforskning
Implisitt	Oppgaven/aktiviteten er utforskende uten at det skrives eksplisitt at det er en utforskende oppgave
Forenkling av opg.	Oppgaven/aktiviteten er utforskende uten at det skrives eksplisitt at det er en utforskende oppgave, men det er en forenkling av oppgaven

Navn	Beskrivelse
Ekstraoppgave	Ekstraoppgave som ikke er tilknyttet en oppgave i elevboken, der elevene implisitt blir bedt om å utforske noe
Læreravhengig	Det presenteres ikke eksplisitt at aktiviteten er utforskende, og den utforskende aktiviteten er avhengig av tilrettelegging fra lærer
Tilknyttet elevboken	Oppgaven/aktiviteten er utforskende uten at det skrives eksplisitt at det er en utforskende oppgave, og den er beskrevet i elevboken
Utvidelse	Lærerveiledningen foreslår en utvidelse av en eksisterende oppgave, og denne utvidelsen innebærer utforskning uten at det skrives eksplisitt
Trefaset modell	Trefaset didaktisk modell benyttes: Blomhøj sin trefasede didaktisk modell for utforskning med isenesettelse, selvstendig arbeid og felles refleksjon
1. Iscenesetting 1.fase	Oppgaven iscenesettes for elevene. feks, forteller en historie. Viktig at elevene gis motivasjon for å arbeide med oppgaven, og at elevene inviteres inn i oppgaven, og tar imot invitasjonene til å jobbe med oppgaven. Tidsaspekt, faglige krav og vurderingsform avklares også i denne fasen
2. Gjennomføring 2. fase	Elevene må gis god tid og frihet til selv å undersøke og utforske enten alene eller sammen med andre i små grupper. Læreren oppgave i denne fasen er å støtte og hjelpe elevene, men det er viktig at læreren i denne fasen ikke gir eleven for mye hjelp, slik at elevene selv får bruke sin kreativitet og matematiske tenkning, men heller stiller elevene spørsmål som «Hvilke muligheter ser du? Hvorfor kan dette være riktig? Finnes det andre måter å gjøre det på? Hva skjer hvis....?»
3. Oppsummering 3. fase	Elevenes erfaringer og refleksjoner skal systematiseres og deles med resten av klassen.
Oppsummering	Oppfordres det til oppsummering av aktiviteter
Helklassediskusjon	Oppfordres det til Helklassediskusjon, at oppgaven oppsummeres i samlet klasse

Navn	Beskrivelse
Måltrettet samtale	Oppfordres det til måltrettet samtale? (oppfordres det til å benytte noen av de fem praksisene: forutse, overvåke, velge ut, planlegge rekkefølge, hjelpe elevene med å se sammenhenger)
Utforskende struktur	Hvilken utforskende struktur har oppgavene
Strukturert utforsking	Strukturert utforsking: Elevene får da presentert problemet/oppgaven som skal løses, og læreren gir også beskjed om hvilken metode og hvilket materiell elevene skal benytte for å løse det.
Veiledet utforsking	Veiledet utforsking: Elevene får opplyst oppgaven, og nødvendig materiell, men de må selv finne passende metoder for å løse problemet.
Åpen utforsking	Åpen utforsking: Den mest utforskende måten, elevene får hverken opplyst problemet, metoder eller tilgjengelig materiell, her må elevene selv bestemme hvilket problem de ønsker å finne ut av, og også selv bestemme hvilke metoder og materiell de ønsker å benytte.
Forslag til spørsmål	Lærerveiledningen gir forslag til spørsmål læreren kan stille slik at elevene kan oppdage(utforske) nye ting i en situasjon
Lukka spørsmål	Forslagene til spørsmål læreren kan stille er lukka og de generere bare ett riktig svar
Åpne spørsmål	Forslagene til spørsmål læreren kan stille er åpne og generere flere riktige svar
Utforskende aktiviteter	Hvilke utforskende aktiviteter legger oppgavene opp til
Forklare, Begrunne, beskrive	Oppfordrer elevene til å forklare, beskrive eller begrunne
Diskutere	Oppfordrer elevene til å diskutere
Tolke, evaluere, Observere	Oppfordrer til at elevene tolker, evaluerer eller observerer

Navn	Beskrivelse
Flere løsninger, Flere strategier, velge metode	Oppfordrer elevene til å velge metode, elevene kan benytte flere strategier, oppgaven har flere riktige løsninger
Hypotese, Stille spørsmål	Oppfordrer til at elevene setter opp hypoteser, utvikler eller stiller spørsmål
Presentere, kommuniserer	Oppfordrer til at elevene presenterer eller kommuniserer resultatene sine
Finne mønster, Se sammenhenger	Oppfordrer til at elevene finner/oppdager mønster eller ser etter sammenhenger
Reflekterer	Oppfordres det til at elevene reflekterer over det de gjør/har gjort
Teste ut, samarbeide	Oppfordrer til at elevene tester ut løsninger eller samarbeider
Tegner	Oppfordrer det til at elevene tegner
Differensiering	Gir forslag til hvordan oppgaver kan differensieres (forenkles eller utvides)
Konkreter, Hjelpemidler	Foreslår bruk av ulike hjelpemidler

# Vedlegg 9:

Eksempel på en analyseenhet fra Multi (Alseth et al., 2020, s. 110–111)

**Matematisk innhold**

- 4-gangen
- Ustyr
- Tallkort fra 1 til 10 (kopipark 63)


► Side 110

**10** Hvor mange hjul har bilene? Elevene finner ut hvor mange hjul det er på de syv bilene når hver bil har fire hjul. I en oppsummering bør det fokuseres på ulike måter å tegne ut delene på. La elevene komme med sine forslag. Kanskje noen legger til fire gjentakte ganger: 4 · 8 = 32, 16 · 20 = 24, 28. Andre bruker faktumnskapet som at 5 · 4 = 20 og så må man legge til to frirer til, altså 8. Eller om man vet at 3 · 4 = 12, vil søks frirer være det dobbelte av 12, altså 24. Og da mangler den siste frirer. Når elevene beskriver slike strategier, er det fint om lærer framhever de generelle prinsippene som ligger bak.

- Når eleven vet at fem frirer er 20 fordi fire femmer er 20, har de brukt at vi kan bytte om på tallene i en gangestykke, det som kalles «den kommutative lov».
- Når eleven vet at seks frirer er det dobbelte av tre frirer, har de brukt at når vi dobler antallet, så dobles svaret. Da brukes det som kalles «den assosiativ lov». Den sier at når vi ganger tre tall, her 2, 3 og 4, kan vi gange som helst. Vi kan altså tegne bilene som helst. Vi kan altså tegne 3 · 4 = 12 frirer, og så gange det med 2. Da får vi samme svar som om vi ganger 2 · 3 = 6 frirer, og ganger det med 4).
- Når eleven bruker at om seks frirer er 24, så må syv frirer være én frirer til, altså 24 + 4 = 28, har de brukt den «distributive lov». Den sier altså at vi for eksempel kan regne 6 · 4 + 1 · 4 for å finne svar på 7 · 4. Vi kan på den måten dele et vanskelig gangestykke i to som er enklere.

Elevene trenger ikke å lære navnene på disse lovene, men det er fint om lærer hjelper elevene med å formulere dem som generelle regler. Det vil gjøre det mer aktuelt for elevene å bruke dem i andre sammenhenger.

**10** Esli har 7 traktor. Hvor bil har 4 hjul. Hvor mange hjul har bilene til sammen?



28 hjul

**11** Lag tegning, og skriv som et plustykke og som et gangestykke.

3 bilder med 4 hjul.

$$4 + 4 + 4 = 12$$

$$3 \cdot 4 = 12$$

4 hjul med 3 hjul.

$$4 + 3 + 3 + 3 = 12$$

$$4 \cdot 3 = 12$$

5 bilder med 2 hjul.

$$2 + 2 + 2 + 2 + 2 = 10$$

$$5 \cdot 2 = 10$$

4 bilder med 4 hjul.

$$4 + 4 + 4 + 4 = 16$$

$$4 \cdot 4 = 16$$

3 sykler med 3 hjul.

$$3 + 3 + 3 = 9$$

$$3 \cdot 3 = 9$$

Multi!

**12** Lag tegning, skriv som plustykke og gangestykke

11 skal elevene til hver oppgave. Etde legge en tegning og skrive oppgavene som plust- og gangestykke.

► Side 111

**11** Koble regnestykker (r) til illustrasjon

Elevene velger de regnestykkene de synes passer til illustrasjonen. De frirer begrunnelse både for de regnestykkene som passer, og for de som ikke passer.

**12** Skriv tallene i 4-gangen

Elevene fyller inn i tabellen som oppsummerer alle 4-gangen. Eleven kan oppfordres til å prøve å finne hva svaret er om de for eksempel vet hva 6 · 4 er. For eksempel kan de tegne en ring rundt

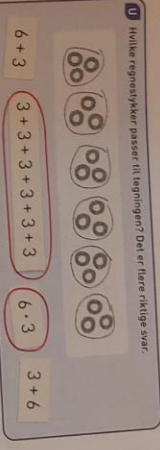
de gangestykkene hvor de vet hva svaret er. Og der de ikke vet, bør de tenke over hvordan svaret kan regnes ut. I en oppsummering er det fint å be elevene beskrive ulike regnearter.

- Bruke det forrige svaret. Hvis man vet at 5 · 4 er 20, er 6 · 4 en frirer ekstra, altså 20 + 4 = 24.
- Bruke kommutativitet. Hvis man vet at 4 · 10 = 40, så er også 10 · 4 = 40.
- Bruke det neste svaret. Hvis man vet at 10 · 4 er 40, er 9 · 4 en frirer mindre, altså 40 - 4 = 36.
- Bruke dobbeltganger. Hvis man vet at 4 · 4 er 16, er åtte frirer dobbelt så mye, altså 8 · 4 = 32.

**13** Multi! Hvor mange frirer?

Ustyr: Tallkort fra 1 til 10, 2-3 elever spiller sammen. Båndkornene og legg dem i en bunke mellom spillerne, med tallene

**10** Hvilke regnestykker passer til tegningene? Det er flere riktige svar.



6 + 3

3 + 3 + 3 + 3 + 3

6 · 3

3 + 6

**10** Hvor plante har fire kornblader. Hvor mange kornblader har plantene?

1 plante	1 · 4 = 4	6 planter	6 · 4 = 24
2 planter	2 · 4 = 8	7 planter	7 · 4 = 28
3 planter	3 · 4 = 12	8 planter	8 · 4 = 32
4 planter	4 · 4 = 16	9 planter	9 · 4 = 36
5 planter	5 · 4 = 20	10 planter	10 · 4 = 40

**HVOR MANGE FRIRERE?**

Regler:

- Båndkornene og legg dem mellom spillerne med tallene ned.
- Etter tur trekker spillerne det øverste kortet og ganger tallet med 4. Om spilleren for eksempel trekker en femmer, skal de si «fem ganger fire» og regne ut svaret (20).
- Hvis svaret er riktig, beholder eleven kortet.
- Vinneren er den som til slutt har flest kort.

2-3 spillere  
Multikort fra 1 til 10

ned. Elevene snur det øverste kortet etter tur og ganger tallet på kortet med fire, og si svaret. Den som svarer raskest, får kortet.

**Flere aktiviteter**

**Gangelabyrint**

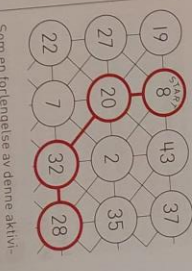
3-7 elever  
Labyrint med tall (kopipark 37)

Denne labyrinten skal elevene kjenne seg igjen i 4-gangen. Begynn i startpunktene. Man kan bare gå fra én gruppe til fire klosser eller brakkene. Til oppgave 17 er det fint å sjekke om elevene klarer seg uten konkretene, at de kan løse oppgavene ved kun å tegne.

**Mer utvording**

Etter å ha spilt «Hvor mange frirer?» noen ganger kan elevene gjøre denne forandringen. Elevene snur det øverste kortet sammenhengende og legger det raskt ved siden av

Som en forlengelse av denne aktiviteten kan elevene bruke den tomme labyrinten på kopipark 37 til å lage egne labyrinter. De må da bestemme hvilken gangetabell som skal brukes som tall langs en vei fra start til mål. Dette skrives for elevene inn ark. Deretter flytter elevene inn andre tall til distraksjon i de resterende strikene. Så bytter elevene ark med hverandre og forsøker å finne veien.



110  
Multi 3A

110