Universitetet i Sørøst-Norge
Fakultet for humaniora, idretts- og utdanningsfag
–
Mastergradsavhandling
Studieprogram: MGLU 5-10
Vår 2022

Birthe Amanda Kanutte Rosland og Martin Løvbakk Iversen

Kvantitativ analyse av misoppfatninger knyttet til brøk på tiende trinn

Universitetet i Sørøst-Norge
Fakultet for humaniora, idretts- og utdanningsfag
Institutt for Matematikk og naturfag
Postboks 235
3603 Kongsberg

http://www.usn.no

Denne avhandlingen representerer 45 studiepoeng

Forord

Masterstudiet vårt har vært en lang og lærerik reise med mange oppover- og nedoverbakker, og det føles litt rart, men samtidig ufattelig deilig, at vi nå nærmer oss slutten og ser lyset i enden av tunnelen. Det har vært krevende å skrive en så stor og omfattende oppgave som denne, noe ingen av oss har vært i nærheten av tidligere. Vi har også begge vært i jobb mens vi har skrevet på denne oppgaven, noe som har vært med på å gjøre det litt ekstra utfordrende.

Disse to årene som masterstudenter har vært helt forskjellig fra de andre studieårene våre. Foruten å være to år med fokus på vårt masterfag, og til slutt denne masteroppgaven, har også disse årene vært annerledes grunnet den ekstraordinære koronasituasjonen som har hatt stor innvirkning på våre studieliv. Dette har medført mye digital undervisning og lite fysisk oppmøte på universitetene, noe som dessverre har gjort at vi har fått mindre kontakt med våre medstudenter. Samtidig har det også gjort at vi har kunnet tilpasse dagene etter eget løp og gjort det enklere å kombinere studie med jobb.

Heldigvis har samarbeidet fungert godt underveis og vi har fått god hjelp fra våre dyktige veiledere Dan Roaldsøy og Ali Ghaderi. Vi ønsker derfor å rette en stor takk til Dan og Ali for alle veiledningstimene og de konstruktive tilbakemeldinger på oppgaven vår. I tillegg vil vi også takke lærerne og elevene ved de to skolene som har deltatt i studien, uten dere hadde vi ikke fått empirien som danner grunnlaget for denne oppgaven. Videre vil vi takke alle som vil ta seg tid til å lese denne avhandlingen og alle kjente og kjære som har motivert oss gjennom disse krevende og litt annerledes årene som masterstudenter.

Porsgrunn, 26.Mai. 2022

Birthe og Martin

Sammendrag

Denne studien dreier seg om misoppfatninger i temaet brøk blant elever på tiende trinn, og har som hensikt å forsøke å avdekke hvilke konsekvenser disse misoppfatningene kan ha for elevenes matematiske kompetanse og om man kan finne en sammenheng mellom antallet misoppfatninger og elevenes kompetanse. Forskningsspørsmålet i denne studien er: *Hvor utbredt er misoppfatninger i temaet brøk blant elever i tiende klasse, og fins det en sammenheng mellom antallet misoppfatninger og elevenes matematiske kompetanse?*

Dette er en kvantitativ studie hvor vi har benyttet oss av to ulike tester for å innhente vårt empiriske datamateriale. Den første testen var en diagnostisk test med spesifikke oppgaver laget for å avdekke noen på forhånd definerte misoppfatninger innenfor temaet brøk. Den andre testen, kalt sammenligningsprøven, var en mer generell test med matematiske oppgaver hentet fra pensumbøker på ungdomsskolen, hvor hensikten var å teste elevenes matematiske kompetanse. Testene ble deretter grundig analysert for å se hvilke misoppfatninger som var mest utbredt og om det var en sammenheng mellom antallet misoppfatninger og besvarelsen på sammenligningsprøven.

Dataene i studien er innhentet fra to skoler på Østlandet og består av til sammen 66 elever fordelt på fem ulike klasser på tiende trinn. Datainnsamlingen ble foretatt i februar og mars 2022 og bar dessverre preg av koronasituasjonen, noe som gjorde at antallet respondenter ble mindre enn vi hadde sett for oss. Til tross for dette har vi likevel fått inn nok besvarelser til å kunne svare på problemstillingen vår.

Resultatene tilsier at misoppfatninger i brøk er ganske utbredt, selv blant elever på tiende trinn. Vi ser også at det er enkelte misoppfatninger som utmerker seg ved å være mer eller mindre utbredt enn de resterende misoppfatningene. Det er også tydelig variasjon mellom de to skolene, selv om det stort sett er de samme misoppfatningene som utmerker seg begge steder. Som vi antok, før gjennomføring av testene, er det også korrelasjon mellom antallet misoppfatninger og feilsvar på sammenligningsprøven. I resultater og drøfting drøfter vi hva som kan være årsaken til resultatene våre og mulige feilkilder knyttet til de to testene vi har brukt.

Innholdsfortegnelse

Figuroversikt

Tabelloversikt

1. Innledning

I denne studien er vi interessert i å se hvor utbredt misoppfatninger er innenfor et bestemt tema i matematikk, blant elever som går på tiende trinn. I tillegg vil vi se hvilke konsekvenser disse har for elevenes matematiske kompetanse. Vi har valgt å fokusere på temaet brøk som vi mener er et svært viktig tema innen matematikk, og som vi har opplevd i praksis kan virke ganske komplekst for flere elever. I forkant av den diagnostiske testen identifiseres alle de typene misoppfatninger som er relevante innen temaet brøk, og deretter sette sammen et oppgavesett bestående av diagnostiske oppgaver med hensikt å identifisere disse misoppfatningene. Oppgavene må formuleres på en slik måte at man kommer til å svare feil dersom man har den misoppfatningen som oppgaven har som hensikt å avsløre (Brekke, 2002). Ved å bruke flere oppgaver knyttet til den samme misoppfatningen vil man luke vekk tilfeldigheter, og da vil
det komme tydelig frem om elvene har denne typen misoppfatning eller ikke.

1.1. Historisk perspektiv

Misoppfatninger skiller seg fra tilfeldige feil ved at disse bunner i en fastlagt tankegang som ofte baserer seg på en misforståelse av begreper. En metode for å avdekke disse misoppfatningene er å gjennomføre det som kalles diagnostisk undervisning. Dette er en metode som tar i bruk spesifikke oppgaver som er designet for å nettopp avsløre eventuelle misforståelser av ulike begreper. Diagnostiske oppgaver er også laget slik at dersom man ikke innehar misoppfatninger, så vil man heller ikke svare feil. Videre handler diagnostisk undervisning om å få elevene til å innse at deres tankemønster ikke stemmer overens med virkeligheten, gjennom å skape det som kalles en kognitiv konflikt. Dette gjøres også med spesifikke oppgaver som er designet for å vise at elevenes tankemønster ikke stemmer, gjerne gjennom diskusjon med enkeltelever eller i plenum.

Diagnostisk undervisning møtte dagens lys ved Shell Centre i universitetet i Nottingham på 1980-tallet, med Malcolm Swan i spissen. Et ønske om å oppmuntre elever til å reflektere over egen praksis og tenkemåte, samt å utfordre disse med andre praksiser og tankemåter, ble gjennom intervju, testing og komparative studier til følgende definerte faser i diagnostisk undervisning (Swan, 2006).

1. *Før undervisning, utforsk eksisterende konseptuelt rammeverk gjennom tester og intervju*
2. *Gjør eksisterende begreper og metoder eksplisitt i klasserommet*
3. *Fremprovoser og del kognitive konflikter*
4. *Løs konfliktene gjennom diskusjon og formuler nye begreper og metoder*
5. *Støtt læringen ved å bruke de nye begrepene og metodene i andre utfordringer*

(Swan, 2006)

Diagnostisk undervisning fikk sitt løft i norsk undervisningsforskning gjennom KIM-prosjektet (kvalitet i matematikkundervisningen). Prosjektet, med prosjektleder Gard Brekke, startet i 1993 på bestilling fra KUF (Kyrkje-, utdannings- og forskningsdepartementet). Det ble gjennomført ved Institutt for lærerutdanning og skoleutvikling, Oslo og Telemarksforskning – Notodden, og hadde tre hovedmål.

1. *Utvikling av kartleggingsprøver*
   - *Skal dekke elevenes holdninger til matematikk, samt ferdigheter og forståelse i faget.*
2. *Utvikling av undervisningsopplegg*
   - *skal forebygge og begrense matematikkvansker hos elever*
3. *Utvikle systematisk etterutdanningstilbud til lærere*
   - *Skal heve lærernes kompetanse i bruk av diagnostiske oppgaver som grunnlag for undervisning.*

(Rasch-Halvorsen, 1997)

Disse målene var utgangspunktet for bestillingen fra KUF og har i senere tid blitt raffinert om til følgende mål beskrevet i *Introduksjon til diagnostisk undervisning:*

1. *Utvikle en integrert prøve- og etterutdanningspakke som kan brukes av lærere som ledd i intern vurdering.*
2. *Utvikle prøvemateriell av diagnostisk karakter som kan danne utgangspunkt for konkrete undervisningstiltak innenfor ulike deler av faget.*
3. *Kartlegge holdninger og forestillinger elever har til matematikk og undervisningen i faget.*
4. *Beskrive hele spekteret av elevpresentasjoner innenfor ulike områder av faget, ikke bare minimumkompetanse.*

(Brekke, 2002)

Ut fra KIM-prosjektet ble en mengde materiell utviklet i form av veiledningshefter og diagnostiske prøver innen *Tall og tallregning, Funksjoner, Algebra, Geometri* og *Måling og enheter.* Materiellet ble utviklet gjennom at samarbeidende lærere gjorde flere pilottester i enkelte temaer eller samling av temaer i sine respektive klasser (Brekke, 2000). Pilottestene ble så videreutviklet til et oppgavesett som elever kan besvare i løpet av 40 minutter. Dette oppgavesettet ble nok en gang testet på de samme elevene før en større pilottest ble utført på et større utvalg bestående av 10 skoler fra hele landet (Brekke, 2000). Resultatene fra denne pilotstudien ble revidert og la grunnlaget for materiellet nevnt ovenfor.

I 2006 fikk KIM-prosjektet et digitalt løft gjennom KIM-programmet og prosjektleder Håvard Johnsbråten, på bestilling fra utdanningsdirektoratet. Hensikten var å lage en nettbasert og interaktiv versjon av KIM-prosjektet som skulle øke tilgjengeligheten og bidra til et nasjonalt løft innen IKT og matematikk (Johnsbråten, 2013). Programmet har vært operativt siden våren 2008, og enkelte skoler og universiteter har hatt tilgang selv om programmet aldri har blitt offentlig lansert av utdanningsdirektoratet (Johnsbråten, 2013). Utdanningsdirektoratet ønsket samme år å få programmet inn i sitt system for gjennomføring av prøver, hvilken krevde omfattende programmering og endte med ferdigstilling av de nye læringsstøttende prøvene og tilhørende ressurshefter i 2012 (Johnsbråten, 2013). De læringsstøttende prøvene, som sin forgjenger i de diagnostiske prøvene i KIM-prosjektet, tester elevenes begrepsforståelse innen sentrale emner i matematikk (Johnsbråten, 2013).

1.2. Forskningsspørsmål

Tidligere forskning viser at misoppfatninger i brøk er ganske vanlig blant elever i grunnskolen. Dette er det forsket mye på før, derfor ønsker vi med denne studien å ikke bare avdekke hvor utbredt misoppfatninger i brøk er, men også å se på sammenhengen mellom antallet misoppfatninger i temaet og elevenes matematiske kompetanse innen andre matematiske temaer som kan antas å kreve innsikt i brøkbegrepet. Dette har ført oss til følgende forskningsspørsmål:

Hvor utbredt er misoppfatninger i temaet brøk blant elever i tiende klasse, og fins det en sammenheng mellom antallet misoppfatninger og elevenes matematiske kompetanse?

Vi ønsket spesifikt å undersøke dette blant elever i tiende klasse fordi disse har gjennomgått all undervisning i brøk på grunnskolen, og derfor burde ha tilstrekkelig utviklede kunnskaper innen temaet. Dersom vi kan påvise at misoppfatninger er vanlige blant disse elevene, så vil det være naturlig å si at dette også vil være gjeldende blant elever på lavere trinn. Elever i tiende klasse burde inneha en robust matematisk kompetanse, derfor syns vi det ville være spennende å se på korrelasjonen mellom denne og antallet misoppfatninger i brøk. Ville vi i det hele tatt komme til å se en slik korrelasjon? Er misoppfatninger i brøk også utbredt i tiende klasse? Før vi satte i gang med innsamlingen av empirisk data lagde vi oss følgende hypotese:

Misoppfatninger i brøk er også utbredt blant elever i tiende klasse og det vil være en sterk korrelasjon mellom antallet misoppfatninger og elevenes matematiske kompetanse.

Vi ønsket å teste dette ved å først gjennomføre en diagnostisk test for å avdekke hvor utbredt misoppfatninger i brøk er, og deretter gjennomføre en sammenligningsprøve for å måle elevenes matematiske kompetanse. Det å undersøke denne typen sammenheng er ikke blitt gjort på samme måte tidligere med to slike tester, vi kan derfor kalle oss pionerer på området. Det betyr også at vi ikke kan belage oss på tidligere forskning i gjennomføringen og analysen av begge testene, men vi kommer til å benytte tidligere forskning til å utforme den diagnostiske misoppfatningstesten. Til slutt vil vi sammenligne de to testene gjennom statistisk analyse for å se på graden av korrelasjon mellom de to testene og eventuelt hvilke resultater som utmerker seg.

1.3. Oppgavens oppbygning

Denne oppgaven består av seks hovedkapitler. Etter denne innledningen følger et teorikapittelet der vi skisser relevant teori knyttet opp mot bruk av kvantitative metoder i andre studier og teori knyttet til misoppfatninger, og da særlig misoppfatninger innen brøk. Avslutningsvis presenterer vi rammene for diagnostisk undervisning. Gjennom dette kapitlet vil vi også redegjøre for valg av brøk som matematisk tema.

Videre følger metodekapittelet hvor vi redegjør for metodevalget vårt, utformingen av testene, utvalget, gjennomføringen og etiske avveininger gjort i forbindelse med prosjektet. Videre kommer analysekapittelet hvor vi presenterer behandlingsmetodene som er benyttet i forbindelse med de ulike testene, og som vil inneholde en oversikt over elevbesvarelsene, for så å presentere resultatene fra den diagnostiske testen, sammenligningsprøven og sammenligningen av disse to testene.

I resultater og drøfting oppsummeres funnene før vi drøfter besvarelsesprosentene. Videre vil vi diskutere de ulike funnene, samt ulikheter og fellestrekk mellom de to skolene. Vi vurderer også behandlingsmetodene våre og testene våre opp mot tidligere forskning. Avslutningsvis kommer konklusjonen vår der vi oppsummerer funnene våre og kommer med forslag til videre forskning.

2. Teori

Denne studien har et induktivt design hvor vi ønsker å innhente empiri på et område hvor det fins relativt lite forhåndskunnskap og bruke resultatene til å komme frem til en teori om hvordan dette henger sammen. I studien har vi brukt en kvantitativ metode for å forsøke å finne ut hvor vanlig misoppfatninger i temaet brøk er i tiende klasse. Deretter har vi undersøkt om tilstedeværelsen av misoppfatninger i dette temaet kan påvirke elevenes ferdigheter innen andre matematiske temaer. Den første delen er det blitt gjort tidligere studier av andre forskere, men den andre delen av studien er ikke blitt undersøkt på samme måte tidligere. Vi har benyttet et kvantitativt design for å kunne innhente en større mengde empiri, noe som vil gi oss et større og mer sammensatt bilde av hvordan situasjonen er på de skolene vi tester. Dersom vi får tilstrekkelig med data kan det også gjøre det mulig å generalisere til en større populasjon. I dette kapittelet vil vi skissere relevant teori innenfor bruk av kvantitative metoder i andre studier, misoppfatninger, brøk og diagnostisk undervisning.

2.1. Kvantitative metoder i andre studier

Videre skal vi se på bruk av kvantitative metoder i et utvalg av studier knyttet til diagnostisk undervisning. Dette utvalget består av noen nyere masteroppgaver, en studie beskrevet av Alan Bell og en studie knyttet til doktorgradsavhandlingen til Vicki Steinle. Hver av disse studiene presenteres her i sin korthet, før likhetstrekk mellom dem og de generelle rammene for kvantitative metoder blir trukket frem.

En av masteroppgavene vi har tatt med i vårt utvalg er skrevet av Bård Vinje, en universitetslektor som arbeider for Matematikksenteret. I sin masteroppgave bruker Vinje kvantitative metoder i form av diagnostisk test for å undersøke utbredelsen av misoppfatninger i brøk på mellomtrinn, og sammenhenger og systematikk mellom disse (Vinje, 2019). Utvalget hans består av 739 elver ved ni forskjellige skoler, fordelt på femte, sjette og syvende trinn. Disse elevene har tatt en diagnostisk test som undersøker fem misoppfatninger innen brøk. Oppgavesettet til Vinje består av totalt 23 oppgaver som skal kunne påvise de fem misoppfatningene. Det er variabelt hvor mange oppgaver som er knyttet til hver misoppfatning og hvordan oppgavene skal besvares, da det er både avkrysning, sortering, tegning og forklaring.

I tillegg til den kvantitative undersøkelsen har Vinje også gjennomført kvalitative intervjuer med et mindre utvalg av elevene for å få en enda dypere forståelse av datamaterialet (Vinje, 2019).

Resultatene hos Vinje indikerer at misoppfatninger i brøk hos elevene er relativt vanlig da omtrent halvparten av elevene i utvalget har en eller flere misoppfatninger, i tillegg tyder funnene på at det er enkelte av misoppfatningene som forekommer oftere enn andre (Vinje, 2019).

Studien til Vinje kan ansees som en deskriptiv tverrsnittstudie da den ikke undersøker årsaks-sammenhenger og elevene kun er testet en gang, slik at forskeren får tilgang til et øyeblikksbilde av elevenes sammensetning av misoppfatninger. Samtidig ser man et hint av mixed methods der intervjuene blir brukt til å dykke dypere i elevbesvarelsene og for å forklare noen av funnene i studien. Dette forskningsdesignet, og lignende forskningsdesign, ser vi i flere mastergradsstudier knyttet til misoppfatninger. Et annet eksempel er Rønningstad sin masteroppgave der utbredelse og årsak til misoppfatninger knyttet til funksjonsbegrepet ble undersøkt gjennom diagnostisk test og det ble gjennomført intervjuer av elevene som hadde misoppfatninger (Rønningstad, 2009). Rønningstad sin diagnostiske test består av totalt 11 varierte oppgaver knyttet til misoppfatninger innenfor funksjonsbegrepet, der elevene skal tolke og tegne grafer. Dette kan tyde på at dette er et svært egnet design for å avdekke misoppfatninger eller at designet muligens er lettvint å benytte seg av for masterstudenter.

Vårtun benytter også i sin masteroppgave et lignende tverrsnittdesign for å undersøke lærerrollens betydning for elevenes resonnement i matematikk. En diagnostisk test gjennomføres for å påvise misoppfatninger og gjøre et utvalg av elever før en kvalitativ observasjon av et mindre utvalg gjennomføres (Vårtun, 2017). Vårtun sin diagnostiske test består av to oppgaver, hvor en av disse igjen består av to deloppgaver for en total av 3 oppgaver som skal løses av elevene. Oppgavene er knyttet til en eller flere misoppfatninger innen algebra. Også her blir den diagnostiske testen et påvisningsmedium for grunnlaget til den kvalitative delen av studien.

I sin artikkel *Some experiments in diagnostic teaching,* beskriver Bell tre studier knyttet til diagnostisk undervisning. I denne sammenhengen ser vi kun på en av dem knyttet til brøk. Denne studien har som mål å sammenligne to undervisningsmetoder, en variant med diagnostisk undervisning og en variant som tok i bruk individuelle læringshefter (Bell, 1993). Utvalget bestod av to klasser med elever i 10- og 11 års alder. De to klassene tok en pretest, for så å bli utsatt for hver sin type undervisningsintervensjon. Etter intervensjonen tok elevene en post-test og etter en syv ukers periode tok de nok en *retensjon*-test for å undersøke varig læring.
Resultatene i Bells studie tyder på at elevene som mottok den diagnostiske undervisningen hadde bedre læringsutbytte etter undervisning og bedre langtidsutbytte enn den andre gruppen (Bell,

1993). Studien til Bell er det man kan kalle et kvasieksperiment, da det er undersøkt en intervensjon og gruppene ikke er randomisert. I tillegg er utvalget relativt lite i denne studien og resultatene kan dermed stå i fare for å være lite generaliserbare. Til tross for et lite utvalg styrker Bell denne studien ved å presentere den sammen med to andre studier som viser lignende resultater.

En lignende intervensjonsstudie er gjennomført i sammenheng med masteroppgaven til Karlsen og Stark. Karlsen og Stark undersøker i sin oppgave forekomst av misoppfatninger om desimaltall og effekten av tre ulike aksjoner (Karlsen & Stark, 2015). De benytter en diagnostisk test som før og etter kartlegging. Den diagnostiske testen består av 7 oppgaver med varierende antall deloppgaver per oppgave. Det er også varierende hvordan oppgavene skal besvares, noen er med avkrysning, oppgaveløsning og innfylling.

Steinle utnytter i sin doktoravhandling en longitudinell studie for å undersøke elevers tankemønstre i forbindelse med desimaltall. Studien er gjennomført i Melbourne og utvalget består av ca. 3000 elever fra 12 ulike skoler. Testingen gikk over en 4-års periode og antallet tester hver enkelt elev tok varierte fra en til syv. Testene bestod av diagnostiske oppgaver som skulle avsløre inntil 12 misoppfatninger knyttet til desimaltallsnotasjon (Steinle, 2004). En longitudinell studie av denne dimensjonen krever mye organisering for å kunne teste de samme elevene år etter år. Steinle løste dette ved å teste hele klasser som forventet å ha elever som allerede var en del av studien, dette førte naturligvis til at nye elever kunne bli med i studien til enhver tid (Steinle, 2004). Et slikt utvalg med nye og allerede involverte elever kan potensielt være en ulempe, men Steinle presenterer det som en fordel da de underveis i studien gikk over til et oppdatert oppgavesett og man da kunne sammenligne elevene som hadde hatt begge oppgavesettene og elevene som kun hadde hatt det oppdaterte settet.

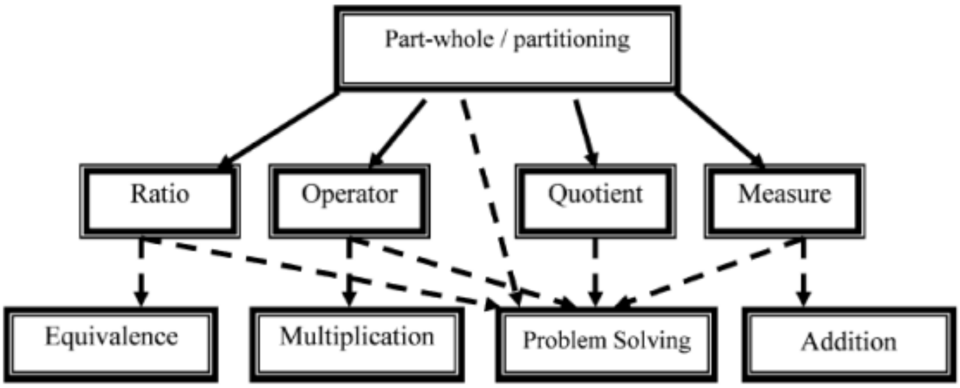
Generelt ser vi at det er overvekt av mixed methods, særlig i studier knyttet til mastergrader, der den kvantitative delen blir brukt som et slags påvisningsmedium for å sjekke misoppfatninger mens den kvalitative delen gir et reelt innblikk i hva elevene egentlig tenker. De større studiene beskrevet i dette kapittelet gir muligens et dypere innblikk i elevtenkning rent kvantitativt. De diagnostiske testene som er benyttet i forbindelse med andre masteroppgaver er generelt varierte i form, antall oppgaver, svarform og om hvor mange misoppfatninger som er knyttet til hver enkelt oppgave, men vi ser at de fleste tar utgangspunkt i oppgaver som allerede er utviklet konkret for diagnostisk undervisning.

2.2. Brøk

Allerede på småtrinnet blir elever introdusert for brøk-begrepet, selv om hoveddelen av brøkemnet kommer på mellomtrinnet og på ungdomsskolen. Brøk blir ansett som et svært viktig tema for å kunne bygge matematisk forståelse, noe som også vil være viktig i arbeid med andre matematiske temaer, blant annet algebra og sannsynlighet (Clarke & Roche, 2009, s. 127).
Hoveddelen av kompetansemålene om brøk kommer etter 5.trinn, men det er også nevnt blant kompetansemålene på ungdomstrinnet (Utdanningsdirektoratet). Det at elevene skal ha kompetanse om brøk allerede etter første året på mellomtrinnet, og at brøk opptar en såpass stor del av kompetansemålene der, forteller litt om viktigheten av brøk som tema og at dette skal bygge fundament for den videre forståelsen i faget.

Samtidig oppfattes brøk som et komplekst tema, både av elever som syns det kan være vanskelig å lære, men også blant lærere som føler brøk er vanskelig å lære bort (Clarke & Roche, 2009, s. 127). Vi har også selv fått erfare gjennom praksis hvor problematisk noen elever syns brøk er, og at det slett ikke er lett å klare å skape en forståelse rundt selve brøkbegrepet. Noe av det som gjør at dette kan oppleves som vanskelig for noen elever er at de ikke klarer å forstå at brøken representerer ett tall, siden brøk skrives som to tall adskilt av en brøkstrek. I tillegg virker det å være problematisk å se helheten og sammenhengen av brøkbegrepet siden det brukes så mange ulike representasjonsformer for å beskrive brøker. De mest vanlige representasjonsformene av brøker som elevene møter på i skolen er skrevne brøker som kan plasseres på en tallinje og brøker i form av oppdelte kaker og pizzaer etc.

Siden brøk er et stort og omfattende emne, kan det derfor være hensiktsmessig og dele opp begrepet for å gjøre det lettere å skape en god forståelse. Kieren regnes som den første til å gå inn for en slik inndeling, og han valgte å dele opp brøkbegrepet i fire underkategorier; ratio (forhold), operator (operator), quotient (kvotient), og measure (måling) (Kieren, 1976). Denne modellen ble så videreutviklet av Behr, Lesh, Post & Silver i 1983, til å også omfatte part-whole (del av helhet) som et overordnet begrep (M. Behr et al., 1983, s. 101). Deres fremstilling av brøkbegrepet kan sees i figur 1, som viser hvilken type matematikk som knyttes til de ulike brøk-kategoriene:



Figur 1: Oppdeling av brøkbegrepet (M. J. Behr et al., 1983)

2.2.1. Kategoriseringer av brøkbegrepet

I den overordnede kategorien brøk som del av en helhet fremstilles brøken $\frac{a}{b}$ ved at man har noe som deles opp i b like store deler, for deretter å plukke ut a deler av dette. Det vesentlige ved dette perspektivet er at noe deles opp i like store deler. En vanlig måte å konkretisere og visualisere dette perspektivet på er ved å bruke oppdelte firkanter og sirkler. I lærebøker blir dette ofte fremstilt ved hjelp av oppdelte pizzaer eller kaker (Hana, 2014, s. 164).

Underkategorien brøk som forhold sammenligner to størrelser. Brøken $\frac{a}{b}$ blir til når a multiplisert med den første størrelsen blir det samme som b multiplisert med den andre størrelsen (Hana, 2014, s. 165). Dette perspektivet fremstilles ofte ved bruk av forholdstall eller tekst og oppgaver som elevene møter inneholder ikke nødvendigvis brøkuttrykk (Brandsegg & Torbergsen, 2015, s. 23). Eksempler på vanlige oppgaver kan være målestokk på et kart eller blandingsforhold mellom saft og vann.

I underkategorien brøk som operator fungerer brøken som en operator på en størrelse. Brøken $\frac{a}{b}$ virker inn på en størrelse slik at denne forandrer seg med en faktor $\frac{a}{b}$ (Hana, 2014). Brøken er altså her et tall som multipliseres med et annet tall og størrelsen på brøken avgjør om svaret blir større eller mindre enn utgangspunktet. Innenfor operatorkategorien er det altså snakk om multiplikative strukturer og eksempel på en oppgave kan være å finne $\frac{3}{4}$ av 1 kg kjøttdeig (Matematikksenteret, 2018c).

I underkategorien brøk som kvotient representerer brøkuttrykket en divisjon hvor vi får brøken $\frac{a}{b}$ ved at a element deles opp i b grupper (Hana, 2014, s. 165). Nevneren, eller divisoren, forteller altså hvor mange like deler helheten er delt inn i. Denne kategorien dekker alle former for delingssituasjoner og eksempel på en vanlig oppgave kan være at tre personer skal dele to pizzaer likt og da finne ut hvor mye pizza hver person spiser.

I underkategorien brøk som måling kan en brøk brukes til å uttrykke en tallstørrelse utover heltallene. Her kan man se på brøken $\frac{1}{b}$ som en del av en måleenhet, slik at man får måleenheten dersom man multipliserer $\frac{1}{b}$ med b. Multipliserer man a med $\frac{1}{b}$ vil man da få brøken $\frac{a}{b}$ (Hana, 2014, s. 165). Denne kategorien er knyttet til plassering av brøker på en tallinje og geometriske størrelser som lengde, volum og areal (Matematikksenteret, 2018c). Eksempel på en oppgave kan være å finne
ut hvilken brøk som er størst av $\frac{7}{12}$ og $\frac{6}{10}$.

2.3. Misoppfatninger

Misoppfatninger kan defineres som en fastlagt oppfatning av et begrep som ikke er den det var meningen at det skulle ha (Nygaard & Zernichow, 2006). Misoppfatninger oppstår når elever antar at ideer og begreper, som er dannet gjennom tidligere erfaringer, er gjeldene i nye situasjoner. Når elever møter matematikkfaget, er det ofte i avgrensende seksjoner for å forenkle og gi dem en naturlig eskalasjon av vanskelighetsgrad. Men erfaringer gjort på et avgrenset felt er sjelden ferdig utviklet (Brekke & Støren, 1995). Man skiller mellom feil elevene gjør og misoppfatningene de har. Feil kan være tilfeldige og komme av uoppmerksomhet eller slurv, men en misoppfatning vil alltid gi konsekvente feil. Generalisering av tidligere erfaringer og kunnskap i nye situasjoner vil gi feil svar hver gang siden elevene benytter en bestemt tankegang. For mange elever kan disse misoppfatningene bli så dyptgripende at de vil følge elevene lenge etter at de er ferdige med skolegangen (McIntosh, 2007, s. 2).

Misoppfatninger er en såpass vanlig del av matematikkhverdagen til elever i skolen at matematikk-senteret har laget en egen side med hva som kjennetegner misoppfatninger i matematikk og hvordan lærere kan jobbe med elever som er i misoppfatning (Matematikksenteret). Matematikksenteret har også utviklet et vurderingsverktøy som kalles for Alle teller!, for å kartlegge barns talloppfatning og tallforståelse. Til dette har de også laget en håndbok med samme navn, til lærere som underviser i matematikk i grunnskolen. Boken, som er skrevet av Alistair McIntosh, omhandler tall og tallforståelse, og inneholder kartleggingstester og veiledning om misoppfatninger og misforståelser på området (Matematikksenteret).

Misoppfatninger kan forekomme i alle temaene innen matematikk, og eksemplene på vanlige misoppfatninger er mange. I boken Alle teller! Skriver McIntosh om mange av de vanligste temaene innen matematikk og dertil beskriver han også de vanligste misoppfatningene knyttet til de forskjellige temaene. Eksempler på vanlige misoppfatninger i ulike matematiske temaer kan være at elevene tenker at multiplikasjon alltid gjør tallet større og at divisjon alltid gjør tallet mindre, at minus 6 er større enn minus 2, og at det ikke finnes noen desimaltall mellom 0,5 og 0,6 (McIntosh, 2007, s. 21, 39 og 67). Når man ser eksempler på mange av de vanligste misoppfatningene elever gjør, så kan man forstå hvorfor elevene tenker at det må være sånn. Men selv om det ikke alltid er like lett å forstå hvordan noen misoppfatninger oppstår, så er felles for dem alle at de virker logiske for elevene.

2.3.1. Misoppfatninger og språkliggjøring i tema brøk

Misoppfatninger kan oppstå i alle de ulike temaene innen matematikk. I denne oppgaven fokuseres det på temaet brøk som er et svært viktig tema innen matematikk og et såpass komplekst tema at mange kan ha vanskeligheter med å forstå hvordan brøkbegrepet fungerer. Derfor er det også fort gjort at det oppstår misoppfatninger innen dette temaet. Når det kommer til et stort og komplekst tema som brøker kan det oppstå mange ulike misoppfatninger. Matematikksenteret har definert seks forskjellige typer misoppfatninger knyttet til temaet brøk:

1. Nevner representerer alle deler, uavhengig av størrelse
2. Jo større nevner (eller teller), jo større brøk
3. Brøkstrek er likt desimalkomma
4. Differansen mellom teller og nevner avgjør størrelsen til brøken
5. Teller (eller nevner) er et isolert tall
6. Tar ikke hensyn til helheten

(Matematikksenteret, 2018b)

La oss se litt nærmere på disse ulike misoppfatningene og hvordan elever kan tenke for at disse misoppfatningene skal oppstå. I tillegg til de seks misoppfatningene definert av Matematikksenteret har vi også valgt å ta med to andre typer feilområder som kan være relevant å undersøke. Det ene er en misoppfatning som handler om at man legger sammen tallene i teller og nevner når man skal avgjøre størrelsen til en brøk. Det andre er ikke en misoppfatning på samme måte, men omhandler den språklige formuleringen av oppgaven og om dette kan føre til feil og misforståelser hos elevene. Disse to er ikke er definert på samme måten i litteraturen som de andre seks, men de er likevel relevante nok til at vi ønsker å ha de med i den diagnostiske testen for å se om elevene også opplever problemer på disse områdene. Videre følger en beskrivelse av de ulike misoppfatningene og problemområdene som er aktuelle i denne studien:

2.3.1.1. M1: Nevner representerer alle deler, uavhengig av størrelse

Denne misoppfatningen handler om man ikke tar hensyn til størrelsen til de ulike brøkene, men at man bare ser på antallet deler. For eksempel om man ser på fargene i det colombianske flagget i figur 2. Her kan enkelte elever tenke at hver farge representerer 1/3 av flagget, siden flagget består av tre forskjellige farger, uten å ta hensyn til at det gule fargen dekker en større del av flagget enn den blå og den røde (Matematikksenteret, 2018b).

Figur 2: Colombias flagg

2.3.1.2. M2: Jo større nevner, jo større brøk

Denne misoppfatningen handler om at man overgeneraliserer og tenker at brøkene har de samme egenskapene som hele tall. Dermed kan noen elever tenke at 1/9 må være større enn 1/8, siden 9 er større enn 8. Denne misoppfatningen kan også knyttes til desimaltall hvor man kan tenke at 0,9 er nærmere 1 enn 0,8 (Matematikksenteret, 2018b).

2.3.1.3. M3: Brøkstrek er likt komma

Denne misoppfatningen handler om at man ser på brøken som et desimaltall hvor brøkstreken representerer komma. Det kan være vanskelig for noen elever å forstå at brøken representerer ett tall, siden den består av to tall som er adskilt av en brøkstrek. Denne måten å representere et tall på skiller seg fra den måten elevene er vant til, og det kan få noen elever til å tenke på brøken som heltall. Siden brøkstreken må ha en betydning blir det fort gjort at disse elevene knytter denne til andre tall som de vet er adskilt, nemlig desimaltallene som skilles med et kommategn. For disse elevene vil det derfor være helt naturlig å tenke at 4/5 er det samme som 4,5 (Matematikksenteret, 2018b).

2.3.1.4. M4: Differansen mellom teller og nevner avgjør størrelsen til brøken

Denne misoppfatningen handler om at man avgjør hvor stor en brøk er ut fra differansen mellom telleren og nevneren. Dette kan oppstå når elever skal sammenlikne brøker med ulike tall i teller og nevner, for eksempel 2/3 og 8/10. Da kan noen elever tenke at 2/3 er størst fordi det bare mangler én i teller for å få en hel, mens i 8/10 mangler det to i teller for å få en hel. Dette er et eksempel på såkalt «gap thinking», hvor elevene ser på «gapet» mellom teller og nevner. Dette kan også føre til at enkelte elever tenker at 3/4 er det samme som 4/5 fordi forskjellen mellom teller og nevner er lik. Elever med denne misoppfatningen vil likevel ofte svare riktig på prøver. Skal de f.eks. velge hvilken brøk som er størst av 2/3 og 3/5 så vil 2/3 gi riktig svar, så dette kan være lurt å tenke over hvis man vil finne ut om elevene har denne misoppfatningen (Matematikksenteret, 2018b).

2.3.1.5. M5: Teller (eller nevner) er et isolert tall

Denne misoppfatningen handler om at elevene ikke ser på brøken som helhet, men som isolerte tallverdier. Hvis oppgaven er å sette ring rundt 1/3 av ni prikker, så vil elever med denne misoppfatningen velge å enten sette ring rundt en av prikkene, siden dette er tallet i telleren, eller rundt tre av prikkene, siden dette er tallet i nevneren. Dette er også et eksempel på at elever med en misoppfatning kan svare riktig på en oppgave, for her vil det riktige svaret være nettopp tre prikker. Igjen er det viktig å tenke over hvilke oppgaver man bruker når man ønsker å avdekke en bestemt misoppfatning (Matematikksenteret, 2018b).

2.3.1.6. M6: Tar ikke hensyn til helheten

Denne misoppfatningen handler om at man ikke ser på brøken som en relativ størrelse, men at man ser på alle brøker som en del av den samme helheten. Hvis oppgaven er at en vare som koster 80 kr går opp 1/4 i pris, så kan eleven få at riktig svar blir 100 kr. Men dersom oppgaven også sier at den samme varen går ned med 1/4 i pris etterpå, så kan elever med denne misoppfatningen tenke at varen igjen vil koste 80kr, fordi de ikke tar hensyn til at helheten har forandret seg (Matematikksenteret, 2018b).

2.3.1.7. M7: Legger sammen teller og nevner ved addisjon

Denne misoppfatningen handler om at man avgjør størrelsen på en brøk ved å legge sammen teller og nevner, uavhengig av hvilke tall brøken består av. Dermed kan noen elever tenke at f.eks. 3/10 er mer enn 5/6 fordi 3 og 10 blir 13 når man legger de sammen, mens 5 og 6 sammenlagt bare blir 11. Denne misoppfatningen vil jo stemme i ganske mange tilfeller, så her er det også viktig at man tenker nøye gjennom hvilke tall man bruker for å avsløre om eleven har denne misoppfatningen eller ikke.

2.3.1.8. M8: Språkliggjøring

Misoppfatning 8: språkliggjøring er ikke en definert misoppfatning, men der er likevel interessant å se om den muntlige representasjonen av brøkene vil bidra til at elevene svarer feil. Til tross for manglende status som misoppfatning omtales allikevel denne misforståelsen av muntlig representasjon som «misoppfatning 8», for enkelhetens skyld.

Misoppfatning 8 handler altså om at elever ofte ikke har utviklet et hensiktsmessig språk for matematiske begreper – matematikken blir noe som bare eksisterer som fremmed symbolikk på papiret, ikke som språk (i hodet). Det er vanskelig for dem å koble de matematiske symbolene på papiret til et hensiktsmessig språk i hodet og omvendt. Dette vil naturligvis gjøre det utfordrende for elevene å forstå meningsinnholdet. Spørsmålet kan f.eks. være; hvor mye fem hundredeler tilsvarer? Da kan elever tenke at svaret må være 20, fordi 100 dividert med fem er lik 20.

2.5. Diagnostisk undervisning

Diagnostisk undervisning er en arbeidsmåte som skiller seg fra tradisjonell klasseromsundervisning i matematikk. Tradisjonelt sett knytter arbeidsmetodene i klasserommet seg tett opp mot metodene i lærebøkene. Disse har lagt hovedvekten på eksempel-regel-metoden, der oppgavene er fokusert rundt små isolerte steg som elevene skal mestre for å kunne forstå en algoritme eller metode (Brekke, 2002). Diagnostisk undervisning derimot retter fokus mot varig begrepsdannelse, ved å diagnostisere underutviklede begreper for å så endre disse gjennom skapelse og løsning av kognitive konflikter. Skjematisk kan man dele diagnostisk undervisning inn i følgende fire faser:

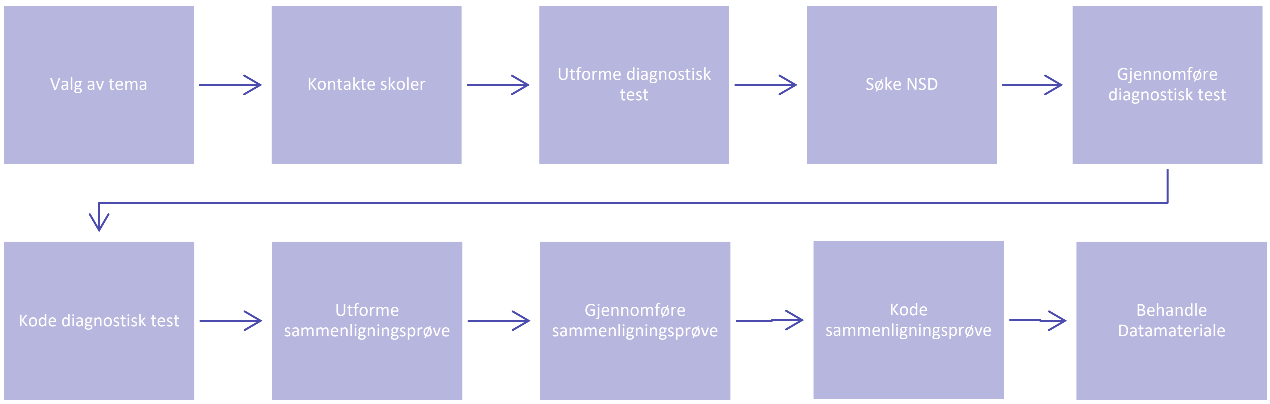
> *1. Identifisering av misoppfatninger*
> *2. Tilrettelegging av undervisning slik at misoppfatninger blir fremhevet. Dette kalles en kognitiv konflikt*
> *3. Løse den kognitive konflikten gjennom diskusjon og refleksjon. Dermed danner eleven et nytt eller utvidet begrep.*
> *4. Bruke det utvidede begrepet i andre sammenhenger.*
>
> (Brekke, 2002)

For å kunne indentifisere elevenes misoppfatninger utføres en diagnostisk test. I denne sammenhengen vil en diagnostisk test defineres som en test bestående av svært nøye utvalgte diagnostiske oppgaver, som er formulert med den klare hensikt å kunne avsløre en bestemt type misoppfatning. Denne testen vil for elevene fremstå som en helt vanlig test, men vil altså utelukkende bestå av diagnostiske oppgaver, hvor målet er å avsløre om elevene opplever misoppfatninger knyttet til det aktuelle temaet.

Når misoppfatningene er identifisert må de løftes frem i undervisningen. Ved å tilrettelegge undervisningen og la elevene møte problemstillinger som utfordrer misoppfatningen skaper man en *kognitiv konflikt* hos elevene (Brekke, 2002). Denne konflikten kan så løses gjennom å la elevene diskutere og reflektere over det sentrale i begrepet gjennom en konfliktdiskusjon. En slik diskusjon har en destruktiv fase der eleven innser gamle ideers utilstrekkelighet og en løsningsfase der nye ideer og begreper dannes gjennom utforskning, diskusjon og refleksjon (Brekke, 2002). Avslutningsvis brukes det nye begrepet i andre sammenhenger.

3. Metode

I dette kapittelet vil vi redegjøre for vårt metodevalg, beskrive utformingen av oppgavesettene, utvalget, gjennomføringer og de etiske avveiningene gjort i forbindelse med dette prosjektet. Vi har benyttet kvantitative metoder for datainnsamling og benytter oss av et induktivt forskningsdesign der vi er like opptatt av å finne gode spørsmål, som vi er av å besvare dem. Figur 3 gir en oversikt over hvordan arbeidet med studien har forløpt seg.



Figur 3: Studiens progresjon

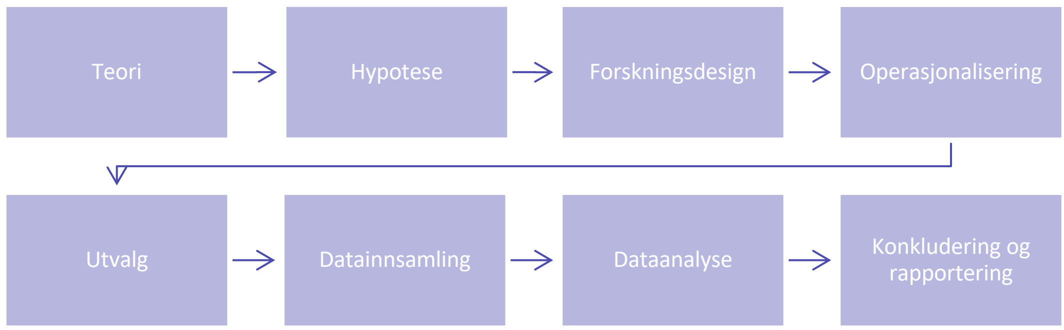
3.1. Metodevalg

Formålet med studien er å undersøke hvor vanlig misoppfatninger i brøk er blant elever i tiende klasse, hvilke konsekvenser dette har for elevenes kompetanse, og om det fins en sammenheng mellom antallet misoppfatninger og denne matematiske komeptansen. I tillegg vil studien undersøke hvor mye og hva slags informasjon man kan utvinne av et sett med diagnostiske og ikke-diagnostiske tester. I denne studien ble to ulike tester benyttet, hvorav den første testen besto av diagnostiske oppgaver i form av avkrysnings-oppgaver innen temaet brøk, mens den andre besto av generelle matematikkoppgaver innen andre matematiske temaer, hvor elevene skulle vise hvordan de kom frem til svare ved utregning.

3.1.1. Om kvantitative metoder

Innen forskning skiller man mellom kvalitative og kvantitative metoder. Den mest åpenbare forskjellen mellom disse to er at kvantitative metoder benytter seg av numerisk målte datamateriale mens kvalitative metoder ikke gjør det (Bryman, 2016). Bruken av kvantitative metoder har vært dominerende innen samfunnsforskning og har praksiser fra naturvitenskapen og positivismen, der objektivitet og harde fakta er i høysetet. Kvalitative metoder derimot avviser disse praksisene og fokuserer heller på hvordan individet forstår og konstruerer sin virkelighet (Bryman, 2016). En kombinasjon av kvantitative og kvalitative metoder, kalt mixed methods, har også i senere tid blitt mer vanlig. Man kan eliminere svakhetene ved den ene med bruken av den andre, ved å forklare det kvantitative med det kvalitative eller støtte det kvalitative med det kvantitative (Høgheim, 2020). I denne studien har vi valgt å kun benytte oss av kvantitativ metode.

En generell prosess for en kvantitativ studie vil kunne sees i figur 4, hvilket er tett knyttet til den naturvitenskapelige metoden. Denne prosessen er basert på Brymans beskrivelse av kvantitativ studie. Videre vil denne prosessen forklares med hovedvekt på forskningsdesign.



Figur 4: Generell prosess for kvantitativ studie (Bryman, 2016)

Hypoteser blir formet på bakgrunn av aktuell teori bestående av tidligere forskning, funn og hypoteser. Videre følger valg av forskningsdesign, der det blir viktig å finne det designet som passer best med den aktuelle problemstillingen eller hypotesen man skal undersøke. Etter design er valgt må konsepter operasjonaliseres og utvalg av forskningssted og respondenter gjøres, før dataene kan samles inn, prosesseres og analyseres. Avslutningsvis må funnene rapporteres. Videre vil ulike forskningsdesign bli beskrevet.

Thrane trekker frem fire forskjellige typer forskningsdesign: tverrsnittstudier, longitudinelle studier, eksperimentelle studier og casestudier (Thrane, 2018). Tverrsnittstudier viser til et bestemt tidspunkt og samler mye informasjon om mange respondenter på en effektiv måte. Ulempen med denne typen studier er at de er lite effektive når det gjelder tidsforløp og har større sjanse for *recall bias*, der respondentene svarer unøyaktig om de blir spurt om noe som har skjedd tidligere (Thrane,

2018). Longitudinelle studier derimot fokuserer særlig på tidsforløp og et vanlig longitudinelt design er gjentatte tversnittstudier.
Eksperimentelle design undersøker kausalitet mellom to variabler, altså om endringer i en uavhengig variabel x vil påvirke en avhengig variabel y (Thrane, 2018). Høgheim deler eksperimentelle design videre i randomiserte eksperimenter og kvasieksperimenter. Randomiserte eksperimenter er gullstandarden innen forskning, der man undersøker en intervensjon og har en randomisert kontrollgruppe (Høgheim, 2020). Slike studier kan være krevende å gjennomføre og dermed har kvasieksperimentene grodd frem. Her utprøver man en intervensjon uten å oppfylle kravene om grupper og randomisering som randomiserte eksperimenter har (Høgheim, 2020).

I en casestudie undersøker man en problemstilling eller hypotese som er relevant innen en bestemt hendelse, bedrift eller aktivitet Funnene i en slik studie vil ikke nødvendigvis ha noen relevans utenfor denne bestemte casen (Thrane, 2018).

3.1.2. Test som metode

Denne studien har et induktivt design, hvilket betyr at vi forsøker å avdekke årsak-virkning-forhold, hvor vi beskriver virkeligheten uten å gi noen forklaringer. Til dette kan test være et effektivt virkemiddel som kan gi mye data på relativt kort tid. Dette er en vurderingsform elevene er godt kjent med spesielt i matematikk, og i dag brukes blant annet nasjonale prøver og PISA-test for å kartlegge elevers matematikkferdigheter. En annen fordel med bruk av test er at det, avhengig av hvordan man gjennomfører testen, kan gi svært eller helt objektive data. Med objektive data menes data hvor forskeren ikke har hatt noen innvirkning på svarene. Vi har benyttet to ulike tester, som begge har vært i papirform. Dersom man som forsker kjenner de som blir testet, så kan en test i papirform åpne opp for en subjektiv vurdering, spesielt dersom oppgavene krever tekstbesvarelse. Den første testen vi bruker krever kun avkrysning fra elevenes side, men i den andre testen skal elevene også forklare sin fremgangsmetode. Likevel er ikke vår kjennskap til elevene stor nok til å kunne vite hvem som har besvart oppgavene kun basert på tekstbesvarelsen. For å holde objektiviteten så høy som mulig har testene blitt gjennomført av lærerne uten forskerne til stede, og elevene brukte kandidatnummer som var knyttet til elevene gjennom en koblingsnøkkel som kun læreren hadde tilgang til.

Denne studien er en kombinasjon av to tverrsnittstudier. I første omgang deltar respondentene i en diagnostisk test som undersøker misoppfatninger i det matematiske temaet brøk, videre betegnet som den diagnostiske testen. Et større utvalg av elever blir testet så å si samtidig og de blir kun testet en gang på dette området. Deretter gjennomfører elevene en sammenligningsprøve, videre betegnet som sammenligningsprøven. Denne testen består av oppgaver innen ulike matematiske temaer der brøktenkning er relevant, men ikke direkte koblet, eksempelvis formlikhet, prosent, forhold osv. Oppgavene i sammenligningsprøven er ikke av diagnostisk karakter og vil ha en annen formulering enn den diagnostiske testen. For å bevare elevenes personvern benyttes en koblingsnøkkel med kandidatnummer som kun elevenes lærer har tilgang til. Etter endt testing kodes og behandles resultatene. Behandlingen av vårt datamateriale beskrives i kapittel 4.

3.2. Utforming av oppgavesettene

I dette kapittelet beskrives utformingen av oppgavesettene som utgjør den diagnostiske testen og sammenligningsprøven, og som danner bakgrunnen for vår kvantitative analyse.

3.2.1. Den diagnostiske testen

Den diagnostiske testen består av fire oppgaver knyttet til hver av misoppfatningene definert tidligere. Oppgavene er av diagnostisk karakter, hvilket betyr at oppgavene er spesifikt tilpasset den enkelte misoppfatning og et eventuelt feilsvar vil tyde på at eleven innehar den aktuelle misoppfatningen. Hensikten er å avsløre konsekvente tankemønster som vil være til stede hos elever som innehar den konkrete misoppfatningen som oppgavene er rettet mot. Fordi det er fire forskjellige oppgaver knyttet til hver misoppfatning, vil det minske sjansen for tilfeldige feilsvar. Dersom det er feil på minst tre av oppgavene vil vi konkludere med at eleven innehar den aktuelle misoppfatningen.

I utformingen av den diagnostiske testen sammenlignes allerede eksisterende diagnostiske oppgaver opp mot følgende definerte krav:

1. Oppgaven er kun knyttet til en type misoppfatning
2. Elever med den aktuelle misoppfatningen kan ikke få rett svar på oppgaven
3. Presis formulering med minimale tolkningsmuligheter

Kravene er utformet med hensikt på å anskaffe et minst mulig tvetydig datamateriale. Dersom oppgavene kunne tyde på flere misoppfatninger vil det bli vanskelig å konkludere med hvilken av de som er inneværende hos eleven. Det neste kravet er knyttet til hvor mye diagnostisk informasjon man kan få ut av en oppgave. Dersom elever med en misoppfatning kan få riktig svar på oppgaven vil ikke oppgaven kunne avsløre tankemønstrene eleven har og dermed ikke gi noen brukbar diagnostisk informasjon (Brekke, 2002). Det siste kravet er med for å begrense tidsbruken til elevene og minske muligheten for å misforstå oppgaveteksten.

I prosessen med å velge hvilke oppgaver som skulle være med i den diagnostiske testen oppgaver fra lignende tester blitt vurdert, blant annet oppgaver som Matematikksenteret har utviklet og prøvd ut i sine realfagsløyper i temaet Misoppfatninger knyttet til brøk (Matematikksenteret, 2018a), samt oppgaver brukt av Vinje i hans masteroppgave (Vinje, 2019). Noen av oppgavene er hentet direkte fra disse, noen er modifisert litt for å skape litt forandring, og noen av oppgavene er egenprodusert med inspirasjon fra disse oppgavene.

Hovedfokuset har vært at oppgavene som er med i den diagnostiske testen skal være så presise som mulig når det gjelder å teste en bestemt misoppfatning. Dette er viktig for å minimere antallet feilkilder, slik at man kan være så sikker som mulig på at svarene man får i oppgavene stemmer overens med det man ønsker å teste. Dette har gitt et utvalg bestående av totalt 32 deloppgaver, hvorav det er fire deloppgaver knyttet til hver av de syv misoppfatningene vi har definert, samt fire oppgaver knyttet til språkliggjøring. Tabell 1 viser en fordeling av de ulike oppgavene med en beskrivelse av den tilhørende misoppfatningen.

Oppgaver		**Misoppfatning**	**Beskrivelse**
1	a, b, c, d	Nevner representerer alle deler, uavhengig av størrelse	Dette er oppgaver som består av et sett med figurer som er delt i ulike deler, men hvor hver del ikke nødvendigvis er like stor. Oppgavene er valgt fordi det skal komme tydelig frem om elevene forstår sammenhengen mellom brøk og størrelse.
2	a, b, c, d	Jo større nevner, jo større brøk	Dette er oppgaver som består av ulike brøker hvor elevene skal velge hvilken brøk som er størst, samt oppgaver hvor elevene skal forkorte eller utvide en brøk. Oppgavene er valgt for å se om elevene kan se en sammenheng mellom størrelsen på nevneren og størrelsen på selve brøken.
3	a, b, c, d	Brøkstrek er lik komma	Dette er oppgaver som omhandler brøk og desimaltall. Oppgavene er valgt for å se om elevene tenker på brøkstreken som et komma.
4	a, b, c, d	Differansen mellom teller og nevner avgjør størrelsen til brøken	Dette er oppgaver hvor elevene skal finne den største brøken, samt rangere brøker i riktig størrelse og forkorte eller utvide en brøk. Oppgavene er valgt for å se hvordan elevene tenker om forholdet mellom teller og nevner.
5	a, b, c, d	Teller (eller nevner) er et isolert tall	Dette er oppgaver som dreier seg om å finne riktig brøkdel av en gitt mengde. Oppgavene er valgt for å se om

			elevene henger seg opp i selve tallet i telleren eller nevneren.
6	a, b, c, d	Tar ikke hensyn til helheten	Dette er korte tekstoppgaver hvor utgangspunktet er en gitt mengde som øker eller minker med en bestemt brøkdel. Deretter vil den nye summen øke eller minke tilbake med den samme brøkdelen, men svaret vil ikke bli det samme siden utgangspunktet nå har forandret seg. Oppgavene er valgt for å se om elevene klarer å se denne koblingen.
7	a, b, c, d	Legger sammen teller og nevner ved addisjon	Dette er oppgaver som består av ulike brøker hvor flere av brøkene har relativt høye tall i telleren og/eller nevneren. Her skal elevene finne den største brøken, samt rangere brøker i riktig størrelse. Oppgavene er valgt for å se om elevene velger den brøken som gir størst sum dersom man legger sammen telleren og nevneren.
8	a, b, c, d	Språkliggjøring	Dette er oppgaver hvor elevene skal finne en gitt brøkdel av et bestemt tall. Oppgavene er formulert på en bestemt måte, og er valgt for å se om språkliggjøringen har betydning for elevsvarene.

Tabell 1 Oversikt over misoppfatninger

3.2.2. Sammenligningsprøven

Sammenligningsprøven har som hensikt å sammenligne elevenes eventuelle ansamling av misoppfatninger opp mot deres generelle ferdighetsnivå i matematikkfaget, eller matematiske kompetanse. Den består av seks ulike oppgaver som ikke er av diagnostisk karakter, men som gjenspeiler flere forskjellige temaer innen matematikkfaget. Oppgaver som er direkte knyttet til brøk har blitt utelatt da det er naturlig å anta at misoppfatninger i brøk ville hatt et utslag på dette temaet. Vi velger derimot å benytte temaer som har en mer indirekte tilknytning til brøk, eksempelvis formlikhet, algebra og prosent.

Siden hensikten med sammenligningsprøven er å teste elevenes matematiske kompetanse, har vi valgt å benytte oppgaver som vi har funnet i pensumbøker fra ungdomsskolen. Oppgavene er hentet fra alle trinnene, men representerer en type oppgaver som elever på tiende trinn vil kunne forvente å få på en eventuell eksamen. Nivået på oppgavene er av en slik karakter at elevene vil kunne svare på de uten bruk av andre hjelpemidler enn kalkulator. Av visuelle årsaker er kun oppgaver med et tilhørende bilde valgt for å gi testen et mer visuelt uttrykk. Oppgavene i sammenlignings-prøven er hentet fra følgende pensumbøker; Faktor 8, Faktor 10, Maximum 9 og Maximum 10. I talbell 2 følger en oversikt over oppgavene i sammenligningsprøven og de matematiske temaene de dekker:

Oppgaver	Matematisk tema
1	Algebra
2	Tall og regning (valuta)
3	Potenser og forhold
4	Geometri (formlikhet)
5a	Prosent
5b	Geometri (forhold)
6	Algebra

Tabell 2 Oversikt over oppgaver og matematisk tema SP

3.3. Utvalg og gjennomføring

I dette kapittelet vil vi beskrive prosessen med utvalget av respondenter til studien, samt beskrive hvordan gjennomføringen av de to testene ble gjort.

3.3.1. Utvalg

For å kunne få tilstrekkelig med svar til en kvantitativ analyse er det viktig at utvalget er stort nok. For å oppnå dette var det ønskelig med et utvalg på rundt 100 elever. I praksis ville dette bety mellom tre og fem klasser, dersom man regner med at en vanlig skoleklasse har mellom 20 – 30 elever. Det var også ønskelig at utvalget skulle bestå av elever i tiende klasse, da vi gjerne ville se hvor utbredt misoppfatninger er blant elever som nesten har fullført grunnskolen, og som dermed har vært gjennom alt av undervisning innen temaet brøk og sånn sett burde ha best forutsetninger for å ha dannet seg et grundig brøkbegrep.

For å finne et utvalg var det derfor naturlig å ta kontakt med skoler som vi hadde tidligere kjennskap til. To lærere fra to ulike skoler, hvor begge lærerne underviste på tiende trinn og begge kunne stille opp med henholdsvis to og tre klasser til disposisjon ble kontakter, noe som ga et utvalg på totalt fem klasser. Grunnet omstendigheter som korona var ikke alle elevene til stede under den gjennomføringen av den diagnostiske testen, og enkelte av elevene valgte å ikke godta å være en del av utvalget. Dette gjorde at vi til sammen fikk 91 elevbesvarelser på den diagnostiske testen. Siden dette tallet var såpass nært 100 så vi oss fornøyde med andelen besvarte tester, og vi iverksatte derfor ingen tiltak for å prøve å rekruttere andre skoler og klasser til studien.

Dessverre ble også sammenligningsprøven påvirket av korona-omstendighetene, og dette gjorde at det kun var 73 elever som fikk tatt denne. I tillegg var det enkelte elever som kun hadde besvart en av testene, samt noen elever som ikke valgte å godta å være en del av utvalget på sammenlignings-prøven, slik at antall elever som har tatt begge testene endte på 66. Dette tallet var noe lavere enn ønsket, men omstendighetene tatt i betraktning var vi likevel relativt fornøyd med utvalget.

3.3.2. Gjennomføring

I forkant av den diagnostiske testen måtte prosjektet godkjennes, og vi måtte også skissere et informasjonsskriv til elevene med beskrivelse av prosjektet og rettighetene deres. Denne prosessen beskrives i punkt 3.4.1. Selve den diagnostiske testen fant sted i månedsskiftet februar/mars og ble foretatt av lærerne uten forskerne til stede, dette for at vi ikke skulle kunne påvirke elevene på noen som helst måte. Lærerne fikk utdelt nødvendig antall diagnostiske tester, informasjonsskriv og tomme kandidatlister. Lærerne delte ut tester og kandidatnumre til elevene som så gjennomførte testen. Etter dette kunne ferdige besvarelser hentes av oss. Samme prosedyre ble fulgt i forhold til sammenligningsprøven som ble gjennomført i midten av mars.

3.4. Etiske avveininger

I dette kapittelet beskrives de etiske avveiningene som er gjort i forbindelse med prosjektet og drøfte validiteten og reliabiliteten til den diagnostiske testen og sammenligningsprøven.

3.4.1. Etikk

«Den forskningsprosessen man skal gjennomføre i sin jakt på kunnskap, helt fra forskningsspørsmål til formidling, skal ivareta alle som deltar i forskningen, deres interesser, frihet og integritet» (Høgheim, 2020, s. 88). Dette er grunnleggende når man skal utføre et forskningsprosjekt, ikke minst når de man skal forske på er barn. Før selve gjennomføringen av den diagnostiske testen måtte derfor prosjektet til godkjenning hos Norsk senter for forskningsdata (NSD). Selv om testene våre er anonyme for oss som forskere var det nødvendig at lærerne hadde en koblingsnøkkel som knyttet elevene til hvert sitt kandidatnummer slik at man kunne sammenligne svarene fra den diagnostiske testen og sammenligningsprøven. Eksistensen av en slik koblingsnøkkel er å regne som en personopplysning, selv om forskerne ikke har tilgang til den, og krever dermed en godkjenning av prosjektet fra NSD.

I og med at vi trengte frivillig, informert samtykke fra elevene for at de skal delta i prosjektet, ble også et informasjonsskriv skissert. Fritt informert samtykke innebærer at samtykke skal gis uten noen from for press, at deltakerne skal ha fått tilstrekkelig informasjon om prosjektet de blir en del av, og at deltakerne skal gi tydelig uttrykk for om de ønsker å delta eller ikke (Høgheim, 2020, s. 88-89). I dette skrivet, se vedlegg 1, beskrives selve forskningsprosjektet, hvordan anonymitet opprettholdes og opplysninger vil bli behandlet. I tillegg beskrives hvilke rettigheter elevene har som deltakere i prosjektet, blant annet hvordan elevene samtykker, og hvordan de trekker tilbake samtykke om det skulle være ønskelig. Skrivet beskriver også hvordan lærerne gjennomfører testene, og på selve testen måtte elevene krysse av en boks dersom de godkjente å være med på prosjektet. Det siste er viktig fordi det skal komme tydelig frem at elevene har tatt et aktivt valg om å godkjenne dersom de ønsker å delta i prosjektet, her skal det helst være så lite tolkningsrom som mulig (Høgheim, 2020, s. 89). Den diagnostiske testen, informasjonsskrivet og en tabell med kandidatnummer ble levert til lærerne på de aktuelle skolene i februar.

3.4.2. Validitet

Validitet er viktig å tenke over når man driver med forskning, og i litteraturen finner man ulike tolkninger og inndelinger av dette begrepet. En populær måte å dele inn dette begrepet på er å skille mellom ytre og indre validitet (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 223). Validitet betyr gyldighet, og indre validitet dreier seg nettopp om konklusjonene man trekker er gyldige for det man har studert (Thrane, 2018, s. 223). Thrane deler dette videre i årsaksvaliditet og begrepsvaliditet, hvorav den første handler om hvor sikre man kan være på sammenhengen mellom årsak og virkning, mens den andre dreier seg om vi har målt det vi faktisk sier eller tror vi har målt (Thrane, 2018, s. 223). Kleven beskriver en mer tradisjonell inndeling av indre validitet og skiller mellom innholdsvaliditet, kriterievaliditet og begrepsvaliditet (Kleven, 2011, s. 97). Innholdsvaliditet dreier seg om testen man bruker er dekkende for det temaet eller området man forsøker å teste eller undersøke. Kriterievaliditet dreier seg om å sammenligne testresultater opp mot et kriterium for å se hvor høy korrelasjon det er mellom disse. Dersom det ikke er noe innhold eller kriterium som foreligger, har man med begrepsvaliditet å gjøre (Kleven, 2011, s. 97). I kvantitativ forskning er begrepsmessig validitet tett knyttet til begrepet operasjonalisering, og i slike studier starter man gjerne med et teoretisk begrep eller fenomen, for deretter å lage spørsmål som man mener eller antar er i stand til å måle dette (Thrane, 2018, s. 231).

Ytre validitet derimot, dreier seg om konteksten og om de resultatene man får kan generaliseres til andre kontekster (Thrane, 2018, s. 223). Vil f.eks. det som er studert og konkludert med på en skole i Sør-Norge også gjelde på en skole i Nord-Norge? Her vil det kunne være geografiske forskjeller som gjør at man ikke nødvendigvis vil få de samme resultatene selv om testene er like. Med kvantitativ forskning er det også interessant å se på det som kalles statistisk generalisering, nemlig om det er mulig å generalisere funn i et mindre utvalg til en større populasjon (Thrane, 2018, s. 240). F.eks. om det som gjelder på ett trinn på én skole vil kunne gjelde for alle skolene i distriktet, eller regionen, eller landet osv. Statistisk generalisering dreier seg om i hvor stor grad et funn i et utvalg kan overføres til en større populasjon, og da er det viktig å se på hvordan utvalget er valgt ut. Hvis målet med en undersøkelse er å kunne generalisere et funn til et større utvalg vil størrelsen på populasjonen og graden av tilfeldighet i utvalget ha betydning. Den statistisk «riktige» måten å trekke et slikt utvalg på, vil da være å ta et tilfeldig utvalg fra en liste over alle de som inngår i populasjonen. Når man driver med statistisk generalisering må man naturligvis regne med en viss usikkerhet (Thrane, 2018, s. 240).

Siden forskningen vår er en todelt prosess, bestående av to forskjellige tester, må vi også se på validiteten til begge disse. Validiteten i den første diagnostiske testen ligger i de nøye utvalgte brøkoppgavene som ble brukt. Det var vesentlig for oss at vi brukte oppgaver som var så presise som mulig når det gjaldt å avsløre spesifikke misoppfatninger. Derfor tok vi utgangspunkt i oppgaver som var brukt til lignende tester tidligere og modifiserte disse. Det at flere av oppgavene er utviklet av Matematikksenteret, og brukt med gode resultater, blant annet av Vinje, er en god indikasjon på validiteten til oppgavesettet. Det at vi også bruker fire oppgaver til hver misoppfatning, og at elevene må svare feil på minimum tre av disse for at de skal bli klassifisert med misoppfatningen, gjør at vi har grunn til å tro at den diagnostiske testen har høy validitet. Validiteten til sammenligningsprøven bør også være å regne som høy siden hensikten er å teste elevenes matematiske kompetanse og disse oppgavene er hentet fra pensumbøker på ungdomsskolen.

3.4.3. Reliabilitet

Reliabilitetsbegrepet ble opprinnelig utviklet innen psykometri som er et fagområde innen psykologien som omhandler teori og teknikker for måling av psykologiske fenomener. (Kleven, 2011, s. 90). Reliabilitet handler om pålitelighet og dreier seg om vi kan stole på resultatene fra målingen. Dersom man kan teste noe flere ganger og få samme resultat hver gang vil man kunne si at testen man har brukt er reliabel. Dersom man f.eks. veier en liter melk på en kjøkkenvekt og får samme resultat ved flere veiinger, så vil man kunne si at kjøkkenvekta er reliabel. Test-retest er en vanlig metode for å kunne si noe om reliabiliteten, og tanken er at dersom testen er perfekt reliabel skal de to målingene gi eksakt samme resultat. Når man gjennomfører den typen tester som vi har gjennomført vil det likevel være sannsynlig å tenke at resultatet kunne blitt litt annerledes dersom man gjennomførte de samme testene på nytt med det samme utvalget. Dette har sammenheng med hvordan det klassiske reliabilitets-begrepet fokuserte på målingen akkurat ved målingstidspunktet og at resultatene ikke nødvendigvis lar seg reprodusere fordi det kan skje forandringer i mellomtiden (Kleven, 2011, s. 90).

God reliabilitet innebærer at dataene er lite påvirket av målingsfeil, men er ingen garanti for at dataene er pålitelige når det gjelder andre feilkilder (Kleven, 2011, s. 89). Uansett hva slags type empiriske data man har, er det relevant å prøve å tenke seg til hvilke tilfeldige feilkilder som kan være med på å påvirke dataene. Reliabilitet er nemlig et teoretisk begrep som det strengt tatt ikke er mulig å måle eller beregne, i beste fall kan man estimere en grad av reliabilitet, gitt visse forutsetninger (Kleven, 2011, s. 91).

Selv om man kan argumentere for at testene våre har høy validitet er det likevel noen feilkilder som kan ha påvirket resultatene og derfor reliabiliteten til testene, dette gjelder spesielt den diagnostiske testen. Grunnen til det er at den diagnostiske testen består av en del flersvarsoppgaver hvor elevene i prinsippet kunne svart helt tilfeldig uten å i det hele tatt ha lest hva de ulike oppgavene dreier seg om. Det vil derimot være lite trolig at noen elever skal ha gjort dette med alle flersvarsoppgavene, for da ville man kunne antatt at resultatene deres også skulle vært tilnærmet lik den teoretiske sannsynligheten for å svare riktig på oppgavene. Tilfeldige feil følger store talls lov og vil i det lange løp jevne seg ut på lik linje med flaks og uflaks og vinnerlykke i lotto (Kleven, 2011, s. 88).

Det som derimot er mer sannsynlig er at flere elever kan ha svart tilfeldig på noen av oppgavene hvis de f.eks. var usikre på hva som var riktig svar. Dette kommer vi mer inn på i analyseringen og drøftingen av resultatene. Der vil vi også diskutere andre mulige feilkilder i oppgavesettet som kan ha medført at elevene har svart feil. Sammenligningsprøven derimot, åpner ikke opp for like mange feilkilder siden elevene her ikke har flersvarsspørsmål og må vise hvordan de kom frem til svaret på hver oppgave. Siden vi tester noe som ikke er blitt testet tidligere er det vanskelig å vite hvor høy reliabiliteten er, men vi vil i alle fall kunne se om det fins en tendens til at hypotesen vår stemmer. Dersom korrelasjon er høy mellom antall misoppfatninger i brøk og lav skåre på sammenlignings-prøven så vil det kunne tyde på en antatt høy grad av reliabilitet.

Om utvalget vårt er stort nok til å kunne generalisere er usikkert, men det vil være sannsynlig å anta at situasjonen er lik på andre skoler i landet. Her vil det også kunne være geografiske variasjoner som vil kunne påvirke resultatet på den typen tester vi har brukt. Ikke minst vil det kunne påvirkes av elevenes kunnskap om brøk som kan ha sammenheng med hvor godt dette temaet er gjennomgått på de ulike skolene og hvor dyktige lærere elevene har hatt. I tillegg må man ta med en feilkilde som korona som satte en ganske effektiv brems på opplæringen da skolene ble nedstengt i 2020 og 2021, og hvor mye av undervisningen gikk over til å bli digital. Dette må man regne med at har påvirket elevens kompetanse siden pensum ikke ble gjennomgått like grundig som det ellers ville blitt. Dette kan igjen ha hatt direkte effekt både på den diagnostiske testen og på sammenlignings-prøven som nettopp hadde som formål å teste elevenes matematiske kompetanse.

4. Analyse av datamateriale

I dette kapittelet vil vi presentere resultatene fra undersøkelsene gjort forbindelse med oppgaven. Kapittelet er delt i fem deler der vi i første del presenterer behandlingsmetodene for så å presentere oversikten over antall besvarelser på de to testene, deretter resultatene knyttet til den diagnostiske testen, før vi videre presenterer resultatene fra sammenlignings-prøven. Avslutningsvis presenteres sammenligningen av resultatene fra begge testene med diagrammer som viser korrelasjonen mellom disse. Besvarelsene kommer fra to ulike skoler og behandles som to separate datasett. De to skolene blir som nevnt tidligere kun kalt skole 1 og skole 2.

4.1. Behandlingsmetoder

I dette delkapittelet blir behandlingen av datasettene beskrevet i detalj. Det følger også en ordforklaring til datasettet. Besvarelsene er kodet i Excel og behandlet på to måter. I første omgang har vi gjennomført en komprimert behandlingsform der summen av feilene på deloppgavene i den diagnostiske testen blir vektlagt, altså får vi et datapunkt per oppgave per elev. Denne behandlingsmetoden kalles videre for feilkravs-metoden. Den benytter seg ikke av all informasjonen innhentet i den diagnostiske testen. Derfor ble behandlingsmetoden utvidet til en mer omfattende behandlingsform der all informasjonen fra alle deloppgaver blir vektlagt, altså fire datapunkter per oppgave per elev. Denne metoden blir videre kalt for q-metoden.

4.1.1. Ordforklaring datasett

I tabell 3 har vi laget en oversikt over forkortelsene og begrepene brukt i behandlingen av datasettet, med tilhørende forklaringer. Videre kommer vi til å bruke disse forkortelsene når vi refererer til de ulike datasettene.

Begrep, forkortelse	Forklaring
OS DT 3k/ **OS DT 2k/** **OS DT q**	Oversikt Diagnostisk test 3-feilskrav/ Oversikt Diagnostisk test 2-feilskrav/ Oversikt Diagnostisk test q-snitt
DT S 3k / **DT S 2k**	Diagnostisk test Summary 3-feilskrav / Diagnostisk test Summary 2-feilskrav
DT q KK	Oversikt over $\bar{q}$ med Konfidenskoeffisient
DT M8/ **DT M6**	Diagnostisk Test «misoppfatning 8»/ Diagnostisk Test Misoppfatning 6

M1, M2, M3, M4, M5, M6, M7, M8	Misoppfatning 1: Nevner representerer alle deler, uavhengig av størrelse Misoppfatning 2: Jo større nevner, jo større brøk Misoppfatning 3: Brøkstrek er lik komma Misoppfatning 4: Differansen mellom teller og nevner avgjør størrelsen på brøken Misoppfatning 5: Teller/nevner er isolerte tall Misoppfatning 6: Tar ikke hensyn til helheten Misoppfatning 7: Legger sammen teller og nevner ved addisjon «Misoppfatning» 8: Språkliggjøring*
TM	Totalt antall misoppfatninger
TR	Totalt antall Riktig svar
SS	Score Sammenligningsprøve
SP S	Sammenligningsprøve Summary
UB	Ubesvart
q1, q2, q3, q4, q5, q6, q7, q8	Gjennomsnitt antall riktige svar på oppgave 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8. per elev
$\bar{q}_1$, $\bar{q}_2$, $\bar{q}_3$, $\bar{q}_4$, $\bar{q}_5$, $\bar{q}_6$, $\bar{q}_7$, $\bar{q}_8$	Gjennomsnitt av q1, q2, q3, q4, q5, q6, q7, q8. Også kalt q-snitt
K.nr	Kandidatnummer, numrene er firesifret der første siffer, 0 eller 1, indikerer henholdsvis skole 1 og 2.
OS BT 2k	Oversikt Begge Tester 2-feilskrav
ABT3k/ ABT2k	Analyse av Begge Tester med 3-feilskrav/ Analyse av Begge Tester med 2-feilskrav
M F SP	Misoppfatninger hos elever som svarer feil på sammenligningsprøven
M UB SP	Misoppfatninger hos elever som har ubesvart på sammenligningsprøven

Tabell 3 Ordforklaring datasett

*Misoppfatning 8: Språkliggjøring er ikke en offisielt definert misoppfatning. Denne er tatt med da det er interessant hvordan den muntlige representasjonen av brøk kan forvirre elever. Som man kan se i datasettvedlegget er denne «misoppfatningen» skilt ut fra de andre og behandlet separat.

4.1.2. Feilkravs-metoden Diagnostisk test

I første omgang blir besvarelsene fra den diagnostiske testen kodet med 1, 0 og -, der 1 indikerer at eleven har svart feil på den aktuelle oppgaven, 0 indikerer riktig svar og – indikerer at eleven ikke har besvart oppgaven. Denne kodingen av deloppgaver, kan sees i de grå feltene i utdraget i figur 5.

K.nr	1a	1b	1c	1d	M1	2a	2b	2c	2d	M2	3a	3b	3c	3d	M3	4a	4b	4c	4d	M4	5a	5b	5c	5d	M5	6a	6b	6c	6d	M6	7a	7b	7c	7d	M7	TM
1003	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
1005	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	-	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	1
1006	0	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	3
1007	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0	1	0	1	0	1
1008	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
1009	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1015	1	1	1	1	1	0	0	1	1	0	1	-	-	1	0	1	0	0	1	0	1	1	1	1	1	1	0	0	1	0	0	1	1	1	1	3
1018	1	1	1	1	1	0	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	0	1	1	0	0	0	1	1	1	1	0	1	0	1	0	4
1019	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0
1020	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	-	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0

Figur 5: Utdrag fra komprimert databehandling

I de blå kolonnene ser vi en oversikt over om eleven har misoppfatningen som hører til oppgavene. Eksempelvis står M1 for misoppfatning 1, der 1 tilsvarer at eleven har den aktuelle misoppfatningen og 0 betyr at eleven ikke har misoppfatningen eller at det ikke er tilstrekkelig data til å gjøre en beregning. I disse blå kolonnene benyttes en enkel hvis-setning som setter 1 om summen av feil i de respektive deloppgavene er 3 eller mer og 0 ellers. Videre blir misoppfatningene summert i den gule kolonnen merket TM som står for Totalt antall Misoppfatninger. Under analyseringen av den diagnostiske testen valgte vi også å se på hvordan misoppfatningene fordelte seg med krav om 2 feil i stedet for 3 feil. Dette for å ta høyde for eventuelle feilkilder i oppgavesettet som kunne medføre at elever som hadde en misoppfatninger innen et av områdene ikke kom til syne ved bruk av 3-feilskrav. Dette ble så sammenlignet mot hverandre for å se hvor stor forskjellen ble.
I drøftingskapittelet vil vi komme nærmere inn på hvilke valg vi gjorde under analyseringen av den diagnostiske testen.

4.1.3. q-metoden Diagnostisk test

q-metoden som er benyttet på besvarelsene tar utgangspunkt i kodingen av besvarelsene gjort i forrige behandling, og er derfor en utvidelse av regnearkene benyttet tidligere. I figur 6 vises et utdrag fra denne omfattende behandlingen der noen nye kolonner har erstattet noen av de forrige.

K.nr	1a	1b	1c	1d	q1	2a	2b	2c	2d	q2	3a	3b	3c	3d	q3	4a	4b	4c	4d	q4	5a	5b	5c	5d	q5	6a	6b	6c	6d	q6	7a	7b	7c	7d	q7	TR
1003	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0,5	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0,8	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0,75	24
1005	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0,5	0	0	1	-	0,5	1	0	0	0	0,8	0	0	0	1	0,8	1	1	1	1	0	0	0	0	0	1	18
1006	0	1	0	0	0,8	0	1	1	1	0,25	0	0	0	1	0,8	1	1	0	0	0,5	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	0	13
1007	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0,5	1	1	0	0	0,5	1	0	0	0	0,8	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0	0	1	0	1	0,5	17
1008	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0,8	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0,75	26
1009	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0,8	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	27
1015	1	1	1	1	0	0	0	1	1	0,5	1	-	-	1	0	1	0	0	1	0,5	1	1	1	1	0	1	0	0	1	0,5	0	1	1	1	0,25	7
1018	1	1	1	1	0	0	0	1	1	0,5	1	1	1	1	0	1	1	0	1	0,3	0	1	1	0	0,5	0	1	1	1	0,25	0	1	0	1	0,5	8
1019	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0,5	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0,8	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0,5	23
1020	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0,75	0	-	0	1	0,5	1	0	0	0	0,8	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0,5	22
1021	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0,5	0	-	0	-	0,5	1	0	0	0	0,8	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0,75	0	1	0	0	0,75	21
1022	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0,5	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0,8	0	0	0	1	0,8	1	0	0	0	0,75	0	0	0	0	1	23

Figur 6: Utdrag Omfattende databehandling

I de rosa kolonnene vises variablene q1, q2, q3 osv. Disse verdiene tar utgangspunkt i hvor mange riktige svar elevene har, altså hvor mange 0'er hver elev har, og regner ut gjennomsnittet for hver oppgave for hver elev. Dette gjennomsnittet kan tolkes som elevens estimerte sannsynlighet for å svare riktig på en gitt deloppgave. Gjennomsnittet av alle q-verdiene for hver oppgave blir så regnet ut i $\bar{q}_1$, $\bar{q}_2$, $\bar{q}_3$, osv. Som igjen kan ansees som en estimert sannsynlighet for at en tilfeldig elev svarer riktig på en gitt deloppgave. Gjennom en dataanalyse av variablene q1, q2, q3 osv., i Excel, finner vi tilhørende konfidenskoeffisienter til hver $\bar{q}_n$. Alle $\bar{q}_n$, der n er oppgavenummer, blir så presenter sammen med tilhørende $\pm$ konfidenskoeffisient i et punktdiagram. Disse kan sees i figur 19 og 20 i kapittel 4.3.2. 95% av q_n vil da ligge innenfor intervallet [$\bar{q}_n$- kk_n, $\bar{q}_n$+ kk_n], der kk_n er konfidens-koeffisient. Avslutningsvis blir hver enkelt elevs sum av riktige svar presentert i den siste kolonnen merket TR som står for Totalt antall Riktige svar.

4.1.4. Behandling Sammenligningsprøve

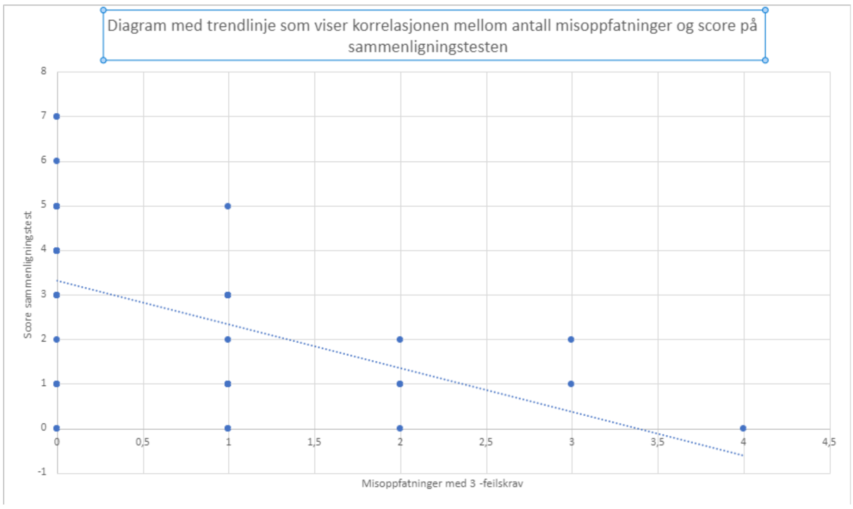
Besvarelsene av sammenligningsprøven er kodet med kodene 1, 0 og -, der 1 indikerer riktig svar, 0 indikerer feil svar og – indikerer ikke besvart. Summen av antall riktige svar er presenter under kolonnen merket score. Hver enkelt elevs gjennomsnitt på hver oppgave er presentert under q_s.
I bunnen av regnearket summeres antall feil, antall riktige og antall ikke besvart separat for hver oppgave. Figur 7 viser et utdrag av behandlingen av sammenligningsprøven. Disse summene blir så presentert i et stolpediagram, se kapittel 4.2.

K.nr	1	2	3	4	5a	5b	6	Sum	qs
1001	1	1	1	1	1	0	0	5	0,714
1002	-	-	0	1	-	-	-	1	0,143
1003	1	0	0	1	0	-	0	2	0,286
1005	0	-	-	-	1	-	-	1	0,143
1006	1	0	0	-	1	0	0	2	0,286
1007	0	0	0	0	0	1	0	1	0,143
1009	1	1	1	1	1	1	1	7	1,000
1011	-	-	-	-	-	-	-	0	0,000
1014	0	0	0	-	0	1	0	1	0,143

Figur 7: Utdrag behandling av Sammenligningsprøve

4.1.5. Behandling av begge tester

I behandlingen av begge testene sammen blir oversikten over elevenes totale antall misoppfatninger og score på sammenligningsprøven kopiert over i sitt eget regneark der disse settes sammen i et punktdiagram, der antall misoppfatninger blir x-koordinaten og scoren blir y-koordinaten til hvert punkt. Hvert punkt symboliserer da en enkelt elev. En tabell med avvik og produktsummer blir også produsert til hver av skolene med informasjonen fra TM og Score. Informasjonen fra disse tabellene blir så brukt for å regne ut korrelasjonskoeffisientene. I tillegg finner man regresjons-ligningen ved hjelp av formlene som er beskrevet i kapittel 2.1.2 Regresjon. Dette blir gjort for den diagnostiske testen med krav om både 3 feil og med krav om 2 feil. Figur 8 viser sammenhengen mellom antallet misoppfatninger med 3-feilskrav og scoren på sammenligningsprøven presentert i et punktdiagram med tilhørende regresjonslinje.



Figur 8: Punktdiagram som viser korrelasjonen mellom begge testene med tilhørende regresjonslinje

4.2. Oversikt besvarelser

I dette delkapittelet presenteres en oversikt over besvarelsene innhentet fra de to skolene. Oversikten over besvarelsene fra hver test presenteres først individuelt før en samlet oppsummering gir oss oversikten over elevene som har svart på begge tester, en av testene eller ingen av testene.

4.2.1. Diagnostisk test

Det ble utsendt totalt 123 eksemplarer av den diagnostiske testen til de to skolene, 46 eksemplarer til skole 1 fordelt på to klasser og 77 eksemplarer til skole 2 fordelt på 3 klasser. Av disse har vi fått 91 elevbesvarelser, 35 fra skole 1 og 56 fra skole 2. Oversikten over besvarte og ikke besvarte tester ser vi i tabell 4. Dette gir en total besvarelsesprosent på den diagnostiske testen tilnærmet 74%, henholdsvis 76% for skole 1 og 73% for skole 2.

	Skole 1	**Skole 2**	**Sum**
Besvart	35	56	91
Ikke Besvart	11	21	32
Utsendt	46	77	123

Tabell 4 Krysstabell Diagnostisk test

4.2.2. Sammenligningsprøve

Totalt 123 eksemplarer av sammenligningsprøven ble utsendt til de to skolene, henholdsvis 46 stykker fordelt på to klasser ved skole 1 og 77 stykker fordelt på 3 klasser ved skole 2. Det er de samme elevene ved begge skolene som har fått utlevert sammenligningsprøven som ved den diagnostiske testen. Svarprosenten er dog noe lavere ved sammenligningsprøven, med 54% på skole 1 og 62% ved skole 2. Dette gir en total svarprosent på 59%.

	Skole 1	**Skole 2**	**Sum**
Besvart	27	48	73
Ikke Besvart	19	29	50
Utsendt	46	77	123

Tabell 5 Krysstabell Sammenligningsprøve

Oversikten over besvarelsene finnes i tabell 5. Grunnen til lavere svarprosent på sammenlignings-prøven i forhold til den diagnostiske testen vil bli drøftet i kapittel 5.1 i resultater og drøfting.

4.2.3. Diagnostisk test og sammenligningsprøve

Videre følger krysningsskjemaer som gir en oversikt over besvarelser av begge tester for begge skoler. Ved Skole 1 har 24 elever, tilsvarende 52,2% av de totalt 46 elevene, besvart begge testene. 8 elever, tilsvarende omtrent 17,4% av elevene, har ikke besvart noen av testene. Mens de resterende 14 elevene, tilsvarende omtrent 30,4%, kun har svart på en av testene.

Skole 1	**Besvart Diagnostisk test**	**Ikke besvart diagnostisk test**	**Sum**
Besvart sammenligningsprøve	24	3	27
Ikke Besvart sammenligningsprøve	11	8	19
Sum	35	11	46

Tabell 6 Krysstabell begge tester Skole 1

Vi får tilnærmet lik besvarelsesprosent ved Skole 2, der 42 av 77 elever, tilsvarende 54,5%, har besvart begge testene. 15 elever, tilsvarende ca. 19,5% har ikke svart på noen av testene, mens de resterende 20 elevene, tilsvarende omtrent 26%, har besvart kun den ene av testene.

Skole 2	**Besvart Diagnostisk test**	**Ikke besvart diagnostisk test**	**Sum**
Besvart sammenligningsprøve	42	6	48
Ikke Besvart sammenligningsprøve	14	15	29
Sum	56	21	77

Tabell 7 Krysstabell begge teste Skole 2

4.3. Diagnostisk test

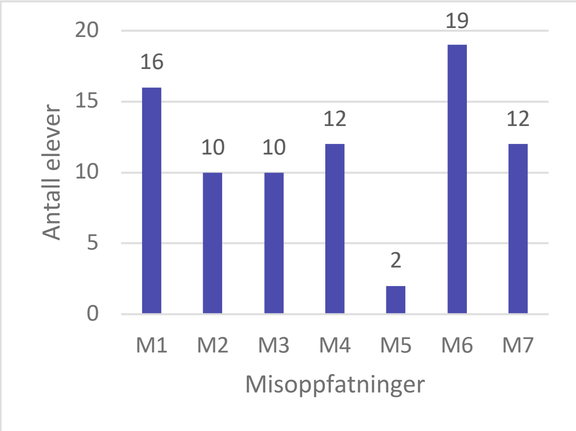
I dette kapittelet vil resultatet av elevbesvarelsene på den diagnostiske testen presenteres. Den diagnostiske testen består av 8 oppgaver med fire deloppgaver til hver oppgave. Hver oppgave er knyttet til en av 7 definerte misoppfatninger i brøk, mens den siste oppgaven er knyttet til en vanske med språkliggjøring av brøk som ikke er en definert misoppfatning. Denne har fått sitt eget kapittel. Dataene består av 35 elevbesvarelser fra Skole 1 og 56 elevbesvarelser fra Skole 2. Det har foregått en utvikling av behandlingsmetoden for den diagnostiske testen underveis i studien, der vi har gått fra en komprimert til omfattende behandling av elevbesvarelsene. Resultatene fra begge behandlingene vil presenteres i kommende delkapitler.

4.3.1. Feilkravs-metode diagnostisk test

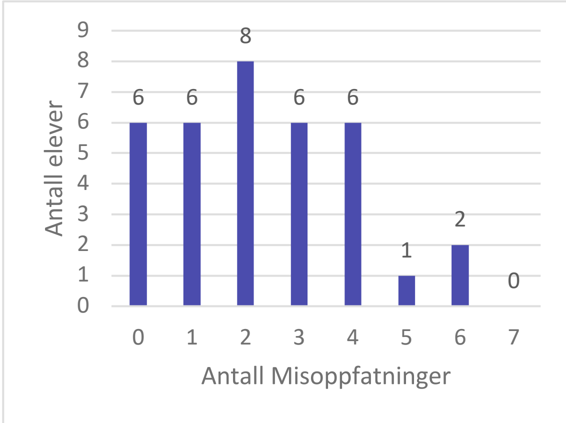
Videre vil oversikten av elevenes antall misoppfatninger, samt fordelingen av misoppfatninger blant elevene presenteres. Som nevnt i kapittel 3.4.2. er feilkravs-metoden gjennomført to ganger, en gang med et krav om 3 feil for misoppfatning og en gang med et krav om 2 feil for misoppfatning. Elevbesvarelser med 3-feilskrav vil bli presentert først sammen med en oversikt over antall 2-feil. Deretter vil Elevbesvarelser med 2-feilskrav bli presentert.

4.3.1.1. 3-feilskrav

Ved Skole 1 med 3-feilskrav ser vi at ingen av elevene har alle misoppfatningene definert tidligere. Det er også seks elever som ikke har noen misoppfatninger med dette 3-feilskravet, hvilket tilsvarer ca. 17%. Gjennomsnittlig antall misoppfatninger for disse 35 elevene er 2,3 misoppfatninger per elev. Figur 9 viser hvordan antallet misoppfatninger fordeler seg på elevene i klassen, og figur 10 viser frekvensen av de ulike misoppfatningene, altså hvilke misoppfatninger som er mest utbredt.



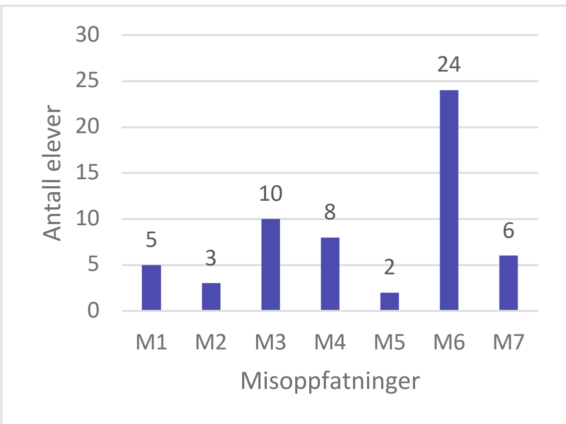
Figur 10: Fordeling Misoppfatninger 3k Skole 1



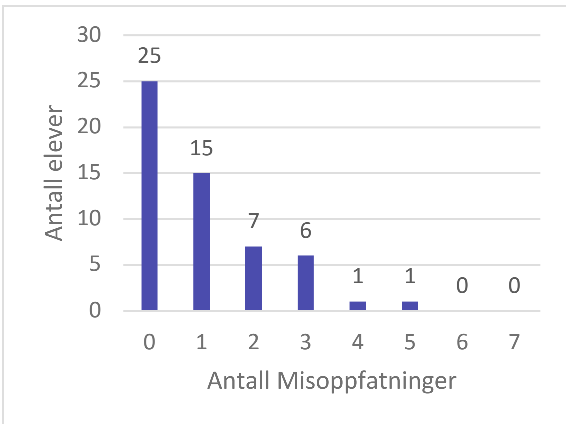
Figur 9: Frekvens DT 3k skole 1

De som tydelig skiller seg ut her er misoppfatning 1 og 6 som store deler av elevene har, henholdsvis ca. 46% og 54%, og misoppfatning 5 som kun to elever har, noe som bare tilsvarer ca. 6%. I analysen vil vi derfor spesielt se nærmere på disse tre misoppfatningene og hva som kan være årsaken til at de skiller seg ut.

Ved Skole 2 med 3-feilskrav ser vi at elevene generelt har mindre misoppfatninger enn ved skole 1. Det er for eksempel ingen elever som har mer enn 5 og hele 25 elever som ikke har noen i det hele tatt med 3-feilskrav, noe som tilsvarer ca. 45%. Gjennomsnittlig antall misoppfatninger for disse 56 elevene er 1,1 misoppfatning per elev. Figur 11 viser hvordan antallet misoppfatninger fordeler seg på elevene i klassen, og figur 12 viser frekvensen av de ulike misoppfatningene ved skole 2.

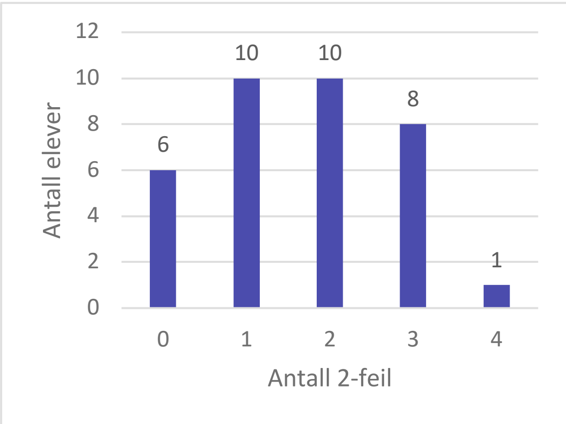


Figur 11: Fordeling Misoppfatninger 3k Skole 2

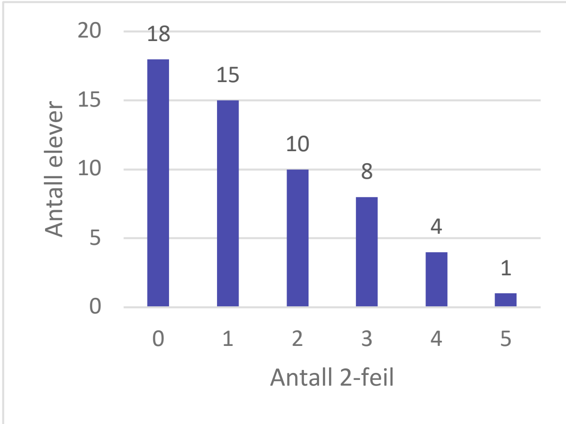


Figur 12: Frekvens DT 3k Skole 2

Når det gjelder fordelingen av misoppfatninger på skole 2, ser det svært så annerledes ut enn hos skole 1. Men det er også noen likhetstrekk, Skole 2 har også høy forekomst av misoppfatning 6 og svært lav forekomst av misoppfatning 5, henholdsvis 43% og 3,6%. Ellers er forekomsten av de gjenværende misoppfatningene relativt lav. I Analysen vil vi også her se spesielt nærmere på de to misoppfatningene som skiller seg ut.



Figur 14: Antall 2-feil Skole 1

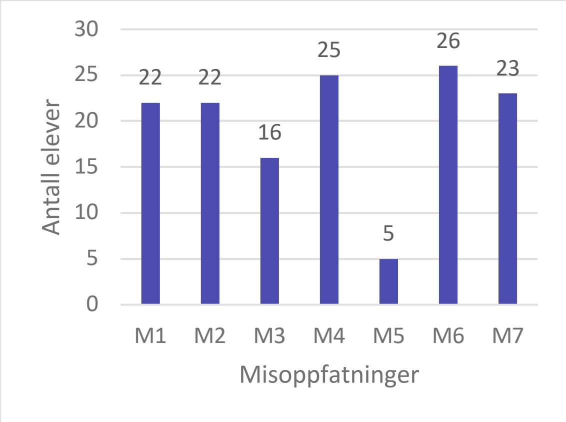


Figur 13: Antall 2-feil Skole 2

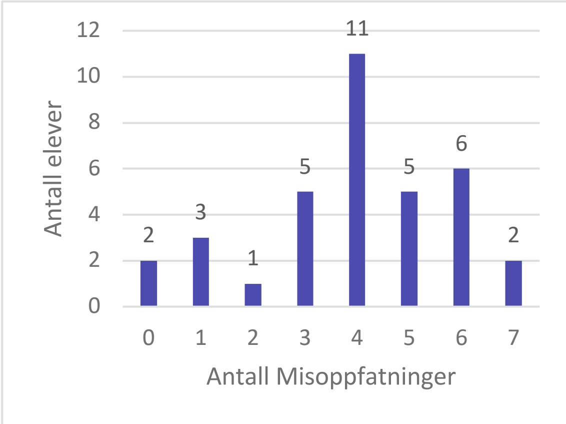
Fgur 13 og 14 viser en oversikt over antall oppgaver med nøyaktig to feil. Denne oversikten er en indikator på hvor mange endrede resultater vi vil få dersom 3-feilskravet justeres ned til et 2-feilskrav. Ved Skole 1 ser vi at kun 6 elever, tilsvarende ca. 17%, vil ha et uendret resultat, mens ved Skole 2 vil 18 elever, tilsvarende ca. 32%, beholde sitt resultat ved en overgang til et mildere krav.

4.3.1.2. 2-feilskrav

Ved overgang til 2-feilskrav er det kun 2 elever ved skole 1 som ikke innehar noen misoppfatninger, hvilket tilsvarer ca. 6% av de 35 elevene og en nedgang på 66%. Det er en tilsvarende prosentandel som har alle syv definerte misoppfatninger og gjennomsnittlig har elevene 4 misoppfatninger hver. Oversikten over antall misoppfatninger finnes i figur 16.

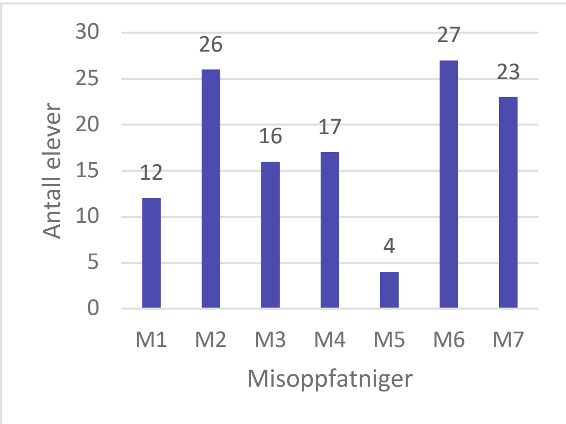


Figur 16: Fordeling misoppfatninger 2k Skole 1

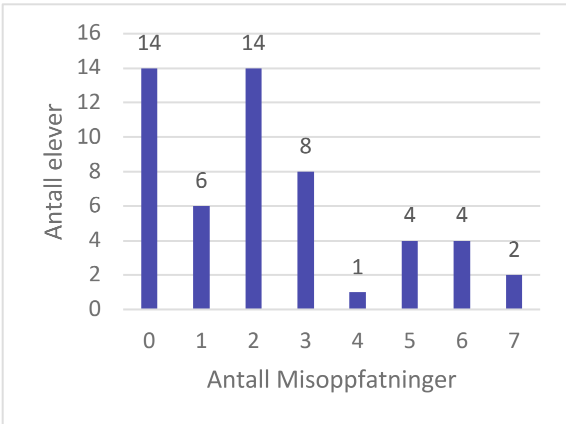


Figur 15: Frekvens DT 2k Skole 1

Fordelingen av misoppfatninger med 2-feilskrav er nå mer homogen enn med 3-feilskrav, men vi ser allikevel at misoppfatning 5 fortsatt skiller seg kraftig ut med en svært liten andel på nå 5 elever som innehar denne. Det tilsvarer kun 14% av de 35 elevene, men er en økning på 150%. Figur 17 viser oversikten over antall misoppfatninger ved skole 2. Det er, med det nye 2-feilskravet, nå bare 14 elever som ikke har noen misoppfatninger i motsetning til de tidligere 25 elevene. Dette tilsvarer nå 25% av de totale 56 elevene og en nedgang på 44%. Det er også nå en liten andel, ca. 3,6%, som har alle misoppfatningene. Og gjennomsnittlig har elevene gått opp til 2,6 misoppfatninger per elev.



Figur 17: Fordeling misoppfatninger 2k Skole 2



Figur 18: Frekvens DT 2k Skole 2

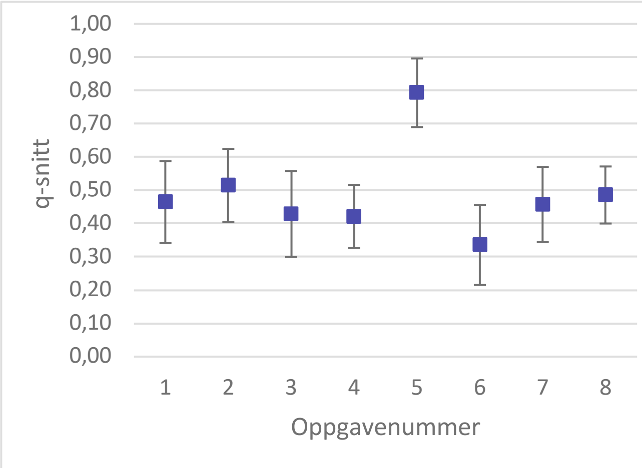
Fordelingen av misoppfatninger ved skole 2 er nå noe mer homogen enn tidligere, men også her ser vi svært lav forekomst av misoppfatning 5 med kun 4 elever, tilsvarende 7%. Den største økningen ser vi i misoppfatning 2 og 7 med en prosentvis økning på henholdsvis 766% og 333%.

4.3.2. q-metode diagnostisk test

I dette kapittelet presenteres resultatene fra behandlingen av den diagnostiske testen med q-metoden. Denne behandlingen er beskrevet i kapittel 3.4.3. og tar utgangspunkt i hvor mange riktige svar hver elev har. Et estimat, q_n der n er oppgavenummer, har blitt regnet ut for hver elev. Videre har estimatet av q_n, $\overline{q}_n$, blitt regnet ut for hver oppgave. Dette har gitt oss dataene presentert i tabell 8 og figur 19 for Skole 1 og tabell 9 og figur 20 for Skole 2.

Oppgavenr	$\overline{q}$	Konfidenskoeffisient
1	0,46	0,12
2	0,51	0,11
3	0,43	0,13
4	0,42	0,09
5	0,79	0,10
6	0,34	0,12
7	0,46	0,11
8	0,49	0,09

Tabell 8 Oversikt $\overline{q}$ Skole 1

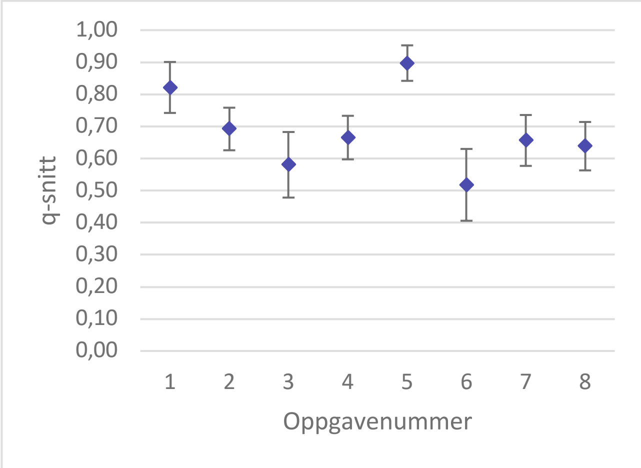


Figur 19: q¯med 95% konfidensintervall skole 1

Som vi ser i figur 19 har Skole 1 generelt jevnt estimat av riktig svar på oppgavene i den diagnostiske testen da flere av estimatene ligger mellom 0,40 og 0,50. Oppgaven som skiller seg særlig ut ved skole 1 er oppgaven knyttet til misoppfatning 5 hvor vi ser et relativt høyt estimat på 0,79. Den andre som skiller seg ut her er oppgaven knyttet til misoppfatning 6, hvor vi har et relativt lavt estimat på 0,34. I tabell 6 observerer vi at Skole 1 har generelt noe større konfidenskoeffisienter enn skole 2, hvilket tyder på større spredning på denne skolen.

Oppgavenr	$\bar{q}$	Konfidenskoeffisient
1	0,82	0,08
2	0,69	0,07
3	0,58	0,10
4	0,67	0,07
5	0,90	0,06
6	0,52	0,11
7	0,66	0,08
8	0,64	0,08

Tabell 9 Oversikt $\bar{q}$ Skole 2



Figur 20: q ̄med 95% konfidensintervall skole 2

Figur 20 viser et generelt høyere gjennomsnitt med noe større variasjon mellom oppgavene hos Skole 2. Flere av $\bar{q}_n$ ligger mellom 0,60 og 0,70, men likevel er det noen oppgaver som skiller seg ut. Også her ser vi et høyt estimat, 0,90, på oppgaven knyttet til misoppfatning 5 og skolens laveste estimat, 0,52, på oppgaven knyttet til misoppfatning 6. I tillegg ser vi et relativt høyt estimat på oppgaven knyttet til misoppfatning 1. Tabell 9 viser oss mindre konfidenskoeffisienter enn ved Skole 1, noe som tyder på mindre spredning.

4.3.2.1. Oppgave 1

Skole 2 viser et relativt høyt estimat med $\bar{q}_1$på 0,82 på oppgave 1, som er knyttet til misoppfatningen «nevner representerer alle deler uavhengig av størrelse». Skole 1 derimot har $\bar{q}_1$ på 0,46 som er betydelig lavere. Om vi ser nærmere på fordelingen av feilsvar i tabell 10 på denne oppgaven ser man at begge skolene oftere svarer feil på oppgave 1b og 1c enn på 1a og 1d.

Oppgave	**1a**	**1b**	**1c**	**1d**
Antall feil Skole 1	16	25	19	14
Antall feil Skole 2	6	15	13	5

Tabell 10 Oversikt feilsvar oppg 1

4.3.2.2. Oppgave 3

Skole 2 har sitt nest laveste estimat med $\bar{q}_3$ på 0,58 på oppgave 3 som er knyttet til misoppfatningen «brøkstrek er lik komma». Skole 1 har også et lavt estimat med $\bar{q}_3$ på 0,43 på denne oppgaven, men det skiller seg ikke like mye ut fra de andre estimatene ved denne skolen. I tabell 11 vises oversikten over antall feil og ubesvarte oppgaver ved de to skolene. Fordelingen viser at elevene ved begge skoler har høy forekomst av ikke besvart på oppgave 3b og 3d. Vi ser også at det er høyest forekomst av feilsvar på oppgave 3d.

Oppgave	**3a**	**3b**	**3c**	**3d**
Antall feil Skole 1	11	10	13	20
Antall ubesvart Skole 1	3	13	3	7
Antall feil Skole 2	13	15	12	23
Antall ubesvart Skole 2	1	12	4	14

Tabell 11 Oversikt feilsvar og ubesvart oppg. 3

4.3.2.3. Oppgave 5

Begge skolene viser et særdeles høyt estimat ved oppgave 5 som er knyttet til misoppfatningen «teller (eller nevner) er et isolert tall», med $\bar{q}_5$= 0,79 for Skole 1 og $\bar{q}_5$= 0,90 for Skole 2. Fordelingen av feilsvar i tabell 12 viser oss at det generelt er liten forskjell mellom oppgavene, bortsett fra en liten forskjell på oppgave 5c ved Skole 1.

Oppgave	**5a**	**5b**	**5c**	**5d**
Antall feil Skole 1	8	8	2	4
Antall feil Skole 2	6	6	6	4

Tabell 12 Oversikt feilsvar oppg 5

4.3.2.4. Oppgave 6

Oppgave 6 har settets laveste estimat for begge skolene. Denne oppgaven er knyttet til misoppfatningen «tar ikke hensyn til helheten». For Skole 1 er $\bar{q}_6$ = 0,34 og for Skole 2 er $\bar{q}_6$ = 0,52. Fordelingen av feilsvar i tabell 13 viser en liten forskjell mellom deloppgavene. Ved Skole 1 er det oftere feil på 6a og 6d, mens på Skole 2 er det oftere feil på 6d.

Oppgave	**6a**	**6b**	**6c**	**6d**
Antall feil Skole 1	25	19	19	23
Antall feil Skole 2	24	24	24	29

Tabell 13 Oversikt feilsvar oppg. 6

4.3.2.5. Fordeling av q_n-verdier på oppgaver der $\bar{q}_n$ ligger nært 0.50

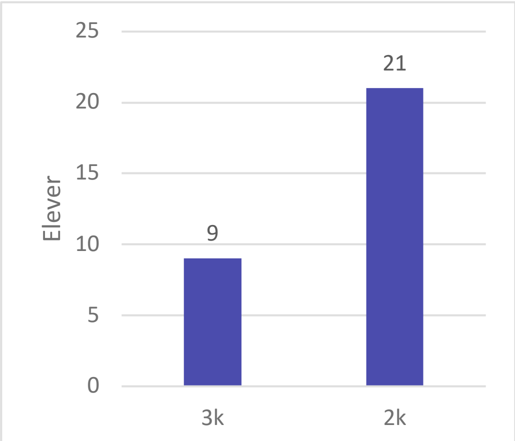
Da det er mange oppgaver, særlig ved skole 1 som har $\bar{q}_n$ som ligger svært nært 0.50 er det interessant å se hvordan q_n-verdiene fordeler seg. Det er 5 ulike verdier q_n kan ha; 0, 0.25, 0.50, 0.75 og 1. I tabell 14 ser vi oversikten av fordelingen på et utvalg oppgaver fra Skole 1 og 2.

	Oppgave	**0**	**0.25**	**0.50**	**0.75**	**1**
Skole 1	1	8	8	6	7	6
	2	6	4	12	8	5
	3	11	5	9	3	7
	4	6	8	14	5	2
	7	8	5	11	7	4
	8	3	8	13	10	1
Skole 2	3	12	4	12	10	18
	6	16	9	4	9	18

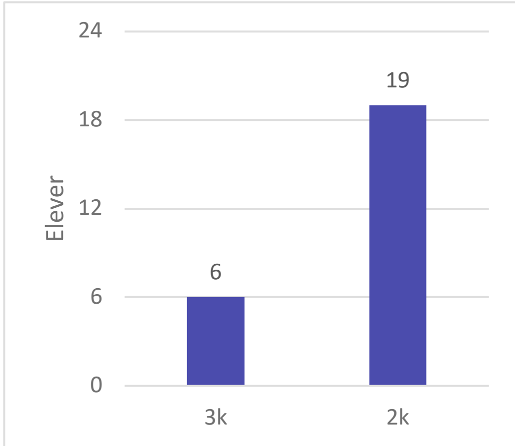
Tabell 14 Fordeling av q-verdier

4.3.3. M8: Språkliggjøring

Misoppfatning 8 har fått sitt eget delkapittel da den ikke er en definert misoppfatning. Til tross for at den ikke er en definert misoppfatning omtales den likevel som «misoppfatning 8» eller M8 for enkelhets skyld. Den er tatt ut av de fleste behandlingene og behandlet separat. Den er behandlet på samme vis som de andre med feilkrav-metoden med både 3-feilskrav og 2-feilskrav, samt q-metoden. I tillegg er det gått mer i dybden på hvilke svar elevene har valgt i oppgavene.



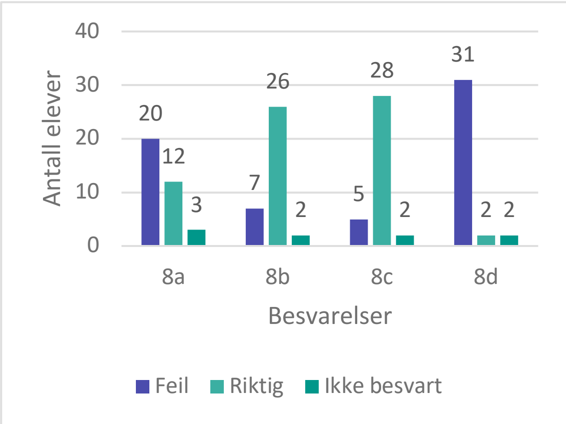
Figur 21: Frekvens M8 2k og 3k Skole 1



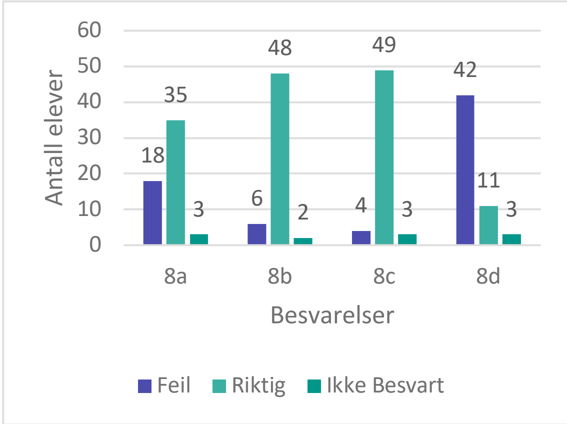
Figur 22: Frekvens M8 2k og 3k Skole 2

I figur 21 og 22 ser vi oversikten over hvor mange elever som innehar misoppfatning 8 ved de to skolene med 3-feilskrav og 2-feilskrav. Ved skole 1 har vi en økning på 133% etter endret feilkrav og ved skole 2 har vi en økning på 216% etter endret feilkrav.

I fordelingen mellom feil, riktig og ikke besvart, som sett i figur 23 og 24, fremtrer et fellestrekk for begge skolene. Store andeler av elevene svarer feil på oppgave 8a, henholdsvis 57% og 32%, og en enda større andeler svarer feil på oppgave 8d, henholdsvis 88,6% og 75%.

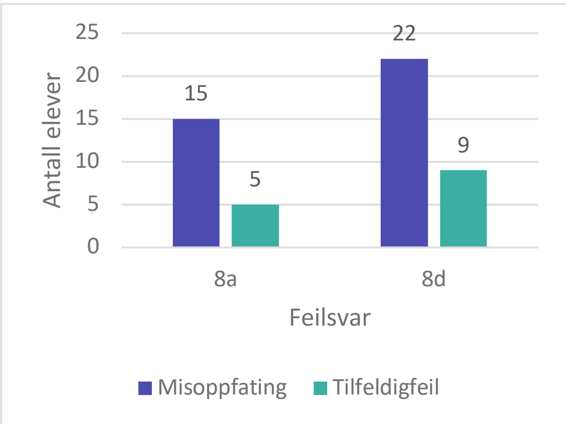


Figur 24: Elevbesvarelser M8 Skole 1

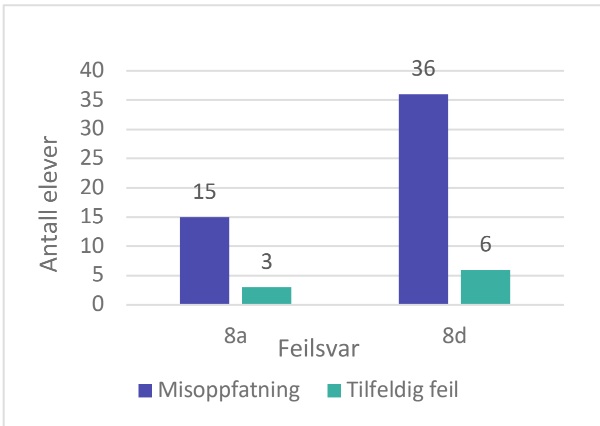


Figur 23: Elevbesvarelser M8 Skole 2

Oppgavene knyttet til misoppfatning 8 er likt utformet med tre svaralternativer der det ene er riktig, det andre tyder på at man har problem med språkliggjøringen av brøk og det siste er et tilfeldig tall. Vi har analysert besvarelsene på oppgave 8a og 8d for å se fordelingen av feilsvarene.



Figur 25: Fordeling feilsvar M8 Skole 2



Figur 26: Fordeling feilsvar M8 Skole 1

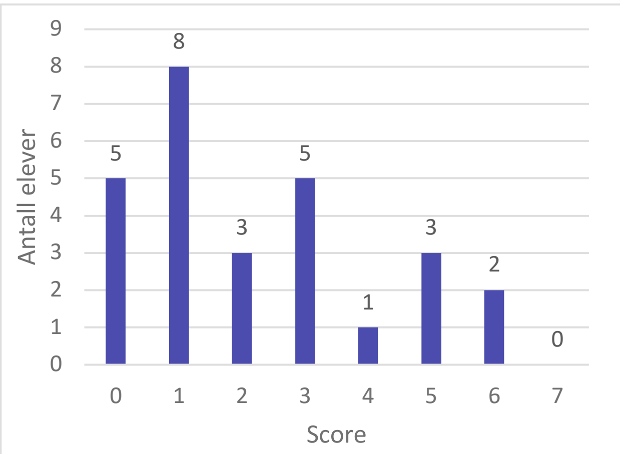
Som vist i figur 25 har 75% av de 20 elevene som svarte feil på oppgave 8a, ved skole 1, valgt alternativet som tyder på misoppfatning ved språkliggjøringen av brøk. På oppgave 8d har ca. 71% av de 31 elevene valgt tilsvarende alternativ. Figur 26 viser tilsvarende fordeling ved skole 2. Her har 83% av de 18 elevene valgt misoppfatningsalternativet ved oppgave 8a og 86% av de 42 ved oppgave 8d. I resultat og drøfting vil vi se nærmere på hvordan 8a og 8d skiller seg fra de andre to oppgavene og hvorfor elever svarer oftere feil på disse.

4.4. Sammenligningsprøve

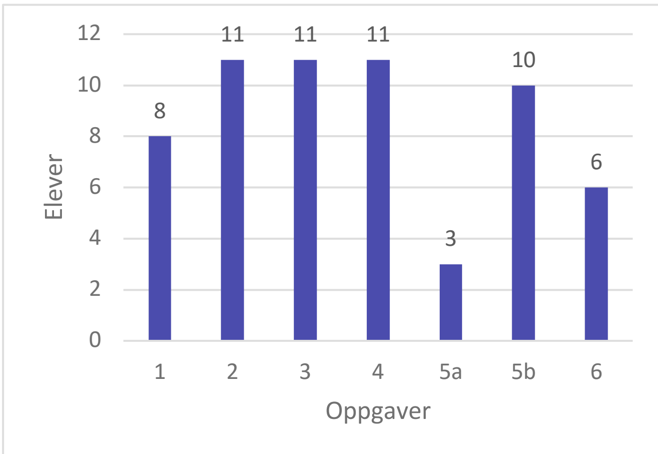
I dette delkapittelet presenteres resultatene av besvarelsene fra de elevene som har gjennomført sammenligningsprøven. Dataene som analyseres her består av 27 elevbesvarelser fra Skole 1 og 48 elevbesvarelser fra Skole 2. Behandlingen av disse dataene er beskrevet i kapittel 3.4.4. Selve sammenligningsprøven består av 6 oppgaver med varierende temaer som ikke er direkte knyttet til brøk, men der brøktenkning er svært relevant, som prosent, formlikhet og forhold. En av de seks oppgavene består av to deloppgaver som gir elevene mulighet til å score totalt syv poeng på sammenligningsprøven.

4.4.1. Analyse Sammenligningsprøve

På sammenligningsprøven ved Skole 1 ser vi, i figur 28, at majoriteten av elevene ligger i det nedre sjiktet på score. Gjennomsnittlig score for elevene ved denne skolen er 2,2 poeng av totalt 7. Ingen av elevene har klart alle oppgavene og 18,5% av elevene har ikke klart noen oppgaver. Som vi ser i figur 27 skiller særlig oppgave 5a, 6 og til dels 1 seg kraftig ut fra de andre med lav andel riktige svar. Kun 11% av de 27 elevene ved skole 1 har klart oppgave 5a, mens ca. 22% har klart oppgave 6 og ca. 29,5% har klart oppgave 1. Ellers ligger suksessprosenten på 37-40% for de resterende oppgavene.

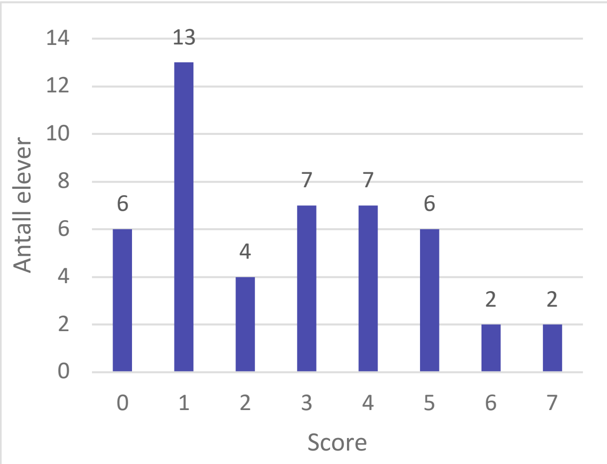


Figur 28: Score Sammenligningsprøve Skole 1

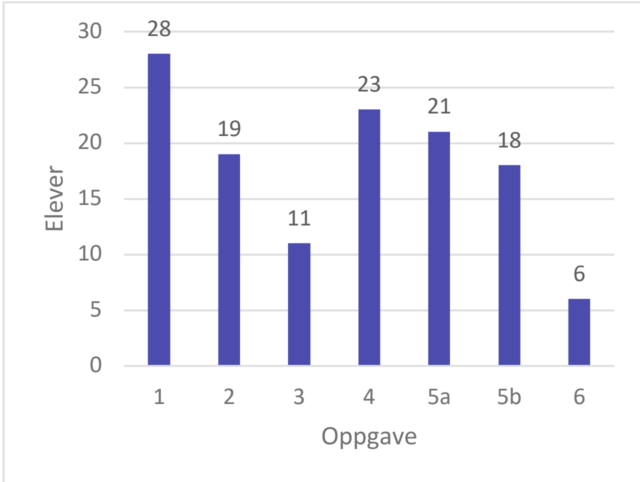


Figur 27: Fordeling av score ST Skole 1

Ved skole 2 ser vi, fra figur 29, at scoren ser ut til å være noe høyere. Gjennomsnittlig score for elevene er 2,68. 12,5% av elevene ved skole to har ikke klart noen av oppgavene, men 4% av elevene har klart alle oppgavene. Som vi ser fra figur 30 er det tre oppgaver som skiller seg særlig ut, henholdsvis oppgave 1, 3 og 6, med respektive 58%, 22,9% og 12,5% suksessprosent. De resterende oppgavene har en suksessprosent på mellom 37,5-48%.



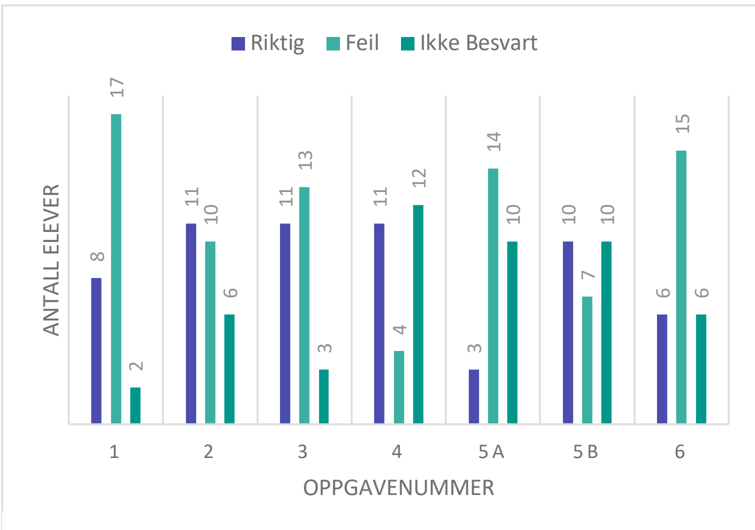
Figur 29: Score Sammenligningsprøve Skole 2



Figur 30: Fordeling av score ST Skole 2

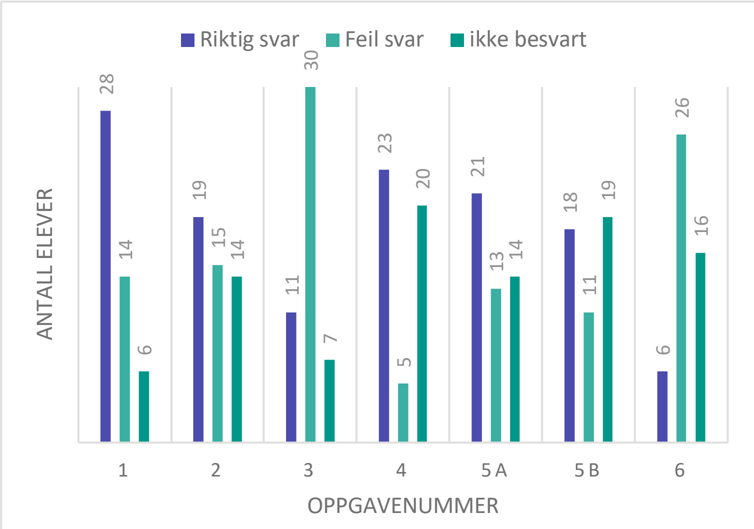
4.4.2. Fordeling av score

I dette kapitlet vil vi se nærmere på fordeling av riktige, feil og ubesvarte oppgaver på sammenligningsprøven. Ved Skole 1 ser vi i figur 31 at elevene svarer mest feil på oppgave 1, 3, 5a og 6, med henholdsvis 63%, 48%, 52% og 55,5%. Vi ser også at oppgave 4, 5a og 5b har særlig høy andel ubesvart, med 44,5%, 37% og 37% på de respektive oppgavene.



Figur 31: Fordeling av svar skole 1

Ved Skole 2 ser vi i figur 32 at 30 av elevene svarer feil på oppgave 3 og 26 av elevene på oppgave 6, som tilsvarer henholdsvis 62,5% og 54%. Vi ser også at oppgavene 4, 5b og 6 har særlig høye andeler av ubesvarte oppgaver, med 41,5%, 39,5% og 33% på de respektive oppgavene.



Figur 32: Fordeling av svar skole 2

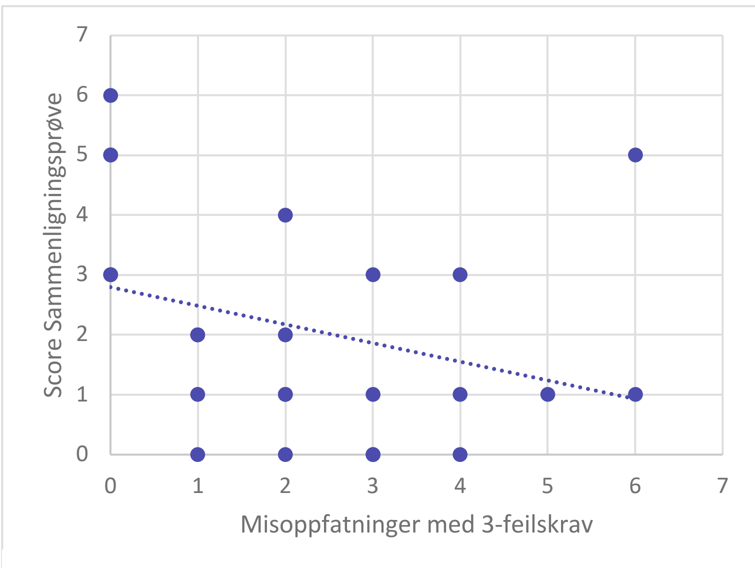
I kapittel 4.5.4. presenteres en oversikt over hvilke misoppfatninger elevene som svarer feil. I kapittel 4.5.5. presenteres en oversikt over hvor mange misoppfatninger elevene som ikke svarer har. I resultat og drøfting vil vi drøfte om det kan være en sammenheng mellom sammensetningen av misoppfatninger og om elevene svarer feil, eventuelt ikke svarer.

4.5. Diagnostisk test vs. Sammenligningsprøve

I dette delkapittelet analyseres resultatene av besvarelsene fra elevene som har besvart begge testene. Hvilket betyr at dataene i denne analysen består av 24 elevbesvarelser fra Skole 1 og 42 elevbesvarelser fra Skole 2. Analysen er gjennomført som beskrevet i kapittel 3.4.5. Behandling av begge tester. Bakgrunnen for analysen ligger i feilkravs-metode som er brukt ved den diagnostiske testen så dataene videre vil presenteres med både 3-feilskrav og 2-feilskrav. I diagrammene som følger i de neste to delkapitlene ser vi sammenhengen mellom score på sammenligningsprøve og antall misoppfatninger. Hvert punkt representerer en eller flere elever, der koordinatene til hvert punkt er bestemt av score og antall misoppfatninger for den bestemte eleven. Punktene kan overlappe da en elev kan ha samme score og samme antall misoppfatninger som en annen.
I diagrammene vises også en regresjonslinje som representerer gjennomsnittlige besvarelser vist med en lineær linje.

4.5.1. 3-feilskrav

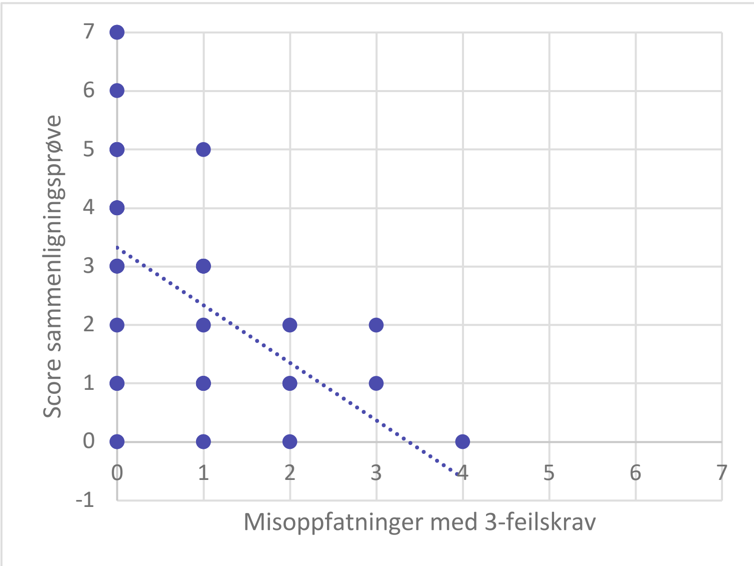
I figur 33 vises samvariasjonen mellom antallet misoppfatninger med 3-feilskrav og scoren på sammenligningsprøven. Blant de 24 elevene ved Skole 1 ser vi få punkter i øvre sjiktet av diagrammet som viser til den lave gjennomsnittsscoren på sammenligningsprøven. Det er stor variasjon i antall påviste misoppfatninger hos elevene som scorer 1 poeng med alt fra en til seks misoppfatninger. Det er også noe variasjon, dog mindre, for elevene som scorer 0 poeng med alt fra en til fire misoppfatninger. Til tross for denne variasjonen viser elevene til å ha en samvariasjon som er høy/lav - lav/høy, som regresjonslinjen med stigningstall -0,31 bekrefter.



Figur 33: Punktdiagram begge tester Skole 1 3k

Det er et unntak i denne gruppen, en elev som scorer høyt på sammenligningsprøven og har med 3-feilskrav seks påviste misoppfatninger. Korrelasjonskoeffisienten for Skole 1 med 3-feilskrav er beregnet til å være -0,31 som tilsvarer en lav til moderat korrelasjon.

Figur 34 viser tilsvarende diagram for skole 2. Blant de 42 elevene her er det få punkter i høyre del av diagrammet, noe som samsvarer med skole 2 sitt lave gjennomsnitt på antall misoppfatninger med 3-feilskrav. Også her er det en antydninger til en høy/lav - lav/høy samvariasjon, og en regresjonslinje med stigningstall -0,98 som er brattere enn ved Skole 1. Elevene uten noen påviste misoppfatninger med 3-feilskrav, viser her stor variasjon i score på sammenligningsprøven med alt fra 0 til 7 poeng. Denne variasjonen er også til stede, om så i mindre grad, hos elevene med en påvist misoppfatning.

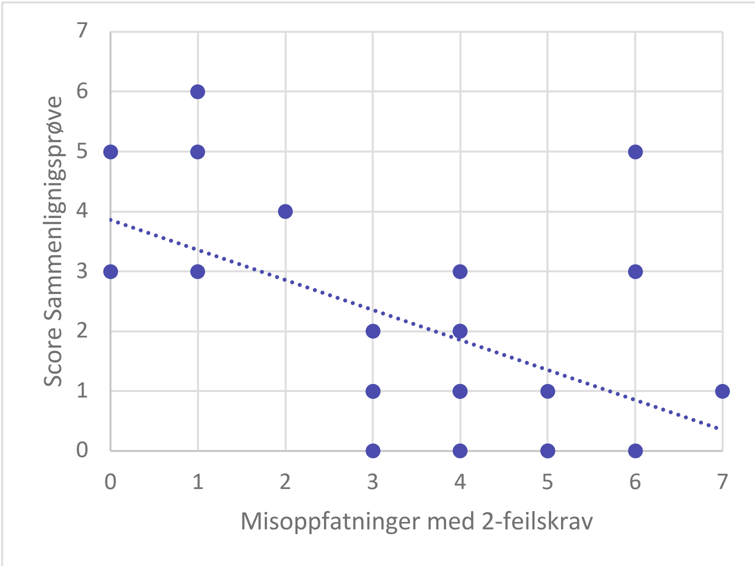


Figur 34: Punktdiagram begge tester Skole 2 3k

Det er overraskende at elever som har ingen eller få misoppfatninger skal score veldig lavt på sammenligningsprøven. Det kan tenkes at punktene med koordinater (0,0), (1,0) og (0,1) ikke representerer elevene helt nøyaktig, da scoren på sammenligningsprøven kun er en sum av antall riktige. Den tar ikke hensyn til om mangel på riktig skyldes feilsvar eller ikke besvart. Korrelasjonskoeffisienten for Skole 2 med 3-feilskrav er beregnet til å være -0,49 som tilsvarer en moderat korrelasjon.

4.5.2. 2-feilskrav

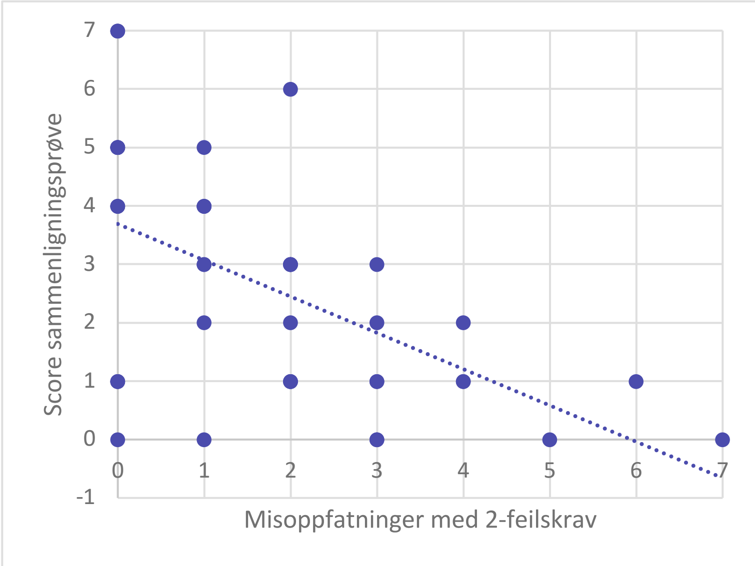
Ved overgangen til 2-feilskrav vil man se endringer i antall misoppfatninger, men ikke i score på sammenligningsprøven. Generelt vil da noen av punktene forskyves til høyre. Figur 35 viser nå at variasjonen i antall misoppfatninger for elevene som scorer lavt er noe redusert. Samvariasjonen ser fortsatt ut til å være høy/lav - lav/høy. I tillegg ser det ut til at de 24 elevene har fordelt seg i to grupper, en gruppe med få misoppfatninger og over gjennomsnittet høy score på sammenligningsprøven, og en gruppe som har flere misoppfatninger og lavere score på sammenligningsprøven.



Figur 35: Punktdiagram begge tester Skole 1 2k

I tillegg er det to punkter som skiller seg ut fra disse gruppene. Det ene representerer eleven som også ble nevnt i forrige delkapittel. Det andre representerer en elev som også har seks påviste misoppfatninger og over gjennomsnittet score på sammenligningsprøven. Disse to elevene er med på å flate ut regresjonslinjen. Til tross for dette er regresjonslinjen brattere med 2-feilskrav enn den var med 3-feilskrav og har et stigningstall på -0,5. Korrelasjonskoeffisienten er beregnet til å være -0,53 som tilsvarer en moderat korrelasjon mellom antall misoppfatninger og score på sammen-ligningsprøven.

Ved Skole 2 er det også en tydelig forskyvning av punktene mot høyre siden av diagrammet i figur 36. Ved denne skolen ser man at variasjonen i sammenligningsprøvescoren er betydelig redusert, men det er fortsatt noen elever som viser til å ha både få misoppfatninger og lav score. Foruten disse unntakene ser punktene ut til å følge en relativt tydelig høy/lav - lav/høy samvariasjon.



Figur 36: Punktdiagram begge tester Skole 2 2k

Ved skole 2 finnes ikke den samme grupperinger som ved Skole 1. Her virker det derimot til at elevene fordeler seg relativt jevnt utover med en større andel samlet rundt gjennomsnittlig antall misoppfatninger og gjennomsnittlig score på sammenligningsprøven. Det er få elever med svært lav score og høyt antall misoppfatninger. Regresjonslinjen i dette tilfellet er noe slakere enn tidligere, nå med et stigningstall på -0,62. Korrelasjonskoeffisienten er nå høyere enn tidligere med en verdi på -0,55, som tilsvarer en moderat korrelasjon.

4.5.3. Besvarelser med tynt datagrunnlag på sammenligningsprøven

Da vi ved 2-feilskrav fortsatt har elever som har uforventede resultater har vi sett over resultatene på sammenligningsprøven og plukket ut de elevene som har fem eller flere ubesvarte oppgaver. Da disse elevene kun har besvart et fåtall av oppgavene på sammenligningsprøven anses de for å ha et for tynt datagrunnlag til å være med i komparasjonen av de to testene. I tabell 15 vises en oversikt over de aktuelle elevene, antall påviste misoppfatninger, score på sammenligningsprøven og antall ubesvarte oppgaver på sammenligningsprøven. I resultat og drøfting vil vi gå nærmere inn på hvordan disse elevene påvirker resultatene.

Skole	K.nr	TM 3k	TM 2k	SS	Ubesvart
Skole 1	0015	4	6	0	5
	0028	1	3	0	6
	0034	3	5	0	7
Skole 2	1005	1	2	1	5
	1034	1	2	1	6
	1058	0	0	1	6
	1063	0	0	0	6
	1067	0	0	1	5
	1068	2	5	0	5
	1070	1	1	0	6
	1077	1	3	1	6

Tabell 15 Oversikt over elever med høy forekomst av ubesvart

4.5.4. Misoppfatninger hos elever med feil på sammenligningsprøven

I dette delkapittelet vil vi se nærmere på hvilke misoppfatninger elevene som svarer feil på sammenligningsprøven har. Det er særlig oppgave 1, 3, 5a og 6 på skole 1 og oppgave 3 og 6 på skole 2 som utmerker seg når det gjelder feil svar på sammenligningsprøven, derfor fokuseres det særlig på disse oppgavene i denne oversikten. For å undersøke dette har vi for hver oppgave i sammenligningsprøven isolert ut elevene som har svart feil og satt opp en oversikt over antall misoppfatninger for hver enkelt elev. Videre er alle de ulike misoppfatningene summert i en felles oversikt for hver oppgave. Denne misoppfatningsoversikten tar utgangspunkt i påviste misoppfatninger med 2-feilskrav. Dette gir oversikten presentert i tabell 16 for Skole 1 og tabell 17 for Skole 2. Øverst i hver tabellen er det en oversikt over totalt antall påviste misoppfatninger for hver skole.

Oppg. SP	*AF*	**M1**	**M2**	**M3**	**M4**	**M5**	**M6**	**M7**	**M8**
totalt påviste		***22***	***22***	***16***	***25***	***5***	***26***	***23***	***21***
1	*15*	9	11	6	13	2	12	10	8
	%	*40,9%*	*50%*	*37,5%*	*52%*	*40%*	*46,2%*	*43,5%*	*38,1%*
3	*11*	4	7	4	8	2	7	7	6
	%	*18,2%*	*31,8%*	*25%*	*32%*	*40%*	*26,9%*	*30,4%*	*28,6%*
5A	*12*	4	6	4	8	2	9	6	5
	%	*18,2%*	*27,3%*	*25%*	*32%*	*40%*	*34,6%*	*26%*	*23,8%*
6	*13*	7	8	4	9	1	9	6	9
	%	*31,8%*	*36,4%*	*25%*	*36%*	*20%*	*34,6%*	*26%*	*42,9%*

Tabell 16 Misoppfatninger hos elever med feil på SP Skole 1

Elevene ved Skole 1 som svarer feil på oppgave 1 har høyest forekomst av misoppfatning 2, 4 og 6. For elever som svarer feil på oppgave 3 er det en relativ jevn fordeling av de ulike misoppfatningene, og tilsvarende for elevene som svarer feil på oppgave 5A og oppgave 6. Likevel er det fortsatt flest feil på misoppfatning 2, 4 og 6. Prosentvis er det høyest forekomst av misoppfatning 2, 4 og 5 for oppgave 3, misoppfatning 4, 5 og 6 for oppgave 5A. For oppgave 6 er det prosentvis høyest forekomst av misoppfatning 2, 4 og 8.

Oppg. SP	*AF*	**M1**	**M2**	**M3**	**M4**	**M5**	**M6**	**M7**	**M8**
Antall påviste		***12***	***26***	***16***	***17***	***4***	***27***	***23***	***19***
3	*30*	5	13	7	8	1	13	10	9
	%	41,7%	50%	43,8%	47%	25%	48,1%	43,4%	47,4%
6	*26*	2	11	4	6	0	10	10	8
	%	16,7%	42,3	25%	35,2%	0%	37%	43,4%	42,1%

Tabell 17 Misoppfatninger hos elever med feil på SP Skole 2

For elevene ved Skole 2 som svarer feil på oppgave 3 dukker misoppfatning 2 og 6 opp for hele 43% av elevene. Prosentvis er det misoppfatning 2, 4, 6 og 8 som er mest fremtredende blant disse elevene. På oppgave 6 svarer 26 av elevene feil, og misoppfatningene 2, 6 og 7 forekommer flest ganger hos disse. Prosentvis er det misoppfatning 2, 7 og 8 som er mest fremtredende. I resultat og drøfting vil vi se nærmere på hva som gjør at akkurat disse misoppfatningene utmerker seg for de to skolene. Det samme vil vi også gjøre for de oppgavene på sammenligningsprøven som skiller seg ut.

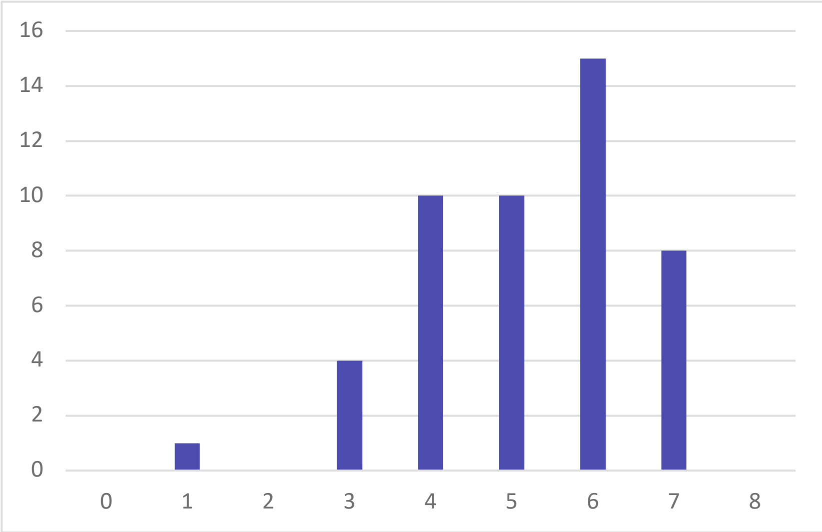
4.5.5. Antall misoppfatninger hos elever som ikke svarer

I dette delkapitlet vil vi se nærmere på hvor mange misoppfatninger elevene som ikke besvarer oppgavene ved sammenligningsprøven har. For å finne ut av dette har elevene som ikke besvarer blitt isolert ut for hver oppgave og deres oversikt over totalt antall misoppfatninger med 2-feilskrav blir presentert.

Ved Skole 1 er det 24 elevbesvarelser med 7 oppgaver på hvert oppgavesett, som gir totalt 168 oppgaver. Av disse er det 48 oppgaver som ikke er besvart. Ved å se på de ubesvarte oppgavene for hver av prøveoppgavene og sammenligne med elevenes misoppfatningssammensetning har vi laget oversikten presentert i tabell 18 og figur 37. Denne oversikten viser at de fleste elevene ved Skole 1 som ikke svarer på oppgavene i sammenligningsprøven har mellom 4 og 7 påviste misoppfatninger.

TM	frekvens
0	0
1	1
2	0
3	4
4	10
5	10
6	15
7	8
8	0

Tabell 18 misoppfatninger ved UB på SP Skole 1

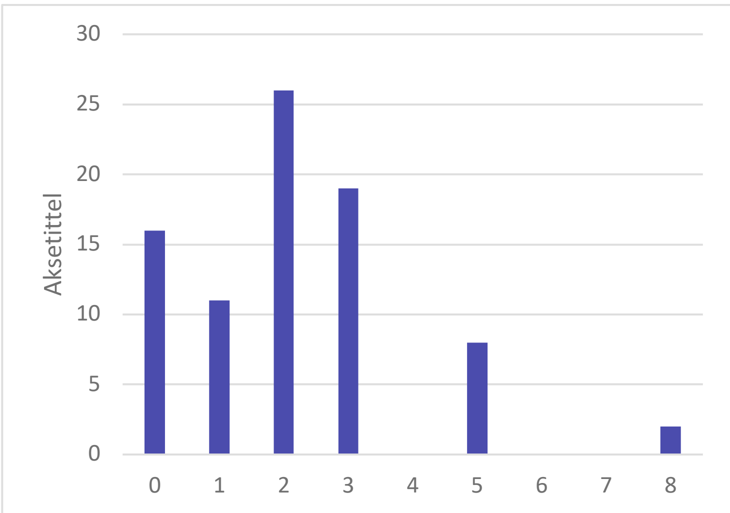


Figur 37: Misoppfatninger ved UB på SP Skole 1

Ved Skole 2 har vi totalt 42 elevbesvarelser som også har 7 oppgaver hver, det gir oss totalt 294 oppgaver, hvorav 82 av disse oppgavene ikke er besvart. I tabell 19 og figur 38 ser vi oversikten over antall misoppfatninger blant elevene som ikke har svart på en eller flere oppgaver. Ut ifra oversikten kan vi se at de fleste elevene som ikke svarer på oppgavene har mellom 0 og 3 misoppfatninger.

TM	Frekvens
0	16
1	11
2	26
3	19
4	0
5	8
6	0
7	0
8	2

Tabell 19 Misoppfatninger ved UB på SP Skole 2



Figur 38: Misoppfatninger ved UB på SP Skole 2

5. Resultater og drøfting

Hensikten med denne studien er å finne ut hva vi kan lære av elevbesvarelser knyttet til diagnostiske og ikke-diagnostiske oppgaver. Vi har gjennom arbeidet med denne studien vært like opptatt av å avdekke gode spørsmål som vi har vært av å besvare dem. I dette kapittelet vil vi oppsummere og drøfte interessante funn, presentere aktuelle spørsmål og forsøke å besvare dem etter beste evne. Her vil vi også komme inn på hvilke misoppfatninger som skiller seg ut og se om det fins en sammenheng mellom disse og oppgavene som skiller seg ut på sammenligningsprøven. I tillegg vil vi vurdere bruken av behandlingsmetoder, utformingen av oppgavesettene og besvarelsesprosenter.

5.1. Respondenter og besvarelsesprosenter

Utgangspunktet for denne studien var et ønske om å bruke kvantitativ metode til å undersøke forekomsten av misoppfatninger i ett bestemt matematisk tema blant elever i siste fase av grunnskolen. Bakgrunnen for ønsket om å bruke en kvantitativ metode var først og fremst fordi det ville gjøre det mulig å gjennomføre tester på et større utvalg, noe som ville gi et større bilde av hvor utbredt misoppfatninger i det valgte temaet var. Jo større utvalg man har, jo bedre forutsetning har man til å generalisere til populasjonen, selv om det ikke var det som var vår intensjon med oppgaven. Vi ønsket først og fremst bare å danne oss et bilde av den aktuelle situasjonen på to forskjellige skoler, og dersom vi kunne avdekke at misoppfatninger var vanlig blant elevene på disse to skolene, så ville det være naturlig å tenke at dette også ville gjelde på andre ungdomsskoler i landet.

Det som ofte kan bli en utfordring i arbeid med slike studier er å skaffe til veie nok respondenter som ønsker å delta. Dette var også en av grunnene til at vi ønsket å foreta en kvantitativ studie, for selv om vi er avhengig av flere respondenter enn vi ville behøvd ved en kvalitativ studie, er det gjerne lettere for respondentene å delta i en kvantitativ studie, siden dette ofte bare innebærer å svare på et spørreskjema eller en test, og det ikke er behov for å delta på intervjuer eller lignende kvalitative undersøkelser. For å samle nok empirisk data til en kvantitativ studie, og besvare problemstillingen vår på en god måte, følte vi at det var nødvendig med et utvalg på rundt 100 elever, men som beskrevet tidligere var det uforutsette hendelser som gjorde at utvalget vårt ble mer begrenset enn vi hadde håpet på til å begynne med. Vi var svært fornøyde med at vi fikk to lærere til å stille opp med til sammen fem klasser og normalt sett ville jo dette utgjøre over 100 elever.

Vi så dermed ikke behovet for å skaffe enda flere respondenter fra en annen skole. Dessverre var det særlig en faktor som påvirket utvalget vårt, og det var koronasitasjonen. I midten av desember 2021 ble det satt inn svært strenge restriksjoner i Norge i forbindelse med koronasituasjonen, noe som medførte rødt nivå på skolene og hjemmeundervisning for elevene. Vi ønsket å vente med å gjennomføre den diagnostiske testen til skolene åpnet igjen, fordi det ville være lettere å gjennomføre testene fysisk i et klasserom, i stedet for å gjøre det digitalt. På den måten vil man også ha kontroll på at det ikke blir brukt hjelpemidler. Vi så oss derfor nødt til å vente til samfunnet og skolene gjenåpnet, i starten av februar 2022 (Regjeringen.no, 2022). Men til tross for at samfunnet og skolene hadde åpnet igjen, var det fremdeles svært høye smittetall her til lands, og det gjorde at det var mange elever som måtte holde seg hjemme grunnet smitte. Dette, kombinert med at enkelte elever var borte av andre grunner, og at noen valgte å ikke krysse av for å bli med i utvalget, gjorde at vi endte opp med 91 besvarelser totalt på den diagnostiske testen.

Dessverre ble korona en faktor som også påvirket sammenligningsprøven. Da denne ble gjennomført i midten av mars var det fremdeles mange elever som var borte grunnet smitte og det gjorde at vi totalt endte opp med 73 besvarelser av sammenligningsprøven. Formålet med sammenligningsprøven var nettopp å kunne sammenligne resultatene på de to testene, og dermed var det kun hensiktsmessig å se på de elevene som hadde besvart begge testene. Dette gjorde at andelen brukbare besvarelser krympet til 66, hvilket dessverre ble lavere enn vi hadde forventet til å begynne med. Det er mulig at vi ville fått flere besvarelser dersom vi hadde ventet litt med å gjennomføre sammenligningsprøven, men for det første måtte dette gjøres når det passet for skolene, og for det andre ville vi heller ikke vente for lenge siden vi skulle rekke å analysere alt sammen.

Selv om vi ikke endte opp med fullt så mange besvarelser som vi hadde ønsket, kan man argumentere for at et mindre datasett både medfører både fordeler og ulemper. Ulempene er selvsagt at vi får samlet mindre data, som gir et mindre grunnlag for å besvare problemstillingen vår. Flere besvarelser ville kunne vist et større bilde av situasjonen, og vi kunne muligens påvist enda flere sammenhenger mellom misoppfatningene og elevenes matematiske kompetanse. Fordelen med et mer komprimert datasett er at det er lettere å analysere og man kan grave dypere i materien for å avdekke sammenhengene og se på hvilke faktorer som er med på å påvirke resultatene.

5.2. Diagnostisk test

Gjennom feilkravs-metoden og q-metoden av den diagnostiske testen har det dukket opp flere interessante funn. Noen tydelige forskjeller og fellestrekk mellom skolen har åpenbart seg og videre presenteres noen av disse funnene. Vi har tidligere nevnt at vi er interessert i å både finne og besvare spørsmål i denne studien. Her er noen av de spørsmålene vi har stilt oss knyttet til den diagnostiske testen:

1. Hva kan være grunnen til forskjellene på oppgave 1?
2. Hvorfor er det så mange som ikke svarer på oppgave 3?
3. Er oppgave 5 for lett?
4. Er oppgave 6 for vanskelig?
5. Hvorfor er språkliggjøring av hundredeler så komplisert?
6. Kan det være en sammenheng mellom misoppfatningene?

5.2.1. Ulikheter mellom skolene

Gjennom behandlingene av den diagnostiske testen er det flere ulikheter som har dukket opp blant de to skolene våre. Generelt har Skole 1 et høyere gjennomsnitt av påviste misoppfatninger. Ved 3-feilskrav har Skole 1 gjennomsnittlig 2,3 misoppfatninger mot Skole 2 sitt gjennomsnitt på 1,14. Ved 2-feilskrav går gjennomsnittet opp til 3,97 for Skole 1 og 2,57 for Skole 2. q-metoden bekrefter også denne nivåforskjellen da majoriteten av $\bar{q}_n$ ligger mellom 0,40 og 0,50 for Skole 1 og mellom 0,60 og 0,70 for Skole 2. Dette indikerer at det er en betydelig forskjell mellom de to skolene når det kommer til antall misoppfatninger. Denne forskjellen kommer også til syne innad i oppgavene og da spesielt i oppgave 1.

5.2.1.1. Nivåforskjeller på oppgave 1

Misoppfatning 1: «Nevner representerer alle deler, uavhengig av størrelsen» har svært høyt estimat ved Skole 2 med $\bar{q}_1$ på 0,82 og betydelig lavere ved Skole 1 med $\bar{q}_1$ på 0,46. Dette tilsvarer en differanse på 0,36. Dette indikerer at elevene ved Skole 2 har en bedre forståelse for at delene må være like store enn elevene ved Skole 1 har. Vi ser likevel at elevene ved begge skolene oftest svarer feil på oppgave 1b og 1c. Det kan tyde på at disse oppgavene er litt vanskeligere enn de to andre. Alle oppgavene på oppgaven 1 er visuelt representert der elevene enten skal krysse av ved riktig figur eller skrive opp en brøk som tilsvarer den de ser i figuren. Disse oppgavene er enten

hentet fra eller inspirert av realfagsløyper, så de skal være utformet til å avdekke nettopp denne misoppfatningen.
Grunnen til at elevene ved Skole 2 scorer generelt bedre på disse oppgavene kan være at de er bedre kjent med denne representasjonen av brøk, eller at de har hatt mer fokus i sin undervisning på at delene må være like store enn det Skole 1 har hatt. Vi ser også at det matematiske ferdighetsnivået er generelt høyere ved Skole 2 enn ved Skole 1, dette vil bli diskutert videre i kapittel 5.3.1 som omhandler sammenligningsprøven. Dette er også en faktor som kan bidra til forskjellen mellom de to skolene på oppgave 1.

5.2.2. Fellestrekk mellom skolene

Selv om det er undersøkt to ulike skoler, som er forskjellig i både størrelse, nivå og beliggenhet, er det flere fellestrekk mellom dem. Det vi oppdaget relativt tidlig var den høye forekomsten av misoppfatning 6 og den lave forekomsten av misoppfatning 5. Disse skilte seg tydelig ut som fellestrekk allerede i feilkravs-metoden med 3-feilskrav. Senere oppdaget vi fordelingen av feilsvar på «misoppfatning» 8, der flere av elevene på begge skoler ser ut til å ha problemer med språkliggjøringen av hundredeler. Til slutt oppdaget vi også den høye forekomsten av ubesvarte oppgaver på misoppfatning 3 gjennom en ren tilfeldighet når vi så igjennom resultatene fra q-metoden.

5.2.2.1. Ubesvart på Misoppfatning 3

Misoppfatning 3: «brøkstrek er lik komma» skilte seg ikke betydelig ut, hverken i feilkravs-metoden eller q-metoden ved den diagnostiske testen. Men det ble lagt merke til at den hadde Skole 2 sin nest laveste estimerte sannsynlighet med $\bar{q}_3$ på 0,58. Ved å se nærmere på antall ubesvarte og feilbesvarte oppgaver fant vi et avvik særlig knyttet til oppgave 3b og 3d. Disse to oppgavene har det høyeste antallet av ubesvart i hele det diagnostiske settet på tvers av skolene.

Oppgave 3a og 3c har lik utforming der elevene skal skrive en brøk, henholdsvis $\frac{1}{4}$ og $\frac{5}{4}$, som et desimaltall. Elever med misoppfatning 3 vil skrive disse som 1,4 og 5,4. Oppgave 3b og 3d har også lik utforming, men her skal elevene skrive desimaltall som en brøk, henholdsvis 0,46 og 1,3. Dersom en elev har misoppfatning 3 vil det være naturlig at de bruker samme logikken fra oppgave 3a til å løse oppgave 3b og svaret skulle dermed tenkes å bli $\frac{0}{46}$. Men med tanke på at det er så høy andel av ubesvarte på denne oppgaven kan det tenkes at elevene vegrer seg for å sette 0 i telleren. Det kan dermed virke som at elevene har en viss forståelse av brøkbegrepet og forstår at

$\frac{0}{46} = 0$ og dermed blir i indre konflikt med seg selv da de vet at $0{,}46 \neq 0$. Likevel klarer de ikke nødvendigvis å danne seg et helhetlig brøkbegrep i det øyeblikket og velger kanskje derfor heller å la være å besvare oppgaven.

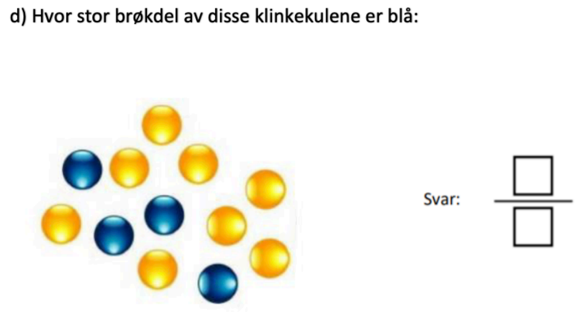
En annen teori er at elevene kunne tenke seg å svare $\frac{4}{6}$ men ser at komma ikke står mellom 4 og 6 og dermed også havner i en indre konflikt og velger heller å la være å besvare oppgaven. En tredje teori er at oppgave 3b står helt nederst på siden av arket, dermed kunne man anta at en del av elevene rett og slett ikke hadde sett oppgaven når de jobbet seg igjennom oppgavesettet. Denne siste teorien ser vi som lite sannsynlig da oppgave 3d med tilsvarende utforming, men øverst på neste side, også har høy forekomst av ubesvart, selv om antallet er noe lavere enn den ved 3b. En teori er at noen av elevene tenker riktig svar som er $\frac{13}{10}$, men vegrer seg for å ha et større tall i telleren enn det som står i nevneren. Elever som tenker sånn, har naturligvis ikke misoppfatning 3 i det hele tatt da de har en såpass forståelse for brøkbegrepet at de klarer koblingen til plassverdisystemet og forstår at det må bli tiendeler. Det disse elevene derimot kan ha problemer med er at de har et begrenset møte med brøker som er større enn en hel og dermed tror at en brøk alltid vil ha et mindre tall i telleren enn i nevneren og vær en mindre del av en hel.

5.2.2.2. Lav forekomst av Misoppfatning 5

I feilkravs-metoden brukt ved den diagnostiske testen var det veldig få elever som fikk påvist misoppfatning 5: Teller (eller nevner) er et isolert tall. Med 3-feilskrav er det kun to elever fra hver skole som har denne misoppfatningen og med 2-feilskrav økte det til 5 elever ved Skole 1 og 4 elever ved Skole 2. I q-metoden viser elevene ved begge skolene høy estimert sannsynlighet for å klare oppgavene knyttet til M5, 0,79 ved Skole 1 og 0,90 ved Skole 2. Disse resultatene skiller seg kraftig ut fra de andre misoppfatningene og vi lurte på om denne misoppfatningen generelt har lavere forekomst blant elever eller om oppgavene knyttet til denne misoppfatningen var lettere enn de andre. I oversikten over antall feil på oppgave 5 så vi at det var liten forskjell mellom oppgavene, 5c og 5d hadde minimalt færre feil enn de to andre.

Videre vil vi diskutere om oppgavenes utforming har noen påvirkning på resultatene. Oppgavene knyttet til misoppfatning 5 er alle representert visuelt. Denne representasjonsformen er en av de som elevene møtes mest på mellomtrinnet når brøkbegrepet introduseres. Den visuelle representasjonen er kanskje også den som virker minst abstrakt for elevene, da den i undervisnings-sammenheng ofte blir knyttet til erfaringsbaserte representasjoner som pizzaer og kaker.

I oppgave 5a og 5b blir elevene presentert for firkanter som er inndelt i flere deler og de blir bedt om å skravere en gitt brøkdel av disse inndelingene. Dette er i utgangspunktet oppgaver med lav inngangsterskel. Men elever med misoppfatning 5 vil kunne finne på å skravere en eller fire ruter i oppgave 5a eller 3 ruter i 5b, da brøkene brukt i disse oppgavene er henholdsvis $\frac{1}{4}$ og $\frac{3}{3}$.
I oppgave 5c og 5d derimot blir elevene møtt av visuelle figurer som viser en ansamling av kuler. Elevene skal i 5c sette ring rundt en brøkdel av kulene og i 5d skal de skrive hvor stor brøkdel av kulene som er blå. Vi ser at det er særlig få elever som svarer feil på disse oppgavene. Det kan tenkes at oppgaveutformingen bidrar til denne lave andelen av feilsvar. I figur 39 ser vi oppgave 5d som har en utforming som muligens gjør oppgaveløsningen enklere, her kan elevene nemlig bare telle kulene og få riktig svar. Dette betyr at denne oppgaven ikke har like stor diagnostisk verdi som de andre.



Figur 39: Oppgave 5d fra den diagnostiske testen

Ved å telle kulene vil ikke elevene behøve å anvende et brøkbegrep i det hele tatt og misoppfatningen vil gå ubemerket under radaren. I ettertid ser vi at vi kunne forandret litt på denne oppgaven ved at vi i tillegg hadde bedt elevene om å forkorte brøken. Dermed kunne ikke elevene bare svart 4/12, men måtte ha skrevet 1/3. På den måten ville elevene som kun teller kuler blitt lettere å skille ut av datamaterialet, og vi ville sett mer av brøkkompetansen til elevene.

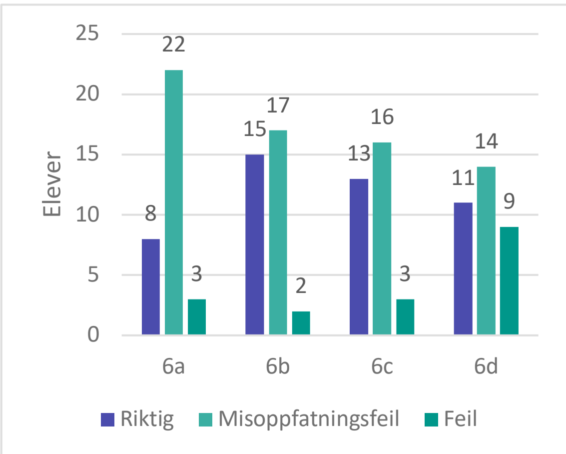
Det er mulig at denne oppgaven er med på å gi et ufullstendig bilde av elever med misoppfatning 5. Men det er kun denne ene oppgaven som har et slikt design som gjør at elevene kan benytte enklere metoder for å komme frem til svaret. I og med at de andre oppgavene har et mer hensiktsmessig design har vi grunn til å tro at denne misoppfatningen generelt sett bare forekommer sjeldnere enn de andre.

5.2.2.3. Høy forekomst av Misoppfatning 6

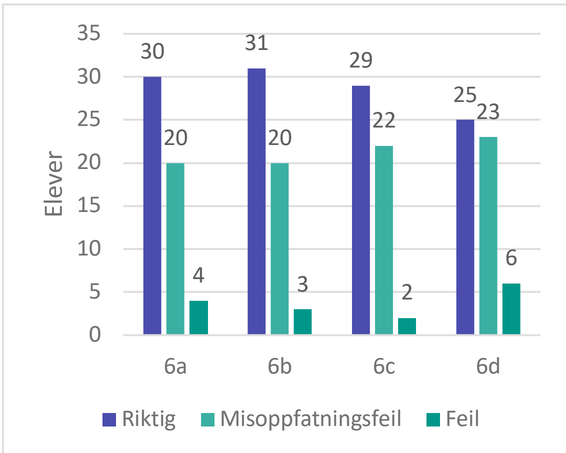
Misoppfatning 6: «tar ikke hensyn til helheten» er den misoppfatningen som har høyest forekomst blant de to skolene. I feilkravs-metoden var forekomsten høy og tilnærmet lik, både med 3-feilskrav og med 2-feilskrav. Dette indikerer at elevene som får påvist denne misoppfatningen virkelig har denne uavhengig av hvor strengt eller mildt kravet til antall feil er. I q-metoden ser vi at elevene har ganske lav estimert sannsynlighet for å svare riktig på oppgave 6 med $\bar{q}_6$ på 0,52 ved Skole 2 og 0,34 ved Skole 1.

Deloppgavene ved oppgave 6 har lik utforming, der elevene får presentert en tekstoppgave der en verdi først øker eller minker med en gitt brøkdel, for deretter å øke eller minke igjen med den samme brøkdelen. Elevene får så tre svaralternativer, et med original verdi, et med økende eller minkede verdi og et med riktig verdi. Poenget med oppgaven er at elevene må ta utgangspunkt i helheten til den økede eller minkede verdien når de skal finne verdi etter oppgang eller nedgang.

I og med at elevene ved Skole 1 har et estimat som er tilnærmet $\frac{1}{3}$ og det er tre svaralternativer lurte vi på om elevene rett og slett bare hadde gjettet tilfeldig, da en slik gjetting ville gitt omtrent samme resultat. Derfor undersøkte vi besvarelsene en gang til for å se hvilke alternativer elevene valgte og om fordelingen mellom dem var lik.



Figur 41: Oversikt svar oppgave 6 Skole 1



Figur 40: Oversikt svar oppgave 6 Skole 2

Figur 40 og figur 41 viser fordelingen mellom alternativene. Vi har kalt de henholdsvis riktig for riktig svar, misoppfatningsfeil for alternativet med originalverdien og feil for alternativet med en tilfeldig økende eller minkede verdi. Elevene som svarer feil og velger den originale verdien er de elevene som ikke tar hensyn til den nye helheten og viser tydelig tegn på misoppfatningen, derav misoppfatningsfeil. Vi ser at av elevene som svarer feil på deloppgavene i oppgave 6 er det et tydelig flertall som velger alternativet med misoppfatningsfeilen. Dette viser oss at det ikke er jevn fordeling mellom alternativene i oppgavene og at elevene ved Skole 1 sannsynligvis ikke har gjettet, men har en konsekvent tankegang som tyder på misoppfatning. Dermed tyder funnene våre på at mange elever ikke klarer å forstå at utgangspunktet har forandret seg og at svaret ikke vil bli det samme selv om man øker eller minker med den samme verdien igjen.

5.2.2.4. Hundredeler i «Misoppfatning» 8

Misoppfatning 8: språkliggjøring, er som nevnt tidligere ikke en definert misoppfatning, men vi har valgt å ta den med for å se hvordan elever gjør det på oppgaver som har en mer verbal representasjon. I oppgavene knyttet til språkliggjøringen av brøk er brøkene representert muntlig, altså de er skrevet med ord slik man ville sagt dem. Misoppfatning 8 skiller seg ikke betydelig ut fra de andre misoppfatningene med q-metoden. Men med feilkravs-metoden ser vi det er betydelig økning i overgangen fra 3-feilskrav til 2-feilskrav, hvilket tyder på at det er mange elever som har svart feil på 2 av oppgavene. Dette så vi stemte godt over ens med estimatene som ligger på 0,49 for Skole 1 og 0,64 for Skole 2.

Ved å se nærmere på fordelingen av feilsvar mellom de fire deloppgavene så vi at 8a og 8d skilte seg kraftig ut. Når vi ser nærmere på oppgavesettet ser vi at begge disse oppgavene bruker hundredeler, mens de to andre bruker femdeler. Deloppgavene på oppgave åtte har lik utforming med at man blir presentert for en tekst som spør etter hva en gitt brøkdel av et tall er. Deretter får man tre svaralternativer. Av disse alternativene er selvfølgelig ett riktig og de to andre er feil. Men om vi ser nærmere på oppgave 8a i figur 42 ser vi at et av disse to feilsvarene kunne vært riktig om man skummet igjennom teksten.

a) Hvor mye tilsvarer fem hundredeler av 100? Sett ring rundt riktig svar:

20 **25** **5**

Figur 42: Oppgave 8a fra den diagnostiske testen

Riktig svar her er naturligvis 5, men om man har vært litt rask i lesingen har eleven kanskje fått med seg at det står fem og 100 og tenkt at riktig svar er 20 siden 100 / 5 = 20. Alternativet med

25 er det ingen logisk forklaring på hvordan man skulle kommet frem til så vi velger å anse dette som et tilfeldig feilsvar. Vi gikk igjennom besvarelsene nok en gang for å se hvilke av de to feilalternativene elevene som svare feil valgte når de besvarte oppgaven. Det vi oppdaget var at det er en overvekt av elever som velger misoppfatningsalternativet når de svarer feil, hvilket betyr at det er en større andel av elevene som sliter med språkliggjøringen av brøk. Særlig knyttet til hundredeler, da vi fant de lignende resultater for oppgave 8d, vist i figur 43, som også benytter hundredeler.

Vi undret oss over hvorfor akkurat hundredeler var problematiske, og på dette spørsmålet vi har ikke et entydig svar, men det kan tenkes at noe av problemet kan være knyttet til at elevene har lært om flytting av kommaet ved divisjon med potenser av 10. Vi vurderte også om det kunne være en forvirring knyttet til at det er flere deler, da det i begge oppgavene er fem hundredeler og ikke bare en hundredel. Men i 8d virker det ikke å være femmeren som benyttes i regneoperasjonen, men 100 da elevene oftest velger alternativet 0,2. altså at elevene har tenkt 20/100 = 0,2. Det kan tyde på at elevene ikke nødvendigvis har vansker med hundredeler, men at problemet oppstår når de skal anvende brøken som operator.

d) Hvor mye tilsvarer fem hundredeler av 20? Sett ring rundt riktig svar:

0,2 1 5

Figur 43: Oppgave 8d fra den diagnostiske testen

Når brøker blir anvendt som operatorer kan man anse regneoperasjonen i to steg. Man multipliserer tallet med telleren også deler man på nevneren, eller motsatt om man føler for det. Det elevene har glemt i 8d er å multiplisere med telleren. I 8a virker det til at elevene har hatt lyst til å gjøre det samme, altså dele på nevner også være ferdige med det. Men så oppdager de at det ikke er et svaralternativ som stemmer over ens med den tankegangen så da bruker de heller det andre tallet de ser, nemlig fem, som divisor.

5.2.3. Sammenhenger mellom misoppfatningene

Til nå har vi sett på fellestrekk innad i de enkelte oppgavene, men det er også noen misoppfatninger som har relativt lik påvisning ved de ulike skolene. Ved Skole 1 har misoppfatning 1, 3, 4 og 7 tilnærmet lik $\bar{q}_n$ som kan tyde på at det er en sammenheng mellom disse. Ved Skole 2 har misoppfatning 2, 4 og 7 tilnærmet lik $\bar{q}_n$. Felles på tvers av skolene er da en mulig sammenheng mellom misoppfatning 4 og misoppfatning 7. Misoppfatning 4: «differansen mellom teller og nevner avgjør størrelsen på brøken» og misoppfatning 7: «legger sammen teller og nevner ved addisjon» dreier seg begge om forholdet mellom teller og nevner. Det er derfor ikke overraskende at det eksisterer en sammenheng mellom disse to.

Ved å se nærmere på fordelingen av feilsvarene på oppgave 4 og 7 ser vi at det ved begge oppgavene er to deloppgaver som skiller seg ut. På oppgave 4 svarer elevene oftest feil på 4a og 4d og på oppgave 7 svarer elevene oftest feil på 7b og 7d. Når vi går inn i oppgavesettet ser vi at tre av disse oppgavene er sorteringsoppgaver, der elevene skal sortere et gitt sett med brøker. Alle brøkene er representer symbolsk, altså med tall, så det kan være utfordrende å se ved første øyekast hvilken som er størst. Særlig da ingen av brøkene har 1 i teller. Dette er en faktor som kan bidra til at oppgavene kan oppleves som utfordrende. Den siste av de 4 oppgavene som er nevnt er en oppgave der elevene skal sette ring rundt den største brøken. Også her er det flere brøker som det ved første øyekast er utfordrende å bedømme størrelsen til.

5.3. Sammenligningsprøven

Sammenligningsprøven skilte seg betydelig fra den diagnostiske testen ved at denne ikke inneholdt oppgaver med svaralternativer og derfor heller ingen avkrysningsoppgaver. Vi ønsket derfor å bruke oppgaver hvor det ikke var rom for å gjette seg frem til riktig svar, og hvor elevene måtte forklare fremgangsmåten sin, for på den måten å vise sin matematiske forståelse. Hensikten med denne prøven var at elevene skulle vise sin matematiske forståelse innen andre temaer av matematikken enn brøk. Teamene vi valgte å ta med i sammenligningsprøven er likevel temaer som kan assosieres med brøk og hvor brøkkunnskaper kan være relevante. Videre vil vi se på noen ulikheter og fellestrekk mellom de to skolene. Her er noen av spørsmålene vi har stilt oss knyttet til sammenligningsprøven:

1. Er det noen matematiske temaer som skiller seg ut?
2. Burde noen av oppgavene vært formulert annerledes?
3. Hvorfor så mange ubesvarte på enkelte av oppgavene?
4. Hva kan være grunnen til forskjellene på de to skolene?

5.3.1. Ulikheter mellom skolene

Det kommer tydelig frem i besvarelsene våre at det matematiske nivået på de to ulike skolene er forskjellig, noe som vises både i den diagnostiske testen og i sammenligningsprøven, hvor skole 2 scorer høyere enn skole 1. På sammenligningsprøven er det særlig to oppgaver som skiller seg markant ut for de to skolene hvor oppgave 1 og 5a har en svært høy andel feilsvar på skole 1, mens dette ikke er tilfelle på skole 2. Oppgave 1 handler om algebra, mens oppgave 5a handler om prosent. Det kan tenkes at dette er temaer som elevene ved skole 1 har jobbet mindre med enn elevene ved skole 2, men dette blir mest spekulasjoner.

5.3.1.1. Divisjonsfeil på oppgave 1

I denne oppgaven ble elevene presentert med en totalvekt på en ku og en kalv, og fikk vite at kua skulle veie 10 ganger så mye som kalven. De skulle deretter regne seg frem til vekten på kalven. Blant elevene som svarte feil på denne oppgaven var det spesielt én type feil som utmerket seg. Disse tok bare totalvekten og dividerte med 10 og så seg dermed ferdig med oppgaven. De tenkte ikke over at det var kua som skulle veie 10 ganger så mye som kalven, ikke totalvekten. Her er det klart at elevenes algebrakunnskaper vil ha betydning for om de klarer å løse oppgaven, f.eks. ved å sette opp regnestykket som en likning. Men elevene som har svart feil har heller ikke prøvd å sette prøve på svaret sitt for å se om det stemmer. Hadde de gjort det ville de sett at kua ikke veide 10 ganger så mye som kalven med det svaret de fikk ved å dividere totalsummen på 10. Her kan man trekke inn kritisk tenking og viktigheten av å se på om svaret gir mening. Denne typen feilsvar kan knyttes til misoppfatninger i algebra og her kan man dra paralleller til misoppfatninger i brøk og underkategorien brøk som kvotient, hvor det må brukes divisjon for å finne riktig svar.

5.3.1.2. Problemer med prosentbegrepet i oppgave 5a

I denne oppgaven fikk elevene vite lengden av en struts i meter og lengden av et strutseegg i centimeter. Deretter ble de bedt om å finne den prosentvise lengden av strutseegget i forhold til lengden av strutsen. Typiske feil på denne oppgaven var å ikke klare å gjøre lengden av strutsen om til 100%. Dette viser at enkelte elever ikke har forstått prosentbegrepet og at dette handler om deler av 100.
Prosent er jo sånn sett direkte knyttet til brøk og det kan derfor være hensiktsmessig at elevene lærer om disse temaene parallelt. Her kan man også trekke inn underkategorien brøk som forhold, hvor det er tydelig at noen elever sliter med å sammenligne to størrelser. I tillegg var det enkelte elever som gjorde feil i omgjøring fra meter til centimeter.

5.3.2. Fellestrekk mellom skolene

Noen av oppgavene i sammenligningsprøven viser også likhetstrekk mellom de to skolene.
Begge skoler scorer lavt på oppgave 3 og oppgave 6, som omhandler potenser og forhold og algebra. I tillegg har begge skolene høye andeler av ubesvarte på oppgave 4 og 5b, som omhandler formlikhet og forhold. Til tross for mange ubesvarte på oppgave 4 er dette også en oppgave hvor begge skolene scorer høyt på antall riktige, og hvor svært få av de som har svart på oppgaven har svart feil. Så her ser vi et tydelig skille i klassene, hvor elevene som oftest enten har forstått oppgaven, eller valgt å ikke besvare den. Noe av det samme ser vi også på oppgave 5b som har omtrent like mange ubesvarte som riktig besvarte, men her er andelen av de som har svart feil større enn i oppgave 4.

5.3.2.1. Mulig lesefeil på oppgave 3

I denne oppgaven ble elevene presentert for to like bakteriekulturer som ble startet i et laboratorium med fire timers mellomrom. Bakteriene formerte seg slik at det ble dobbelt så mange etter én time. Oppgaven var å beregne hvor mange ganger flere bakterier det var i den bakteriekulturen som ble satt i gang først, åtte timer etter at denne ble satt i gang. En av de vanligste feilene i denne oppgaven var at elevene regnet ut hvor mange flere bakterier det var og ikke hvor mange ganger flere. Denne typen feil kan skyldes en enkel lesefeil av oppgaven, så her er det vanskelig å vite om det er det som gjør at de svarer feil, eller om de faktisk har vanskeligheter med potensregning. De andre feilsvarene tyder på problemer med å se for seg hvordan en dobling for hver time utvikler seg, og hvordan man kan sette opp dette som en utregning og deretter finne forholdet mellom de to bakteriekoloniene. Denne oppgaven er også direkte knyttet til underkategorien brøk som forhold.

5.3.2.2. Hvorfor så enten/eller på oppgave 4?

I denne oppgaven skulle elevene bruke formlikhet til å bergene høyden til en pyramide. De fikk vite at skyggen til pyramiden var 274 meter lang, og at en to meter høy påle kastet en skygge som var fire meter lang. Denne oppgaven bruker egentlig ganske enkle tall siden skyggen til pålen er nøyaktig dobbelt så lang som høyden til pålen. Derfor burde det heller ikke være noe stort problem å se at forholdet er 1:2 og at skyggen til pyramiden også må være dobbelt så lang som høyden til pyramiden. Det at nesten alle som har svart på denne oppgaven har fått riktig, tyder jo på at nivået på oppgaven ikke er alt for høyt, men vi syns det var overraskende å se hvor mange som har latt være å besvare denne oppgaven. Her er det vanskelig å si hva som kan være grunnen til at akkurat denne oppgaven er enten/eller. Det kan være at noen elever overkompliserer og tenker at oppgaven er vanskeligere enn den egentlig er, kanskje fordi de syns tallet 274 ser vanskelig ut. Det kan også være at de elevene som ikke besvarer denne oppgaven rett og slett ikke har jobbet godt nok med formlikhet til at de har skaffet seg en god forståelse rundt begrepet. Da kan man jo lure på hvorfor så mange andre i klassene har klart å løse oppgaven? Det kan jo også være at noen av de som har løst oppgaven heller ikke har jobbet så mye med formlikhetsbegrepet, men at de bare ser at 2 er halvparten av 4, så da må høyden være halvparten av 274. Det kan derfor tenkes at denne oppgaven ikke fungerte helt optimalt, og det kunne vært interessant å brukt en formlikhetsoppgave med litt vanskeligere tall, f.eks. hvis forholdet mellom høyde og skygge var 2:5 i stedet for 1:2. Denne oppgaven er naturligvis også knyttet til underkategorien brøk som forhold.

5.3.2.3. Hvorfor så mange ubesvarte på oppgave 5b?

I denne oppgaven skulle elevene beregne hvem som la det lengste egget i forhold til kroppsstørrelsen av en kolibri og en struts. De fikk vite størrelsen på fuglene og eggene, og trengte egentlig bare å beregne forholdet for å se hvem som la størst egg. Her har også de fleste som har svart på oppgaven klart å finne riktig svar, og det er vanskelig å si hva som gjør oppgaven så problematisk for så mange. Også denne oppgaven er knyttet til underkategorien brøk som forhold, og vi ser ganske tydelig nå at en del av elevene syns forholdsregning er problematisk.

5.3.2.4. Algebraproblemer på oppgave 6

I denne oppgaven skulle elevene regne ut hvor lang tid to malere brukte på å male en vegg sammen når de fikk vite at den ene ville brukt 15 min på veggen alene, mens den andre ville brukt 30 min alene. Dette var en oppgave hvor begge skolene generelt hadde mange feilaktige besvarelser og hvor andelen riktige besvarelser var veldig lav. Dette var spesielt merkbart på skole 2 som hadde vesentlig færre riktige besvarelser på oppgave 6 enn på de resterende oppgavene på sammen-ligningsprøven. Den mest gjennomgående feilen på denne oppgaven var at elevene la sammen 15 og 30 og dividerte med 2, slik at svaret ble 22,5 min. På denne oppgaven kan man også trekke inn viktigheten av å være kritisk til egne svar og det å tenke over om svaret man får egentlig gir mening. Det ville jo være merkelig hvis de to malere skulle bruke mere tid på å male veggen sammen, enn det den ene av malerne bruker på å male veggen alene?

Denne typen feilsvar tyder på at elevene har litt manglende algebrakunnskaper, siden de ikke velger å sette opp regnestykket som en likning, men bare tar gjennomsnittet av de to tallene. Feilsvarene i denne oppgaven og på oppgave 1 kan derfor tyde på at elevene syns algebraregning er vanskelig. Blant elevene som løste oppgaven riktig var det en stor andel som valgte å tegne opp en vegg som de delte i tre like deler hvor Anna, den raskeste av malerne, skulle male to av de tre delene, siden hun var dobbelt så rask til å male som Ola. Disse elevene viste en god brøkforståelse siden de skjønte at Anna måtte male 2/3 av veggen og regnet seg frem til at begge malerne ville bruke 10 min til sammen. Denne oppgaven kan knyttes til underkategorien brøk som operator, siden tiden de to vil bruke til sammen avgjøres av hvor stor andel av veggen de må male hver.

5.4. Begge tester

I behandlingen av begge testene er hensikten å se om det finnes en sammenheng mellom elevenes matematiske ferdighets nivå og antall misoppfatninger. Underveis i behandlingen dukket det opp noen avvikende besvarelser som førte til at vi stilte oss følgende spørsmål:

1. Hva kommer den store variasjonen i antall misoppfatninger og score av?
2. Har vi grunnlag for å ha med elevene som har høy forekomst av ikke besvart på sammenligningsprøven?
3. Er det en sammenheng blant misoppfatningene til elevene som svarer feil?

5.4.1. Ulikheter mellom skolene

I behandlingen av begge tester har det dukket opp noen ulikheter mellom de to Skolene. Vi har tidligere beskrevet den tydelige nivåforskjellen mellom de to skolene. Analysen avdekket også at de to skolene har en ulik nivåfordeling innad i elevgruppene ved de to skolene. Skole 2 viser en gruppe som fordeler seg jevnt langs regresjonslinjen, der noen av elevene har få misoppfatninger og høy score, noen elever har flere misoppfatninger og en score som er midt på treet og noen elever har mange misoppfatninger og lav score. ved Skole 1 derimot ser det ut til at vi mangler denne gruppen som binder de to andre sammen. Vi ser en tendens som kan se ut til å vise oss en særlig sterk gruppe om scorer høyt på sammenligningsprøven og som har få misoppfatninger. og en gruppe som scorer ganske lavt på sammenligningsprøven og innehar en betydelig større andel misoppfatninger.

I tillegg er det en annen ulikhet som merket oss mellom de to skolene. Ved Skole 1 ser vi stor variasjon i antall misoppfatninger ved 3-feilskrav blant elevene som scorer lavt på sammenligningsprøven. Denne variasjonen kan nok komme av at 3-feilskravet muligens er noe strengt. Når vi senket kravet til 2 feil, så vi at denne variasjonen ble betydelig mindre. Vi går nærmere inn på de to ulike feilkravene i kapittel 5.5.2, men det kan virke til at misoppfatningene er mer kompliserte å påvise enn først antatt. I og med at variasjonen ble mindre ved 2-feilskrav betyr det at mange av elevene ved Skole 1 hadde nøyaktig to feil på flere av oppgavene ved den diagnostiske testen. Det kan derfor være sannsynlig at disse elevene innehar de aktuelle misoppfatningene, hvilket vi tror kan være tilfelle. Ellers er det også mulig at disse elevene er i en oppklarningsprosess av brøkbegrepet der de har et delvis riktig dannet begrep som er i konflikt med deres tidligere dannede begreper og løsningsteknikker.

Skole 2 viser også en variasjon i sitt datasett, men ikke på samme måte. Disse elevene viser en særlig stor variasjon i score på sammenligningsprøven blant elevene som ikke har noen påviste misoppfatninger. Noe av variasjonen forsvinner ved overgangen til 2-feilskrav, men det er fortsatt mange elever som viser en kombinasjon av lav score og ingen misoppfatninger. Ved en nærmere gjennomgang av besvarelsene på sammenligningsprøven ser vi at flere av elevene ved Skole 2 har særlig høy forekomst av ubesvarte oppgaver. Majoriteten av disse elevene har også få eller ingen påviste misoppfatninger. Ubesvarte oppgaver er selvfølgelig en bidragsyter til lav score på sammenligningsprøven og er nok en stor del av forklaringen bak den store variasjonen ved Skole 2.

5.4.2. Fellestrekk mellom skolene

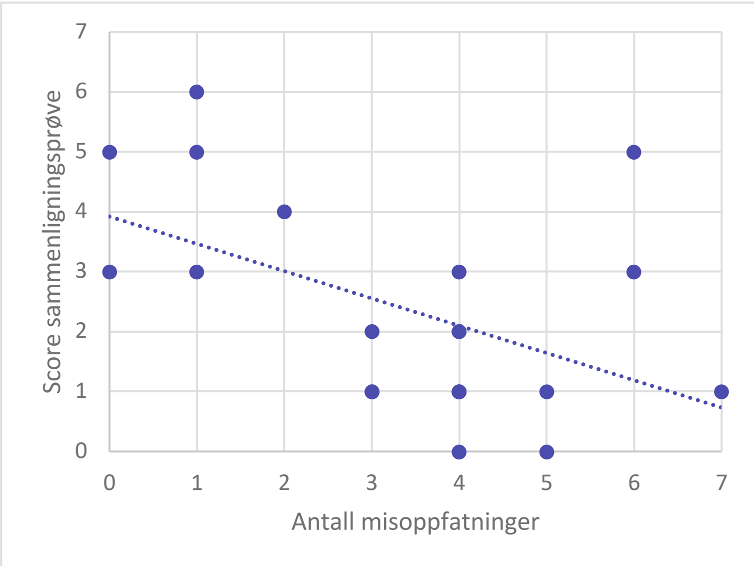
Generelt avdekket behandlingen av begge testene flere fellestrekk mellom de to skolene. Ved begge skolene ser vi en samvariasjon som er høy/lav - lav/høy, hvilket er som forventet. Det tyder på at elever som har få misoppfatninger scorer høyere på sammenligningsprøven og elevene som har flere misoppfatninger generelt scorer lavere. Et annet fellestrekk som åpenbarte seg, var at vi så flere punkter som ikke samsvarte med den forannevnte samvariasjonen. Disse avvikende elev-besvarelsene vil bli diskutert videre. I tillegg vil vi se nærmere på om det er en sammenheng blant misoppfatningene til elevene som svarer feil på sammenligningsprøven.

5.4.2.1. Avvikende elevbesvarelser

Ved Skole 1 var det særlig en elev som skilte seg ut da vedkommende hadde både høyt antall påviste misoppfatninger, både ved 3-feilskrav og ved 2-feilskrav, og høy score på sammen-ligningsprøven. Denne kombinasjonen av høy/høy er særegen i dette datasettet og ble diskutert nærmere med aktuell matematikklærer som bekreftet at dette likevel ikke var et uventet resultat fra akkurat denne eleven.

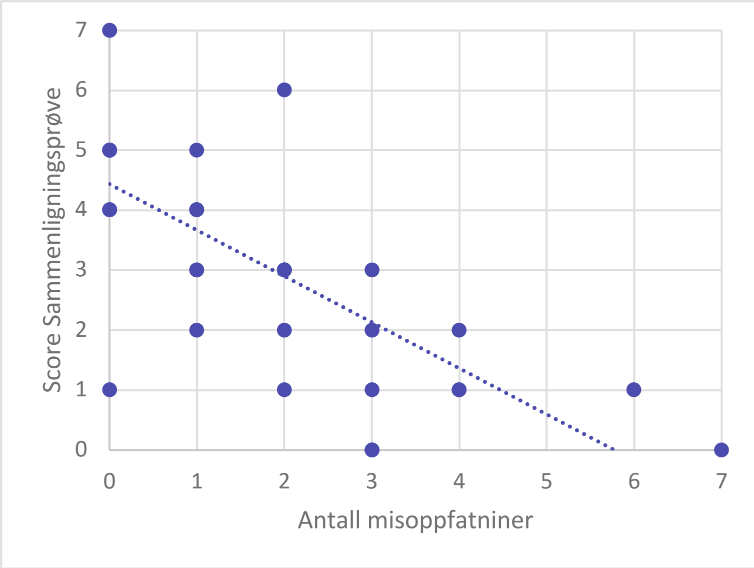
Ved Skole 2 derimot var det flere elever som skilte seg ut ved å ha en kombinasjon av lavt antall påviste misoppfatninger og lav score på sammenligningsprøven. En nærmere kikk på disse aktuelle elevene viser at flere av disse hadde høy forekomst av ikke besvarte på sammenligningsprøven. I og med at vi ikke har inkludert elever som ikke har besvart sammenligningsprøven mener vi at det heller ikke vil være riktig å ta med elevene som har en svært høy forekomst av ubesvarte oppgaver. Vi har i ettertid tatt ut elevene som har fem eller flere ubesvarte oppgaver på sammen-ligningsprøven og videre vil vi presentere hvordan dataene vil se ut uten disse elevene, og det er disse dataene som til slutt vil utgjøre vårt kvalitetssikrede datamateriale. Det er til sammen 3 elever fra skole 1 og 8 elever fra skole 2 som har fem eller flere ubesvarte på sammenligningsprøven.

I figur 44 er disse tre elevene fra skole 1 fjernet fra punktdiagrammet. Vi kan se at vi beholder 2-gruppe strukturen ved Skole 1 som er nevnt i forrige delkapittel. Vi har fått en korrelasjons-koeffisient på 0,50, noe som er en nedgang fra 0,53 som vi hadde ved 2-feilskrav tidligere. Grunnen til denne nedgangen ligger nok i at eleven som har en kombinasjon av høy/høy har større påvirkningskraft i dette utvalget som nå består av tre færre elever enn tidligere. De tre elevene som er ekskludert her på grunn av høy forekomst av ubesvarte har også høyt antall misoppfatninger. Disse tre eleven ville dermed forsterket korrelasjonskoeffisienten om de var med, da de har en kombinasjon av lav/høy som ikke samsvarer med det øvrige datasettet.



Figur 44: Punktdiagram uten utstikkere skole 1

I figur 45 er de åtte elevene som har fem eller flere ubesvarte på sammenligningsprøven ved skole 2 fjernet fra punktdiagrammet. Vi ser at Skole 2 beholder 1-gruppe strukturen som er nevnt i forrige delkapittel. Korrelasjonskoeffisienten har steget fra 0,55 til 0,71, hvilket viser at elevene som hadde lav/lav kombinasjon hadde særlig påvirkningskraft på datamaterialet tidligere. Det vil si at de elevene som er tatt ut av datasettet ikke følger samme samvariasjonen som de resterende elevene danner. Dette er fordi de avvikende elevene ved Skole 2 i stor grad har få påviste misoppfatninger, både ved 3-feilskrav og 2-feilskrav.



Figur 45: Punktdiagram uten utstikkere skole 2

5.4.2.2. Sammenhenger mellom misoppfattelser og feilsvar

Etter behandlingen av begge testene og utlukingen av elever med tynt datagrunnlag ønsket vi å se om det kunne være en sammenheng mellom misoppfatningene til elevene som svarte feil på de ulike oppgavene i sammenligningsprøven. Vi har valgt å fokusere på oppgavene med høyest forekomst av feilsvar som for begge skolene er oppgave 3 og oppgave 6.

Elevene ved Skole 1 som svarer feil på oppgave 3 har høyest prosentvis forekomst av misoppfatning 2, 4 og 5. For elevene ved Skole 2 er det høyest forekomst av misoppfatningene 2, 4, 6 og 8. Så felles for disse skolene er misoppfatning 2: «Jo større nevner (eller teller), jo større brøk» og misoppfatning 4: «Differansen mellom teller og nevner avgjør størrelsen til brøken». Dette er to misoppfatninger der forholdet mellom teller og nevner er særlig relevant. Det er ikke overraskende at elevene som svarer feil på oppgave 3 viser særlig høy forekomst av disse misoppfatningene da oppgave 3 er direkte knyttet til underkategorien brøk som forhold.

Hos elevene som svarer feil på oppgave 6 ser vi en særlig høy forekomst av misoppfatning 2, 4 og 8 for Skole 1 og 2, 7 og 8 for Skole 2. Felles for de to skolene er da misoppfatning 2: «Jo større nevner (eller teller), jo større brøk» og «misoppfatning» 8: språkliggjøring. Misoppfatning 2 kan direkte knyttes til brøk som forhold mens språkliggjøringen går ut på at elevene sliter med den muntlige representasjonen av brøkene. Flere av elevene som gjorde feil på denne oppgaven slet med å forstå forholdet mellom malefarten til de to malerne, da en av malerne malte dobbelt så fort som den andre. Oppgaven inneholder ingen muntlig representasjon av brøk hvilket kan tyde på at denne «språkliggjørings-misoppfatningen» er knyttet til mer grunnleggende aspekter av brøkbegrepet enn bare representasjonsformen. Ellers er oppgaven relativt åpent utformet, hvilket betyr at det er flere måter elevene kan løse oppgaven på.

5.5. Vurdering av behandlingsmetoder og oppgavesett

I dette kapittelet vil vi vurdere den diagnostiske testen og sammenligningsprøven. Vi vil også vurdere behandlingen av disse oppgavesettene. Her er noen av spørsmålene vi har stilt oss selv i ettertid og undervegs.

1. Hvordan er vår diagnostiske test sammenlignet med andres?
2. Hvordan har behandlingsmetodene våre påvirket resultatene?
3. Er det nok å kode sammenligningsprøven i rett, galt og ubesvart?

5.5.1. Diagnostisk test

I dette delkapitlet vil vi først se nærmere på hvordan vår diagnostiske test er sammenlignet med andre diagnostiske tester benyttet i sammenheng med andre masterstudier. Vi sammenligner oss da med testene benyttet av Vinje, Karlsen & Stark, Rønningstad og Vårtun. Videre vil vi drøfte de ulike behandlingsmetodene vi har brukt i analysen av vår diagnostiske test.

Vårtun bruker i sin studie en komprimert diagnostisk test bestående av totalt 3 oppgaver som hver er knyttet til en eller flere misoppfatninger innen algebra (Vårtun, 2017). En slik type diagnostisk test kan trolig egne seg til et mixed methods-forskningsdesign, men den ville nok ikke gitt oss utdypende nok data til vår kvantitative analyse. I vår test har vi vært nøye på at alle oppgavene kun skal knyttes til en spesifisert misoppfatning. På den måten vil det være mindre tvil om hvilken misoppfatning eleven viser tegn på, når den er påvist hos en elev. I et mixed methods-design, som Vårtun benytter, har forskeren i den kvalitative delen av forskningen mulighet til å stille oppfølgingsspørsmål for å klarere hvilken misoppfatning eleven innehar. Det bør likevel understrekes at misoppfatninger tyder på å være komplekse og sammenhengende, hvilket betyr at de kan være utfordrende å skille selv med en grundig og gjennomtenkt test som har et betydelig fokus på å skille misoppfatningene fra hverandre.

Vinje sin diagnostiske test er mer lik vår egen da han også kun har en misoppfatning knyttet til de enkelte oppgavene. Det våre tester skiller seg fra hverandre på er hvor mange oppgaver vi har knyttet til hver misoppfatning. I vår test har alle misoppfatningene fire oppgaver tilknyttet seg. Vinje derimot, har vektlagt misoppfatningene ulikt. Ved misoppfatning 3: «brøkstrek er lik komma» er det kun en oppgave, mens ved misoppfatning 2: «Jo større nevner, jo større brøk» benytter han hele ni oppgaver (Vinje, 2019). Dette kan tenkes å være fordi Vinje undersøker elever på mellomtrinnet og har tatt utgangspunkt i aktuelle læreplanmål for disse trinnene. Det vil være unaturlig å teste om disse yngre elevene har lik forekomst av alle misoppfatningene da de ikke har hatt mulighet til å danne begreper og forestillinger om alle aspektene av brøk enda. Vi derimot, tester elever på tiende trinn som teknisk sett skal ha vært gjennom alle relevante brøkaspekter i undervisningen og dermed skal ha dannet begreper til disse. Vinje benytter seg, som Vårtun, av et mixed-methods design, hvilket også gir han muligheten til å stille oppfølgingsspørsmål i intervjuer. I vårt tilfelle ville det vært altfor begrenset å ha kun en oppgave knyttet til en misoppfatning, mens Vinje kunne oppklare eventuell tvil rundt elevenes antatte misoppfatning på et senere tidspunkt gjennom intervjuene.

Rønningstad sin diagnostiske test knyttet til misoppfatninger innen funksjonsbegrepet er av noe større omfang enn Vårtun sin test, og fokuserer særlig på tolkning av ulike grafiske fremstillinger av funksjoner og evnen til å gå fra et algebraisk uttrykk til et grafisk uttrykk. Rønningstad har i likhet med oss hatt flere oppgaver knyttet til hver misoppfatning, men muligens ikke nok som hun trekker frem selv (Rønningstad, 2009). Rønningstad, i likhet med Vårtun og Vinje, benytter et mixed methods design der den diagnostiske testen fungerer mer som et påvisningsmedium for å plukke ut aktuelle kandidater til den kvalitative delen av undersøkelsen.

Karlsen og Stark benytter seg også av et mixed methods design, men i en annen variant enn de to andre. Kjernen i deres studie er en aksjonsstudie, i likhet med studien til Bell. I begge tilfellene fungerer den diagnostiske testen som en pre- og post-test for å teste effekten av aksjonen. Utvalget til Karlsen og Stark er noe mindre enn vårt, men egner seg til studiens formål. Den diagnostiske testen består av totalt syv oppgaver med varierende antall deloppgaver (Karlsen & Stark, 2015). Her er det også varierende hvor mange oppgaver som er knyttet til hver misoppfatning. Karlsen og Stark har, som Vinje, undersøkt elever på mellomtrinnet, og derfor håndplukket aktuelle misoppfatninger å undersøke. Vi derimot, undersøker elever på tiende trinn og har derfor valgt å undersøke alle definerte misoppfatninger vi har kommet over knyttet til temaet vi undersøker.

Generelt ser vi at vår diagnostiske test ser ut til å være særegen i sitt slag med kravene vi har stilt under utformingen, og studien vår virker til å være en sjeldenhet i sitt rene kvantitative design. Vi ser en tydelig overvekt i mixed methods design i de andre studiene der intervjuer blir brukt som støtte til de diagnostiske testene.

5.5.2. Behandlingsmetoder diagnostisk test

I arbeidet med den diagnostiske testen har det vært en progresjon i behandlingsmetoden. Vi startet med feilkravs-metoden med 3-feilskrav. Gjennom analysen av resultatene våre oppdaget vi store variasjoner mellom de to skolene og også mellom de ulike oppgavene. En enkel gjennomgang av dataene viste oss at mange av elevene ved begge skolene hadde flere 2-feil, altså nøyaktig to av fire feil ved en oppgave. Dette ga oss en indikator på at elevene muligvis kunne ha flere misoppfatninger enn det som viste seg i den originale analysen. 3-feilskravet ble dermed justert ned til et 2-feilskrav for å undersøke forskjellene. Dette ga oss et mer homogent datasett der det er mindre variasjon mellom de ulike misoppfatningene, og samtidig mindre variasjon mellom de to skolene.

Et slikt lavere krav til antall feil gjør det lettere å diagnostisere en elev med en misoppfatning, men samtidig er det kanskje også lettere å feil-diagnostisere elevene. I og med at misoppfatninger er en konsekvent feiltenkning tilknyttet et matematisk begrep er det naturlig å anta at elevene som besitter en bestemt misoppfatning svarer mer konsekvent feil. Dermed kan det tenkes at 2-feilskravet kanskje ikke er strengt nok. Likevel kan en mulig feilkilde være at noen av oppgavene er for enkle eller ikke tester misoppfatningen godt nok, slik at elever som egentlig besitter en misoppfatning likevel kun svarer feil på to av oppgavene. Vi følte derfor at det var hensiktsmessig å analysere testene med begge kravene til antall feil, slik at vi i alle fall ikke utelater noen. De elevene som har tre feil kan vi være sikre på at innehar misoppfatningen, mens de som har to feil i alle fall har en antydning til, og muligens innehar, misoppfatningen. Et interessant spørsmål å stille da er om vi kunne unngått dette ved bruk av flere oppgaver knyttet til hver misoppfatning, f.eks. fem oppgaver hvor elevene måtte svart feil på tre av disse.

En annen utfordring med feilkravs-metoden er at den ikke tar hensyn til alle dataene i settet. Den tar kun hensyn til om eleven har svart feil og komprimerer informasjonen fra fire datapunkter til et datapunkt som kan være 0 eller 1. Ved 2-feilskrav vi det si at om det komprimerte tallet er 1 så vet vi at minst to av datapunktene er besvart. Om det komprimerte tallet er 0 derimot, så vet vi ikke om datapunktene som hører til er besvart eller ikke. Derfor utformet vi q-metoden, i samarbeid med våre veiledere, som teller opp antall 0, altså riktig svar og regner gjennomsnittet, eller estimerer sannsynligheten for riktig svar, for hver elev for hver oppgave. Disse estimatene gir oss et bedre bilde av hvordan elevene har klart seg gjennom oppgavene da de kan ha en av fem verdier; 0, 0.25, 0.5, 0.75 og 1, avhengig av hvor mange oppgaver eleven har klart.

Vi regnet også ut gjennomsnittene av estimatene, eller estimat av estimert sannsynlighet, for alle elevene for hver oppgave. Dette $\bar{q}_n$, der n er oppgavenummeret, gir oss et bilde av hvordan elevgruppen som en enhet har gjort det på den diagnostiske testen. Men det er en utfordring med dette $\bar{q}_n$ som vi oppdaget, særlig knyttet til Skole 1. For når man regner gjennomsnittet av et sett med verdier komprimerer man en hel masse informasjon ned til et lite datapunkt som skal si noe om en hel gruppe. Hva så dersom $\bar{q}_n$ ligger særlig nært 0.50? Gir det oss et sannferdig bilde av gruppen? Er dette en gruppe elever der alle ligger midt på treet, eller er det en sammensatt gruppe der man har noen elever med veldig høy q_n, noen elever med veldig lav q_n og ingen midt på? Og hvordan kan man eventuelt finne ut av hva som er den reelle situasjonen? Dette er noen av spørsmålene vi har jobbet mye med.

En indikator vi kan benytte oss for å få et mer tydelig bilde av gruppen er å se på konfidenskoeffisientene. Vi ser at elevene ved Skole 1 har mange $\bar{q}_n$ som ligger tett mot 0.50, men vi ser også at konfidenskoeffisientene er større ved Skole 1 enn ved Skole 2. Dette tyder på at det er større spredning mellom elevenes $\bar{q}_n$ ved Skole 1, som igjen støtter tanken om at dette er en sammensatt gruppe av elever med stor variasjon i q_n. En annen indikator vi kan benytte er å undersøke fordelingen av de fem ulike verdiene som q_n kan ha på de oppgavene der $\bar{q}_n$ er særlig nær 0.50. Dette har vi gjort ved oppgavene 1, 2, 3, 4, 7 og 8 ved Skole 1 og oppgave 3 og 6 for Skole 2, og oversikten finnes i analysekapittelet.

5.5.3. Sammenligningsprøve

I dette delkapittelet vil vi drøfte om vi syns sammenligningsprøven fungerte sånn som vi hadde tenkt og eventuelt hvilke forandringer som kunne vært hensiktsmessig å gjøre i utformingen av oppgavene eller i kodingen av testen. Det å forsøke å se om det er en sammenheng mellom misoppfatningene i et gitt matematisk tema og den matematiske kompetansen til elevene er ikke blitt gjort tidligere ved hjelp av to tester, slik som vi har gjort det i vår studie. Vi kunne derfor ikke basere oss på andres erfaringer, men var nødt til å utforme sammenligningsprøven selv.

Sammenligningsprøven består av seks oppgaver hvor en av disse består av to deloppgaver, hvilket har gitt oss totalt syv oppgaver å vurdere elevenes matematiske ferdighetsnivå på. Alle oppgavene er utformet slik at elevene må fylle inn sin utregning av oppgavene i en designert boks.
I behandlingen av denne testen har vi kodet svarene som riktig, feil eller ubesvart. Denne kodingen er lettvinn og oversiktlig, men kan være noe mangelfull. Den tar ikke hensyn til om elevene har hatt

delvis riktig svar eller vært på riktig vei når det gjelder utregningen. Den tar heller ikke hensyn til hvilke feil elevene gjør når de svarer feil. Naturligvis har noen av feilene som går særlig mye igjen hos elevgruppene festet seg hos oss når vi har gått igjennom besvarelsene, slik at vi har en viss formening om hvilke feil elevene gjør.

Det vi kunne ha gjort var å se over besvarelsene en ekstra gang og kodet disse feilsvarene med sine egne designerte koder. Dermed kunne vi skaffet oss en tallfestet oversikt over hvilke feil elevene gjorde og sammenlignet denne med oversikten over elevenes påviste misoppfatninger. På denne måten kunne man undersøkt om elever med gitte misoppfatninger gjør særegne feil innen andre relaterte matematiske temaer. En slik omfattende koding ville vært en svært tidkrevende prosess. For å effektivisere en slik prosess kunne man benyttet avkrysningsoppgaver istedenfor innføringsoppgaver. For å få best mulig utbytte av en avkrysningsprøve i denne sammenhengen kunne man kjørt en pilottest med innføringsoppgaver på et mindre utvalg elever. På denne måten kunne man funnet aktuelle svaralternativer til en senere avkrysningsprøve til et større utvalg av elever. I et sett med avkrysningsoppgaver vil man begrense elevenes svarmuligheter, hvilket ville vært en fordel med tanke på kodingen, men kan være en ulempe når det gjelder å fange opp hele spekteret av elevenes tankemåter. En annen negativ side ved avkrysningsprøver er at elevene kan krysse av tilfeldig og få riktig svar på oppgaver de egentlig ikke visste svaret på. Dette var vårt hovedargument for ikke å benytte oss av avkrysningsoppgaver på sammenligningsprøven.

6. Konklusjon

Hensikten med denne oppgaven har vært å undersøke utbredelsen av misoppfatninger i brøk på tiende trinn og avdekke eventuelle komplikasjoner og sammenhenger disse har til elevenes matematiske kompetanse. For å undersøke dette har vi utformet to tester, en diagnostisk test og en sammenligningsprøve. Vår diagnostiske test virker tl å være en sjeldenhet i sin utforming da den undersøker alle definerte misoppfatninger innen brøk med like mange spørsmål til hver oppgave. Denne utformingen har gitt oss en særlig fordel i analysen da vi har kunnet sammenligne utbredelsen av de ulike misoppfatningene med hverandre og med resultatene på sammenligningsprøven på en organisert og oversiktlig måte.

I behandlingen av dataene har vi benyttet to metoder for å analysere resultatene av den diagnostiske testen; feilkrav-metoden og q-metoden. Feilkrav-metoden tar utgangspunkt i hvor mange feil elevene har på en gitt oppgave, mens q-metoden gir oss en estimert sannsynlighet for at elevene klarer oppgavene basert på hvor mange av deloppgavene eleven har svart riktig på. Begge disse metodene har, på hver sin måte, gitt oss god innsikt i datamaterialet og et godt grunnlag for å kunne si noe om hvilke misoppfatninger som har særlig utbredelse blant elevene og hvilke som er mindre fremtredende.

Vi sendte ut totalt 123 eksemplarer av de to testene våre til fem klasser på tiende trinn, fordelt på to skoler, og av disse har 123 elevene har 66 besvart begge testene. Når vi i tillegg fjernet de elevene som hadde en overveiende stor andel av ubesvarte på sammenligningsprøven, endte vi til slutt opp med et endelig utvalg på 55 elever. Koronasituasjonen har vært en påvirkende faktor for denne lave besvarelsesandelen, noe som har ført til at en stor andel av elevene kun har besvart den ene av testene, og dermed ikke ble med i utvalget.

Fra besvarelsene som ble med i det endelige utvalget ser vi både ulikheter og fellestrekk mellom de to skolene. Først og fremst viser begge skolene en tydelig korrelasjon mellom antall misoppfatninger og score på sammenligningsprøven. Dette viser oss at det er en sammenheng mellom antall misoppfatninger og matematisk kompetanse, noe som bekrefter vår innledende hypotese. Det fremkommer at det er særlig høy forekomst av misoppfatning 6: «tar ikke hensyn til helheten», ved begge skolene som viser at det er utfordrende for elevene å bruke brøk som operator. I tillegg er det svært lav forekomst av misoppfatning 5: «teller (eller nevner) er isolerte tall», hvilket betyr at elevene har forståelse for at brøken er en sammensatt verdi.

Sammenligningsprøven avslørte en nivåforskjell mellom de to skolene, men flere av oppgavene var utfordrende hos begge skolene. Oppgave 3 og 6 hadde særlig høye andeler av feilsvar og disse oppgavene kan knyttes til brøk som operator og brøk som forhold, hvilket er aspekter av brøkbegrepet som det ser ut til å være knyttet en del misoppfatninger til. I tillegg viser oppgave 1 og 6 at en del av elevene hadde problemer med algebraregning.

Til tross for et begrenset utvalget har studien likevel vært en suksess, og vi har fått bekreftet hypotesen vår og besvart forskningsspørsmålet. Testene synes å ha vært brukervennlige og gitt tilstrekkelig empiri, selv om vi i etterkant ser at vi kunne gjort enkelte forandringer på oppgavene og at utformingen av testene kunne vært spisset for å redusere risikoen for bias. Utvalget var mindre enn forventet på forhånd, men et mer avgrenset datamateriale gjorde det mulig å dykke dypere i materien ved analyse og se på sammenhengen mellom svarene på de to testene. Utvalget kan nok ikke sies å være stort nok til å generalisere til en større populasjon som f.eks. alle landets skoler, men vi har fått en klar indikasjon på det er sammenheng mellom misoppfatninger innen et matematisk tema og elevenes matematiske kompetanse for øvrig.

Selv om det naturligvis vil være geografiske forskjeller og andre faktorer som påvirker ulike skoler, noe vi også kan se på forskjellen mellom de to skolene i vårt utvalg, er det likevel sannsynlig å anta at man ville kunne funnet lignende resultater på andre skoler her til lands. Forhåpentligvis kan resultatene fra denne studien bidra til å sette søkelys på utbredelsen av misoppfatninger og sammenhengen mellom misoppfatninger og matematisk kompetanse. Den diagnostiske testen har vist seg å fungere godt som et kartleggingsverktøy, og er noe som kan benyttes videre i yrkesutøvelsen.

6.1. Videre forskning

Denne studien ble etter omstendighetene ganske begrenset med et endelig utvalg på 55 elever. Den gir likevel en indikasjon på at det er en sammenheng mellom antall misoppfatninger og matematisk kompetanse, samt at det virker til å være en sammenheng mellom de ulike misoppfatningene. Vi anser testene våre og forskningsdesignet vårt som særegent i sitt felt og ser for oss at denne studien muligens kan brukes som en pilotundersøkelse for de som ønsker å teste dette grundigere i et større omfang. Det ville være ønskelig å se replikasjonsstudier med lignende design i større skala i fremtiden.

I en slik studie burde man justert oppgavesettene og behandlingen litt slik som vi har drøftet i avsnitt 5.5. For eksempel vil en ekstra deloppgave til hver misoppfatning i den diagnostiske testen gi et bedre utgangspunkt både for feilkrav-metoden og for q-metoden. En grundigere koding av sammenligningsprøven ville også gitt et enda bedre bilde av elevenes matematiske kompetanse. Ved å gjennomføre en lignende studie i større skal ville man fått bedre grunnlag for å kunne generalisere til populasjonen, noe vi mangler med vårt begrensede datamateriale.

7. Referanser

Behr, M., Lesh, R., Post, T. & Silver, E. A. (1983). Rational-numbers concepts. I R. Lesh & M. Landau (Red.), *Acquisition of mathematics concepts and processess* (s. 91-125).

Behr, M. J., Lesh, R., Post, T. & Silver, E. A. (1983). Rational number concepts. *Acquisition of mathematics concepts and processes*, *91*, 126.

Bell, A. (1993). Some experiments in diagnostic teaching. *Educational studies in mathematics*, *24*(1), 115-137.

Brandsegg, R. & Torbergsen, K. (2015). *Hva kan nasjonale prøver fortelle om norske elevers prestasjoner i regning og brøk* [Universitetet i Tromsø].

Brekke, G. (2000). Diagnostic assessment. Assessment tools developed on the basis of the KIM project.

Brekke, G. (2002). *Introduksjon til diagnostisk undervisning i matematikk*. Læringssenteret.

Brekke, G. & Støren, H. (1995). Kvalitet i matematikundervisningen. *Nämnaren 22 (3)*, 10-14.

Bryman, A. (2016). *Social research methods*. Oxford university press.

Clarke, D. M. & Roche, A. (2009). Students' fraction comparison strategies as a window into robust understanding and possible pointers for instruction. *Educational studies in mathematics*, *72*(1), 127-138. https://doi.org/10.1007/s10649-009-9198-9

Hana, G. M. (2014). *Matematiske tenkemåter*. Caspar forlag.

Høgheim, S. (2020). *Masteroppgaven i GLU* (1. utgave. utg.). Fagbokforlaget.

Johnsbråten, H. (2013). Læringsstøttende prøver i matematikk. *Tangenten*, *1/2013*.

Karlsen, L.-M. & Stark, K. B. (2015). *Misoppfatninger om desimaltall. Kartlegging av misoppfatninger hos elever på 5-trinn og diagnostisk undervisning som metode for begrepsutvikling i desimaltall* [UiT Norges arktiske universitet].

Kieren, T. (1976). Perspectives on rational numbers. I R. A. Lesh & D. A. Bradbard (Red.), *Number and measurement: Papers for a research workshop* (s. 108-149).

Kleven, T. A. (2011). Hvordan er begrepene operasjonalisert? I T. A. Kleven (Red.), *Innføring i pedagogisk forskningsmetode*. Unipub.

Matematikksenteret. *Hvordan identifisere og jobbe med misoppfatninger i matematikk*. https://www.matematikksenteret.no/kartlegging-i-matematikk/misoppfatninger-i-matematikk

Matematikksenteret. *Vurderingsverktøyet Alle teller!* https://www.alleteller.no/

Matematikksenteret. (2018a). *Misoppfatninger knyttet til brøk*. https://realfagsloyper.no/sites/default/files/2018-08/Tokle%2C%20Bond%C3%B8%2C%20%C3%85senhus%20-%20Misoppfatninger%20knyttet%20til%20br%C3%B8k.pdf

Matematikksenteret. (2018b). *Misoppfatninger knyttet til brøk*. https://realfagsloyper.no/sites/default/files/2018-08/Tokle%2C%20Bond%C3%B8%2C%20%C3%85senhus%20-%20Misoppfatninger%20knyttet%20til%20br%C3%B8k.pdf

Matematikksenteret. (2018c). *Problemområder tilknyttet brøk*. https://realfagsloyper.no/sites/default/files/2018-04/Bond%c3%b8,%20Tokle%20-%20Problemomra%cc%8ader%20knyttet%20til%20br%c3%b8k_0.pdf

McIntosh, A. (2007). *Alle teller! Håndbok for lærere som underviser i matematikk i grunnskolen*. Skipnes: Matematikksenteret.

Nygaard, O. & Zernichow, A. G. (2006). Den blokkerende misoppfatning. *Publisert i Spesialpedagogikk (2006). Temanummer Matematikkvansker. Tilgjengelig på Høgskolen i Agder sin nettsider: blokkerende misoppfatning (Besøkt 30.01. 09)*.

Postholm, M. B. & Jacobsen, D. I. (2018). *Forskningsmetode for masterstudenter i lærerutdanningen*. Cappelen Damm.

Rasch-Halvorsen, A. (1997). *Funksjoner i grunnskolen, elevers møte med funksjonsbegrepet, en analyse tilknyttet prosjektet «Kvalitet i matematikkundervisningen»* [Hovedfagsoppgave i realfagdidaktikk, Institutt for lærerutdanning og skoleutvikling, Universitetet i Oslo].

Regjeringen.no. (2022). *Begrunnelse for endringer fra 1. februar 2022 kl. 23:00 med lettelser i nasjonale regler i covid-19-forskriften*. https://www.regjeringen.no/no/tema/Koronasituasjonen/begrunnelser-for-endringer-i-covid-19-forskriften/begrunnelse-for-endringer-fra-1.-februar-2022-kl.-2300-med-lettelser-i-nasjonale-regler-i-covid-19-forskriften/id2900006/#tocNode_22

Rønningstad, K. (2009). *Misoppfatninger rundt funksjonsbegrepet: en undersøkelse blant elever i videregående skole* [Mastergrad, Institutt for lærer utdanning og skoleutvikling, Universitetet i Oslo].

Steinle, V. (2004). *Changes with age in students' misconceptions of decimal numbers*.

Swan, M. (2006). *Collaborative learning in mathematics*

A challenge to our beliefs and practices. NRDC, NIACE.

Thrane, C. (2018). *Kvantitativ metode: en praktisk tilnærming*. Cappelen Damm Akademisk.

Utdanningsdirektoratet. *Kompetansemål og vurdering*. https://www.udir.no/lk20/mat01-05/kompetansemaal-og-vurdering/kv19?lang=nob

Vinje, B. (2019). *Misoppfatninger tilknyttet brøk på mellomtrinnet, en kvantitativ studie av elever på mellomtrinnet sine misoppfatninger tilknyttet brøk* [Masteroppgave, Institutt for lærerutdanning, NTNU].

Vårtun, E. B. (2017). *Læreres rolle for å fremme elevers matematiske resonnement* [Mastergrad, Fakultet for realfag og teknologi, Norges miljø- og biovitenskapelige Universitet].

Vedlegg

Vedlegg 1: Informasjonsskriv

Vil du delta i forskningsprosjektet

Kvantitativ analyse av misoppfatninger i tema brøk på 10.trinn?

Dette er et spørsmål til deg om å delta i et forskningsprosjekt hvor formålet er å undersøke omfanget av misoppfatninger innen temaet brøk i 10.trinn. I dette skrivet gir vi deg informasjon om målene for prosjektet og hva deltakelse vil innebære for deg.

Formål

I dette prosjektet skal du gjennomføre to tester i matematikk, en brøktest og en generell test. For å ivareta ditt personvern vil vi som forskere ikke vite hvem som har svart på disse testene, på selve testen vil det bare stå et kandidatnummer som dere vil få utdelt av læreren. Den eneste som vil vite hvem som har svart på oppgavene er læreren din som har en koblingsnøkkel som knytter deg til kandidatnummeret. Dette er fordi det er viktig at samme person svarer på begge testene. Testene har ingenting å si for karakteren din i matematikkfaget, vi er kun ute etter å se på forståelsen din i brøktema og ditt generelle ferdighetsnivå i faget for å se om det er en sammenheng mellom disse to. Besvarelsen din vil ikke kunne kobles tilbake til deg av oss. Brøktesten vil gjennomføres i februar og den generelle testen vil gjennomføres i mars. Testene tar omtrent 20-30 minutter hver.

Det er frivillig å delta i prosjektet, om du ønsker å delta krysser du av for dette på testene. Om du ikke ønsker å delta sier du fra til læreren din. Om du har godtatt å være med i prosjektet kan du når som helst ombestemme deg ved å si ifra til læreren din. Vi håper allikevel så mange som mulig vil være med.

Hvem er ansvarlig for forskningsprosjektet?

Universitetet i Sørøst-Norge, fakultet for humaniora, idretts- og utdanningsfag er ansvarlig for prosjektet.

Hvorfor får du spørsmål om å delta?

Du får spørsmål om å delta fordi du går i 10.klasse. Andre klasser på ditt trinn vil også være med på prosjektet og i tillegg er også 10.trinn på en annen skole med på prosjektet.

Hva innebærer det for deg å delta?

Å delta i dette prosjektet vil for din del innebære å svare på to tester uten hjelpemidler. Den første testen vil bestå av 8 brøkoppgaver med fire deloppgaver til hver av de åtte oppgavene. Dette vil være enkle avkrysningsoppgaver og vil ta mellom 20 – 30 minutter. Den siste testen vil bestå av rundt fem oppgaver om generelle temaer innen matematikk. Her ønsker vi også å se utregning og denne testen vil også ta mellom 20 – 30 minutter.

Det er frivillig å delta

Det er frivillig å delta i prosjektet. Hvis du velger å delta, kan du når som helst trekke samtykket tilbake uten å oppgi noen grunn. Alle dine personopplysninger vil da bli slettet. Det vil ikke ha noen negative konsekvenser for deg hvis du ikke vil delta eller senere velger å trekke deg.

Ditt personvern – hvordan vi oppbevarer og bruker dine opplysninger

Vi vil bare bruke opplysningene om deg til formålene vi har fortalt om i dette skrivet. Vi behandler opplysningene konfidensielt og i samsvar med personvernregelverket. Kun læreren din vil ha tilgang til koblingsnøkkelen.

Hva skjer med personopplysningene dine når forskningsprosjektet avsluttes?

Prosjektet vil etter planen avsluttes 01.06.2022. Etter dette vil vi beholde datamaterialet til oppgaven er blitt godkjent, ca. fire uker etter prosjektslutt. Etter dette vil alt av datamateriale destrueres.

Hva gir oss rett til å behandle personopplysninger om deg?

Vi behandler opplysninger om deg basert på ditt samtykke.

På oppdrag fra Universitetet i Sørøst-Norge har Personverntjenester vurdert at behandlingen av personopplysninger i dette prosjektet er i samsvar med personvernregelverket.

Dine rettigheter

Så lenge du kan identifiseres i datamaterialet, har du rett til:
- innsyn i hvilke opplysninger vi behandler om deg, og å få utlevert en kopi av opplysningene
- å få rettet opplysninger om deg som er feil eller misvisende
- å få slettet personopplysninger om deg
- å sende klage til Datatilsynet om behandlingen av dine personopplysninger

Hvis du har spørsmål til studien, eller ønsker å vite mer om eller benytte deg av dine rettigheter, ta kontakt med:
- Universitetet i Sørøst-Norge ved dan.roaldsoy@usn.no og ali.ghaderi@usn.no
- Vårt personvernombud: Paal Are Solberg personvernombud@usn.no

Hvis du har spørsmål knyttet til Personverntjenester sin vurdering av prosjektet, kan du ta kontakt med:
- Personverntjenester på epost (personverntjenester@sikt.no) eller på telefon: 53 21 15 00.

Med vennlig hilsen

Dan Roaldsøy
Ali Ghaderi

(Veiledere)

Birthe Amanda Kanutte Rosland
Martin Løvbakk Iversen

(Forskere)

Vedlegg 2: Diagnostisk test

Oppgavesett – Brøk

Som beskrevet i informasjonsskrivet vil denne testen være anonym for oss som forskere, men det vil eksistere en koblingsnøkkel som kun vil være tilgjengelig for læreren din. Svarene dine vil kun bli brukt til statistisk formål i forbindelse med en masteroppgave. Kryss av i boksen dersom du godtar å bli med på prosjektet.

Jeg godtar: ☐

Kandidat nr:

Oppgave 1

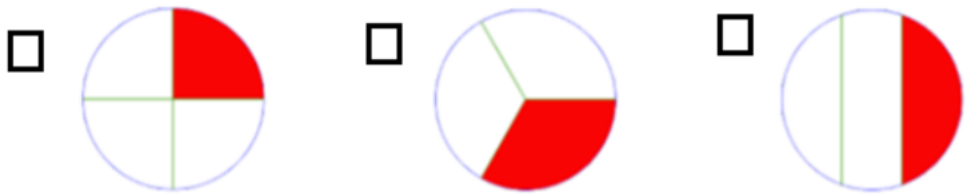
a) Hvor stor brøkdel av Colombias flagg er blått?

Svar: $\frac{\square}{\square}$

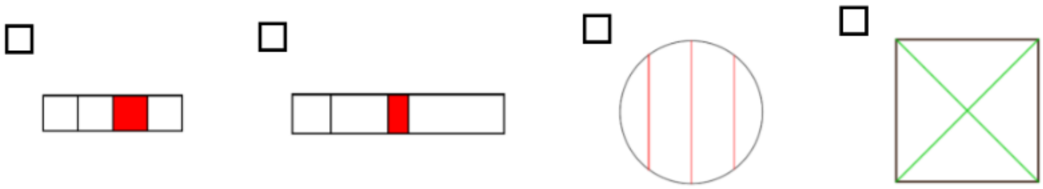
b) Sett kryss ved den eller de av figurene hvor $\frac{1}{4}$ er fargelagt:

☐  ☐  ☐ 

c) Sett kryss ved den eller de av figurene hvor $\frac{1}{3}$ er fargelagt rød:



d) Sett kryss ved den eller de av figurene som viser $\frac{1}{4}$:



Oppgave 2

a) sorter disse brøkene etter verdi fra minst til størst:

$$\frac{1}{5} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{1}{4} \quad \frac{1}{6} \quad \frac{1}{2}$$

______ ______ ______ ______ ______

Minst Størst

b) Sett ring rundt den største brøken:

$\frac{1}{8}$ $\frac{1}{9}$ $\frac{1}{11}$

c) Hvilken av disse brøkene er halvparten så stor som $\frac{1}{6}$?

Sett ring rundt riktig svar:

$\frac{1}{3}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{12}$ $\frac{2}{12}$

d) Skriv en brøk som har dobbelt så høy verdi som $\frac{1}{4}$:

Dobbelt så høy som $\frac{1}{4} =$

Oppgave 3

a) Skriv $\frac{1}{4}$ som desimaltall:

$\frac{1}{4} =$

b) Skriv en brøk som har samme verdi som 0,46:

0,46 =

c) Skriv $\frac{5}{4}$ som desimaltall:

$\frac{5}{4}$ =

d) Skriv en brøk som har samme verdi som 1,3:

1,3 =

Oppgave 4

a) Sorter disse brøkene fra minst til størst:

$$\frac{3}{5} \qquad \frac{5}{8} \qquad \frac{2}{3} \qquad \frac{7}{9} \qquad \frac{4}{7}$$

______ ______ ______ ______ ______

Minst Størst

b) Skriv en brøk som har samme verdi som $\frac{4}{5}$:

$\frac{4}{5}$ =

c) Hvilket tall skal stå over brøkstreken?

$$\frac{1}{3} = \frac{\quad}{12}$$

d) Hvilken av disse brøkene er størst? Sett ring rundt riktig svar.

$$\frac{2}{3} \qquad\qquad \frac{8}{10} \qquad\qquad \frac{3}{5}$$

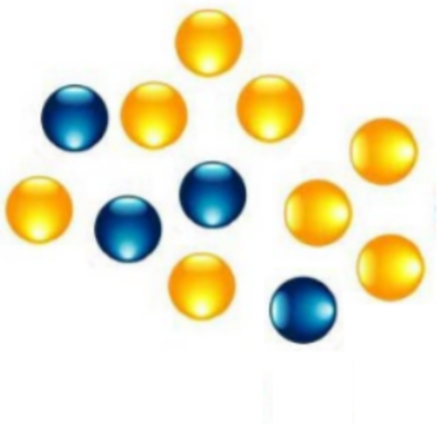
Oppgave 5

a) Fargelegg eller skraver $\frac{1}{4}$ av rutene nedenfor:

b) Sett kryss i $\frac{3}{3}$ av rutene nedenfor:

c) Sett ring rundt $\frac{1}{6}$ av prikkene:

d) Hvor stor brøkdel av disse klinkekulene er blå:



Svar: $\frac{\square}{\square}$

Oppgave 6

a) En aksje i et tilfeldig selskap har en verdi på 80 dollar. En uke øker verdien på denne aksjen med $\frac{1}{4}$. Uken etter synker plutselig verdien på den samme aksjen med $\frac{1}{4}$. Hva er verdien på aksjen nå? Sett ring rundt riktig svar.

80 dollar 100 dollar 75 dollar

b) På en skole er det 100 elever som begynner i 8.klasse det ene året. Når de starter i 9.klasse, har antallet elever økt med $\frac{1}{5}$. Når de starter i 10.klasse, har $\frac{1}{5}$ av disse elevene begynt på en annen skole. Hvor mange elever starter i 10.klasse? Sett ring rundt riktig svar.

120 elever 96 elever 100 elever

c) En tilfeldig dag er dieselprisen er 18 kr per liter. En dag øker dieselprisen med $\frac{1}{4}$. Dagen etter avtar den med $\frac{1}{4}$. Hva er dieselprisen da?

12 kr/l 15 kr/l 16 kr/l

d) Tor løper 5000 meter på 25 minutter. Henrik bruker $\frac{1}{5}$ mindre tid på samme distanse, mens Are bruker $\frac{1}{5}$ mer tid enn Henrik. Hvor fort løper Are 5000 meter?

20 min 24 min 25 min

Oppgave 7

a) Hvilken brøk har størst verdi? Sett ring rundt riktig svar:

$\frac{7}{11}$ $\frac{5}{7}$ $\frac{11}{17}$

b) Sorter disse brøkene fra minst til størst:

$$\frac{9}{13} \qquad \frac{21}{32} \qquad \frac{33}{100} \qquad \frac{18}{72}$$

______ ______ ______ ______

Minst Størst

c) Hvilken av disse brøkene har lavest verdi? Sett ring rundt riktig svar.

$$\frac{7}{23} \qquad \frac{9}{11} \qquad \frac{15}{25}$$

d) Sorter disse brøkene fra minst til størst:

$$\frac{9}{81} \qquad \frac{28}{32} \qquad \frac{1}{3} \qquad \frac{25}{40}$$

______ ______ ______ ______

Minst Størst

Oppgave 8

a) Hvor mye tilsvarer fem hundredeler av 100? Sett ring rundt riktig svar:

20 25 5

b) Hvor mye tilsvarer en femdel av 20? Sett ring rundt riktig svar:

1 4 5

c) Hvor mye tilsvarer en femdel av 100? Sett ring rundt riktig svar:

1 5 20

d) Hvor mye tilsvarer fem hundredeler av 20? Sett ring rundt riktig svar:

0,2 1 5

Vedlegg 3:

Sammenligningsprøve

Som beskrevet i informasjonsskrivet vil denne testen være anonym for oss som forskere, men det vil eksistere en koblingsnøkkel som kun vil være tilgjengelig for læreren din. Svarene dine vil kun bli brukt til statistisk formål i forbindelse med en masteroppgave. Kryss av i boksen dersom du godtar å bli med på prosjektet.

☐ Jeg godtar

Kandidat nr:

Tillatte hjelpemidler: kalkulator

Oppgave 1

En ku veier 10 ganger så mye som kalven sin. Til sammen veier de 682 kg. Hvor mye veier kua, og hvor mye veier kalven?

Skriv ditt svar med utregning her:

Oppgave 2

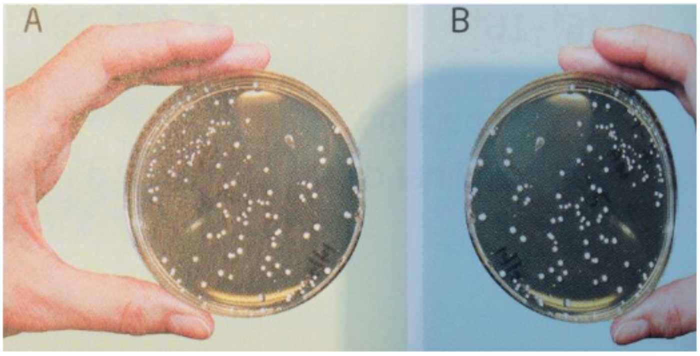
Tidligere brukte Hellas myntenheten drakme. 1. januar 2002 gikk Hellas over til å bruke euro. 1 euro var den gang verdt like mye som 340,75 drakmer. Samme dag var kursen på euro i Norge 8,0115 NOK.

Hva var kursen på drakmer i NOK den samme dagen? Skriv ditt svar med utregning her:

Oppgave 3

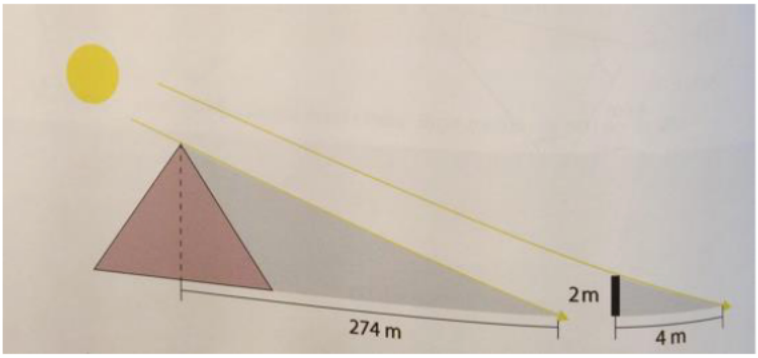
En bakterie formerer seg på en slik måte at det blir dobbelt så mange bakterier etter én time. I et laboratorium starter de en bakteriekultur A kl. 08.00 og en tilsvarende bakteriekultur B kl. 12.00.

Hvor mange ganger flere bakterier er det i bakteriekultur A enn i bakteriekultur B kl. 16.00? Skriv ditt svar med utregning her:



Oppgave 4

Å finne høyden på ulike ting ved hjelp av skyggen var kjent allerede i antikken. Det sies at filosofen Thales som levde omkring år 600 før vanlig tidsregning, bestemte høyden på Keopspyramiden ved hjelp av sola og pyramidens skygge. Thales brukte kunnskap om formlikhet til å beregne pyramidens høyde. Modellen nedenfor viser hvordan han ved hjelp av en stokk beregnet høyden til pyramiden:



Hvor høy er Keopspyramiden? Skriv ditt svar med utregning her:

Oppgave 5

En struts kan bli tre meter lang, og den legger egg som er 15 cm lange. En kolibri kan bli 6 cm lang, og den legger egg som er 12 mm lange.

a) Hvor mange prosent er lengden av strutseegget i forhold til lengden på strutsen?

b) Hvilken av fuglene legger det lengste egget i forhold til kroppslengden?

Skriv svaret på de to deloppgavene med utregning her:

Oppgave 6

Ola bruker 30 minutter på å male en vegg. Anna bruker 15 minutter på å male den samme veggen.

Hvor lang tid tar det for disse to malerne å male veggen sammen?

Skriv ditt svar med utregning her: