Universitetet i Sørøst-Norge

Fakultet for humaniora, idretts- og utdanningsvitenskap

–

Mastergradsavhandling

Studieprogram: GLU 1-7

Vår 2022

Adele Andersen Eggen

Divisjon i begynneropplæring

En casestudie

Universitetet i Sørøst-Norge

Fakultet for humaniora, idretts- og utdanningsvitenskap

Institutt for pedagogikk

Postboks 235

3603 Kongsberg

http://www.usn.no

Denne avhandlingen representerer 45 studiepoeng

Sammendrag

Denne studien har undersøkt lærerens tilrettelegging av arbeid med divisjon i klasserommet, i begynneropplæringen. Formålet har vært å få innsikt i hvordan en erfaren matematikklærer jobber med dette temaet som elevene møter for første gang systematisk i skolesammenheng på 4. trinn, og med utgangspunkt i den nye læreplanen, LK20. Dette har således fungert som utgangspunkt for refleksjon over bruk av oppgaver, representasjoner, språk og begreper, og pedagogiske overveielser. Studiens tre forskningsspørsmål er: Hvilket perspektiv på divisjon legger læreren opp til at elevene møter, og eventuelt hvordan trekkes det tråder mellom divisjon og multiplikasjon? Hvilke ulike representasjonsformer benytter læreren seg av ved bruk eller forklaring av divisjon, og hvordan knyttes disse sammen? Og hva baserer læreren valgene sine på?

Studien har benyttet kvalitative metoder med der datainnsamlingen har foregått ved bruk av deltakende observasjon og intervju av en matematikklærer på 4. trinn. Dette ble gjort i deler av perioden klassen hennes jobbet med divisjon. Datamaterialet ble analysert ved hjelp av tematisk analyse, men også med utgangspunkt i det teoretiske rammeverket som omhandlet blant annet den nærmeste utviklingssonen, en modell over representasjonsmodeller, og teori om tilpasset opplæring. Studiens overordnede teoretiske rammeverk baserer seg på et sosiokulturelt læringssyn.

Studien viser hvordan læreren tilrettelegger for forståelse av divisjon med utgangspunkt i tekstoppgaver som behandler både delings- og målingsdivisjon, ved hjelp av rene tekstoppgaver som brukes i kombinasjon med gangetabellen for å synliggjøre forholdet mellom disse regneartene, og ved å bruke konkreter og tegninger i arbeidet med oppgavene. Hun brukte også divisjon i praktiske situasjoner der elevene klippet opp pakkebånd og regnet ut hvor mange pakker de hadde nok bånd til, og ved utregning av hvor mange rundstykker og peppernøtter elevene skulle få hver i mat og helse timen. Alt dette la læreren opp til for at elevene skal få ulike erfaringer og oppleve nye innfallsvinkler til divisjon. Hun bygger opp undervisningen slik at elevene skal få et sterkt kunnskapsnettverk, med forståelse innenfor flere representasjonssystemer og forståelse for veksling mellom disse, og for at de skal utvikle en fleksibilitet i løsningsstrategiene sine. Hele tiden med et bakteppe med tilpasset opplæring og differensiering.

Innholdsfortegnelse

Forord

Denne studien er min avslutning på et femårig utdanningsløp som grunnskolelærer 1-7. Oppgaven har vært en stor kilde til ny og spennende faglig innsikt, og til frustrasjon og dårlig søvnkvalitet. Det er ingen tvil om at denne masteroppgaven har vært en stor del av livet mitt det siste året.

Først vil jeg takke veilederen min Suela Kacerja for mange gode spørsmål og tilbakemeldinger, som har hjulpet prosessen videre og hjulpet meg til å se de tingene jeg hadde sett meg blind på. Takk for all tid du har brukt på oppgaven min og for å guide den og meg i mål. Jeg vil også takke Elise Klaveness for de inspirerende og gode undervisningsøktene som resulterte i at jeg valgte å skrive en master rettet inn mot matematikk. Det er også din fortjeneste at jeg nå kan se på meg selv som en som får til matematikk, og som nå gleder meg til å jobbe som matematikklærer.

Jeg vil også takke læreren som så villig stilte opp som informant til studien min, som både deltok i intervju og lot meg observere timene hennes. Særlig i en tid fylt med mye usikkerhet og utrygghet på grunn av korona-pandemien. Jeg vil også takke klassen hennes som så hjertelig tok imot meg, og som gjorde observasjonsperioden min litt ekstra hyggelig.

Jeg vet ikke hva jeg skulle gjort uten samtalene om nederlag, frustrasjon, fremgang og ideer med medstudentene mine. Og særlig min fantastiske «læringspartner» og venninne, Janneke Helgesen, som jeg har kunnet dele både motgang og medgang med i denne tiden. Våre timer sammen med diskusjon av fagstoff, innspill og spørsmål, leting etter bøker på biblioteket, og ikke minst fnising, og online-shopping på grupperommet på Bakkenteigen har vært utrolig verdifulle og positive innslag i arbeidsprosessen.

Til slutt vil jeg takke familie og venner som har vært både tålmodige, interessert og støttende gjennom hele studieløpet og spesielt under perioden i arbeidet med denne oppgaven. Spesielt takk også til samboeren min som har vært uvurderlig og fantastisk, som alltid har stilt opp og har funnet seg i altfor mye. Også en stor takk til mamma som har brukt mange timer med meg på telefonen når jeg har vært nedfor, frustrert, demotivert og ukonsentrert. Pappa som har hjulpet meg med å holde hodet på rett kjør. Denne studien og dette studieløpet hadde ikke vært mulig uten dere.

Sandefjord, 01. juni 2022

Adele Andersen Eggen

1 Innledning

1.1 Bakgrunn for oppgaven

I 2015 la Ludvigsen-utvalget frem en NOU med forslag om en ny læreplan, basert på hva elevene lærte gjennom den eksisterende læreplanen, og hvilken kompetanse elevene hadde bruk for fremover og i fremtidige jobber (NOU 2015:8, 2015, p. 8). Etterfulgt av Ludvigsen-utvalgets utredelse fulgte Stortingsmelding nr. 28, som la grunnlaget for en ny læreplan (St.meld. nr. 28 (2015-2016), p. 15): læreplanverket for Kunnskapsløftet 2020 (LK20). Med ny læreplan kommer også endringer, og LK20 er intet unntak. Det er færre kompetansemål i LK20 enn i LK06, og hovedfunksjonen er å legge til rette for at elevene skal få mulighet til å lære noen ting godt og forstå sammenhenger innad og på tvers av fag, slik at det de lærer får en overføringsverdi til nye situasjoner (Utdanningsdirektoratet, 24. juni 2021). De nye læreplanene legger dermed mer til rette for dybdelæring, som Utdanningsdirektoratet definerer som:

> *[…] det å gradvis utvikle kunnskap og varig forståelse av begreper, metoder og sammenhenger i fag og mellom fagområder. Det innebærer at vi reflekterer over egen læring og bruker det vi har lært på ulike måter i kjente og ukjente situasjoner, alene eller sammen med andre.*
>
> (Utdanningsdirektoratet, 13. mars 2019)

I læreplan for matematikk har det også skjedd flere endringer, og en av disse er at divisjon har fått en mye mer sentral plass i kompetansemålene etter 4. trinn i motsetning til i forrige lærerplan. I LK06 nevnes divisjon kun i ett av totalt sytten kompetansemål: «*utvikle og bruke varierte metoder for multiplikasjon og divisjon, bruke dem i praktiske situasjoner og bruke den lille multiplikasjonstabellen i hoderegning og i oppgaveløsning*» (Kunnskapsdepartementet, 2006, p. 7). Her har heller ikke divisjon et eget kompetansemål, men er en del av et kompetansemål som også handler om multiplikasjon. I LK06 var kompetansemålene i matematikk etter 2., 4. og 7. trinn på barneskolen, og LK20 har kompetansemål etter alle trinn, utenom 1. trinn. Divisjon er nevnt for første gang i læreplan i et kompetansemål etter 3. trinn, men er dog bare nevnt én gang. I kompetansemålet står det at elevene skal *«eksperimentere med multiplikasjon og divisjon i hverdagssituasjoner»* (Kunnskapsdepartementet, 2020). Etter 4. trinn er det derimot tydelig at divisjon har fått en mer sentral plass ved at tre av ti kompetansemål, altså 30 prosent av målene, direkte handler om divisjon (Kunnskapsdepartementet, 2020): «*utforske og bruke målings- og delingsdivisjon i praktiske situasjoner*», *«representere divisjon på ulike måter og oversette mellom de ulike representasjonene»* og *«utforske, bruke og beskrive ulike divisjonsstrategier»*.

Delings- og målingsdivisjon, ulike representasjoner og oversetting mellom disse, og ulike strategier er altså eksplisitt uttrykt som aspekter ved divisjon elevene skal få kunnskap om og erfaring med (Kunnskapsdepartementet, 2020). I tillegg til disse kompetansemålene er det ytterligere tre kompetansemål der divisjon inngår eller kan inngå i. I det første av de tre kompetansemålene nevnes sammenheng mellom de fire regneartene, divisjon er en av disse: «*Utforske og forklare sammenhenger mellom de fire regneartene og bruke sammenhengende hensiktsmessige i utregninger*». Praktiske situasjoner eller situasjoner fra egen hverdag, som nevnes i det andre og tredje kompetansemålet, er nærliggende å knytte opp til situasjoner som elevene har erfaring med fra deling: «*Modellere situasjoner fra sin egen hverdag og forklare tenkemåtene sine*» og «*Lage regneuttrykk til praktiske situasjoner og finne praktiske situasjoner som passer til oppgitte regneutrykk*» (Kunnskapsdepartementet, 2020).

På bakgrunn av disse endringene, som vil føre til endringer av hvordan lærere legger opp undervisningen sin, og på bakgrunn av en personlig interesse, har jeg kommet frem til at temaet for denne studien måtte bli divisjon i begynneropplæring. Det har allikevel vært en lang prosess for å komme frem til hva dette forskningsprosjektet skulle omhandle, og hvordan oppgaven skulle se ut til slutt. Men matematikkundervisningen på lærerskolen har vært en viktig faktor. Den åpnet øynene mine for matematikk på en hel ny måte for meg. For første gang opplevde jeg å virkelig forstå matematikken bak algoritmene og operasjonene. Da jeg selv gikk på skolen, syntes jeg matematikk var et spesielt fag. På den ene siden var det veldig logisk og greit, og på den andre siden var det uforståelig og helt usammenhengende, der man utfører noen trinn fordi du har blitt fortalt at det skal du, og så har man svaret uten at man helt vet hvordan og hvorfor. Ta for eksempel divisjonsalgoritmen langdivisjon, som ifølge Klaveness (2012, p. 62), som underviser lærerstudenter i matematikk, opplever at veldig mange av studentene verken kan forklare eller huske korrekt. Dette er noe jeg selv også opplevde. Samtidig opplevde jeg også for første gang på lærerskolen, og derfor i voksen alder, å faktisk like det faget som tidligere hadde vært kilden til mye frustrasjon. Dette gjorde også at jeg ble opptatt av forståelse hos elevene i matematikk, og særlig i begynneropplæringen der grunnlaget for elevenes videre skolegang og motivasjon for faget blir lagt. Samtidig som min forståelse i faget økte, ble øynene mine åpnet for matematikkfaget fra lærerens ståsted, noe jeg selvfølgelig ikke hadde hatt innblikk i tidligere. Dette gjorde at jeg ganske tidlig i utdanningsløpet fikk et ønske om å skrive en masteroppgave rettet inn mot matematikk.

I FOU-oppgaven skrev jeg om hvordan læreren tilrettela for elevenes forståelse gjennom å trekke tråder mellom elevenes virkelighet og erfaring på den ene siden, og matematikkfaget i skolen på den andre siden. Dette var noe jeg ønsker å jobbe videre med i masteroppgaven min, og valgte da å undersøke spesifikt temaet divisjon i begynneropplæring. Blant annet fordi det er et paradoks at divisjon er den vanskeligste av de fire regneartene (McIntosh, Settemsdal, Stedøy, Arntsen, & Nasjonalt senter for matematikk i, 2007, p. 57), samtidig som det å dele er noe elvene har elevene har masse erfaring med allerede fra før skolestart (Høines, 1998, p. 38). Barn har lært seg å dele masse før de vet at dette er en regneart. Det skal også sies at selv om divisjon som regneart er vanskelig, synes de fleste barn at delingsdivisjon der elevene får mulighet til å dele ut en eller flere enten ved bruk av tegninger eller andre konkreter er enklere enn for eksempel multiplikasjon (Hinna et al., 2012, p. 122). Selv om elevene har mye erfaring fra før, møter de ikke divisjon i skolesammenheng før i fjerde klasse.

Som lærer ønsker jeg å få en bedre forståelse av hvordan divisjon kan jobbes med i begynneropplæringen for at elevene skal få en så god forståelse som mulig, og for å legge et godt grunnlag for videre skolegang. Jeg ønsker også å kunne gi mine fremtidige elever den samme aha-opplevelsen, motivasjonen og mestringsfølelsen som jeg hadde gleden av på lærerskolen.

1.2 Formålet med studien

Formålet med denne studien er å bidra med mer kunnskap om hvordan divisjon jobbes med i klasserommet i begynneropplæringen. Studien er ment til å gi et dypdykk i tilretteleggelse og pedagogiske overveielser en erfaren matematikklærer gjør i løpet av en periode, med utgangspunkt i de nye kompetansemålene og den nye læreplanen. Mer kunnskap om tilrettelegging av divisjon kan bidra til en enda bedre tilrettelegging, forståelse for hvor vanskelig det kan være, bidra til at læreren får et mer bevisst forhold til egen praksis og de mulighetene som ligger i undervisningssituasjonene som omhandler divisjon, og variasjon i arbeidet.

Jeg har benyttet meg av søkemotorer og sider som google scholar, jstor.org, ORIA. Jeg har også flittig tatt i bruk biblioteket ved USN og det offentlige biblioteket, inkludert deres tilbud om nasjonale biblioteksøk med mulighet til å få tilsendt bøker fra andre steder i landet. Jeg har også søkt både på norsk og på engelsk. Det inntrykket jeg sitter igjen med er at det ikke er gjort veldig mye forskning på divisjon i begynneropplæring i Norge. Derfor er noe av formålet med denne studien å tilby noe forskning på feltet. Dessuten skulle LK20 gjelde fra 01.08.2020 (Kunnskapsdepartementet, 2020), noe som innebærer at det ikke har blitt rukket å forske så veldig mye i skolen etter at denne ble implementert. Det skal også sies at særlig 2020 ble et veldig annerledes skoleår på grunn av pandemien og en del hjemmeskole, noe som naturligvis resulterte i at det ikke er mye forskning på feltet enda. Derfor vil denne studien forhåpentligvis kunne bidra med noe nytt innenfor feltet. Det er heller ingen automatikk i at selv om noe står i læreplanen så lærer elevene det det står der at de skal lære eller forstå. Jeg ønsket at studien skulle ta utgangspunkt i lærerens perspektiv og praksis.

1.3 Problemstilling og forskningsspørsmål

For å belyse temaet for oppgaven min har jeg kommet frem til følgende problemstilling: *Hvordan legger en erfaren matematikklærer i begynneropplæringen til rette for å jobbe med divisjon i klasserommet?* For å kunne svare på dette har jeg observert en matematikklærer på fjerde trinn over fire undervisningstimer der divisjon var hovedfokus, som ble dokumentert gjennom notater. I etterkant av observasjonene gjennomførte jeg også et intervju med læreren, med lydopptak. Jeg fulgte kun én lærer i denne studien fordi jeg ønsket å undersøke temaet i dybden noe som er enklere hvis man har få eller én informant. Men også av den praktiske årsaken at det var vanskelig å observere divisjon i flere ulike klasserom fordi alle skolene i kommunen jobber med temaet samtidig. For å svare på problemstillingen vil jeg ta utgangspunkt i følgende forskningsspørsmål:

1. Hvilket perspektiv på divisjon legger læreren opp til at elevene møter, og eventuelt hvordan trekkes det tråder mellom divisjon og multiplikasjon?
2. Hvilke ulike representasjonsformer benytter læreren seg av ved bruk eller forklaring av divisjon, og hvordan knyttes disse sammen?
3. Hva baserer læreren valgene sine på?

Med perspektiver på divisjon i det første forskningsspørsmålet siktes det her først og fremst til divisjon som måling- og delingsdivisjon, og divisjons som motsatt regneart av multiplikasjon. Men divisjon uten rest, divisjon med rest som teller eller ikke teller med, er også inkludert i forskningsspørsmålet. Representasjonsformer i forskningsspørsmål to omfatter blant annet både muntlig og skriftlig språk og symboler, konkreter, modeller og tegninger. Det siste forskningsspørsmålet omhandler de pedagogiske grepene og overveielsene læreren baserer praksisen sin på.

For å finne svar på forskningsspørsmålene mine, og dermed problemstillingen min, vil jeg i kapittel 5 drøfte resultatene fra det innsamlede datamaterialet opp mot relevant teori. Datamaterialet samles inn ved bruk av observasjon av læreren i undervisningssituasjonen og intervju i etterkant. Relevant teori og tidligere forskning innen feltet gjøres rede for i kapittel 2. I det tredje kapittelet forklares metoden jeg har benyttet med av for å hente inn, kategorisere og analysere datamaterialet, hvordan utvalget er valgt ut, og studiens reliabilitet og validitet. Dette kapittelet avsluttes med en redegjørelse for noen forskningsetiske refleksjoner som er relevant for studien. Resultatene av studien presenteres gjennom analyse og utdrag fra intervju og observasjoner i kapittel 4. Før studiens konklusjon presenteres i siste og 6 kapittel.

1.4 Begrepsavklaring

1.4.1 Begynneropplæring

Begrepet «begynneropplæring» er et omdiskutert begrep, uten en klar og tydelig definisjon (Hoff-Jenssen, Bjerke, & Afdal, 2020). Begynneropplæringen anses for å inkludere overgangen mellom barnehage og skole, og de første fire årene i skolen, men dette er det også uenighet om innenfor forskningen (Palm, Becher, & Michaelsen, 2018, p. 13). Hoff-Jensen m. fl. (2020) gjennomførte en studie der de undersøkte hvordan begrepet ble brukt i norsk fagfellevurdert litteratur og forskning, og et utvalg læreres forståelse av begynneropplæring. I denne undersøkelsen kom de frem til at det kan identifiseres en vid og en smal forståelse av begynneropplæring. Den vide forståelsen innebærer begynneropplæring som en del av danningen. Med danning menes alt som ikke er fagspesifikt, men som allikevel må læres, som normer og regler, og det å forholde seg til og være deltakende i et fellesskap. I overgangen fra barnehage til skole må elevene for eksempel lære alt som hører med til å gå på skolen, som å rekke opp hånda, sitte i ro på plassen sin, gjøre det du skal og ikke holde på med andre ting, osv. Den smale forståelsen av begreper forbindes gjerne med utdanning, og det fagspesifikke, som for eksempel den første lese- og skriveopplæringen. Disse forståelsene av begynneropplæring er ikke motsetninger, men er heller komplementære og utfyller hverandre (Hoff-Jenssen et al., 2020). I denne studien er det allikevel først og fremst den smale, fagspesifikke, forståelsen av begreper som er mest relevant, og det er den forståelsen det siktes til ved bruk av begrepet i resten av oppgaven.

2 Teori og tidligere forskning

I denne studien undersøker jeg elevenes møte med divisjon og lærerens pedagogiske overveielser i arbeidet med dette i klasserommet. Sentralt i dette kapittelet er perspektiver på divisjon, representasjoner, og den nærmeste utviklingssonen. Først i kapittelet redegjøres det for det spesielle ved divisjon som regneart, inkludert «de store ideene» innenfor matematikk som må være på plass for å kunne forstå og behandle matematikkoppgaver knyttet til divisjon (Fosnot & Dolk, 2001, p. 10). I et matematikklasserom benyttes mange ulike representasjonsformer, videre i kapittelet redegjøres det for en modell over ulike representasjonssystemer, som belyses med utgangspunkt i divisjon (Lesh et al., 1987, p. 33). Deretter presenteres Vygotskys (1978, p. 86) nærmeste utviklingssone, og teori om tilpasset opplæring og differensiering, som handler om noen av de pedagogiske overveielsene læreren benytter seg av i sin tilrettelegging. Kapittelet avsluttes med noe tidligere forskning på feltet. Det er mange tilgjengelige teorier, og jeg har valgt det jeg mener er relevant for å best mulig belyse problemstillingen og forskningsspørsmålene mine.

Denne oppgaven tar utgangspunkt i et sosiokulturelt læringsperspektiv som innebærer et syn på læring som kulturelt og historisk, situert, mediert, kontekstuell og som transformasjoner av sosial samhandling til personlig kunnskap (Wittek, 2014, pp. 133, 134, 140). De valgene læreren tar, både de spontane og de planlagte og overveide, grunner i noe. Dette «noe» består blant annet av lærerens erfaring, tiden vi lever i, menneskesyn, synet på læring, tilgjengelige ressurser, kulturen på skolen der læreren jobber, kulturen i landet og verdensdelen vedkommende lever og har vokst opp i. Ifølge det sosiokulturelle læringssynet er sosial og kulturell deltakelse en viktig kilde til utvikling og læring, fordi dette gir oss tilgang til noen verktøyer. Vygotsky skiller mellom det han kaller «redskaper» og «tegn», der redskapene er de fysiske midlene eller verktøyene vi bruker for å håndtere og mestre verden rundt oss, og tegn er verktøy av en mer psykologisk art som vi bruker i vår indre kunnskapskonstruksjon. Eksempler på tegn kan være språk, symboler, bilder eller teoretiske begreper (Vygotsky, 1978, s. 146, i Wittek, 2014, p. 136). Med tanke på matematikklasserommet er det nærliggende å tenke seg at redskaper for eksempel kan være konkreter, og modeller av ulik slag. Dette er med andre ord artefakter som brukes i hele skolen, selv om flere av begrepene og symbolene er helt spesielle med tanke på matematikkfaget.

2.1 Divisjon som regneart

Begrepet «divisjon» stammer fra «divisio», det latinske ordet for deling, fordeling eller utdeling. I et divisjonstykke har vi dividenden, som er det tallet som deles, divisoren som er det tallet det deles på, og svaret kalles kvotient. I regnestykket 8 : 2 = 4 er med andre ord 8 dividenden, 2 er divisoren, og 4 er kvotienten (Hinna et al., 2012, pp. 122, 123). Alle disse formene for deling er noe barn stort sett har erfaring med, og begrepet «å dele» er derfor stort sett lett å forstå. Problemene oppstår gjerne når de skal begynne å bruke beregningsmetoder (Pind, 2011, p. 129).

Det er fire regnearter vi snakker om i skolesammenheng: addisjon, subtraksjon, multiplikasjon og divisjon (Hinna et al., 2012, p. 72). Divisjon er som oftest den siste regnearten elevene blir presentert for i skolesammenheng (Solem, Alseth, & Nordberg, 2016, p. 171). Den ene grunnen til det er nok at divisjon ifølge McIntosh (2007, s. 57) er den vanskeligste regnearten, og mer komplisert enn multiplikasjon, fordi det finnes to typer: delingsdivisjon og målingsdivisjon. Hvis kvotienten ikke er et helt tall, risikerer man dessuten å sitte igjen med en «rest» innenfor divisjon, en utfordring man ikke møter på i de andre regneartene. Unntaket er ved bruk av kalkulator som gir svaret i desimaltall. Det er ganske særegent for regnearten at man kan risikere å få ulike svar ved utregning med penn og papir i motsetning til kalkulator, og at begge svarene er riktige. På den annen side hevder Hinna m. fl. (2012, p. 122) at divisjon kan være enklere for barn å forstå enn multiplikasjon, nettopp på grunn av erfaringene med å dele likt og at dette kan utføres i flere steg ved å for eksempel dele ut en og en. Det er med andre ord noe uenighet på feltet.

2.1.1 Tekstoppgaver og perspektiver på divisjon

Målings- og delingsdivisjon er to måter å tenke divisjon på. Det er først og fremst snakk om disse perspektivene med hensyn til tekstoppgaver eller kontekster. Regneutrykket i de to perspektivene vil se helt like ut, med i en kontekst vises forskjellen ved blant annet i delingsdivisjon finner vi ut hvor mange hver får. Men i målingsdivisjon vet vi hvor mange hver får, men ikke hvor mange som får. Det er også mer nærliggende å snakke om en rest i tekstoppgaver eller virkelige situasjoner. Hvis fem barn skal dele en sjokolade og det blir en bit til overs, er det mer naturlig å gi den ekstra biten til mamma, enn å skulle dele opp den siste biten i mange smådeler som kan være vanskelig å få til. Men det skilles gjerne mellom rest som er av betydning eller ikke. I tilfellet med sjokoladebiten som mamma fikk, er ikke resten betydningsfull for resultatet. Men det finnes derimot situasjoner der resten teller med for resultatet. Situasjoner der divisjon inngår kan videre deles inn i seks ulike typer totalt, fordelt på de to tenkemåtene (Hinna et al., 2012, p. 126). Her er disse seks typene presentert og forklart ved regnefortelling:

Tabell 1: oversikt over målings- og delingsdivisjon, uten rest, og med rest som teller og ikke teller.

Delingsdivisjon		**Målingsdivisjon**	
Uten rest	12 epler skal fordeles likt i 2 poser. Hvor mange blir det i hver pose?	**Uten rest**	Vi skal kjøpe 12 epler, det er 6 epler i hver pakke. Hvor mange pakker må vi kjøpe?
Med rest som må telles med	13 epler skal fordeles på 2 poser. Hvor mange blir det i hver pose?	**Med rest som må telles med**	Vi skal hente 13 epler, med klarer bare å ta med 6 om gangen. Hvor mange ganger må vi gå?
Med rest som ikke telles med	13 kjeks skal fordeles på 3 barn. Hvor mange kjeks får de hver?	**Med rest som ikke telles med**	Vi har 13 kjeks, og det skal deles ut 3 kjeks til hvert barn. Hvor mange er det nok til?

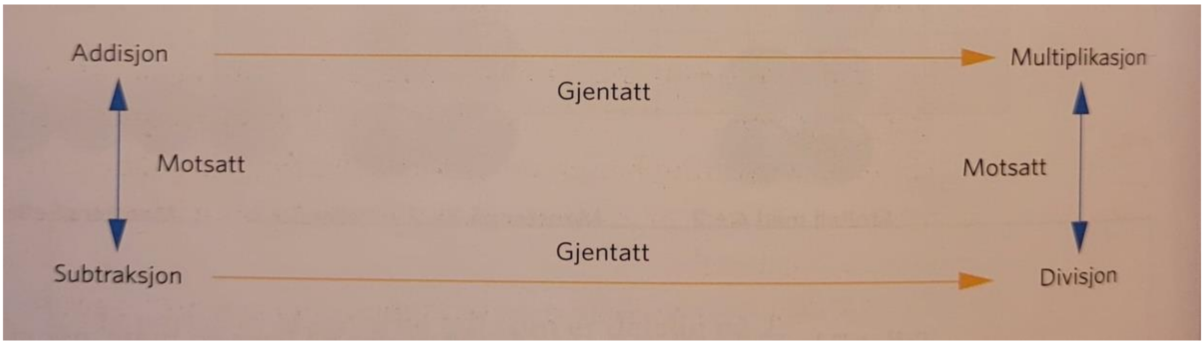
De to modellene målingsdivisjon og delingsdivisjon, også kalt måling og likedeling, er ofte knyttet til tekstoppgaver, slik som i tabellen over. Men det kan også være en nyttig løsningsstrategi for elevene ved å lage en kontekst til et divisjonsstykke kun uttrykt med tall og symboler. Elevene lærer ikke divisjonsalgoritmen i første omgang, og må derfor ty til andre strategier for å løse divisjonsstykkene. Å se for seg en kontekst, og derfor enten bruke delingsdivisjon ved å dele ut, eller målingsdivisjon ved å fordele ut grupper, kan være en slik strategi.

Innenfor målingsdivisjon kan et ifølge Pind (2011, p. 130) være spesielt nyttig å kunne bruke en mental eller fysisk tallinje, særlig når det skal hoppes med desimaltall. Tanken er da å dele opp dividenden i biter på størrelsen av divisoren. Dette gjør operasjonen veldig oversiktlig og visuell, for eksempel ved regnestykket 15 delt på 5 kan elevene hoppe med 5 av gangen og se hvor mange hopp som passer inn i 15. Eventuelt kan man bruke centimeter og se hvor mange deler med 5 cm som passer inn i 15 cm. Denne formen for deling er som regel ikke den som ligger mest naturlig for barn. Delingsdivisjon eller likedeling, ligger i motsetning til målingsdivisjon veldig nær opptil elevenes erfaring ved at en gitt mengde skal deles ut til et gitt antall personer, det er for det meste denne type delingen barn driver med før skolestart også (Pind, 2011, p. 130). Ulike tankemodeller er nødvendig fordi kontekstene og situasjonene krever ulike behandlinger og manipuleringer. Men når det er sagt kan problemet med å ha to ulike tankemodeller være at elevene kan henge seg opp i en av modellene. Hvis elevene kun tenker likedeling eller delingsdivisjon vil de for eksempel kunne få problemer med å regne divisjon med desimaltall, fordi man kan aldri dele ut til 2,34 personer.

Ved å bruke en tallinje kan man derimot hoppe på tallinja med 2,34 for å se hvor mange ganger det får plass inne i et gitt tall (Pind, 2011, p. 130). Ifølge Høines (1998, p. 216) har norske lærebøker hatt en tradisjon for å presentere delingsdivisjon først, men også har også ofte blitt fremstilt som hovedmodellen for divisjon.

2.1.2 Divisjon i sammenheng med multiplikasjon

Selv om regneartene er forskjellige, er det en sammenheng mellom dem. Noen av sammenhengene er vist i figuren under (Figur 1). Her vises det med piler at multiplikasjon og divisjon er motsatte av hverandre, noe som innebærer at en god forståelse av multiplikasjon kan resultere i en god forståelse av divisjon (Hinna et al., 2012, p. 72). At de er motsatte betyr at å spørre om hva man må multiplisere 5 med for å få 15, er det samme som å spørre om hva 15 delt på 5 er, noe som vil si at divisjonsstykker kan løses ved hjelp av automatisert kunnskap om gangetabellen (Hinna et al., 2012, p. 131). Dessuten kan vi se en sammenheng mellom de to regneartene ved at det å dele på en halv, også det samme som å multiplisere med to (Hinna et al., 2012, p. 123). Multiplikasjon kan sees på som gjentatt addisjon, og fordi multiplikasjon og divisjon er motsatte, er det også en sammenheng mellom addisjon og divisjon. *Figur 1* viser også at subtraksjon og divisjon har en sammenheng ved at divisjon kan forstås og behandles som gjentatt subtraksjon (Hinna et al., 2012, p. 72). For eksempel ved divisjonsstykket 15:3=5 vil det si at det kan trekkes 3 fra 15, fem ganger. Dette innebærer også at kjennskap til gangetabellen kan bruker for å finne svaret på divisjonsstykker. Sagt på en annen måte kan man si at multiplikasjon handler om å kombinere grupper med lik størrelse for å lage en hel. Divisjon er å dele opp en hel i flere grupper med lik størrelse. Det at både forståelse av multiplikasjon og subtraksjon er vesentlig for forståelse av divisjon kan også være en grunn til at divisjon er den siste av de fire regneartene elevene møter.



Figur 1: oversikt over sammenhengen mellom de fire regneartene (Hinna, Rinvold, & Gustavsen, 2012, p. 72).

Under er en oversikt over sammenhengen mellom tekstoppgaver i multiplikasjon og divisjon, i *Tabell 2*. Denne tabellen inkluderer mange flere kontekster enn elevene i begynneropplæring møter, men den viser hvor mange former divisjon kan ha i kontekst-relaterte situasjoner og oppgaver. Som det fremkommer av tabellen, er det en ganske stor sammenheng mellom multiplikasjon og divisjon.

Tabell 2: oversikt over forholdet mellom multiplikasjon og divisjon i tekstoppgaver (Basert på Greer, 1992, i Hinna et al., 2012, p. 127)

Klasse	**Multiplikasjonsoppgaver**	**Divisjon med multiplikator – delingsdivisjon**	**Divisjon med multiplikand – målingsdivisjon**
Like grupper – gjentatt addisjon	3 barn har 4 appelsiner hver. Hvor mange har de til sammen?	12 appelsiner deles likt mellom 3 barn. Hvor mange appelsiner får hvert barn?	Vi har 12 appelsiner og hvert barn får 4 hver. Hvor mange barn får appelsiner?
Like mål	3 barn har 4,2 liter juice hver. Hvor mye har de i alt?	12,6 liter juice deles likt mellom 3 barn. Hvor mye får hvert barn?	Vi har 12,6 liter juice. Hvert barn skal få utdelt 4,2 liter. Hvor mange barn får juice?
Rate	En båt går med jevn fart på 4,2 meter per sekund. Hvor langt går den på 3,3 sekunder? Tre epler ligger i en skål, i kjøleskapet er det fire ganger så mange epler. Hvor mange epler er det der?	Er båt går 13,9 meter på 3,3 sekunder. Hva er gjennomsnittsfarten?	Hvor lang tid tar det for en båt å gå 13,9 meter med en fart på 4,2 meter per sekund?
Omgjøring av mål	En tomme er ca. 2,54 cm. Hvor langt er 3,1 tommer?	3,1 tomme er ca. 7,84 cm. Hvor mange cm er en tomme?	En tomme er ca. 2,54 cm. Hvor langt er 7,84 cm i tommer?
Multiplikative sammenligninger	Jern er 0,88 ganger tyngre enn kopper. Et stykke kopper veier 4,2 kg. Hvor mye veier et like stort stykke jern?	Jern er 0,88 ganger så tungt som kopper. Et stykke jern veier 3,7 kg. Hvor mye veier et like stort stykke kopper?	To like store stykker jern og kopper veier henholdsvis 3,7 kg og 4,2 kg. Hvor tungt er jern i forhold til kopper?
Del/helhet	På en skole bestod 3/5 av elevene en eksamen. 80 elever var oppe til eksamen. Hvor mange bestod eksamen?	På en skole bestod 3/5 av elevene en eksamen. 48 elever bestod eksamen. Hvor mange elever tok eksamen?	På en skole bestod 48 av 80 elever en eksamen. Hvor stor andel bestod eksamen?
Multiplikative endringer	En type strikk kan strekkes til 3,3 ganger den opprinnelige lengden. Fullt utstrekt er en strikk 13,9 meter. Hvor lang var den opprinnelig?	En type strikk kan strekkes til 3,3 ganger den opprinnelige lengden. Fullt utstrekt er en strikk 13,9 meter. Hvor lang var den opprinnelig?	En type strikk som er 4,2 meter lang kan strekkes til 13,9 meter. Med hvilken faktor er den forlenget?
Kartesisk produkt eller kombinatorikk	Det er 4 veier fra A til B og 3 veier fra B til C. Hvor mange veivalg er det fra A til C via B?	Det er 12 ulike veivalg fra A til C via B, og 4 veier bra A til B. Hvor mange veier er det mellom B og C?	
Rektangulært areal	Hva blir arealet av et rektangel med lengde 3,3 meter og bredde 4,2 meter?	Arealet av et rektangel er 13,9 m^2 og lengden er 3,3 meter. Hvor stor er bredden?	
Produkt av mål	En varmtvannsbereder bruker 3,3 kWh strøm i timen. Den står på i 4,2 timer. Hvor mange kWh har den brukt?	En varmtvannsbereder bruker 3,3 kWh strøm i timen. I hvor mange timer har den stått på når det er brukt 13,9 kWh?	En varmtvannsbereder har brukt 13,9 kWh. Den har stått på i 4,2 timer. Hvor mange kWh bruker den i timen?

2.1.3 Store ideer og sammenhengen mellom regneartene

Unitizing, eller forene/gruppere, er en av de store ideene innenfor matematikk som barn tar i bruk når de jobber med matematikk. Det å forene, eller gruppere, forutsetter forståelse av plassverdisystemet, og multiplikasjon og divisjon med eksempelvis ti, altså ti objekter danner én gruppe av ti. Dette forutsetter at barnet oppfatter gruppen både som én gruppe, og som mengden ti samtidig. Dette gjør barna i stand til å telle med hele grupper (Fosnot & Dolk, 2001, p. 10). Det å bruke tall til å ikke bare telle objekter, men også grupper av objekter, slik at helheten er et antall grupper som består av et antall objekter, er en forutsetning for å forstå multiplikasjon. For eksempel fire grupper av seks, er det samme som $4 \cdot 6$. Delene kommer sammen til en ny helhet, og delene eller gruppene og helheten kan oppfattes samtidig (Fosnot & Dolk, 2001, p. 11). Forholdet mellom delene og helheten forklarer også det gjensidige forholdet mellom divisjon og multiplikasjon, fordi multiplikasjon er deler som blir til en enhet og divisjon er en helhet som blir til deler.

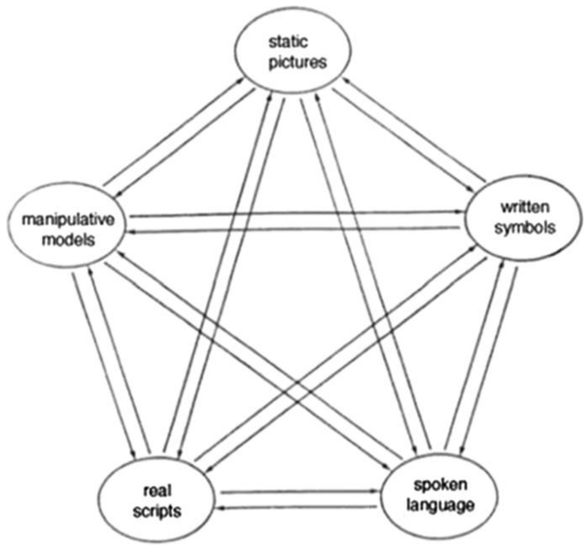
Den kommutative lov er, i likhet med den assosiative og den distributive lov, også store ideer innenfor matematikk. Det er imidlertid kun den kommutative lov det er relevant å snakke om i sammenheng med divisjon, nettopp fordi noen elever kan misforstå og tro at divisjon i likhet med multiplikasjon er kommutativt (Hinna et al., 2012, p. 110). Både addisjon og multiplikasjon er kommutativt i motsetning til divisjon. Innenfor divisjon, i likhet med subtraksjon, er hvilken rekkefølge tallene står i regnestykket vesentlig, fordi hvis disse byttes på får man som regel et annet svar. Med andre ord er $4 : 2 = 2$, men $2 : 4 = 0{,}5$ (Pind, 2011, p. 132). Multiplikasjon er gjerne den regnearten det jobbes med i skolen før divisjon, og multiplikasjonens kommutative egenskap er noe det ofte fokuseres mye på. Mange har nok hørt setningen: faktorenes rekkefølge er likegyldig. Dette innebærer at elevene trenger forståelsen for likhetene og forskjellene mellom divisjon og multiplikasjon, samtidig som de ser sammenhengen. Når barn har konstruert de viktige store ideene, kan de begynne å benytte seg av multiplikasjonsstrategier i divisjonskontekster, som multiplikativ tenkning der elevene teller grupper (Fosnot & Dolk, 2001, p. 51).

2.2 Representasjoner

Representasjoner er noe som viser til noe annet, og innenfor matematikk finnes det mange ulike representasjonsformer. Matematikk skiller seg ut fra de andre vitenskapene ved at de matematiske objekter ikke er tilgjengelige for oss verken gjennom oppfattelse eller instrumenter. Dette betyr at vi er helt avhengig av å bruke tegn eller andre semiotiske representasjoner, og hele systemer av dette, for å kunne behandle matematikk, både i beregninger og kommunikasjon med andre. Hvilken semiotisk representasjonsform vi bruker kan variere. Det er allikevel viktig å være klar over at det matematiske objektet og representasjonen for dette ikke er det samme, en representasjons funksjon innenfor matematikk er å representere en annen semiotisk ressurs, ikke objektet i seg selv. Derfor er det interessant å se på transformasjonene mellom representasjonene, det er dette som er kjernen i matematisk aktivitet (Duval, 2006, p. 107). Representasjoner deles gjerne inn i to grupper: 1) interne representasjoner, og 2) eksterne representasjoner. De interne representasjonene er de bildene man danner seg kognitivt av en prosess eller et objekt. De eksterne representasjonene er de som fysisk uttrykkes, og som benyttes i mellommenneskelig kommunikasjon (Duval, 2006, i Hana, 2014, p. 132).

2.2.1 Modell av ulike representasjonssystemer

Lesh, Post og Behr (1987, p. 40) har laget en modell over ulike representasjonssystemer i matematikk. Hver av representasjonene står selvstendige, men mange situasjoner benyttes flere representasjoner samtidig. Både innad i representasjonene og mellom vil det forekomme transformasjoner, som vil si å endre representasjonen eller veksle mellom ulike (Hana, 2014, p. 147). For eksempel skiftes det fra representasjonssystemet *muntlig språk* til *skriftlig språk* hvis læreren forteller en regneregnefortelling, og eleven skriver ned tallene i denne fortellingen for å løse oppgaven. Transformasjoner innenfor samme system er for eksempel behandling av tall i form av beregninger innenfor representasjonssystemet skriftlig språk. Pilene i modeller viser til at alle systemene er knyttet sammen. Med utgangspunkt i Hana (2014, p. 136) vil jeg også se på «gester» som en type transformasjon eller bindeledd mellom ulike representasjonsformer. Modellen er vist ved *Figur 2*, og hver av representasjonssystemene er beskrevet mer inngående nedenfor.



Figur 2: modell over representasjonssystemer i matematikk (Lesh, Post, & Behr, 1987, p. 34)

2.2.1.1 Erfaringsbaserte situasjoner eller «real scripts»

Vil si kunnskap basert på erfaringer og kontekster fra den virkelige verden. Dette fungerer som et generelt grunnlag for å tolke omverdenen og for problemløsning innenfor ulike typer situasjoner (Lesh et al., 1987, p. 33).

Fosnot og Dolk (2001, p. 2) skiller mellom tekstoppgaver, og det de kaller virkelige kontekst problemer. Ifølge Fosnot og Dolk (2001, p. 2) vil barn ofte i møte med tekstoppgaver bare spørre seg selv hvilken operasjon som skal brukes, og konteksten blir irrelevant når de manipulerer tallene, de bruker bare det de kan. Virkelige problematiske kontekster engasjerer barna på en måte som gjør at de beholder føttene plantet på jorda (Fosnot & Dolk, 2001, p. 2). En del av tekstoppgavene er designet med lite kontekst slik at de egentlig er overflatiske, kamuflerte forsøk på å få elevene til å bruke en bestemt strategi. Kontekst problemer er på den andre siden mye nærere knyttet til elevenes liv, ikke bare til skolematematikken. Disse er utarbeidet for å forberede og utvikle elevers matematiske modellering av og i den virkelige verden. Disse bidrar derfor til å oppfordre elevene til å finne genuine og mangfoldige løsninger (Fosnot & Dolk, 2001, p. 26)

2.2.1.2 Manipulerbare modeller

Viser til ulike typer fysiske objekter som kan pekes på, tas og flyttes på. Dette kan være konkreter som Cuisenaire-staver, centikuber, tellebrikker, tallinje, osv., som ikke har spesiell betydning i seg selv, men som får mening i forhold operasjonene som gjennomføres, og som passer til mange formål (Lesh et al., 1987, p. 33). I dag finnes også virtuelle konkreter og objekter som kan håndteres nesten på samme måte som de fysiske, og som kan gjøre samme nytten. Dette kan for eksempel være ulike programmer eller apper for PC og nettbrett.

Ved bruk av konkreter kan små elever, helt ned i 1. trinn, jobbe både med multiplikasjon og divisjon. For eksempel forteller Solem m. fl. (2016, p. 173) om ei 5 år gammel jente som løste en divisjonsoppgave ved bruk av klosser. Hun fikk 20 klosser, og oppgaven er: *Disse klossene skal legges i esker, det er plass til fire klosser i hver eske. Hvor mange esker trenger du?* Oppgaven løste hun ved å legge ut klossene i hauger på fire og fire, og fant ut at hun trengte fem esker. Elever som er så unge ser objektene som enheter og bruker ofte mye tid på å telle eller finne frem én og én, ved neste utviklingstrinn vil de være i stand til å håndtere mengder istedenfor enkeltobjekter. Å jobbe med divisjon på denne måten gir både trening i å telle, og trening i å overføre praktiske situasjoner til matematiske modeller, i tillegg til at elevene blir kjent med strukturen i slike oppgaver (Solem et al., 2016, p. 173).

2.2.1.3 Statiske bilder

Inkluderer statiske bilder og diagrammer som man for eksempel finner i lærebøker, men også bilder eller modeller som lærer eller elevene tegner selv. Tegning er på en måte semi-konkrete, fordi de representerer noe helt konkret, men er ikke taktilt slik som for eksempel centikuber. Ifølge Solem m. fl. (2016, p. 173), kan tegninger brukes på samme måte som konkreter, som i fortellingen om den 5 år gamle jenta ovenfor.

Tegninger kan også ofte for barn klassifiseres som skriftspråk, og i mange tilfeller som språk av 1. orden, som vil si at denne representasjonen ikke krever oversettelse. Tegninger eller bilder tolkes og forstås umiddelbart og står i direkte kontakt med meningsinnholdet. Det betyr samtidig at det kan være å utrykke seg gjennom tegninger for barn i enkelte tilfeller, enn ved bruk av andre språkformer eller representasjonsformer (Høines, 1998, p. 86). Språk av 1. og 2. orden er beskrevet nedenfor.

2.2.1.4 Muntlig språk

Denne kategorien inkluderer både hverdagsspråk og fagspråk (Lesh et al., 1987, p. 33). Regnestykker som skrives med tall og symboler, er også et språk og elevene skal lære å lese disse stykkene både muntlig og skriftlig. Regnestykket 15 : 3 leses som «femten delt på tre» eller «femten dividert med 3», og operasjonen er at vi «dividerer, eller deler, 15 med 3». Men i tillegg til dette har alle tallene i regnestykket egne navn, i det samme regnestykket, 15 : 3 = 5, er 15 dividenden, 3 er divisoren og 5 er kvotienten. Dessuten får vi det vi kaller en «rest» hvis kvotienten ikke er et helt tall og divisjonsstykket dermed ikke «går opp». For eksempel er 15 : 2 = 7 med 1 rest, fordi 15 = 2 · 7 + 1 (Pind, 2011, p. 132). Det kan også oppstå problemer når vi oversetter situasjoner til symboler på bakgrunn av ordene eller utrykkene vi benytter oss av. For eksempel hvis man har regnestykket 12:3 og sier «hvor mange ganger går tre i tolv?», vil det kanskje være nærliggende for elever å tenke på regnestykket som 3:12, på grunn av rekkefølgen vi sier det i (McIntosh et al., 2007, p. 58). I løpet av elevenes skolegang utvikles språkforståelsen og språkbruken deres fra hverdagsspråk til å inkludere mer faglige matematiske begreper og symboler, men også et mer presist språk. Denne utviklingen innebærer at elevene blir klar over de flerfoldige sammenhengene mellom begreper, symboler, betydninger, kontekster og prosedyrer, i møte med matematiske oppgaver. Videre betyr dette at elevene må få en forståelse for at ord og begreper kan ha flere betydninger, som innebærer ulike fremgangsmåter og behandlinger (Anghileri, 1995, p. 11).

Det å dele er en del av hverdagsspråket vårt og gjør seg gjeldende i mange situasjoner, for eksempel som å dele godteri med noen, dele på en leke, eller å dele opp en pizza i flere deler. Denne begrepsmessige førforståelsen, som barna også har kjent på kroppen, kan bygges videre på i matematikkundervisning (Pind, 2011, p. 129). Barn har med seg masse erfaring når de begynner på skolen, og erfaring med språk, ord og begreper er en av disse. Det er skolens og lærernes oppgave å legge til rette for en videreutvikling av disse. Dessuten er det mange at ytringene som har med deling å gjøre som ikke direkte er hverdagsspråk. For eksempel er uttrykket «delt på» noe som ofte ikke forekommer i dagligtale (Anghileri, 1995, p. 11). For at begrepene skal utvikles må begrepsforståelsen nyanseres og utvides, og nye assosiasjoner og tilknytninger må opprettes for nye begreper, noe som skjer gjennom erfaringer (Høines, 1998, p. 39). Begreper består både av et begrepsinnhold (BI) og et begrepsuttrykk (BU). Begrepsinnholdet er de indre tankene og oppfattelsene, og erfaringene vi tillegg et begrep. Begrepsutrykket er hvordan vi ytret disse tankene utad og omfatter alle type språk. BU er utrykket for tanken, men nye erfaringer skaper endringer i begrepsinnholdet vårt, og bidrar til begrepsdannelse (Vygotsky, 1971, i Høines, 1998, pp. 78, 79, 80). Det skal også nevnes at ifølge Vygotsky er språket et redskap som brukes i utvikling av menneskers bevissthet, fordi språklig utvikling er essensiell for å kunne føre en ytre og en indre dialog. Språket er derfor et viktig redskap for å kunne tenke og resonere (Vygotsky, 2001, i Skodvin, 2001, pp. 14, 15).

Utvikling av begreper og språk skjer også ved at språk av 2. orden utvikles til 1. ordens språk. Dette er kanskje særlig relevant innenfor matematikk i skolen der det er en del fagterminologi som elevene skal forholde seg til. Språk av 1. orden referer til begreper der BI og BU står i direkte kontakt og det ikke er behov for oversettelse. Språk av 2. orden blir som et fremmedspråk og krever oversettelse ved bruk av 1. ordens språk (Vygotsky, 1971, iHøines, 1998, pp. 85, 90, 91). For eksempel vil begrepet «pluss» mest sannsynlig være et språk av 1. orden for de aller fleste 4. klassinger. De forstår umiddelbart at ved pluss skal noe legges sammen. Innenfor divisjon finnes det begreper de kanskje aldri har hørt før, som for eksempel begrepet «divisjon» som for de fleste vil være språk av 2. orden, og i begynnelsen vil de ha en ganske snever forståelse av begrepet. Elevenes mulighet for å lykkes med løsningen av en oppgave er avhengig av hvilke meningsinnhold de tillegger begrepene, og hvilke operasjoner eller prosedyrer de tillegger disse meningene (Anghileri, 1995, p. 11).

2.2.1.5 Skriftlig språk:

inkluderer skrevne ord og tekster, ulike former for symboler for eksempel tall eller andre matematiske tegn som likhetstegn, og uformelle symboler som tellestreker (Lesh et al., 1987, p. 33). Det finnes ulike tegn for divisjon, men i Norge er det kolon altså symbolet : som er divisjonssymbolet. Tegnet som brukes for divisjon på kalkulatorer og i flere andre land er en prikk over og under en vannrett strek ÷. Dette tegnet brukte vi i Norge som tegn for subtraksjon tidligere. Skråstrek kan også være et divisjonstegn, ofte i regneark (Pind, 2011, p. 132). Det som står overfor om både språk av 1. og 2. orden, og begrepsinnhold og -uttrykk gjelder også for denne kategorien i representasjonsmodellen.

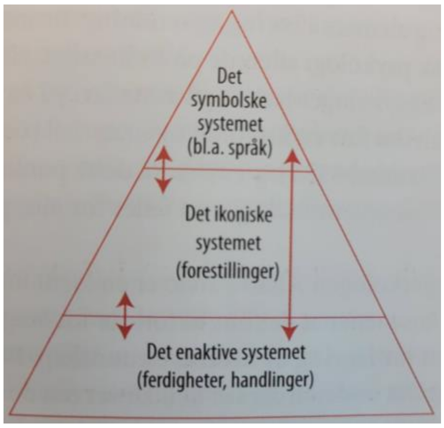
2.2.2 Sammenheng, fleksibilitet og forståelse

Lesh m. fl. (Lesh et al., 1987, p. 35) hevder at forståelsen av en idé eller et konsept innenfor matematikk innebærer det for det første å kunne gjenkjenne den i mange ulike representasjonssystemer. For eksempel å forstå en brøk både ved tegning, som regneuttrykk og uttrykt gjennom muntlig språk. For det andre innebærer forståelse å kunne behandle ideen innenfor et gitt system, og for det tredje å kunne foreta en nøyaktig oversettelse til et annet representasjonssystem. Dette er noe som må bygges opp over tid, og ved begynneropplæring i divisjon har elevene bare så vidt begynt å konstruere dette nettverket av kunnskap. De mener videre at lærere som er i stand til å lære bort disse ideene gjør dette ved å forenkle, konkretisere, spesifisere, illustrere og parafrasere ideene, og pakke dem inn i virkelighetsnære situasjoner. Læreren hjelper elevene med andre ord til å forstå ideene innenfor de ulike representasjonssystemene gjennom bruk av ulike teknikker (Lesh et al., 1987, p. 36). De som er fleksible i sin bruk av representasjonssystemer, er også som regel gode problemløsere. Det som kjennetegner en slik type fleksibilitet er at de til enhver tid kan bytte til den representasjonsformen som passer best, og som kan endre den flere ganger underveis i prosessen frem mot løsningen (Lesh et al., 1987, p. 37). Det er tilnærmet umulig å finne en representasjon som egner seg like godt til alle formål (Hana, 2014, p. 147). Dette er det som kan kalles en relasjonell forståelse, med utgangspunkt i Skemp (1976, s. 21). Dette er en type forståelse som innebærer at man både vet hva man skal gjøre og hvorfor. For eksempel i forhold til divisjon kan dette være at man forstår at regnestykket 15:3 betyr at mengden femten skal deles opp i grupper på tre og tre ved bruk av målingsdivisjon, eller deles ut at mengden skal fordeles på tre ulike grupper ved delingsdivisjon. Det betyr også at man forstår at ved for eksempel å bruke tabellkunnskap ved å si at 3 ganger 5 er 15, derfor er 15 delt på 3, 5 også den samme operasjonen som å dele ut eller opp en mengde konkreter. Ifølge Skemp (1976, s. 21) kan forståelse deles inn i to typer innenfor matematikk. Det andre forståelsen kalles en instrumentell forståelse, kan også beskrives som «regler uten grunn», altså bruk av en formel eller regel uten å forstå eller vite hva man driver med, ren utførelse. Med utgangspunkt i representasjonsmodellen, kan vi si at man har en relasjonell forståelse hvis man ikke er i stand til å bruke flere ulike representasjonsformer.

2.2.3 Teori om tre representasjonsnivåer

Ovenfor ble en modell over ulike representasjonssystemer relevant for matematikklasserommet beskrevet. Bruner har en teori om ulike representasjonsnivåer som kan være relevant å se i sammenheng med den modellen overfor. Dette er en konstruktivistisk teori som handler om hvordan elever konstruerer kunnskap i møte med omverdenen. I motsetning til modellen overfor behandler denne teorien representasjoner som indre forestillinger av verden rundt oss (Imsen, 2014, p. 172). Samtidig er det slik at de indre og ytre representasjonsformene påvirker hverandre, og hvis man ikke har tilgang på de indre forestillingene, vil det også være problematisk å benytte seg av eksterne representasjonsformer.

De tre ulike representasjonsnivåene er vist i Figur 3 til høyre, og som det kommer frem av pilene i figuren henger disse nivåene sammen. Bruner mente at disse er tilgjengelig for alle, men at nivåene gradvis tas i bruk etter hvert som barnet blir eldre. Hos voksne fungerer nivåene side om side. Det første nivået barn tar i bruk er også det nederste i pyramiden, det enaktive systemet, også kalt handlingsrepresentasjoner. Dette nivået representerer automatisert fysiske handlinger eller manipulasjoner. Med andre ord utfører man en handling uten å tenke over den, som en internalisering av virksomhet i forhold til samspill med ting (Bruner, 1966, pp. 10 - 11).



Figur 3: modell over Bruners representasjonsnivåer (Imsen, 2014, p. 173)

Det neste nivået kaller Bruner *det ikoniske systemet* og viser til visuelle forestillinger som barnet kan manipulere mentalt, som en type konkret tenkning. Øverst har Bruner plassert *det symbolske systemet* som inneholder språk og symboler. En symbolsk representasjon betyr at det ikke er noen umiddelbar likhet mellom symbolet og objektet som symboliseres (Bruner, 1966, p. 11).

Bruner knytter også teorien om representasjonsnivåene spesielt til matematikkfaget. Han mener at utviklingen starter gjennom instrumentell behandling av konkreter som for eksempel klosser, og at denne konstrueringen og rekonstrueringen kan gi barn ideer om matematiske relasjoner. Barnet vil danne indre forestillinger på bakgrunn av arbeidet med det konkrete materialet. Som siste ledd blir disse forestillingene fulgt av matematiske symboler (Imsen, 2014, p. 175). Dessuten mener han at barn følger disse nivåene i rekkefølge frem til de er i stand til å ta i bruk alle nivåene (Bruner, 1966, p. 12).

2.3 Pedagogisk teori

2.3.1 Den nærmeste utviklingssonen

Teorien om den nærmeste utviklingssonen er teorien om at læring skjer i den sonen som er mellom det barnet klarer helt på egenhånd, og det barnet ikke klarer i det hele tatt. Denne sonen representerer det barnet er i stand til sammen med en kompentet annen. Dette kan både være en voksen som veileder og guider, som en lærer, eller en jevnaldrende med mer kompetanse på det aktuelle området (Vygotsky, 1978, p. 86).

I Vygotskys undersøkelse av begrepsdannelse kom han frem til læringens dialogiske karakter, og satt denne i sammenheng med den nærmeste utviklingssonen. Han mente at dette er stedet som inneholder barnets empiriske kunnskaper, og der barnets uorganiserte spontane begreper møter den voksnes systematiske og logiske resonnement (Vygotskij, 2001, p. 239).

Den nærmeste utviklingssonen viser til det barn kan klare med hjelp fra en mer kompetent person, for eksempel en voksen. Det er i denne sonen utvikling skjer, i motsetning til barnets aktuelle utviklingsnivå som viser til det barnet allerede kan og der kognitive prosesser allerede har funnet sted. Det betyr at barnets utvikling må sees ut ifra både hva barnet allerede kan og barnets potensielle utviklingsnivå, som er innenfor rekkevidde under riktige omstendigheter. Disse omstendighetene er veiledning eller samarbeid med mer kompetente personer. Det barnet klarer med hjelp i dag, klarer barnet alene senere (Vygotsky, 1978, i Bråten, 1996, p. 125).

Fra lærerens side og i skolesammenheng kan man snakke om *den proksimale/nærmeste utviklingssone* i de situasjonene der læreren bygger videre på den kunnskapen og erfaringer elevene allerede har, for å utvide kunnskapshorisonten ytterligere. Men også med tanke på å skape sammenhenger slik at eleven blir klar over overføringsverdien fra kjente til ukjente eller mer abstrakte. situasjoner ved å bruke kunnskap elevene allerede har til å løse problemer i andre eller mer abstrakte situasjoner eller i mer abstrakte situasjoner (Vygotsky, 1978, i Lampert, 1991, p. 127). Det betyr at elevenes kunnskaper og erfaringer er en vesentlig faktor for lærerens tilrettelegging og planlegging av undervisningen. Ved å legge lista for høyt vil undervisningen gå over hodet på elevene, slik at de ikke lenger befinner seg i den nærmeste utviklingssonen. Dette får konsekvenser for elevenes læringsutbytte og i verste fall finner ikke læring sted i slike situasjoner.

Ved bruk av gode problemer eller oppgaver vil elevene kunne bruke sine antakelser om hvordan deler av matematikk fungerer, antakelsene kan videre prøves ut i mindre kjente situasjoner i regi av læreren (Lampert, 1991, p. 127).

2.3.2 Tilpasset opplæring og differensiering

Tilpasset opplæring er konseptet om at alle elever skal få tilpasset undervisningen, arbeidsformer og oppgaver etter evner og forutsetninger. I Norge er dette en lovfestet rett gjennom Opplæringsloven, og skal ligge til grunn for all undervisning og aktivitet i klasserommet. Dette betyr videre at alle elevene skal få et utbytte av skolegangen, skal få oppleve mestringsfølelse og utfordringer (Håstein & Werner, 2014, pp. 22, 23). Tilpasset opplæring er med andre ord et konsept som ligger til grunn for alt vi driver med i skolen. Med tanke på det faglige kan tilpasset opplæring blant annet knyttes til undervisningsformer, arbeidsformer og arbeidsoppgaver gjennom å variere, samtidig som det oppleves trygt, kjent og forståelig ut for elevene (Håstein & Werner, 2014, p. 29). Variasjonene kan både være små og daglige som at det for eksempel varierer om elevene skal snakke sammen to og to om et tema, eller om de skal sitte og tenke litt for seg selv en stund før de svarer. Men de kan også innebære en større endring av arbeidsform for eksempel ved prosjekter over en lengre tid istedenfor småoppgaver i timen. I tillegg til variasjon kan tilpasset opplæring på det faglige plan bestå i å bygge videre på og bruke det elevene allerede har av kunnskaper, kompetanse, erfaringer og interesse (Håstein & Werner, 2014, pp. 29, 43). Det kan være med på å knytte elevenes kunnskap sammen, samtidig som de føler seg sett, inkludert i et fellesskap og verdsatt, som også er verdier knyttet til tilpasset opplæring (Håstein & Werner, 2014, pp. 29, 53).

Differensiering er en måte å tilrettelegge for tilpasset opplæring på, men handler i større grad om det faglige. Ordet i seg selv betyr å gjøre forskjell og å skille. Differensieringen i et klasserom kan blant annet bestå av at noen av elevene får andre oppgaver eller oppgaver med en annen vanskelighetsgrad, eller at enkelte elever jobber sammen med bakgrunn i forutsetninger og evner (Håstein & Werner, 2014, p. 22). Det kan differensieres på mange ulike måter, det vanligste er å differensiere innhold, arbeidsmetoder, læremidler eller forenkle språket. For eksempel kan det innenfor matematikk være en differensiering å ha tilgang på konkreter ved behov, få mulighet til å samarbeide med en medelev, eller få enklere eller vanskeligere oppgaver (Buli-Holmberg & Ekeberg, 2016, pp. 164, 165). Ved en differensiert tilnærming tas det hensyn til at elever er forskjellige, lærer på ulike måter, tilegner seg ny kunnskap og nye ferdigheter i ulik hastighet, og at de har ulike evner, forutsetning, erfaringer og ikke minst interesser (Idsøe, 2014, p. 173).

2.4 Tidligere forskning på divisjon i klasserommet

I denne delen vil jeg presentere et utvalg tidligere forskning på lærerens arbeid med divisjon i begynneropplæringen. Det er en del forskning på arbeid med i klasserom både på elevarbeider, lærere, klasseromsdynamikk og lignende. Det skal allikevel nevnes at en del av denne forskningen er over 10 år gammel og er fra ulike steder i verden. Selv om mye fortsatt er relevant har det ikke en direkte overførbarhet til norske forhold med tanke på lærerutdanningen i Norge, og endringer som har skjedd både der og i læreplanene de siste årene. Dette innebærer at en del faktorer fra forskningen kanskje skiller seg fra slik situasjonen er i norske skoler i dag. Dette kan inkludere blant annet tradisjoner for arbeidsmåter, klasseromskultur, elevenes alder, tilgjengelige ressurser, og læreverk, for å nevne noe. Som nevnt finnes forskning på lærere som underviser divisjon i begynneropplæring, og som del av et grunnlag for å drøfte egne funn vil jeg her trekke frem noen relevante funn fra tidligere forskning.

2.4.1 Forståelse av divisjon

I en undersøkelse av sisteårs lærerstudenter undersøkte Simon (1993) deres forståelse av divisjon. Han kom frem til at deltakerne i denne studien manglet en fullstendig forståelse av divisjon som modell av situasjoner. Studentene hadde god oversikt over symbolene og utregningsmetodene, men forståelsen deres var fragmentert og manglet den overordnede sammenhengen. Dette ble blant annet målt ved å undersøke studentenes forståelse av divisjon som situasjoner fra den virkelige verden, konkrete eller intuitive modeller, symboler og representasjoner og abstrakte forestillinger om divisjon (Simon, 1993, p. 237). Deres manglende forståelse av disse sammenhengene resulterte i det Simon (1993, p. 251) kaller et svakt «nettverk av kunnskap», som gjorde at studentene ikke var stand til å tenke fleksibelt og bevisst på divisjon som delings- og målingsdivisjon (Simon, 1993, p. 247). Graeber m. fl. (1986, i Simon, 1993, p. 247) kom i sine undersøkelser frem til det samme som Simon, at grunnskolelærerstudenter hovedsakelig tenker på divisjon som delingsdivisjon. Videre konkluderer Simon (1993, p. 252) med at lærerstudentene har en instrumentell og lite sammenhengende forståelse av divisjon.

Ramsingh (2020) undersøkte hvordan tre lærere på barneskolen beskriver hvordan de ville lært elvene om divisjon og hvilke representasjoner de ville brukt. Alle lærerne snakket om at de ville valgt å vise en tekstoppgave i divisjon ved bruk av handling, tegning og symboler. Samtidig var ingen av dem i stand til å bruke de valgte representasjonene til å komme frem til svaret, eller til å lage et divisjonsutrykk til tekstoppgaven. Dermed hadde representasjonene ingen funksjon i løsningen av oppgaven, men ble kun brukt for å vise frem det endelige svaret (Ramsingh, 2020, p. 1).

2.4.2 Lærerens forklaringer av divisjon i klasserommet

Lærerens forklaringer og gjennomganger av oppgaver er en stor del av undervisningen, og viktig for elevenes forståelse. Divisjon er vanskelig regneart, blant annet fordi den inneholder de to perspektivene målings- og delingsdivisjon, i tillegg til å operere med og uten rest (Hinna et al., 2012, p. 126). Men undersøkelser viser også, ifølge Mathews (2014, p. 84), at dette er en regneart mange lærere syns er vanskelig å undervise i. I sin undersøkelse har Mathews (2014, p. 84) forsket på læreres presentasjoner og gjennomgang av divisjonsoppgaver. Gjennom studien forsøkte han å undersøke sammenhengen mellom lærerens forklaring og lærerens bruk av divisjonsmodellene, hvilke handlinger som læreren utførte, situasjonene som ble brukt til å skape kontekst, og hvilke representasjoner læreren brukte. Undersøkelsen ble gjennomført ved en Sør Afrikansk grunnskole, i en klasse der elevene var 8 – 9 år gamle. I eksemplene som trekkes frem er det liten sammenheng i lærernes forklaringer. Ved et tilfelle ble representasjonene endres underveis i lærerens forklaring, der hun gikk fra å snakke om egg til godteri uten videre. Dessuten var det eksempler der læreren startet å forklaringen sin ut ifra delingsdivisjon, men viser frem målingsdivisjon men handlingene sine (Mathews, 2014, p. 93). Studien konkluderes med at dårlig sammenheng i læreres forklaringer fører til en manglende forståelse av divisjon hos elevene. For å unngå dette påpekes at læreren må forstå at ved bruk av delings- eller målingsdivisjon må situasjonen, handlingene, representasjonene og lærerens muntlige forklaringer passe til den valgte modellen. Det påpekes også at læreren må velge situasjoner som gjør elevene i stand til å se forskjellen mellom dem. I konklusjonene har Mathews (2014) støttet seg til Anghileri (1995), og Brooker m. fl (1992) (1995, 1992, i Mathews, 2014, p. 94).

3 Metode

I denne studien har jeg undersøkt hvordan en erfaren matematikklærer på 4. trinn har lagt til rette for arbeid med divisjon i klasserommet, og hvilke pedagogiske overveielser som ligger bak. For å svare på dette har jeg observert lærerens undervisningsopplegg over flere økter, og intervjuet læreren på bakgrunn av observasjonene i etterkant. Jeg tok fortløpende feltnotater av observasjonene og lydopptak av intervjuet, som ble transkribert i etterkant. Datamaterialet ble kodet ved bruk av en tematisk analyse (Johannessen, Rafoss, & Rasmussen, 2018, p. 279) med utgangspunkt i forskningsspørsmålene, videre er disse analysert ved bruk teorien fra kapittel 2. Jeg starter med å beskrive forskningsdesignet, før jeg beskriver utvalget, metode for datainnsamling, metode for koding og analyse. Til slutt vil jeg først redegjøre for studiens feilkilder ved bruk av begrepene reliabilitet og validitet, og avslutningsvis kaste lys over de forskningsetiske hensynene som gjør seg gjeldene for denne studien.

Eksemplene fra datamaterialet som trekkes frem i analysen er valgt ut på bakgrunn av at de er spesielt godt egnet til å få frem hvordan læreren jobbet i klasserommet, og hvilke overveielser som lå bak. I tillegg har jeg valgt ut utdrag fra både observasjoner og intervju som underbygger, utfyller eller står i kontrast til hverandre.

3.1 Forskningssdesign

Tradisjonelt sett skilles det mellom kvalitativ og kvantitativ metode. Hvilken metode man velger å bruke bestemmes av hva man søker svar på i undersøkelsen, og begge metodene har både fordeler og ulemper avhengig av hva man ønsker å undersøke (Jacobsen, 2005, p. 62). En kvalitativ metode egner seg godt for å få frem nyanserte data, og innblikk i personers følelser, tanker, opplevelser og virkelighetsoppfatning, men dette er data som krever konsentrasjon om få enheter. Dette står i et motsetningsforhold til kvantitativ metode, der formålet som regel er å innhente informasjon om omfanget eller hyppigheten av et fenomen, noe som forutsetter et stort og bredt datamateriale og mange som undersøkes (Jacobsen, 2005, p. 62). For å få innsikt i en lærers undervisning, hennes tanker, refleksjoner og valg rundt egen praksis og planlegging, falt det naturlig å gjøre bruk av en kvalitativ metode. Metoden vektlegger det deskriptive fremfor variabler, tall og statistikk, noe som gir en større mulighet til å undersøke i dybden *hvordan* læreren tilrettelegger sin undervisning (Maxwell, 2013, s. 30). Datainnsamling innenfor metoden gir dessuten en stor fleksibilitet til å følge opp det uforutsette, stille andre spørsmål enn planlagt eller spørre med inngående om det som kommer opp, og generelt til å endre, tilpasse og revurdere underveis i datainnsamlingen (Maxwell, 2013, s. 2).

For å svare på problemstillingen min har jeg valgt å benytte meg av observasjon og intervju som metoder for datainnsamling. Dette er fordi gjennom et intervju kan jeg få omfattende kunnskap om hvordan læreren oppfatter sin egen praksis, og synspunktene hennes på arbeid med divisjon i klasserommet, samt hennes erfaringer og tanker (Thagaard, 2018, p. 194). Gjennom observasjonene kan jeg få innblikk i hvordan lærerens timer spiller seg ut. Til å begynne med observerte jeg en lærer i klasserommet i matematikktimene over en periode på 2 uker som totalt ble 4 matematikktimer. Deretter avsluttet jeg datainnsamlingen med et semi-strukturert intervju med varighet på ca. 45 minutter.

3.1.1 Case-studie

For å svare på forskningsspørsmålene og problemstilling valgte jeg å gjennomføre en case-studie, noe som er ganske vanlig å bruke innenfor kvalitative studier. Utgangspunktet for en studie av en slik karakter er å undersøke hva som kan læres og hvilken kunnskap som kan oppnås ved å studere det enkelte tilfellet. Det er med andre det unike ved casen selv som er av interesse, ikke utbredelsen (Kvarv, 2021, s. 123). Orden «case» kommer ifølge Høgheim (2020, s. 147) fra ordet *kasus* som betyr ett tilfelle eller én enhet. Som navnet tilsier, innebærer derfor en case-studie å undersøke én eller få empiriske enheter. De empiriske enhetene kan for eksempel være personer eller situasjoner, i denne studien var dette en lærer. Til tross for at det er få informanter, er målet å innhente og analysere mye informasjon (Thagaard, 2013, s. 56). Ved å bruke en case-studie økte med andre ord sannsynligheten min for at få et rikt datamateriell, og samtidig unngå problematikken med å risikere få relevante observasjoner. Denne typen studie ga meg også mulighet til å få en dypere forståelse av lærerens praksis, tanker og refleksjoner, som nettopp var det jeg var ute etter i denne studien. Denne case-studien har en holistisk, eller helhetlig, tilnærming, og målet er derfor ikke å finne entydige svar, men å forstå kompleksiteten gjennom helheten og forstå sammenhengen mellom flere fenomener (Kvarv, 2021, s. 124).

3.2 Utvalg

Hva slags type utvalg, og hvem utvalget skal bestå av, kommer an på målet med studien (Thagaard, 2013, p. 60). Målet med denne studien er å gi et innblikk i lærerens perspektiv på arbeid med divisjon i klasserommet. Det er ikke hensikten å bruke denne studien for å generalisere, eller si noe om alle matematikklæreres tanker og praksis, men å beskrive detaljert en lærers synspunkter, tanker og praksis i henhold til arbeid med divisjon i begynneropplæringen. Målet er at dette kan bidra til refleksjon og videre forskning på feltet. Dette var avgjørende faktorer for valget mitt om å forske i dybden kun på en enkelt lærer, istedenfor å gjennomføre en mer overflatisk studie om en gruppe. Nye læreplan, LK20, og medfølgende den et økt fokus på divisjon (Kunnskapsdepartementet, 2020) har resultert i at jeg ønsker å studere hvordan dette faktisk foregår ute i skolen. Det har skjedd en veldig stor endring med tanke på kompetansemålene i divisjon på 4. trinn og jeg ønsker derfor å undersøke en lærer som underviser dette trinnet.

For å samle inn datamaterialet mitt var jeg avhengig av en informant som kunne delta i forskningsprosjektet mitt. Jeg trengte altså et samarbeid med lærere som var villig til å la meg komme inn i undervisningen for å observere arbeid med divisjon i klasserommet. I tillegg var jeg avhengig at vedkommende var villig til å stille opp på et intervju i etterkant for å utdype tanker, synspunkter og refleksjoner rundt planleggingen og gjennomføringen av undervisningen. Ikke minst var også tilgjengelighet en vesentlig faktor. For å finne en lærer som kunne være min informant brukte jeg strategisk utvalg (Thagaard, 2013, p. 60). Med andre ord ble valg av utvalg basert på egenskaper eller kvalifikasjoner som var hensiktsmessig for studiens problemstilling. Utvalget mitt består av én lærer som underviser matematikk på 4. trinn, og kriteriene som lå til grunn for utvalget var: har lærerutdanning, har matematikk som undervisningsfag, jobber på 4. trinn på observasjonstidspunktet, jobber med divisjon på observasjonstidspunktet, tilgjengelig med tanke på avstand og tid.

Jeg tok kontakt med flere skoler per epost og kom til slutt i kontakt med en matematikklærer som jobbet ved skole på Østlandet, som sa seg villig til å delta. Både læreren og klassen ble informert om studien i forkant av datainnsamlingen. Skolen er en praksisskole både for lærerstudenter og barnehagestudenter, i tillegg til at de har vært med i forskningsprosjekter tidligere, og klasser var derfor fortrolig med å ha mer eller mindre ukjente voksne inne i undervisningen. Det var viktig at min tilstedeværelse skulle påvirke så lite som mulig, og dermed redusere det Kvarv (2021, s. 159) kaller forskningseffekten i størst mulig grad.

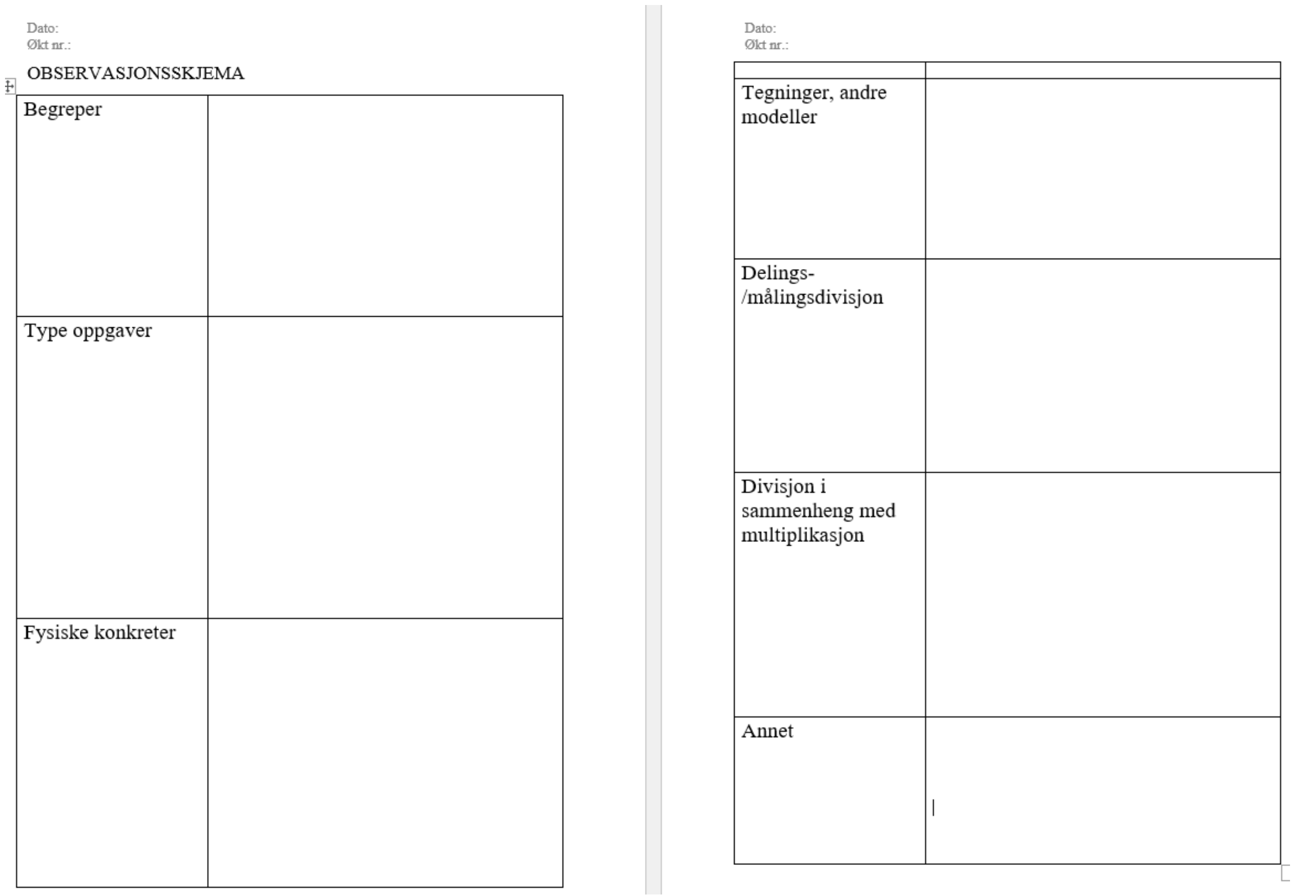
3.3 Deltakende observasjon

For å få informasjon om lærerens praksis var det hensiktsmessig å innhente dataene gjennom å observere læreren i undervisningssituasjoner. Dette var både for å sikre førstehåndsinformasjon, og for å få informasjon om praksis som læreren selv kanskje ikke er bevisst på. Ved å velge en deltakende observasjon ønsket jeg at situasjonen skulle oppleves mer naturlig for læreren ved at jeg også gikk rundt, snakket med og hjalp elevene. Håpet var at også elevene skulle bli vant til min tilstedeværelse, slik at øktene jeg fikk observert skulle være så naturlige og normale som mulig.

En av ulempene med observasjon er at observasjon tar mye tid og derfor må begrenses, samtidig som at det er avgjørende å få relevante observasjoner i de timene jeg var til stede. En annen ulempe knyttet til observasjon som meldte seg var å få til observasjon i perioden klassen jobben med divisjon. Når studien omfatter et spesifikt tema, gir det lite slingringsmonn hvis noe uforutsett skulle oppstå, noe som også skjedde. Muligheten for observasjon ble begrenes av korona-pandemien. Klassen skulle også jobbe med divisjon mot slutten av skoleåret, noe jeg ikke hadde mulighet til å observere på grunn av tidsfristen for oppgaven .

Jeg valgte å gjennomføre en deltakende observasjon fordi sannsynligheten for at man kan få med seg flere eller andre situasjoner da er større, enn ved en ikke-deltakende eller passiv observasjon (Fretz, Emerson, & Shaw, 2011, p. 4). På denne måten står muligheten åpen for å kunne for eksempel høre de små dialogene mellom elev og lærer eller elev og elev når de sitter og jobber. Jeg har også mulighet til å snakke med elevene og se hvordan de løser oppgaver, fordi selv om dette ikke er en del av datamaterialet mitt vil det gi en dypere forståelse av hvorvidt lærerens tilretteleggelse faller i god jord eller ei. En deltakende observasjon vil også gjøre det mulig å inngå i uformelle samtaler i feltet, som kan bidra til oppklaringer og dypere forståelse av det jeg undersøker. Ifølge Finstad (2000:340, i Skilbrei, 2019, pp. 60 - 61), egner dessuten deltakende-observasjon seg godt for å få informasjon om tause områder, altså om situasjoner der man bare handler etter rutine og kanskje ikke selv er klar over at man gjør det.

En av utfordring med å være en deltakende observatør er at det setter begrensninger for noteringen underveis, samtidig som dette gir en mulighet for å komme nærmere inn på deltakerne og situasjonene man forsker på. I interessen av å skrive gode feltnotater hadde jeg perioder der jeg var mindre deltakende for å kunne notere ned i litt mer detalj, denne variasjonen av raske stikkord og mer detaljerte notater er veldig vanlig innenfor observasjonsstudier (Fretz et al., 2011, p. 22). Gjennom observasjon kan vi få mye informasjon om mange ulike aspekter ved det som observeres, noe som ifølge Thagaard (2013, p. 70) innebærer at man må selektivt velge ut hva man skal ha med og ikke. For å få så relevante data som mulig ble det viktig å ta utgangspunkt i problemstillingen, men fortsatt være åpen for temaer som kunne bidra til en videreutvikling av denne (Thagaard, 2013, p. 71). I forkant av observasjonene hadde jeg derfor laget et observasjonsskjema med relevante temaer, der det var plass til å notere. Temaene i observasjonsskjemaet inkluderte blant annet hvordan læreren legger opp til arbeid med målings- og delingsdivisjon og hvordan hun kobler sammen multiplikasjon og divisjon, bruk av konkreter og tegninger. I tillegg hadde jeg en blank notatblokk der jeg kunne notere observasjoner eller tanker som ikke passet inn i skjemaet. Observasjonsskjemaet ble seende slik ut:



Dato:
Økt nr.:

OBSERVASJONSSKJEMA

Begreper	
Type oppgaver	
Fysiske konkreter	

Dato:
Økt nr.:

Tegninger, andre modeller	
Delings-/målingsdivisjon	
Divisjon i sammenheng med multiplikasjon	
Annet	

Figur 4: observasjonsskjema brukt til datainnsamling

For å sikre et rikt datamateriell ønsket jeg å observere flere undervisningstimer, over flere dager. Totalt resulterte dette i fire observerte matematikktimer, over en periode på 3 uker. Den første uken observerte jeg én matematikktime den ene dagen, og så en matematikktime dagen etter. Uka etter hadde jeg ikke mulighet til å komme å observere på grunn av covid-19. Uke tre fulgte samme mønster med observasjon en time den ene dagen, og en dagen etter. Etter denne uken skulle klassen begynne på et nytt tema, så det var unødvendig å observere flere timer etter dette. For å få så gode feltnotater som mulig satte jeg meg ned ganske umiddelbart etter observasjonssituasjonen og reinskrev notatene og skrev mer detaljert i en feltdagbok.

3.4 Intervju

Formålet med denne studien var å få innblikk i og forstå hva læreren gjør og tenker i forhold til et bestemt fenomen, nemlig arbeid med divisjon i klasserommet og i begynneropplæring. Ved at dataen av interesse handlet om lærerens eget perspektiv, hvordan hun opplever sin egen situasjon og praksis, kan vi si at intervjuet var en fenomenologisk karakter. Innenfor denne forståelsen blir virkeligheten ansett som den virkeligheten mennesker oppfatter (Kvale & Brinkmann, 2015, p. 45).

For å få tak i lærerens personlige oppfatninger benyttet jeg med av et semi-strukturert, individuelt respondentintervju (Kvarv, 2021, s. 158 - 159). Noe som også innebar bruk av en semistrukturert intervjuguide fordi jeg visste til en viss grad hva jeg så etter og ville samtidig ikke at samtalen/intervjuet skulle flyte ut uten retning. Samtidig var jeg åpen for å ha med temaer jeg ikke hadde tenkt på hvis det skulle dukke opp noe av interesse. Intervjudataene skulle ikke sammenlignes med andre intervjuer, noe som kan gjøre det enklere å følge andre retninger enn jeg kanskje hadde sett for meg i forkant. Ved intervjuet brukte jeg telefonen min til å ta opptak av intervjuet, jeg brukte appen diktafon som er beregnet på dette formålet. Noe som sikret at jeg kunne konsentrere meg om hva som ble sagt, og opprettholde en tilnærmet normal samtalekontakt med læreren, istedenfor å konsentrere meg om notater. Dessuten kan det være lettere for den som blir intervjuet å slappe av når intervjupersonen ikke noterer konstant, men er en aktiv lytter som er tilstedeværende i samtalen (Jacobsen, 2005, p. 148).

I arbeidet med intervjuet har jeg benyttet meg av Kvale og Brinkmanns (2015, p. 137) syv stadier for intervjuundersøkelser: tematisering, planlegging, intervjuing, transkribering, analysering, verifisering og rapportering. Tematisering er forarbeidet til intervjuet, der man formulerer studiens formål gjennom å tydeliggjøre studiens hva og hvorfor. Dette stadiet er viktig for å kunne avgjøre hvilken metode for datainnsamling som passer best for å få svar på det studien spør om. Som nevnt overfor var lærerens tanker, erfaringer og personlig meninger et viktig element for å undersøke lærerens tilretteleggelse og arbeid med divisjon i klasserommet. Et kvalitativt, semi-strukturert intervju falt derfor naturlig å bruke. Det neste stadiet, planlegging, går på utarbeiding av intervjuguide og å tenke gjennom alle de syv stadiene, i tillegg til studiens moralske implikasjoner (Kvale & Brinkmann, 2015, p. 137). I arbeidet med intervjuguiden fokuserte jeg på intervjuets «hva» og «hvordan», og la derfor opp til bruk av tematiske, og dynamiske spørsmål (Kvale & Brinkmann, 2015, p. 163). Selve gjennomføringen av intervjuet, med utgangspunkt i intervjuguiden, er det tredje stadiet. Intervjuguiden jeg brukte i denne studien ligger vedlagt i oppgaven, se *Vedlegg 3*. Det fjerde stadiet, transkribering, er behandlet i et eget underkapittel nedenfor, i tillegg til analyseringen, verifisering og rapportering (Kvale & Brinkmann, 2015, p. 137).

I etterkant av intervjuet sendte jeg et digitalt dokument til læreren med oppfølgingsspørsmål. Det er fordi arbeidet med å analysere intervjuet førte til behovet for å stille spørsmål jeg ikke hadde stilt i intervjuet, og for utdyping. Ekstraspørsmålene er lagt ved, se *Vedlegg 4*.

3.4.1 Transkribering

Transkribering er den prosessen der det muntlige intervjuet gjøres om til skriftlig tekst, som videre blir grunnlaget for analysen. Denne prosessen innebærer en transformasjon fra en form til en annen, og fordi talespråk og skriftspråk ofte utformes forskjellig og følger ulike regler blir transkriberingen både en fortolkningsprosess og en oversettelsesprosess. I muntlig tale spiller tempo, kroppsspråk, stemmeleie en stor rolle, men dette kan være vanskelig å få frem i en tekst. Derfor er transkripsjonsprosessen en prosess der informasjon går tapt i flere ledd. Allerede ved lydopptak av intervjuet mister man informasjon om det fysiske, som for eksempel ansiktsmimikk og kroppsspråk, og ved omgjøring fra lydopptak til tekst mister man enda mer, i form av pustepauser, stemmeleie, tonefall og intonasjon. Transkripsjoner er med andre ord en begrenset beskrivelse av direkte intervjusamtaler (Kvale & Brinkmann, 2015, pp. 204, 205).

Ved å benytte lydopptaker for å registrere intervjuet kunne det vies full oppmerksomhet til læreren, emnet og dynamikken, og ga også muligheten til å notere andre ting enn det som ble sagt i intervjusituasjonen, som gester. Samtidig gjør lydopptak at alt av pauser, nøling, nøyaktig ordbruk og lignende er tilgjengelig i etterkant, som er viktig informasjon i henhold til analysen (Kvale & Brinkmann, 2015, p. 205). For at så lite informasjon som mulig skulle gå tapt, og transkripsjonsprosessen skulle bli så nøyaktig som mulig, ble intervjuet transkribert raskt i etterkant av intervjuet. På den måten vil også minnene, følelsene og tankene rundt intervjuet fortsatt være tydelige. Gjennom å transkribere eget intervju blir man godt kjent med datamaterialet sitt, samtidig som analyseprosessen så smått starter allerede der (Kvale & Brinkmann, 2015, p. 207).

Fordi transkripsjonene skulle brukes til å analysere lærerens synspunkt og tanker ble intervjuet transkribert så ordrett som mulig, og inneholder derfor alle gjentakelser, «eh»-er, pauser, smålatter og lignende (Kvale & Brinkmann, 2015, p. 208). Dette er informasjon som kan bidra til å nyansere uttalelser fra læreren, men også til å kunne se forbi det rent språklige som blir sagt i analysen (Kvale & Brinkmann, 2015, p. 210). Når jeg har gjengitt utdrag i analysedelen har jeg allikevel valgt å fjerne en del av disse elementer fordi de ikke har vært relevante for innholdet, og for at teksten skal bli lettere å forholde seg til for leseren.

3.5 Metode for analyse

Analyse er den prosessen der man stiller noen spørsmål og ser etter svar i et datamateriale (Johannessen et al., 2018, p. 22). Datamaterialet i denne studien består av kvalitative data i form av et transkribert intervju og observasjonsnotater, og jeg har derfor valgt å basere meg på en tematisk analyse, der formålet er å gruppere data med viktige fellestrekk inn i temaer (Johannessen et al., 2018, p. 279). I analyseprosessen har jeg støttet meg til stegene for tematisk analyse, beskrevet av Johannesen m. fl. (2018, p. 282): *Forberedelser, koding, kategorisering, og rapportering.*

I forberedelsesfasen skaffer man seg oversikt over datamaterialet både ved å transkribere og skrive ut feltnotatene, og ved å lese gjennom alt. Allerede her gjør man seg noen tanker om temaer. Koding er en spørsmålsdrevet prosess som dreier seg om å løfte frem vesentlige poenger i dataen. I denne studien har dataene blitt kodet både ut ifra hva som dukket opp av interesse ved gjennomgang av dataene, og med utgangspunkt i forskningsspørsmålene og teorien (Johannessen et al., 2018, pp. 284, 285). Kodingen og kategorisering resulterte i følgende hovedkategorier: *Representasjonsformer, perspektiver på divisjon, og pedagogiske overveielser og tilpasninger.* Kategoriene er delt videre inn i koder. Det siste steget, rapportering, viser til å skrive frem funnene fra kodingen og kategorisering i resultatdelen, og knytte disse opp til forskningsspørsmålene for oppgaven (Johannessen et al., 2018, p. 301).

Under er en tabell med oversikt over analysens hovedkategorier, hvilke koder som er innunder disse, og hvilke forskningsspørsmål som hører til kategoriene og kodene.

Tabell 3: oversikt over analysens hovedkategorier, koder og tilhørende forskningsspørsmål

Kategori	**Kode**	**Forskningsspørsmål**
Representasjonsformer	• Manipulerbare modeller • Tegninger • Skriftspråk, tall og symboler • Muntlig språk • Tekstoppgaver, og virkelighetsnære situasjoner • Kroppsspråk og gester	1) Hvilke ulike representasjonsformer benytter læreren seg av ved bruk eller forklaring av divisjon, og hvordan knyttes de sammen?

Perspektiver på divisjon	• Målingsdivisjon, delingsdivisjon (tekstoppgaver) • divisjon som motsatt regneart av multiplikasjon	1) Hvilke ulike representasjonsformer benytter læreren seg av ved bruk eller forklaring av divisjon, og hvordan knyttes de sammen? 2) Hvilket perspektiv på divisjon møter elevene, og eventuelt hvordan trekkes tråder mellom divisjon og multiplikasjon?
Pedagogiske overveielser	• Undervisning og oppgaver med utgangspunkt i klassens nivå • Differensiering med oppgaver • Tilgang på konkreter • Begrunnelse for bruk av konkreter, og for de spesifikke konkretene som er brukt • Bruk av elevenes erfaringer	3) Hva baserer læreren valgene sine på?

3.6 Forskningsetikk og behandling av personopplysninger

I studier som denne forskes det på en liten bit av livet til et menneske, og det er viktig å være klar over at gjennom denne forskningen tar man seg inn i noens liv. Dette er en av grunnene til at de forskningsetiske prinsippene er utrolig viktige, kanskje særlig i kvalitative studer (Jacobsen, 2005, p. 44). De forskningsetiske prinsippet må derfor også ligge til grunn gjennom hele forskningsprosessen (Skilbrei, 2019, p. 25). Studien krever meldeplikt til personvernombudet for forskning ved NSD fordi jeg skal behandle personopplysninger ved intervju og observasjon (NSD, u.å.). Det var også krav til innhenting av informert samtykke fra forskningsdeltakeren, som i dette tilfelle var læreren jeg observerte og intervjuet. Informert samtykke innebærer at forskningsdeltakeren får oversikt over studiens formål og eventuelt hvilke konsekvenser som deltakelse i forskningsprosjektet kan medføre (Kvale & Brinkmann, 2015, p. 104). Innhentet data ble oppbevart forsvarlig, ved at alle involverte har blitt anonymisert umiddelbart, og dataene er lagret på passordbeskyttede enheter.

Før læreren svarte ja til å delta i prosjektet sendte jeg henne et informasjonsskriv, så hun skulle være klar over hva hun gikk til. Vi hadde også et møte i forkant av observasjonene der jeg fortalte hva forskningsprosjektet handlet om, og hva jeg kom til å se etter i undervisningen. Dette var for at læreren ikke skulle være i tvil om hva det innebar for henne å delta, og for at hun skulle få mulighet til å stille meg eventuelle spørsmål hun måtte ha. Både informasjonsskrivet og samtykkeskjemaet ligger vedlagt i oppgaven som *Vedlegg 1*. *Vedlegg 2* er prosjektets godkjenning fra NSD.

Et av de forskningsetiske prinsippene er å gjengi informantene på en god måte og slik at de kjenner igjen seg selv slik de blir fremstilt, og ikke henge ut eller være nedlatende på noe vis, uavhengig av egne synspunkter og overbevisninger. Ved intervju får man informasjon om hvordan informanten tolker og forstår egen situasjon, men i tolkningsprosessen av datamaterialet vil også den teoretiske forankringen påvirke hvordan datamaterialet forstås. Dermed kan man risikere at informanten ikke kjenner seg igjen i hvordan vedkommende bli gjengitt i forskningen, eller i verste fall opplevelsen av at forskeren har misforstått det som har blitt fortalt. Dette er også et problem som kan oppstå ved utvelgelsen av dataene som gjengis, ved for eksempel at dataen som trekkes ut brukes i en annen kontekst en den opprinnelig var i, eller at kun dataene som understøtter forskerens synspunkt trekkes frem (Thagaard, 2013, p. 215). For å unngå dette har læreren fått tilbud om å få tilsendt både observasjonsnotater, transkribering og analysen.

3.7 Feilkilder

Reliabilitet sikter til en studies pålitelighet og forskningsresultatenes troverdighet. I forskningssammenheng handler dette om en troverdig fremstilling og presentasjon av datamateriale og konklusjon. Det er i tillegg vanlig å knytte reliabilitet opp til muligheten til å reprodusere resultatene, ved andre tidspunkter og av andre forskere (Kvale & Brinkmann, 2015, p. 276). En høy grad av reliabilitet bør etterstrebes gjennom hele forskningsprosessen, for å få en så god oversikt som mulig over usikkerhetsmomenter som kan gå utover oppgavens troverdighet. Det betyr at reliabilitet må gjennomsyre alt fra planlegging av intervju og observasjon, innhenting av data, transkriberingsprosessen og analysen. I intervjusammenheng er reliabilitet for eksempel relevant i forhold til utilsiktet bruk av ledende spørsmål, noe som ubevisst kan påvirke svarene til den som blir intervjuet (Kvale & Brinkmann, 2015, p. 276). Ifølge Kvale og Brinkmann (2015, p. 276) er det allikevel viktig å ikke ha et så stort fokus på reliabilitet at det går ut over variasjon og kreativ tenkning, som lettere stimuleres av muligheten til å improvisere noe underveis.

Gyldigheten, eller validiteten, til en studie handler om det er en logisk sammenheng mellom spørsmålene som stilles, og de svarene vi får (Tjora, 2021, p. 260). I dagligtale brukes gjerne begrepene synonymt med *sannhet* eller *riktighet*. I forskningssammenheng derimot, brukes de først og fremst for å si noe om den valgte metoden egner seg til å undersøke studiens problemstilling (Kvale & Brinkmann, 2015, p. 276). Det finnes ulike forståelser av validitet, men i kvalitativ forskning slik som denne studien, kan validitet sies å være: *«i hvilken grad våre observasjoner faktisk reflekterer de fenomenene eller variablene som vi ønsker å vite noe om»* (Pervin, 1984, s. 48, i Kvale & Brinkmann, 2015, p. 276).

3.7.1 Reliabilitet

Reliabilitet knyttes som nevnt gjerne til repliserbarhet, at en annen forsker vil komme frem til samme resultater ved bruk av samme metode. Innenfor kvalitativ forskning er det allikevel ikke så enkelt, fordi ved forskning på situasjoner og mennesker vil det aldri bli helt likt. Det er ikke mulig for en forsker å forholde seg helt likt til ulike deltakere, eller til samme deltaker på ulike tidspunkt. Ved et overdrevent fokus på å opptre helt likt hver gang, risikerer man også at informasjon kan gå tapt. Derfor knyttes reliabilitet i kvalitativ forskning seg først og fremst til redegjørelse av prosessen og fremgangsmåten i studien (Thagaard, 2013, pp. 202 - 203).

Datainnsamlingen i denne studien har blitt innhentet både gjennom intervju og observasjon. Ved å legge ved både observasjonsskjema og intervjuguide, og ved å beskrive fremgangsmåte, vil en annen forsker være i stand til å gjennomføre det samme. Men det er usikkert om læreren hadde svart akkurat det samme i intervjuet på et annet tidspunkt og gjennomført av en annen forsker. Og om hun hadde gjennomført undervisningen likt. I en studie er derfor en viktig del av argumentasjonen for reliabilitet å reflektere over hvilke faktorer i konteksten rundt datainnsamlingen som kan ha påvirket informasjonene forskeren sitter igjen med (Thagaard, 2013, p. 203). Faktorer som kan ha påvirket i denne studien kan ha vært min tilstedeværelse, hvor komfortabel læreren var med å undervise i dette temaet med utgangspunkt i ny læreplan, lærerens tanker om hva jeg ønsker å observere og høre, og tanker hun har bevisst eler ubevisst om hvordan hun ønsker å fremstå. Ikke minst vil studien være påvirket av meg som forsker, med mine erfaringer, kunnskap, engasjement og interesser (Tjora, 2021, p. 235).

Transkribering av intervju kan også være en kilde til svakheter i datamaterialet fordi dette innebærer en fortolkning av det som blir sagt, og en oversetting fra talespråk til skriftspråk. Tegnsetting kan blant annet være en kilde til feiltolkning, fordi vi snakker ikke med tegn, noe som betyr at den som transkriberer må gjette seg frem til hvilke tegn som skal stå hvor. Dette kan i verste fall resultere i et annet budskap enn det personen som blir intervjuet ønsket å uttrykke (Kvale & Brinkmann, 2015, pp. 211 - 212). I et forsøk på å minske denne faktoren ble det tatt lydopptak av intervjuet, i tillegg til noen notater underveis. Dette ga mulighet til å gå tilbake og sjekke hva som egentlig ble sagt, og hvordan. Effekter kunne nok allikevel blitt ytterligere redusert enten ved bruk av videoopptak eller en som observerte intervjuet i tillegg til lydopptaket.

3.7.2 Validitet

Validitet knyttes til gyldighet av datamaterialets tolkninger, ved at de tolkningene vi kommer frem til skal være gyldige med tanke på den virkeligheten vi har undersøkt (Thagaard, 2013, pp. 204 - 205). Denne studien baserer seg på data både fra intervju og fra observasjon. Å innhente data med to ulike metoder, selv om begge er kvalitative, kaller Silverman (2017, p. 206) å bruke *«mixed methods»* eller på norsk: *«blandede metoder»*. I denne studien har observasjonene vært en kilde til spørsmål i intervjuet, og observasjonene har også blitt sett på i lys av intervjusvarene. Sammenhengen mellom informasjonene innhentet gjennom observasjon, og lærerens egne oppfatninger av situasjonen, bidrar til en styrking av studiens validitet. Men validitet er samtidig en kontinuerlig prosess som skal ligge til grunn gjennom hele forskningsprosjektet, det er med andre ord ikke bare en validering av sluttproduktet (Kvale & Brinkmann, 2015, p. 278).

Validiteten er vanskeligere å si noe om i forhold til intervjuer, enn det reliabilitet er. Det er fordi det ifølge Kvale og Brinkmann (2015, p. 212), ikke finnes en sann og objektiv oversettelse fra muntlig til skriftlig. Validitet handler i større grad om transkriberingen er nyttig for den aktuelle studien. Kvale og Brinkmann (2015, pp. 279 - 281) beskriver validering som å kontrollere, og å stille spørsmål. I denne undersøkelsen har jeg forsøkt å tolke datamaterialet fra ulike synsvinkler, og forholdt meg kritisk til egne tolkninger av både intervjudata og observasjonsdata (Kvale & Brinkmann, 2015, p. 279).

4 Funn og resultater

Målet med denne studien er å gi et innblikk i hvordan en erfaren lærer jobber med og legger opp til arbeid med divisjon i klasserommet. Dette inkluderer både klasseromsaktiviteter og de pedagogiske overveielsene som ligger bak. Studien tar utgangspunkt i et lærerperspektiv. Datamaterialet presenteres ut ifra kategoriene og kodene som er brukt til å identifisere ulike aspekter ved undervisningen og lærerens tanker rundt egen praksis. Disse er presentert i *Tabell 4* nedenfor, med tilhørende forskningsspørsmål.

Tabell 4: oversikt over analysens kategorier, koder og tilhørende forskningsspørsmål

Kategori	**Kode**	**Forskningsspørsmål**
Representasjonsformer	• Manipulerbare modeller • Tegninger • Skriftspråk, tall og symboler • Muntlig språk • Tekstoppgaver, og virkelighetsnære situasjoner • Kroppsspråk og gester	2) Hvilke ulike representasjonsformer benytter læreren seg av ved bruk eller forklaring av divisjon, og hvordan knyttes de sammen?
Perspektiver på divisjon	• Målingsdivisjon, delingsdivisjon (tekstoppgaver) • divisjon som motsatt regneart av multiplikasjon	2) Hvilke ulike representasjonsformer benytter læreren seg av ved bruk eller forklaring av divisjon, og hvordan knyttes de sammen? 1) Hvilket perspektiv på divisjon legger læreren opp til at elevene møter, og eventuelt hvordan trekkes

		det tråder mellom divisjon og multiplikasjon?
Pedagogiske overveielser	• Undervisning og oppgaver med utgangspunkt i klassens nivå • Differensiering med oppgaver • Tilgang på konkreter • Begrunnelse for bruk av konkreter, og for de spesifikke konkretene som er brukt • Bruk av elevenes erfaringer	3) Hva baserer læreren valgene sine på?

I dette kapittelet vil det presenteres et utdrag fra observasjoner eller intervju der aspekter i tabellen overfor kan identifiseres. Først vil konteksten rundt utdragene fra observasjoner og intervju presenteres, så utdragene og tolkning til slutt.

4.1 Perspektiver på divisjon

Med perspektiver på divisjon siktes det til om elevene får erfaring med både målings- og delingsdivisjon, og med eller uten rest. Det skilles ikke mellom rest som teller med, og rest som ikke teller med, fordi det ikke er noe datamateriale som viser rest som teller med. I dette kapittelet har jeg også tatt med perspektivet på divisjon som motsatt regneart av multiplikasjon.

4.1.1 Målings- og delingsdivisjon

Under er en tabell med oversikt over hva slags tekstoppgaver elevene jobbet med under de to første observasjonstimene. Som det kommer frem av tabellen besto oppgavene av både delings- og målingsdivisjon, både med og uten rest. Rest som ikke teller er ikke med i disse oppgavene. Det er observasjon av disse oppgavene som ligger til grunn for den delen av analysen som omhandler målings- og delingsdivisjon. Læreren opplyste om at hun hentet oppgavene fra nettsiden Matematikk.org (Gravanes, u.å.):

Tabell 5: oversikt over tekstoppgavene læreren brukte i timen

Type divisjonsoppgave	Antall oppgaver	Oppgaveteksten
Målingsdivisjon uten rest	2	I skohylla til klassen stod det 36 sko. Hvor mange elever var det på skolen den dagen? Hvor mange mennesker var det i en bil hvis de til sammen hadde 50 fingre?
Målingsdivisjon med rest som ikke teller	1	Du har 61 kroner, hvor mange 5-kronemynter har du?
Delingsdivisjon uten rest	1	En yatzy-spiller fikk 16 på fire like, hva viste tegningene hans?
Delingsdivisjon med rest som ikke teller	2	3 elever skal dele 23 boller, hvor mange får hver? 4 unger ventet på bussen. Den ene hadde ei sjokoladeplate med 25 biten. Hvordan tror du de delte platen?
Totalt	6	

Målings- og delingsdivisjon er to måter å tenke divisjon på, og knyttes ofte til tekstoppgaver eller virkelige problemer fordi dette gir en kontekst som videre gir perspektivet på divisjon som egner seg best å bruke (Pind, 2011, p. 130). Derfor er det dette som trekkes frem og er fokuset for analysen i dette kapittelet. I dette utdraget jobber elevene med ulike tekstoppgaver. Først presenteres oppgavene klassen jobbet med, og deretter utdrag fra lærerens forklaring og gjennomgang av den aktuelle oppgaven i helklasse.

Delegrublis 1

I skohylla til klassen stod det 36 sko. Hvor mange elever var det på skolen den dagen?

> *«DET høres ut som en veldig stor skohylle, den ligner sikkert litt på vår for vi har jo alle skoene i gangen på utsiden her. Hva gjør vi med de 36 skoene?» To elever som hadde jobbet sammen fortalte at de hadde tegnet opp alle skoene. Læreren svarte ved å spørre hvordan de hadde gjort det, slik at hun kunne gjøre det samme foran klassen. Læreren blir instruert av elevene til å tegne 36 streker på tavla, og får beskjed om å sette en bue over to og to. Hun forteller at dette er for å se at to og to hører sammen, akkurat som sko-par. Læreren spør hva hun skal gjøre nå, og en elev rekker opp hånda og sier at antallet sko skal deles i to. Læreren spør hvorfor, og eleven svarer at det er fordi alle har to sko hver og derfor kan alle skoa bare deles i to. Læreren bekreftet at det er riktig og skriver 36:2=18 på tavla*.

Denne oppgaven er en målingsdivisjonsoppgave, fordi antallet per gruppe er oppgitt ved at alle har to sko hver, og antall grupper (elever i dette tilfellet) er ukjent. Ut ifra oversikten over ulike typer tekstoppgaver vist i *Tabell 2* er dette en oppgave med «like grupper – gjentatt addisjon». Ved at læreren setter bue og over to og to streker, og litt etter også sier *«ja alle barn har to sko»* forteller hun elevene at hver gruppe skal inneholde 2 hver, men at de ikke vet hvor mange grupper med 2 de skal ha. Læreren begynner å forklare løsningen på denne oppgaven for klassen med gjentatt addisjon av grupper på 2, men når en annen sier at de bare kan dele hele mengden i to, avslutter hun forklaringen med det. Forklaringen med strekene og bue over, ble hengende i lufta.

Ut ifra observasjonene legger læreren tilsynelatende aktivt opp til at de skal gjennom oppgaver som både presenterer delings- og målingsdivisjon, men uten å bruke begrepene. Læreren utrykker i intervjuet at hun tenker det hadde blitt for vanskelig for elevene i denne klassen å også bli presentert for disse begrepene. Det neste utdraget er fra intervjuet, der læreren forteller litt om hva hun tenker om elevenes forståelse av at målings- og delingsdivisjon er ulike tenkemåter innenfor divisjon, selv om de ikke har gått gjennom forskjellen enda:

> *«Jeg vil nok tro at noen får det til og skjønner at det blir en forskjell, men ikke alle. Men så er det jo snakk om hvilket klientell man har også, i en annen klasse en annen gang så hadde det kanskje gått ganske smooth. Men ja jeg ser jo at det er noen som får det til, men om de*

er veldig bevisste på at det er den måten å tenke på og det er den måten å tenke på, det vet jeg ikke.»

Denne uttalelsen indikerer at læreren er veldig opptatt av å se an klassens nivå for å unngå å legge undervisningen over hodet på elevene sine. De jobber altså, og får erfaring med, ulike perspektiver på divisjon selv om flere av elevene kanskje ikke er klar over det enda. Et annet sted i intervjuer forteller også læreren at hun tenker det kan passe for en del elever å pugge eller bare lære prosedyren før de går inn og jobber med forståelsen. Dette kan være et av disse tilfellene hvor hun bruker denne strategien. Litt senere i intervjuet fortalte læreren også at hun måtte inn å sjekke forskjellen mellom delings- og målingsdivisjon selv også, for «refresh my memory» som hun sa. Med andre ord var hun kjent med meningsinnhold og begrepene, men ikke friskt i minne før oppstarten av temaet. Dette kan være en indikator på at selv om delings- og målingsdivisjon tidligere også har vært en del av undervisningen i matematikk, har det kanskje verken vært spesielt fokus på begrepene, eller på å tydeliggjøre forskjellene. I alle fall ikke i begynneropplæringen, som er stort sett der læreren har jobbet. En annen indikator på dette er at målings- og delingsdivisjon er temaer og begreper som brukes og omtales i det digitale læreverket klassen bruker. Læreverket er Multi i Skolestudio som ble lansert høsten 2020, og som har blitt revidert i tråd med de nye læreplanene (Skolestudio, u.å.-b). I Skolestudio kalles de to divisjonsformene innledningsvis for «dele likt til hver» og «fordele i grupper», men går over til å bruke begrepene målings- og delingsdivisjon litt lenger ut i kapittelet (Skolestudio, u.å.-a).

Læreren var også opptatt av at elevene skulle få erfaring med de to ulike typene av divisjon, gjennom praktiske situasjoner. I utdraget fra intervjuet nedenfor forteller hun om hvordan hun bruker situasjoner som oppstår i mat og helse faget, og på juleverksted, for å koble divisjon til virkeligheten.

«[…] også var det at vi hadde lagd alle disse peppernøttene da, og det gjorde jeg senere med rundstykker, samla vi alle peppernøttene også delt opp i antallet av klassen. Også hadde jeg også sånn at vi skulle pakke inn gaver med bånd, også hadde jeg så og så mange meter, og hvor mange gaver blir det da? Og da målte vi opp og så hvor mange det rakk til. Da trenger du jo kanskje 1 meter for å få pakka inn pakka, hvor mange pakker kan vi da ta på disse?»

Episoden med peppernøttene er delingsdivisjon fordi det skal deles ut til et gitt antall elever, og hvor mange hver får er det ukjente. Dette vil nok være en situasjon de fleste elevene kjenner seg igjen i, og når læreren knytter den kjente situasjonen til skolematematikk kan dette bidra til å skape sammenheng for elevene mellom det som skjer på skolen og livet utenfor skolen. I arbeidet med pakkebåndene, møter elevene målingsdivisjon ved at lengden på båndet er gitt, men hvor mange pakker rekker båndet til? Med andre ord er mengden per gruppe (som i pakke) gitt, og antall grupper (pakker) er ukjent.

4.1.2 Tråder som trekkes mellom divisjon og multiplikasjon

4.1.2.1 3 ganger 7 blir 21, da blir det 3 boller på hver og 2 i rest - tekstoppgaver

I denne delen av analysen vil jeg trekke frem utdrag fra intervjuer og observasjoner der læreren trekker tråder mellom divisjon og multiplikasjon med tanke på at disse er motsatte regnearter av hverandre. Grupper innfor denne kategorien kan være at det muntlig blir uttalt og at de snakker om at disse regneartene er inverse, at elevene oppfordres til eller vises hvordan de kan bruke gangetabellen eller tabellkunnskap for å finne svarene på divisjonsstykkene, og at sammenhengen vises gjennom ulike representasjonsformer.

I dette utdraget fortsetter læreren med felles gjennomgang av tekstoppgavene de jobbet med dagen i forveien, nå har de kommet til delegrublis 4 og 5. Fokuset ved arbeidet og gjennomgangen av oppgavene lå hele tiden på de ulike løsningsstrategier som kunne brukes og de enkelte strategiene elevene hadde brukt. I gjennomgangene i helklasse av delegrublisene er dette første gang der læreren trekker frem multiplikasjon som en mulig løsningsstrategi. Men læreren fortalte både i intervjuet og gjennom uformelle samtaler under observasjonene at de har jobbet mye med multiplikasjon før de begynte på divisjon, og at de har snakket om at de er motsatte av hverandre.

Delegrublis 4

3 elever skal dele 23 boller, hvor mange får hver?

> *Læreren spør ut i klassen: «Hva må du gange 3 med for å få 23? motsatt av divisjon er …?! Motsatt regneoperasjon …». Hun kikker seg spørrende om i klasserommet. Elevene tenker seg litt om, og etter et par sekunder er det noen som forstår hva hun er ute etter. Med et gisp og iver i blikket rakk en gutt raskt opp hånden langt opp i været. Etter dette tok det ikke lang tid før det også kom flere hender, noen med en litt mer forsiktig hånd enn andre. Læreren ser over hendene som har kommet opp og sier: «Bra! Si det i kor alle sammen nå, mmmm …!», og elevene svarer unisont: «multiplikasjon!».*

Delegrublis 5

4 unger ventet på bussen. Den ene hadde ei sjokoladeplate med 25 biter. Hvordan tror du de delte platen?

> *Læreren leser delegrublisen høyt og sier til klassen sin «her kan dere bruke gangetabellen, og tabellkunnskap ikke sant, hva i 4-gangen blir noe i nærheten av 25?» En elev sier at 4 ganger 6 er 24, og at de da får 1 i rest.*

I begge disse gjennomgangene påpeker læreren at istedenfor å dele ut og én eller flere om gangen, er det en mulighet å angripe regnestykket fra motsatt ende, nemlig ved å prøve å finne ut hvor mange grupper med 3 det er plass til inne i 23. På den måten gjorde hun om divisjonsstykket til et multiplikasjonsstykke for elevene, og stykket ble nå $3 \cdot x = 23$. Det er verdt å nevne at dette ikke ble skriftliggjort for elevene, denne informasjonen ble gitt muntlig. Én av elevene kom frem til at ingenting blir 23 i 3-gangen, men at 3 ganger 7 er 21, og da blir det 2 i rest. Det samme er tilfelle i delegrublis 5, der divisjonstykket $25 : 4 = x$, ble gjort om til $4 \cdot x = 25$.

Utdraget fra observasjonene under er fra læreren gjennomgang av en målingsdivisjonsoppgave, der hun velger å bytte om på dividenden og divisorens plass.

> *Læreren bekreftet at det er riktig og skriver 36:2=18 på tavla. Hun fortsetter med å spørre om hvorfor det ikke er riktig å skrive 2:36, og hva divisjonsstykket hadde betydd da. Elevene ser litt usikre ut og ingen hender reises i været, så læreren forteller at da ville regnestykket bety at vi skal dele 2 sko på 36 barn, og at det blir feil fordi det går ikke an.*

I et oppfølgingsskriv som ble sendt til læreren i etterkant av intervjuet ble hun spurt om hva tanken bak dette var, og svarte:

> *«Ja, det var for å lære forskjell på at når du har et antall du må dele på noen, må man skrive antallet først for så å vite hvem det skal deles ut til ellers blir ikke oppgaven riktig. Det var også for å vise at i divisjon er ikke leddenes rekkefølge likegyldig.»*

Dette kan forstås som et forsøk på å hjelpe elvene til å faktisk lese tekstoppgaven slik at de kan forstå ut ifra konteksten hvilke tall som skal deles på hverandre, på den ene siden. Og på den andre siden at divisjon ikke følger den kommutative lov, slik som multiplikasjon gjør. Ved å eksemplifisere dette gjennom en kontekst og påpeke at den operasjonen innebær at *«da ville regnestykket bety at vi skal dele 2 sko på 36 barn, og at det blir feil fordi det går ikke an»,* blir det tydeliggjort for elevene hvor viktig det er at det tallet som skal deles må stå først.

4.1.2.2 3 gange 6 er 18, fordi 18 delt på 6 er 3 – tabellkunnskap og divisjon

Det neste utdraget er fra en annen uke enn de presentert lenger opp. Denne uken jobbet klassen med rene talloppgaver og læreren startet økten med en felles gjennomgang av 6-gangen og 7-gangen.

> *Læreren spør klassen sin hva en ganger seks er, og elevene svarer i kor at det er seks. Dette mønsteret gjentas helt til de kom til ti ganger seks. Så tar læreren frem en oppgave de skal gjøre i fellesskap på smarttavla, der står det 1 · 6 = ___, til og med 10 · 6 = ___. Svarene står i bokser på venstre side. Én og én elev kommer opp og drar riktig svar til riktig stykke. Når alle svarene er på plass sier elevene svarene i kor: 6, 12, 18 etc. til og med 60. Læreren spør klassen: «Men dere, hvorfor i all verden gjennomgår vi ganging nå? Det holdt jo vi på med før jul!». Elevene svarer «Fordi vi skal dele med 6 og 7 gangen!». Oppgaven avsluttes med at læreren systematisk går gjennom alle gangestykkene, men leser de begge veier: «én ganger seks er seks, fordi seks delt på seks er én» - lærer gjentar dette for alle regnestykkene, samtidig som hun peker på de samme tallene hun uttaler. Det samme gjøres med 7-gangen.*

Her kan det se ut til at læreren prøver å knytte de to regneartene multiplikasjon og divisjon sammen for elevene ved å vise at multiplikasjonsstykkene kan «snus» og dermed blir divisjonsstykker. Hun bruker både muntlig språk for å utrykke dette, skriftlige symboler for å vise, og peker på det hun prater om, tilsynelatende for å vise elevene sammenheng mellom det som står og det som blir sagt. Det at de også jobber med både multiplikasjon og divisjon i samme time kan også muligens være med på å gi elevene en forståelse av at disse to regneartene henger sammen på et vis. Denne felles gjennomgangen ble etterfulgt av oppgavene beskrevet i utdraget nedenfor.

> *Elevene fikk arbeidsark med divisjonsoppgaver som kun besto av tallsymboler, likhetstegnet og deletegnet på kalkulatoren, og en tom strek der svaret skulle stå. Alle regnestykkene innebar et tall som skulle deles på 6 eller 7, og alle svarene ble hele tall uten rest. Fasiten hang på tavla slik at elevene kunne rette sine egne oppgaver. Læreren minner elevene på å lære av feilene sine, og prøve å finne ut hvorfor de eventuelt hadde kommet frem til feil svar. Elevene har tidligere jobber på samme måte med 2-, 3-, 4- og 5-gangen. Læreren oppfordret*

også noen elever til å skrive opp 6- og 7-gangen på siden av oppgavearket, hvis de ikke husket tabellen utenat ble de oppfordret til å bruke gjentatt addisjon.

Denne undervisningsformen ble brukt i flere økter på rad, men med ulike gangetabeller. Som regel jobbet de med to gangetabeller som kommer rett etter hverandre, som 6 og 7 gangen den ene dagen, og 8 og 9 gangen dagen etter.

Læreren lar tallrekkene stå på tavla, til hjelp for dem som trenger det. Flere av elevene skriver opp 8 og 9 gangen på egne oppgaveark, dette ble de oppfordret til av læreren, fordi det er lettere å huske hvis man skriver selv. Altså en måte å få elevene til å forstå tabellen og pugge tabellkunnskap. Læreren minner elevene på at hvis de ikke husker hva neste tall i tallrekken er kan man bare legge på en «åtter» eller en «nier» ettersom hvilken tabell de holder på med.

Utdraget viser at læreren oppfordrer til gjentatt addisjon som strategi for multiplikasjon. Gjentatt subtraksjon som forbindes med divisjon, ble ikke trukket frem her for å vise sammenhengen mellom multiplikasjon og divisjon. Gangetabellen brukes her tilsynelatende for å lete frem riktig tall, og dermed også riktig svar.

I en uformell samtale med læreren under observasjonene forteller hun at hun planlegger å holde tabellkunnskapen ved like helt frem til de skal jobbe med divisjon igjen mot sommeren. Hun vil også jevnlig komme innom divisjon i små drypp. Hun er også veldig bevisst på å bruke divisjon i fag som mat og helse, blant annet ved å finne ut hvor mange av noe hver elev får, hvor mange blir til overs, hvordan endrer dette seg ved dobling av oppskriften, og lignende.

4.1.2.3 «Ikke glem at deling og ganging er motsatt av hverandre»

At multiplikasjon er den motsatte regneoperasjonen av divisjon, var også noe jeg observerte ble presisert muntlig av læreren i flere av matematikktimene. Dette gjorde hun ved at hun sa det direkte *«ikke glem at deling og ganging er motsatt av hverandre»*. Jeg fikk ikke med meg oppstarten av temaet divisjon, og har derfor ikke fått med meg hvordan hun forklarte at disse er motsatte av hverandre. Hun fikk også elevene til å si i kor i sammen med henne at 1 ganger 8 er 8, og 8 delt på 1 er 8 «fordi ganging og deling er motsatte regneart!». Utdraget under viser lærerens svar på et skriv med oppfølgingsspørsmål i etterkant av intervjuet, på om hun trodde elevene forsto at disse regneartene er motsatte av hverandre:

Jeg tror at elevene som mestrer multiplikasjon forstår at du kan bruke multiplikasjon for å finne løsning på divisjon og at det derfor er viktig å kunne multiplikasjon for å lære seg *divisjon. Jeg tror også at elever som ikke forstår begrepene som «regneart» og «motsatt» ikke helt forstår, og her må jeg være nøye med begrepsavklaring. Samtidig er dette en prosess. Noen vil lære det tekniske ved det først og så forstå hvorfor etter hvert og motsatt.*

Men andre ord ser det ut som å påpeke muntlig, og påpeke ofte, er en overveid strategi fra lærerens side. Elevene lærer i ulikt tempo, og ved å gjenta mange ganger håper hun tilsynelatende å få med seg alle på sikt.

4.2 Representasjonsformer og sammenheng mellom disse

Kategorien *representasjonsformer* er utformet med utgangspunkt i modellen til Lesh, Post og Behr, som resulterte i følgende koder: reelle situasjoner, statiske bilder (tegninger), muntlig språk, skriftlig språk, manipulerbare modeller, og for å si noe om sammenhengen mellom disse representasjonene har jeg tatt med koden kroppsspråk/gester, og muntlig språk. Denne kategorien og kodene kom jeg frem til med utgangspunkt i forskningsspørsmålet «*hvilke ulike representasjonsformer benytter læreren seg av ved bruk eller forklaring av divisjon, og hvordan knytter læreren de ulike representasjonsformene sammen?*». Forskingsspørsmålet er et viktig element i utforskningen av problemstillingen fordi for å kunne behandle matematikk er bruk av representasjonsformer en forutsetning (Duval, 2006, p. 107). Det er derfor interessant å se på hvilke representasjonsformer læreren bruker, og hvorfor hun bruker disse. Representasjonsformer er derfor en vesentlig del av problemstillingen min: *Hvordan legger matematikklærere i begynneropplæringen til rette for å jobbe med divisjon i klasserommet?*

4.2.1 Knotter, non-stop og 4-åringer

Dette utdraget er fra intervjuet, der læreren akkurat har blitt spurt om hvordan hun starter opp temaet divisjon i klassene sine. Hun velger å gjøre det litt annerledes fra klasse til klasse og forteller derfor om hva hun gjorde med den klassen hun har nå. De startet opp med divisjon omtrent tre uker før juleferien. Hun fortalte også i intervjuet at hun valgte å ikke snakke med klassen om at de skulle ha om deling eller divisjon i forkant, men bare starte som vist i utdraget under.

Lærer: *Men denne gangen startet jeg med at de fikk utdelt konkreter, altså knotter, masse knotter. 36 knotter var det vel, også sa jeg dette er nonstop og nå er to barn som har veldig lyst på nonstop og de blir veldig sure, de er 4 år, hvis ikke de får like mange hver. Også begynte vi sånn da. Da delte vi de lissom inn i 2 og 3, også bare den der å dele ut.*

Det er også bruk av delingsdivisjon, eller «dele ut» som læreren sier, noe som også er den delingsformen de fleste allerede har erfaring med. Alle knottene var av samme farge. Ved å jobbe på denne måten får elevene «ta og kjenne» på de matematiske operasjonene. Dette er representasjonsformen *manipulerbare modeller*, men læreren bruker også en *virkelighetsnær situasjon* for å gi elevene en kontekst. Læreren fortalte også i en uformell samtale at flere av elevene har søsken som er rundt 4 år. Det har vært et samtaleemne flere ganger i klassen at småsøsken ofte blir veldig sure hvis ikke de får det samme som storesøskene sine. Dette var altså et bevisst eksempel fra lærerens side, basert på kunnskap hun har om elevenes erfaringsverden. Læreren spilte også videre på denne erfaringen når hun presenterte «rest» for elevene. Hun fortalte i intervjuet at elevene ganske raskt kom frem til at den som ble til overs kunne mamma eller pappa få. Det skal sies at noen av elevene syntes det var litt urettferdig at mamma eller pappa bare skulle få den ene som var igjen, og ville gjerne dele ut flere til dem. Heldigvis fikk læreren elevene til å forstå relativt raskt at det kun er resten som kan gis bort, og dette var ikke et tema som kom opp under min observasjonsperiode.

En annen virkelighetsnær situasjon læreren forteller i intervjuet at hun benyttet seg av var når de skulle lage rundstykker i mat og helse. Der så de først på antall rundstykker oppskriften ga, og regnet seg frem til hvor mange ganger de måtte doble oppskriften for å få nok til alle, før de bakte. Da rundstykkene var ferdige prøvde de først å regne ut hvor mange rundstykker hver av dem skulle få, men dette ble for vanskelig så de gikk over til å dele ut og så telle over.

4.2.2 *«Dette er divisjonstegnet»* sier læreren, samtidig som hun peker

Utdraget under er fra oppstarten av første time etter juleferien, der de ulike tegnene innenfor divisjon repeteres.

> *Timen startet med at divisjonstegnet : ble skrevet på tavla, i tillegg til divisjonstegnet ÷. Læreren presiserte at ÷ er det bare kalkulatorene som skal bruke, ikke elevene! Lærer peker på det symbolet hun til enhver tid omtaler.*

Ved at læreren velger å peke på det hun har skrevet opp på tavla når hun snakker om det, knytter hun disse representasjonsformene sammen for elevene. Det er ingen tvil om at når læreren sier *«dette er divisjonstegnet»* samtidig som hun peker på : at disse to er det samme, men det ene med muntlig språk og det andre med et semiotisk tegn.

I dette utdraget jobbet de med tekstoppgaver. Alle oppgavene ble gjennomgått i fellesskap etter at elevene hadde jobbet en stund. Læreren viste konsekvent alle oppgavene både gjennom tegning, og tall og symboler. Tegningene som ble vist var strategier som ulike elever hadde brukt, så læreren tegnet på tavla etter instruksjoner fra enkelte elever.

Delegrublis 3
Hvor mange mennesker var det i en bil hvis de til sammen hadde 50 fingre?

> *Læreren står foran klassen og viser frem arbeidsarket med en bil på, og begynner å lese og forklare oppgaven: «okay, så 50 skal deles på de som sitter i bilen. Og alle har 10 fingre hver, ikke sant!». Samtidig som hun sier dette holder hun opp begge hendene for klassen og vifter med fingrene. Så begynner hun å tegne et strekmenneske på tavla med store, tydelig fingre, fem på hver hånd. Under strekmennesket skriver hun tallet 10. Så fortsetter hun å forklare: «og siden vi har 50 fingre totalt, så deler vi det på 10 og får …? Samtidig som hun sier dette skriver hun opp tallet 50 foran 10-tallet med deletegn mellom, slik at det står 50 : 10 på tavla.*

Her bruker læren tegning som er innenfor kategorien *statiske bilder*, tall og symboler innenfor *skriftlig språk*, og *muntlig språk* og *kroppsspråk*. Læreren sørget for god sammenheng mellom alle representasjonene ved at hun skrev tallene under tegningen, og pekte på alt hun pratet om. I neste utdrag viser læreren også frem en tegning for å løse divisjonsstykket, som hun tegnet etter instruksjoner fra en elev. Denne modeller er derimot en litt tung og lite oversiktlig løsningsstrategi. Oppgaven gikk ut på at de skulle finne ut hvor mange boller hver elev fikk hvis det var 23 boller som skulle fordeles på 3 elever.

> *Læreren tegner opp tjuetre streker på tavla, og tre sirkler over strekene etter instruksjoner fra en elev. Strekene representerte bollene, og sirklene representerte elevene. Deretter tegnes det strek fra den første sirkelen til den første streken, fra den andre sirkelen til den andre streken, osv. Så fra den første sirkelen til den fjerde streken. Læreren utrykker forsiktig overfor klassen at dette kanskje ikke er den enkleste strategien å bruke fordi den er uoversiktlig, men at det er en mulig strategi og at prinsippet ikke er feil.*

Dette er en form for «dele ut en og en»-strategi, men blir litt rotete ved bruk av tegning på denne måten, fordi det blir mye å holde styr på og mange streker å tegne opp. Selv om læreren uttrykker at denne modellen er litt rotete å bruke, velger hun ikke vise frem en annen metode med tegning som kunne vært enklere å bruke. Denne tegningen ble dermed litt hengende i lufta, fordi læreren gikk over til å spørre om oppgaven kunne løses med multiplikasjon.

I flere av gjennomgangene av tekstoppgavene leste læreren først oppgaven høyt for elevene, før hun oversetter spørsmålet ved å påpeke hva oppgaven egentlig spør etter. Slik som i dette utdraget der oppgaven er «Du har 61 kroner, hvor mange 5-kronemynter har du?»:

> *«Hva finner vi ut hvis vi tar 61:5, nei jeg vil ikke ha svaret, jeg vil vite hva vi finner ut.» Mange av elevene begynte å si svaret, så når læreren fortalte at hun ikke ville ha svaret på oppgaven, forsvant de fleste hendene ned igjen. Læreren fortsatte å spørre elevene hva de finner ut hvis de tar 61:5, og etter en liten stund sa læreren selv at hvis vi tar 61:5 så finner vi ut hvor mange 5 kroner vi kan ha i 61 kroner! Dette ble etterfulgt av et kollektivt «aaahhh!» fra flere av elevene som dermed ga uttrykk for at de hadde forstått.*

I dette utdraget kommer det tydelig frem at læreren oversetter og analyser tekstoppgaven for elevene. Hun hjelper dem med å se hva oppgaven egentlig spør om, utenom tallsymbolene. Med andre ord trekker hun trådet mellom oppgavens ulike representasjonssystemer, som består både av skriftspråk med og uten symboler, og den virkelighetsnær situasjon som her sikter til penger.

Det er også verdt å nevne at læreren veldig ofte når hun snakket om divisjon eller multiplikasjon nevner både begrepene «deling/dele» og «divisjon/dividere» i samme setning. Det samme gjør hun med multiplikasjon. Da læreren ble spurt om dette i intervjuet svarte hun at det var for å bruke de hverdagsordene som ble brukt hjemme hos elevene, og koble de sammen med fagbegreper. Det er også rett og slett også for å sikre at alle forstår hva hun snakker om.

Til sammen i alle observasjonene mine av matematikkundervisningen observerte jeg at læreren brukte selv, eller la opp til at elevene kunne/skulle bruke, både knotter, tegninger, tall og symboler. I tillegg observerte jeg at læreren selv brukte alle disse, enten med enkeltelever for å hjelpe elever videre med en oppgave, eller i helklasse for å vise og forklare. Den siste koden «kroppsspråk og gester» gjelder bare for læreren, og det jeg så spesielt på var om hun fysisk pekte på den representasjonsformen når hun snakket om det, og om hun pekte på hvilke representasjoner som «hang sammen», for eksempel om hun pekte på en del av tegningen som deretter pekte på det tallet i regnestykket som den delen representerer.

Det er umulig å ha en matematikktime uten noen form for representasjoner, fordi matematikk er abstrakt og derfor bruker vi alltid en eller annen representasjonsform som vi manipulerer for å kunne holde på med matematikk (Duval, 2006, p. 107). Det interessante er å observere hvordan læreren benytter seg av representasjonsformer i undervisningen. I alle timene jeg observerte var knottene først og fremst tilgjengelige for de som ønsket å bruke de, det var ikke nok til hele klassen. Læreren brukte ikke disse i helklasse, men sammen med enkeltelever.

4.3 Pedagogiske overveielser

I denne delen av kapittelet vil jeg se på hvilke valg læreren bevisst har tatt for å legge til rette for arbeid med divisjon i klasserommet, basert på de mulighetene og begrensningene hun har. Her vil det trekkes frem utdrag fra intervju- og observasjonsmaterialet der det kommer tydelig frem at læreren har tatt noen pedagogiske valg ut ifra hva hun tenker passer best for situasjonen og klassen. Disse overveielsene omfatter tilpasninger i form av lærerens individuelle tilrettelegging med utgangpunkt i de ulike elevenes forutsetninger, og de endringene hun gjør med tanke på klassen som helhet. Det omfatter også hvordan læreren velger å presentere temaene i timene sine. Sentrale temaer i dette delkapittelet er derfor blant annet læringsforståelse, og den nærmeste utviklingssonen.

Lærer bruker ofte situasjoner elevene kjenner seg igjen i, i forklaringene sine. For eksempel i delingsdivisjon der hun ber elevene se for seg hvordan en 4 åring hadde håndtert å få færre nonstop enn noen andre. Mange av elevene har nemlig søsken i denne alderen, og forstår at for å holde husfreden er det viktig at denne fordelingen blir hel lik, og at mamma eventuelt får resten. Her binder læreren sammen elevenes erfaringsgrunnlag til matematikkundervisningen

4.3.1 Is i magen og høye skuldre

Dette utdraget er fra intervju-situasjonen med kun lærer og intervjuer til stede. Intervjuet ble foretatt etter at alle observasjonene var overstått, slik at det var mulig å snakke om det som hadde foregått i de observerte undervisningssituasjonene. Dette utdraget er veldig tidlig i intervjuet, og læreren forteller om egen yrkesutøvelse og fag hun har fra lærerskolen. Fordi hun stort sett har jobbet på småtrinnet har hun undervist matematikk hele veien. Hun forteller videre at hun har fordypning i matematikk for ungdomstrinnet, og at dette sammen med at hun jobbet et semester på ungdomstrinnet har hatt betydning for hennes praksis.

> *«Ja, fordi det kan gi meg litt is i magen da på at det er faktisk kjempeviktig med å forstå posisjonssystemet for eksempel, eller plassverdisystemet mener jeg. Det er KJEMPE viktig å ha en grunnleggende tallforståelse eller de fire regneartene er viktigere enn du tror. Da jeg fikk en sånn gruppe jeg skulle følge opp, tenkte jeg at: ja, dette er jo det samme jeg holder*

på med på småtrinnet. Det er jo egentlig det samme som gjør seg gjeldende igjen nå. Jeg tror kanskje at det nytter ikke lissom, man kommer seg ikke hele veien dit hvis man ikke kan det. Så det er kanskje det eneste, at selv om jeg kan få litt høye skuldre noen ganger når jeg tenker at vi skulle hatt kommet lenger. Men ja, det tror jeg kanskje er det viktigste.»

Ved at læreren både nevner å ha *«is i magen»* og *«litt høye skuldre»* kan det se ut til at læreren selv synes det er utfordrende å holde igjen presentasjon av fagstoff i klassen, men at hun klarer det fordi hun vet hvor viktig den grunnleggende forståelsen er, noe hun utrykker gjennom å si *«at det nytter ikke lissom, man kommer seg ikke hele veien dit hvis man ikke kan det».* I utdraget under forteller læreren litt om hvordan hun har jobbet med oppstarten av divisjon med denne klassen, etter å ha fortalt at hun stort sett gjør dette ulikt fra gang til gang med utgangsgangspunkt i klassen.

«Vi hadde jo jobbet med multiplikasjon i 3. klasse, også visste jeg fra litt forskjellige ting at dette satt ikke helt hos ganske mange. Så med denne gjengen så tenkte jeg at jeg MÅ jobbe litt mer med å hvert fall forstå multiplikasjon eller ha en strategi for å vite hva multiplikasjon er, fordi jeg tror ikke du kommer utenom i divisjon.»

Det at hun starter temaet divisjon ulikt i ulike klasser underbygges når hun presiserer at *«med denne gjengen så tenkte jeg at jeg MÅ jobbe litt mer med og hvert fall forstå multiplikasjon eller ha en strategi for å vite hva multiplikasjon er fordi jeg tror ikke du kommer utenom i divisjon».* Igjen kommer hun tilbake til poenget med at man ikke kommer noen vei hvis man ikke har enn grunnleggende forståelse av plassverdisystemet, tallforståelse og god forståelse av de fire regneartene. Matematikk forutsetter at man har forstått det fundamentale som resten av kunnskapen skal bygges på.

Under er et utdrag fra tredje dag og økt med observasjoner. Klassen hadde allerede jobbet med divisjon i tre-fire uker, og de hadde allerede jobbet i flere undervisningstimer med samme type oppgaver så de visste hva de skulle.

Læreren begynte timen med en felles gjennomgang av 6- og 7-gangen, der hun skrev opp disse på tavla fra 1 · 6 til og med 10 · 6, og 1 · 7 til og med 10 · 7. Elevene fikk arbeidsark med divisjonsoppgaver. Oppgavene besto kun av tallsymboler, likhetstegnet og deletegnet på kalkulatoren, og en tom strek der svaret skulle stå. Alle regnestykkene innebar et tall som skulle deles på 6 eller 7, og alle svarene ble hele tall uten rest. Fasiten hang på tavla slik at elevene kunne rette sine egne oppgaver.

Elevene har tidligere jobbet på samme måte med 2-, 3-, 4- og 5-gangen, og dagen etter fulgte de nesten helt det samme opplegget med 8- og 9-gangen. Det at læreren er opptatt av å ikke la seg stresse og gå for fort frem kom altså tydelig frem i disse observasjonene da læreren stort sett jobbet med én type oppgaver og én type strategi gjennom hele undervisningsøkten, men også over flere dager i strekk. I en uformell samtale med læreren i observasjonssituasjonen fortalte hun også at denne gjengen hadde vært veldig umotiverte for matematikkfaget før hun tok over i 3. klasse, og at matematikkundervisning hadde gått litt over hodet på mange. Derfor var hun veldig opptatt av elevenes mestringsfølelse, noe hun også brukte som argument for å bruke samme type oppgaver. I intervjuet uttrykte hun også:

> *«Og iveren og arbeidsgleder og lignende det var når jeg kom med 40 oppgaver, for eksempel jeg hadde disse arkene, ikke sant, der brukte jeg bare at de skulle dele med 2 og 3, også gikk vi gjennom multiplikasjonstabellen med 2 og 3 og DEN sitter hos de aller, aller fleste, så den var ganske sånn safe det var innafor liksom læringsvindu.»*

Læreren er også opptatt av å bruke læringspartnere, delvis fordi hun ofte er den eneste voksne til stede, men også fordi hun er opptatt av at det er masse læring for elever å forklare hvis de allerede har forstått, og å finne frem til et svar sammen. Læringspartnerne var satt sammen av læreren med tanke på hvem som fikk noe ut av å jobbe sammen. Dette er noe hun har fortalt delvis i intervju, og delvis i uformelle samtaler under observasjonene.

4.3.2 Kopper med knotter, penger og ekstraoppgaver

Læreren forteller også at for de elevene som presterer høyere i faget tilrettelegger hun med tilleggsoppgaver, som varierer fra det de andre jobber med. For eksempel kunne disse elevene få oppgaver der de skulle finne riktig regneuttrykk til et bilde, mens resten av klassen jobbet med tekstoppgaver i divisjon. Oppgavearkene har vært på engelsk, noe som har motivert noen av elevene veldig. Noen av elevene har ikke brydd seg, og de som har problemer med engelsk har blitt forklart hva de skal gjøre og har forstått resten ut ifra hva de har gjort tidligere, tallene og bildene.

Dette utdraget er fra første økt med observasjoner. Klassen fikk seks arbeidsark med divisjonsstykker, én oppgave pr. ark. På alle oppgavearkene var det mye plass til å tegne og skrive på, og ingen føringer for strategibruk eller representasjonsform utenom at elevene skulle skrive ut divisjonsstykke med tall og symboler. Elevene kunne velge om de ville jobbe alene eller sammen med læringspartneren sin. Læreren oppfordret også elevene til å spørre læringspartneren sin hvis det var noe de lurte på, før de rakk opp hånda for å få hjelp fra læreren.

Lærer setter frem fire eller fem pappkrus fylt med knotter og sier: «og som vanlig er bare å komme hit å hente knotter hvis du trenger det». Noen av elevene går og henter seg en kopp. Det er ikke alle som har hentet knotter som bruker dem, noen kopper står urørte og andre knotter ligger urørt utover pulten.

Dette er noe som følges opp i intervjuet og intervjuer spør om det stemmer at konkreter alltid er tilgjengelig for de elevene som ønsker å bruke dette.

«Ja vi bruker masse knotter, og penger har vi også brukt! Ja det sier jeg alltid, at det er alltid greit å hente! Jeg vil ikke at de skal stå fast fordi de ikke hadde konkreter for eksempel. Og jeg er bare meg ofte, så hvis de kan få hjelp av det, eller av en læringspartner eller whatever for å få det til så vil jeg gjerne det.»

Ved at knotter er tilgjengelig ved behov har læreren allerede differensiert med hensyn til de elevene som har behov for å jobbe mer konkret. Når hun får spørsmål om bruk av konkreter svarer hun verken nølende eller betenkt, men svarer veldig entusiastisk. Dette kan type på at læreren tilsynelatende er opptatt av å bruke ulike representasjonsformer og konkreter både generelt og for å differensiere undervisningen. Hun påpeker at *«det sier jeg alltid, at det er alltid greit å hente! Jeg vil ikke at de skal stå fast fordi de ikke hadde konkreter for eksempel»*, noe som kan tyde på at hun mener at tilgang på dette kan være forskjellen mellom at en elev får til en oppgave, eller ikke. Dette er bruk av konkreter for å differensiere.

4.4 Oppsummering av funn

I analysen fremkom ulike aspekter innenfor hver av de tre hovedkategoriene. Den første kategorien jeg analyserte var med i utgangspunkt i første forskningsspørsmål *Hvilket perspektiv på divisjon legger læreren opp til at elevene møter, og eventuelt hvordan trekkes det tråder mellom divisjon og multiplikasjon?* Funnene av dette forskningsspørsmålet er presentert under.

For det første var det et funn at både målings- og delingsdivisjon var representert i tilnærmet lik grad i den observerte undervisningen. Læreren er veldig opptatt av å gi elevene erfaring med både delings- og målingsdivisjon, og hadde god oversikt og forståelse av disse perspektivene. Hun sørget for at de møtte disse to perspektivene både i tekstoppgaver og i praktiske situasjoner. Hun varierte hvilken løsningsmetode hun viste frem, men holdt seg alltid til samme perspektiv i hele gjennomgangen.

Det andre funnet var selv om de jobbet mye med deling- og målingsdivisjon i klassen velger læreren å ikke bruke begrepene, og jobber ikke med å tydeliggjøre forskjellen på disse perspektivene for elevene. Dette er valg hun gjør basert på kunnskap om klassens nivå og erfaring med klassens fremgang i matematikk. Hun mener det ville vært for vanskelig for elevene å bruke disse begrepene, og å skulle forstå eller forholde seg til disse som ulike strategier.

I andre del av det forskningsspørsmålet rettes søkelyset mot om det trekkes tråder mellom divisjon og multiplikasjon. Ifølge funnene som ble gjort legger læreren opp til at elevene skal få erfaring med at multiplikasjon og divisjon er motsatte regneoperasjoner blant annet ved at læreren la opp til en gjennomgang av gangetabell for deretter å jobbe med divisjon med samme tabell som hjelp til å finne svaret i en og samme time. Hun legger også opp til arbeid med oppgaver der elevene først jobber med gangetabellen, før tallene «snus» slik at det blir et divisjonsstykke. På den måten kunne elevene bruke gangetabellen for å finne svarene på divisjonsstykkene. Dessuten gjentok hun muntlig til stadighet at disse er motsatte, men som en slags mantra: «det delt på det er det, fordi det gange det er det», elevene uttrykte også dette.

Det andre forskningsspørsmålet, handler om hvilke representasjonsformer lærerens benytter seg av i undervisningen. Funnene konkluderte med at læreren benytter seg av alle representasjonsformene i modellen av Lesh, Post og Behr (Lesh et al., 1987): tegninger, knotter, penger (kun fortalt om), tall, symboler, skriftspråk og muntlig språk, virkelighetsnære oppgaver og kontekster, i tillegg til bruk av gester. Funnene viser også et det legges opp til god sammenheng mellom disse i undervisningen ved at hun peker, forklarer, oversetter osv. Hun bygger også opp den perioden de arbeider med divisjon i tråd med Bruners teori om representasjonsnivåene (Bruner, 1966, pp. 10, 11).

Med tanke på de pedagogiske overveielsene som forskningsspørsmål tre omhandler, viser funnene tydelig at læreren er opptatt av å bygge videre på elevenes erfaringer. Begrepsmessig er det for eksempel viktig for læreren å si både divisjon og deling i samme vending for at elevene skal forstå at det er det samme, og fordi «deling» eller «å dele» er begreper elevene har et forhold til fra dagliglivet (Vygotsky, 1971, i Høines, 1998, pp. 85, 90, 91).

Den tilpassede opplæringen og differensieringen kan både observeres på klassenivå og på individnivå. Hun er veldig observant på klassens nivå og må hele tiden «ta seg i nakken» for å holde undervisningsnivået så lavt at elevene klarte å henge med. Læreren var klar over sin egen autonomi med hensyn til progresjon, forlenging av perioder, og metodefrihet, og benyttet seg av dette for å ikke gå for fort frem. Hun påpeker at det kan være utfordrende å ikke la seg stresse. På individnivå viste observasjonene og intervjuet at det var tilgang på konkreter, bruk av læringspartneren som var satt sammen med omhu slik at de som fikk noe ut av å jobbe sammen satt ved siden av hverandre, og tildeling av vanskeligere oppgaver.

5 Drøfting

Hensikten med denne studien har vært å sette søkelyset på hvordan en erfaren matematikklærer legger til rette for arbeid med divisjon i klasserommet, i begynneropplæringen. Dette innebærer lærerens overveielser, synspunkter, ideer, tanker og erfaringer rundt temaet. Gjennom observasjon og intervju har flere aspekter ved arbeid med denne regnearten kommet frem. Med utgangspunkt i lærerens opplegg og tanker vil det i dette kapittelet belyses funn ved bruk av teori, drøftes spenninger og sammenheng mellom teorien i teorikapittelet og den analyserte dataen, og bringe de ulike delene av oppgaven sammen. Kapittelet er delt opp i to underkapitler der perspektiver på divisjon og tråder mellom divisjon og multiplikasjon drøftes i det ene, og representasjonsformer drøftes i det andre. Med andre ord vil de to første forskningsspørsmålene drøftes hver for seg, og det siste forskningsspørsmålet som omhandler lærerens pedagogiske overveielser, vil inkluderes i begge underkapitlene.

5.1 Hvordan læreren jobber med divisjon i klasserommet

Resultatene fra observasjonene og intervjuet viser at læreren er opptatt av at elevene skal møte oppgaver med både målings- og delingsdivisjon i undervisningen. Det kommer også frem at oppgavene består av divisjonsstykker både uten rest, og med rest som ikke teller med. Læreren forteller også at de har gjort ulike praktiske oppgaver som å dele opp pakkebånd og dele ut bakverk i mat og helse-økta. Jeg vil her drøfte funnene fra observasjonene og intervjuet.

5.1.1 Arbeid med tekstoppgaver, delings- og målingsdivisjon i klasserommet

I arbeidet med tekstoppgaver var delings- og målingsdivisjon representert i like stor grad. Det kom også frem av intervjuet at læreren brukte divisjon i praktiske situasjoner, der begge perspektivene på divisjon ble representert. Dette står i kontrast til påstanden om at det i norsk skole er tradisjon for å vektlegge delingsdivisjon i større grad enn målingsdivisjon (Høines, 1998, p. 216). Samtidig er det nytt at disse perspektivene uttrykkes eksplisitt i kompetansemålene (Kunnskapsdepartementet, 2020). Det er naturlig at det en slik endring av læreplanen også fører til enkelte endringer av undervisning. Læreren fortalte at selv om hun var kjent med både begrepene og meningsinnholdet deres fra før, måtte hun dobbeltsjekke forskjellen på målings- og delingsdivisjon ved oppstarten av temaet fordi dette ikke lå fremme i pannelappen. At læreren ikke husket helt forskjellen på disse begrepene kan bety flere ting. For det første kan det bety at det er lenge siden hun har undervist i dette temaet. Men for det andre kan dette også være en indikasjon på et skifte som nå skjer i skolen hvor disse begrepene tas i bruk i mye større grad enn tidligere. Når det spesifiseres i kompetansemålene slik det har blitt gjort i LK20, stiller det andre krav til lærere om å ha kjennskap til begrepene for å sørge for at elevene faktisk møter begge perspektivene. Kompetansemålet for divisjon i LK06 var å *«utvikle og bruke varierte metoder for multiplikasjon og divisjon, bruke dem i praktiske situasjoner og bruke den lille multiplikasjonstabellen i hoderegning og i oppgaveløsning»* (Kunnskapsdepartementet, 2006, p. 7), noe som innebærer at man kan jobbe mange år som lærer uten å ha et bevisst forhold til delings- og målingsdivisjon. Slik som jeg oppfatter dette kompetansemålet er man i mål hvis eleven både er i stand til å tegne, bruke konkreter, bruke gangetabellen, og regne ut ved bruk av regneutrykk, uavhengig av hvilket perspektiv det gjøres i. Dette er min tolkning, men det er allikevel ikke til å komme bort fra at dette er en mulig tolkning av målet.

Funnene viser at læreren bruker mange representasjonsformer og at læreren har god kunnskap og forståelse av dem. Hun viser ingen problemer med å bruke ulike representasjoner som konkreter eller tegning for å komme frem til et svar, eller veilede og hjelpe elever med underveis, eller forklare oppgaver på stående fot. Hun er med andre ord veldig fleksibel i sin tankegang og strategibruk. Ved et tidligere forskningsprosjekt (Ramsingh, 2020, p. 1) ble det konkludert med at de fleste matematikklærerne i undersøkelsen ønsket å bruke tegninger, konkreter og lignende for å lære bort divisjon i begynneropplæring, men at de sammen lærerne ikke selv var i stand til å bruke dette for å komme frem til riktig løsning.

Simons (1993, p. 251) undersøkelser av siste-års lærerstudenter konkluderte med at disse hadde en dårlig totalforståelse av divisjon, fordi de ikke forsto sammenhengene i regnearten. Dette står i tydelig kontrast til læreren i denne studien som viste tydelig at hun hadde god kontroll på de ulike perspektivene, ved gjennomgangene av tekstoppgavene i helklasse. Gjennomgangen gikk ut på at læreren skulle tegne etter instruksjoner fra elevene, fordi elevene selv hadde tegnet for å komme frem til svaret. Læreren var i stand til å holde seg til samme type forklaringsmodell underveis i hele forklaringen. Dessuten lot hun seg ikke vippe av pinnen i de situasjonene der elevenes modeller ble feil, eller ved spørsmål fra elevene. Alt dette tyder på at læreren selv har god oversikt over regnearten divisjon, de ulike representasjonssystemene, og perspektivene. Det å holde seg til én tankemodell i forklaring av divisjonsoppgaver har vist seg å være en utfordring hvis man ikke har god oversikt over eller forståelse av målings- og delingsdivisjon. I en tidligere undersøkelse kom det frem at en del lærere har en tendens til å blande mellom disse og derfor endre forklaringen halvveis i gjennomgangen av prosessen frem mot svaret. Noe som ikke er med å gi elevene en god forståelse av perspektivene, men som mest sannsynlig heller virker mer forvirrende (Mathews, 2014, p. 93). Det skal allikevel nevnes at ved et tilfelle avbrøyt læreren den forklaringen hun hadde startet på med utgangspunkt i en elevs løsningsstrategi, til fordel for en annen, tilsynelatende uten grunn. Det så ikke ut til at dette var på bakgrunn av egen manglende forståelse, men rett og slett fordi det ble kom et forslag om en enklere metode. Oppgaven spurte etter hvor mange elever som var på skolen, når det sto 36 sko på gangen. Den første løsningsstrategien gikk ut på å dele opp mengden sko i grupper på to og to, og se hvor mange par det ble til sammen. Dette er en strategi som bygger på gjentatt addisjon, og som dessuten er veldig nært knyttet til konteksten ved å gjennomføre det som står, men gjennom tegning. Den andre strategien gikk ut på å dele mengden i to, fordi alle har to sko og da kan mengden 36 deles på 2. Dette er en mye mer abstrakt løsningsstrategi, fordi det ikke har noe umiddelbar sammenheng med teksten i oppgaven. Selv om læreren forsto hva eleven mente, og kunne kjenne igjen tankegangen hans, kan man stille spørsmål ved om de elevene som støttet seg til den første løsningsstrategien hang med på denne. Særlig siden den ikke ble nærmere forklart. Dette kunne for eksempel blitt forklart med utgangspunkt i oppgaven at alle har en høyre sko og en venstre sko. Derfor ved å dele mengden i to får også antall par og dermed antall elever på skolen den dagen.

Læreren uttrykte muntlig, i tillegg til at hun viste gjennom hvilke oppgaver hun valgte å jobbe med i klasserommet, at elevene får erfaring med begge perspektivene på divisjon. Men til tross for dette velger hun allikevel ikke å påpeke eller tydeliggjøre for elevene at dette er to ulike modeller eller perspektiver for å tenke divisjon på. Lærer eksponerer dermed elevene både for målings- og delingsdivisjon, men kanskje uten at elevene er klar over dette selv. Kompetansemålet i faget sier at elevene skal få erfaring med både målings- og delingsdivisjon. Elevene i denne klassen har absolutt blitt eksponert for de to perspektivene, men man kan allikevel spørre seg om i hvilken grad man kan påstå at de har erfart noe de ikke er klar over. Tenkning og tale henger ifølge Vygotsky nøye sammen, og tale er et redskap for de indre konstruksjonene. Språket er et redskap som brukes i utvikling av menneskers bevissthet, i fellesskap, men språklig utvikling er også essensiell for å kunne føre en ytre og en indre dialog (Vygotskij, i Skodvin, 2001, pp. 14 - 15). Med andre ord kan det være vanskelig for elevene å forstå disse perspektivene som ulike fordi de ikke har noe språklig redskap å tenke på dem med. Det er allikevel en sannsynlighet at dette hadde blitt for komplisert for elevene som møter divisjon i skolen for første gang, noe som læreren ga uttrykk for at hun var redd for i intervjuet.

Selv om læreren ikke snakker om forskjellen på målings- og delingsdivisjon, bruker læreverket elevene jobber med, Multi i Skolestudio, allikevel både begrepene, viser de ulike strategiene, og legger opp til arbeid med disse separat (Skolestudio, u.å.-a). Dette kan tyde på at målingsdivisjon har kommet mye sterkere inn i norsk læreverk også de siste årene, enn det Høines (1998, p. 216) skriver om på slutten av 90-tallet. Det kan se ut til at tanket bak divisjonskapittelet i Skolestudio Multi er at elevene skal få erfaring med disse begrepene som ulike perspektiver helt fra starten av. Samtidig er det lærerens erfaring med akkurat denne klassen og deres tidligere progresjon, motivasjon og mestringsfølelse som ligger til grunn for hva læreren velger å gjennomgå i klassen. Læreren selv påpeker at hun ser at det fort kan blir for mye for elevene ved gjennomgang og presentasjon av for mye stoff på en gang. Ifølge Vygotskys teori om den nærmeste utviklingssone, skjer læring i den sonen der barnets erfaring og kunnskap ikke strekker til alene, men som er tilstrekkelig for mestring ved hjelp av en kompetent annen. Dette bygger med andre ord på delvis kjent og forståelig kunnskap for eleven (Vygotsky, 1978, p. 86). Ved å presentere strategier som går over hodet på elevene beveger man seg ut av denne sonen, og elevenes utbytte vil være begrenset eller i verste fraværende.

Observasjonene viste også at læreren valgte å holde på med disse tekstoppgavene over to dager på rad, sånn at de holdt på med en ting av gangen. Det ga læreren god tid på gjennomgang av hver av oppgavene, og de elevene som trengte tid på oppgavene fikk ro til å jobbe i sitt eget tempo. Det ble differensiert med andre oppgaver til de som jobbet raskt. De elevene som i tillegg trengte konkreter for å løse oppgavene, kunne gå og hente et pappkrus med knotter i, og det var også helt greit å samarbeide med læringspartneren sin. Dermed la hun til rette for tilpasset opplæring gjennom differensierte oppgaver, samarbeid, og tilgang på konkreter (Buli-Holmberg & Ekeberg, 2016).

Tekstoppgaver kan legge opp til bruk av ulike perspektiver på divisjon. Forskjellen på hvilket perspektiv som ligger til grunn har stor betydning for utfallet i virkelige situasjoner. For eksempel kan 15 delt på 3 i bolle-sammenheng bety at 3 personer skal dele 15 boller, og derfor får 5 boller hver, eller det kan bety at alle skal få 3 boller hver, og da er 5 elever som får. Regneutrykkene vil se helt likt ut uavhengig av perspektivet, men i kontekstsammenheng blir det en forskjell. Men dette indikerer at målings- og delingsdivisjon kan brukes som løsningsstrategi for å finne svaret i en oppgave uten kontekst også, som i et divisjonsstykke kun uttrykt med tall og symboler. Læreren har ikke gått gjennom divisjonsalgoritmen enda, de jobber fortsatt med å knytte tekstoppgaver og regneutrykk sammen. Elevene i begynneropplæring har derfor ikke lært algoritmen enda, og kan heller ikke bruke den. Dette innebærer at elevene må bruke en annen løsningsstrategi i møte med divisjonsstykker uttrykt med tall og symboler. Hvis elevene ikke har et bevisst forhold til at det finnes ulike perspektiver og tankemodeller på divisjon, vil de benytte den som ligger mest tilgjengelig for dem. I mange tilfeller vil det være delingsdivisjon, fordi det er dette elevene har mest erfaring med. Dette er allikevel ikke noe problem før elevene møter et divisjonsstykke med desimaltall.

I tekstoppgavene var det flere av oppgavene som resulterte i en rest. Dette hadde klassen jobbet med helt fra begynnelsen av, og noe elevene så ut til å godta uten problem. Læreren valgte å introdusere rest i form av en situasjon elevene kunne kjenne seg igjen i. Hun valgte å bruke det Lesh m. fl. (Lesh et al., 1987, p. 33) kaller *virkelighetsnære situasjoner* (real scripts), og bygge på erfaring elevene har fra før. Dette gjorde hun ved å stille spørsmål om hva man skal gjøre hvis to 4-åringer skal få non-stop, også blir det en til overs. Elevene er godt kjent med at 4-åringer ikke syns det er greit at den ene får mer enn de andre, et er nemlig mange som har småsøsken i denne alderen i klassen. Klassen kommer derfor kollektivt frem til at den siste non-stoppen er det mamma eller pappa som får, selv om noen av elevene syns det er litt urettferdig at mamma eller pappa får så lite.

5.1.2 Lærerens tilretteleggelse for forståelse av multiplikasjon og divisjon som motsatte regnearter

Analysen av intervjuet og observasjonene viser at læreren er veldig opptatt av at elevene skal få en forståelse for at multiplikasjon og divisjon er motsatte regnearter. Hun legger til rette for arbeid med dette på litt ulike måter. Hun påpeker selv at elevene må bli introdusert for flere sider og innfallsvinkler for å klare å se sammenhengen.

Dette gjorde hun ved at hun gjentatte ganger uttalte dette eksplisitt for elevene, og fikk dem til å gjenta dette høyt i kor. Dette innebærer at elevene i tillegg må ha en god forståelse av begreper som *motsatt* og *regneart*, for å få noe ut av dette utsagnet. Dette påpeker læreren selv også i svarene sine i et skriv med oppfølgingsspørsmål i etterkant av intervjuet. Selv om elevene forstår alle begrepene er det allikevel ingen automatikk i at elevene har forstått. Dette kan allikevel fungere som en del av elevenes begrepsutvikling, gjennom påfyll av elevenes begrepsinnhold. Elevenes begrep om divisjon med sitt begrepsinnhold møter lærerens større, og mer systematiserte og strukturerte forståelse av begrepets mange sider (Vygotskij, 2001, p. 239).

En annen av innfallsvinklene hun benyttet seg av var å jobbe med dette gjennom oppgaver uttrykt kun med symboler og tall. Læreren gikk først gjennom gangetabellen med tilhørende multiplikasjonsstykker, for så å bruke de samme tallene i divisjonsstykker. For eksempel $3 \cdot 6 = 18$, $18 : 6 = 3$. Elevene blir også oppfordret til å skrive opp den aktuelle gangetabellen som en hjelp til å løse divisjonsstykkene. Samtidig er dette en ganske abstrakt måte å jobbe på, og resulterer ikke automatisk i forståelse hos elevene. Læreren selv mener at noen av elevene kan forstå det, men at noen av dem helt sikkert ikke gjør det. Gjentakelse kan være med på at elevene husker bedre, men er ikke nødvendigvis nok til å skape forståelse. Læreren oppfordrer til bruk av gjentatt addisjon når de skulle skrive ned gangetabellen for å bruke denne til å finne svaret på disse oppgavene. Gjentatt addisjon og gjentatt subtraksjon viser veldig tydelig at sammenheng mellom divisjon og multiplikasjon, dette vises også i *Figur 1* i teorikapittelet. Dette ble ikke trukket frem i denne undervisningsøkten, med dette var ikke temaet for timen. I timen var fokuset først og fremst på å bruke gangetabellen for å finne svaret. Noe som kan være med på knytte tettere bånd mellom de to regneartene for elevene. Samtidig kan det se ut til at dette blir en type automatisert kunnskap, ved at elevene kjenner igjen tall som «hører» sammen, men uten at forståelse for hva som ligger bak kanskje er til stede. Med andre ord det Skemp (1976, p. 21) kaller en instrumentell forståelse. Når det er sagt er det ikke noe i veien med tabellkunnskap – det gjør en del regneoperasjoner mye enklere for oss, spesielt hvis operasjonen i tillegg innebærer hoderegning. Læreren påpeker også selv at hun tenker det kan være en god og nødvendig prosess, i alle fall for noen elever, å «gå veien om pugg» som hun uttrykker det.

Læreren startet divisjonstemaet med at elevene skulle dele opp en mengde knotter i ulike grupper, og der de også skulle dele ut med flere av gangen. På den måten hjalp hun elevene å koble en av de store ideene innenfor matematikk sammen med divisjon, nemlig gruppering eller unitizing (Fosnot & Dolk, 2001, p. 10). Ut ifra mine data ser det imidlertid ikke ut som at denne ideen brukes for å synliggjøre forholdet mellom divisjon og multiplikasjon. Denne sammenhengen blir først og fremst beskrevet og forklart muntlig, med tall og symboler, og gjennom bruk av gangetabellen for å finne svar på divisjonsstykker (6 ganger 4 er 24, da er 24 delt på 6, 4). Ifølge Fosnot og Dolk (2001, p. 51) er det ikke vanskelig for barn å forstå sammenhengen mellom disse regneartene så lenge de har forstått forholdet mellom grupper og helhet. Men det er allikevel ingen automatikk i at denne koblingen finner sted, men forutsetter at barna jobber med matematikkoppgaver eller situasjoner som kan relateres både til multiplikasjon og divisjon (Fosnot & Dolk, 2001, p. 51).

En av de andre store ideene innenfor matematikk er ideene om den kommutative lov, som sier at tallenes rekkefølge er likegyldig i regneutrykket. Divisjon følger ikke denne loven, og det kan være viktig å presisere for elevene, særlig etter en periode med multiplikasjon. Innenfor norsk skole er det vanlig å jobbe med én regneart av gangen. Denne klassen var klar over at de for tiden jobbet med divisjon. Problemet med tekstoppgaver i denne situasjonen er at elevene egentlig ikke trenger å forholde seg til konteksten, fordi de vet uansett at tallene i oppgaven skal deles på hverandre. For eksempel i oppgaven der elevene skulle finne ut hvor mange elever som var på skolen når det sto 36 sko i gangen, har elevene fått oppgitt tallet 36 og alle visste at en person har to sko hver. Når man jobber med divisjon, og har fått to tall, er det lett å tenke seg til at et av disse tallene skal deles på det andre. Dessuten hadde de ikke hatt om brøk eller desimaltall enda, derfor er det ganske opplagt at det er 36 som skal deles på 2. Læreren forsøkte allikevel tilsynelatende å knytte konteksten til tallene, ved å spørre hvorfor regnestykket ikke ble 2 delt på 36, og fulgte opp ved å si at det ikke går fordi 2 sko kan ikke deles på 36 personer. For å få elevene til å forstå at divisjon ikke er kommutativt, bruker hun konteksten som synliggjør for elevene hvor feil det kan bli å ikke ta hensyn til dette. Det kan nok være nyttig å gjøre dette for å hjelpe elevene til å aktivt bruke konteksten, og i begynnelsen kan det være lettere å vise dette i en oppgave der det ikke er noe tvil. Her påpeker læreren for elevene at divisjon ikke er kommutativt slik som multiplikasjon er (Fosnot & Dolk, 2001, p. 51) Læreren uttalte seg angående denne situasjonen, og mente at det var en stor sannsynlighet for at flere av elevene ikke forstå dette, og dette var den eneste gangen hun tok opp dette i undervisningen i min observasjonsperiode. Det kan være at hun tok det opp fordi hun kom på dette der og da, men så at flere av elevene ikke var med på den, og derfor ville vente med å ta det opp igjen.

5.2 Hvilke representasjonsformer læreren benytter seg av

Et av funnene i denne studien er at læreren velger, og vektlegger viktigheten av, bruk av ulike representasjonsformer i undervisningen sin i temaet divisjon. Gjennom analysearbeidet ble det søkt etter å finne ulike aspekter ved undervisning i divisjon i begynneropplæringen, og ett av disse aspektene var representasjonsformer. Disse har blitt indentifisert med utgangspunkt i modellen over representasjonssystemer (Figur 2) av Lesh, Behr og Post (1987, p. 34), og de fem representasjonsformene ble *Skriftspråk, muntlig språk, erfaringsbaserte situasjoner, manipulerbare modeller* og *statiske bilder*. For å også se på sammenhenger mellom disse, med utgangspunkt i Hana (Hana, 2014, p. 136), er også *gester* tatt med som et ledd som binder representasjonene sammen.

5.2.1 Handlinger og konkreter

Hvordan læreren tilrettela for arbeid med divisjon i klasserommet kan også ses i lyset av Bruners tre representasjonsnivåer: den enaktive systemet, det ikoniske systemet, og det symbolske systemet (Bruner, 1966, pp. 10, 11). Først jobbet elevene med å dele opp mengden med konkreter på ulike måter. Dette gjorde de både å dele ut én og én eller flere om gangen, og ved å dele mengden i to og fire osv. Dette er handling elevene kjenner til, og som sitter kroppslig hos elevene. Det forholdet mellom noe som skal deles ut eller deles opp, og den fysiske handlingen er noe elevene lærer og erfarer før de begynner på skolen. Det kan med andre ord trekkes tråder mellom denne arbeidsformen og Bruners første nivå, det enaktive systemet som omhandler handlinger og ferdigheter (Bruner, 1966, p. 10). Ifølge Solem m. fl. (2016, p. 173) kan til og med ganske små barn er i stand til å jobbe med divisjon ved bruk av konkreter. Det betyr at ved å starte temaet divisjon på denne måten legges nivået ganske langt ned, slik at hele klassen er i stand til å delta og få noe ut av undervisningen. Dette kan også ses i sammenheng med kategorien *manipulerbare modeller* i modellen over ulike representasjonsformer av Lesh, Post og Behr (1987, p. 33). Dette er også i tråd med elevene utvikling av forståelse for mengder og ulike former for grupperinger (Pind, 2011, p. 10).

Et av funnene mine var at læreren hele tiden evaluerte klassens nivå og progresjon og justerte helklasse aktivitetene slik at alle var i stand til å delta. Dette, og å starte undervisningen av et tema på et så lavt nivå at alle kan delta er en del av den tilpassede opplæring som skal ligge til grunn for all aktivitet i skolen (Håstein & Werner, 2014, p. 29). Et middel for i arbeidet med tilpasset opplæring er differensiering, som innebærer blant annet tilgang på konkreter ved behov (Buli-Holmberg & Ekeberg, 2016, pp. 164, 165). Gjennom observasjonene og intervjuet kom det frem at læreren anså at det å ha konkreter tilgjengelig var et viktig grep for differensieringen, og noe som kunne være avgjørende med tanke på om noen elever fikk til oppgaven eller ikke. Differensiering gikk ut på å ha konkreter tilgjengelig for de elevene som trengte det, samarbeid med læringspartneren, og å ha ekstra-oppgaver for de elevene som presterte høyt i faget (Håstein & Werner, 2014, pp. 22, 23). Samtidig skal det nevnes at selv om konkreter er tilgjengelige ikke er det samme som at elevene klarer å benytte seg av disse i de gitte situasjonene. Klassen har jobbet med konkreter tidligere, og dette har vært gjennomgått nøye i helklasse, men det er allikevel ikke gitt at elevene klarer å overføre denne kunnskapen til nye situasjoner, eller er i stand til å oversette mellom de ulike representasjonene (Lesh et al., 1987, p. 35). Dette illustreres blant annet av forskningsprosjektet som viste at lærerne var i stand til å løse et divisjonsstykke uttrykt med symboler, men ikke å komme frem til en løsning ved bruk av konkreter (Ramsingh, 2020, p. 1).

Det er verdt å nevne at hun også knytter behandlingen av knottene til en tenkt situasjon, nemlig å dele non-stop mellom to barn, som er veldig opptatt av at dette skal bli likt. Da knytter hun en annen representasjonsform til handlingen, nemlig *virkelighetsnære situasjoner* (1987, p. 33), samtidig som bygger på elevenes kunnskaper og erfaringer. På den måten jobber hun i tråd med dette aspektet ved tilpasset opplæring (Håstein & Werner, 2014, pp. 29, 43). Men hun begynner også å hjelpe elevene over til det neste systemet, det ikoniske.

5.2.2 Mentale håndteringer av representasjoner

Det ikoniske systemet, det andre nivået i Bruners tre representasjonsnivåer, går på ut at elevene er i stand til å mentalt manipulere og behandle konkreter. Denne forståelsen bygger på det første nivået ved at elevene gradvis gjør om den ytre handlingen til indre tanker. Dette kan ses i sammenheng med Vygotskys teori om tekning og tale, der ytre tale stimulerer til den indre talen (Skodvin, 2001, pp. 14, 15). Læreren bidrar tilsynelatende til overgangen til neste nivå for elevene ved bruk av kjente situasjoner og kontekster, fordi det blir lettere å mentalt forestille seg operasjonene. Når læreren kobler elevene på temaet ved å lage en kjent kontekst for dem, benytter hun seg av det som i modellen over representasjonssystemer kalles *erfaringsbasert situasjon* (Lesh et al., 1987, p. 34). Dette gjør hun ved at hun bygger på elevenes erfaring med og forståelsen av det skulle dele ut godteri, og at det må deles rettferdig, som i dette tilfeller vil si i like grupper. Hun sier egentlig at den oppgaven de skal gjøre er en representasjon for den situasjonen de fleste nok har vært i før, nemlig å dele godteri. De fleste i denne klassen vil nok være i stand til å mentalt se for seg et visst antall av noe, som skal deles ut til et visst antall personer, så lenge mengden er liten nok. Læreren brukte bevisst også barn på 4 år for å få frem poenget om at i divisjon skal alle gruppene være like store. Hun visste at mange hadde søsken, fettere eller kusiner på den alderen, og det har vært et tema i klassen flere ganger at disse barna roper og skriker høyt om urettferdighet for den minste lille ting. I tillegg jobber hun med, og har planlagt også fremover, å bruke divisjon innenfor mat og helse-faget, der elevene får erfaring med å jobbe ut ifra antallet en oppskrift gir, og hvordan den eventuelt må endres for at det skal bli nok til alle. Dette kan også kobles til virkelige kontekst problemer, der oppgaven er relevant for elevenes liv utenfor skolen (Fosnot & Dolk, 2001, p. 26). Denne erfaringen der elevene får oppleve at det som står i rundstykkeoppskriften, blir til ekte, konkrete rundstykker, og der disse faktisk skal deles ut, fungerer kanskje som et ledd mellom det konkrete og relevante på den ene siden, og det abstrakte på den andre siden. Dette er i alle fall med på å gi elevene erfaringer som kan brukes mentalt senere, selv om noen kanskje vil ha behov for å bli minnet på denne situasjonen er det samme som blir gjort, bare ved bruk av andre representasjonsformer.

Knottene i denne oppgaven er innenfor kategorien *manipulerbare modeller*, og representerer i denne timen non-stop for elevene (Lesh et al., 1987, p. 34). Det knottene representerer på et generelt nivå er en mengde som manipuleres og behandles taktilt. Dessuten brukte læreren også en representasjonsform innenfor den kategorien Lesh, Behr og Post (1987, p. 34) kaller *muntlig språk* for å fortelle hva knottene skulle representere, for å fortelle hva elevene skulle gjøre, og for å gi dem en kontekst. Alle disse representasjonsformene henger tett sammen: Det muntlige språket ligger som et bakteppe for alle, og binder representasjonene sammen. For det første setter det muntlige språket betingelsene for hele økta, og formidler konteksten, altså *den erfaringsbaserte situasjonen*. Oppgaven la til rette for at elevene skulle jobbe med *manipulerbare modeller* i form av knotter, og læreren fortalte muntlig hva disse konkretene skulle representere og hvordan de skulle brukes.

Mange av gjennomgangene læreren gjennomførte av tekstoppgavene besto av tegninger som faller inn under kategorien *statiske bilder* (Lesh et al., 1987, p. 33). Men ved gjennomgangen av den ene oppgaven gikk hun fra forklaringen med tegning og en dele-ut strategi, til å vise løsningen gjennom bruk av multiplikasjon. Dette kan nok ha blitt en litt brå overgang fra noen elever, da oppgaven behandles relativt konkret i den første strategien, og veldig abstrakt i den andre. Utdelingsstrategien som en elev hadde foreslått å bruke var ikke veldig hensiktsmessig. Den gikk ut på å tegne tre sirkler som skulle representere personer, og 23 streker som representerte bollene. Det skulle settes streker mellom bollene og personene, noe som ble veldig rotete. Men samtidig kunne læreren her benyttet anledning til å vise hvordan denne strategien kunne blitt mer hensiktsmessig. Oppgaven kunne vært løst ved gjennom tegning for eksempel ved å tegne tre sirkler og så dele ut to og to streker til hver, helt til det bare er 3 igjen som må deles ut en og en. Det hadde vært mulig å påpeke at de 23 strekene ikke trengs å tegne opp på forhånd også, men tegne opp underveis i utdelingen. Dette er et typisk eksempel der elevens ustrukturerte erfaring og kunnskap, kunne møtt lærerens systematiske og strukturerte resonnement og derfor oppnådd å være i den nærmeste utviklingssonen (Vygotskij, 2001, p. 239).

5.2.3 Ulike former for språk

Det symbolske systemet er Bruners siste nivå og viser til språk og symboler (Bruner, 1966, p. 11). Innenfor modellen over ulike representasjonssystemer i klasserommet passer både skriftspråk og muntlig språk inn i dette nivået (Lesh et al., 1987, p. 33).

Det er første gang mange av elevene møter begrepet «divisjon», dette er med andre ord et begrep som fortsatt tilhører språk av 2. orden. Altså et begrep som må oversettes fordi det ikke er automatisk koblet til et meningsinnhold enda (Høines, 1998, p. 86). Observasjonene viser at læreren oversetter dette med begrepet «deling». Funnene viser også at læreren ofte sier «deling» og «divisjon» rett etter hverandre i en og samme setning. I intervjuet forteller hun at dette er for å bygge videre på det språket og de erfaringene elevene har med seg hjemmefra. Men når læreren tar utgangspunkt i noe elevene har erfaring med, betyr det samtidig at elevenes begrepsinnhold også er begrenset til den erfaringen de har med deling på fritid, noe som mest sannsynlig i stor del består av deling av godteri eller lignende. I skolesammenheng er derfor begrepsinnholdet deres snever og må utvides, noe som gjøres gjennom språkbruk og erfaring (Høines, 1998, p. 78). Det kan tenkes at læreren derfor ønsker å la elevene få et forhold til begrepet «divisjon» i sammenheng med deling, og erfaring med ulike perspektiver på deling før hun introduserer enda flere begreper. Elevenes begrepsinnhold er i utviklingsprosessen. Samtidig er det med på å la elevene bli vant til å høre begrepet. Når læreren stort sett nevner begrepet «deling» som elevene kan fra før, i sammenheng med det nye fagbegrepet, vil elevene sannsynligvis begynne å forbinde disse med hverandre. Dette kan derfor være i starten på å prosessen fra språk av 2. orden, til et 1. ordensspråk (Vygotsky, 1971, i Høines, 1998, p. 91). Anghileri (1995, p. 11) skriver i artikkelen sin at barns utvikling av et matematisk språk forutsetter en utvikling av det dagligdagse, til det mer formelt, faglig språk. Samtidig påpeker hun at det er essensielt at barna forstår at begreper kan ha mange ulike betydninger, og at ikke alle oppfatter disse begrepene likt (Anghileri, 1995, p. 13). Det er også verdt å nevne her at læreren oppfordrer elevene til å samarbeide med læringspartneren sin, noe som stimulerer til utvikling av språket og tenkning sammen. Innenfor ukjent terreng kan to jevnaldrende fungere som hverandres kompetente andre når de prater og reflekterer sammen for å løse et problem (Vygotsky, 1978, p. 86).

5.2.4 Noen tanker om differensieringen og sammenheng i representasjonene

Når det kommer til differensiering, er det flere måter å gjøre dette på. Det kan også differensieres både for elever som presenterer lavt i et fag, men også til de elevene som presterer høyt (Håstein & Werner, 2014, p. 23). Læreren i denne studien valgte å legge undervisningen så lavt at alle i utgangspunktet deltok i de sammen aktivitetene, selv om noen fikk knotter å bruke og samarbeidet med læringspartneren sin. Selv om dette er differensieringer ser det ut til at læreren først og fremst ga andre oppgaver til de elevene som presterte høyt i faget og trengte mer utfordring. Dette kan videre knyttes til inkludering, som også henger nøye sammen med tilpasset opplæring, ved at de som presterer lavt også kan delta i de samme aktivitetene som resten av klassen. På den måten slipper også de elevene som mestrer det klassen holder på med, å bare få flere oppgaver med det samme, men kan få oppgaver som utfordrer de ytterligere.

Læreren viste, og jobbet ut ifra en sammenheng i representasjonsformene i de tekstoppgavene elevene fikk utdelt. Oppgavene besto både av skriftlig språk i form av ord og setninger, og tall. Dette er den kategorien Lesh, Post og Behr (Lesh et al., 1987, p. 33) kaller *skriftlig språk*. Når elevene får knotter trekkes det inn en annen representasjonsform, nemlig *manipulerbare modeller*. I tillegg var det mange elever som valgte å tegne for å løse oppgaven, og dette ble presentert senere i økta av læreren i helklasse, dermed kommer også representasjonsformen *statiske bilder*. For at elevene skal forstå at det er snakk om samme regnestykke må disse ulike representasjonsformene knyttes sammen, noe det ikke er gitt at elevene klarer på egen hånd. Læreren velger å gjøre dette ved å peke, altså bruke gester, for å tydeliggjøre at det hun sier henger sammen med det som står skrevet eller det som er tegnet opp på tavla. Men også ved at tallene hun skrev på tavla, ble skrevet rett under den delen av tegningen som passet til tallet i det skriftlige uttrykket. Dette er med på å vise og guide elevene gjennom de ulike kategoriene, og hvordan de kan brukes. Samtidig som hun gjøre elevene klar over ulike representasjoner, er det også verdt å nevne at de tekstoppgavene elevene jobbet med åpnet for å velge løsningsstrategi og representasjonsform selv. Det var plass på arket til å tegne, men det var ikke noe krav. Derfor valgte elevene den strategien de var mest fortrolige med. Høines (1998, pp. 81, 86) skriver at tegning ofte fungerer som 1. ordensspråk for barn, og være en enklere språkform for elevene å håndtere og formidle svaret på en slik oppgave i. For andre barn kan det være enklere å bruke kun tegn og symboler, som faller innunder skriftspråk. Dessuten kan det at elevene velger hvordan de skal løse oppgaven selv bidra til at de oppdager at strategien kanskje er tungvinn og uhensiktsmessig. Læreren hadde mulighet til å ta tak i et par slike situasjoner i løpet av min observasjonsperiode, uten at hun gjorde det. Noe det kan være flere grunner til. For det første er det læreren som kjenner elevene sine, og det er ikke alltid man kan gjennomgå alt. Dessuten er det mye mulig at dette har vært pratet om før, og det kanskje bare er den eleven som fortsatt bruker en slik uhensiktsmessig strategi. Da vil det kanskje være bedre å ta dette en til en med eleven, istedenfor å i helklasse. En annen mulighet er at ved presentasjon av en annen og mer egnet strategi, var hun mer interessert i å få frem og tydeliggjøre denne, i håp om å få flere til å få opp øynene for denne. I dette tilfelle var det snakk om å løse oppgaven ved bruk av multiplikasjon istedenfor ved tegning. Når tallene i oppgavene blir større, vil det lønne seg å kunne bruke en slik strategi fremfor tegning. Lærerens valg kan også ha noe med hvem elever som skal få plass i helklasse-situasjoner til enhver tid.

6 Konklusjon

Denne studien har bidratt med innsyn i hvordan en erfaren matematikklærer legger opp undervisningen i divisjon i begynneropplæring, med utgangspunkt i LK20. Den har vist blant annet at det er viktig å «ha is i magen», senke skuldrene og bruke god tid, i arbeidet med denne komplekse regnearten. Det er viktig for elevenes forståelse at læreren utøver sin autonomi i valg av oppgaver, hastighet for progresjon og presentasjon av fagstoff, og ikke minst å ha god kjennskap til klassen sin, med deres evner og forutsetninger.

Læreren benytter seg av mange ulike oppgaver, arbeidsformer, og representasjonsformer. Men ved å jobbe over tid med en og en type, skaper hun en struktur for elevene som gjør at de tilsynelatende ikke blir overveldet eller mister motet. Ved å legge opp undervisningsprogresjonen i tråd med Bruners (1966, pp. 10-12) representasjonsnivåer følger hun også barnets naturlige tilegnelse av kunnskap om, og erfaring med et konsept. Ved å også jobbe innenfor så mange ulike representasjonsformer, og oversette mellom disse, bidrar læreren til elevenes mulighet til å bygge opp et sterkt kunnskapsnettverk. Noe som også vil påvirke elevenes evner til å fleksibelt velge hensiktsmessige strategier og representasjon, og veksle mellom disse. Representasjonsformene behandlet i denne studien er basert på modellen av Lesh, Behr og Post (1987), og inkluderer tegninger, knotter, tall og symboler, ulike former for språk, og erfaringsbaserte situasjoner. Studien viser også hvordan læreren legger til rette for elevenes begrepsdannelse, gjennom gjentakelser og ved å bygge på deres erfaringer og eksisterende språk. Når elevene blir presentert med så mange innfallsvinkler til temaet divisjon, og jobber med sammenhenger mellom divisjon og andre regnearter, jobber de samtidig med sammenhengen i matematikkfaget. Den måten å jobbe på som er presentert i denne studien kan derfor sies å være i tråd med læreplanens intensjon om å jobbe med sammenhenger innad i fagene, og de nye kompetansemålene innenfor matematikk.

Gjennom arbeidet med denne oppgaven har jeg selv fått øynene opp for hvor omfattende divisjon er, og hvor mange ulike innfallsvinkler man kan og bør bruke for å jobbe med dette, for å gi elevene best mulig forståelse av temaet.

Videre hadde det vært interessant å forske på flere lærere og sammenligne de ulike fremgangsmåtene, praksisene, og tankene og erfaringene lærerne har rundt temaet, samt med et fokus på dybdelæring. Det hadde også vært interessant å se på endringene på dette feltet etter hvert som lærere får mer erfaring med å legge opp undervisningen sin i tråd med LK20, i tillegg til tilgang på nye læreverk som tar for seg temaet.

Litteraturliste

Anghileri, J. (1995). Language, Arithmetic, and the Negotiation of Meaning. *For the Learning of Mathematics*, *15*(3), 10-14. http://www.jstor.org/stable/40248182

Bruner, J. S. (1966). *Towards a Theory of Instruction*. Harvard university press

Bråten, I. (Ed.). (1996). *Vygotsky i pedagogikken*. Cappelen Akademisk Forlag.

Buli-Holmberg, J., & Ekeberg, T. R. (2016). *Likeverderdig og tilpasset opplæring i en skole for alle* (2 ed.). Universitetsforlaget.

Duval, R. (2006). A Cognitive Analysis of Problems of Comprehension in a Learning of Mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, *61*(1), 103-131. https://doi.org/10.1007/s10649-006-0400-z

Fosnot, C. T., & Dolk, M. (2001). *Young mathematicians at work: Constructing multiplication and division* (V. Merecki & L. Peake, Eds.). Heinemann

Fretz, R. I., Emerson, R. M., & Shaw, L. L. (2011). *Writing Ethnographic Fieldnotes*. University of Chigago Press.

Gravanes, A. (u.å.). *Delegrubliser*. Matematikk.org. Retrieved 24.05.2022 from https://www.matematikk.org/uopplegg.html?tid=65636

Hana, G. M. (2014). *Matematiske tenkemåter*. Caspar forlag.

Hinna, K. R. C., Rinvold, R. A., & Gustavsen, T. S. (2012). *QED 1-7: Matematikk for grunnskolelærerutdanningen bind 1*. Høyskoleforlaget.

Hoff-Jenssen, R., Bjerke, M. O., & Afdal, H. W. (2020). Begynneropplæring – et kjent, men uklart begrep: En analyse av læreres perspektiver. *Nordisk tidsskrift for pedagogikk og kritikk*, *6*, 143 - 157. https://doi.org/https://doi.org/10.23865/ntpk.v6.2030

Høgheim, S. (2020). *Masteroppgaven i GLU* (1. utgave ed.). Fagbokforlaget.

Høines, M. J. (1998). *Begynneropplæringer: Fagdidaktikk for barnetrinnets matematikkundervisning* (2. utg. ed.). Caspar Forlag.

Håstein, H., & Werner, S. (2014). Tilpasset opplæring i felleskkapets skole. In M. Bunting (Ed.), *Tilpasset opplæring: I forskning og praksis* (pp. 19-55). Cappelen Damm Akademisk.

Idsøe, E. C. (2014). Tilpasset opplæring for elever med stort akademisk potensial. In M. Bunting (Ed.), *Tilpasset opplæring: I forskning og praksis* (pp. 165 - 182). Cappelen Damm Akademisk.

Imsen, G. (2014). *Elevens verden : innføring i pedagogisk psykologi* (5. utg. ed.). Universitetsforl.

Jacobsen, D. I. (2005). *Hvordan gjennomføre undersøkelser? : innføring i samfunnsvitenskapelig metode* (2. utg. ed.). Høyskoleforl.

Johannessen, L. E. F., Rafoss, T. W., & Rasmussen, E. B. (2018). *Hvordan bruke Teori? Nyttige verktøy i kvalitativ analyse*. Universitetsforlaget.

Klaveness, E. (2012). Desimaltall og standard algo ritmen for divisjon med papir. *Landslaget for matematikk i skolen*, 8. http://www.caspar.no/artikkel_pdf/t-2012-1-24.pdf

Kunnskapsdepartementet. (2006). *Læreplan i matematikk fellesfag (MAT1-04)*. Retrieved from https://www.udir.no/kl06/MAT1-04/Hele/Kompetansemaal/kompetansemal-etter-4.-arssteget#

Kunnskapsdepartementet. (2020). *Læreplan i matematikk 1.-10. trinn (MAT01-05)*. Retrieved from https://www.udir.no/lk20/mat01-05

Kvale, S., & Brinkmann, S. (2015). *Det kvalitative forskningsintervjuet* (3 ed.). Gyldendal Akademisk.

Kvarv, S. (2021). *Vitenskapsteori : tradisjoner, posisjoner og diskusjoner* (Ny og utvidet utgave. ed.). Novus forlag.

Lampert, M. (1991). Connecting Mathematical Teaching and Learning. In E. Fennema, T. P. Carpenter, & S. J. Lamon (Eds.), *Integrating Research on Theaching and Learning Mathematics* (pp. 121 - 152). State Univeristy of New York Press.

Lesh, R., Post, T., & Behr, M. (1987). Representations and Translations among Representations in Mathematics Learning and Problem Solving. In C. Javier (Ed.), *Problems of Representations in the Theaching and Learning of Mathematics* (pp. 33 - 40). Lawrence Erlbaum.
Mathews, C. (2014). Teaching division: The importance of coherence in what is made available to learn. In H. Venkat, M. Rollnick, J. Loughran, & M. Askew (Eds.), *Exploring Mathematics and Science Teachers' Knowledge: Windows into teacher thinking* (pp. 85 - 95). Routledge.
Maxwell, J. A. (2013). *Qualitative research design : an interactive approach* (3rd ed. ed., Vol. 41). Sage.
McIntosh, A., Settemsdal, M. R., Stedøy, I., Arntsen, T. J., & Nasjonalt senter for matematikk i, o. (2007). *Alle teller! : håndbok for lærere som underviser i matematikk i grunnskolen : kartleggingstester og veiledning om misoppfatninger og misforståelser på området : tall og tallforståelse*. Matematikksenteret.
NOU 2015:8. (2015). *Fremtidens skole: Fornyelse av fag og kompetanser*. Retrieved from https://www.regjeringen.no/contentassets/da148fec8c4a4ab88daa8b677a700292/no/pdfs/nou201520150008000dddpdfs.pdf
NSD. (u.å.). *Fylle ut meldeskjema for personopplysninger*. https://www.nsd.no/personverntjenester/fylle-ut-meldeskjema-for-personopplysninger
Palm, K., Becher, A. A., & Michaelsen, E. (2018). Den viktige begynneropplæringen: Aktuelle fagområder og kritiske perspektiver. In K. Palm & E. Michaelsen (Eds.), *Den viktige begynneropplæringen: En forskningsbaser tilnærming* (pp. 13 - 31). Universitetsforlaget.
Pind, P. (2011). *Håndbok i matematikkundervisning*. Cappelen Damm Akademiske.
Ramsingh, V. (2020). Conceptual and representational confusion: An analysis of three foundation phase teachers' descriptions of how they teach division [foundation phase teachers; representations; transformation; division; grouping; sharing; teacher knowledge; pedagogy]. *2020*, *10*(1). https://doi.org/10.4102/sajce.v10i1.796
Silverman, D. (2017). *Doing qualitative research* (5. ed.). SAGE.
Simon, M. A. (1993). Elementary Teachers´ Knowledge of Division. *Journal for Research in Mathematics Education*, *24*(3). http://www.jstor.com/stable/749346
Skemp, R. R. (1976). Relational understanding and instrumental understanding. *Mathematics teaching*, *77*(1), 20-26.
Skilbrei, M.-L. (2019). *Kvalitative metoder: Planlegging, gjennomføring og etisk refleksjon*. Fagbokforlaget.
Skodvin, A. (2001). Innledning. In A. Kozulin (Ed.), *Tenkning og Tale* (pp. 7 - 17). Gydendal Akademisk.
Skolestudio. (u.å.-a). *3 Divisjon*. Gyldendal. Retrieved 24.05.2022 from https://www.skolestudio.no/Multi--Matematikk--4/7c430bf7-bc13-4a99-ab36-7886899e31db--3%20Divisjon#9bf10450-eaeb-11eb-b7d4-85dbc923464c
Skolestudio. (u.å.-b). *I Skolestudio er eleven aktiv deltager i egen læring*. Gyldendal. Retrieved 24.05.2022 from https://www.skolestudio.no/aktuelt/skolestudio-gjoer-elevene-mer-aktive-i-undervisningen
Solem, I. H., Alseth, B., & Nordberg, G. (2016). *Tall og tanke: Matematikkundervisning på 1. til 4. trinn* Gyldendal.
St.meld. nr. 28 (2015-2016). *Fag - Fordypning - Forståelse: En fornyelse av Kunnskapsløftet*. Retrieved from https://www.regjeringen.no/contentassets/e8e1f41732ca4a64b003fca213ae663b/no/pdfs/stm201520160028000dddpdfs.pdf
Thagaard, T. (2013). *Systematikk og innlevelse: En innføring i kvalitativ metode* (4. ed.). Fagbokforlaget. (1998)

Thagaard, T. (2018). Intervju og relasjoner i felten. In *Systematikk og innlevelse : en innføring i kvalitative metoder* (5. utg. ed., pp. 89-115). Fagbokforl.
Tjora, A. H. (2021). *Kvalitative forskningsmetoder i praksis* (4. utgave. ed.). Gyldendal.
Utdanningsdirektoratet. (13. mars 2019). *Dybdelæring*. https://www.udir.no/laring-og-trivsel/dybdelaring/
Utdanningsdirektoratet. (24. juni 2021). *Hvorfor har vi fått nye læreplaner?* https://www.udir.no/laring-og-trivsel/lareplanverket/stotte/hvorfor-nye-lareplaner/
Vygotskij, L. S. (2001). *Tenkning og tale* (A. Kozulin, Ed.). Gyldendal Akademisk.
Vygotsky, L. S. (1978). *Mind in Society: The development of Higher Psychological Processes*. Harvard University Press.
Wittek, L. (2014). Sosiokulturelle tilnærminger til læring. In J. H. Stray & L. Wittek (Eds.), *Pedagogikk: - en grunnbok* (pp. 133 - 148). Cappelen Damm Akademisk.

Oversikt over tabeller og figurer

Vedlegg

Vedlegg 1: Informasjonsskriv og samtykkeerklæring

Vedlegg 2: Godkjenning fra NSD

Vedlegg 3: Intervjuguide

Vedlegg 4: Ekstraspørsmål i etterkant av intervju

Vedlegg 5: Observasjonsskjema

Vedlegg 1: Informasjonsskriv og samtykkeerklæring

Vil du delta i forskningsprosjektet

" Divisjon i matematikklasserommet på 4. trinn"?

Dette er et spørsmål til deg om å delta i et forskningsprosjekt hvor formålet er å se på hvordan læreren legger til rette for arbeid med divisjon i klasserommet på 4. trinn. I dette skrivet gir vi deg informasjon om målene for prosjektet og hva deltakelse vil innebære for deg.

Formål
Beskriv formålet med prosjektet mer inngående og si noe om omfanget.
Skisser kort hvilke problemstillinger / forskningsspørsmål du skal analysere.

Formålet er å forske på hvordan læreren legger til rette for arbeid med divisjon i klasserommet på 4. trinn. Målet er å observere og intervjue én lærer, og datainnsamlingen vil foregå over 1 til 2 uker. Prosjektet er til en masteroppgave og skal ikke brukes til andre formål.

Hvem er ansvarlig for forskningsprosjektet?
Universitet i Sørøst-Norge, fakultetet for humaniora, idretts- og utdanningsvitenskap er ansvarlig for prosjektet.

Hvorfor får du spørsmål om å delta?
På grunn av temaet for oppgaven består utvalget av matematikklærere på 4. trinn. Videre på grunn av oppmøte ved observasjoner består utvalget også av lærere som jobber i, eller i nærheten av, Sandefjord. Henvendelsen sendes til flere skoler i området.

Hva innebærer det for deg å delta?
Hvis du velger å delta i prosjektet, innebærer det at jeg observerer matematikkundervisningen din over en periode. Observasjonene vil registreres fortløpende ved bruk av feltnotater. Det vil også innebære et intervju i etterkant av observasjonene. Intervjuet vil ha varighet på ca. en time, og vil handle om hvilke tanker og refleksjoner du som lærer har rundt egen undervisning. Jeg tar lydopptak av intervjuet.

Det er frivillig å delta
Det er frivillig å delta i prosjektet. Hvis du velger å delta, kan du når som helst trekke samtykket tilbake uten å oppgi noen grunn. Alle dine personopplysninger vil da bli slettet. Det vil ikke ha noen negative konsekvenser for deg hvis du ikke vil delta eller senere velger å trekke deg.

Det vil ikke påvirke ditt forhold til skolen, arbeidsplassen/arbeidsgiver eller undervisningen din.

Ditt personvern – hvordan vi oppbevarer og bruker dine opplysninger

Vi vil bare bruke opplysningene om deg til formålene vi har fortalt om i dette skrivet. Vi behandler opplysningene konfidensielt og i samsvar med personvernregelverket.

- Det vil kun være meg som student, og min veileder, som har tilgang til dine opplysninger.
- Dataene vil anonymiseres fortløpende og navn eller kontaktopplysninger holdes adskilt fra øvrige data.

Deltaker vil kunne kjenne igjen seg selv, da det kun er én deltaker i prosjektet. Deltakeren vil ikke kunne gjenkjennes av andre.

Hva skjer med opplysningene dine når vi avslutter forskningsprosjektet?
Opplysningene anonymiseres når prosjektet avsluttes/oppgaven er godkjent, noe som etter planen er august 2022. Ved prosjektets avslutning vil lydopptak og all annen form for personopplysninger slettes.

Dine rettigheter
Så lenge du kan identifiseres i datamaterialet, har du rett til:
- innsyn i hvilke personopplysninger som er registrert om deg, og å få utlevert en kopi av opplysningene,
- å få rettet personopplysninger om deg,
- å få slettet personopplysninger om deg, og
- å sende klage til Datatilsynet om behandlingen av dine personopplysninger.

Hva gir oss rett til å behandle personopplysninger om deg?
Vi behandler opplysninger om deg basert på ditt samtykke.

På oppdrag fra Universitet i Sørøst-Norge, fakultetet for humaniora, idretts- og utdanningsvitenskap har NSD – Norsk senter for forskningsdata AS vurdert at behandlingen av personopplysninger i dette prosjektet er i samsvar med personvernregelverket.

Hvor kan jeg finne ut mer?
Hvis du har spørsmål til studien, eller ønsker å benytte deg av dine rettigheter, ta kontakt med:
- *Universitetet i Sørøst-Norge, fakultet for humaniora, idrett- og utdanningsvitenskap* ved prosjektansvarlig Suela Kacerja, suela.kacerja@usn.no, eller student Adele Andersen Eggen, a.eggen@live.com, 98877479.
- Vårt personvernombud: Paal Are Solberg, personvernombud@usn.no hos Universitetet i Sørøst-Norge

Hvis du har spørsmål knyttet til NSD sin vurdering av prosjektet, kan du ta kontakt med:
- NSD – Norsk senter for forskningsdata AS på epost (personverntjenester@nsd.no) eller på telefon: 55 58 21 17.

Med vennlig hilsen

Suela Kacerja *Adele Andersen Eggen*
(Forsker/veileder)

Samtykkeerklæring

Jeg har mottatt og forstått informasjon om prosjektet *divisjon i matematikklasserommet på 4. trinn*, og har fått anledning til å stille spørsmål. Jeg samtykker til:

- ☐ å delta i observasjon
- ☐ å delta i intervju

Jeg samtykker til at mine opplysninger behandles frem til prosjektet er avsluttet

----
(Signert av prosjektdeltaker, dato)

Vedlegg 2: Godkjenning fra NSD

Vurdering

Referansenummer
593888

Prosjekttittel
Matematiske begreper i klasserommet

Behandlingsansvarlig institusjon
Universitetet i Sørøst-Norge / Fakultet for humaniora, idrett- og utdanningsvitenskap / Institutt for pedagogikk

Prosjektperiode
01.11.2021 - 31.08.2022

Dato	**Type**
19.10.2021	Standard

Kommentar

Det er vår vurdering at behandlingen av personopplysninger i prosjektet vil være i samsvar med personvernlovgivningen så fremt den gjennomføres i tråd med det som er dokumentert i meldeskjemaet med vedlegg den 19.10.2021, samt i meldingsdialogen mellom innmelder og NSD. Behandlingen kan starte.

TAUSHETSPLIKT

Vi minner om at lærere har taushetsplikt, og det er viktig at intervjuene gjennomføres slik at det ikke samles inn opplysninger som kan identifisere enkeltelever eller avsløre taushetsbelagt informasjon. Vi anbefaler at du er spesielt oppmerksom på at ikke bare navn, men også identifiserende bakgrunnsopplysninger må utelates, som for eksempel alder, kjønn, navn på skole, diagnoser og eventuelle spesielle hendelser. Vi forutsetter også at dere er forsiktig ved å bruke eksempler under intervjuene. Du og læreren har et felles ansvar for det ikke kommer frem taushetsbelagte opplysninger under intervjuet. Vi anbefaler at du minner læreren om taushetsplikten før intervjuet starter.

TYPE OPPLYSNINGER OG VARIGHET

Prosjektet vil behandle alminnelige kategorier av personopplysninger frem til 31.08.2022.

LOVLIG GRUNNLAG

Prosjektet vil innhente samtykke fra de registrerte til behandlingen av personopplysninger. Vår vurdering er at prosjektet legger opp til et samtykke i samsvar med kravene i art. 4 og 7, ved at det er en frivillig, spesifikk, informert og utvetydig bekreftelse som kan dokumenteres, og som den registrerte kan trekke tilbake.

Lovlig grunnlag for behandlingen vil dermed være den registrertes samtykke, jf. personvernforordningen art. 6 nr. 1 bokstav a.

PERSONVERNPRINSIPPER

NSD vurderer at den planlagte behandlingen av personopplysninger vil følge prinsippene i personvernforordningen om:

·lovlighet, rettferdighet og åpenhet (art. 5.1 a), ved at de registrerte får tilfredsstillende informasjon om og samtykker til behandlingen · formålsbegrensning (art. 5.1 b), ved at personopplysninger samles inn for spesifikke, uttrykkelig angitte og berettigede formål, og ikke behandles til nye, uforenlige formål

· dataminimering (art. 5.1 c), ved at det kun behandles opplysninger som er adekvate, relevante og nødvendige for formålet med prosjektet

· lagringsbegrensning (art. 5.1 e), ved at personopplysningene ikke lagres lengre enn nødvendig for å oppfylle formålet

DE REGISTRERTES RETTIGHETER

Så lenge de registrerte kan identifiseres i datamaterialet vil de ha følgende rettigheter: innsyn (art. 15), retting (art. 16), sletting (art. 17), begrensning (art. 18), og dataportabilitet (art. 20).

NSD vurderer at informasjonen om behandlingen som de registrerte vil motta oppfyller lovens krav til form og innhold, jf. art. 12.1 og art. 13.

Vi minner om at hvis en registrert tar kontakt om sine rettigheter, har behandlingsansvarlig institusjon plikt til å svare innen en måned.

FØLG DIN INSTITUSJONS RETNINGSLINJER

NSD legger til grunn at behandlingen oppfyller kravene i personvernforordningen om riktighet (art. 5.1 d), integritet og konfidensialitet (art. 5.1. f) og sikkerhet (art. 32).

For å forsikre dere om at kravene oppfylles, må dere følge interne retningslinjer og/eller rådføre dere med behandlingsansvarlig institusjon.

MELD VESENTLIGE ENDRINGER

Dersom det skjer vesentlige endringer i behandlingen av personopplysninger, kan det være nødvendig å melde dette til NSD ved å oppdatere meldeskjemaet. Før du melder inn en endring, oppfordrer vi deg til å lese om hvilke type endringer det er nødvendig å melde: https://www.nsd.no/personverntjenester/fylle-ut-meldeskjema-for-personopplysninger/melde-endringer-i-meldeskjema Du må vente på svar fra NSD før endringen gjennomføres.

OPPFØLGING AV PROSJEKTET

NSD vil følge opp ved planlagt avslutning for å avklare om behandlingen av personopplysningene er avsluttet.

Lykke til med prosjektet!

Vedlegg 3: Intervjuguide

Intervjuguide

Når og hvordan bestemte du deg for å bli matematikklærer?

Hvor lenge har du jobbet som det?

Hvordan starter du temaet divisjon i en klasse? Hva tenker du er det viktigste i oppstarten?

Hva er dine tanker rundt bruk av ulike representasjonsformer i arbeidet med divisjon?

Jobber du på en bestemt måte med begreper knyttet til divisjon (matematiske begreper i det store og hele)?

Er det noe du har lagt merke til at du syns fungerer bedre enn noe annet? Representasjoner, arbeidsformer, oppgaver etc?

Hva syns du er viktig å tenke på når du planlegger en matematikktime med divisjon?

Målings- og delingsdivisjon er to former å tenke divisjon på, har du klart for deg forskjellen? Tror du elevene har det? I så fall, hvordan jobber dere med det? Bruker du disse begrepene?

Jeg så at dere brukte tekstoppgaver, talloppgaver, klosser, gangetabell, og tegninger i undervisningen, har dere brukt noe annet også?

Jeg hørte at du brukte mange ulike begreper, er det bevisst/ubevisst?

Er det noe innenfor divisjon du opplever at elevene har mer problemer med å forstå enn noe annen? Hva tror du det i så fall kommer av?

Noe å tilføye?

Vedlegg 4: Ekstraspørsmål i etterkant av intervju

Ekstraspørsmål i etterkant av intervju

Du sa flere ganger i klassen når jeg var der at multiplikasjon/ganging og divisjon/deling er motsatt av hverandre. Du brukte vel også ordet «regneart».

- Tror du elevene forstår at de er motsatte av hverandre? Og hva er det som gjør at du tror/ikke tror det?
- Hvordan jobber du for at de skal få den forståelsen?
- Hva innebærer det for elevene?
- Når du sier det i klassen eller til elever, er det ment som en hjelp når de jobber eller er det for å repetere det så mange ganger at det sitter?

Du bruker ulike representasjonsformer i timene dine, inkludert klosser.

- Hvordan velger du ut de ulike konkretene?
- Er det noen konkreter du velger fremfor andre, hvorfor?

I den ene timen hadde dere en felles gjennomgang av delegrublisen fra Matematikksenteret om barn og sko (Det sto 36 sko i en skohylle, hvor mange barn var på skolen den dagen?). I den gjennomgangen snudde du oppgaven for elevene og spurte hvorfor du ikke kunne sette opp 2:36 istedenfor 36:2. Husker du intensjonen din med dette?

Vedlegg 5: Observasjonsskjema

OBSERVASJONSSKJEMA

Begreper	
Type oppgaver	
Fysiske konkreter	
Tegninger, andre modeller	

Delings-/målingsdivisjon	
Divisjon i sammenheng med multiplikasjon	
Annet	