




«Skikkelig matematikk»

En kvalitativ undersøkelse om
bruken av utforskende matematikk
på mellomtrinnet



USN Universitetet
i Sørøst-Norge

Fakultet for humaniora, idretts- og utdanningsvitenskap,
Campus Drammen

Martin Skundberg Solberg

Forord

Med denne oppgaven avslutter jeg min 5-årige utdanning som grunnskolelærer ved Universitetet i Sørøst-Norge.

Ferdigstillelsen av denne oppgaven ville ikke vært mulig uten de tre lærerne som har åpne sine klasserom for meg, og delt av sin innsikt i begrepet utforskende matematikk. Jeg vil rette en stor takk til dere!

Jeg vil også benytte muligheten til å takke min veileder Pål-Erik Eidsvig for gode tilbakemeldinger og oppmuntrende ord gjennom arbeidet med oppgaven. Veiledningsgruppen bestående av min veileder, Reiar Kvalvik og Fazilat Siddiq fortjener også ros. Sammen med denne gruppen og to medstudenter har jeg fått mange gode tips og inspirasjon til skrivingen.

Arbeidet med oppgaven har vært intenst, lærerikt og utfordrende. Jeg er takknemlig for muligheten til å kunne fordype meg i et tema jeg er interessert i, utforskende matematikk.

Martin Skundberg Solberg

Sammen drag

I denne kvalitative studien på utforskende matematikk forsøkes det å belyse problemstillingen «Hvordan kan utforskende matematikk brukes i undervisning?». Realfagsstrategien var et prosjekt som foregikk årene 2015 – 2019. Som et viktig poeng i denne strategien var det at utforskende arbeidsmetoder i matematikkfaget skulle bli inkludert i større grad. Sluttrapporten til denne satsningen fant ingen stor endring i bruken av utforskende matematikk, en mulig årsak til dette pekes på som at overgangen til å bruke utforskende matematikk oppleves som vanskelig, og blir møtt med motstand.

For å belyse problemstillingen blir det presentert et teoretisk rammeverk som tar for seg utforskende matematikk som begrep og muligheter for inklusjon av denne arbeidsmetoden i undervisning. Det er blitt gjennomført observasjon av tre lærere sin undervisning for å få et blikk på hvordan undervisningspraksis kan se ut og for å identifisere utforskende tendenser ved denne praksisen. Det er også blitt gjennomført intervjuer med lærerne for å få en innsikt i hvordan de tolker begrepet utforskende matematikk og hvordan de kan bruke dette i sin undervisning. Lærernes innsikt og deres praksis drøftes i lys av det teoretiske rammeverket og problemstillingen forsøkes å besvares i slutten av oppgaven.

Innhold

Forord	1
Sammendrag	2
Kapittel 1 – Innledning	5
1.1 – Bakgrunn for oppgaven	5
1.2 – Problemstilling og forskningsspørsmål.....	8
1.3 – Oppgavens struktur	8
Kapittel 2 – Teori	10
2.1 – Matematikdidaktiske tendenser.....	10
2.2 – Begrepet utforskning og problemløsning.....	12
2.2.1 – Algoritmisk tenkning.....	12
2.2.2 – Matematikk i virkeligheten.....	13
2.2.3 – Relasjonell forståelse i matematikk.....	14
2.3 – tilrettelegging for utforskende matematikk	15
2.3.1 – Å lage utforskende oppgaver	16
2.3.2 – Ambisiøs undervisning.....	17
2.3.3 – Arbeid i grupper.....	18
2.4 – Modeller	19
2.4.1 – Undersøkelseslandskap	19
2.4.2 – Problemløsende oppgaver	21
Kapittel 3 – METODE	24
3.1 – Kvalitativ og kvantitativ forskning	24
3.2 – Forskningsetisk vurdering.....	27
3.3 – Valg av metodisk fremgangsmåte	28
3.4 – Datainnsamling.....	30
3.4.1 – kontakt med feltet.....	31
3.5 – Datainnsamlingsstrategier.....	32
3.5.1 – Observasjon.....	32
3.5.2 – Om observasjon og feltnotat.....	33
3.5.3 – Observasjonssituasjonene.....	34
3.5.4 – Intervju	34
3.5.5 – Om intervju og transkripsjon.....	36
3.5.6 – Intervjusituasjonene.....	37
3.6 – Analytisk metode.....	37
3.6.1 – Kategorier	39
Kapittel 4 – Resultater	43

4.1 – Lærernes forståelse av utforskende matematikk.....	43
4.1.1 – Begrepet utforskende matematikk	44
4.1.2 – Lærernes oppfattelse av elevenes motivasjon.....	46
4.1.3 – Oppsummering og drøfting av lærernes forståelse for utforskende matematikk	48
4.1.4 – Oppsummering og drøfting av lærernes oppfattelse av elevenes motivasjon	51
4.2 – Lærernes interaksjon med elever i undervisning	52
4.2.1 – Undervisningspraksis.....	53
4.2.2 – Grupper	55
4.2.3 – Oppsummering og drøfting av undervisningspraksis	56
4.2.4 – Oppsummering og drøfting av grupper.....	58
4.3 – Muligheter og utfordringer ved bruken av utforskende matematikk.....	59
4.3.1 – Tverrfaglighet i matematikkfaget	59
4.3.2 – Utfordringer.....	60
4.3.3 – Digitale hjelpemidler	61
4.3.4 – Oppsummering og drøfting av tverrfaglighet i matematikkfaget	63
4.3.5 – Oppsummering og drøfting av utfordringer knyttet til utforskende matematikk	65
4.3.6 – Oppsummering og drøfting av digitale hjelpemidler	66
Kapittel 5 – Avslutning.....	68
5.1 – Svar på problemstilling	68
5.2 – Avsluttende refleksjoner	72
Litteraturliste.....	73
Vedlegg 1	76
Vedlegg 2.....	80
Vedlegg 3.....	83

Kapittel 1 – Innledning

I dette masterprosjektet skal jeg ta for meg begrepet utforskende matematikk og se på hvordan noen lærere bruker utforskende matematikk i sin undervisning. Det er blitt gjennomført intervjuer og det er blitt observert undervisning hos tre lærere på 5. - 7. trinn. Undersøkelsene har funnet sted på to skoler. Med dette prosjektet ønsker jeg å se på hvordan matematikkundervisning kan foregå, og hvordan utforskende matematikk kan komme til syne i denne undervisningen.

1.1 – Bakgrunn for oppgaven

Utforskende matematikk kan være med på å vise for elevene hva det er ved matematikken som er så nyttig å kunne. Det er selvfølgelig ikke slik at man skal lære matematikk kun fordi det har en direkte nytteverdi. Mye av matematikken man lærer er med på å gjøre en til en bedre problemløser og det kan være med på å hjelpe til med å tenke mer presist. Det er også argumenter for å ta vare på fagets egenverdi og lære for kunnskapens skyld. Endringen til den nye læreplanen brakte med seg en forsterket tanke om at utforskning skal bli inkludert i matematikkundervisning.

Realfagsstrategien var et tiltak som ble iverksatt for å forbedre realfaglig opplæring i Norge. Strategien utfoldet seg over tidsperioden 2015 – 2019. De fire overordnede målene for satsingen var at barn og unges kompetanser i realfag skulle forbedres, andelen som presterer på lavt nivå skulle reduseres, flere skulle prestere på høyt og avansert nivå og realfagsutdannere sitt kompetansenivå skulle forbedres (Kunnskapsdepartementet, 2015).

Sluttrapporten etter satsingen «Tett på realfag» konkluderer med at de finner i liten grad noen endring av interesse og motivasjon for matematikk faget etter realfagstrategien. Effekten på læring er også manglende kommer det frem i rapporten (Lødding et al., 2021, s. 172-173). Som en del av satsningen til realfagstrategien ble det lagt vekt på at undervisningen skulle bære preg av en mer utforskende art (Lødding et al., 2021, s. 20). Men basert på undersøkelsene gjort i arbeidet med rapporten, kan de ikke finne noen endring i bruken av utforskende matematikk eller matematikk som er knyttet til praksis samfunnet (Lødding et al., 2021, s. 10). Det blir poengtert i rapporten at det er utfordrende å endre praksis for undervisning. Lærere, foresatte, elever og samfunnet har en forventning til hvordan

undervisningen skal være og man kan møte motstand om man prøver å utfordre dette. Samtidig kan det være krevende å utforme utforskende matematikk undervisning, det tar tid, fordrer god kompetanse, og det bryter med faste mønstre (Lødding et al., 2021, s. 12). På 1970 – tallet gjennomførte Stieg Mellin-Olsen noen forsøk med virkelighetsnær matematikk på ungdomsskolen. Prosjektet ble avbrutt da en elev viste sin motvilje og lurte på om de ikke heller kunne ha «skikkelig matematikk» (Imsen, 2017, s. 454).

Ball, Lubienski og Mewborn skrev i 2001 om matematikk undervisning. Her reiste de spørsmål om hvorfor så mange amerikanske voksne ikke er matematisk kompetente. De tar for seg hvordan matematikk har blitt undervist, og hva slags implikasjoner dette kan ha for hvordan voksne anser og bruker matematikk i livene sine generelt og fant ut av at et stort flertall ikke gjør dette. En utfordring de fant i matematikkundervisningen er at den bar preg av å ikke ha endret seg mye de siste hundre årene. Elevene fikk oppgaver hvor de skulle kopiere det læreren presenterte for de, og bruke dette til løsning av videre ferdig oppstilte stykker. De fikk også oppgaver om å løse usannsynlige tekstopp-gaver (Ball, Lubienski & Mewborn, 2001, s. 434 - 435). Denne tilnærmingen til matematikk står som en kontrast til en utforskende tilnærming, og det kan tyde på at den heller ikke er hensiktsmessig med tanke på elevenes læring. Richard Lesh argumenterer for at bruken av ekte problemer bør bli introdusert i matematikk undervisningen, et slikt fokus kan hjelpe til med å gi elevene innsikt i hvordan og hvorfor matematikk er et så viktig og kraftig verktøy. Et viktig poeng i hans tanker er det at slike oppgaver ikke skal komme i etterkant av innlæring av «korrekt» algoritme og løsning for et liknende problem. Innlæringen av nye matematiske konsepter må ikke stå atskilt fra bruken av disse konseptene i en virkelig situasjon hvor man kan få bruk for matematikken til å løse et problem (Lesh, 1981, s. 236-237). Å kunne bruke matematikken på denne måten er noe Lesh peker på som et økende behov for å kunne være en informert borger. For å ta del i samfunnsdebatten og bruke stemmeretten sin på en så hensiktsfull måte som mulig er det flere matematiske konsepter slik som statistikk, hensiktsmessig bruk av gjennomsnitt, data prosessering, å kunne lese diagrammer med mer som vil være essensielt. Dette er konsepter innen matematikken som ikke anvender avanserte utregninger (Lesh, 1981, s. 250) Mye av utregningene som kreves for denne type matematikk kan utføres på smart telefonene de fleste av oss går rundt med i lommen, men man må kjenne til matematikken og kunne bruke den.

Dersom man aldri har blitt introdusert for anvendt matematikk og kun kjenner til matematikken som formler og regler, kan det være vanskelig å se for seg at man noensinne kommer til å bruke dette i livet sitt (Ball, Lubienski & Mewborn, 2001, s. 434-435). Hvis man

som elev sitter med en følelse at det som blir undervist ikke vil kunne brukes til noe, kan dette gjøre en umotivert for å jobbe med faget.

Det å kunne bruke matematikken å se kraften som ligger i matematikk, se skjønnheten og elegansen ved faget er det mange som ikke får oppleve. En grunn til dette kan være hvordan matematikken i skolen er strukturert. De trekker frem Jackson som kommenterer «herme» (mimetic) tradisjonen i skolen, som bærer røtter i vestlig kultur 300 år tilbake i tid (Ball, Lubienski, Mewborn, 2001, s. 435). Thomas Popkewitz argumenterer for at denne typen opplæring ble ivaretatt på starten av det tjuende århundre for å få en befolkning som var lettere å forutse handlingene til, lettere å styre og for å få en så homogen gruppe som mulig (Popkewitz, 2002, s. 37-38). Jeg vil ikke stille meg bak at det er slik de norske læreplanene er blitt konstruert i nyere tid, hvor formålet er å få en befolkning som er lett å forme for styresmaktene. Men perspektivet interessant og skolen har vært preget av et en tradisjonell lærebokstyrt undervisning (Arlø & Skovsmose, 2004, s. 23). Samtidig er det ikke slik at man nødvendigvis blir betydelig utfordret i deltakelsen i samfunnet om man ikke mestrer matematikkens kunnskaper, men det bør være et mål for elever allikevel å internalisere de gode kvalitetene ved matematikken (Valero, 2006, s. 5).

Det er ikke slik at matematikken er svaret på å få en opplyst befolkning som aktivt deltar i samfunnet til fellesskapets beste. Men å kjenne til matematikken utover å kunne utføre algoritmer og memorere formler kan være et stykke på veien.

Dette perspektivet er også blitt legitimert av kunnskapsdepartementet, slik vi kan se ut ifra det som står om «fagrelevans og sentrale verdier» innenfor matematikk. Elevene skal lære om matematikk gjennom utforskende metoder og problemløsning, dette skal være med på å gjøre de forberedt på samfunns og arbeidsliv (Utdanningsdirektoratet, 2020). Om «kjerneelementer» kommer det frem at utforskning handler om å identifisere mønstre og finne sammenhenger, samt det å kunne enes om en felles forståelse for oppgaven og løsning. (Utdanningsdirektoratet, 2020b). Av Ludviksenutvalget kommer det frem at for å gjøre matematikkundervisningen bedre bør det bli en større satsning på utforskende matematikk og problemløsning (NOU 2015:8). Vi kan utfra endringene som kom i LK20 se at disse endringene har begynt å skje på et overordnet systemisk nivå.

1.2 – Problemstilling og forskningsspørsmål

Dette bringer meg så videre inn på det jeg ønsker å se på i skolen, utforskende matematikk. Som det kom frem i sluttrapporten til «tett på realfag» var ikke utforskende matematikk så synlig i skolen som man hadde ambisjoner om. I utformingen av god matematikk undervisning har læreren en sentral rolle (Carlsen & Fuglestad, 2010, s. 40). I dette masterprosjektet vil det derfor ligge et søkelys på hva utforskning kan være i praksis, og hva noen lærere kan gjøre for å få til mer utforskende matematikk i skolen. Problemstillingen som vil bli forsøkt belyst i prosjektet blir derfor: «Hvordan kan utforskende matematikk bli brukt i undervisning?».

For å besvare problemstillingen er det kommet frem til noen forskningsspørsmål som er ment for å hjelpe til med oppklaringen rundt dette. For å legge til rette for utforskning i matematikkundervisningen er det vesentlig å få et innsyn i hvordan lærerne selv forstår begrepet utforskende matematikk. Ut fra har jeg kommet frem til forskningsspørsmålet: «Hva ligger i et utvalg lærere sin forståelse av begrepet utforskende matematikk?».

Videre vil det være relevant å se på hvordan disse lærerne samhandler med elevene sine, hva gjør de i arbeid med oppgaver, hvordan strukturerer de timer og hvordan lærerne fasiliteter for utforskning. Dette er mange aspekter å ta for seg, og i et forsøk på å samle det inn under ett spørsmål kommer forskningsspørsmålet: «Hvordan interagerer et utvalg lærere med sine elever i matematikkundervisning?».

Noe av hensikten ved oppgaven er å ta for seg matematikkundervisning slik den er, og derfor se på en så naturlig kontekst som mulig. Dette kan bety at det ikke vil være så mye utforskning som vil komme til syne. Det kan være flere årsaker til dette, men som sluttrapporten til «Tett på realfag» kom frem til kan lærere oppleve en del utfordringer med bruken av utforskende matematikk. Derfor blir det siste forskningsspørsmålet; «Hvilke muligheter og utfordringer kan dukke opp ved bruken av utforskende matematikk?»

1.3 – Oppgavens struktur

Oppgaven er delt inn i fem deler. Den første er innledning hvor bakgrunn for oppgaven og presentasjon av problemstilling med forskningsspørsmål blir lagt. Deretter vil det teoretiske grunnlaget for oppgaven bli presentert. Her vil det stå litt om matematikdidaktiske tendenser i Norge og det vil følge en forklaring av begrepet utforskende matematikk samt noen forslag til hvordan dette kan tas i bruk i undervisning. Påfølgende vil være den metodiske

fremgangsmåten som er benyttet til innsamling av empiri til undersøkelsen og også hvordan denne empirien er blitt analysert. Presentasjon av datamaterialet og drøfting vil være i samme kapittel hvor presentasjon vil komme ført med en tilhørende drøfting til hvert delkapittel. Til slutt kommer avslutning hvor problemstilling og forskningsspørsmål sees i lys av resultater.

Kapittel 2 – Teori

I min masteroppgave ønsker jeg som nevnt å se nærmere på utforskende matematikk i skolen. For å gjøre dette på en hensiktsmessig måte vil det være relevant å ta for seg begrepet og illustrere tydelig hva som legges i begrepet. Ved å se på noen aspekter ved utviklingen av matematikkdiraktikk i Norge/Norden kan vi se tendenser mot en matematikkundervisning som søker å bygge opp under en dypere matematisk forståelse. Der innflytelser fra sosiokulturelle og konstruktivistiske perspektiver løfter frem matematikkutdanning som noe mer enn å kunne regne og bruke formler.

2.1 – Matematikkdiraktiske tendenser

Fra det konstruktivistiske perspektivet har Gard Brekke og Gunnar Gjone hatt sentrale roller. De utformet tidlig på 90-tallet *Kvalitet i matematikkundervisningen* prosjektet. Prosjektet brakte frem en rekke diagnostiske oppgaver til læreres disposisjon (Rønning, 2019, s. 167). Diagnostiske oppgaver blir utformet for å skape en kognitiv konflikt hos elevene og få frem misoppfatninger hos elevene. Måten oppgavene blir konstruert på kan være med på å avdekke hva eleven har vansker med, for å gjøre det enklere for læreren og hjelpe eleven med forståelse for oppgaven (Lesh, Post & Behr, 1987, s. 4). Brekke pekte på fem aspekter ved matematisk forståelse; 1) faktisk kunnskap, 2) ferdigheter, som å kunne regne produktet av flersifrede tall, 3) konseptuelle strukturer, 4) generelle strategier, å kunne velge en passende fremgangsmåte til en ukjent situasjon og 5) holdninger, hvordan man møter faget (Rønning, 2019, s. 168).

Innenfor det sosiokulturelle perspektivet har Stieg Mellin-Olsen vært en sentral aktør. I 1977 publiserte han boken «Læring som en sosial prosess» hvor han åpner med å kritisk vurdere Piaget sin teori om kunnskap. Det Mellin-Olsen ser som Piagets hovedpunkt er at den kunnskapen som dannes blir formet av arbeidsmetoden som blir brukt. Fra dette utviklet han sine konsepter om årsaksforståelse og instrumentell forståelse som han koblet sammen med Piagets begreper om operativ og figurativ forståelse (Rønning, 2019, s. 168). Figurativ kunnskap er knyttet til fysisk kunnskap, den type kunnskap som baseres på hukommelse. Kunnskapen er hentet direkte fra ytre egenskaper og henger ikke sammen med forståelse. I matematikken kan dette sees i sammenheng med mekanisk læring hvor man kan vite hvordan man bruker en formel, men ikke ha noen videre forståelse for hvorfor eller hvordan den

fungerer til å løse oppgaven. Logisk-matematisk læring (LM-læring) handler om handlingene ovenfor tingene heller enn de ytre egenskapene ved dem. LM-læring oppstår ved akkomodasjon og assimilasjon og blir anerkjent av barnet selv som skaper en forståelse for emnet (Imsen, 2017, s. 154). Mellin-Olsen kan langt på vei kategoriseres som en konstruktivist, men han oppdaget i senere år verkene til Vygotsky. Han ble så stadig mer opptatt av matematikkfaget sin rolle som reproduzent for sosial urettferdighet. Han kan bli sett på som en offentlig utdanner og hadde det å styrke elever til å bli matematisk kompetente og kritiske tenkende deltagere i samfunnet som matematisk mål (Rønning, 2019, s. 169).

Lev Vygotsky sin sosiokulturelle tilnærming til læring bygger på prinsippet om at all intellektuell utvikling og individuell læring utvikles i samspillet med andre individer. Han trekker frem eksempelet om barnet som samhandler med foresatte i alt som skjer den første perioden av livet. Barnet utvikler en ytre tale, slik som språk som etter hvert går over til en indre tale, tanker. Språket blir en måte å dele sin opplevelse av omverdenen med de rundt seg og hjelper til med å skape mening av den (Imsen, 2017, s. 188). I opplæringen av barn og utforming av hensiktsmessige oppgaver mente Dewey at man skulle ha et problem orientert fokus. Kunsten ved undervisning er å skape et miljø hvor elevene er motiverte for å bruke sine intellektuelle ferdigheter til å kunne eksperimentere med tanker for å løse slike problemer mente han. For å skape et slikt problem må læreren ha kunnskap om potensialet til oppgavene og også forstå barnet. Man må starte der barnet er, og i situasjoner der barnet har vansker med en oppgave må man hjelpe til på rett tidspunkt for at barnet ikke skal bli for avhengig av hjelpen, og heller ikke så frustrert over vanskeligheten at det gir fullstendig opp (Eisner, 2002, s. 73). Vygotsky omtaler det område innen kognitiv forståelse vi ikke kommer til selv, men kan komme til ved hjelp av andre for den proksimale utviklingssonen. Han tar for seg den behavioristiske tankegangen om stimuli og respons og modifierer denne. I sin teori om utvikling kommer han med tanken om et ledd imellom denne stimuli og respons sammenhengen, mediering. Mediering kan være med på å endre responsen fra elevene og gjøre at de utvikler en annen forståelse for det de arbeider med. Et sentralt poeng i denne teorien er det at den som virker som en medierende faktor må ligge over mottaker sin forståelseshorisont (Imsen, 2017, s. 192). Å arbeide med barn på denne måten og gi rett hjelp til rett tid er en balansegang. Det vil være vesentlig at læreren kjenner til elevene sine og vet når de begynner å nærme seg et punkt der de ikke orker å prøve videre, og når de ikke har prøvd hardt nok.

I den konstruktivistiske skolen derimot gjennom psykologen Jerome Seymour Bruner finner vi også perspektiver som likner på Dewey sin problemorientering. Han mente utvikling først skjer gjennom instrumentell læring, gjerne ved bruken av konkrete og mengdetrening. Han var opptatt av fagene matematikk og naturfag. Og selv om han var opptatt av instrumentell læring, ville han det skulle bli mindre av terping og pugging i skolen. Elevene skulle kjenne til essensen i faget for så å begi seg ut på fagets tenkemåte og metode mente han. En av visjonene Bruner hadde for skolen var aktive elver som eksperimenterer og utforsker på egenhånd, med lærere som veiledere. Metoden kalte han for *learning by discovery* (*læring gjennom oppdagelse*), og bygger på tanken om at elever som får egen eksperimentering vil få en større grad av indre motivasjon (Imsen, 2017, s. 169-170).

Tanker om å etablere en bedre matematikkundervisning er ikke noe revolusjonerende. Flere av aspektene ved utviklingen av matematikkundervisning som er trukket frem her, kan sies å ha fellestrekk med utforskende matematikk.

2.2 – Begrepet utforsking og problemløsning

Om kjerneelementene i faget matematikk står det om utforsking og problemløsning i læreplanen. Her står det at utforsking i matematikkfaget handler om at elevene evner å se mønstre og finne sammenhenger, elevene må kunne enes om en felles forståelse av de matematiske ideene og oppgavene de skal løse. Det skal legges større vekt på fremgangsmåte enn løsning, i utforsking. I arbeidet med problemløsning skal elevene gi seg ut på problemer de ikke kjenner til fra før å utvikle metoder for å håndtere dette. I slikt arbeid er algoritmisk tenkning vesentlig, elevene skal også være i stand til å vurdere hva slags hjelpemidler og fremgangsmåter som vil være mest nyttig. Og de skal kunne vurdere om løsningene de kommer frem til er gyldige (Utdanningsdirektoratet b, 2020).

2.2.1 – Algoritmisk tenkning

I arbeidet med utforsking og problemløsning innen matematikken er algoritmisk tenkning en sentral ferdighet å ta med seg. Begrepet oversettes gjerne til *computational thinking* (CT) på engelsk (Gjøvik & Torkildsen, s. 32, 2019). Bocconi & Chiocciariello (2018) peker på fem kjerneelementer ved paraplybetegnelsen CT, som igjen er knyttet til ulike ferdigheter som samarbeid og kreativitet, utprøving og verifisering av resultat og evnen til å møte åpne oppgaver. CT som begrep er ofte tilknyttet programmering (Bocconi & Chiocciariello, 2018, s. 7), men mange av elementene kan fint plasseres innen matematikken generelt da begge fagfelt

er logiske og følger relativt like prosesser for løsning. De fem kjerneelementene er som følger;

1) Abstraksjon

Evnen til å identifisere kjernen ved et problem og trekke dette ut, uten inklusjonen av opplysninger som ikke er nødvendig for løsningen.

2) Algoritmebehandling

Evnen til å anvende algoritmer hensiktsmessig og følge trinnvise instruksjoner. Å bruke matematiske formler og være i stand til å løse opp algebraiske uttrykk og likninger er en del av dette.

3) Generalisering

Evnen til å oppdage mønstre og sammenhenger innen matematikken. Og ferdigheten å kunne konstruere regler og metoder for løsningen av liknende problemer.

4) Automatisering

Å formulere problemet med løsningsstrategi på programmeringsspråk som gjør behovet for menneskelig bearbeiding betydelig mindre.

5) Dekomponering

Evnen til å kunne spalte et problem til mindre deler som er lettere å håndtere, men som samtidig gir mening til helheten. For å kunne løse større og mer kompliserte oppgaver (Gjøvik & Torkildsen, s. 33, 2019).

2.2.2 – Matematikk i virkeligheten

Utforskende matematikk og problemløsning handler til dels også om det å identifisere problemer som kan gjøres mer forståelig ved hjelp av matematikken. Om anvendt matematisk problemløsning skriver Richard Lesh (1981), om *ekte problemer*. Her tar han for seg fem aspekter ved hva et ekte problem innen matematikken er, og hvilke muligheter dette kan bringe til undervisning.

Det første som legges frem er det at matematikken i virkeligheten sjeldent presenterer seg som ferdig oppstilte oppgaver. Mye av det som ligger i den matematiske prosessen for løsning av slike problemer er det å finne ut av hvordan matematikken kan brukes som verktøy. Når oppgaven først er satt opp er det en relativt grei prosess å finne et svar (Lesh, s. 252, 1981). Et av formålene med å arbeide med utforskende matematikk i skolen er å gi elevene trening på det å formulere oppgaver på egenhånd og gjøre at de er i stand til å bruke matematikk og ikke

bare kjenne til det som et fag. For at dette skal være mulig må det være mulig å enes om en løsning og finne et kriterium for at løsningen er funnet, det må være et problem der hvor egne evner er relevante for oppgaven og det må være et håp om å kunne løse problemet, videre må det også være et ønske fra eleven om å løse problemet (Lesh, s. 252, 1981).

Problemer som dukker opp i virkeligheten krever at man er i stand til å avgjøre hvilken informasjon som er relevant til løsningen av oppgaven. Disse problemene havner sjeldent inn i tydelige matematiske kategorier og man må gjerne ta i bruk kunnskap om flere emner innen matematikken i arbeidet med dem. Det er heller ikke slik at all nødvendig informasjon vil være tilgjengelig til enhver tid og noen ganger må man gjøre antagelser basert på den informasjonen man har fra før eller gjøre videre utforskninger til å utfylle informasjonen. Noen ganger kan man også bli presentert med for mye informasjon som trenger filtrering og reorganisering (Lesh, s. 252 – 254, 1981). I arbeidet med å avkode problemer fra virkeligheten hvor matematikken kan være med som en del av løsningen, kan det dukke opp muligheter for utforskning. Å jobbe med matematikk på denne måten kan også hjelpe elevene med å forstå hvordan de selv kan anvende matematikk i sine egne liv.

2.2.3 – Relasjonell forståelse i matematikk

Forståelse innen matematikk kan bli delt opp i flere måter. Stieg Mellin-Olsen hadde en differensiering mellom instrumental forståelse og relasjonellforståelse (Skemp, 1976, s. 2). Instrumentell forståelse er når kunnskapen innen matematiske fenomener ikke går videre enn reglene knyttet til løsningsprosessen. Man vil ha vansker med å skulle forklare hvorfor regler og algoritmer vil kunne gi korrekte løsninger på oppgaver (Skemp, 1976, s. 2). En elev kan vite at om man regner areal får man kvadrat og regner man volum får man kubikk, men ikke ha noen forståelse av hva dette er.

Relasjonell forståelse på den andre siden er når man kjenner til hvordan formlene og reglene kan anvendes til løsning av problem, men også har en forståelse av hvorfor det virker (Skemp, 1976, s. 6). Med en relasjonell forståelse kan eleven forstå forholdet mellom de ulike benevningene. Og forstå at antall dimensjoner ved areal eller volum er knyttet til benevningen. Det todimensjonale aspektet ved areal kommer frem i hvordan vi uttrykker kvadrat på symbolspråket, slik som i kvadratcentimeter (cm^2).

Skemp trekker frem det at instrumentell matematikk ikke er ubrukkelig, bruken av dette og en instrumentell tankegang kan være enklere å forstå. Det kan gi elever som strever med

matematikken en større grad av mestring ved å se at de kan få til matematikken og klarer å produsere riktige svar. Innlæringsprosessen kan være raskere og det er mulig å gjennomføre flere oppgaver på kortere tid (Skemp, 1976, s. 8). Samtidig påpeker han at selv om den relasjonelle forståelsen er vanskeligere å erverve, kan det gjøre at man lettere husker det man har lært. Da man enklere kan knytte kunnskapen sin opp mot liknende matematiske fenomener, og bygge videre på dette. En relasjonell tankegang rundt matematikken kan gjøre den mer tilpasningsdyktig i søken etter ny matematisk kunnskap. Når man ser faget som en helhet istedenfor separate temaer. Relasjonell kunnskap kan være et mål i seg selv, det kan ha positive implikasjoner på motivasjon og gjøre at elevene får en vilje til å bruke og lære mer matematikk selv utenfor skolen (Skemp, 1976, s. 9-10). Relasjonell matematikk kan sies å likne utforskende matematikk i det at forståelsen for emne er sentralt. Både gjennom en utforskende tilnærming og en relasjonell tilnærming til matematikken er fremgangsmåte viktig, og det er som mål innen begge tankegangene om matematikkundervisning at matematikken skal kunne brukes.

2.3 – tilrettelegging for utforskende matematikk

Å legge til rette for god matematisk utforskende undervisning er en flerfoldig oppgave. Det krever et godt forarbeid med å finne og tilpasse oppgaver som kan gi mening for elevene. Læreren må veilede elevene på en hensiktsmessig måte som hjelper de i arbeidet med å øke sin matematiske forståelse.

Mona Nosrati og Kjersti Wæge (2015) har skrevet en artikkel for matematikksenteret som tar for seg blant annet hvordan man kan arbeide for å fremme en relasjonell matematikkforståelse. De trekker frem to viktige faktorer ved tilrettelegging for elevers relasjonelle forståelse. Den ene er det å ha et eksplisitt fokus på sammenhenger mellom matematiske ideer, fakta og prosedyrer. Man må la elevene jobbe med matematiske konsepter hvor de diskuterer matematikken og prøver å lage sammenhenger av forskjellige matematiske ideer og tanker. Det er også viktig at elevene er oppmerksomme på læringsmålet med timen, og at de forsøker å sette dette sammen med det de tidligere har lært (Nosrati & Wæge, 2015, s. 5). Læreren må ta ansvar for å gjøre det klart for elevene hva læringsmålet med timen er og hvordan deres tidligere kunnskaper kan knyttes opp mot det de skal lære videre. Et slikt fokus kan være med på å hjelpe elevene til selv å trekke linjer mellom matematiske konsepter i arbeidet med utforskende matematikkoppgaver.

Den andre faktoren de peker på i artikkelen er å la elevene få streve med viktige matematiske ideer. Elevene må jobbe med oppgaver hvor løsningen ikke er umiddelbart åpenbar for elevene og de må jobbe med oppgaven for å bearbeide informasjonen til noe som matematisk sett gir mening. Å streve med matematiske ideer, er ikke det samme som å skulle få en formel for så å memorere denne og jobbe med tradisjonelle, ferdig oppstilt oppgaver. Matematiske diskusjoner og kommunikasjon har også blitt pekt på som vesentlig for utviklingen av den begrepsmessige forståelsen. Lærerens rolle i disse diskusjonene blir da og hjelpe elevene med å se sammenhenger mellom hverandres utsagn og etablerte matematiske ideer (Nosrati & Wæge, 2015, s. 5).

2.3.1 – Å lage utforskende oppgaver

For å gjøre oppgaver mer utforskende og mindre statiske er det ikke en nødvendighet å hente de fra ekte problemer. Anne Berit Fuglestad (2010) kommer med en rekke tips i sin artikkel om «bedre matematikkundervisning» for å gjøre matematikkundervisning mer utforskende. Hun skriver om hvordan man kan bruke oppgaver som i utgangspunktet ikke legger opp til utforskning og modifisere disse ved å fjerne eller legge til informasjon og egenskaper for å få elevene til å undres og måtte utforske oppgaven for å komme frem til et svar. Ved å gjøre dette kan det også komme eksempler der elevene må etter beste evne anslå tallverdier som kan virke rimelige (Fuglestad, 2010, s. 11). Denne måten å arbeide på har også Dan Meyer (2010) argumentert for. Han presenterte i 2010 på et Ted-Talk foredrag sitt innlegg «Math class needs a makeover» hvor han argumenterer for en mer utforskende tilnærming til matematikkundervisningen. Noen av rådene han kommer med for å få til dette er i likhet med Lesh (1981) å bruke matematikk oppgaver som bærer referanse til virkeligheten. Meyer sier at et av hans beste verktøy for å få dette til er mobiltelefonen som han bruker til å ta bilder og videoer av mulige oppgaver for elevene. Han ønsker også å oppmuntre elevene til å i større grad bruke intuisjonen sin inn i problemløsning. Å gi elevene mulighet til å strukturere og sette opp oppgavene selv og heller ikke gi de all informasjon de trenger umiddelbart er også et aspekt hvor Meyer og Lesh sine tanker sammenfaller. Et annet viktig aspekt han trekker frem er at det er vesentlig at elevene ikke får for mye hjelp. At elevene må sitte og jobbe med oppgaven og utforske situasjonen er viktig for å utvikle deres matematiske forståelse (Meyer, 2010). Dersom man som elev hele tiden blir presentert for ferdig oppstilte oppgaver hvor all nødvendig informasjon står klart og tydelig på oppgaven, kan man få inntrykket av at det er slik matematikken fungerer utenfor skolen også. I et slikt tilfelle vil man ikke få muligheten

til å erfare hvordan matematikk kan brukes som verktøy, og man vil ha vanskeligheter med å gjøre dette på egenhånd senere.

Gode spørsmål som stimulerer til videre utforskning blir drøftet i artikkelen om bedre matematikkundervisning. Her trekkes det frem en mulig kategorisering av spørsmål som stilles av lærer i undervisningssituasjoner. De fire spørsmålstypene er pseudospørsmål, dette kan være bekreftende spørsmål som søker kontakt med mottager. Genuine spørsmål som stilles når læreren faktisk lurer på noe, styrende spørsmål som blir stilt for å oppmuntre til å utforske og grave videre i en oppgave. Ellers kan læreren stille testspørsmål for å sjekke kunnskapen til elevene (Fuglestad, s. 12, 2010). En lærer som oppriktig viser interesse og engasjement for elevenes arbeider kan være med på å gi de en økt motivasjon. Er læreren interessert i matematikkfaget og har en solid kunnskapsbase kan det være lettere å stille de gode spørsmålene som er med på å oppmuntre til utforskning.

2.3.2 – Ambisiøs undervisning

I artikkelen «Prinsipper for ambisiøs matematikkundervisning» argumenterer Svein Torkildsen (Torkildsen, 2017, s. 3) for at elever er opptatt av å skape mening og at det er viktig å se på elevene som nysgjerrige og tenkende individer, som et av fem punkter for ambisiøs matematikkundervisning. Det blir derfor så viktig med oppgaver som kan gi mening for elevene utover instrumentelle oppgaver med kun utregning som hovedprinsipp for oppgaven. Samtidig er det viktig at oppgavene ikke blir for urealistiske da dette kan forsterke fordommer elevene kan ha om at matematikk i virkeligheten ikke er nødvendig for elevene å mestre (Lesh, 1981, s. 249). Som punkt nummer to skriver Torkildsen (2017) at undervisning innebærer at man lærer av sine elever. Som lærer er det viktig med innsikt i hvordan elevene tenker og resonnerer på, denne innsikten bør brukes til bedre å tilpasse undervisningen for å gi elevene best mulig læringsutbytte. Videre poengteres det at alle elevene bør få like muligheter til å lære viktige matematiske ideer og tankemåter, så lenge det tas hensyn til forskjellene i elevgruppen (Torkildsen, 2017, s. 4).

Utforskende matematikkundervisning handler ikke bare om det som blir gjort av læreren i forkant eller hva elevene gjør i arbeidet med dem. Det handler også om hva som skjer i felleskap rundt oppgavene i etterkant av arbeidsøkten. Mary Kay Stein med flere (Stein, et al., 2008) har trukket frem fem praksiser for å hjelpe til med å tilrettelegge for produktive matematiske diskusjoner/samtaler i klasserommet. De trekker frem det at å bruke «inquiry-

based» matematikkaktiviteter i undervisningen kan møte på flere utfordringer. Disse utfordringene dreier seg om mer enn det å finne de riktige oppgavene og bestemme hvordan disse skal presenteres for elevene på en måte som gir mening for dem. Det er også vesentlig for en lærer å vurdere hvordan oppgavene skal jobbes med i plenum for at flest mulig skal få best utbytte av dette arbeidet. Læreren må forsøke å forstå hvordan elevene har tenkt for så å koble dette sammen med etablerte matematiske teorier og forståelse. De fem praksisene er 1) å forutse hva slags responser man kan tenke seg at elevene kan komme med til en oppgave. (Stein et al., 2008, s. 12). Dette sammenfaller godt med det Torkildsen skriver om at man må kjenne elevene sine (Torkildsen, 2017, s. 5). 2) overvåke elevsvar og arbeidsprosessen, 3) velge ut hvilke elevresponser man skal ta i bruk i plenum, 4) sekvensere hvilken rekkefølge elevresponser skal presenteres for gruppen, 5) koble sammen svarene for å se på likheter og forskjeller i fremgangsmåten (Stein et al., 2008). En økt med et fokus på undersøkelse bør bygges opp med at elevene i starten av økten blir introdusert for en oppgave som krever kognitiv anstrengelse som de får god tid til å jobbe med. Læreren fungerer som en veileder i arbeidet med denne oppgaven og oppmuntrer elevene til å se på hvilke muligheter de har i arbeidet og beskrive sin tenkte fremgangsmåte. I avslutningen av økten går læreren i plenum igjennom oppgaven med elevene og benytter seg av prinsippene lagt frem av Stein med flere (Nosrati & Wæge, 2015, s. 3).

2.3.3 – Arbeid i grupper

Elever som jobber sammen i grupper kan ha muligheten til å diskutere og sammenlikne sine ideer for løsninger av oppgaver. Det gir også elever trening i samarbeid og det kan hjelpe de til å se ting fra flere ulike perspektiver. Videre er det også plassert som en grunnleggende ferdighet i matematikkfaget at elevene skal være muntlige i faget (Utdanningsdirektoratet, 2020c). Gjennom bruken av gruppearbeid kan det være enklere for flere å kunne snakke med hverandre og styrke denne ferdigheten.

Dewey var opptatt av det sosiale aspektet ved læring. Han ønsket seg en skole der elevenes interesser ble brukt for å utvikle og ekspandere elevenes forståelseshorisont. Elevenes naturlige nysgjerrighet for verden og det sosiale miljøet skulle dyrkes gjennom å arbeide med andre mennesker og i gruppearbeid (Gilles & Ashman, 2003, s. 1).

En rekke studier på gruppearbeid gjort i de to tiårene før 2. verdenskrig fant ut at individer produserer mer og bedre arbeid når man kan se og høre andre som jobber, grupper tenker

bedre enn det sterkeste medlemmet på gruppen alene, individer er mer effektive i gruppearbeid enn i individuelt arbeid (Gilles & Ashman, 2003, s. 1-2), personer som jobber mot et liknende mål samarbeider gjerne dersom de har nær kontakt, men ender ofte opp med å konkurrere dersom de har begrenset kontakt med hverandre (Gilles & Ashman, 2003, s. 3-4). Videre studier viste at grupper som samarbeider er mer produktive og at medlemmene i gruppen er mer motiverte for å oppnå et ønsket resultat, medlemmene på gruppen kommuniserer bedre med hverandre og har bedre relasjoner med hverandre (Gilles & Ashman, 2003, s. 5). Shlomo Sharan gikk igjennom fem metoder av gruppearbeid hvor han skilte mellom elevveiledende oppgaver (peer tutoring) og undersøkende oppgaver (group investigations). De elevveiledende oppgavene liknet tradisjonell helklasse undervisning, mens de undersøkende oppgavene gav elevene mulighet til en større bredde for kognitiv utvikling hvor elevene måtte samle informasjon fra ulike kilder og gruppemedlemmene oppmuntret hverandre i løsningen av oppgaven. Slikt gruppearbeid fant Sharan ut av fungerer best i mindre grupper (Gilles & Ashman, 2003, s. 8). Gruppene bør ikke overskride fire elever, dette er nok elever til at alle får mulighet til å bidra, samtidig som det blir vanskelig for enkelte å melde seg ut av samarbeidet. Gruppesammensetning har også innvirkning på resultatet for oppgaven. Utbyttet for elever med en lavere grad av forståelse var større når de ble plassert på heterogene grupper, elever med middels forståelse derimot lærte betydelig mer i arbeid i homogene grupper. For høyt presterende elever var læringsutbyttet tilnærmet likt uavhengig av gruppene (Gilles, 2003, s. 38).

2.4 – Modeller

For å hjelpe til med å kategorisere og kunne nyansere oppgaver innen matematikken er det mulig å ta i bruk modeller for hvordan slike oppgaver kan være konstruert. Jeg trekker i denne oppgaven frem to modeller som jeg kommer til å bruke til dette arbeidet. Den første er Skovsmose sin modell for oppgaver innen et undersøkelseslandskap, denne vil forklares og jeg legger til eksempeloppgaver for å videre klargjøre denne. Den andre modellen er fra PISA som er ment for å kategorisere og analysere problemløsende oppgaver.

2.4.1 – Undersøkelseslandskap

Ole Skovsmose skriver om «Landscapes of investigation», undersøkelseslandskap, som en kontrast til tradisjonell matematikk opplæring hvor instrumentell læring står i fokus.

Skovsmose kommer med undersøkelseslandskap hvor elevene blir invitert til å delta i

utforskning og forklaring i matematikken. Forskjellen mellom det instrumentelle fokuset og undersøkelseslandskapet kan illustreres med referanse til tre måter å jobbe med matematikk på: arbeid med ren matematikk, arbeide med matematikk i en semi-virkelig kontekst, og arbeide med matematikk i en virkelig kontekst. Dette kan videre deles inn i utforskende oppgaver og oppgaver som bærer preg av en mer tradisjonell utforming.

	Oppgaveparadigmet	Undersøkelseslandskap
Referanse til ren matematikk	Kategori 1 Eksempeloppgaver: $2 + 3 = 5$ $5 * 6 = 30$ $x + 3 = 7 \rightarrow x = 4$	Kategori 2 Eksempeloppgave: «summen av to oddetall vil alltid være et partall, stemmer dette? Hvorfor/hvorfor ikke?»
Referanse til semi virkelige kontekster	Kategori 3 Eksempeloppgave: «Ola har fire epler og Kari har syv epler, de spiste to epler hver til lunsj, hvor mange epler har de igjen til sammen?»	Kategori 4 Eksempeloppgaven: «Du skal sette opp en hundegård i hagen og har ti deler som hver er en meter lange. Hvordan ville du ha satt det opp? Forklar hvorfor.»
Referanse til virkelige kontekster	Kategori 5 Eksempeloppgave: «Avstanden fra Oslo til Trondheim er 492 km, bilturen tar 6 timer og 27 minutter, hva vil gjennomsnittsfarten for turen være?»	Kategori 6 Eksempeloppgave: «Du skal reise fra Oslo til Trondheim, tre alternative reisemåter er bil, fly eller tog. Hvilken transport metode ville du valgt? Ta i betraktning pris, tidsbruk og klima.»

Figur 1 (Skovsmose, 2001, s. 126), med egne eksempler.

I kategori 1 av modellen til Skovsmose finner vi oppgaver med referanse til ren matematikk og som er tradisjonelt utformet (Skovsmose, 2001, s. 126), oppgavene er gjerne slike man finner som introduksjon til temaer i en oppgavebok i matematikkfaget.

Kategori 2 befinner seg fremdeles innenfor den rene matematikken, men bærer preg av utforskelse, eller er i undersøkelseslandskapet som Skovsmose skriver. Ved å se på egenskapene til geometriske figurer eller undersøke tallrekker, prim og oddetall kan man være innen denne kategorien (Skovsmose, 2001, s. 126).

Kategori 3 og 4 omfatter matematikken i den semivirkelige verden, hvor kategori 3 er konstruert på en tradisjonell måte hvor utforskelse ikke er nødvendig, mens kategori 4 kan fungere som en invitasjon til elevene til å delta på en matematisk undersøkelse (Skovsmose, 2001, s. 127). Det som kan være utfordringen med slike oppgaver er at dersom de virker for urealistiske eller ligger utenfor noe elevene ser nytten av kan det forsterke elevenes oppfatning av at man ikke trenger matematikk i virkeligheten (Lesh, 1981, s. 249).

Kategori 5 og 6 ligger innenfor det som Skovsmose kaller referanser fra det virkelige liv. Oppgaver som ligger innenfor disse kategoriene, er oppgaver som er hentet fra virkeligheten. Man ser her på matematiske fenomener som utspiller seg rundt oss (Skovsmose, 2001, s. 126). eksempler på kategori 5 skjer nærmest daglig i elevers liv, når de vurderer om de har nok penger på konto til å handle det de vil i kantinen, eller når de regner ut at de må dra hjemmefra for å rekke skolen. Kategori 6 åpner opp forståelsen vår for verden gjennom bruken av matematikk. I Artikkelen sin skriver Skovsmose om et eksempel der elevene ser på energi bruken på en gård i nærheten av skolen. Elevene regner ut omtrentlig bruk av energi bonden må bruke for å harve, så og høste avlingene sine, mot hvor mye energi som faktisk vil være lagret i avlingen (Skovsmose, 2001, s. 127). Dette er et større prosjekt som tar tid og inviterer elevene til å ta del i kritisk tenkning og etisk bevissthet gjennom matematikken slik som overordnet del av læreplanen sier skolen skal. Arbeidet med slike større oppgaver er selvfølgelig noe som tar lengre tid og det er ikke nødvendig og ha dette fokuset i enhver matematikk time. Å jobbe med oppgaver i kategori 6 trenger heller ikke å være så stort, en mulig oppgave innenfor denne kategorien kan være å hente data og statistikk om et tema og fremstille det på en måte som underbygger et argument eller perspektiv. Dette er en oppgave som krever en viss matematisk forståelse, men som igjen gir muligheter til å få til stor grad av utforskning.

2.4.2 – Problemløsende oppgaver

PISA er et internasjonalt program for å måle elevers ferdigheter i lesing, matematikk og naturfag. I sine målinger av matematikk har de utviklet et rammeverk for problemløsende

oppgaver. I dette rammeverket kommer de med en definisjon for hva problemløsning er og en kategorisering av disse. OECD definerer problemløsning som en kognitiv prosess hvor man løser et problem hvor løsningsmetoden ikke er umiddelbart åpenbar. Dette inkluderer en vilje til å engasjere seg i situasjoner hvor man kan oppnå sitt potensial som en konstruktiv og reflekterende borger (Kjærnsli, Nortvedt & Jensen, 2014, s. 10).

Videre forklares det at problemløsning krever at man forstår problemet, evner å planlegge og løse problemet. Det er også essensielt at man har evne og vilje til å bruke kreativitet og kritisk tenkning i prosessen. Om problemløsning i PISA prøven kommer det frem at hensikten med oppgavene er å måle ferdigheter som ikke eksplisitt nevnes i nasjonale læreplanene i faget, men som man kan møte på i livet ellers (Kjærnsli, Nortvedt & Jensen, 2014, s. 10). Dette er noe som kan sees som positivt, for selv om det ikke er inkludert i kompetansemål i faget, ligger det som et overordnet mål i formålsparagrafen for opplæring: «Opplæringa i skole og lærebedrift skal, i samarbeid og forståing med heimen, opne dører mot verda og framtida ...» (Utdanningsdirektoratet, 2020)

Problemløsende oppgaver kan bli kategorisert etter type problem, prosess og kontekst (se figur 2).

<p>Problemtype Er all informasjon som er nødvendig for å løse problemet kjent når problemløsningen starter?</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Interaktiv: Noe av den nødvendige informasjonen er ikke oppgitt, men må finnes eller oppdages ved å utforske problemsituasjonen. • Statisk: All relevant informasjon som trengs for å løse problemet, er oppgitt.
<p>Prosesser Hvilken av de kognitive prosessene er i størst grad involvert?</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Utforske og forstå: Utforske problemsituasjonen og forstå informasjonen som er oppgitt eller oppdage skjult informasjon. • Representere og formulere: Beskrive problemsituasjonen ved å bruke tabeller, figurer, ord eller symboler samt formulere hypoteser ved å identifisere relevante faktorer og forholdet mellom dem. • Planlegge og gjennomføre: Legge en plan ved å bestemme mål og delmål og gjennomføre planen trinn for trinn. • Overvåke og reflektere: Overvåke progresjonen i problemløsningen, reagere på tilbakemeldinger og reflektere over løsninger samt informasjonen som er gitt og løsningsstrategi.
<p>Situasjon</p>	<p>Kontekst</p> <ul style="list-style-type: none"> • Teknologisk

Hva er kjennetegn ved den ytre rammen for problemstillingen?		<ul style="list-style-type: none"> • Ikke-teknologisk
	Fokus	<ul style="list-style-type: none"> • Personlig (en selv, familien eller nære personer) • Sosialt (nærmiljøet, skolen, arbeidsplassen eller storsamfunnet)

Figur 2 (Kjærnsli, Nortvedt & Jensen, 2014, s. 11)

En slik modell kan brukes til å identifisere de sentrale kjennetegnene ved en matematikkoppgave og kan brukes for å analysere de problemløsende aspektene ved oppgaven. Den kan også være med til å se om en oppgave har et utforskende potensiale som kan benyttes.

Kapittel 3 – METODE

I dette kapitlet vil jeg drøfte metodisk fremgangsmåte for innsamling av empiri til oppgaven. Kvantitativ og kvalitativ fremgangsmåte vil bli satt opp mot hverandre for å belyse hvilke som best kan være med på å klargjøre min problemstilling. Hvordan rekrutteringsprosessen har forløpt seg vil også bli nevnt med noen ord, og hvordan hendelsesforløpet var i innsamlingen av empiri. Det vil fremkomme en forskningsetisk vurdering for oppgaven og innsamlingen av empiri sammen med en vurdering av meg selv i forskerrollen. Analytisk tilnærming til dataene vil også presenteres og forklares i dette kapitlet.

3.1 – Kvalitativ og kvantitativ forskning

Kvantitativ forskning innenfor humaniora har naturvitenskapen som sitt forbilde. Den første som begynte å bruke denne metoden innen samfunnsvitenskapene var Auguste Comte. Noe av begrunnelsen til å ta i bruk en slik metodikk i samfunnsforskningen var å nærme seg objektivitet og «rene sannheter» slik som i naturvitenskapen. Denne positivistiske orienteringen er blitt møtt av en del kritikk (Kvarv, 2021, s. 131). Noen kritikkverdige aspekter ved den positivistiske orienteringen i samfunnsforskningen handler om det at objektivitet og nøytrale svar ikke vil være mulig å oppnå. Forskeren vil ha med seg antagelser og fordommer bragt frem av sine erfaringer og sin bakgrunn som vil påvirke hens valg for utførelse, og forståelse for empirien. I tillegg er det slik at forskeren vil påvirke objektet for studiet kun ved sin tilstedeværelse, dette kalles forskningseffekten (Kvarv, 2021, s. 73). Det er allikevel ikke slik at kvantitativ forskning ikke har sin plass innenfor humaniora forskningen, men det er problematisk og godta resultater fra denne forskningen som universelle sannheter og objektive fremstillinger av virkeligheten. Kvantitativ forskning brukes når man ønsker å trekke slutninger om større grupper eller det er noe man ønsker å generalisere. Fenomenene for forskningen blir konstruert ut fra antakelser, og ved et stort nok utvalg kan det være mulig å si noe med en viss sikkerhet om gruppen som helhet (Kvarv, 2021, s. 134). Mangel på kontakt med informantene som deltar i studien kan sees som en svakhet ved den kvantitative forskningen, man får ikke tilgang til deres tanker, følelser eller holdninger rundt tema (Kvarv, 2021, s. 135). Målefeil, unøyaktige formuleringer, rekkefølgebias eller for lange spørreundersøkelser kan blant annet være årsak til at kvantitative forskningsresultater også mister noe av validiteten sin. Dersom undersøkelsen ikke har god nok operasjonalisering vil

heller ikke resultatene kunne bli ansett som gyldige (Høgheim, 2020, s. 109). Utvalget av populasjon til undersøkelsen vil også ha stor betydning for resultatet av undersøkelsen (Høgheim, 2020, s. 121). Hvis det er informasjon om kulturen blant fotballfans man er ute etter å avdekke noe om, vil det være lite hensiktsmessig å kun inkludere de som ikke følger med på idretten.

Kvalitativ forskning kom skje gjennom en rekke forskjellige data og analytiske fremgangsmåter, tradisjonelt har kvalitativ forskning basert seg på en nærhet mellom forsker og objektet for studiet (Thagaard, 2013, s. 11). I motsetning til kvantitativ forskning som i hovedsak bygger på analysen av talldata (Høgheim, 2020, s. 169), er det språklig formidlet informasjon som er med på å danne datagrunnlaget innen kvalitativ forskning (Kvarv, 2021, s. 148). Verbale og visuelle måter å uttrykke seg på har i senere år også funnet sin plass innen den kvalitative forskningen. Eksplisitt redegjørelse for gjennomføring og de prosesser som leder frem til resultat er i kvalitativ forskning særs viktig, da denne formen for forskning er i en utviklingsfase (Thagaard, 2013, s. 11).

Innen den kvalitative forskningen finnes det flere retninger, fremtredende blant disse finner vi hermeneutikken og fenomenologi (Kvarv, 2021, s.148). Hermeneutikken søker å fortolke mennesker handlinger utover det direkte innlysende ved dem, det legges vekt på at handlinger kan tolkes på forskjellige nivå. Fenomenologien tar utgangspunkt i de subjektive opplevelsene av erfaringer mennesker har rundt et fenomen (Thagaard, 2013, s. 40-41). Observasjon og intervju er to av de mest utbredte metodene innen kvalitativ forskning. Dette er metoder som tillater nærhet mellom forsker og forskningsobjekt. Intervju egner seg spesielt godt når man som forsker er ute etter en persons følelsesliv, tanker rundt en situasjon eller en persons erfaringer. Hvordan mennesker interagerer eller samhandler kan lettere la seg fange opp gjennom observasjon (Thagaard, 2013, s. 13). Collin og Kjøppe skiller mellom «indre handlinger» og «ytre handlinger», der «indre handlinger» kan dreie seg om hva en person føler, mener eller ønsker, de «ytre handlingene» kan beskrives som de faktiske fysiske handlingene som blir utført (Kvarv, 2021, s. 149). For å få tak i de «indre handlingene» kan en datainnsamlingsmetode som intervju eller spørreskjema egne seg, da respondenten selv kan få mulighet til å forklare og beskrive sitt perspektiv. De «ytre handlingene» kan dokumenteres gjennom for eksempel observasjon, det blir da viktig å ikke ilegge motivasjon for utførelse til handlingene.

Handlingene og deres intensjoner kan innenfor hermeneutikken bli tolket som et uttrykk for kortsiktige eller langsiktige planer. Tolkingsprosessen i denne retningen starter med en viss

forforståelse fra temaet som må bli kontekstualisert av forskeren. Forskeren går inn i en forskningsprosess med en forforståelse for temaet og må forsøke å plassere det som blir observert eller registrert gjennom intervju i sin tolkning. Det som kommer frem kan styrke forståelsen for emnet eller kreve en endring (Kvarv, 2021, s. 149). Noen utfordringer knyttet til bruken av disse metodene er at intervju kan gi god innsikt over en persons opplevelser, meninger eller intensjoner ved en situasjon eller fenomen, men ikke nødvendigvis gi informasjon om hva som faktisk har skjedd eller blitt gjort. Observasjon derimot kan gi god informasjon om hva som har skjedd eller blitt gjort, men det er samtidig viktig å ta til betraktning at det observerte blir tolket av forskeren og at det vil si lite om en persons intensjoner bak handlingene (Høgheim, 2020, s. 139).

En tredje mulighet til å tilnærme seg forskning på kan være en kombinasjon av kvantitativ og kvalitativ forskningsmetodikk. Dette blir kalt for mixed methods og kan bli brukt på forskjellige måter. Eksempelvis kan man ha både en kvalitativ og en kvantitativ tilnærming til et spørsmål og bruke dataene og resultatene til et sammenlikningsgrunnlag. Det er også mulig å starte med den ene eller andre tilnærmingen for å skape et grunnlag for videre utforskning. Et poeng dersom man velger en slik tilnærming til forskningen er at begge forskningstradisjonene skal bli anvendt i like stor grad (Høgheim, 2020, s. 170). Et forskningsprosjekt kan stå til fare for å tape mer enn det vinner på å inkludere metoder og forskningstradisjoner hvis dette ikke er godt begrunnet og er hensiktsmessig for å hjelpe til med å besvare problemstilling og forskningsspørsmål.

Problemstillingen «Hvordan kan et utvalg lærer bruke utforskende matematikk i sin undervisning?» kan bli tilnærmet både på en kvantitativ og en kvalitativ måte. I mitt prosjekt vil typen oppgaver og hvordan læreren interagerer med elevene i arbeidet med oppgavene være vesentlige. Dette krever en tettere kontakt mellom meg som forsker og objektet for studiet. Et kjennetegn for kvalitative studier er nettopp denne nærmere kontakten mellom forsker og det som studeres (Thagaard, 2013, s. 11). Forskningsprosjektet søker ikke å kunne verifisere en teori eller hypotese, men bygger på en mer eksplorerende art, dette gjøres også best gjennom et kvalitativt blick (Høgheim, 2020, s.30). Eksplorerende forskning brukes gjerne i utarbeidelsen av teori, men det er ikke begrenset til dette. Målet kan være å utforske et felt, mennesker eller fenomener hvor man ikke har klare formeninger om hva man vil observere. Dette krever rik og detaljfull data og metodefleksibilitet (Høgheim, 2020, s. 129). Denne tilnærmingen til forskning er blitt møtt av mye kritikk fordi den kan være for subjektiv, og at forskeren gjerne har for stor grad av nærhet til feltet og subjektene i undersøkelsen. Det

må nevnes at konfirmerende forskning også er subjektiv, men synligheten av det er ikke like åpenbar, det kan vises i utvalg av teori, operasjonalisering av begreper og analytisk fremgangsmåte (Høgheim, 2020, s. 169). I kvalitativ forskning er det som regel brukt få, men rike kilder i data innsamlingen. Dette gjør at spørsmålet om generalisering ikke vil være like relevant. Det å trekke slutninger for en stor populasjon basert på et lite utvalg er ikke god forskningspraksis.

3.2 – Forskningsetisk vurdering

Selv om jeg gjør et poeng ut av at jeg ikke ønsker å gjennomføre en bekreftende eller avkrefteende studie hvor jeg tester ut en hypotese er det ikke slik at jeg går inn i studien uten tanker og meninger om temaet. Om utforskende matematikk tenker jeg at det bringer med seg en ypperlig mulighet for elever til å utdype sin matematiske forståelse. Personlig har jeg alltid vært glad i problemløsende oppgaver der man må bruke den matematikken man kan fra før av inn i løsningen av et nytt problem. De oppgavene hvor en selv må dedusere hva som er relevant og hvordan man kan gå frem for å finne en løsning, er for meg der hvor man får satt sin matematiske forståelse på prøve. Det er derfor av ypperste viktighet at jeg presiserer mitt ståsted angående temaet tydelig. Både for lesers del og for gyldigheten til funnene i studien.

Alan Chalmers synliggjør hvordan tidligere erfaringer og kunnskap farger vår opplevelse av situasjoner, han viser til et eksempel hvor noen studenter observerer celler gjennom et mikroskop og ikke klarer å skille ut de enkelte cellene, mens deres lærere gjør dette med enkelthet. Et annet eksempel han kommer med er hvordan personer som har vært med på en visuell oppgave som går ut på å finne ansikter i et tre gjør dette enklere enn mennesker som ikke har vært igjennom liknende oppgaver når de blir testet sammen (Chalmers, 2013, s. 7). Det kan med dette i bakhodet derfor tenkes at min forståelse for utforskende matematikkoppgaver ikke direkte sammenfaller med lærerens oppfatning av de samme oppgavene. Det blir derfor vesentlig at jeg bruker mitt teoretiske rammeverk aktivt i analyse av oppgavene slik at min tolkning vil forholde seg til en kjent kontekst støttet opp av teori. Samtidig påpeker Chalmers (2013, s. 11) viktigheten at den som observerer har en kunnskapsbase om temaet for observasjonen. En som er kjent med fagfeltet vil være bedre rustet til å identifisere og skape en forståelse av hva som blir observert. Her er det også viktig å huske på at en god kunnskapsbase uten selvrefleksjon vil kunne føre til en skjev presentasjon av funn. Situert kunnskap omhandler hvordan vi forholder oss til våre overbevisninger og tidligere erfaringer i nye tolkningssituasjoner. Dersom man i forskerrollen

aktivt forholder seg til dette og ser etter hva slags muligheter og begrensinger dette kan føre til i forskningsarbeidet kan det være med på å sikre en bedre validitet rundt funnene (Rustad, 1998, s. 121). En stor grad av åpenhet og gjennomsiktighet i funn, analyse og metode må også være på plass for at resultatene kan bære en grad av troverdighet. Dette kan sikres gjennom utfyllende metode kapittel med en klar plan for gjennomføring, det er også viktig å eksplisitt vise til hva slags teori man forholder seg til. Hva som tolkes og hvordan dette skjer bør også komme tydelig frem for å forhindre systematisk feiltolkning eller manipulasjon av data. Dette samt planting av funn eller ødeleggelse av materiale vil bli klassifisert som åpenbare tilfeller av forskningsjuks (Kalleberg, 2003, s. 186). Slurv med notater eller rotete rapporter vil være med på å svekke troverdigheten til forskningen og vi kan i slike tilfeller snakke om diskutabel forskning (Kalleberg, 2013, 188), det blir derfor viktig for meg å være transparent med innsamlingen data og tolkningen av denne. Hvordan dataen blir innsamlet, lagret og bearbeidet bør også dokumenteres.

3.3 – Valg av metodisk fremgangsmåte

Forskningsspørsmålet og hensikten med undersøkelsen vil være bestemmende for metoden som blir benyttet i et forskningsarbeid. Men valg av metode kan ikke sees som en ren instrumentell prosess allikevel (Kvarv, 2021, s. 51), i mitt forskningsarbeid ønsker jeg å se på hvordan utforskende matematikk kan bli anvendt i matematikkundervisning. For å besvare denne problemstillingen krever det en refleksjon rundt hva som kan danne kunnskap om undervisningspraksis.

Hermeneutikk har sin opprinnelse i tolkningen av bibelske tekster, men omtales gjerne som læren om fortolkning av tekster generelt. Hans-Georg Gadamer, en sentral figur innen denne retningen, mente hermeneutikken ikke var en metode eller tilnærming til forskning.

Hermeneutikken for han handlet mer om det filosofiske aspektet og hvordan vi som mennesker kan forstå verden (Høgheim, 2020, s. 169). Gadamer brukte den hermeneutiske regelen om å forstå helheten ut fra delene og delene ut fra helheten. Konstruksjonen av forståelse blir styrt av forventningen om mening, dersom forventningen må endres basert på data, må også konstruksjonsprosessen følge med. Forståelsen blir utviklet gjennom denne bevegelsen mellom helhet og del, som går tilbake til helhet (Kvarv, 2021, s. 51).

Grunnleggende i hermeneutikken er det at forforståelse for temaet for forskning vil påvirke analysen av data og tolkningen av dette. Som forsker vil man gjennom dette filosofiske ståstedet ikke kunne oppnå objektiv kunnskap (Høgheim, 2020, s. 169). Den hermeneutiske

tilnærmingen til Gadamer legger til grunn at det for valg og bruk av metode, må det ligge en eksplisitt refleksjon rundt metodens epistemologiske forutsetninger. Epistemologi og ontologi sees ofte i sammenheng, hvor epistemologi handler om kunnskap om virkeligheten og hvordan man kan anskaffe denne kunnskapen. Ontologi omhandler hvordan virkeligheten faktisk er. Det finnes flere metoder man kan anvende for innsamlingen av data i forskningen, som kan brukes alene eller kombineres. Valg av metode og epistemologiske refleksjoner angående planlegging og gjennomføring vil kunne påvirke resultatet for undersøkelsen (Kvarv, 2021, s. 51).

Innenfor kvalitativ forskning er det flere metoder som ofte går igjen. Intervju, observasjon og dokumentanalyse er kanskje de tre som er mest anvendt, men man har også metoder som etnografi, aksjonsforskning og kasusstudier. Intervju som metode brukes når man ønsker en person eller gruppe sitt perspektiv på et fenomen eller en situasjon og kan forekomme på flere forskjellige måter. Individuelt intervju er når det kun er forsker og intervjuobjekt til stede, det kan da være lettere for respondenten og skildre sine erfaringer og komme med meninger uten å bli påvirket av andre. Gruppeintervju er når man samler en gruppe individer og stiller disse spørsmål i plenum for å få tak i deres samlede opplevelse av noe. Det er også forskjellige måter å strukturere intervjuene alt fra nærmest fri tale til nøye planlagte spørsmål som går igjennom uten avvikelse. Hvordan man strukturerer intervjuene og hvem man intervjuer vil avhenge av hva man som forsker er ute etter å finne svar på. Måten dataen fra intervjuene blir registrert kan også variere, notater eller taleopptak er mye brukt, men det er også mulig med videoopptak dersom kroppsspråk vil være interessant å ha med i studien (Høgheim, 2020, s. 130-134). Observasjon som metode brukes når det er noe i feltet man er ute etter å beskrive, det er flere måter og observere på. Dersom man selv tar del i gruppen eller fenomenet man undersøker og deltar på det som utspiller seg, er dette deltakende observasjon. Dette kan gi forskeren innsikt i hvorfor objektene for observasjonen handler slik de gjør og gir forskeren muligheten til å stille oppklarende spørsmål underveis. Dersom forskeren står på sidelinjen og har et utenfra og inn blick vil noe av denne innsikten kunne gå tapt, men man får samtidig tilgang til en mer naturlig kontekst da forskeren ikke vil påvirke i like stor grad. Når observasjon brukes som metode er det også mulig å skille mellom åpen og skjult observasjon. En åpen observasjon er når forskeren er ærlig på at man er til stede for å observere, den skjulte derimot skjer uten at objektene vet at de blir observert i forskningsøyemed. Den skjulte observasjonen bærer med seg noen etiske komplikasjoner. Måten dataen fra observasjon dokumenteres kan skje blant annet gjennom videoopptak, feltnotat, bilder og lydopptak

(Høgheim, 2020, s. 134-137). Dokumentanalyse er også en mye brukt metodeteknikk innen kvalitativ forskning. I en dokumentanalyse er det slik at datamaterialet som blir undersøkt er blitt til med et annet formål enn det forskeren nødvendigvis studerer, dette står i kontrast til både intervju og observasjon hvor datamaterialet som blir produsert er planlagt og målrettet for å kunne si noe om et tema eller en problemstilling. Kildene som blir brukt i en dokumentanalyse bør følges nøye opp og referanser som er brukt bør også undersøkes, og deres referanser igjen. Dette vil skape et nettverk av kilder som danner grunnlaget for datamaterialet forskeren kan fordype seg i for å finne svar på sine spørsmål (Thagaard, 2013, s. 59-60).

For best mulig å svare på problemstillingen med tilhørende forskningsspørsmål har jeg valgt intervju og observasjon som datainnsamlingsstrategier. Intervju er godt egnet for å få et innblikk i hvordan personer forholder seg til sin situasjon (Thagard, 2013, s.12). Intervjuene blir gjennomført for å få en innsikt i hvordan lærerne forstår begrepet utforskende matematikk. Deres oppfattelse av utforskende matematikk sin påvirkning på motivasjon og forståelse for matematikk hos elevene sine, er også tema for undersøkelse i intervjuene. Muligheten til å grave dypere i lærernes undervisningspraksis vil bli benyttet som et supplement til det som kan komme frem av observasjon av undervisning. Observasjon egner seg godt for å se hvordan personer interagerer og forholder seg til hverandre (Thagaard, 2013, s. 12), hvordan lærerne organiserer og strukturerer sin undervisning vil være et fokusområde for observasjonen. Hvordan lærerne forholder seg til elevene i arbeid med oppgaver og hva slags hjelp de får vil bli notert, det er også nødvendig i denne studien for å se på hva slags oppgaver som blir presentert og på hvilken måte de blir presentert i matematikkundervisning.

3.4 – Datainnsamling

Utvalget i kvalitative studier, det vil se hvem og hva forskeren skal undersøke, baserer seg på strategiske valg. Forskeren må se etter personer som har kvaliteter eller egenskaper som er hensiktsmessige med tanke på formålet med studien, og situasjoner som passer til problemstillingen (Thagaard, 2013, s. 60). For mitt vedkommende vil det være relevant å få tak i matematikk lærere som jeg kan observere og intervju. Dette betyr at utvalget mitt blir begrenset til de som har undervisningskompetanse i matematikkfaget og også underviser i faget. Samtidig bør personene undervise mellom 5. og 10. trinn. Tilgjengelighet er også et aspekt som må tas med i betraktning når man etablerer utvalget for en undersøkelse. Det er flere ting man kan gjøre for å etablere kontakt med potensielle respondenter til en

undersøkelse (Thagaard, 2013, s. 61). Det kan i denne prosessen være nyttig å ta i bruk diverse kontakter man har innenfor feltet for studien i søken etter noen som kan passe kriteriene du er ute etter og som er villige til å delta i studien. Når kontakt først er oppnådd med personer i feltet kan du be om tilgang til flere personer de vet om som kan passe, dette blir kalt for «snøballmetoden» (Thagaard, 2013, s. 61). Hva slags type mennesker man inkluderer i studien bør også overveies. Dersom alder, kjønn, sosioøkonomisk status og så videre vil kunne ha påvirkning for studien bør det gjøres vurderinger i hvem som blir inkludert i studien for å dekke spektret av mangfold (Thagaard, 2013, s. 63). Utvalgets størrelse, altså hvor mange observasjoner, intervju eller dokument som granskes må også overveies. I kvalitative studier er det analytiske arbeidet ofte tidkrevende og ressurskrevende, dermed er det ikke nødvendigvis slik at et stort utvalg alltid er bedre. Det vil også antakeligvis komme et «metningspunkt» da man ikke lengre får mye ny innsikt ut av flere datakilder (Thagaard, 2013, s. 65). I mitt prosjekt vil jeg ta til sikte på å skildringer fra observasjon av tre læreres undervisning, og intervjuer med lærerne som datakilde. Med muligheter for flere dersom dette viser seg å bli et for lite utvalg.

3.4.1 – kontakt med feltet

Arbeidet med å finne informanter og klasser og observere viste seg mer utfordrende enn først antatt, samtidig som jeg jobber med min masteroppgave er det rekordmange andre studenter som gjør det samme. Dette har lagt et økt press på skolene som empiriinnstillingsarena og deres kapasitet til å kunne tilrettelegge for masterstudenter er blitt utfordret. Originalt tenkte jeg å gjennomføre mine undersøkelser på ungdomstrinnet, men av pragmatiske årsaker blir det lagt på barneskoletrinnet. Jeg ser ikke på dette som en begrensning i studien. Etter min bedømming er det like store, hvis ikke større muligheter for utforskning på barnetrinnet som ungdomstrinnet, da matematikken ikke er like teoretisk og abstrakt her.

For å få tak i respondenter til min undersøkelse startet jeg med å kontakte flere ungdomsskoler og sendte ut et infoskriv om hva oppgaven gikk ut på. Dette forsøket på å komme i kontakt med mulige lærere bar ikke frukter, og jeg måtte etter hvert benytte meg av kontakter på forskjellige skoler som kunne hjelpe meg. Jeg fikk tak i tre lærere jeg skulle observere undervisningen til, og ha intervjuer med. Disse jobber på to forskjellige skoler. I første omgang hadde jeg kontakt med tre lærere på samme skole, men omstendighetene rundt arbeidshverdagen gjorde at to av de tre ikke hadde mulighet til å stille allikevel. Igjen har

dette skapt en mulighet for meg til å se på differansene mellom praksis på to skoler, selv om dette ikke er en del av forskningsspørsmålet kan det være interessant å få noe innsikt i.

3.5 – Datainnsamlingsstrategier

I denne oppgaven vil datainnsamlingsmetodene som blir anvendt være observasjon av undervisningstimer i matematikk og intervjuer med matematikklærerne. Under vil det bli beskrevet implikasjonene ved forskjellige fremgangsmåter ved disse metodene og de vurderingene som ble tatt i med tanke på valg av disse.

3.5.1 – Observasjon

Observasjon som metode ble valgt ettersom jeg ønsker å se på hva slags oppgaver lærere bruker i sin matematikk undervisning, men om det kun var oppgavene som var interessante ville det vært mer hensiktsmessig og ha en tillitsbasert innsamling av hvilke oppgaver som blir tatt i bruk. Jeg ønsker også å se på hvordan oppgavene blir introdusert og hvordan de blir arbeidet med i klasserommet. Observasjonen vil være åpen, jeg ser det verken som nødvendig eller praktisk å skulle ha en skjult observasjon, samtidig som dette reiser noen etiske komplikasjoner (Høgheim, 2020, s. 135).

Etttersom temaet for undersøkelse i oppgaven handler om hvordan en lærer kan undervise i utforskende matematikk ønsker jeg å se på hvordan dette gjøres i praksis og vil da se på en så naturlig kontekst som mulig. Kvarv peker på det at å observer et fenomen i en så naturlig kontekst som mulig helst bør skje uten innblanding fra observatør (Kvarv, 2021, s. 171). Derfor vil jeg ta til sikte på å ha en ikke-deltakende observasjon. Når det er en naturlig kontekst man er ute etter er det viktig at man ikke skiller seg for mye ut og at man blir akseptert av gruppen man skal undersøke. Dette kan arte seg på forskjellige måter og man må tilpasse ut ifra situasjonen (Thagaard, 2013, s. 78). For at mitt nærvær skal påvirke så lite som mulig må jeg etterstrebe og blende inn i systemet som er satt. Dette vil innebære bekleddning, plassering i klasserom og hvordan jeg ter meg (Kvarv, 2021, s. 171). Jeg får derimot ikke muligheten til å delta i aktiviteten og stille spørsmål eller søke oppklaring (Høgheim, 2020, s. 136). Samtidig ligger det en grad av fleksibilitet i kvalitative forskningsprosjekter, det er rom for å endre datainnsamlingsstrategi underveis i undersøkelsen (Thagaard, 2013, s. 32). Hvis det viser seg at ikke-deltakende observasjon ikke er tilstrekkelig for å avdekke det jeg er på jakt etter, kan det tenkes at forsøket på å oppnå en naturlig kontekst, bør vike for å ha

muligheten til å stille oppklarende spørsmål. Observasjonene vil bli dokumentert i form av feltnotater og vil bygge på en observasjonsguide. Hvordan lærerne introduserer læringsmål for timen, hva slags oppgaver som blir brukt og hvordan lærerne interagerer med elevene i timen vil være fokusområdene for observasjonen. Ettersom ingen persondata blir dokumentert i feltnotatene er det heller ikke nødvendig å melde denne delen av datainnsamlingen til NSD. Vurderingen med å ikke filme eller ta lydopptak av observasjon er gjort av pragmatiske hensyn, det er etter min vurdering ikke nødvendig med den slags innhenting av data. Oppgavene som blir presentert i undervisningen kan og vil bli hentet inn, så lenge jeg får tillatelse fra lærer, og introduksjon og interaksjon omhandlende oppgavene vil bli dokumentert skriftlig. Godkjenning fra foreldre til å samle informasjon fra barn, og søknad til NSD ville vært nødvendig, samtidig som mitt nærvær i klasserommet under observasjon ville da blitt tydeligere og kunne fått en større innvirkning på undervisningssituasjonen.

3.5.2 – Om observasjon og feltnotat

Observasjon i en forskningskontekst krever registrering av data. Dette kan gjøres på flere måter som ved å ta bilder, lydopptak eller ved videofilming (Høgheim, 2020, s. 137). Hvis man benytter seg av denne typen datainnsamling, kan det gjøre rekrutteringsprosessen noe mer komplisert, spesielt når man skal undersøke klasseromsfenomener. Man vil da måtte søke NSD om tillatelse til å samle inn den type personinformasjon og man må innhente samtykke fra eventuelle involverte personer (Høgheim, 2020, s. 137). I forkant av observasjon er det også vesentlig med forberedelser i forhold til observasjonen. Man bør konstruere en observasjonsguide, som fungerer som en overordnet plan for hva man skal se etter, hvem man skal ha søkelys på og hvor mye fokus man skal ha på notering under observasjon. Det er ikke alt man får med seg når man observerer uten hjelp av lyd eller videoopptak, men med en god plan for observasjonen og ved hjelp av forkortinger i notatene kan man få med seg mye av det man ønsker å observere (Høgheim, 2020, s. 136). Det er ikke noe mål å få med seg alt som skjer i klasserommet da det er spesifikke ting jeg er der for å observere. Det jeg vil rette spesifikk oppmerksomhet mot er hvordan lærer introduserer tema og oppgaver, hvordan interaksjonene mellom lærer og elever er i arbeidet med oppgavene og hvordan disse eventuelt blir tatt opp i plenum. Det vil bli tatt notater underveis i observasjonen og i etterkant, oppgavene som blir brukt vil bli samlet inn i forkant av observasjonen så jeg ikke trenger å bruke tid på registrering av oppgavene underveis i observasjonen.

3.5.3 – Observasjonssituasjonene

Observasjonsstasjonene i hver klasse startet alle med at jeg introduserte meg for elevene og sa noe om hvem jeg er og hvorfor jeg var der. Hos L1(Lærer 1) satt jeg bakerst i klasserommet på en vindushylle, denne hyllen gikk langs hele klasserommet og jeg bevegde meg tidvis opp og ned langs denne. Elevene gjorde uttrykk for at de var klar over min tilstedeværelse, men det virket ikke som om dette brydde de i noen særlig grad. Elevene virket engasjerte og ivrige gjennom tiden jeg var der. Hos L2(Lærer 2) stod jeg bakerst i klasserommet ved noen hyller. I denne klassen virket det som elevene fort glemte at jeg var til stede da ingen av de så på meg eller anerkjente mitt nærvær. Denne klassen er vant med å ha fremmedpersoner inne i klasserommet da læreren deres er praksislærer og har hatt flere studenter inne i klasserommet tidligere. Under observasjon av L3(lærer 3) sin undervisning satt jeg bakerst i klasserommet. Her var det en elev som kontaktet meg direkte et par ganger, den første gangen var det for å si noe eleven syntes var morsomt, jeg svarte kort og gestikulerte at jeg burde ha fokus på å notere. Den andre gangen var det for å spørre om eleven kunne gå på toalettet, jeg refererte eleven da til lærer. Denne økten hadde elevene også noen aktiviteter utendørs, jeg ble da med ut og observerte fra sidelinjen, bortsett fra de siste ti minuttene. Lærer lurte på om jeg kunne bistå i en aktivitet hvor jeg skulle fungere som en som sjekket svarene til elevene i en hoderegningsaktivitet.

3.5.4 – Intervju

Intervju som metode brukes for å få frem personers opplevelser, oppfatninger og erfaringer av en situasjon. Informasjonen som kommer frem i denne typen datainnsamling vil være kommunikativ, dette betyr at det ikke bare er det som blir sagt som er av verdi med også måten det blir sagt på. Kroppsspråk, pauser, ordlyd og formuleringer er også med på å danne et inntrykk av informasjon (Høgheim, 2020, s.130). Forskningsintervju kan struktureres på forskjellige måter, avhengig av hva forskeren ønsker å få ut av situasjonen. Intervjuet kan gå nærmest som en vanlig samtale hvor intervjuer stiller spørsmål innenfor et overordnet tema og gjerne følger opp avgreininger som intervjuobjekt kan bringe til samtalen som forskeren ikke hadde tenkt på i forkant. Dette kan brukes i innledning til en undersøkelse for å være med å presisere området for undersøkning. En helt annen tilnærming til intervjuet kan være en relativt satt struktur hvor spørsmål og oppfølgninger i stor grad er bestemt i forkant og det ikke er det samme rommet til avgreininger. En fordel med dette er at ved flere intervjuer er det lettere med en sammenlikning, da alle intervjuobjekter i større grad har besvart de samme spørsmålene, dette kan gi en mer presis analyse av dataene. Det er også mulig å kombinere disse ytterpunktene ved å ha er delvis strukturert intervju, hvor temaet og spørsmål er satt,

men strukturen ikke er like tydelig og rommet for innspill og oppfølging er større (Thagaard, 2013, s. 98). Strukturen på intervjuet kan bestemmes ut fra hva slags informasjon forskeren er ute etter, noen ganger trenger forskeren informasjon fra personer som har direkte kjennskap til en hendelse eller tema som undersøkes. Da kan intervjuobjektet settes inn som en erstatningsobservatør til å gjengi det som har utspilt seg (Kvarv, 2021, s. 165). I en slik situasjon kan et mindre strukturert intervju lønne seg, da forskeren på forhånd ikke sikkert kan vite hva erstatningsobservatøren kan komme med og må derfor være åpen for nye innspill. Er forskeren mer interessert i faktabaserte utsagn og observasjoner fra situasjoner som gjerne kan underbygges med fakta, og ikke interessert i fortolkninger eller generaliseringer, kalles dette informantintervju (Kvarv, 2021, s. 165). En slik intervjusituasjon kan preget av en mer formell situasjon og en tydeligere struktur. Derimot kan man også være interessert i personlige følelser, oppfatninger og erfaringer kalles det et respondentintervju. En slik setting vil ha en mer uformell og ustrukturert tone ved seg (Kvarv, 2021, s. 166).

I gjennomføringen av intervjuet bruker forskeren seg selv som instrument for innsamling av data. Dette krever at forskeren, eller den som gjennomfører intervjuene, har en forkunnskap for temaet og at de har med seg en faglig ekspertise og mestrer den sosiale relasjonen (Thagaard, 2013, s. 99). Situasjonen krever en personlig kontakt og i den kvalitative metoden i humaniora forskningen forsøker man å oppheve det klassiske naturvitenskapelige subjekt-objekt forholdet. Man søker en symmetrisk utveksling av tanker og ideer (Kvarv, 2021, s. 165). En utfordring her kan være det at intervjuer og respondent vil ha en uharmonisk forståelse for begrepene som diskuteres, det vil da være hensiktsmessig å stille oppklarende spørsmål for i større grad å sikre at man ha samsvarende referanserammer.

Intervjuene vil bli av en semistrukturert grad og vil bli stilt åpnet for å ha muligheten for avgreininger og andre innspill tilgjengelig for respondenten. Intervjuguiden er utformet mer som en støtte for å holde meg på temaet, enn en sjekklister vi må komme oss igjennom (Vedlegg 3). Dette gjøres fordi ønsket utfall fra intervjuene vil gi innsikt i hvordan lærer planlegger, som heller mot et informantintervju hvor en mer formell struktur kunne vært aktuelt. Samtidig må det være åpent for at andre aspekter dukker opp i intervjusekvensen, ettersom jeg ønsker å få tak i lærers tanker og vurderinger i planleggingsfasen. Og også hvordan lærer opplever elevs arbeid med utforskende matematikk. Det vil også være aktuelt å undersøke lærers forståelse av begrepet utforskende matematikk.

I gjennomføringen av selve intervjuet blir det viktig at jeg i så liten grad som mulig påvirker respondenten. Hvilken måte jeg stiller spørsmål på, om jeg har en åpen eller lukket stilling, hva kroppsspråket mitt forteller og en rekke andre faktorer vil spille inn på hvordan den jeg intervjuer vil svare på spørsmål (Høgheim, 2020, s. 109). Poenget er ikke å prøve å eliminere meg selv i intervjuet, men å være bevisst min rolle og hvordan det kan påvirke respondenten. Jeg må heller ikke legge opp til hva jeg ønsker av svar for å motvirke sosial ønskelighet, et underbevisst ønske om å svare «riktig», samtidig som man unngår konfronterende spørsmål som kan være med på at intervjuobjekt lukker seg mer i samtalen. Det samme vil gjelde ledende spørsmål som legger opp til et bestemt svar i intervjuet (Høgheim, 2020, s. 109: Kvarv, 2021, s. 167).

Intervjuene vil bli tatt opp med lydopptaker, som vil krypteres, transkriberes og anonymiseres fortløpende etter intervjuene. Ettersom det blir tatt opptak av respondentenes stemmer og dette regnes som en personopplysning er prosjektet meldt til NSD. Prosjektet er godkjent og søknaden finnes under referansenummeret: 542521 (Vedlegg 1).

3.5.5 – Om intervju og transkripsjon

Datamaterialet som blir registrert i intervjuene vil bli tatt opp av lydopptaker og bli transkribert. Det er en fordel å ha materialet på opptak dersom intervjuobjekt sier seg villig til dette, det vil sørge for at det som kommer frem i intervjuet blir bevart (Thagaard, 2013, s. 112). Argumentet for transkripsjonen ligger i at skriftlig materiale er lettere å analysere enn tale, det blir lettere å ta tak i spesielle ting som blir sagt og sette de inn i sammenheng når det finnes som tekst. Transkripsjonen bør være så nærliggende det faktiske intervjuet som mulig (Høgheim, 2020, s. 133). Notater bør også fungere supplerende til opptaket, det som da blir inkludert i notatene kan inkludere ikke verbale former for kommunikasjon som kroppsspråk eller ansiktsuttrykk. En utfordring med notater og som også gjør bruken av lydopptak så nyttig er det at hvis en forsker noterer under intervjuet vil mye av oppmerksomheten bli rettet til dette. Det kan være med på at forskeren ikke er i stand til å få med seg helt hva respondenten formidler og heller ikke er i stand til å følge opp intervjuet på best mulig måte mens situasjonen utspiller seg (Thagaard, 2013, s. 112). Derfor vil registrering av kroppslige uttrykk heller ikke bli notert under intervjuet, for å kunne vie hele min fulle oppmerksomhet til det som blir sagt. I etterkant av intervjuet vil mitt generelle inntrykk av situasjonen og personen bli notert for å kunne si noe om hvordan det har gått.

3.5.6 – Intervjusituasjonene

Det første intervjuet som ble gjennomført var med L1, vi fikk sitte uforstyrret på et grupperom mens intervjuet pågikk. Læreren hadde fått innsikt i spørsmålene jeg skulle stille og var klar over at det muligens kunne komme oppfølgingsspørsmål eller digresjoner. Selve intervjuet varte i litt over 20 minutter, og vi snakket litt om det i etterkant. Intervjuet av L2 foregikk i hens klasserom, vi satt på hver vår side av en pult. Utenfor klasserommet var det noen barn fra SFO som lekte. L2 hadde mye på hjertet og intervjuet varte i nesten 30 minutter. L3 sitt intervju ble gjennomført på et kontor jeg fikk låne da jeg var på skolen. Her fikk vi sitte helt uforstyrret. Sekvensen varte i underkant av 20 minutter, men vi fikk snakket om alt som var inkludert i intervjuguiden og litt rundt dette. Da intervjuene startet gikk jeg inn i en mer formell rolle enn da jeg hadde observert og snakket med lærerne i forkant av intervjuene. Jeg gjorde så godt jeg kunne med å forberede lærerne på dette, men det virket som de tenkte litt over det helt i starten selv om dette gikk fort over. Jeg var oppmerksom på mitt eget kroppsspråk og satt i en åpen stilling med armene ved siden av kroppen eller oppå bordet under intervjuet. Jeg nikket og forsøkte å lytte til det informantene hadde å komme med uten å konsentrere meg for mye om tiden eller de neste spørsmålene, det er klart dette hadde en innvirkning på samtalene våre uansett. Men jeg fikk stilt oppfølgingsspørsmål der jeg følte det nødvendig, og opplever det ikke som en utfordring med tanke på gjennomføringen av intervjuene.

3.6 – Analytisk metode

I gjennomgangen av empiri og som et innledende ledd til analysen av datamaterialet ble det lest og skrevet et memo til hvert intervju og hver observasjon. Dette ble gjort for å gi meg selv et overblikk over dataen og en forventning om hva slags koder og kategorier som kan danne seg i analysearbeidet (Høgheim, 2020, s. 205). En annen fordel med å gjøre dette er at jeg blir bedre kjent med dataene og i større grad blir i stand til å sammenkoble enkeltdeler med helheten av materialet (Høgheim, 2020, s. 203). I arbeidet med analysen av datamaterialet er det blitt lagt til koder til enkelte utsagn og elementer fra observasjon. Til dette arbeidet er det mulig å anvende flere datahåndteringsprogrammer som kan være med på å gjøre det kodete materialet mer oversiktlig og anvendelig (Høgheim, 2020, s. 201). Det er også mulig å kode og analysere materialet ved bruken av tekstbehandlingsprogrammer som Word, som er et program jeg kjenner til og kan bruke fra før. Datamaterialet til oppgaven er heller ikke av en

størrelse som gjør at det opplevdes som overveldende å skulle bruke Word til behandlingen av materialet. Derfor er det vurdert til å ikke bruke ekstra tid på å lære meg et nytt analyseprogram for å behandle empirien fra undersøkelsene i denne oppgaven. Det å bruke Word som analytisk verktøy bør være tilstrekkelig for å kunne utføre et godt analytisk håndverk (Høgheim, 2020, s. 201).

I tolkningen av datagrunnlaget er materialet først blitt kodet. Kodene er korte beskrivelser eller ord som er meningsbærende for innholdet plassert innenfor koden. Til noen av kodene er ord brukt av informantene selv brukt, andre steder har en beskrivelse av det som blir formidlet anvendt. Dette er en kombinasjon av to ofte brukte metoder å kode datamateriale på. *In vivo-koding* er fenomenet der språket i datamaterialet er dannende for kodene som blir brukt inn i analysearbeidet. Mens *deskriptive koder* er når man benytter seg av en kort meningsbærende beskrivelse av det som kommer frem (Høgheim, 2020, s. 205). Eksempel på dette fra intervju med lærer 1:

In vivo-kode:

«Egentlig så hørte jeg om diagnostisk undervisning tanken om en mer undersøkende og utforskende matematikk før jeg tok studiet for 10 år siden og det egentlig litt fanget av det da! egentlig gjort det litt ganske mange år kanskje litt større grad nå, men jeg har på en måte alltid hatt fokus på det.» (L1, Transkripsjon 1)

Dette utsagnet fikk tilskrevet koden «diagnostisk undervisning», som er tatt direkte fra det informanten forteller om.

Deskriptive koder:

«Alle faglige og didaktiske opplegg ligger på Teams tilgjengelig for alle. Hver eneste leksjon, hver eneste time, i hver eneste klasse ligger til enhver tid på Teams. Så vi kan gå inn i hvilket som helst fag, i hvilken som helst periode se årevis tilbake.» (L1, Transkripsjon 1)

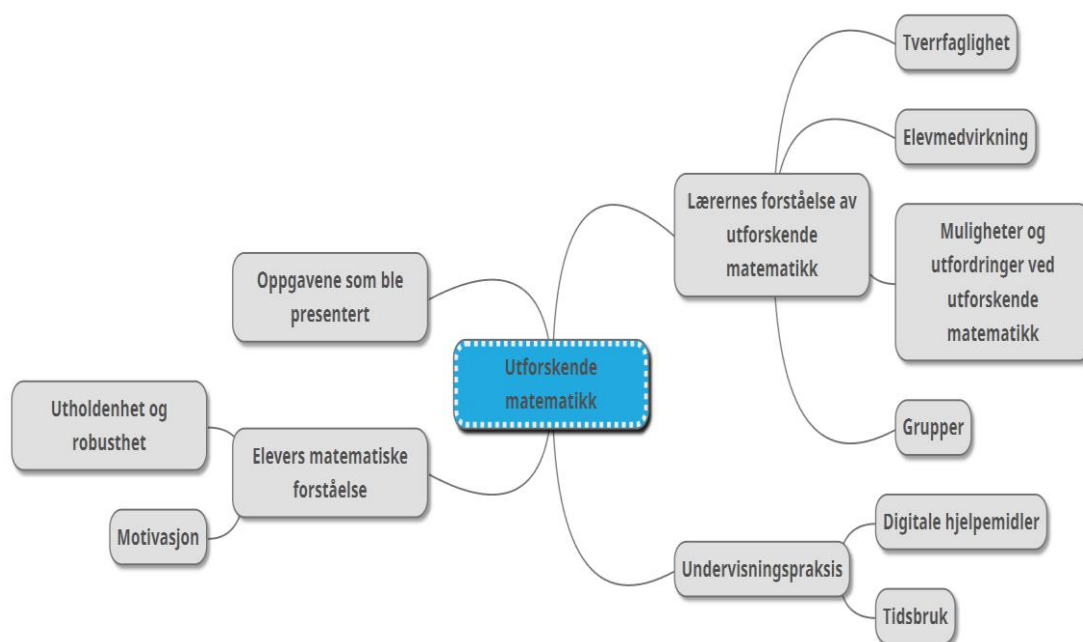
Dette utsagnet fikk tilskrevet koden «delingskultur», læreren selv brukte ikke ordet, men jeg anser det for å være meningsbærende for hva informanten fortalte.

3.6.1 – Kategorier

I arbeidet med å sette sammen kodene for å danne meg et helhetsinntrykk av empirien ut fra de forskjellige elementene som viste seg ved undersøkelsen begynte jeg å sette sammen kategorier. Disse kategoriene kan sies å være en representasjon av datagrunnlaget. Samtidig er det viktig å være klar over at et annet inngangspunkt der man ser etter noe annet enn utforskende matematikk kunne man kommet frem til andre kategorier og utelatt deler av materialet som jeg har inkludert.

I utarbeidingen av kategoriene har jeg brukt en induktiv tilnærming. Det er dataene som har skapt kategoriene. I bruken av induktiv analyse vil kategoriene ikke bære mening i kraft av seg selv eller et teoretisk rammeverk og må derfor defineres og forklares (Høgheim, 2020, s. 207).

Kategoriene som blir løftet frem i presentasjon av funn og drøftingen av disse funnene ble skapt ut fra kodene jeg lagde til intervjuene og datamaterialet fra observasjonene. Kategoriene får deskriptive navn som vil inneholde essensen av kodene som er med å konstruere kategoriene. Noen av kategoriene vil overlape i noen grad da flere av kodene kan passe inn under flere kategorier. Funnene vil bli presentert under hver sin kategori med data fra intervju og observasjon. Det vil tidvis bli sitert fra intervju, ellers vil sammenfatninger av innhold og mening fra intervju og observasjon bli presentert så objektivt som mulig.



Figur 3.

Figuren viser sammenhengen mellom kategoriene som kom frem i analysen av datamaterialet og hvordan disse henger sammen med hverandre.

Elevmedvirkning

Elevmedvirkning og elevaktivitet kom frem som noe som står sterkt i forståelsen til lærerne om utforskende matematikk. Hvordan lærerne forstår dette og inkluderer det i sin undervisning ble satt til denne kategorien. Fra observasjon ble det også registrert data som passer inn under denne kategorien.

Lærers forståelse av utforskende matematikk

Lærerne fikk spørsmål direkte om hvordan de forstår utforskende matematikk, deres svar samt andre utsagn fra intervjuet er det som danner grunnlaget for denne kategorien.

Digitale hjelpemidler

Koder som har blitt plassert under denne kategorien er utsagn fra intervju og momenter fra observasjon. Det er lagt til hvordan elevene bruker digitale hjelpemidler under opplæring av matematikk, samtidig som hvordan lærerne selv bruker digitale hjelpemidler til å planlegge undervisning og finne frem til utforskende opplegg og oppgaver.

Motivasjon

Kategorien motivasjon består av utsagn fra informantene knyttet til motivasjon i forhold til elever og lærerne selv. Samtidig som min opplevelse av elevenes motivasjon og engasjement fra observasjon er blitt registrert.

Elevers matematiske forståelse

I denne kategorien ble lærernes opplevelse og innsikt i elevenes matematiske forståelse er i og med arbeidet med utforskende matematikk.

Tverrfaglighet

Under intervjuene kom det frem at tverrfaglighet var et element ved matematikk hvor utforskning kunne komme til syne. Samtidig som dette er et sentralt aspekt i utforskende matematikk fra før av da mye av utforskning kan plasseres i andre kontekster enn ren matematikk og dette åpner mulighetene for å bruke matematikken inn i andre fag. Det er også plassert fenomener fra observasjon i denne kategorien.

Tidsbruk

Tidsbruk handler om hvor mye tid lærerne forteller at de bruker på planlegging og etterarbeid i forhold til matematikkundervisning. Kategorien inkluderer også hvor mye tid lærerne anslår at de bruker på å gjennomføre utforskende matematikkopplegg i sin undervisning. Fra observasjon ble det også notert omtrentlig tidsbruk for elevarbeid og lærerintroduksjoner.

Muligheter og utfordringer ved utforskende matematikk

Hvilke muligheter og utfordringer som kan dukke opp innen utforskende matematikk og hvordan lærerne snakket om dette er bestanddelene til denne kategorien. Her vil også noen muligheter som forekom under observasjon være. Samtidig vil noe av tidsbruk aspektet være overlappende med denne kategorien.

Utholdenhet og robusthet

En av lærerne trakk frem hvordan de opplever elevene som mer robuste og utholdende i arbeidet med matematikk nå enn tidligere år som lærer. Hens beretninger samt hvordan en annen lærer jobber med å gjøre elevene utholdende og motstandsdyktige er blitt plassert i denne kategorien. Hvordan min opplevelse av elevenes utholdenhet i arbeidet på skolen blir også inkludert.

Grupper

Denne kategorien består av hvordan lærerne tenker en gruppe bør være med tanke på størrelse og oppsetning, hva de tenker er fordelene og utfordringene med gruppearbeid og hvordan dette kom til syne under observasjon.

Oppgavene som ble presentert

Noen av de oppgavene som ble brukt i undervisningssituasjonene da jeg var til stedet vil bli gjengitt i denne kategorien. Jeg har ikke lisens til oppgavene så de vil ikke bli presentert som det står i boken med bilde av oppgaven, men beskrevet etter beste evne.

Undervisningspraksis

Inkludert i denne kategorien ble lærernes beretninger om hvordan de bruker utforskende matematikk i sin undervisning. Data fra observasjon knyttet til spesifikke hendelser omhandlende lærernes undervisningspraksis er også blitt plassert i denne kategorien. Lærerne fortalte også om oppgaver eller prosjekter de anser for å være utforskende.

Innholdet til kategoriene vil bli presentert i Kapittel 4 – Resultater, ikke alle temaer vil dukke opp som kategorien presentert ovenfor. Enkelte kategorier er koblet sammen for å skape et bedre helhetsinntrykk av funnene og sette det i kontekst med hverandre.

Kapittel 4 – Resultater

I dette kapittelet vil resultatene fra analysen av datamaterialet som er blitt innhentet fra intervju med og undervisningsobservasjon av de tre lærerne. Forskningsspørsmålene knyttet til problemstillingen har vært styrende for strukturen av kapittelet. Påfølgende hvert tema som blir presentert vil det være en drøfting av funnene. I presentasjonen vil de tre lærerne bli omtalt som L1, L2 og L3, for lærer 1 osv., det kjønnsnøytrale ordet «hen» vil også konsekvent bli benyttet der det er naturlig å henwise til kjønn. Dette gjøres av hensyn til personvern.

Problemstillingen for oppgaven er «Hvordan bruker et utvalg lærere utforskende matematikk i sin undervisning?», med tilhørende forskningsspørsmål:

«Hva ligger i et utvalg lærere sin forståelse av utforskende matematikk?»

«Hvordan interagerer et utvalg lærere med sine elever i matematikkundervisning?»

«Hvilke muligheter og utfordringer kan være knyttet til bruken av utforskende matematikk?»

4.1 – Lærernes forståelse av utforskende matematikk

Begrepet utforskende matematikk blir her presentert fra lærernes perspektiv. Hvordan lærerne oppfatter elevenes motivasjon og deres tanker om utholdenhet og robusthet i arbeid med matematikk vil også bli presentert.

Lærerne som har vært med på denne undersøkelsen har alle fått spørsmål om hvordan de ser på utforskende matematikk. I en samtale om hvordan utforskende matematikk kan komme til syne i et klasserom er det vesentlig at man har en forståelse for hva man tenker om begrepet og hvordan det blir forstått av den enkelte.

Erfaringsmessig kan man si at de tre lærerne i undersøkelsen stiller godt. L1 har 11 års erfaring som matematikklærer. Hen har jobbet stort sett på småtrinnet, men fulgt flere klasser fra 1. til 4. og 2. til 5. klasse. L2 har jobbet som matematikk lærer i nesten 20 år og fulgt forskjellige klasser, primært klasser på mellomtrinnet, til tross for at hen mangler formell undervisningskompetanse i matematikk. Den tredje læreren i undersøkelsen, L3, sier hen har undervist i matematikk i litt over 20 år. L3 tar videreutdanning i matematikk og er svært fornøyd med studiene. For øyeblikket er L1 og L2 kontaktlærere i klassene sine, for

henholdsvis 5. og 6. trinn. L3 jobber som faglærer og underviser i matematikk på 6. trinn og 7. trinn.

4.1.1 – Begrepet utforskende matematikk

De tre lærerne i undersøkelsen sier alle at de tenker utforskende matematikk handler delvis om det elever kan bruke den kunnskapen de har fra før inn i nye sammenhenger. Det å kunne identifisere mønstre eller å kunne forklare hvorfor ting er som de er blir også trukket frem som vesentlig.

«Da tenker jeg at handler om å undersøke og sammenligne og se etter sammenhenger for elevene uten å gi løsningen, eller gi en faginnføring, nødvendigvis i første omgang. Men at de skal oppdage å se mønsteret og se sammenhenger selv. først for å kunne sette det i sammenheng senere for eksempel når jeg har en faginnføring så har de en forståelse av det allerede.» (L1, Transkripsjon 3)

«ja da tenker jeg at man skal på en måte bruke det som de har lært og kan fra før i nye sammenhenger, bruke mer enn bare det som står i læreverket å prøve å tenke litt (...) finne løsninger lage seg regler.» (L3, Transkripsjon 3)

Elevmedvirkning og aktive elever er et annet aspekt som virker å stå sterkt hos L2 i hens forståelse av utforskende matematikk. Hen snakker om hvordan elevene selv arbeider med å jobbe frem regler og algoritmer for å kunne løse diverse problemer. At elevene danner en forståelse for det de jobber med blir trukket frem som vesentlig for hens undervisning. De forteller også at de viser og eksemplifiserer selv med anerkjente matematiske fremgangsmåter, samtidig som det blir understreket at det ofte er flere måter å løse problemer på. I den hjelpen lærerne gir til elevene i arbeid med matematikk oppgaver er det liten grad av fremleggelse av strategier og metoder, men heller motivasjon til å fortsette med å prøve.

«Utforsk matematikk da tenker jeg på at det skal være elev elevstyrt, elevaktivt. Vi skal finne ut noe.» (L2, Transkripsjon 2)

«... hva tenker vi her uten at jeg legger føringene, at vi ikke gjør sånn og sånn det her er løsningen, gjør de og de oppgavene. At de skal prøve å finne ut litt selv da, og gjerne fremheve det at den har løst på den måten, mens den har løst det på denne måten, og begge deler er riktig. Så jeg håper og tror at jeg lar de utforske litt da, det er

jo veldig sentralt i den nye læreplanen, med at de skal prøve å finne litt svar selv.»
(L2, Transkripsjon 2)

Utforskende oppgaver

Et annet aspekt som blir trukket frem er at i utforskende matematikkoppgaver bør det være flere måter å løse oppgaven på.

«Ja det gjør vi det synes jeg vi er ganske flinke til og da som jeg sa i stad at jeg prøver å få vist flere metoder at begge deler er riktig ikke sant hvis du skal finne en løsning på noe, sånn at ikke bare er en vei til Rom.» (L2 Transkripsjon 2)

De tre lærerne gjør et poeng ut av at de prøver å tydeliggjøre dette aspektet for elevene sine. Samtidig peker L1 på det at selv om det er flere måter å løse en oppgave på er det ikke nødvendigvis en åpen oppgave.

«Ja jeg tenker at det var ikke så mye å undersøke det var en tekstoppgave rett og slett det var ikke en sånn veldig åpen eller rik det var ikke flere muligheter, det var flere måter å løse den på, men det var ikke noe åpen eller rik oppgave synes jeg.» (L1, Transkripsjon 1)

Ved videre samtale om hva en åpen eller rik oppgave kan være kommer det frem at det er en oppgave som fungerer selvtilpassende på et vis. Det skal være mulig for alle elever å delta på sitt nivå, denne tankegangen står svært sentralt i L1 sin didaktiske profil. Dette med vanskelighetsgrad på oppgavene kommer frem i de andre lærernes betraktninger også, men de beskriver det heller som at de gjør tilpasninger på oppgavene til forskjellige elever. L2 snakker en del om mattenøtter, problemløsende oppgaver og grubliser, hens forståelse av begrepet utforskende matematikk fremstår som bred og at det er mye som inngår i dette. Samtidig trekker hen frem det at «... men jeg tenker at at utforskende læring er mer enn grubliser.» (L2, Transkripsjon 2), den dialogen som opprettholdes med elevene under arbeidet med matematikk og at de danner seg en forståelse for matematikken og at det ofte er flere måter å tilnærme seg et problem på går igjen flere ganger under intervjuet. L1 forteller at hen ble tidlig inspirert av diagnostiske oppgaver som var med på å rette fokuset mot utforskende matematikk oppgaver.

«... egentlig så hørte jeg om diagnostisk undervisning tanken om en mer undersøkende og utforskende matematikk før jeg tok studiet for 10 år siden og ble egentlig litt fanget av det da!» (L1, Transkripsjon 1)

At elevene blir mer villig til å stå i utfordringer og at de blir mer motstandsdyktig er en fordel L1 og L2 nevner med tanke på arbeid med utforskende matematikk. Ut fra nasjonale prøver mener L2 hen kan se at elevene i større grad stopper opp og gir vanskelige oppgaver et reelt forsøk, i stedet for å gi opp i møte med utfordringer. Mye av den hjelpen og veiledningen læreren gir til elevene i arbeid med oppgaver på skolen dreier seg om å motivere til å fortsette.

L1 opplever stor variasjon i forhold til hvor lenge en elev orker å holde på med en oppgave før de gir seg. De jobber mye med dette at man ikke skal gi seg etter første forsøk, og at dersom man sitter fast bør man prøve å lese oppgaven igjen eller skifte løsningsstrategi.

Utforsking gjennom spørsmål

Det er ikke bare de oppgavene og aktivitetene som blir tatt i bruk i undervisning som kan ligge innenfor utforskende matematikk, L3 poengterer det at spørsmålene man stiller i timene og den samtalen man har med elevene også kan være en inngang til utforskning.

«... nei utforskende oppgaver i mindre behøver ikke mer tidkrevende å planlegge. De tverrfaglige føler jeg er det. Nei det er helt klart, så det er måten vi stiller spørsmålene i timen på og.» (L3, Transkripsjon 3)

Senere i intervjuet forklarer informanten at utforskende matematikk ikke er begrenset til å omhandle de matematiske samtalen som kan dukke opp i arbeidet med utforskning

«For utforskning er mye mer enn bare den samtalen, det er også pusle de puslespillene, og lage de mønstrene, og det må vi ha mer av.» (L3, Transkripsjon 3)

4.1.2 – Lærernes oppfattelse av elevenes motivasjon

På spørsmålet «Hvordan opplever du elevenes motivasjon til å jobbe med utforskende matematikkoppgaver?», svarer de tre lærerne at elevene viser motivasjon og pågangsmot i arbeidet med slike oppgaver.

«Jeg synes nok det at elevene er veldig motiverte for det. De elsker jo på en måte det å hvert fall hvis det er noe aktivitet i tillegg, men det å gi de en oppgave som de er litt nysgjerrig på, det er absolutt å anbefale» (L2, Transkripsjon 2)

L1 sier at hen tenker barn og unge liker å sammenlikne, se etter sammenhenger og se etter mønstre. Motiverte elever er også en ting L2 sier hen aldri har opplevd noen utfordringer med. Hen tenker arbeid med utforskende matematikk også kan hjelpe til med utholdenheten og robustheten til elevene i møte med utfordringer. Dersom elevene føler at det de arbeider med er meningsfullt eller at de kan samarbeide møter de stort sett slike oppgaver med pågangsmot. L3 sier også at elevene er motiverte for slike oppgaver, men hen opplever en forskjell mellom elever basert på deres matematiske forståelse.

«... kanskje gjerne de som er høyt presterende, det er ikke alltid de ønsker de utforskende ...» (L3, Transkripsjon 3)

Arbeid med utforskende oppgaver

Under observasjonen av lærernes undervisning fikk jeg et innblikk i hvordan elevene arbeidet på skolen. Elevene i L1 sitt klasserom opplevdes som ivrige og motiverte for arbeidet. Det var ingen av elevene som meldte seg ut da de jobbet med oppgaver, og heller ingen jeg så som ikke fulgte med da lærer eller medelever hadde ordet. L1 forteller også at hen opplever elevene som motiverte for arbeid der de jobber med matematikk utover regning.

«Ja jeg synes ofte at de synes det er veldig spennende, de synes det er gøy. Og unger jeg tror unger er glade i å sammenligne, se sammenhenger, se etter mønsteret, jeg tror de liker det jeg.» (L1, Transkripsjon 1)

Da elevene i L2 sitt klasserom jobbet var det også tydelig at flere av elevene hadde et ønske om virkelig å gjøre sitt beste. En elev som slet med oppgavene, fikk sitte bakerst i klasserommet uten forstyrrelser. Denne eleven satt med oppgavene i 30 minutter og prøvde seg frem for å finne løsninger. L2 gikk flere ganger bort til eleven for å oppmuntre til videre jobbing og for å gi noen tips. I samtalen med eleven var det hele tiden eleven som måtte komme med svar, lærer var der som en veileder. Da elevene i L3 sitt klasserom jobbet med oppgaver på skolestudio var det flere som ikke klarte å holde fokus, det var noen elever som tok mye av konsentrasjonen til både lærer og elever. Til tross for dette var det tre elevpar som samarbeidet godt og delte ideer og tanker med hverandre i arbeidet. Under observasjon av denne klassen skulle de også ha mattegym. Engasjementet til elevene virket å øke da de skulle

være ute å gjøre noe annet enn å jobbe med matematikk på Chromebookene sine. I den første oppgaven da de skulle hoppe brøk bevegde elevene seg stort sett som en samlet masse og involveringen fra flertallet så ut til å minke. I den andre aktiviteten da elevene skulle samarbeide virket det til at engasjementet økte og alle elevene bidro og tilsynelatende gjorde sitt beste.

At engasjementet så ut til å øke i samarbeid var noe som gikk igjen i de tre klasserommene. Elevene som en helhet virket trygge på sine klassekamerater i L1 og L2 sine klasser, og de var ikke redde for å diskutere matematikk og argumentere for sine synspunkt.

Påvirkningsfaktorer for motivasjon

Hva som gjør elevene interessert og nysgjerrig på en oppgave er subjektivt og vil variere fra elev til elev sier L2, oppgavene må være forståelig.

«Hva som pirrer nysgjerrigheten deres? Det er litt sånn subjektivt, noen kan bli veldig på hvis de får en oppgave andre kan bli litt sånn «åh dette skjønner jeg ikke»» (L2, Transkripsjon 2)

Lærerne i undersøkelsen enes om at elevene finner det motiverende og spennende å finne ut av hvorfor ting er som de er. Samtidig trekker L1 frem viktigheten av variert undervisning. Vanskelighetsgraden bør ikke være for vanskelig eller for lett mener L2. Dette er ikke i samsvar med L1 sine tanker om utforskende matematikk, hen tenker at en utforskende oppgave i stor grad vil være selvtilpassende ettersom elevene vil se det de gjør og jobbe på sitt nivå. For enkelte elever blir fokuset å heller jobbe med innlæring av noen algoritmer eller metoder for at de skal kunne komme videre, dette gjelder gjerne de aller svakeste sier L1. Selv om L3 er positivt innstilt til en større inklusjon av utforskende matematikk i skolen bemerker hen at det kan bli for mye av det også:

«... det er ikke alle som vil oppleve den store mestringen hvis vi har for mye av det (utforskende matematikk) hver time, for da vil noen bli usikre, men at vi har mer av det i timen tror jeg er bra.» (L3, Transkripsjon 3)

4.1.3 – Oppsummering og drøfting av lærernes forståelse for utforskende matematikk

Lærerne i undersøkelsen har en liknende, men ikke helt samstemt forståelse av hva utforskende matematikk er. De nevner alle tre evnen til å bruke den kunnskapen elevene

besitter inn i nye situasjoner, at elevene kan sette ord på sin tanke gang og begrunne sine matematiske avgjørelser og at elevene evner å se mønstre og sammenhenger som vesentlig innen den utforskende matematikken. Denne forståelsen for utforskende matematikk henger sterkt i tråd med det utdanningsdirektoratet sier om temaet. I deres definisjon blir det å kunne se sammenhenger og danne seg en felles forståelse. Der metodikken for løsning av oppgave er sentralt. Elevene må bruke den kunnskapen de besitter fra tidligere inn i arbeidet med ukjent tematikk (Utdanningsdirektoratet, 2020).

De trekker også frem elevmedvirkning og elevaktivitet som viktig, ikke bare innen utforskende matematikk, men også deres praksis som helhet. Samarbeid mellom elever er noe det blir sterkt oppmuntret til i deres praksis, «Ja de jobber på grupper hver dag egentlig.» (L1 Transkripsjon 1). Dette henger i tråd med Dewey sin visjon for skolen, hvor han så for seg aktive elever i samspill med hverandre som får utforske temaer og dyrke sin naturlige nysgjerrighet for verden og det sosiale miljøet (Gilles & Ashman, 2003, s. 1).

Utforskende oppgaver

Hva lærerne tenker på som en utforskende oppgave er noe ulik. L2 trekker frem hvordan problemløsende oppgaver og «grubliser» faller innenfor hans definisjon av utforskende matematikk. Slike oppgaver hvor elevene må sitte og fundere å prøve seg frem kan være med på å utvikle deres matematiske forståelse. Å gi elevene trening i å bearbeide matematisk informasjon kan ha en positiv innvirkning på deres begrepsmessige forståelse i matematikk (Nosrati & Wæge, 2015, s. 5). L1 definerer en oppgave som utforskende kun dersom den er åpen og rik, det vil si en oppgave som ikke har ett gitt svar, men heller at det er mulig å besvare den på ulike nivå. Oppgaver der elever må gjøre egne vurderinger for å komme frem til en løsning kan virke stimulerende for utforskning i undervisningen (Fuglestad, 2010, s. 11: Lesh, 1981, 252 - 254). På denne måten vil også oppgavene brukt innenfor utforskende matematikkundervisning fungere selvtilpassende og det vil derfor ikke være behov for de store tilpasningene til elevgruppen generelt. I forkant av sin utdanning i matematikk ble L1 inspirert av tankene til Gard Brekke om diagnostiske matematikkoppgaver. De fem aspektene Brekke peker på ved matematisk forståelse er alle relevante inn i arbeidet med utforskende matematikk (Rønning, 2019, s. 168).

Dersom elevene skulle komme til et punkt hvor de ikke kommer videre blir også Vygostky sin praksis om den proksimale utviklingssonen tatt i bruk (Imsen, 2013, s. 192); som L1 sier,

«Altså de sier ifra når de står bom fast og da er det litt forskjellig hva slags dytt de trenger, for å komme videre.» (L1 Transkripsjon 1). Lærerne er opptatt av at de skal være til stede som veiledere og ikke gi elevene svaret, men heller gi forslag til metoder og ord til oppmuntring om å prøve videre.

Utforskning gjennom spørsmål

L3 sier det at det er ikke bare i de oppgavene som blir brukt i undervisning som vil falle innenfor definisjonen av utforskende matematikk. Det vil også være mulig å få elevene til å arbeide eller tenke utforskende ved de spørsmålene som stilles i timene. Hvordan dette kan arte seg i praksis viste seg som et godt eksempel under observasjon av L1 sin undervisning. I klassen hadde en elev vært i New York City i vinterferien, temaet for timen var tid. L1 spurte elevene om hva de gjorde da denne eleven gjorde x handling. Videre spurte L1 elevene om «Hvis du kunne valgt en tidssone og byttet med vår nå, hvilken ville du valgt?». En elev besvarer dette spørsmålet på en litt spøkende måte med «Jeg ville ha sovet», L1 følger da opp med å spørre om «må vi da fremover eller tilbake i tid?». Dessverre ble spørsmålet avbrutt da en annen lærer kom inn for å dele ut informasjonsskriv om jod-tabletter, men det er slik en skolehverdag er, full av uforutsette hendelser som kan påvirke undervisningen. Sekvensen med å dele ut skriv og å snakke om jod-tabletter og atomavfall tok til sammen 10 minutter, og sporet de var inne på forvant. Spørsmålene i seg selv, styrende spørsmål (Fuglestad, 2010, s. 12) inviterer elevene til et tankeeksperiment innen en semi virkelig kontekst som også kan sees på som utforskende.

I Skovsmose (2001) sin modell for undersøkelseslandskap ville spørsmålet derfor passe innenfor kategori 4 (Figur 1). En elev svarer på dette spørsmålet at hen ville ha sovet. Det var på dette tidspunktet at timen ble avbrutt av beskjeden om jod-tabletter. Men hvis vi skal ta for oss hvordan arbeidet med et slikt spørsmål kunne artet seg så kan vi si at det er en oppgave som inviterer til bruken av utforskende matematikk. Oppgaven i seg selv er ikke spesielt matematisk utfordrende, her er det snakk om å addere eller subtrahere med 12 timer ut fra klokkeslettet man befinner seg i nå. Men hvis ser på uttalelsen at man ville ha sovet kunne klassen fått i oppgave å finne ut av hvilken vei i tidsregningen man skal bevege seg og hvorfor. Til dette finnes det veldig mange måter å løse oppgaven på; om man tenker seg at man skal hoppe over den gjeldende dagen å gå fremover, eller om man skal gå tilbake i tid for å få dagen om igjen. Hvilket tidspunkt på natten vil også kunne spille inn. Om det er ønskelig å gå til starten av natten eller mot slutten når man er i ferd med å våkne opp. En slik oppgaven

innenfor PISA-rammeverket kan sies å være *statisk*, elevene har all informasjon de trenger om situasjonen. De hadde et kart med tidssoner tilgjengelig på tavlen og de visste at de skulle bevege seg til natten, da man som regel sover. Prosessen i arbeide med oppgaven ville i stor grad vært å *utforske og forstå*, de måtte satt seg inn i problemsituasjonen og drøftet de samme spørsmålene jeg reiste i setningen før analysen av oppgaven. De ville befunnet seg i en *ikke teknologisk* kontekst og med et *personlig* fokus (Figur 2). Her kunne det også vært mulig å kombinere oppgaven tverrfaglig med naturfag, i forhold til hvorfor det er slik og hvordan jorden beveger seg i forhold til solen. Det kunne også vært mulig og kombinert dette med samfunnsfag og sett på hvordan internasjonalt samarbeid kan bli påvirket av de forskjellige tidssonene vi har i verden. Samtidig er det en lettbeint oppgave som man ikke kan svare «feil» på, kan være med på å invitere elever som ellers er engstelige for å svare «riktig» til å være mer delaktige. Inkluderingen av oppgaver som ikke nødvendigvis har et riktig svar kan hjelpe elever til å få en bredere forståelse av matematikken.

4.1.4 – Oppsummering og drøfting av lærernes oppfattelse av elevenes motivasjon

Lærernes tanker om elevenes motivasjon for faget er det at elevene stort sett virker motiverte. Resultatene fra undersøkelsen viser at lærerne er flinke til å variere læringsaktiviteter, som kan være med på at faget ikke oppleves som ensidig for elevene. Det at lærerne klarer å inkludere matematikk inn i kroppsøving slik L3 eksempelvis gjorde så ut til å øke engasjementet betraktelig blant elevgruppen. Det å bytte på om arbeidet skal utføres muntlig, skriftlig på penn og papir, digitalt eller muntlig har L1 også en positiv opplevelse med når det gjelder elevenes motivasjon for faget.

Arbeid med utforskende oppgaver

Hvorvidt utforskende oppgaver ser ut til å påvirke motivasjonen elevene har for matematikk faget tenker alle lærerne i undersøkelsen at det øker deres motivasjon. L1 tenker at elevene naturlig er nysgjerrig og synes det er spennende å identifisere mønstre og se etter sammenhenger. Å trene på å se sammenhenger og finne mønstre ved matematiske fenomener kan være med på å gi elevene trening i algoritmisk tenkning. Sett i lys av fire av de fem punktene ved algoritmisk tenkning Bocconi & Chiocciariello (2018) peker på kan det tenkes at elevene tar i bruk flere av disse. For å se sammenhenger og kjenne igjen mønstre må elevene abstrahere vesentlig informasjon og dekomponere denne for å gi mening til oppgaven.

Generalisere ved å bruke informasjonen de har kommet frem til å se om det gjelder i flere tilfeller. Og der hvor utregning er relevant vil algoritmebehandling bli anvendt.

L3 opplever en forskjell på om elevene er motiverte for utforskende matematikk eller ikke basert på deres matematiske forståelse. Hen sier at de sterkeste elevene gjerne kan synes utforskende matematikk ikke er det mest motiverende. Dette kan være grunnet i at utforskende matematikk i større grad handler om logisk sans og utforskertrang enn ferdigheter innen regning, og at dette kan gjøre de sterke elevene usikre på deres matematiske ferdigheter. Mens for elever som tenker at de ikke er så gode i regning får de en mulighet til å tenke litt annerledes på faget.

Påvirkningsfaktorer for motivasjon

Dette at flere at de utforskende matematikk oppgavene også fungerer som selvtilpassende kan være med på å øke elevenes motivasjon. Dersom elevene tenker at de alle jobber på samme nivå og at ingen får «lettere» eller «vanskeligere» oppgaver kan det være lettere for elevene å holde motet oppe. L2 forteller om at hvilke oppgaver som trigger elevenes nysgjerrighet og engasjement for faget er subjektivt. Det kommer an på eleven og hva de anser for spennende og meningsfylt. De samme tankene finner vi igjen hos Bell som forteller om elevenes oppfatning av matematikk som fag og at dersom oppgavene ikke virker realistiske eller meningsfylte er det lite poeng i å gjøre dem (Lesh, 1981, s. 249).

Et annet viktig poeng som L3 trekker frem er at selv om det virker til at utforskende matematikk kan virke positivt inn på elevenes motivasjon og oppfattelse av faget kan det bli for mye av det. Hen har opplevd at elever kan bli usikre i arbeidet med slik matematikk. Dette er forståelig da det kan bryte med oppfatningen om matematikken som et rent fag der svar i gråsonen er av de få og det som regel er en klar løsning på de fleste problemene eller utfordringene som blir løftet i faget.

4.2 – Lærernes interaksjon med elever i undervisning

Her vil deler av lærernes undervisningspraksis bli lagt frem. Dette inkluderer litt om hvordan lærerne mener praksis er etter den nye læreplanen, hva slags læringsaktiviteter lærerne kan benytte seg av, og lærernes praksis og tanker rundt bruken av gruppearbeid.

4.2.1 – Undervisningspraksis

På spørsmålet «Har du endret undervisningspraksis etter at den nye læreplanen har tredd i kraft?» svarer de litt forskjellig. Praksisen til L1 har ikke endret seg i noe særlig grad, da hen tok matematikkstudiet for 10 år siden ble hen introdusert for diagnostisk matematikkundervisning og tankene om undersøkende og utforskende matematikk grep hen. Dette har siden alltid vært med som sentrale aspekter i undervisningsmetodikken, men fokuset på å inkludere det i enda større grad kan ha blitt økt etter den nye læreplanen. En annen som kan fortelle at praksisen heller ikke har endret seg i noen særlig grad er L3. Hen beretter: «Skulle ønske jeg kunne si ja der, men det er nok lett for at vi gjør mye av det vi har gjort før.» (L3, Transkripsjon 3). At dybdelæring og elevaktiviteten har fått mer oppmerksomhet kan hen allikevel meddele. Det blir poengtert senere i intervjuet at denne omstillingen til en mer utforskende matematikkundervisning krever tid for elevene også, dersom dette ikke er blitt inkludert i undervisningen tidligere kan det ta tid å lære seg å tenke og arbeide på denne måten. Derimot forteller L3 at en stor omstilling har vært at digitale læringsplattformer blir tatt i bruk oftere. Elevmedvirkning og elevaktivitet er også med på å styre undervisningen på en annen måte enn tidligere. Hen legger trykk på at de jobber mer med forståelse og at elevene skal kunne stille kritiske spørsmål, hen opplever også at elevene har blitt flinkere til å sette ord på hvilke utfordringer de kan ha i faget.

Læringsaktiviteter

Inklusjonen av flere læringsaktiviteter legges også trykk på. Først og fremst bør det påpekes at lærerne tenker at den tradisjonelle matematikken med innlæring av grunnleggende prinsipper ikke må forsvinne fra skolen,

«Gangetabellen må fremdeles pugges» (L1, Transkripsjon 1)

«Jeg tenker jo at av og til må du drille inn regne ferdigheter i gangetabellen eller algoritmer eller det skal også drilles på en måte» (L1, Transkripsjon 1)

Dersom enkelte elever sliter med faget sier L1 at det kan bli gjort individuelle tilpasninger for å sikre en viss matematisk forståelse.

«Samtidig er det noen elever så vi må bare legge lista der at du må bare lære deg den algoritmen da så kommer det et stykke videre på en måte. For noen elever er det sann, og det er gjerne de aller aller svakeste» (L1, Transkripsjon 1)

Kombinasjonen av spill og matematikk er noe de tre lærerne alle har erfaringer med. Under observasjon av L2 ble et slikt matematikkspill brukt. Temaet var brøk, i det ene spillet skulle elevene plassere en spillebrikke på en brøk. Hver runde fikk elevene flytte brikken sin over til en annen brøk og legge sammen. Hver brøk var koblet sammen med tre andre brøker i et nett med til sammen åtte brøker. Det var den eleven som først klarte å komme frem til summen $2\frac{9}{10}$ som vant. I det andre spillet skulle elevene starte i midten av et brett med hver sin spillebrikke og slå terning på tur. Brøken de landet på skulle adderes med neste brøk de landet på, og målet med spillet var å få sum som et heltall. Elevene kunne selv bestemme hvilken retning de ønsket å flytte brikken. Nevneren til brøkene i det første og det andre spillet var forskjellige så elevene fikk øve på utvidelse og forkorting av brøker. I timen til L3 skulle elevene ha noe som ble kalt mattegym, en av aktivitetene her var å hoppe brøk. Lærer satt opp kjepler som illustrerte en tallinje fra 0 til 1, elevene fikk diverse brøker, prosenter eller utregninger som de skulle gå, hoppe, hinke og så videre til. Dersom elevene hadde forskjellige svar, måtte de argumentere for sitt svar og prøve å overbevise de andre. L3 fortalte også at de snart skulle begynne med et kodebil-prosjekt hvor elevene skulle designe og produsere en bil og programmere bilen så den er funksjonell.

Interaksjon med elever

Under observasjon av lærernes undervisning fikk jeg et innblikk i hvordan lærerne interagerer med elevene i arbeidet med oppgaver. Det meste av tiden elevene arbeidet var lærer ikke involvert. Mye av tiden gikk til observasjon av elevarbeid og lytting til resonnementer elevene hadde i forbindelse med oppgavene, lærerne sirklet rundt i klasserommet og virket til å forsøke å få et innblikk i alle elevenes arbeider. De gangene elevene ba om hjelp fikk de i overveldende grad hjelp til sortering av tanker og oppklaring av oppgavene, tilfellene der elevene fikk hjelp til løsning var sjeldne. Enkelte elever fikk hjelp til å lage en løsningsstrategi, men det virket viktig for lærerne at det var elevene selv som skulle løse oppgavene. I intervjuene kommer dette også frem som et prinsipp lærerne i undersøkelsen er opptatt av.

Hvordan løsningsforslag ble presentert for klassen kom også frem under observasjonen. Lærerne gikk ofte rundt i klasserommet og uten å snakke med elevene observerte deres arbeid. Da de interagererte med elever var det som regel for å høre hvordan det gikk og om det var noe de trengte hjelp med. I intervjuene sa alle lærerne at de var opptatt av at det

hovedsakelig var elevene som skulle vise frem sine svar og løsninger. L2 påpeker det at budskapet når enklere ut til elevmassen dersom det kommer fra eleven som faktisk kom med løsningen, heller enn at lærer selv skal presentere det som er blitt sagt.

«Ja det kan jeg gjerne gjøre, prøver helst å få elevene til å forklare selv da. Hvis jeg skal nå ut, så må elevene komme frem. Jeg merker det at hvis de sier det når de sitter på plassen sin så er det lite som går inn hos de andre elevene, da blir det en dialog mellom meg og eleven ikke sant. Istedenfor at det går ut til elevene, at de kan forstå hvordan denne eleven tenker da. Så hvis de kommer frem og bruker Smartboard for eksempel og ja viser hvordan du har tenkt. så har vi hatt noen fine matematiske samtaler hvor de har vært «å ja sånn ja, så langt kom jeg også», «der valgte jeg å gjøre sånn.»» (L2, Transkripsjon 2)

4.2.2 – Grupper

Gruppearbeid stod som en viktig del av den utforskende matematikken i forståelsen av begrepet for lærerne i undersøkelsen. Det at elevene får mulighet til å bidra på hvert sitt nivå og at de kan snakke matematikk med hverandre kom frem som noen av kjerneargumentene for at gruppearbeid er viktig.

Gruppesammensetninger

L3 sier det at i et gruppearbeid etterstreber hen å lage grupper som ikke er homogene.

«Nei det er på en måte målet hvis du har en gruppe på 4 så at man fordeler gruppene i ikke homogene grupper.» (L3, Transkripsjon 3)

Et mål med disse gruppene er da at oppgavene kan bli fordelt mellom elevene slik at alle bidrar. Hen tenker at en slik gruppe inndeling kan bidra til at alle elevene får muligheten til å strekke seg. L1 på en annen side har en annen tilnærming til gruppesammensetningene, hen trekker gruppene tilfeldig. Grunnen til dette forklarer hen:

«Jeg tenker at de skal lære seg å samarbeide med ethvert menneske, i utgangspunktet.»
(L1, Transkripsjon 1)

Elevene i denne klassen sitter i sammensetninger med fire elever på hvert bord. Under observasjon da elevene arbeidet jobbet elevene stort sett konsentrert sammen med disse gruppene, med unntak av da de gikk rundt i klasserommet for å undersøke verdenskartene som var i klasserommet. Da elevene bevegde seg rundt i rommet samarbeidet de på tvers av

gruppene de satt i. L1 forteller om en oppgave de jobbet med samme dag som intervjuet der elevene også jobbet på grupper og samarbeidet på tvers av disse.

«... I dag hadde vi ikke en utforskende oppgave, men en sånn problemløsnings oppgave som var ganske vrien. så de fikk bare løst den på en eller annen måte og så da brukte de sikkert 20 minutter på å løse oppgaven i fellesskap, til slutt tror jeg nesten hele klassen gikk fra bord til bord, og diskuterte, og fikk tips fra hverandre ...» (L1, Transkripsjon 1)

På spørsmål om hva lærerne tenker er den optimale gruppestørrelsen er svarer lærerne litt forskjellige. L1 setter elevene i firer grupper som de sitter på fast, elevene har også læringspartner de samarbeider med, da jobber de i par. L2 og L3 har elever som sitter to og to i klasserommet. L2 sier om gruppestørrelsene at det gjerne er to til tre elever, under observasjon av undervisningen til L2 skulle elevene spille et mattespill. Sammensetningene av parene elevene skulle være i under spillet skjedde gjennom tilfeldig trekning. L3 opplever grupper på to til fire elever som det ideelle, hen legger trykk på at elevene aldri må få bestemme gruppene selv og at hen gjerne setter sammen grupper med et differensiert ferdighetsnivå innenfor matematisk forståelse.

4.2.3 – Oppsummering og drøfting av undervisningspraksis

Lærerne sier at deres praksis ikke vesentlig har blitt endret etter den nye læreplanen kom i 2020. L1 sier at dette med utforskning alltid har vært en del av hens praksis. L2 har inkludert arbeid med mattenøtter, grubliser og problemløsende oppgaver lenge. L3 sin praksis er kanskje mest påvirket av den nye innsikten hen får gjennom matematikkstudiene. L3 sier samtidig at hen gjerne skulle fått inkludert arbeid med utforskende matematikk i enda større grad. Lærerne i undersøkelsen sier også at de jobber aktivt med å differensiere matematikk undervisningen ved bruken av diverse læringsaktiviteter som spill, lek, presentasjoner med mer.

Interaksjon med elever

Da jeg observerte deres undervisning, var lærernes interaksjonsmønster med elevene et av de punktene jeg valgte å ha fokus på. Hvordan de hjalp elevene i arbeid med oppgaver, hvordan de løftet frem og drøftet responser i plenum og også hvordan de presenterte timene og oppgavene som skulle utføres. Lærerne hadde god struktur på timene sine og startet hver økt

med å gå igjennom målene for timen og hvilke læringsaktiviteter de skulle gjøre denne timen. Lærerne var også gode i samspillet med elever da de spurte om hjelp, de nevnte alle i intervjuet at de var opptatt av at elevene skulle komme med svarene og dette viste seg også under observasjon. Elevene fikk som regel hjelp til å formulere hva det var de syntes var vanskelig og til å sortere tankene sine. Dette er også det Meyer (2010), anbefaler. Elever trenger det å kunne anstrenge seg med et problem og lærerne er til stede som veiledere og motivatorer. I arbeid generelt observerte lærerne ofte hvordan elevene arbeidet og brukte noe av informasjonen de fikk fra observasjonen inn i plenumssamtaler senere.

Denne måten å jobbe med elevene på sammenfaller med hvordan Stein et al. (2008) foreslår at man kan legge til rette for gode matematiske samtaler i klasserommet relativt godt. De fem grunnprinsippene som legges frem der er det å observere elevarbeid, dette var de tre lærerne gode på, arbeid ble observert kommentert og lærerne satt seg inn i tankemåten til elevene. Presentasjon av løsninger skjedde gjennom elevpresentasjon, elever forklarte og lærer fulgte opp dersom noe trengte klargjøring. Det kunne virke som utvelgelsen av fremlegg av løsningsforslag var noe tilfeldig og om rekkefølgen ble ilagt noen tanker kan heller ikke kommenteres. Hvordan oppgavene var blitt løst ble satt i sammenheng med enkelte andre løsninger slit at sammenhengene mellom løsningene kan ha blitt tydeligere for elevene. Her er fire av de fem prinsippene til stede, om lærerne i forkant av sekvensen hadde satt seg inn i hvordan elevene kunne besvare oppgavene har jeg ikke kunnskap om, men jeg antar at de har gjort seg opp noen tanker rundt det samtidig som jeg anser det som urealistisk at dette gjøres med nøye overveielse for alle oppgaver som blir presentert i klasserommet. Dette er antakeligvis reservert for større arbeider.

Læringsaktiviteter

L1 sine tanker om å ta i bruk de instrumentelle aspektene ved matematikkfaget der hvor elevene sliter med faget, overensstemmer med en av fordelene Skemp(1976) trekker frem ved instrumentell læring. Elever som har store vansker med matematikkfaget kan ha fordeler av å ha et instrumentelt fokus for å sikre noe læring, og for å holde motivasjonen oppe.

Det ble brukt to mattespill under observasjon av L2 sin undervisning. Begge disse spillene kan sies å ha en grad av selvtilpassning, uansett hvilket nivå du ligger på matematisk må du i spillene jobbe med brøkgregning. Den matematiske forståelsen til elevene kan også være med på å påvirke spillets gang, der noen elever vil bytte plass på måfå, kan det tenkes at andre

strategisk velger neste plass for å nærme seg målsummen. Disse spillene kan sees på som utforskende, det var ikke noe ved spillet i seg selv som elevene måtte utforske. All informasjon til spillet var oppgitt, reglene for spillet og kravet for å vinne stod skrevet klart på arket de fikk utdelt. Men strategien for å raskest mulig eller best mulig kunne oppfylle disse kravene var opp til elevene selv. En side ved spillet som ikke kunne planlegges var den tilfeldige siden ved bruken av terning. Elevene måtte derimot ta terningens utfall og gjøre det beste med det, de hadde ved hver tur muligheten til å vurdere hvilken vei de skulle bevege seg og det er i denne beslutningsprosessen de problemløsende aspektene ved utforskningen kan komme til syne, igjen noe avhengig av elevenes matematiske forståelse.

Selv om det virket til at elevene var motiverte og engasjerte for å ha mattegym og det virket til at dette var aktiviteter de lærte mye av vil jeg ikke drøfte de. Oppgavene brukt i mattegym sekvensen vurderes til å ikke være av utforskende grad.

4.2.4 – Oppsummering og drøfting av grupper

Elevene i undersøkelsen jobber ofte i grupper. I klassen til L1 sitter de som regel i firergrupper. L2 og L3 fortalte at de gjerne setter elevene sammen tre og tre eller fire og fire når de skal utføre gruppearbeid.

Gruppesammensetninger

Hvordan L3 velger å sette sammen elevgruppene i sin undervisning kan tyde på at hen gjør tilpasninger for elevene med lavere matematiske prestasjoner (Gilles, 2003, 38). Hen liker gjerne å sette elevene på ikke homogene grupper. De tre lærerne i undersøkelsen beskriver også gruppestørrelser som sammenfaller med hva Gilles omtaler som optimale gruppestørrelser. Ingen av lærerne nevner noen forskning eller teoretisk begrunnelse for dette, men det kan tenkes at erfaring med gruppearbeid i skolen gjennom flere år kan ha ledet de til liknende konklusjoner. Måten elevene i L1 sin klasse samarbeider på tvers av gruppene kan være med på å gi de økt læringsutbytte. Elever som jobber imot et felles mål og bruker hverandre som ressurser i dette arbeidet kan vise til at de blir mer effektive samtidig som de får sosial samhandlingstrening (Gilles & Ashman, 2003, 8). Det kan virke til at L1 har skapt en kultur i klassen hvor elevene ikke føler de er i konkurranse med hverandre, men heller er i et læringsfellesskap. En grunn til at konkurranse kan oppstå i et slikt miljø kan være opplevelsen av begrenset ressurser eller at det er noe ikke alle i gruppen kan oppnå (Gilles &

Ashman, 2003, s. 3-4), slik som gode tilbakemeldinger på arbeidet eller lærerens oppmerksomhet. Begrunnelsen L1 trekker frem om at elevene skal kunne samarbeide med et hvert menneske tyder på at den sosiale læringen stiller sterkt for denne beslutningen.

4.3 – Muligheter og utfordringer ved bruken av utforskende matematikk

Innen dette temaet vil tverrfaglige muligheter som kan dukke opp ved bruken av utforskende matematikk bli presentert. Noen utfordringer lærerne kan oppleve rundt inklusjonen av utforskende matematikkoppgaver i undervisningen. Og noen betraktninger om bruken av digitale hjelpemidler. Det vil også bli inkludert noen av lærernes tanker om det læreverket som blir benyttet på skolene de jobber på.

4.3.1 – Tverrfaglighet i matematikkfaget

Hvordan matematikken kan ha sammenhenger med andre fag virket som et viktig poeng i lærernes forståelse for utforskende matematikk. L2 påpeker at innenfor matematikken er det mye lesing. L1 forklarte at de gjerne kan bruke matematikk når de er på tur, som ved repetisjon av gangetabellen. Det siste eksempelet hen hadde fra dette var at elevene samlet kongler, blader og steiner for å visualisere forskjellige multiplikasjonsstykker.

«Ja hva gjorde vi sist, da repeterte vi gangetabellen. Så da skulle de finne ting i naturen steiner, kongler, blader, et eller annet og så skulle de visualisere gangestykker med ting de fant i naturen på en måte så det ble litt sånn land-art og matte og naturfag sammen.» (L1, Transkripsjon 1)

På skole 1 der L1 jobber arbeider ofte elevene med tema. Da er det gjerne de tverrfaglige temaene fra læreplanen som står i fokus. Læreren sier at matematikken ofte havner på utsiden av temaene som et eget fag, men at de allikevel får inkludert det noen ganger, slik som om bærekraft:

«Men når det passer så gjør vi det særlig sånn ved å regne avstand til ting eller nå som vi hadde om bærekraftig utvikling så var det å finne ut av hvor mange tonn CO₂ som ble sluppet ut av forskjellige miljøskadelige ting og da måtte de regne litt på hva er et tonn CO₂? og hva er en kubikk og hva er en, altså de får jo inn en del begreper. Det var ikke nødvendigvis det at det hang sammen med matte tema den perioden, men ja.» (L1, Transkripsjon 1)

Videre bemerker hen at det gjerne er statistikk som går igjen når det er snakk om tverrfaglig matematikk på deres nivå, 5. trinn, men at det dukker opp flere muligheter for tverrfaglig matematikk når elevene blir litt eldre. Som for eksempel når de skal lære om økonomi.

L3 forteller om prosjektarbeid med matematikken i sentrum, som for eksempel at de skal lage kode-bilprosjekt.

«Nå skal vi bygge den kode bilen som vi skal gjøre nå, noen koder, noen bygger at, det er noe for alle og alle for å strekke seg lite grann.» (L3, Transkripsjon)

Hen ønsker å inkludere dette i større grad i undervisningen og å kombinere matematikk med andre fag, dette er en utfordrende oppgave som krever mer av lærerne sier L3.

«... men hvis jeg klarer da å ha det her innimellom så er jeg fornøyd klarer å flette inn flere fag innimellom så er jeg fornøyd det er jo det.» (L3, Transkripsjon 3)

En av oppgavene elevene skulle jobbe med da jeg observerte undervisningen til L2 var en brøkoppgave om krydder. Dette knyttet læreren til mat og helse faget som elevene også har. Læreren sier også under intervjuet at det er mye lesing i faget matematikk og at på denne måten er også faget norsk representert.

«Jeg synes det er morsomt da at du kan kjøre norsk og matte samtidig for den saks skyld. Hvis du legger godviljen litt til så kan du jo det.» (L2, Transkripsjon 2)

4.3.2 – Utfordringer

En utfordring knyttet til utforskende matematikk som alle de tre lærerne påpeker er dette med tidsbruk. Både det at planlegging kan ta lengre tid og at selve oppleggene i timen kan ta mye tid å gjennomføre. L1 bruker vanligvis to til tre timer av uken på å planlegge matematikk undervisning, dette kan variere noe avhengig av hva planen for uken er. Dette inkluderer ikke etterarbeid, hen forklarer at det meste av vurderingsarbeidet skjer i samspill med elevene. Elevene blir inkludert i vurderingsfasen gjennom retting av eget arbeid, retting av medelevers arbeid, gjennomgang av oppgaver eller diskusjoner med læringspartner. Lærer beveger seg som regel rundt i klasserommet når elevene arbeider og forhører seg om elevers fremgangsmåter og tanker da. Det av etterarbeid i tilknytning matematikken som elevene ikke er med på, er som regel kun retting av prøver.

L2 forteller at hen bruker mer tid på planlegging av undervisning etter den nye læreplanen ble tatt i bruk, dette gjelder for enkelte emner påpeker hen. Det blir også trukket frem at etterarbeidet tar vanligvis mindre tid etter det digitale skiftet siden svarerne på elevarbeid dukker opp på datamaskinen med en gang.

L3 bruker gjerne en del tid på mandag til å legge en skisse for uken, slik at hen vet hva som skal gjennomgås i hver time og har en grov plan. I tillegg til dette blir det satt av 20 til 30 minutter i forkant av hver undervisnings økt til å klargjøre alt. Hen anslår at det blir brukt 30 til 40 minutter forarbeid til hver klokke time med undervisning. Dette inkluderer ikke etterarbeid da det ikke blir utført i noen særlig grad.

Når det er utforskende matematikk som skal gjennomføres er det konsensus mellom lærerne om at dette tar lengre tid. Gode oppgaver er ikke alltid så lett å finne kan det virke som. De kan bruke nettressurser, tidligere opplegg fra seg selv eller kollegaer, tips fra studier eller mattenøtt bøker som inspirasjon i utformingen av opplegg.

4.3.3 – Digitale hjelpemidler

En ting som kom tydelig frem i de tre intervjuene med lærerne i undersøkelsen var bruken av digitale hjelpemidler. Skolen har gjennomgått en digitaliseringsprosess hvor teknologiske hjelpemidler slik som nettbrett og datamaskiner i mye større grad enn før brukes i undervisning og arbeid på skolen. L2 trekker dette frem som en av de store endringene i hens praksis, sammen med hvordan elevmedvirkning i større grad blir inkludert i undervisning. Samtidig som det digitale tar større plass i skolehverdagen til både lærere og elever presiserer de tre lærerne at elevene arbeider med blyant og papir. L2 nevner mengden utførte oppgaver som en fordel ved bruken av de digitale hjelpemidlene.

Delingskultur

Det digitale tar større plass i skolen utover elevenes arbeider. Lærerne jobber også mer digitalt, L2 og L3 sier at de gjerne kan spørre andre lærere om tips til opplegg som har fungert bra, samtidig savner L3 en digital delingsplattform på skolen hvor lærere kan dele opplegg med hverandre.

«Så det er litt sånn tilfeldig delingskultur, det hadde vi som tema her på lærerværelset også, men av og til får vi litt gode tips fra medarbeidere, og forhåpentligvis gir.» (L3, Transkripsjon 3)

På skolen til L1 derimot er det lagt opp til deling mellom lærerne på et systematisk nivå, alt av opplegg til alle fag deles og legges ut på rom i Microsoft Teams.

«Alle faglige og didaktiske opplegg ligger på Teams tilgjengelig for alle. Hver eneste leksjon, hver eneste time, i hver eneste klasse ligger til enhver tid på Teams. Så vi kan gå inn i hvilket som helst fag, i hvilken som helst periode, se årevis tilbake.» (L1, Transkripsjon 1)

Digitale lærerressurser

Det er ikke bare fra sine kollegaer lærerne i undersøkelsen henter inspirasjon til sine opplegg. De nevner alle tre diverse nettsteder hvor de kan hente opplegg og oppgaver som de tar i bruk i sin undervisning; Kittys oppgaver, matte.org og nettforum for deling av oppgaver og opplegg, blir nevnt som ressurser som brukes av lærerne. En fordel som trekkes frem av lærerne med tanke på det digitale skiftet er muligheten til stadig oppdatering av ressursene. L1 sier det slik:

«Det er jo fordelen med digitale ressurser tenker jeg at det går an å endre det kjapt, da slipper man å måtte kjøpe inn et nytt læreverk hvert år. Det er jo en fordel med digitale læreverkene at det kan oppdateres fort og gis ut fort.» (L1, Transkripsjon 1)

De tre lærerne sier alle de har tilgang til og bruker skolestudio. Skolestudio er en tjeneste av Gyldendal hvor fagene har hvert sitt fagrom, bøkene er tilgjengeliggjort som smartbøker og i matematikkfaget kan det være tilgang til verktøyet multismartøving. Fagrommet presenterer de forskjellige emnene i faget og inneholder flere forskjellige oppgaver til temaet som kan være med på å tilfredsstillere kravet om kjerneelementer, grunnleggende ferdigheter og de tverrfaglige emnene. Multismartøving er et verktøy utviklet av Gyldendal og bygger på Multi fagbøkene. Dette verktøyet gir adaptive oppgaver til elevene basert på hvilket tema de arbeider med, læreren har mulighet til å tildele disse emnene, dette gjelder også for fagrommene hvor lærer har mulighet til å tilpasse til hver enkelt elev om ønskelig. På de to skolene jeg har observert har elevene hatt én til én enheter, enhetene som brukes er Chromebook.

L2 og L3 sier seg svært fornøyde med Skolestudio som ressurs og sier at det utforskende aspektet blir godt ivaretatt gjennom denne portalen. På en annen side sier L1 at denne ressursen kan virke manglende på den utforskende fronten da de fleste utforskende oppgavene slik hen ser det legger opp til samtaler der diverse påstander skal argumenteres for eller imot. Hvorpå utforskende arbeid hos elevene ikke er til stede i stor nok grad.

4.3.4 – Oppsummering og drøfting av tverrfaglighet i matematikkfaget

Tverrfaglig matematikk åpner virkelig døren for mulighetene til å anvende utforskende matematikkoppgaver. Oppgavene som er blitt beskrevet innen tverrfaglighet kan plasseres innenfor flere av kategoriene til Skovsmose (2001). Oppgaven der elevene arbeidet i naturen er mest nærliggende å plassere i kategori 2. Elevene jobbet med en aritmetisk oppgave samtidig som de fikk muligheten til å konstruere stykkene slik de ønsket.

Måten elevene til L1 brukte naturen til å vise frem multiplikasjonsstykker og lage land-art av representasjonen sin kan være med på å utvikle den kreative fremstillingsevnen til elevene og utvide spekteret for hva de tenker på som matematikk. Det er jo faktisk slik at utallige matematiske prinsipper kan bli funnet i naturen, slik som Fibonacci kurven i kongler og solsikker.

Den samme gruppen elever fikk også i oppgave i arbeid med bærekraft å se på CO₂ utslipp fra forskjellige kilder. Elevene skulle også regne ut hva et tonn CO₂ er og hvor stor plass dette tar. En slik oppgave hører hjemme i kategori 6 (Figur 1) hos skovsmose og bærer likhetstrekk til oppgaven han selv beskriver i sin artikkel. At elevene må se på virkelige tall fra utslipp av maskiner kan være med på å gi de et bevisst forhold til sitt eget energibruk, samtidig som de umiddelbart ser hvordan den matematikken de kan og bruker på skolen også er nyttig i verden rundt seg. Innenfor PISA sitt rammeverk for problemløsende oppgaver (Figur 2) ser vi at oppgaven er *interaktiv*, elevene måtte selv søke opp og finne ut av utslippet og regne på dette. Prosessene de var igjennom i arbeidet med en slik oppgave var i stor grad *utforske og forstå* da elevene måtte gjøre seg kjent med hva et tonn CO₂ er, hvor mye arbeid man får utført med utslippet som biprodukt og hvor stor plass dette faktisk tar i atmosfæren. Det kan også sies at prosessen *representere og formulere* er tydelig til stede i oppgaven i elevenes fremstilling av utslippet. De situasjonelle betingelsene for oppgaven kan sies å være teknologiske og på et samfunnsmessig plan, selv om den i aller største grad kunne blitt utvidet til å omhandle det personlige om elevene skulle sett på eget forbruk. Arbeidet med bærekraft og evnen til å

kunne se og vurdere utslipp selv, kan også være med på å gjøre elevene til mer kritisk tenkende individer. Å ikke bli fanget i det Popkewitz (2002) beskrev fra det tjuende århundre om individer som var lette å forme og kontrollere.

Samtidig kan det å koble oppgavene på en kontekst som elevene er interessert i og kan se nytten av være med på å gi elevene en tro på at faget i seg selv er nyttig og gjøre de motiverte for å jobbe med stoffet (Lesh, 1981, s. 249).

L1 kommer også frem med at de jobber en del med statistikk i arbeidet med tverrfaglig tema. Om begge temaene *folkehelse og livsmestring* og *demokrati og medborgerskap* står det eksplisitt at å tolke reelle datasett og forstå og kunne bruke statistikk som kunnskaper elevene skal mestre (Utdanningsdirektoratet, 2020d). Dette er også antageligvis en av de viktigste matematiske konseptene man trenger å ha god forståelse for i samfunnet. Manipulasjon av statistiske fremstillinger og forståelse for datasett og sentralmål vil gjøre elevene bedre rustet til å forstå det politiske landskapet og tolke diverse nyheter de vil bli eksponert for (Nyberg, 2016).

Kode-bilprosjektet L3 forteller om kan plasseres innen en virkelig kontekst i Skovsmose sitt undersøkelseslandskap. Ettersom elevene skal lage kodene til en bil som skal kjøre og faktisk konstruere denne bilen, om elevene kun skulle skrevet kodene til bilen og tenkt seg dette som eksempel ville det vært mer relevant å snakke om en semi-virkelig kontekst. Oppgaven åpner opp for et hav av muligheter for elevene, både i måten de skriver programmet til bilen på, og også hvordan de velger å designe den. Begge disse aspektene vil være muligheter for utforskning og derfor plasseres oppgaven innen kategori 6 (Figur 1) i Skovsmose sin modell (Skovsmose, 2001, s. 127). Dersom elevene får mulighet til å finne ut av ting selv og gjøre egne vurderinger vil oppgaven kunne tolkes til å være *interaktiv*. Av de prosessene som er involvert i oppgaven kan det virke til at *planlegge og gjennomføre* er det som er sterkest representert. Et slikt prosjektarbeid vil kreve at elevene legger en god plan for gjennomføring og at de klarer å forholde seg til de forskjellige trinnene i utførelsen. Dette vil gjelde både for programmeringen av bilen og i konstruksjonen av den. Oppgaven vil i stor grad befinne seg innen en *teknologisk* kontekst ettersom elevene må programmere og muligens designe bilen ved bruk av teknologiske hjelpemidler. Fokuset for oppgaven kan sies å være *personlig*, dette er noe elevene gjør for seg selv og medelevene på gruppen sin.

Ettersom oppgaven L3 brukte om krydder ikke blir vurdert til å være av utforskende art vil jeg heller ikke plassere den i rammeverket til Skovsmose eller PISA rammeverket for

problemløsende oppgaver. Det er derimot fint at læreren forsøker å koble oppgaven opp mot noe som er relevant og gjenkjennelig for elevene slik som faget mat og helse. Læreren forteller også i intervjuet at hen vurderer lesingen i matematikk til å kunne knyttes opp mot norsk faget. I læreplanen for matematikk står det som en grunnleggende ferdighet i faget *å kunne lese*, elevene skal i matematikkfaget øve på å lese komplekse tekster fra daglig og – samfunnslivet og gjøre mening av sammensatte tekster med avansert symbol og begrepsbruk (Utdanningsdirektoratet, 2020c). Dette er ferdigheter som kan anvendes med fordel inn i norsk faget og de andre fagene samt livet ellers.

4.3.5 – Oppsummering og drøfting av utfordringer knyttet til utforskende matematikk

Noen av de utfordringene lærerne opplever i forhold til arbeidet med utforskende matematikk baserer seg i stor grad på det arbeidet de selv må utføre. Samtidig forteller L3 om høyt presterende elever som ikke alltid er like begeistret for arbeidet med slike oppgaver, så en utfordring kan være å motivere elevene for å jobbe med oppgaver med mindre klar struktur som gjerne kan kjennetegnes av utforskende matematikkoppgaver. Hen påpeker også at selv om hen er positiv til denne typen matematikkundervisning kan det bli for mye og at det kan gjøre enkelte elever usikre på matematikken. De fleste av oss har en forestilling om at matematikken er et fag med klare rammer og tydelig struktur, noe som i og for seg stemmer, men arbeidet med utforskende matematikk kan vise til at det ikke alltid er et fasitsvar med to streker under man kommer frem til.

Det lærerne kan oppleve som utfordrende i arbeidet med utforskende matematikk omhandler i stor grad tidsbruken som går med til slike oppgaver. Både den tiden det tar i klasserommet, men også den tiden lærerne selv må bruke til å finne og tilpasse gode oppgaver. Forskjellene mellom de to skolene i undersøkelsen med tanke på deling kan også være med på å forsterke følelsen av at det går mye tid til planlegging av utforskende matematikk opplegg. L1 forteller om at alt som gjennomføres av timer og opplegg finnes lett tilgjengelig på Teams og at hen ofte kan benytte seg av tips og triks gjennomført av andre lærere tidligere. Det er spesielt en annen lærer hen forteller at inspirerer til gode matematikk opplegg. En slik delingskultur er blitt drøftet og arbeidet med å sette det i gang er påbegynt på skolen til de to andre lærerne i undersøkelsen også. Lærerne forteller også at de ofte tar i bruk diverse nettsider til å finne opplegg. I tillegg til nettressurser forteller L2 at bøker med mattenøtter også blir brukt. L3 kan fortelle om en god delingskultur på studiet hvor hen henter mye inspirasjon. Lærerne har da altså en rekke arenaer å finne muligheter til utforskende matematikk. Dan Meyer forteller

også om hvordan han bruker telefonene sin til å ta bilder og videoer av diverse ting i sitt hverdagsliv der han ser muligheter for utforsking innen matematikken. Dette virker til å være en god metode for å tilrettelegge for utforskende matematikk (Meyer, 2010). Dette er noe som krever trening, men som jeg ser som et lurt grep for å tenke mer matematisk.

Å gitt elevene en lekse hvor de skulle lage en slik utforskende matematikkoppgave ville vært spennende. Dette kunne vært med på å utvide deres forståelse om hvilke steder i hverdagslivene våre matematikken finnes. Bell sine tanker om at elever kan miste motivasjon for faget dersom de ikke ser relevansen av faget kunne blitt ivaretatt gjennom en slik oppgave (Lesh, 1981, 249). Det bør nevnes at dersom elevene ikke hadde klart å finne en oppgave eller hvis de ikke ville sett relevansen av noe matematisk kunne det slått andre veien også.

4.3.6 – Oppsummering og drøfting av digitale hjelpemidler

Lærerne opplever at det er blitt stadig mer digital og teknologisk innflytelse på skolen. Verden har de siste 20-30 årene gått igjennom en teknologisk revolusjon og skolen har fulgt etter. De prinsippene for læring som var på plass på tidlig 2000-tallet gjelder ikke i samme grad i dag. Denne raske endringen av samfunnsstrukturen viser hvorfor det er så viktig at elevene våre ikke kun lærer seg statisk kunnskap, men også erverver seg ferdigheter som hjelper til med problemløsning og setter de i stand til å mestre overganger og nye situasjoner.

Digitale lærerressurser

Alle disse teknologiske hjelpemidlene blir aktivt brukt av lærerne i utformingen av undervisningsopplegg. De tre lærerne i undersøkelsen bruke skolestudio sin plattform, dette er bestemt av skolen de arbeider på. Skolestudio er en plattform utviklet av Gyldendal og bruker Multi matematikkbøkene som grunnprinsipp i utformingen av matematikk fagrommene. To av lærerne er fornøyde med hvordan det blir tilrettelagt for utforsking på denne plattformen, L1 synes det er manglende med utforskende oppgaver. Noe av grunnen til deres forskjellige syn på plattformen kan komme av deres ulike syn på hva utforskende matematikk er, de lærerne som er fornøyde med plattformen tenker på utforskende matematikk som ikke veldig ulikt fra problemløsende oppgaver, L1 derimot tenker at for at en oppgave skal være utforskende må det være en åpen eller rik oppgave.

Lærerne kan også fortelle om at i arbeidet med utforsking i matematikken brukes gjerne enhetene elevene har tilgang til på gjennom skolen. På begge skolene har elevene én til én

Chromebooker. Disse brukes til å søke opp informasjon, eksempelvis avstander, eller CO₂ utslipp. Elevene kan også bruke enhetene til å lage læringsvideoer eller fremstillinger av svar.

L2 opplever også en bedring av effektiviteten av matematikkundervisningen gjennom bruken av teknologiske hjelpemidler. Både for sin egen del i planlegging av undervisning, men også at elevene får utført flere oppgaver nå enn tidligere. En stor fordel med bruken av Skolestudio og Multi smartøving er det at elevene får umiddelbar tilbakemelding på arbeidet sitt påpeker hen.

Delingskultur

Delingskulturen mellom lærere kan også bli positivt påvirket av inklusjonen av flere digitale enheter. L3 forteller om sin tilknytning til digitale forum hvor opplegg og tips for matematikkundervisning deles og diskuteres. På skolen til L1 er det også satt i gang systematisk deling av opplegg mellom alle lærerne. De oppleggene som blir brukt av lærerne på skolen blir delt på Teams og gjort tilgjengelig for alle. På denne måten kan lærerne hente inspirasjon fra hverandre og videreutvikle og tilpasse oppleggene. En bakside ved dette kan være at enkelte kan bruke det som en krykke og ikke produsere opplegg eller tilpasse for egen klasse. Dersom ting ligger tilgjengelig, kan veien til å bare hente tidligere produsert materiell være kort. L3 nevner at hen savner en slik tjeneste og at det er blitt tatt opp. Prosessen med implementering av et slikt system på skole nummer to er også satt i gang.

Kapittel 5 – Avslutning

Oppgavens hensikt var å besvare problemstillingen «Hvordan kan utforskende matematikk bli brukt i undervisning?». For å besvare dette har det blitt utført en kvalitativ studie med intervju og observasjon av tre lærere og deres matematikkundervisning. De tre lærerne jobber på barneskolen i klasser på 5.-7. trinn. Observasjonen ble gjennomført på en ikke deltakende måte og lærerne ble eksplisitt bedt om ikke å tilpasse sin undervisning med tanke på observasjonen. Dette ble gjort da oppgavens hensikt var å se på utforskende matematikk i en så naturlig kontekst som mulig ettersom det er slik undervisningen foregår til vanlig. Det er blitt gjennomført semistrukturerte intervjuer med lærerne for å få en innsikt i deres forståelse for og tanker angående utforskende matematikk.

5.1 – Svar på problemstilling

Den forståelsen de tre lærerne i undersøkelsen har av utforskende matematikk likner på hverandre. Elevenes ferdighet til å kunne bruke eksisterende kunnskap inn i nye situasjoner og deres evner til å kjenne igjen matematiske mønstre og se sammenhenger er en felles faktor mellom deres forståelse av begrepet. De trekker også frem viktigheten av å vise elevene at det ofte er flere gyldige fremgangsmåter og oppfordrer elevene til selv å utforske disse. Slik sett er det flere fellesfaktorer der deres forståelse for begrepet sammenfaller med hvordan utdanningsdirektoratet legger frem utforskende matematikk (Utdanningsdirektoratet b, 2020). L1 poengterer også viktigheten av det at oppgavene bør være åpne og selv om dette ikke er direkte knyttet til hvordan begrepet blir brukt av utdanningsdirektoratet henger det sammen med hvordan Fuglestad (2010) argumenterer for hvordan man som matematikklærer kan legge opp til en bedre matematikkundervisning.

Resultatene fra studien tenderer mot at bruken av utforskende matematikk kan gjøre de fleste elevene mer motivert for å arbeide med faget. Dette er i kombinasjon med en stor grad av variasjon i læringsaktivitetene som blir benyttet i undervisning. For noen av de sterkeste elevene kan utforskende matematikk oppleves som demotiverende. Dette kan komme av at fremgangsmåten i utforskende matematikk og problemløsning ikke er så rett frem som mange av oppgavene der regneferdigheter er det vesentlige for løsning. Dersom man ikke er vant til å jobbe med matematikk med et utforskende utgangspunkt kan overgangen oppleves som utfordrende. Sluttrapporten til «tett på realfag» fant dette som en av grunnene til at implementasjonen av utforskning i matematikk ikke var så synlig (Lødding et al., 2021, s. 12).

Mellin-Olsen fikk også erfare dette i et forsøk på å inkludere virkelighetsnær matematikk på ungdomskolen da en av elevene lurte på når de skulle få jobbe med «skikkelig matematikk» (Imsen, 2017, s. 454).

Det å kjenne igjen mønstre og kunne se sammenhenger i matematikken trekker lærerne frem som vesentlig i deres forståelse av utforskende matematikk. Å jobbe med dette innen matematikken kan være med på å utvikle elevenes evne til algoritmisk tenkning.

Hva lærerne anser for å være utforskende oppgaver ser ut til å variere. L1 legger trykk på at en oppgave bør være rik eller åpen og at det skal være mulig å kunne besvare den på forskjellige plan. Det at man kan bruke flere fremgangsmåter er ikke tilstrekkelig til å kalle det en utforskende oppgave. L1 tenker at en god utforskende matematikkoppgave fungerer selvtilpassende slik at alle elever har mulighet til å jobbe med den på det nivået de befinner seg. L2 derimot har en bredere forståelse av hva utforskende matematikkoppgaver kan innebære. Hen trekker frem «grubliser» og problemløsende oppgaver som utforskende, men poengterer også at utforskning er mer enn «grubliser». Slik begrepet er forstått i denne oppgaven illustrerer begge lærernes forståelse en del av helheten. Sett i lys av Skovsmose sitt undersøkelseslandskap (Figur 1) kan vi finne utforskende elementer i oppgaver som ikke nødvendigvis har flere ulike løsninger. Men samtidig kan det som Lesh (se 2.2.2) forklarer om oppgaver fra virkeligheten, være fint å la elevene prøve å gjøre begrunnede antagelser innen matematikken. Dette kan også gjøres ved oppgaver som i utgangspunktet ikke er utforskende ved å fjerne eller legge til informasjon (se 2.3.1). Utforskning er ikke begrenset til oppgavene som tas i bruk i undervisning, men kan også komme til syne gjennom gode spørsmål som stilles.

Dette bringer oss videre inn på «Hvordan interagerer et utvalg lærere med sine elever i matematikkundervisning?». Når elevene er i arbeid er det et fellestrekk blant lærerne at de observerer mye og blander seg lite inn. Enkelte ganger stilte lærerne spørsmål til det elevene holdt på med tilsynelatende for å få de til å reflektere over egen fremgangsmåte. I sekvenser der elevene ba om hjelp til løsning gikk lærerne inn i rollen som veileder og gjorde et poeng ut av å ikke gi elevene svarene, det var de selv som måtte komme frem til dette. Om vurdering sier L1 at det meste av vurderingsarbeidet skjer i samspill med elevene, de blir involvert i prosessen når de skal bli vurdert selv og de får trening i å vurdere hverandre. Dette kan være med på å illustrere for elevene poenget om at det er mulig å bruke flere løsningsstrategier og gi de inspirasjon til å prøve disse. L2 sier om vurdering at mye av rettellesarbeidet er blitt overtatt av de digitale hjelpemidlene, læreverket som blir tatt i bruk på skolen hen jobber gir elevene

umiddelbar tilbakemelding på mange av oppgavene de gjør. De spørsmålene som blir stilt og mulighetene som kan komme frem av disse sier L3 kan være med på å stimulere til utforskning i klasserommet. I likhet med genuine og styrende spørsmålene for å skape undring hos elevene, og motivere de til videre utforskning (Fuglestad, 2010, s. 12).

Gruppearbeid er også en mye anvendt metode blant lærerne, elevene i to av klassene sitter i par og blir ofte satt sammen i grupper for å arbeide med matematikk. Dette gjør at de får mulighetene til å snakke matematikk med hverandre og spille på hverandre sine tanker og ideer. I klassen til L1 sitter elevene i firere grupper der de noen ganger jobber i hele gruppa, andre ganger med den de sitter ved siden av eller enkelte ganger individuelt. Om gruppestørrelser er lærerne relativt samkjørte der de ser for seg at grupper bør ligge mellom 3-4 elever. En slik struktur kan være med på å realisere potensialet til hvert gruppemedlem. Sammensetningen av gruppene kan ha betydning for læringsutbyttet (se 2.3.3). L2 er opptatt av at gruppene ikke er homogene, dette kan være med på å gi elever med en svakere matematisk forståelse et større læringsutbytte. L1 forklarer at gruppene elevene arbeider i blir trukket tilfeldig, de skal kunne samarbeide med ethvert menneske. Dette kan tyde at læreren gjør et forsøk på å skape en kultur i klassen der alle elevene er trygge på hverandre.

I fremstillingen av løsninger liker lærerne å drøfte dette i plenum der de trekker frem elevsvar og får elevene til å presentere sine forslag til løsning. L2 har opplevd at dette skaper en mer dynamisk samtale blant alle i klasserommet istedenfor at det blir en dialog mellom lærer og elev dersom hen presenterer oppgaven for klassen.

«Hvilke utfordringer og muligheter kan dukke opp ved bruken av utforskende matematikk?». Resultatene fra undersøkelsen kan vise til at det å finne gode oppgaver er tidkrevende. Lærerne sier de bruker flere kilder i dette arbeidet. Inspirasjon fra andre lærere, nettsider, bøker med problemløsningsoppgaver, diverse nettsider og forum for deling av opplegg kommer frem som kilder som brukes. Det kommer også frem eksempler på oppgaver lærerne har utarbeidet selv. Som det å skulle fremstille multiplikasjonsstykker gjennom bruken av landart i naturen, eller regne på CO₂ utslipp. Inklusjonen av ulike aktiviteter i matematikkundervisningen slik som mattespill eller mattegym kan også være med på å gjøre faget mer engasjerende. Hvordan læreverket som blir benyttet legger opp til utforskning blir forstått ulikt av lærerne. L2 og L3 synes læreverket de bruker på skolen kan legge opp til gode muligheter for utforskning. Mens L1 synes at det som er der er bra, men ønsker en større variasjon i oppgavene som presenteres.

Gjennom bruken av tverrfaglighet i matematikkfaget kan det dukke opp mange muligheter for utforskning. Det å hente oppgaver fra virkeligheten kan gjøre det enklere å sette matematikk i sammenheng med andre fag (se 2.2.2). Det å se etter muligheter for å bruke matematikk i eget liv, for så å introdusere disse for elevene kan være med på å skape undring og rom for utforskning (Meyer, 2010).

I prosessene som gjennomføres i arbeidet med utforskende matematikk opplever lærene elevene som mer robuste og motstandsdyktige. Elevene evner å sitte lengre med en oppgave før de gir seg. For å få til dette er det vesentlig at lærer er tilgjengelig for elevene som en veileder som sparrer med elevene og utfordrer deres tankeganger (Meyer, 2010). Samtidig er det viktig slik som L1 påpeker å gi elevene den hjelpen de trenger når de virkelig sitter fast. Uten denne hjelpen kan elevene oppleve en håpløshet ved faget og ikke ville fortsette læringen (Eisner, 2002, s. 73).

En utfordring knyttet til bruken av utforskende matematikk kan være denne omstillingen som blir kommentert i sluttrapporten til «tett på realfag». L3 kan fortelle om en usikkerhet til bruken av utforskende arbeidsmetoder fra egen side og elevenes side. I en utforskende tilnærming til matematikken kan man havne i situasjoner hvor verken lærer eller elever vet helt hva de skal gjøre. Skovsmose snakker i sin artikkel om «risiko sonen», dette er en sone man kan komme inn i dersom det asymmetriske forholdet mellom lærer og elev blir brutt (Skovsmose, 2001, s. 130). Det er allikevel viktig at man tørr å bevege seg ut i denne sonen for å hjelpe elevene med å utvikle en matematisk intuisjon og legge til rette for at de ser mulighetene til å bruke matematikk.

Så, hvordan kan utforskende matematikk bli brukt i undervisning? Denne masteroppgaven trekker frem flere perspektiver rundt matematikkundervisning. Mulighetene for å ha en mer utforskende tilnærming til matematikkundervisning kan vise seg på ulike måter. Ved å bruke virkeligheten som grunnlag undervisningen, kan man få en oppgaver som åpner opp for utforskning. Modifikasjon av eksisterende oppgaver ved å fjerne eller legge til informasjon kan bringe frem utforskende egenskaper. Å ta i bruk eksempler fra egen hverdag og bringe de inn i klasserommet. Ved å ta for seg viktige matematiske ideer og prinsipper og la elevene prøve seg frem med disse. Etablere tydelige læringsmål for timene som kan guide elevene inn på riktig spor. Stille gode spørsmål som oppmuntrer til videre granskning og utforskning, og vise et genuint engasjement for faget til elevene. Vise for elevene at det ofte er flere måter å

løse en oppgave på, både gjennom egne eksempler, og ved å sette sammen og presentere elevløsninger. La elevene få jobbe sammen, diskutere matematikk og teste ut ulike fremgangsmåter i samspill med hverandre.

Lærerne i undersøkelsen viser gjennom sin undervisningspraksis og forståelse for begrepet hvordan dette kan arte seg i praksisfeltet. Oppgavene som trekkes frem av lærerne hvor elevene må arbeide med ekte problemstillinger som bærekraft, eller at de får teste og lage en programbar bil. Hvordan fremvisning av elevsvar bør skje ved at elevene selv presenterer, som kan være med på å skape en klasseromssamtale istedenfor en dialog mellom lærer og elev. Tankene om at utforskende matematikk er mer enn oppgavene som utføres, det er også den matematiske samtalen, og hvordan de gode spørsmålene kan oppmuntre til dette. De legger opp til at elevene skal jobbe sammen og bruke hverandre som ressurser.

5. 2 – Avsluttende refleksjoner

Oppgavens hensikt har vært å ta for seg hvordan utforskende matematikk kan brukes i undervisning. I et forsøk på å belyse dette har det blitt brukt flere ulike tanker om matematikk undervisning og det er blitt gjennomført en kvalitativ studie på tre lærere i mellomtrinnet. Det som kommer frem i lys av teori og resultater er ett perspektiv på en sammensatt oppgave. Og det er flere måter å tilnærme seg oppgaven med å inkludere utforskende matematikk i undervisning på. I arbeidet med oppgaven har det oppstått nye spørsmål som kan være interessant å fordype seg videre i.

Hvordan ulike læreverk legger til rette for utforskende matematikk og inkluderer denne arbeidsmetoden i aktivitetsforslag. Og her gjennomført en granskning av de oppgavene og mulighetene som kan finnes i ulike kilder for oppgaver. Det kunne også være spennende og utført en aksjonsstudie med bruken av utforskende matematikk, for å prøve å belyse hva som kan føre til forståelse og engasjement ved bruken av denne metoden.

Avslutningsvis vil jeg komme med en oppmuntring til de som måtte lese denne oppgaven. Selv om omstillingen til en mer utforskende undervisning kan oppleves av enkelte som utfordrende, både blant lærere og elever, så gi det et forsøk. Som med alt man skal bli god på er det viktig at vi prøver, og fortsetter å prøve til vi får det til. Matematikken er blitt til gjennom utforskning, og det er gjennom utforskelse matematikken videre vil utvikles.

Litteraturliste

- Alrø, H. & Skovsmose, O. (2004) *Dialogue and Learning in Mathematics Education*.
Dordrecht: Kluwer Academic Publishers
- Ball, D. L., Lubienski, S. & Mewborn, D. (2001). Research on teaching mathematics: The unsolved problem of teachers' mathematical knowledge. I V. Richardson (Red.), *Handbook of research on teaching* (New York: Macmillan, 2001, s. 433–456).
- Bocconi, S. & Chiocciariello, A. (2018). The Nordic approach to introducing computational thinking and programming in compulsory education.
- Carlsen, M., & Fuglestad, A. B. (2010). Læringsfellesskap og inquiry for matematikkundervisning. *Tidsskriftet FoU i praksis*, 4(3), (s. 39-60)
- Chalmers, A. F. (2013) *What is this thing called science?*. University of Queensland Press.
- Eisner, E., W. (2002). *The arts and the creation of mind*. New Haven: Yale University Press.
- Fuglestad, A., B. (2010) Bedre matematikkundervisning. *Tangenten – tidsskrift for matematikkundervisning*. Hentet 16 februar 2022 fra:
http://www.caspar.no/artikkel_pdf/9c_t2010-4.pdf
- Gillies, R.M. (2003). Structuring cooperative group work in classroom. *International Journal of Educational Research* 39(1-2) [https://doi.org/10.1016/S0883-0355\(03\)00072-7](https://doi.org/10.1016/S0883-0355(03)00072-7)
- Gillies, R.M. & Ashman, A.F. (2003). An historical review of the use of groups to promote socialization and learning. I R.M. Gillies og A.F. Ashman (Red.) *Co-operative Learning: The social and intellectual outcomes of learning in groups*. London: RoutledgeFalmer
- Gjøvik, Ø., Torkildsen, H. A. (2019). Algoritmisk tekning. *Tangenten – tidsskrift for matematikkundervisning*, 30(3). 31–37.
- Høgheim, S. (2020) *Masteroppgaven i GLU*. Fagbokforlaget.
- Imsen, G. (2017). *Elevenes verden* (5.utg.). Universitetsforlaget
- Kalleberg, R. (2003) *Forskningsetikk*. Gyldendal akademisk.

- Kjærnsli, Marit; Nortvedt, Guri A. & Jensen, Fredrik (2014). Norske elevers kompetanse i problemløsning i PISA 2012. *Institutt for lærerutdanning og skoleforskning, Universitetet i Oslo*. ISSN 978-82-93292-02-9.
- Kunnskapsdepartementet. (2015, August 19). *Realfagstrategi - Tett på realfag*.
Regjeringen.no; <https://www.regjeringen.no/no/dokumenter/tett-pa-realfag/id2435042/>
- Kvarv, S. (2021) Vitenskapsteori – tradisjoner, posisjoner og diskusjoner. Novus forlag: Oslo.
- Lesh, R. (1981). Applied Mathematical Problem Solving. Educational Studies in Mathematics, Mai, 1981, Vol. 12, No. 2 (s- 235-265). Springer
- Lesh, R., Post, T., & Behr, M. (1987). Representations and Translations among Representations in Mathematics Learning and Problem Solving. I C. Janvier, (Ed.), Problems of Representations in the Teaching and Learning of Mathematics (s. 33-40). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Lødding, B., Daus, S., Reiling, R., Bungum, B., Solbue Vika, K., & Bergene, A., C. (2021). *Realistiske forventninger? Sluttrapport fra evalueringen av Tett på realfag. Nasjonal strategi for realfag i barnehagen og grunnsopplæringen (2015–2019)*
- Meyer, D. (2010). Math class needs a makeover
https://www.ted.com/talks/dan_meyer_math_curriculum_makeover/transcript?language=en#t-450000
- Nosrati, M. & Wæge, K. (2015) Sentrale kjennetegn på god læring og undervisning i matematikk. Matematikksenteret – nasjonalt senter for matematikk i opplæringen.
- NOU 2015:8. (2015). Fremtidens skole - Fornyelse av fag og kompetanser.
Kunnskapsdepartementet. <https://www.regjeringen.no/no/dokumenter/nou-2015-8/id2417001/>
- Nyberg, E. (2016, 27. August). *Derfor må du kunne statistikk*. Universitetet i Stavanger; Forskning.no. <https://forskning.no/data-statistikk-media/derfor-ma-du-kunne-statistikk/400798>
- Popkewitz, T. (2002). Whose heaven and whose redemption? The alchemy of the mathematics curriculum to save (please check one or all of the following: (a) the economy, (b) democracy, (c) the nation, (d) human rights, (d) the welfare state, (e) the individual). I P. Valero & O. Skovsmose, Proceedings of the Third International

- Mathematics Education and Society Conference, (2.utg.), (s. 35-56). København: Centre for Research in Learning Mathematics
- Rustad, L. M. (1998) *Betatt av viten: bruksanvisninger til Donna Haraway*. Spartacus.
- Rønning, F. (2019). Didactics of Mathematics as a research Field in Scandinavia. I *European Traditions in Didactics of Mathematics*. (s. 153-185)
- Skovsmose, O. (2001). Landscapes of investigation. *ZDM*, 2001, Vol. 33 (s.123 – 132).
- Stein, M., Engle, R. A., Smith, M., & Hughes, E. (2008). Orchestrating Productive Mathematical Discussions: Five Practices for Helping Teachers Move Beyond Show and Tell. In *Mathematical Thinking and Learning* (s. 313-340). Routledge.
- Thagaard, T. (2013) *Systematikk og innlevelse, en innføring i kvalitativ metode*. (4.utg.) Fagbokforlaget.
- Torkildsen, S., H. (2017, november) *Prinsipper for ambisiøs matematikkundervisning*. Realfagsløyper. <https://realfagsloyper.no/sites/default/files/2018-04/T2.P1.M1A%20Prinsipper%20Ambisi%C3%B8s%20Matematikkundervisning.pdf>
- Utdanningsdirektoratet. (2020a). *Fagrelevans og sentrale verdier*. Hentet 22. Mars 2022 fra: <https://www.udir.no/lk20/mat01-05/om-faget/fagets-relevans-og-verdier>
- Utdanningsdirektoratet. (2020b). *Kjerneelement*. Hentet 22. Mars 2022 fra: <https://www.udir.no/lk20/mat01-05/om-faget/kjerneelementer>
- Utdanningsdirektoratet (2020c) *Grunnleggende ferdigheter*. Hentet 20. februar 2022 fra: <https://www.udir.no/lk20/mat01-05/om-faget/grunnleggende-ferdigheter?lang=nno>
- Utdanningsdirektoratet (2020d) *Tverrfaglig tema*. Hentet 4 mai 2022 fra: <https://www.udir.no/lk20/mat01-05/om-faget/tverrfaglige-temaer?lang=nno>
- Valero, P. (2006) *Socio-political perspectives on mathematics education*.

Vedlegg 1
Vurdering

Referansenummer

542421

Prosjektittel

Mastergrad - matematikdidaktikk

Behandlingsansvarlig institusjon

Universitetet i Sørøst-Norge / Fakultet for humaniora, idrett- og utdanningsvitenskap /
Institutt for pedagogikk

Prosjektansvarlig

Pål-Erik Eidsvig

Student

Martin Skundberg Solberg

Prosjektperiode

15.12.2021 - 30.06.2022

Meldeskjema

Dato

17.12.2021

Kommentar

Det er vår vurdering at behandlingen av personopplysninger i prosjektet vil være i samsvar med personvernlovgivningen så fremt den gjennomføres i tråd med det som er dokumentert i meldeskjemaet med vedlegg den 17.12.2021, samt i meldingsdialogen mellom innmelder og NSD. Behandlingen kan starte.

TAUSHETSPLIKT

Deltagerne i prosjektet har taushetsplikt. Intervjuene må gjennomføres uten at det fremkommer opplysninger som kan identifisere elever.

DEL PROSJEKTET MED PROSJEKTANSVARLIG

For studenter er det obligatorisk å dele prosjektet med prosjektansvarlig (veileder). Del ved å trykke på knappen «Del prosjekt» i menylinjen øverst i meldeskjemaet.

Prosjektansvarlig bes akseptere invitasjonen innen en uke. Om invitasjonen utløper, må han/hun inviteres på nytt.

TYPE OPPLYSNINGER OG VARIGHET

Prosjektet vil behandle alminnelige kategorier av personopplysninger frem til 30.06.2022.

LOVLIG GRUNNLAG

Prosjektet vil innhente samtykke fra de registrerte til behandlingen av personopplysninger.

Vår vurdering er at prosjektet legger opp til et samtykke i samsvar med kravene i art. 4 og 7, ved at det er en frivillig, spesifikk, informert og utvetydig bekreftelse som kan dokumenteres, og som den registrerte kan trekke tilbake.

Lovlig grunnlag for behandlingen vil dermed være den registrertes samtykke, jf. personvernforordningen art. 6 nr. 1 bokstav a.

PERSONVERNPRINSIPPER

NSD vurderer at den planlagte behandlingen av personopplysninger vil følge prinsippene i personvernforordningen om:

- lovlighet, rettferdighet og åpenhet (art. 5.1 a), ved at de registrerte får tilfredsstillende informasjon om og samtykker til behandlingen
- formålsbegrensning (art. 5.1 b), ved at personopplysninger samles inn for spesifikke, uttrykkelig angitte og berettigede formål, og ikke behandles til nye, uforenlige formål
- dataminimering (art. 5.1 c), ved at det kun behandles opplysninger som er adekvate, relevante og nødvendige for formålet med prosjektet
- lagringsbegrensning (art. 5.1 e), ved at personopplysningene ikke lagres lengre enn nødvendig for å oppfylle formålet

DE REGISTRERTES RETTIGHETER

Så lenge de registrerte kan identifiseres i datamaterialet vil de ha følgende rettigheter: innsyn (art. 15), retting (art. 16), sletting (art. 17), begrensning (art. 18), og dataportabilitet (art. 20).

NSD vurderer at informasjonen om behandlingen som de registrerte vil motta oppfyller lovens krav til form og innhold, jf. art. 12.1 og art. 13.

Vi minner om at hvis en registrert tar kontakt om sine rettigheter, har behandlingsansvarlig institusjon plikt til å svare innen en måned.

FØLG DIN INSTITUSJONS RETNINGSLINJER

NSD legger til grunn at behandlingen oppfyller kravene i personvernforordningen om riktighet (art. 5.1 d), integritet og konfidensialitet (art. 5.1. f) og sikkerhet (art. 32).

For å forsikre dere om at kravene oppfylles, må dere følge interne retningslinjer og/eller rådføre dere med behandlingsansvarlig institusjon.

MELD VESENTLIGE ENDRINGER

Dersom det skjer vesentlige endringer i behandlingen av personopplysninger, kan det være nødvendig å melde dette til NSD ved å oppdatere meldeskjemaet. Før du melder inn en endring, oppfordrer vi deg til å lese om hvilke type endringer det er nødvendig å melde: <https://www.nsd.no/personverntjenester/fyll-ut-meldeskjema-for-personopplysninger/melde-endringer-i-meldeskjema>

Du må vente på svar fra NSD før endringen gjennomføres.

OPPFØLGING AV PROSJEKTET

NSD vil følge opp ved planlagt avslutning for å avklare om behandlingen av personopplysningene er avsluttet.

Lykke til med prosjektet!

Vil du delta i forskningsprosjektet

«*Utforskende matematikk i et lærerperspektiv*»?

Dette er et spørsmål til deg om å delta i et forskningsprosjekt hvor formålet er å *Undersøke hvordan utforskende matematikk blir brukt i undervisning*. I dette skrivet gir vi deg informasjon om målene for prosjektet og hva deltakelse vil innebære for deg.

Formål

Formålet med prosjektet er å se på hvordan utforskende matematikk blir tatt i bruk i matematikk undervisning. Jeg ønsker å finne ut av hvordan noen matematikklærere forstår begrepet utforskende matematikk og i hvilken grad dette har fokus i planlegging av undervisning. Videre ønsker jeg å se på hvordan utforskende oppgaver blir introdusert i undervisning.

Hvem er ansvarlig for forskningsprosjektet?

Universitetet i Sørøst-Norge er ansvarlig for prosjektet.

Hvorfor får du spørsmål om å delta?

I mastergradsprosjektet ønsker jeg å samle inn empiri fra lærere på mellomtrinnet. Empirien i oppgaven vil bestå av intervjuer og observasjon av undervisning fra 2-3 matematikklærere.

Hva innebærer det for deg å delta?

Prosjektets hensikt er å belyse undervisningspraksis og planleggingsfasen i matematikk med spesielt søkelys på utforskende matematikk. Det vil derfor bli tatt i bruk ikke deltakende observasjon av undervisning, da det er en så naturlig undervisnings situasjon som mulig som ønskes å observeres. Og det er ønskelig å observere 2-4 undervisningsøkter. Det er hva slags type oppgaver og hvordan disse blir introdusert og arbeidet med som er av interesse i prosjektet. Det vil også bli gjennomført et intervju med lærer på ca. 20 minutter for å få større innsikt i tolkning av begrepet utforskende undervisning og hvordan lærer planlegger matematikkundervisning.

Det er frivillig å delta

Det er frivillig å delta i prosjektet. Hvis du velger å delta, kan du når som helst trekke samtykket tilbake uten å oppgi noen grunn. Alle dine personopplysninger vil da bli slettet. Det vil ikke ha noen negative konsekvenser for deg hvis du ikke vil delta eller senere velger å trekke deg.

Ditt personvern – hvordan vi oppbevarer og bruker dine opplysninger

Vi vil bare bruke opplysningene om deg til formålene vi har fortalt om i dette skrivet. Vi behandler opplysningene konfidensielt og i samsvar med personvernregelverket. Det er kun jeg, Martin Skundberg Solberg, som vil ha tilgang til opptak gjort i forbindelse med intervjuene. Disse vil bli lagret på en minnepinne og vil aldri lastes opp på noe nettverk, det er bare en fysisk lokalt lagret kopi som vil bli beholdt. Prosjektet er planlagt avsluttet i utgangen av juni 2022 og ved oppgavens godkjenning vil opptakene bli slettet. Empiriinnsamling knyttet til observasjon vil skje i form av notater og vil ikke inneholde persondata.

Informasjon som kommer frem i intervju og observasjon vil ikke knyttes til deg som person. Dataen vil anonymiseres, navn, alder, kjønn, stilling osv. vil ikke være relevant for oppgaven og heller ikke bli inkludert i oppgaven.

Hva skjer med opplysningene dine når vi avslutter forskningsprosjektet?

Opplysningene anonymiseres når prosjektet avsluttes/oppgaven er godkjent, noe som etter planen er i utgangen av juni 2022. Personopplysninger i form av lydopptak vil da bli slettet.

Dine rettigheter

Så lenge du kan identifiseres i datamaterialet, har du rett til:

- innsyn i hvilke personopplysninger som er registrert om deg, og å få utlevert en kopi av opplysningene,
- å få rettet personopplysninger om deg,
- å få slettet personopplysninger om deg, og
- å sende klage til Datatilsynet om behandlingen av dine personopplysninger.

Hva gir oss rett til å behandle personopplysninger om deg?

Vi behandler opplysninger om deg basert på ditt samtykke.

På oppdrag fra *Universitetet i Sørøst-Norge* har NSD – Norsk senter for forskningsdata AS vurdert at behandlingen av personopplysninger i dette prosjektet er i samsvar med personvernregelverket.

Hvor kan jeg finne ut mer?

Hvis du har spørsmål til studien, eller ønsker å benytte deg av dine rettigheter, ta kontakt med:

- *Universitetet i Sørøst-Norge ved Veileder: Pål-Erik Eidsvig og student: Martin Skundberg Solberg. Veileder – Epost: Pål-Erik.Eidsvig@usn.no, tlf: 35 95 28 06. Student – Epost: Martinskunsol@outlook.com, tlf: 48 28 37 66.*
- *Vårt personvernombud: Paal Are Solberg. Epost: Paal.A.Solberg@usn.no, tlf: 35 57 50 53 / 918 60 041*

Hvis du har spørsmål knyttet til NSD sin vurdering av prosjektet, kan du ta kontakt med:

- NSD – Norsk senter for forskningsdata AS på epost (personverntjenester@nsd.no) eller på telefon: 55 58 21 17.

Med vennlig hilsen

Pål-Erik Eidsvig
(Forsker/veileder)

Martin Skundberg Solberg

Samtykkeerklæring

Jeg har mottatt og forstått informasjon om prosjektet «*Utforskende matematikk i et lærerperspektiv*», og har fått anledning til å stille spørsmål. Jeg samtykker til:

- å delta i *intervju*
- å ha student, Martin Skundberg Solberg, som observant av min undervisning

Jeg samtykker til at mine opplysninger behandles frem til prosjektet er avsluttet.

(Signert av prosjektdeltaker, dato)

Vedlegg 3

Intervjuguide

Hvor lenge har du vært matematikklærer?

Har du endret undervisningspraksis etter at den nye læreplanen har tredd i kraft?

- Hvordan har du endret undervisningspraksis?

Hvor lang tid bruker du vanligvis på å planlegge undervisning?

- Hva kan eventuelt påvirke planleggingsprosessen?

Hvor henter du undervisningsmateriell fra, teorien du presenterer og oppgaver dere jobber med?

- Hva påvirker valget av kilder i planleggingsfasen?

Hvordan forstår du begrepet «utforskende matematikk»?

- I hvilken grad blir arbeid med dette inkludert i din undervisning?
- Hvordan tilpasser du slike oppgaver for at de skal passe best med din undervisning?

Hvordan jobber dere med utforskende matematikk oppgaver i undervisningstimer?

- Når i perioden i arbeidet med nye temaer bruker du slike oppgaver?
- Hvor lang tid bruker dere vanligvis på slikt arbeid?
- Er det samarbeid mellom elevene?
- Hvor store grupper har dere?
- Får elevene mye hjelp, og hva slags hjelp?
- Går dere igjennom løsningsforslag i plenum?

Hvordan opplever du elevenes motivasjon til å jobbe med slike oppgaver?

- Opplever du at elevene får en bedre forståelse for emnet når dere jobber med slike oppgaver?

Hva synes du om utforskende matematikk?

Er det noe mer du har lyst til å legge til?