Universitetet i Sørøst-Norge
Fakultet for humaniora, idretts- og utdanningsvitenskap
–
Mastergradsavhandling i grunnskolelærerutdanning for trinn 5 til 10
Studieprogram: PROGLU2
Vår 2021

Hanne Akselsen og Mona Westgård Lund

Utforsking og problemløsing i matematikklærebøker gjennom et sosiokulturelt perspektiv

En komparativ innholdsanalyse av utvalgte oppgavetekster i tre matematikklærebøker på 8. trinn.

Universitetet i Sørøst-Norge
Fakultet for humaniora, idretts- og utdanningsvitenskap
Institutt for pedagogikk
Postboks 235
3603 Kongsberg

http://www.usn.no

Denne avhandlingen representerer 30 studiepoeng

Sammendrag

Temaet for denne masteroppgaven er utforsking og problemløsing i matematikklærebøker gjennom et sosiokulturelt perspektiv. Studiens overordnede problemstilling er:

Hvordan legger oppgavetekster i matematikklærebøker til rette for kjerneelementet utforsking og problemløsing i et sosiokulturelt perspektiv?

For å besvare dette formulerte vi to forskningsspørsmål som tar for seg hver sin del av den overordnede problemstillingen.

1. *Hvordan belyses og hvor fremtredende er utforsking og problemløsing i oppgavetekstene?*
2. *Hvordan og i hvilken grad oppfordrer oppgavetekstene elevene til samarbeid og kommunikasjon?*

Vårt teoretiske rammeverk består av kjerneelementet *utforsking og problemløsing* fra LK20, samt teori om lærebøker og oppgavetekster i matematikk. Videre trekkes samarbeid og kommunikasjon frem som hovedelementene fra det sosiokulturelle perspektivet. Sammen med tidligere forskning utgjorde dette bakgrunnen for å danne de fire hovedkategoriene *utforsking, problemløsing, samarbeid* og *kommunikasjon*, for analyse av oppgavetekstene. Datagrunnlaget vårt utgjorde totalt 260 oppgaver fra funksjonskapitlene i de tre matematikklærebøkene Matemagisk 8, Matematikk 8 og Maximum 8, utgitt i 2020. Vi benyttet oss av analyseverktøyet NVivo for å analysere oppgavetekstene og resultatene er representert ved antall kodingstilfeller. Vår komparative innholdsanalyse viser at alle de tre matematikklærebøkene i stor grad legger til rette for en utforskende tilnærming til matematikkfaget, mens problemløsingsaspektet derimot er lite fremtredende. I motsetning til Love & Pimm (1996, s.386) sin beskrivelse av tradisjonell lærebokoppbygging, viser våre resultater at lærebøkenes strukturelle oppbygging er endret og har fått en tydelig utforskende tilnærming blant annet ved at nytt kapittel starter med en utforskende oppgave. Videre viser resultatene våre at det sosiokulturelle perspektivet kommer til syne i ulik grad i de tre matematikklærebøkene. Maximum 8 utpeker seg ved å fremheve det sosiokulturelle på lik linje som kjerneelementet, og er i tillegg den læreboka som i størst grad eksplisitt legger til rette for samarbeid og kommunikasjon mellom elevene. Dette kommer blant annet til syne gjennom at Maximum 8 er den eneste læreboka som representerer intersubjektivitet og lytting. Studien vår viser at den eksplisitte ordlyden i oppgavetekstene kan tydeliggjøre oppgavenes intensjon direkte overfor elevene.

Abstract

The theme of this master's thesis is inquiry and problem solving in mathematics textbooks through a sociocultural perspective, and the study's overall problem statement is:

How do tasks in mathematics textbooks facilitate the core element inquiry and problem solving in a sociocultural perspective?

To answer this, we formulated two research questions that each address a different part of the overall problem statement.

1. How significant are inquiry and problem solving and how are they facilitated in tasks?

2. How and to what extent do tasks encourage students to collaborate and communicate?

Our theoretical framework consists of the core element *inquiry and problem solving* from LK20 in addition to theory of textbooks and tasks in mathematics. Furthermore, collaboration and communication are highlighted as main elements of the sociocultural perspective. Together with previous research, this formed the background for creating the four main categories for analysis of the tasks: *inquiry, problem solving, collaboration* and *communication*. Our data foundation amounted to a total of 260 tasks from the chapters concerning functions in the three mathematics textbooks Mathematics 8, Mathematics 8 and Maximum 8, published in 2020. We used the analysis tool NVivo to analyze the tasks and the results are represented by the number of coding cases at sentence level. Our comparative content analysis shows that all three mathematics textbooks to a large extent facilitate an inquiry-based approach to mathematics, while the problemsolving aspect of the core element is inconspicuous. In contrast to Love & Pimm's (1996, p. 386) description of traditional textbook structure, our results show that the structure of textbooks has been changed to a more distinct inquiry-based approach to new topics for example by starting each new chapter with an exploratory task. Moreover, our results show that the sociocultural perspective is communicated to different degrees in the three mathematics textbooks. In this aspect our results show a predominance in favour of Maximum 8, which emphasizes the sociocultural perspective to the same extent as the core element. Furthermore, Maximum 8 is also the textbook which predominantly facilitates collaboration and communication between the students through explicit wording in the tasks. This appears, among other things, through the fact that Maximum 8 is the only textbook that represents intersubjectivity and listening. Our study shows that the explicit wording in the tasks could help clarify the intention of the tasks directly to the students.

Innholdsfortegnelse

Forord

Først og fremst ønsker vi å takke våre dyktige veiledere Tonje Stenseth og Elise Klaveness. Vi anser oss som utrolig heldige som har fått jobbe under deres gode veiledning det siste året. Dere har hatt tro på og støttet oss og våre idéer hele veien, gitt oss uvurderlige råd, faglig kunnskap og gode verktøy vi kommer til å ta med oss videre. Takk for mange gode samtaler og ikke minst all tiden dere har lagt i tilbakemeldingene og veiledningen!

Masteroppgaven er slutten på en lærerik og særdeles innholdsrik reise for oss begge.
I en spesiell tid med mange restriksjoner i samfunnet grunnet Covid-19, er vi utrolig takknemlige for at vi fikk mulighet til å skrive masteroppgaven sammen det siste året. Vi har lært mye om samarbeid, fag og livet underveis som har gitt oss verdifull innsikt. Vi har jobbet hardt og det har vært krevende for både oss og familiene rundt oss at vi valgte å fullføre en fem-årig mastergrad, men jammen har vi ikke klart å ha det mye moro og utrolig hyggelig underveis. Familiene skal ha trampeklapp og en stor takk for all støtte, oppmuntring og heiarop, og for alt dere har bidratt med for at vi skulle komme i mål. Det hadde virkelig ikke vært mulig uten dere! Nå skal ektemenn snart få tilbake mer tilstedeværende koner, og barna mammaer som kan prioritere dem og ikke må jobbe hele tiden.

Vi klarte det!

Fredrikstad/Sandefjord, 28.mai 2021
Hanne Akselsen og Mona Westgård Lund

1 Innledning

Læreplanverket for kunnskapsløftet 2020 (LK20) ble innført for 1.-9. trinn, valgfag 10. trinn, samt for VG1 høsten 2020 (Utdanningsdirektoratet, 2020a). En av grunnene til å fornye læreplanverket var at det ble sett på som essensielt å fornye skolefagene for å kunne møte fremtidens kompetansebehov i både arbeids- og samfunnslivet (NOU 2015:8, 2015, s. 8). Vektlegging av fremtidens kompetansebehov kommer også til syne internasjonalt ved at PISA-undersøkelsene har hatt et økende fokus på kompetanser for fremtiden, deriblant problemløsing som var et av fokusområdene i 2003 og 2012, og *Collaborative Problem Solving* som var et av fokusområdene i 2015 (OECD, 2004, 2014, 2017). Elevene skal utdannes til yrker som enda ikke er skapt og til å løse fremtidige utfordringer vi ikke vet omfanget av. Dette fordrer et mer fremtidsrettet læreplanverk for å bidra til at elevene utvikler nødvendig kompetanse for fremtiden, og *kjerneelementer* ble introdusert som nytt begrep. Lærebøker i skolefagene bygger på de gjeldende læreplanene og dermed bringer innføringen av LK20 også med seg fornyelse av lærebøkene. Læreboka i et fag kan ses på som bindeleddet mellom læreplanen, undervisningen, faget og eleven, og er slik sett en av måtene faget kommuniseres til elevene på. Fra vi selv gikk på skolen har matematikk som fag utviklet seg til å handle mer om forståelse og kommunikasjon enn ren pugging og algoritmememorering. Vi ønsket derfor å se nærmere på lærebøker i matematikk og hvordan disse speiler læreplanens intensjoner for faget. Både Kongelf (Kongelf, 2019, s. 22 og 110) og Grevholm (2017, s. 18 og 31-33) trekker frem at det er et stort behov for mer lærebokforskning innenfor matematikkfaget. Ved å undersøke hvordan et av kjerneelementene kommer til syne i oppgavetekstene, kan vi ha mulighet til å si noe om hvor synlig nettopp dette kjerneelementet er også for elevene som forholder seg til læreboka.

1.1 Bakgrunn for valg av tema

Temaet vi har valgt for vår oppgave er:
Utforsking og problemløsing i matematikklærebøker gjennom et sosiokulturelt perspektiv.

Temaet er valgt på bakgrunn av vårt sosiokulturelle ståsted og at kjerneelementene er sentrale i LK20. Det er naturlig for oss å plassere oss innenfor et sosiokulturelt læringsperspektiv ettersom vi mener at læring skjer best og mest konstruktivt sammen med andre. Ved å sette ord på egen kunnskap kan elevene både fremme egen læring, men også støtte og hjelpe andre i deres læring.

Kjerneelementene består av det mest betydningsfulle faglige innholdet elevene jobber med i opplæringen, og skal bidra til at elevene utvikler forståelse av innhold og sammenhenger i faget over tid (Meld. St. 28, 2015-2016, s. 34). Videre presiseres det at innholdet og progresjonen i læreplanene skal preges av kjerneelementene (Meld. St. 28, 2015-2016, s. 34). I matematikk 1. til 10. trinn er det definert følgende kjerneelementer: *utforsking og problemløsing, modellering og anvendelser, resonnering og argumentasjon, representasjon og kommunikasjon, abstraksjon og generalisering* og *matematiske kunnskapsområder* (Utdanningsdirektoratet, 2020b). Vi har valgt å fokusere på kjerneelementet *utforsking og problemløsing,* fordi vi anser dette som en nøkkelkompetanse i livet. Utforsking kan bidra til utvikling gjennom innovativ tenkning og dermed føre til nyvinninger som eksempelvis robotstøvsugere, elektriske biler, eller til og med muligheten for å sende fartøy til Mars. Underveis kan man støte på utfordringer som må overkommes for å nå målet. Dette krever både mot, kunnskap og utholdenhet. Ved hjelp av ulike strategier og tilnærmingsmåter vil man kunne løse disse utfordringene sammen med andre eller på egenhånd. Livet generelt byr på utfordringer hele tiden, der nevnte kompetanser vil kunne være til stor hjelp. Kompetanser i utforsking og problemløsing utvikler vi hele livet innenfor forskjellige områder, men vi mener matematikkfaget med sin strukturerte oppbygging og gradvise utvidelse av kunnskapsområder kan bidra til utviklingen av utforskings- og problemløsingskompetanse. Selv om det har vært fokus på problemløsing i norsk utdanningspolitikk helt siden mønsterplanen i 1987 (M87) (Kirke- og undervisningsdepartementet, 1987, s. 196-197), har det de siste årene blitt satt større søkelys på både utforskende og problemløsingsbasert matematikkundervisning (Artigue & Blomhøj, 2013, s. 797; Blomhøj, 2016, s. 152; Dorier & Maass, 2014, s. 300), hvilket fremmer temaets aktualitet. Å utvikle kompetanse i utforsking og problemløsing er tidkrevende (Karlsen, 2014, s. 29), og elevene kan gjennom matematikkfaget gis muligheten til å trene på og etter hvert mestre disse kompetansene. Med bakgrunn i dette mener vi kjerneelementet vil være interessant å undersøke nærmere.

Hvordan et fag skal jobbes med kommuniseres både av policydokumentene, skoleeierne, skolelederne og lærerne i klasserommene, men også av lærebøkene og diskursen i klasserommet. Kongelf (2019, s. 22-23) peker på at læreboka er "det mest sentrale bindeleddet mellom kompetansemålene i læreplanen og de pedagogiske praksisene i skolen, og dermed må kunne antas å være en sentral brikke i elevens utvikling av matematisk kompetanse". Gilje et al. (2016) fant i sin studie at den papirbaserte læreboka fortsatt var det mest brukte læremiddelet i matematikk. Vi oppfatter at den papirbaserte læreboka fortsatt har stor innflytelse på elevenes møte med, og oppfattelse av, matematikk som fag. Videre anser vi oppgavetekstene i matematikklærebøkene som en av hovedkildene til å kommunisere overfor elevene både hvilke typer oppgaver som er viktige, men også hvordan matematikkfaget kan læres og arbeides med. I tillegg vil lærebøkenes oppbygging og formidling kunne påvirke elevenes forventninger og tilnærminger til faget, spesielt ved oppstart av nye temaer. Det vil derfor være av betydning hvorvidt *utforsking og problemløsing* formidles til elevene via oppgavetekstene. Under direkte lærerveiledning kan ordlyden i oppgavetekstene overstyres, men vi antar at ordlyden uansett vil påvirke elevene.

Et av de grunnleggende prinsippene for opplæringen i skolen er at elevene skal opparbeide seg kompetanse til å løse faglige utfordringer både individuelt og sammen med andre (Kunnskapsdepartementet, 2017, s. 11). I kjerneelementet *utforsking og problemløsning* fremheves å diskutere seg frem til en felles forståelse (Utdanningsdirektoratet, 2020b). I tillegg trekkes problemløsing og samarbeid frem som to sentrale og nødvendige ferdigheter både i fremtidig arbeidsliv og for å løse fremtidens utfordringer (Pellegrino & Hilton, 2012). FN, OECD, UNESCO og World Economic Forum fremhever problemløsing og samarbeid som avgjørende for demokratiutvikling og økonomisk stabilitet i verden (Rasmussen et al., 2020, s. 2). Når problemer skal løses sammen med andre er vi gjensidig avhengige av hverandre og kunnskapen vi samlet sett besitter, noe som setter både sosiale og kognitive evner på prøve. Dette samsvarer med et sosiokulturelt syn på læring, og vi anser elevenes språk, kommunikasjon, samhandling og samarbeid som sentrale elementer i prosessen for å oppnå felles forståelse. En slik felles forståelse vil kunne fremmes ved å invitere elevene til å delta i dialogisk interaksjon gjennom helklasse-, gruppe- eller pardiskusjoner hvor man eksempelvis argumenterer for en løsning (Vosniadou, 2012, s. 13). Oppgaver som legger opp til samarbeid, reformulering og deling av kunnskap vil også være viktig ut fra et sosiokulturelt perspektiv (Maagerø & Skjelbred, 2010, s. 153). Med dette som bakteppe vil vi videre utdype hva vi anser som formålet med studien og presentere problemstillingen og forskningsspørsmålene våre.

1.2 Formål, problemstilling og forskningsspørsmål

Det overordnede formålet med denne studien er å undersøke lærebøkenes formidling av matematikk og tilnærming til faget sett i lys av LK20. Formålet på et personlig plan er ønsket om å fordype oss i tre forskjellige lærebøker og de respektive oppgavetekstene. Gjennom oppgaven ønsker vi å bli kjent med lærebøkene, og øke egen kunnskap og bevissthet rundt lærebokforskning og hvordan de forskjellige lærebøkene presenterer matematikkfaget for elevene gjennom oppgavetekstene. Resultatene vi kommer frem til håper vi kan bidra til at lærere og/eller skoleledere kan gjøre reflekterte valg vedrørende matematikklærebøker, samtidig som det kan gi oss som kommende lærere et bedre grunnlag for å kunne vurdere lærebøker i vårt fremtidige arbeid. På bakgrunn av dette har vi formulert følgende problemstilling:

Hvordan legger oppgavetekster i matematikklærebøker til rette for kjerneelementet utforsking og problemløsing i et sosiokulturelt perspektiv?

For å kunne besvare problemstillingen har vi formulert to forskningsspørsmål som er ment å hjelpe oss å spisse fokusområdet og være retningsgivende i undersøkelsene våre:

1. *Hvordan belyses og hvor fremtredende er utforsking og problemløsing i oppgavetekstene?*
2. *Hvordan og i hvilken grad oppfordrer oppgavetekstene elevene til samarbeid og kommunikasjon?*

Vi vil med andre ord undersøke synligheten og forekomsten av kjerneelementet *utforsking og problemløsing* og hvor spesifikt oppgavetekstene oppfordrer elevene til å samarbeide om å løse oppgavene. Dette vil kunne fortelle oss noe om hvilke rammer oppgavetekstene setter for elevene når de skal arbeide med oppgavene. Samtidig ønsker vi å undersøke om oppgavetekstene er formulert slik at de også oppfordrer elevene til å kommunisere matematikken med egne ord.

Det er viktig å presisere at vi gjennom en innholdsanalyse av oppgavetekster kun kan si noe om det teksten i seg selv formidler. Vi vil ikke kunne si noe om hvordan de omkringliggende faktorene som eksempelvis læreren, de andre elevene eller læringsmiljøet vil kunne påvirke elevenes arbeid med faget.

1.3 Avgrensning

Avgrensninger av studien handler i stor grad om å gjøre bevisste valg ut fra pragmatiske hensyn (Tjora, 2017, s. 36-43). Aktualitet har bidratt til å legge føringer for valgene våre ettersom LK20 gradvis introduseres i skoleåret 2020/2021 og kjerneelementer er nytt i læreplanene. Oppgavens omfang avgrenser antall kjerneelementer vi kan ta for oss. Valget falt på det første kjerneelementet *utforsking og problemløsing*, og begrunnelsen for valget er beskrevet i første avsnitt på s. 8. Videre har vi valgt å ta utgangspunkt i matematikklærebøker for 8. trinn fra de tre største forlagene som tilbyr læremidler til norske, offentlige skoler. Deretter har vi avgrenset oss til oppgavetekstene i de tre lærebøkene. For å kunne gå i dybden av oppgavetekstene og begrense datamaterialet er omfanget ytterligere avgrenset ved at vi har valgt ut temaet funksjoner i lærebøkene. Avgrensninger er også gjort med bakgrunn i hvilket læringssyn vi har. Deretter har vi identifisert hovedbegrepene *samarbeid* og *kommunikasjon* fra det sosiokulturelle læringsperspektivet som vi mener kan komme til syne gjennom oppgavetekstene.

1.4 Oppgavens oppbygging

I kapittel 1 presenterte og begrunnet vi oppgavens tema, problemstilling og forskningsspørsmål. Vi presenterte også oppgavens formål og avgrensning. Kapittel 2 tar for seg det teoretiske grunnlaget og rammeverket for oppgaven, samt relevant, tidligere lærebokforskning innen matematikk. En presentasjon og begrunnelse av forskningsdesign, valg av metode for å besvare problemstilling og forskningsspørsmål, beskrivelse av analyseprosessen, samt vurderinger rundt reliabilitet, validitet og etiske betraktninger følger i kapittel 3. I kapittel 4 vil vi legge frem resultatene på bakgrunn av forskningsspørsmålene, før vi diskuterer disse i lys av teorien i kapittel 5. Oppgaven avsluttes i kapittel 6 med å svare på den overordnede problemstillingen, gi kommentarer til studien og reflektere kort rundt eventuell videre forskning på temaet.

2 Teoretisk rammeverk

Dette kapittelet tar for seg det teoretiske rammeverket vi legger til grunn for vår studie. Kapittelet er strukturert ut fra problemstillingen vår. Først vil vi derfor presentere teori om lærebøker og oppgavetekster. Videre vil det bygges opp et teoretisk rammeverk rundt hva kjerneelementer er, hvorfor de er viktige og hvilken rolle de spiller i LK20, før vi tar for oss det utvalgte kjerneelementet *utforsking og problemløsing.* Begrepene utforsking og problemløsing vil deretter presenteres hver for seg og knyttes direkte opp mot matematikkfaget og oppgavetekster. Dette vil danne utgangspunktet for å presentere vår forståelse av begrepene inn mot egen studie. Deretter vil vi presentere det sosiokulturelle læringsperspektivet knyttet opp mot matematikk og beskrive nøkkelbegrepene som vektlegges i analysen av oppgavetekstene. Til slutt i kapittelet presenterer vi relevant, tidligere lærebokforskning i matematikk og trekker frem funn som kan være aktuelle å se opp mot vår egen studie.

2.1 Læreboka og oppgavetekster i matematikkfaget

Vi har valgt å ta utgangspunkt i elevenes lærebok i matematikkfaget for 8. trinn fra tre store, norske forlag: *Matematikk 8* (Hjardar & Pedersen, 2020) fra Cappelen Damm, *Maximum 8* (Tofteberg et al., 2020) fra Gyldendal og *Matemagisk 8* (Kongsnes & Wallace, 2020) fra Aschehoug. De tre lærebøkene er alle utarbeidet og tilpasset LK20 (Aschehoug, 2021a; Cappelen Damm, 2021b; Gyldendal, 2021b).

Generelt kan lærebøker defineres som «bøker som med utgangspunkt i skolens læreplaner er skrevet for elever og undervisning» (Grepperud & Skrøvseth, 2012, s. 225). En definisjon som går mer konkret på læreboka i matematikk er «den tradisjonelle fysiske klassetrinns-spesifikke boken som brukes til undervisning og læring av matematikk i skolen» (Kongelf, 2019, s. 21). Videre beskriver Kongelf (2019, s. 22-23) at elevenes lærebok kan anses som det mest sentrale bindeleddet mellom læreplanens kompetansemål og skolens pedagogiske praksis, og at den dermed kan antas å være sentral for elevenes utvikling av matematisk kompetanse. På denne måten kan vi se den fysiske læreboka som elevenes kart over matematikklandskapet de skal orientere seg i gjennom skoleåret, mens læreren blir deres kompass og veileder.

En tradisjonell oppbygging av matematikklærebøker består av en strukturert fremstilling av faget inndelt etter temaer, der hvert kapittel består av introduksjon og forklaringer til nytt fagstoff med eksempler, etterfulgt av oppgaver som bygger på det nye stoffet. Denne tradisjonelle oppbyggingen kalles «the exposition-examples-exercise model» (Love & Pimm, 1996, s. 386). Dette blir en motsats til Blomhøj (2016, s. 46) og Skovsmose (2001, s. 129) sin anbefalte utforskende tilnærming til matematikkfaget, hvor elevene undersøker temaene uten at den tilhørende matematiske teorien er presentert, for å stimulere elevenes naturlige nysgjerrighet. Hvordan lærebokforfatterne velger å utforme og strukturere lærebøkene vil dermed kunne bidra til å påvirke tilnærmingen og arbeidsmetodene elevene opparbeider seg i faget.

Oppgaver anses som sentralt for elevenes læring og bidrar til å forme elevenes læringsmuligheter, men også deres oppfatning og innstilling til faget (Kilpatrick et al., 2001, s. 335). Utformingen av oppgavetekstene kan ha betydning for i hvilken grad elevene oppfordres til å bevege seg fra det rent regnetekniske til å i større grad fokusere på forståelse i faget. Tradisjonelt har oppgaveløsing i matematikk vært det dominerende pedagogiske virkemiddelet i matematikkundervisningen (Lidenskov, 2003, s. 15) og har gjerne foregått ved at elever løser oppgaver individuelt fra læreboka (Mellin-Olsen, 1991). Dette samsvarer dårlig med en sosiokulturell forståelse av læring, der læring hevdes å skje best i samhandling med andre. Videre trekker Alrø & Skovsmose (2002) frem at læreboka og lærebokforfatterne har stor autoritet når det kommer til fagets oppgavediskurs. Lærebokforfatteres design av oppgaver og aktiviteter til matematikkundervisningen hevdes å bli et uttrykk for fagdidaktisk praksis og matematikkdidaktisk teori (Blomhøj, 2016, s. 15). Dette tolker vi dithen at oppgavetekstene i matematikklæreboka dermed kan bidra til å understreke overfor elevene hvilke arbeidsmåter og –metoder som er forenlige med, og sentrale i, faget.

Når det gjelder matematikk som språk, blir dette ofte beskrevet som et språk med høyt abstraksjonsnivå (Nilssen et al., 2017). Matematiske tekster har gjerne høy grad av multimodalitet, der kombinasjoner av tall, symboler, matematiske begreper, figurer, diagrammer, tabeller, bilder eller verbaltekst er med på å skape en helhetlig mening (Nilssen et al., 2017, s. 169-170). Maagerø & Skjelbred (2010, s. 51) påpeker at det ofte er slik at flere modaliteter virker sammen, både i selve oppgaveteksten og i elevenes utførelse av oppgavene. Dette fordrer at elevene trenger inngående kjennskap til og forståelse for de mange modalitetene, slik at de evner å forstå og løse oppgavene. Å lese i matematikk kan derfor være tidkrevende, ettersom avkodingen krever at modalitetene må leses sammen, samtidig som relevant informasjon skal trekkes ut (Karlsen & Mortensen-Buan, 2017, s. 250). På bakgrunn av matematikktekstenes komplekse oppbygging, omtales de derfor som «langsomme» tekster (Maagerø & Skjelbred, 2010, s. 51). Hver eneste detalj av teksten må kontrolleres av elevene for å sikre at alt er forstått og lest, i motsetning til andre fag der forståelsen ofte kan kontrolleres etter hvert avsnitt (Karlsen & Mortensen-Buan, 2017, s. 252). Oppgavetekstenes kompleksitet gjør at begrepsinnlæringen i matematikkfaget er sentral for elevene ettersom dette kan underlette avkodingen. I andre fag kan man ofte forstå ukjente begreper ut fra konteksten, mens i matematikkfaget er elevene mer avhengig av å ha innarbeidet fagbegrepene før oppgavetekstene skal leses for å forstå innholdet. Dersom elevene eksempelvis ikke vet hva begrepet multiplikasjon innebærer, vil det være vanskelig å utføre en oppgave som ber elevene om å multiplisere. I lys av at matematiske oppgavetekster både er multimodale, informasjonsrike og kompakte bør de leses nøye og langsomt, ettersom de krever begrepsforståelse, konsentrasjon og oppmerksomhet av elevene.

2.2 Kjerneelementer

Med innføringen av LK20 kom det nye begrepet *kjerneelementer* inn i læreplanverket. Å definere hvert enkelt skolefags kjerneelementer var sentralt i arbeidet med å lage de nye læreplanene (Meld. St. 28, 2015-2016, s. 34). Hensikten med å fastsette kjerneelementer i fagene var "å få til en tydeligere faglig prioritering og progresjon, og å bidra til at faget blir relevant og meningsfullt for eleven" (Karseth et al., 2020, s. 88) og samtidig bidra til elevenes gradvise utvikling og forståelse av fagets innhold og sammenhenger (Utdanningsdirektoratet, 2019). Fagenes kjerneelementer består av metoder, tenkemåter, begreper, uttrykksformer og kunnskapsområder som er sentrale for de enkelte fagene, og fagenes egenart vil være styrende for hvordan de forskjellige kjerneelementene vektes i hvert enkelt fag (Meld. St. 28, 2015-2016, s. 34). Gjennom læreplanverket er kjerneelementene dermed ment å skulle kommunisere fagenes sentrale kompetanser, og kan slik sett anses som kommunikasjon fra politisk hold til skoleeier, skoleledere, lærere og elever om hva som skal verdsettes og vektlegges i et fag. Dette vil dermed også være førende for hva som anses som viktig i faget.

Selve utarbeidelsen av fagenes kjerneelementer har tatt utgangspunkt i internasjonal forskning om *big ideas*, *core concepts* og *key concepts* (Meld. St. 28, 2015-2016, s. 34). *Big ideas* stammer fra et behov om å identifisere og forstå de sentrale ideene innenfor fag (Harlen, 2015, s. 2). Hensikten var at man dermed bedre ville kunne koble fagene til virkelighetens utfordringer og kontekster slik at elevene opplevde fagene som mer relevante og fengende (Harlen, 2015, s. 2-4; Skovsmose, 2001, s. 128-129). På bakgrunn av økt fokus på læring gjennom utforsking, og at de fleste av dagliglivets utfordringer består av elementer knyttet til STEM (science, technology, engineering and mathematics), fordres en multidisiplinær tilnærming for å kunne løse dem (Harlen, 2015, s. 2-5). Man må altså kunne se sammenhenger i og på tvers av fag og disipliner (Harlen, 2015, s. 4-5). Videre fremmer både Vosniadou (2012) og Meyer & Land (2003) begrepsforståelse som en essensiell del av å opparbeide seg kompetanse og forståelse innenfor et fag. For å utvikle seg i et fag hevdes det at man hele tiden må bygge opp ny forståelse gjennom restrukturering av allerede opparbeidede begrepsstrukturer (Meyer & Land, 2003, s. 2-4; Vosniadou, 2012, s. 5-11). Dette mener Vosniadou (2012) kan oppnås ved å konstruere et pensum som fokuserer på dyp utforsking av noen få *key concepts* innenfor et temaområde, heller enn å dekke en stor mengde materiale på en overfladisk måte. I likhet med dette definerer Meyer & Land (2003) *core concept* som en konseptuell byggestein som utvikler forståelsen av fagets egenart.

På bakgrunn av *big ideas, core concepts* og *key concepts* anses dermed kjerneelementene som de viktigste komponentene i fagene, ettersom de skal hjelpe elevene å bygge opp en systematisk, faglig kompetanse. Ved å definere fagenes kjerneelementer, er hensikten at fagene skal oppfattes som mindre omfattende og fragmenterte, og på den måten støtte elevenes gradvise utvikling av forståelsen som trengs for å kunne anvende faget og sette kunnskapselementene inn i en større faglig sammenheng, både i skolen, men også utover skolegangen (Meld. St. 28, 2015-2016, s. 34). Med kjerneelementene i fokus og mindre stofftrengsel blir dermed hensikten at elevene skal få tid til å bygge den forståelsen som trengs for at de skal kunne utvikle seg videre faglig. Karseth et al. (2020, s. 88) oppsummerer godt hvorfor kjerneelementene anses for å være så viktige ved å poengtere at “veien til kunnskap ligger i å arbeide med det enkelte fags grunnstrukturer”.

2.3 Kjerneelementet utforsking og problemløsing

I Læreplan i matematikk 1.-10. trinn (Utdanningsdirektoratet, 2020b) er det definert seks kjerneelementer. Det første av disse er *utforsking og problemløsing.* Selv om kjerneelementene samlet sett er det viktigste elevene skal tilegne seg for å kunne utvikle forståelse og kompetanse i faget over tid, har *utforsking og problemløsing* i tillegg en direkte kobling til læreplanverkets overordnede del ved at det også inneholder overordnede kompetanser som er ansett som viktige for fremtiden. Kjerneelementet i sin helhet er formulert slik:

> Utforsking i matematikk handler om at elevene leter etter mønstre, finner sammenhenger og diskuterer seg fram til en felles forståelse. Elevene skal legge mer vekt på strategiene og framgangsmåtene enn på løsningene. Problemløsing i matematikk handler om at elevene utvikler en metode for å løse et problem de ikke kjenner fra før. Algoritmisk tenkning er viktig i prosessen med å utvikle strategier og framgangsmåter for å løse problemer og innebærer å bryte ned et problem i delproblemer som kan løses systematisk. Videre innebærer det å vurdere om delproblemene best kan løses med eller uten digitale verktøy. Problemløsing handler også om å analysere og omforme kjente og ukjente problemer, løse dem og vurdere om løsningene er gyldige (Utdanningsdirektoratet, 2020b).

I kjerneelementet er begrepene *utforsking* og *problemløsing* til tider overlappende, blant annet ved at de begge vektlegger strategier og fremgangsmåter. De skiller seg fra hverandre ved at utforsking, ut fra kjerneelementet, kan beskrives som prosessorientert, mens man i problemløsing vil fokusere på å løse et gitt problem. Problemløsing anses ofte som en del av en utforskingsprosess, ettersom oppgaver som passer til et utforskende opplegg gjerne kalles problemløsingsoppgaver (Karlsen, 2014, s. 33). Det som er felles for denne typen oppgaver, og dermed også for *utforsking* og *problemløsing,* er at de må legge til rette for elevaktivitet (Maugesten & Nordbakke, 2019, s. 63). For å kunne finne frem til hvilke oppgaver i lærebøkene som fremmer kjerneelementet *utforsking og problemløsing* må vi vite hva vi ser etter. Derfor ser vi nærmere på hvordan *utforsking og problemløsing* beskrives, for å danne oss et tydelig bilde på hva dette innebærer, og ut fra dette kunne identifisere kjerneelementet i oppgavetekstene vi skal undersøke.

2.3.1 Utforsking i matematikk

Som LK20 fremhever, innebærer utforsking i matematikk å se sammenhenger, mønstre og finne frem til en felles forståelse (Utdanningsdirektoratet, 2020b). I tillegg innebærer det også å stille utdypende spørsmål, problemløsing, modellere og matematisere, søke etter ressurser og idéer, undersøke, analysere dokumenter og data, eksperimentere, gjøre antagelser, teste, forklare, resonnere, argumentere, bevise, definere, strukturere, sammenkoble, representere og kommunisere (Artigue & Blomhøj, 2013, s. 808). Samtidig vektlegger utforsking i matematikk i stor grad prosessen fremfor svaret (Jensen & Wallace, 2017, s. 6). Ved hjelp av denne beskrivelsen bekreftes de overlappende og komplementære egenskapene til utforsking og problemløsing, spesielt ved at problemløsing ses på som en del av utforsking. I tillegg kan beskrivelsen hevdes å antyde at en slik tilnærming er elevsentrert fordi det handler om å aktivisere elevene på en annen måte enn å kun skulle finne et svar på en gitt oppgave. Dette samsvarer med hvordan Karlsen (2014, s. 20) og Maugesten & Nordbakke (2019, s. 63) fremhever at utforsking legger vekt på at elevene er aktive og må tenke selv. Denne måten å arbeide med matematikk på er tidkrevende, men samtidig vil elevene få trent på både utholdenhet, samarbeid og kreativitet som videre fører til en større innsikt og forståelse av faget enn ren mengdetrening (Karlsen, 2014, s. 29). På bakgrunn av dette vil en utforskende tilnærming til matematikk kunne bidra til at elevene i større grad blir aktive i egen læringsprosess fordi de blant annet blir nødt til å undersøke, stille spørsmål eller se sammenhenger ved situasjoner som kan representeres gjennom matematikk.

Å utforske og skape ble trukket frem som ett av fire retningsgivende kompetanseområder for en fagfornyelse (Meld. St. 28, 2015-2016, s. 16). Dersom vi går inn i kompetansemålene i matematikk ser vi at verbet «utforske» går igjen i flere av dem på alle årstrinn (Utdanningsdirektoratet, 2020b). Dette understreker hvor viktig nettopp denne kompetansen anses å være fra politisk styrende hold, og at en utforskende tilnærming til læring vurderes som essensielt. Innenfor det utforskende fokuset trekkes det å se sammenhenger frem som en viktig del av elevenes matematiske kompetanse. I fagets kompetansemål på alle årstrinn fremheves det at matematisk kompetanse vises og utvikles ved at elevene evner å se matematiske sammenhenger både i det rent matematikkmessige, som regnearter, mønstre og så videre, men også i praktiske situasjoner ved å kunne beskrive dem ved hjelp av matematikk (Utdanningsdirektoratet, 2020b).

I internasjonal utdanningssammenheng brukes gjerne det engelske begrepet *inquiry-based learning/education.* Dette begrepet har fått en oppblomstring i den europeiske utdanningspolitikken de senere årene (Artigue & Blomhøj, 2013, s. 797; Blomhøj, 2016, s. 152; Dorier & Maass, 2014, s. 300; Harlen, 2015, s. 2), og gjenspeiler seg også i LK20. Bakgrunnen og intensjonen for denne oppblomstringen skal være at for å kunne være konkurransedyktige er det behov for en større og bedre utdannet arbeidskraft innenfor de matematiske og naturvitenskapelige profesjonene (Blomhøj, 2016, s. 152). Det hevdes at elevenes læringsutbytte kan forbedres med mer fokus på undersøkende eller utforskende arbeidsformer, og at flere elever dermed motiveres til å fortsette en utdannelse i nettopp denne retningen (Blomhøj, 2016, s. 152).

Opprinnelsen og introduksjonen til begrepet *utforsking,* eller *inquiry,* i opplæringssammenheng, gis gjerne den amerikanske psykologen, filosofen og pedagogen John Dewey (1859-1952) æren for (Artigue & Blomhøj, 2013, s. 797; Dorier & Maass, 2014, s. 301). Dewey (1938, s. 117) definerer *inquiry* som "...the directed or controlled transformation of an indeterminate situation into a determinately unified whole". Utforsking ses her på som den prosessen som gjennomgås for å komme fra noe ubestemt til en bestemt, enhetlig helhet. Videre trekkes det frem at *inquiry* innebærer en blanding av induktiv og deduktiv tilnærming og at det å stille spørsmål er en essensiell del av *inquiry* i en vitenskapelig kontekst (Dewey, 1938, s. 170 og 427). Det legges også vekt på kontinuiteten og det dynamiske i *inquiry:* "The conclusions reached in one inquiry become means, material and procedural, of carrying on further inquiries" (Dewey, 1938, s. 140). *Inquiry* på ett plan, antas slik sett å lede til nye spørsmål som igjen kan føre til videre undersøkelser. Nysgjerrighet og søken etter å utvide kunnskap kan dermed ses på som en drivkraft i utforskende læring.

Motsatsen til en utforskende tilnærming til matematikk kaller Skovsmose (2001) for oppgaveparadigmet. Skovsmose (2001) hevder den tradisjonelle matematikkopplæringen faller innunder oppgaveparadigmet. Dette innebærer at lærer presenterer og forklarer matematiske ideer og teknikker hvor elevene deretter jobber med utvalgte oppgaver, gjerne fra læreboka som er et fast inventar i matematikklasserommet (Skovsmose, 2001, s. 123). Ved å arbeide med matematikk på denne måten oppfattes muligens matematikk kun som et fag i skolen, og kan for elevene oppleves som avskåret fra virkeligheten. Dette fremheves også av Blomhøj (2016, s. 46-47) som poengterer at dersom man ikke klarer å trekke virkeligheten inn i matematikken, vil ikke elevene oppfatte matematikk som relevant for annet enn skolen. Dette taler igjen for at man bør bevege seg mot en mer utforskende tilnærming til matematikkfaget, hvilket Skovsmose (2001) kaller for undersøkelseslandskap. I undersøkelseslandskapet inviteres elevene til å bli involvert i prosesser som inneholder utforsking og forklaring (Skovsmose, 2001, s. 123). Ved å bevege seg bort fra oppgaveparadigmet og mer i retning av undersøkelseslandskaper kan man bidra til å forlate det tradisjonelle matematikklasserommets autoritet og la elevene bli deltagende i egen læringsprosess (Skovsmose, 2001, s. 123). Forskjellene mellom oppgaveparadigmet og undersøkelseslandskaper forbindes gjennom tre forskjellige referanser: matematikk, semi-virkelighet og virkelige situasjoner (Skovsmose, 2001, s. 123). Samlet danner disse seks tilnærmingsmåter som vist i figur 1 (s. 19).

	Oppgaveparadigmet	Undersøkelseslandskaper
Referanser til «ren» matematikk	(1) Rene regnestykker	(2) Se etter sammenhenger og mønster i tall og figurer
Semi-referanser til «virkeligheten»	(3) Tekstoppgaver	(4) Utforskings- og forklaringsoppgaver
Reelle referanser	(5) Virkelighetsnære oppgaver	(6) Prosjektarbeid med virkelighetsnære tilnærminger

Figur 1: Illustrasjon med egendefinerte beskrivelser av Skovsmoses (2001, s. 126) seks tilnærmingsmåter til matematikken.

Skovsmose (2001) trekker frem at man bør operere i alle seks kategoriene, uten noen tung overvekt av en spesiell kategori. På denne måten kan matematikk og virkelighet flettes sammen, for å tydeliggjøre matematikkfagets forankring i virkeligheten overfor elevene. Skovsmose (2001) poengterer at selv om man etterstreber en mer utforskende tilnærming til matematikkfaget, bør man samtidig ta seg tid til å sette seg grundig inn i den rene matematikken også. Øvelse i det rent regnetekniske er viktig, men man er ikke nødvendigvis nødt til å starte i den enden. Selv om man i skolen har en mer utforskende tilnærming til matematikk enn tidligere, hevder Skovsmose (2001, s. 129) at man ofte beveger seg fra ren matematikk til utforsking. Ved å bevege seg i motsatt rekkefølge, utforske først og deretter fokusere på den rene matematikken, kan elevene oppdage sammenhenger og utforske matematikken på en annen og kanskje mer hensiktsmessig måte (Skovsmose, 2001, s. 129). Dette samsvarer med Blomhøj (2016, s. 46), som påpeker at elevene selv bør oppleve at de har behov for nye metoder og begreper for å løse et problem, før de introduseres for dem i undervisningen. En slik tilnærming kan samtidig medføre at elevene lettere ser nytteverdien av kunnskapen for strukturering og forklaring av egen matematisk kunnskap, og til å løse relevante problemer (Blomhøj, 2016, s.46). Det kan dermed forstås slik at en utforskende tilnærming både kan vekke elevenes nysgjerrighet, men også føre til at de opplever et behov for matematiske metoder eller fremgangsmåter for å løse et problem. Tradisjonell lærebokstyrt undervisning, der emner presenteres for elevene med fokus på metoder som de deretter bruker til å løse standardoppgaver tilhørende emnet, lever ikke opp til dette prinsippet (Blomhøj, 2016, s. 46).

Med bakgrunn i den presenterte teorien og LK20 sin beskrivelse av utforsking, forstår vi dermed utforsking i oppgavetekstsammenheng som ordlyder som eksplisitt eller implisitt oppfordrer elevene til å utforske eller undersøke. Et eksempel på en indirekte oppfordring til utforsking, kan være at elevene må gå utenfor læreboka og lete etter og bruke informasjon som er koblet til virkeligheten inn i matematikken. Videre anser vi ordlyder der elevene blir bedt om å vise eller beskrive fremgangsmåtene sine, se sammenhenger mellom situasjoner, overføre fra situasjon til matematikk, og sammenligne likheter/ulikheter, som en del av utforsking. I tillegg anser vi det å se etter mønster i en situasjon for å kunne si noe generelt om situasjoner som ligner (generalisere), som en del av en utforskende tilnærming til matematikk. Artigue & Blomhøj (2013, s. 808) har i sin beskrivelse av utforsking også inkludert å forklare, stille spørsmål og argumentere. Ettersom vi har en sosiokulturell tilnærming i vår oppgave der kommunikasjon er et av nøkkelordene, falt det seg naturlig for oss at ordlydene med verbal tilknytning plasseres og beskrives innunder kommunikasjon. Disse vil derfor betraktes som en del av den sosiokulturelle tilnærmingen til matematikkoppgaver når dette presenteres senere i studiens teoretiske rammeverk.

Formålet med studien er å undersøke lærebøkenes formidling av tilnærmingen til matematikk i lys av LK20. På bakgrunn av dette vil det være interessant å se hvorvidt det legges opp til en utforskende tilnærming til et nytt tema før matematiske metoder, eksempler og fremgangsmåter presenteres, eller om lærebøkene har en oppbygging som ligger nærmere en tradisjonell oppbygging hvor man går fra ren matematikk til utforsking. Hvordan utforsking kommer til syne i oppgavetekstene vil vi også kunne undersøke ved hjelp av hvilken ordlyd oppgavetekstene har. Ordlyden vil vi koble til vår forståelse av begrepet utforsking. Hvor fremtredende utforsking er, vil på den andre siden vises gjennom hvor ofte vi identifiserer utforsking i oppgavetekstene. Samlet vil dette bidra til å besvare den utforskende delen av problemstillingen og forskningsspørsmålene våre.

2.3.2 Problemløsing i matematikk

"The future mathematician should be a clever problem-solver" (Pòlya, 1957/2014, s. 205). Selv om dette utsagnet er hentet fra en bok som ble utgitt i 1957, er det fortsatt et utsagn som holder vann og som tilstrebes oppnådd gjennom matematikkundervisningen i skolen (Artigue & Blomhøj, 2013, s. 797; Blomhøj, 2016, s. 152; Dorier & Maass, 2014, s. 300). Vi vil alltid støte på utfordringer vi må finne en løsning på, og uansett om det er i livet generelt eller i skole- eller jobbsammenheng, vil problemløsingskompetanse være viktig for å kunne løse problemet. Problemløsingskompetanse innebærer å kunne løse ukjente problemer ved å utvikle metoder, strategier og fremgangsmåter som kan bidra til å øke elevenes problemløsingskompetanse slik at de kan tilnærme seg nye problemer på en systematisk måte for å løse dem og deretter vurdere løsningenes gyldighet (Utdanningsdirektoratet, 2020b). Artigue & Blomhøj (2013, s. 802) understreker at problemløsingskompetanse oftest anses som et mål, som ikke nødvendigvis er integrert i undervisning og læring av spesifikke matematiske konsepter og teknikker. Problemløsingskompetanse kan dermed antas å være mindre integrert, fremhevet og uttalt i undervisningen enn utforsking viser seg å være.

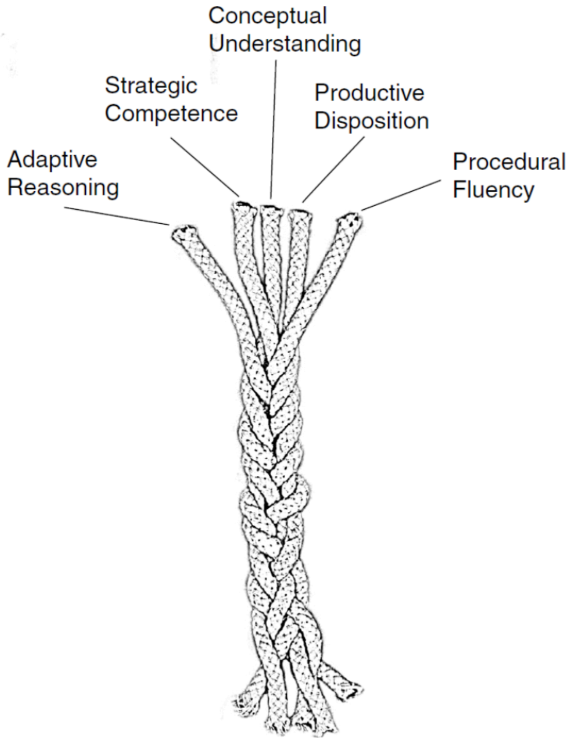
Ifølge Kongelf (2019, s. 24) og Schoenfeld (1992/2016, s. 1) har en ikke greid å oppnå enighet om en entydig, felles forståelse av hva matematisk problemløsing er, verken generelt eller tydelig avgrenset til skolen og matematikklasserommet. Hovedgrunnen til dette, hevder Kongelf (2019, s. 24-25), er at begrepet består av forskjellige bestanddeler. Disse bestanddelene innebærer blant annet elementer som kan knyttes til matematikken selv, men også til det som er eller blir iboende i elevene, og som de tar med seg inn i faget (Kongelf, 2019, s. 24-25). For å kunne beskrive problemløsing opp mot vår egen studie er vi derfor nødt til å ta utgangspunkt både i LK20 sin beskrivelse av problemløsing, men også legge til grunn teori og forskning som knytter problemløsing opp mot matematikk og oppgavetekster. Deretter vil vi kunne ta et valg om hva vi legger i begrepet problemløsing. Dessuten omtales fremgangsmåter innen problemløsing gjerne som problemløsingsheuristikker eller problemløsingsmetoder. I vår oppgave vil vi i hovedsak benytte begrepet problemløsingsmetoder, bortsett fra når vi viser til teori fra Pòlya (1957/2014), Schoenfeld (1982), Fan & Zhu (2007) eller Kongelf (2019) som bruker begrepet problemløsingsheuristikker. Problemløsingsstrategi, basert på Kongelf (2019, s. 26), vil benyttes i kontekster der bevisst bruk av problemløsingsmetoder omtales. I noen tilfeller vil vi anvende fremgangsmåter der vi opplever det som hensiktsmessig.

Matematikeren George Pòlya (1887-1985) kan sies å ha dannet grunnlaget for problemløsing og forståelsen av viktigheten av problemløsing innen matematikkfaget gjennom boka *How to solve it* (Pòlya, 1957/2014). Pòlya (1957/2014) sin tilnærming til problemløsing i matematikk er deskriptiv, og beskriver en firetrinnsmodell for problemløsing. Innunder disse fire trinnene legges det til grunn metoder for hvordan man bør gå frem i hvert av trinnene (Pòlya, 1957/2014, s. 5-22). Disse metodene kalles problemløsingsheuristikker. På bakgrunn av dette kan problemløsing anses som todelt, hvor det på den ene siden handler om selve problemet og den systematiske tilnærmingen til dette, mens det på den andre siden handler om metodene man må utvikle og benytte seg av for å kunne løse problemet. Dette samsvarer med den overordnede beskrivelsen av problemløsing i læreplanen (Utdanningsdirektoratet, 2020b). Ut fra Pòlya sine problemløsingsheuristikker satt Fan & Zhu (2007) sammen totalt 17 problemløsingsheuristikker. Kongelf (2019) tok deretter utgangspunkt i disse i sin forskning og bearbeidet dem ned til ni problemløsingsheuristikker som er funnet hensiktsmessige med tanke på eksempel- og oppgavetekster i matematikklærebøker.

1	Se etter mønster
2	Lag en systematisk tabell
3	Lag en visualisering
4	Gjett og sjekk
5	Løs en del av problemet
6	Arbeid baklengs
7	Tenk på et tilsvarende problem
8	Forenkle problemet
9	Endre synsvinkel

Tabell 1: Kongelf (2019, s. 60-61) sine ni problemløsingsheuristikker, egen oversettelse.

Gjennom å bli presentert for, og øve på slike problemløsingsmetoder, vil elevene kunne opparbeide seg problemløsingskompetanse som de kan benytte seg av når de støter på ukjente problemer. Problemløsingskompetanse anses av Kilpatrick et al. (2001, s. 117) som én av fem ferdigheter som er essensielle i utviklingen av en helhetlig matematisk kompetanse. De fem ferdighetene i figur 2 (s. 23) *conceptual understanding, procedural fluency, strategic competence, adaptive reasoning* og *productive disposition,* omtales som sammenflettede tråder som er gjensidig avhengige i utviklingen av den matematiske kompetansen (Kilpatrick et al., 2001, s. 116-117).



Figur 2: "Mathematical proficiency" (Kilpatrick et al., 2001, s. 117).

Tråden *strategic competence* tilsvarer problemløsingskompetanse og beskrives som evnen til å formulere, representere og løse matematiske problemer (Kilpatrick et al., 2001, s. 124). Videre trekkes det frem at en kompetent problemløser vil kunne lage mentale representasjoner, oppdage matematiske sammenhenger og utvikle nye løsningsmetoder når det er nødvendig (Kilpatrick et al., 2001, s. 126). Dette samsvarer igjen med LK20 sin beskrivelse av problemløsing, samt problemløsingsheuristikkene til Kongelf (2019). Kilpatrick et al. (2001, s. 15) trekker videre frem at matematikk er et universelt, praktisk fag som er en stor del av vårt moderne liv, slik at man er nødt til å kunne grunnleggende matematikk for å bli et fullt ut deltakende medlem i samfunnet. Slik sett vil problemløsing bestå av både en teoretisk og en praktisk del. Dette kan vi se i sammenheng med Liljedahl et al. (2016, s. 12-14) sin oppsummering av problemløsing, hvor det trekkes frem at mens Pòlya raffinerte prinsippene til problemløsing på et teoretisk nivå, raffinerte Schoenfeld prinsippene til problemløsing på et praktisk og empirisk nivå. Problemløsing ble av Schoenfeld (1982) ansett som en kontinuerlig indre dialog mellom problemløserens kunnskap, forsøk og tanker på veien i problemløsingsprosessen. Videre forstod Schoenfeld (1982) problemløsingsheuristikker som noe personlig, på bakgrunn av at de bygger på tidligere ervervet kunnskap i tillegg til at de baserer seg på den personlige forståelsen av selve problemet. Ervervet kunnskap er sammen med tidligere erfaringer utgangspunktet for problemløsing, og vil derfor påvirke problemløserens valg av strategier og måte å angripe selve problemet på (Liljedahl et al., 2016, s. 12). Når det dermed er snakk om problemløsing i matematisk sammenheng viser det seg altså at det også inngår elementer som er direkte knyttet til, og avhengige av, den som skal løse problemet. Et problem i matematikk kommer som oftest i form av en oppgave som gis til elevene, og i læreboka vil dette være en oppgavetekst. Om en oppgave anses som et problem eller ikke er også individuelt og subjektivt (Karlsen, 2014, s. 34; Kongelf, 2019, s. 26), fordi det vil være avhengig av elevens opparbeidede matematiske kompetanse og problemløsingskompetanse (Hagland et al., 2005, s. 28). Denne individuelle og subjektive forståelsen av hva som oppfattes som et problem vil ikke kunne undersøkes i vår studie, ettersom vi kun tar utgangspunkt i lærebøkenes oppgavetekster. Hva som anses som et problem vil derfor i vår studie bestemmes av det forventede kunnskapsnivået for elever på 8. trinn og formuleringen av oppgavetekstene (s. 37-39). Kongelf (2019, s. 27) har laget en definisjon på hva et problem er, egnet spesielt for lærebokanalyse, som vi finner det nyttig å ta utgangspunkt i når vi skal danne oss en forståelse av et problem relatert til vår egen studie: "en situasjon som krever en avgjørelse og/eller løsning, uavhengig av om problemløseren har noen umiddelbar måte å få det til på". Videre defineres heuristiske tilnærmingsmåter som "tommelfingerregler for å kunne løse problemer med hell, generelle tilnærminger som hjelper personen til å forstå problemet bedre og/eller gjøre fremskritt i retning av løsningen" (Kongelf, 2019, s. 27). Et av kriteriene som også legges til grunn for en problemløsingsoppgave er at den ikke har en gitt fremgangsmåte for hvordan den kan løses (Karlsen, 2014, s. 34; Kongelf, 2019, s. 27). Problemløsingsoppgaver kan ha ulike vanskegrader, fra problemer som enhver kan løse, til problemer som utfordrer elevenes kreativitet til å bruke det de kan i nye sammenhenger og utvikle deres matematiske forståelse (Hagland et al., 2005, s. 28; Karlsen, 2014, s. 36; Pettersson & Wistedt, 2013, s. 19). I tillegg kan problemløsingsoppgaver ha ulike grader av åpenhet hvor den mest åpne formen er de som kan gi ulike svar eller løses på ulike måter (Hagland et al., 2005, s. 28; Karlsen, 2014, s. 36-37).

Etter en teoretisk gjennomgang, som danner grunnlaget for hvordan vi vil gjenkjenne og se på problemløsing i vår egen studie, ser vi behovet for å skille mellom det som kan oppfattes som et problem eller en problemløsingsoppgave, og det som kan oppfattes som et ledd i å utvikle eller fremme problemløsingskompetanse hos elevene. Vi forstår et problem eller en problemløsingsoppgave som en oppgave der elevene ikke har fått oppgitt noen fremgangsmåte, og der de heller ikke har blitt presentert for teori, eksempler eller tidligere oppgaver som tydelig viser fremgangsmåter de kan ta i bruk for å løse den aktuelle oppgaven. Samtidig må vi foreta en vurdering av om oppgaven kan anses som et problem ut fra det kunnskapsmessige ståstedet forventet for en 8. trinns-elev, basert på kompetansemålene i læreplanen. Oppgavetekster som kan oppfattes som et ledd i å utvikle eller fremme problemløsingskompetanse hos elevene, vil være oppgaver som oppfordrer elevene til å løse oppgavene ved hjelp av spesifiserte metoder som faller inn under Kongelf (2019, s. 60-61) sine ni problemløsingsheuristikker.

2.4 Læring og matematikk i et sosiokulturelt perspektiv

Det legges i LK20 vekt på at skolen skal støtte og bidra til elevenes sosiale læring og utvikling gjennom arbeid med fagene og i skolehverdagen forøvrig (Kunnskapsdepartementet, 2017, s. 10). Dette fremmes ved at det blant annet legges vekt på samarbeid, kommunikasjon og evnen til å ta andres perspektiv for å oppnå en felles forståelse (Kunnskapsdepartementet, 2017, s.10). Videre fremheves det at elevene skal utvikle forståelse av sentrale elementer og sammenhenger innenfor fagene, slik at de kan bruke de faglige kunnskapene og ferdighetene i kjente og ukjente sammenhenger, både individuelt og sammen med andre (Kunnskapsdepartementet, 2017, s. 10-11). På bakgrunn av dette kan LK20 sies å bygge på en sosiokulturell lest, hvilket resonnerer godt med vårt eget ståsted hva gjelder læring, og danner dermed bakteppet for hvordan vi tar fatt på denne studien.

Den russiske psykologen Lev S. Vygotsky (1896-1934) anses som grunnleggeren til det sosiokulturelle læringsperspektivet. Læringsbegrepet bygger i denne sammenhengen på en forståelse av at den menneskelige kunnskapen er videreført gjennom mange år og er kulturelt forankret (Säljö, 2002, s. 32), noe som gir læringen både en sosial og en historisk kvalitet (Wittek, 2014, s. 133). Læring og utvikling i et sosiokulturelt perspektiv forstås som grunnleggende sosiale prosesser, der kunnskap konstrueres gjennom samhandling med andre i en kontekst, og hvor samspillet med andre gjør læringen mulig (Dysthe, 2001, s. 42; Wittek, 2012, s. 54). Imidlertid er den individuelle utviklingen hos mennesket av betydning, og den individuelle forståelsen kan både genereres og fremmes gjennom sosiale interaksjoner (Vygotsky, 1978, s. 57). Dette betyr at samarbeid kan bidra til å øke den enkelte elevs læringsutbytte.

Den avgjørende betydningen av selve samarbeidet med andre mer kompetente personer fremheves og kan særlig fremmes gjennom arbeid i den proksimale utviklingssonen (Vygotsky, 1978, s. 86). Vygotsky (1978, s. 86) beskriver den proksimale utviklingssonen som «the distance between the actual development level as determined by independent problem solving and the level of potential development as through problem solving under adult guidance or in collaboration with more capable peers". På bakgrunn av dette beskriver Säljö (2001, s. 126) den proksimale utviklingssonen som «en sone der den lærende er mottakelig for støtte og forklaringer fra en mer kompetent person». Et begrep som er nært knyttet til den proksimale utviklingssonen er *scaffolding* eller *stillasbygging* (Mercer & Littleton, 2007, s. 15). Begrepet kan enkelt oppsummeres som den støtten som skal til for at en elev løser et problem eller mestrer en oppgave eleven ellers ikke ville klart uten veiledning. Læreboka i matematikk kan sies å ha en form for *scaffolding* i oppbyggingen ved at den systematisk forsøker å knytte elevenes forkunnskaper opp mot nytt tema og deretter legger opp til gradvis progresjon for å støtte utviklingen av elevenes matematiske forståelse og kunnskap. Elever har ofte ulik kompetanse og har derfor muligheten til å støtte hverandre gjennom samarbeid og kommunikasjon. I en samarbeidssituasjon kan elevene dermed fungere som gjensidige stillas for hverandre ved at de representerer ulike typer kompetanse og kan gå inn i gjensidige, komplementære roller. Ved å tilpasse begrepsbruk og ordlyd, kan elever med god matematisk begrepsforståelse legge til rette for at elever som enda ikke har operasjonalisert begrepene det arbeides med vil kunne forstå, og samtidig kunne øke egen læring og bidra til å danne en felles forståelse. I klasserommet vil dermed elevenes læring i samarbeid med elever som har annen kompetanse enn seg selv ha stor betydning og være retningsgivende for elevenes potensielle utviklingsnivå gjennom den proksimale utviklingssonen. Ved samarbeid vil elevene kunne få til mer enn hva de ville gjort på egenhånd, og på den måten kan deres potensiale for lærings- og utviklingsmuligheter øke (Bråthen & Thurmann-Moe, 1996, s. 125). I skolen skjer samhandling med andre blant annet gjennom samtale med læringspartner, lærer, i små grupper med andre elever eller i helklasse. Variasjon av samarbeidspartnere og gruppestørrelse vil kunne bidra til å legge til rette for arbeid innenfor den proksimale utviklingssonen for alle.

I Vygotskys (1978, 1986, 2001) forståelse av læring og utvikling er språket og kommunikasjonen sentrale og fremtredende. I matematikkfaget anses kommunikasjon som svært relevant (Utdanningsdirektoratet, 2020 b). Elevene skal blant annet kunne bruke matematisk språk i samtaler gjennom argumentasjon, resonnement og oversette mellom matematiske representasjoner og dagligspråk. (Utdanningsdirektoratet, 2020b). Innenfor det sosiokulturelle perspektivet er betydningen av menneskets evne til å utvikle og anvende fysiske og intellektuelle redskaper sentral for å forstå hvordan mennesket lærer (Säljö, 2001, s. 76-78; 2016, s. 108). Redskaper som støtter læringen omtales av Vygotsky (1978, s. 20-26) som medierende redskaper, der mennesket kan oppnå forståelse ved å ta i bruk redskapene i sin sosiale praksis. Redskapene medierer virkeligheten og bidrar til å skape en forståelse av omverdenen (Säljö, 2001, s. 83; Säljö, 2002, s. 40). Språket er menneskets selvutviklede intelligente redskap som muliggjør kommunikasjon i særstilling sammenlignet med dyrene (Vygotsky, 1978, s. 24). Fag-, tall- eller symbolspråk er utvidede eksempler på intelligente redskaper (Säljö, 2002, s. 36). I likhet med andre fag har matematikk begreper som er særegne for faget, og kan således ses på som matematikkens intelligente redskaper. Forståelsen av de matematiske begrepene hevdes å være avgjørende for elevenes utvikling i matematikkfaget (Meyer & Land, 2003; Vosniadou, 2012). Dette kan ses i sammenheng med det Vygotsky kalte vitenskapelige begreper, som kjennetegnes ved å være logiske, abstrakte og hierarkisk organiserte (Bråthen, 1996, s. 29; Vygotskij et al., 2001, s. 136-137; Vygotsky, 1986). Andre redskaper som kan støtte elevenes læring er fysiske redskaper. Dette er redskaper fremstilt av mennesket gjennom kunnskap og erfaringer, som hjelpemidler i hverdagen (Säljö, 2001, s. 78-84; Säljö, 2002, s. 35). I skolen kan dette eksempelvis overføres til matematikklæreboka, som kan sies å være både et fysisk medierende redskap i form av en bok, og et språklig medierende redskap gjennom bruk av tekst, fagspråk og symboler. Medelever og læreren er andre medierende redskaper som gjennom sin kunnskap og formidling ved hjelp av språk og fagspråk er viktige i læringsprosessen. I en forlengelse av dette, hevder Wells (2007) at språklig interaksjon mellom mennesker er til stede i omtrent alle menneskelige aktiviteter, slik at språket spiller en viktig rolle for både deltakelse og læring i nær sagt alle situasjoner. I Vygotskys teori er språk og tanke uløselig knyttet sammen, der språket anvendes til å uttrykke tankene våre samtidig som vi tenker ved hjelp av språket (Vygotsky, 1978; Wittek, 2012, s. 57). En forutsetning for å kunne dele tankene og erfaringene våre med hverandre, er å kunne sette ord på dem, og å sette ord tankene anses derfor som en viktig del av læringsprosessen (Karlsen, 2014, s. 30). Det er gjennom språket vi forstår, fortolker, formulerer og nyttiggjør oss av de erfaringene vi gjør sammen med andre, samtidig som språket gir oss muligheten til å dele vår kunnskap med andre, slik at vi ikke begrenses til kun å lære av egne erfaringer (Säljö, 2016, s. 105; Wittek, 2014, s. 87). Når kunnskap konstrueres ved hjelp av språket, utvikles også selve språket som redskap (Wittek, 2012, s. 95). På bakgrunn av dette kan språket sies å være grunnmuren i menneskets kommunikasjon, og samlet kan språket og kommunikasjonen anses som grunnleggende for elevenes læring, samarbeid og interaksjon i skolehverdagen. Språket som et intellektuelt medierende redskap i matematikkfaget, kan dermed gjøre det mulig for elevene å sette ord på egen matematisk kunnskap og forståelse, og kommunisere dette til medelever.

I LK20 fremheves dialogen som sentral for den sosiale læringen, der skolen skal formidle verdien og betydningen av en lyttende dialog til elevene (Kunnskapsdepartementet, 2017, s.10.) Ifølge Bakhtin er all kommunikasjon grunnleggende dialogisk, hvor forståelse og mening springer ut av samarbeidet mellom den som taler og den som lytter, og der kunnskapsutvikling skjer gjennom forhandling om mening og i møte mellom divergerende stemmer (Dysthe, 2001, s. 14). Videre kan kjernen i Bakhtins syn på dialog beskrives som å respektere den andres ord, vilje til å lytte, forstå på den andres premisser og bruke den andres ord som tankeredskap, men samtidig beholde respekten for sine egne ord (Dysthe, 2001, s. 14). Evnen til å ta andres perspektiv, *intersubjektivitet*, stod sentralt for Bakhtin i vektleggingen av dialogen mellom motstridende stemmer i en meningsskapende prosess (Dysthe, 2001, s. 19). Ved å innta andres perspektiv kan man forsøke å forstå andre elevers måter å både se og løse problemer på. Videre anses intersubjektivitet som vesentlig for å kunne oppnå felles forståelse, og knyttes gjerne opp mot Meads teori om sosial læring, der mennesket tar andres perspektiv gjennom speiling (Vaage, 2001, s. 129, 136-142). Dette tydeliggjøres gjennom sitatet «we must be others if we are to be ourselves» (Mead, 1924, s. 276). Læring kan hos Mead forstås som intersubjektive prosesser der man utveksler erfaringer med andre gjennom deltakelse og kommunikasjon (Vaage, 2001, s. 133). Forlenger vi dette synet til vår studie, kan elevene gjennom en kombinasjon av individuelt arbeid og samarbeid lære hvordan de skal komme frem til riktig svar, diskutere seg frem til en løsning, oppnå felles forståelse gjennom kommunikasjon og samtidig erfare at det ikke nødvendigvis finnes ett enkelt fasitsvar. Å jobbe sammen og snakke sammen kan dermed sies å utgjøre fundamentene for å oppnå felles forståelse. I forlengelsen av forståelse handler dette om overføring av elevenes kunnskap til andre sitasjoner, fag og kontekster. Det elevene lærer i skolen er også ment å ha nytteverdi utenfor skolen. Dette kan videre ses i sammenheng med elevenes behov for å kunne tilpasse kunnskap, og overføre og tilpasse den til fremtidens utfordringer i møte med nye situasjoner (Pellegrino & Hilton, 2012, s. 23). Overføring av kunnskap krever kritisk tenkning av elevene, samt at de evner å avgjøre hvilken kunnskap og hva som kreves i møte med ulike oppgaver og situasjoner. Dette fordrer intersubjektivitet for å forstå problemet eller situasjonen, samt at elevene evner å stille relevante spørsmål dersom det er noe de ikke forstår. I et sosiokulturelt perspektiv kan å stille spørsmål forstås som å anvende språket som redskap for å lære (Vygotskij et al., 2001; Vygotsky, 1978;

Vygotsky, 1986). Å stille spørsmål i matematikkfaget krever at man kan sette ord på egne tanker og kunnskap, se sammenheng mellom hva man forstår og ikke forstår, og beherske det matematiske språket for å uttrykke seg presist nok. Vygotsky (1978, s.25-28) trekker frem at språket kan anvendes i problemløsing, som et hjelpeverktøy for å planlegge løsninger og løse utfordrende oppgaver. Språket kan dermed anses som et av de mest sentrale redskapene elevene har for å samhandle dynamisk, dele og videreutvikle felles kunnskap og forståelse.

For å kunne snakke om matematiske fenomener er elevene avhengige av å utvikle et adekvat språk med tilstrekkelige vitenskapelige, matematiske begreper for å uttrykke seg presist. Utvikling av begrepsforståelse er en kontinuerlig og tidkrevende prosess for alle der den kognitive utviklingen utfordres i stor grad (Sfard, 1991, s. 18-19; Vygotsky, 1986, s. 194). En måte å fremme både utvikling av matematisk fagspråk og begrepsforståelse hos elevene kan være gjennom å oppfordre dem til faglige samtaler. Neil Mercer sitt lange arbeid med forskning og undervisning har blant annet resultert i at samtaler kan deles opp i ulike samtaletyper: *disputunal-*, *cumulative-*, og *exploratory talk* (Mercer & Dawes, 2008, s. 61-64; Mercer & Littleton, 2007, s. 58-59; 2013, s. 37-38). *Exploratory talk,* eller eksplorerende samtale, trekkes frem som samtalen som krever noe av alle elevene, samtidig som samarbeidet skal føre til læring for alle (Mercer & Littleton, 2007, s. 59, 66-68; 2013, s. 37-38). Den eksplorerende samtalen kjennetegnes ved at alle deltar og engasjerer seg kritisk, men konstruktivt i hverandres tanker og ideer, der forsiktige ideer behandles respektfullt, men samtidig kan utfordres med begrunnelser eller alternative idéer, der kunnskapsdelingen er sentral og deltakerne søker felles forståelse før beslutninger forankres i fellesskap (Mercer & Littleton, 2007, s. 59, 66-68; 2013, s. 37-38). Denne samtaletypen antas dermed å være optimal for å oppnå både intersubjektivitet og læring, men dette må trenes på. Lærebøkene kan gjennom oppgavetekstene legge til rette for gruppearbeid og samtaler der elevene skal sette ord på egne tanker, tenke sammen og involvere seg i hverandres tenkning. Wittek (2014, s. 88) hevder at når elevene går i dialog med andre elever, etableres det en situasjon med optimale premisser for deltakerne til å utvikle sin egen tenkning. Kreativ tenkning kan finne sted når man tenker sammen, som eksempelvis ved brainstorming (Wittek, 2014, s. 87). Elevene må derfor få muligheten til å øve på å sette ord på egne tanker og tenke sammen gjennom samarbeid og faglige samtaler i skolehverdagen.

Imidlertid kan det være utfordrende å få til lærende samtaler mellom elever i klasserommet. Kommunikasjon er en krevende ferdighet som må læres og trenes opp. I LK20 påpekes det at elevene skal lære å lytte til andre samtidig som de argumenterer for eget syn og på den måten søke løsninger i fellesskap (Kunnskapsdepartementet, 2017, s. 10). Dette krever øving i et dialogisk klasserom der det vektlegges å lytte til hverandres ideer, argumenter og faglige betraktninger, hvor elevene i fellesskap utvikler en felles forståelse av et emne i læring gjennom samtaler (Alrø et al., 2003, s. 36; Klaveness et al., 2019, s. 260). For at en samtale skal være vellykket påpekes det at lytting og snakking betyr like mye (Garme, 2008, s. 101). Lytting er derfor en sentral del av det å kommunisere, og anses som en betydningsfull mellommenneskelig kompetanse både i, og utenfor skolen (Otnes, 2007, s. 97-98). Dermed kan lytting betraktes som en viktig del av muntlige ferdigheter, som krever evne og vilje til å være både fokusert og oppmerksom overfor andre (Otnes, 2007, s.97-98). Mercer & Littleton (2007) hevder, etter sine studier med observasjoner på hvordan elevene lytter, at elevene ofte er mer opptatte av å tenke over og forberede hva de selv skal si enn å lytte til hva som blir sagt av andre. Dersom lytting og snakking skal oppnå like stor del i en kommunikasjon bør man også vektlegge at elevene skal lytte til hverandre i like stor grad som de skal si noe selv. Lytting er med andre ord langt mer enn den ubevisste, passive tilstanden å høre. En aktiv lytter kan leve seg inn i andres tanker, meninger og forklaringer, reagere verbalt eller nonverbalt på andres tale, reflektere over andres utsagn og på den måten bidra til å utvikle tanker og idéer i et fellesskap (Klaveness et al., 2019, s. 260; Otnes, 2007, s. 97-98).

Elevenes matematiske kommunikasjon innebærer å utveksle og skape mening i samspill med andre gjennom faglige samtaler. De matematiske samtalene er dermed en gyllen mulighet for elevene til å aktivere eget fagspråk og matematisk kunnskap, for på den måten å øke egen forståelse og samtidig skape en felles forståelse sammen med andre. Matematikkdidaktisk forskning (Franke et al., 2007) peker på at samtalens rolle er viktig for elevenes utvikling av faglig kompetanse. Det anses som sentralt for elevenes læring å engasjere seg i meningsskaping i et deltakende fellesskap gjennom samtaler, og ikke bare passivt motta informasjon (Franke et al., 2007, s. 228). Interaksjon og deltakelse er med andre ord sentralt for læringen, og språket medierer interaksjonene (Franke et al., 2007, s. 228). Gjennom å sette ord på egen tenkning, kan elevene gi substans til de matematiske samtalene. For å lykkes med meningsskapende samtaler som øker læringsutbyttet, må elevene oppfordres til å snakke faglig sammen og gis muligheten til å trene på dette gjennom samarbeid. Dette tydeliggjøres av Schoenfeld (2013, s. 19-20), som understreker at ingen arbeider eller lærer i et vakuum. Et aktivt samarbeid mellom elevene er derfor av stor betydning, der idéer enkeltelever konstruerer ofte blir til og finpusses i samarbeid med andre (Schoenfeld, 2013, s. 20). Samlet sett resonnerer dette med at det er hensiktsmessig å legge til rette for samarbeid og kommunikasjon i matematikktimene, slik at elevene kan forklare hvordan de tenker og stille hverandre spørsmål for å øke læringsutbyttet og oppnå intersubjektivitet.

2.5 Tidligere forskning

Av tidligere forskning har vi valgt å se etter forskning som er rettet inn mot oppgavetekster, utforsking og/eller problemløsing i matematikklærebøker. Vi har også lett etter forskning som har fokusert på matematikklærebøker, kommunikasjon og samarbeid, samt forskning som knytter læreplanen i matematikk opp mot lærebøkene i matematikk. Kongelf (2019) sin doktorgradsavhandling hadde som formål å undersøke hvordan matematikklærebøker på 8. og 9. trinn behandler problemløsing og algebra med søkelys på introduksjonen av algebra og de heuristiske tilnærmingsmåtene som er representerte i lærebøkene. Funnene i denne doktorgradsavhandlingen bidro inn mot fornyelsen av læreplanen i matematikk, formulerte ni problemløsingsheuristikker som er tatt i bruk av flere skoler og den har gitt inspirasjon til og danner rammeverk og utgangspunkt for flere mastergradsavhandlinger (Kongelf, 2019), inkludert vår. Funnene indikerte at det fantes elementer av problemløsingsmetoder i selv de enkle og tradisjonelle oppgavene, men at det er stor overvekt av enkelte metoder mens andre er så å si fraværende. Inspirert av Kongelf (2019), undersøkte Tredal (2020) i sin mastergradsavhandling forekomsten av problemløsingsheuristikker i eksempeltekster i matematikklærebøker på 8. trinn for å kunne besvare hvordan lærebøkene la til rette for utvikling av elevenes problemløsingskompetanse. Funnene i studien viste at eksemplene i alle lærebøkene i gjennomsnitt inneholdt to problemløsingsheuristikker, men at tre av de ni problemløsingsheuristikkene var lite eller ikke brukt. Andre relevante masteroppgaver er Ryvold (2018) og Resvoll (2014). Ryvold (2018) sammenlignet matematikkoppgaver i TIMSS 2015 og to lærebøker, og fant at TIMSS-undersøkelsen hadde høyere andel oppgaver på et kognitivt utfordrende nivå enn lærebøkene og konkluderte dermed med at dette kunne ha innvirkning på elevenes resultater i undersøkelsen ettersom de ikke var forberedt på slike kognitivt krevende oppgaver. Resvoll (2014) fant at de to undersøkte lærebøkene på 8. trinn inneholdt store mengder oppgaver hvor 83% av oppgavene i den ene læreboka og 74% i den andre læreboka, var prosedyrepregede oppgaver hvilket ville gi elevene et inntrykk av at matematikk var et fag der man kun er opptatt av produktet og ikke prosessen.

Innenfor internasjonal forskning har Fan & Zhu (2007) sammenlignet hvordan et utvalg matematikklærebøker på ungdomsskolenivå i Kina, Singapore og USA fremstilte problemløsingsprosedyrer. Som bakgrunn for forskningen brukte de Pòlyas problemløsingsmodell med tilhørende problemløsingsheuristikker (Fan & Zhu, 2007, s. 64-65). Funnene indikerte at lærebøkene fra alle de tre landene hadde gode presentasjoner av problemløsingsheuristikker selv om det var en tydelig overvekt av enkelte heuristikker mens andre var fraværende (Fan & Zhu, 2007, s. 72). Samtidig viste studien at det var et betydelig avvik mellom lærebøkene og de nasjonale læreplanene (Fan & Zhu, 2007, s. 72). Van Zanten & van den Heuvel-Panhuizen (2018) fant i sin lærebokanalyse at lærebøker i Nederland la lite til rette for problemløsingsoppgaver, og at disse i så fall passet best for elever som presterer på høyt nivå. Som et supplement til dette kan vi se Gracin (2018) sin studie av 22 000 oppgaver på 6., 7. og 8. trinn i Kroatia, som fant at oppgaver som krevde tolking, argumentasjon, refleksjon og åpne oppgaver, var underrepresentert i matematikklærebøker, og at det var en tydelig hovedvekt av ren matematisk beregning. Vi vil også trekke frem en studie av Jäder et al. (2020) som indentifiserte problemløsingsoppgaver i lærebøker fra tolv land fordelt på fem kontinenter. Resultatene viste at det var tydelig overvekt av oppgaver som kunne løses ved hjelp av allerede kjente metoder og fremgangsmåter (Jäder et al., 2020, s. 1131-1133). Det var kun få oppgaver som krevde at elevene konstruerte egne løsningsmetoder og dermed trente på dette spesifikke aspektet av problemløsing (Jäder et al, 2020, s. 1131). Problemløsningsoppgavene var ofte plassert mot slutten av kapitlene i lærebøkene, og dette ble trukket frem som uhensiktsmessig, ettersom det oftest ble brukt mest tid i starten av kapitlene (Jäder et al., 2020, s. 1131). Oppgaver uten direkte tilknytning til kjente algoritmer ble beskrevet som «vanskelige» i noen av lærebøkene, hvilket kunne tolkes som at disse oppgavene ikke passet for alle elever (Jäder et al., 2020, s. 1131). Studien konkluderer med at problemløsing i liten grad er representert i lærebøkene (Jäder et al., 2020, s. 1131). Innenfor samarbeid har Seidouvy & Schindler (2019) undersøkt samarbeid i matematikk, og fremhever at den individuelle og den sosiale delen av samarbeid bør ses på som sammenvevet og ikke hver for seg. Dette kan ses i sammenheng med Oates et al. (2016) sin studie, som fant at samarbeid, samtaler og argumentasjon i matematikk påvirket læringsutbyttet til elever på videregående nivå i positiv retning.

Forskningen vi har presentert antyder at det er få problemløsingsoppgaver i matematikklærebøker, samt at det er en tendens til at det legges større vekt på riktig svar fremfor prosess. Resultatene våre kan dermed antyde hvorvidt det har skjedd en endring i matematikklærebøkene som baserer seg på LK20. Videre viser forskningen at samarbeid og samtaler bidrar til å øke elevenes læringsutbytte. Ved å undersøke oppgavetekstene gjennom et sosiokulturelt perspektiv vil vi kunne se om, og hvor tydelig, samarbeid og samtaler kommer til syne i oppgavetekstene i matematikklærebøkene. På bakgrunn av dette anser vi forskningen vi har presentert som relevant for vår studie.

2.6 Oppsummering

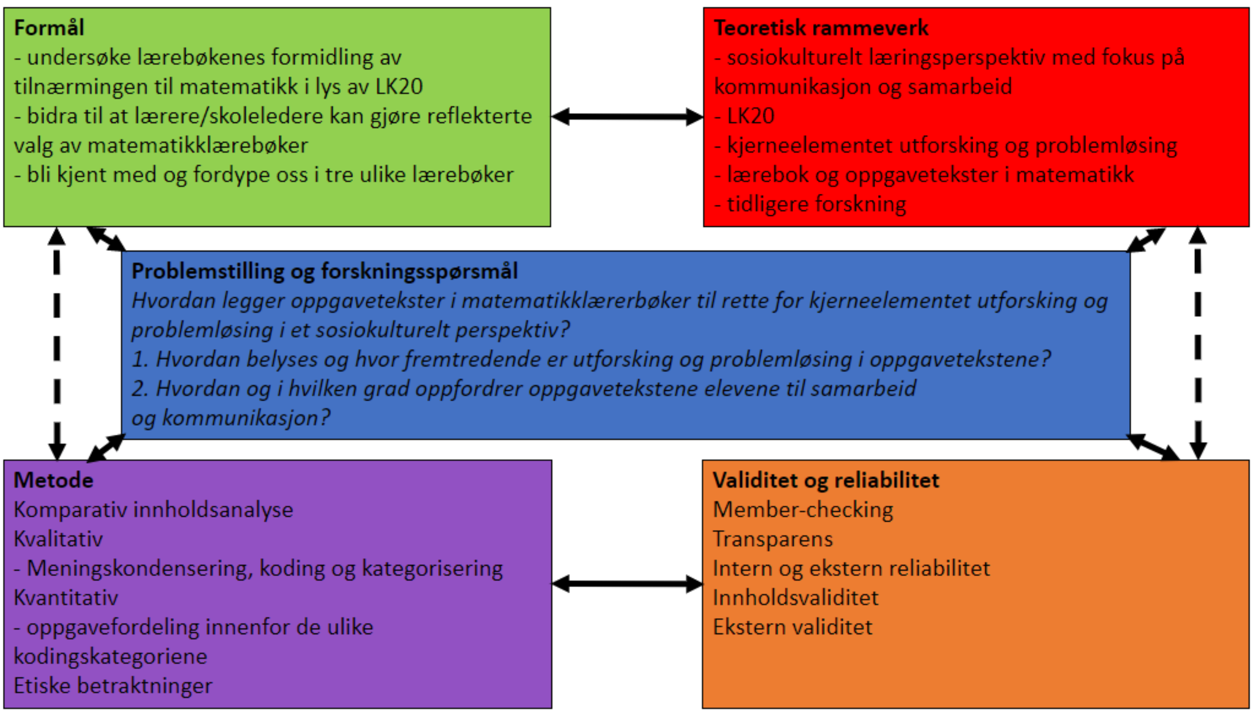
I dette kapittelet har vi presentert teori som danner rammeverket for studien vår. Innføringen av LK20 har introdusert det sentrale begrepet kjerneelementer som er ment å skulle kommunisere fagenes sentrale kompetanser. Vi har valgt å ta utgangspunkt i kjerneelementet *utforsking og problemløsing,* og fant at forskning har etterspurt en mer utforskende tilnærming i matematikkfaget (Blomhøj, 2016; Skovsmose, 2001). I utforsking legges det vekt på prosess fremfor svar, og det anses som essensielt at elevene skal kunne se sammenhenger, sammenligne, generalisere og undersøke. Problemløsing har vært tema i norske læreplaner siden M87 (Kirke- og utdanningsdepartementet, 1987, s.196-197) og deles i vår studie inn i problemløsingsmetoder, basert på Kongelf (2019) sine problemløsingsheuristikker, og problemløsingsoppgaver, som er oppgaver hvor elevene ikke har noen tydelig fremgangsmåte lett tilgjengelig. I lys av LK20 ble det utgitt nye matematikklærebøker, og utgangspunktet for vår studie er oppgavetekstene fra matematikklærebøkene Matemagisk 8 (Kongsnes & Wallace, 2020), Matematikk 8 (Hjardar & Pedersen, 2020) og Maximum 8 (Tofteberg et al., 2020). Tradisjonelt har lærebokoppbyggingen fulgt «the exposition-examples-exercise model» (Love & Pimm, 1996, s. 386) hvilket står i kontrast til den ønskede tilnærmingen til faget. Videre har studien vår et sosiokulturelt perspektiv, der vi har trukket ut hovedelementene samarbeid og kommunikasjon. Samarbeid gjenspeiles gjennom at elevene må arbeide sammen, hvilket gir elevene muligheten til å oppnå intersubjektivitet. Språket er sentralt for både samarbeid og kommunikasjon og vil kunne komme til syne gjennom eksplorerende samtaler (Mercer & Littleton, 2007 s.59, 66-68; 2013, s. 37-38) der elevene aktivt kan argumentere, diskutere, forklare og stille spørsmål for å oppnå læring. Utover dette anses lytting som en sentral del av kommunikasjon (Otnes, 2007, s.97-98), og forskning viser at elevene ofte er mer opptatte av å forberede hva de selv skal si enn å lytte (Mercer & Littleton, 2007). Samlet sett utgjør dette rammeverket for vår videre undersøkelse av oppgavetekstene i studien.

3 Metode

Studien vår er en komparativ innholdsanalyse av oppgavetekstene i kapitlene om funksjoner i tre matematikklærebøker. I dette kapittelet vil vi presentere og begrunne vårt forskningsdesign og valg av metoder for gjennomføring av studien. Vi vil også beskrive og gi en begrunnelse for utvalget vårt, samt hvordan vi har gått frem for å systematisere og analysere dataene. Til slutt vil vi ta for oss kildekritiske og etiske vurderinger, samt reliabilitet og validitet, knyttet opp mot vår studie.

3.1 Forskningsdesign

Vi valgte å ta utgangspunkt i Maxwell (2013) sin interaktive modell for kvalitativt forskningsdesign da vi skulle gå i gang med å lage en oversikt over prosjektet vårt. Arbeidet med masteroppgaven har vært en dynamisk prosess der prosjektet har utviklet seg i takt med at arbeidet skred fremover, og hvor de ulike delene av prosjektet har påvirket hverandre gjensidig. Vi implementerte vårt eget prosjekt i Maxwells (2013) interaktive modell og gjorde noen små tilpasninger av ordlyden i de forskjellige kategoriene. Dette ga oss en visuell fremstilling av sammenhengen mellom de forskjellige delene av oppgaven, samtidig som modellen presenterer et oversiktlig og strukturert overblikk over hele oppgaven som vi kan jobbe ut fra og ha lett tilgjengelig.



Figur 3: Maxwell (2013, s. 5) sin interaktive modell tilpasset vårt prosjekt.

Som modellen i figur 3 (s. 34) viser er problemstilling og forskningsspørsmål plassert i senter av modellen, og kobles dermed direkte til de andre delene av oppgaven; *formål, konseptuelt rammeverk, metode* og *validitet* (Maxwell, 2013, s. 4-5). Problemstillingen og forskningsspørsmålene vi har utformet for å bidra til å besvare denne, samt formålet vårt med oppgaven, blir styrende for hvordan studien gjennomføres og har derfor også direkte innvirkning på metodevalget (Krumsvik et al., 2019, s. 69-73; Thagaard, 2018, s. 45-47). Metoden kan ses på som middelet man tar i bruk for å besvare problemstillingen og forskningsspørsmålene, og det er dermed viktig at det er god relasjon mellom forskningsspørsmål og datainnsamlingsmetoder (Krumsvik et al., 2019, s. 160). For å se nærmere på denne relasjonen kan det passe godt å repetere problemstillingen og forskningsspørsmålene våre:

Hvordan legger oppgavetekster i matematikklærebøker til rette for kjerneelementet utforsking og problemløsing i et sosiokulturelt perspektiv?

1. *Hvordan belyses og hvor fremtredende er utforsking og problemløsing i oppgavetekstene?*
2. *Hvordan og i hvilken grad oppfordrer oppgavetekstene elevene til samarbeid og kommunikasjon?*

Ettersom vi ønsker å si noe om hvor fremtredende utforsking og problemløsing er, og utbredelsen av samarbeid og kommunikasjon, fordrer dette en form for kvantifisering av dataene (Hennink et al., 2020, s. 16-17; Repstad, 2007, s. 16; Thagaard, 2018, s. 16-17). Dette gjelder både når vi ser den enkelte lærebok for seg, men også når vi sammenligner dem med hverandre. Vi ønsker å kunne si noe om hvordan utforsking og problemløsing belyses i oppgavetekstene, og hvordan elevene oppfordres til samarbeid og kommunikasjon. Samtidig ønsker vi overordnet å undersøke hvordan oppgavetekstene i lærebøkene legger til rette for utforsking og problemløsing i et sosiokulturelt perspektiv. Dette medfører at vi er nødt til å gå dypere ned i strukturen og ordlyden i selve oppgavetekstene, som igjen fordrer en kvalitativ tilnærming til tekst og innhold (Grønmo, 2016, s. 175; Jacobsen, 2015, s. 170-172). For å kunne besvare disse spørsmålene ønsker vi derfor å benytte innholdsanalyse som metode.

3.2 Utvalg

Utvalget vårt vil være det som genererer datagrunnlaget for studien vår, som vi deretter skal analysere. For vår studie består utvalget av oppgavetekstene i kapitlene som omhandler temaet funksjoner i de tre matematikklærebøkene for 8. trinn.

I arbeidet med å finne matematikklærebøker til vår studie kan vi sies å ha benyttet oss av en form for *strategisk utvelging* (Thagaard, 2018, s. 54-56) eller det Maxwell (2013, s. 98-99) kaller *purposeful selection.* Vår problemstilling og forskningsspørsmålene tar utgangspunkt i LK20 og det vil dermed være naturlig å velge matematikklærebøker som baserer seg på denne. De tre store norske forlagene Aschehoug, Cappelen Damm og Gyldendal har alle gitt ut matematikklærebøker i forbindelse med LK20 og beskriver selv at deres bøker er tilpasset ny læreplan (Aschehoug, 2021b; Cappelen Damm, 2021a; Gyldendal, 2021a). Vi valgte å ta utgangspunkt i bøkene for 8.trinn, da bøkene for 9.trinn ikke var ferdig utarbeidet og utgitt fra alle forlagene da oppgaven skulle skrives. Utover dette falt valget på 8.trinn seg naturlig, da det er vanlig med overgang til nye lærebøker fra barneskole til ungdomsskole, og bøkene for 8.trinn vil være de første matematikkbøkene elevene forholder seg til på ungdomsskolen. Tidligere forskning har fremhevet matematikk som et papirbasert læremiddelfag, der den fysiske læreboka brukes i utstrakt grad sammenliknet med andre fag (Gilje et al., 2016, s. 70). Vårt inntrykk gjennom arbeid og praksis, samtaler med bekjente som jobber i ungdomsskolen og deres utvidede nettverk av matematikklærere, kan tyde på at fysiske lærebøker fortsatt benyttes i ungdomsskolen i stor grad. Vi oppfatter at digitale ressurser gjerne benyttes som supplement til den fysiske læreboka. På bakgrunn av dette har vi valgt bort digitale lærebøker og valgt å konsentrere oss om de fysiske. Tabell 2 viser relevant informasjon om de utvalgte lærebøkene.

Tittel	**Forlag**	**Ant. sider**	**Ant. oppg.**	**Utgitt**	**Forfattere**
Matemagisk 8	Aschehoug	304	705	2020	Kongsnes & Wallace
Matematikk 8	Cappelen Damm	332	512	2020	Hjardar & Pedersen
Maximum 8	Gyldendal	343	516	2020	Tofteberg, Tangen, Bråthe, Stedøy & Alseth

Tittel	**Utvalgt del**	**Ant. sider**	**Ant. oppg.**
Matemagisk 8	Kapittel 7, 8 og 9	64	144
Matematikk 8	Kapittel 4.	54	55
Maximum 8	Kapittel 3	60	101

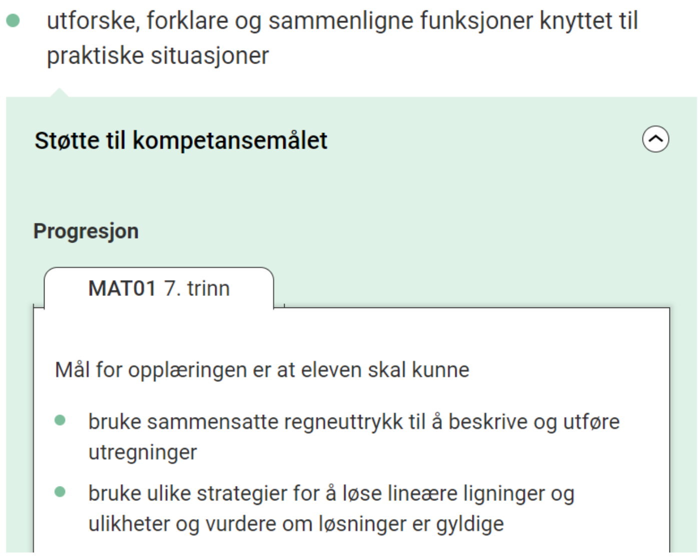
Tabell 2: Oversikt utvalgte lærebøker og utvalgt del av lærebøkene (Hjardar & Pedersen, 2020; Kongsnes & Wallace, 2020; Tofteberg et al., 2020).

Læreboka har ofte en stor påvirkning på læringsaktivitetene og undervisningen i et klasserom, men også på elevenes eget arbeid med faget. Selv om læreren legger til rette for og organiserer elevenes oppgaveløsing i matematikktimene, vil det ofte være læreboka som kommuniserer mye av faget til elevene. Dette gjelder spesielt når elevene skal løse oppgaver for å opparbeide seg forståelse, innsikt og kompetanse i de ulike delene av faget. Derfor falt valget vårt på å analysere oppgavetekstene i lærebøkene, nettopp fordi de kommuniserer direkte til elevene hvordan de skal jobbe med matematikken.

Oppgavens begrensning tatt i betraktning, samt muligheter for å gå i dybden på analysen, gjorde at vi innskrenket utvalget vårt til å omhandle temaet funksjoner etter at vi hadde fått en oversikt over mengden oppgavetekster. Valget av dette temaet er begrunnet i at temaet funksjoner har en tydelig og klar avgrensning innen matematikkfaget, og det er ryddig inndelt i alle de tre matematikklærebøkene, slik at det er lærebøkene i seg selv, ikke vi, som har satt temarammene. I tillegg valgte vi funksjoner ettersom temaet er nytt for elevene fra 8. trinn. Det vil trolig medføre at vi i større grad vil kunne forholde oss direkte til kompetansemålene om funksjoner for 8. trinn og enklere vil kunne si noe om hvilke elementer som har sammenheng med det elevene eventuelt skal kunne om temaet fra før. Samtidig gir det oss også muligheten til å kunne si noe om lærebøkene kan sies å ha en utforskende tilnærming til nye temaer som presenteres for elevene.

3.2.1 Kunnskapsnivå og kognitive nivåer

Hvilken vanskegrad en oppgave anses å ha vil variere og vil ta utgangspunkt i elevenes matematiske kunnskapsnivå og kompetanse. For å kunne avgjøre om en oppgave skal kunne anses som et problem eller ikke trenger vi å kunne si noe om hvilke forkunnskaper elevene er forventet å ha. Ved å benytte seg av «progresjon» under «støtte til læreplanen» i kompetansemålene på 8. trinn (se figur 4, s. 38), vil man kunne få en pekepinn på hva elevene er ment å mestre når de starter opp på 8. trinn og hva de skal tilegne seg av kunnskap i løpet av dette trinnet (Utdanningsdirektoratet 2020b). I vår oppgave skal vi undersøke oppgavene i kapitlene som omhandler funksjoner, og det er derfor mest relevant å se på progresjonen til kompetansemålene som dreier som om nettopp funksjoner. Selve begrepet *funksjoner* benyttes ikke i kompetansemålene før på 8. trinn. Vi finner det derfor rimelig å anta at begrepet i seg selv først introduseres på 8. trinn. Det kreves dermed av elevene at de må klare å knytte det de tidligere har lært opp mot et nytt tema. Dette kan anses som kognitivt krevende fordi de må utvikle og forstå sammenhengene mellom gammel og ny kunnskap og koble det til et nytt begrep.



Figur 4: Kompetansemål på 8. trinn knyttet til kompetansemål på 7.trinn (Utdanningsdirektoratet, 2020b)

Ved å ta for oss kompetansemålene om funksjoner og variabler har vi kommet frem til at elevene etter 7. trinn skal være kjente med ligninger, ulikheter, variabler, positive og negative tall og brøker, og kunne bruke variabler og formler til å uttrykke sammenhenger (Utdanningsdirektoratet, 2020b). De skal kunne lage og forklare uttrykk med tall, konstanter og variabler, og lage, løse og forklare ligninger (Utdanningsdirektoratet, 2020b). Videre skal elevene kunne lage og lese tabeller og diagrammer, men det vil være nytt for dem å skulle knytte dette eksempelvis opp mot funksjonsuttrykk og grafer (Utdanningsdirektoratet, 2020b). Det vil også være nytt for elevene å forklare begrepet *funksjoner* og å kunne generalisere på bakgrunn av sammenhenger og mønstre (Utdanningsdirektoratet, 2020b). Dette er hensyn vi må ta når vi skal analysere oppgavetekstene, og vil danne grunnlaget for om en oppgave anses som en problemløsingsoppgave eller ikke.

Matematikkoppgaver kan også klassifiseres ut fra hvilke kognitive krav de stiller hos eleven, samt hvilke utfordringer og type tankevirksomhet de krever av eleven (Smith & Stein, 1998; Stein et al., 2000). Oppgaver på *lavt kognitivt nivå* der man skal huske, vite at og vite hvordan, kjennetegnes ved at eleven skal huske resultater eller gjennomføre prosedyrer uten å knytte dem til resonnementer eller inngående begreper (Smith & Stein, 1998, s. 345; Stein et al., 2000, s. 12-16), eksempelvis ved pugging av gangetabellen. Oppgaver på *høyt kognitivt nivå* der man skal forstå og vite hvorfor, kjennetegnes ved å kunne forbinde eventuelle prosedyrer med mening og med relevante begreper og å engasjere seg i virkelig matematisk tenkning (Smith & Stein, 1998, s. 345; Stein et al., 2000, s. 12-16). Rike matematiske oppgaver er eksempler på oppgaver som oppfyller høyt kognitive krav samtidig som de kan løses på ulike nivåer.

Samlet sett kan dette gi oss en forståelse av hvordan vi skal kunne avgjøre om en oppgave kan oppleves som et problem for en elev på 8. trinn eller ikke.

3.3 Innholdsanalyse av lærebøker

Med bakgrunn i problemstillingen vår har vi valgt å gjøre en komparativ innholdsanalyse. Datamengden og at vi gjennom analysen skal fortolke og undersøke de utvalgte oppgavetekstene for å identifisere mønstre, temaer, og meningsinnhold fremmer bruk av innholdsanalyse (Asdal & Reinertsen, 2020; Berg & Lune, 2012; Fauskanger & Mosvold, 2014; Hsieh & Shannon, 2005; Jacobsen, 2015).

Problemstillingen og forskningsspørsmålene våre fordrer både en kvantitativ og kvalitativ tilnærming. Den kvalitative tilnærmingen til analysen vil gi oss muligheten til å gå i dybden på datamaterialet slik at vi kan besvare hvordan utforsking, problemløsing, samarbeid og kommunikasjon belyses i oppgavetekstene. Kjennetegnet ved matematiske oppgavetekster er at de kan være kompakte, informasjonsrike og multimodale (Karlsen & Mortensen-Buan, 2017, s. 250; Maagerø & Skjelbred, 2010, s. 51; Nilssen et al., 2017, s. 169-170), og de krever derfor både grundig gjennomlesing og sortering av informasjon, samtidig som ordlyden og tekstenes sammensetting må fortolkes og systematisk plasseres innunder kategoriene våre (Berg & Lune, 2012, s. 352; Fauskanger & Mosvold, 2014, s. 131; Hsieh & Shannon, 2005, s. 1277). En kvalitativ tilnærming til innholdsanalysen gir oss dermed anledning til å foreta subjektiv interpretasjon av tekstinnholdet (Hsieh & Shannon, 2005, s. 1278) og egner seg samtidig godt for å forstå hvordan og hvorfor et fenomen henger sammen gjennom informasjonsrikdommen i de matematiske tekstene (Jacobsen, 2015, s. 216).

Som utgangspunkt til den kvalitative tilnærmingen og diskusjonen vil det også ligge en summativ tilnærming til innholdsanalysen av kvantitativ karakter. Kvantitative fremstillinger samler og systematiserer store mengder tekst på en god måte, som videre kan nærleses gjennom kvalitativ, kritisk lesing, og er således en verdifull supplering til den kvalitative tilnærmingsmåten (Asdal & Reinertsen, 2020, s. 22-23). De kvantitative fremstillingene av resultatene gir et ryddig og visuelt inntrykk av hvordan oppgavetekstene fordeler seg innenfor de ulike hovedkategoriene per lærebok, og legger dermed til rette for dypdykk i forskjellene som kommer frem og til sammenligning av lærebøkene.

Samlet sett vil derfor kvalitativ innholdsanalyse gjennom meningssøkende og tolkende undersøkelser, med kvantitative fremstillinger av datamaterialet, gi oss muligheten til å belyse oppgavetekstene i funksjonskapitlene på en subjektiv, men vitenskapelig måte.

3.4 Analyseprosessen

Analysen kan betraktes som en dialog mellom vårt empiriske materiale, som er oppgavetekstene i matematikkbøkene, og kodingskategoriene, som kan bidra til revisjon av analysen underveis (Bratberg, 2014, s. 73). Dette er en gjenkjennelig fremgangsmåte fra hermeneutikken, der forståelse slipes og revideres gjennom den empiriske analysen, og forskeren prøver ut egne antakelser og justerer kursen underveis (Bratberg, 2014, s. 73-74). Denne hermeneutiske fortolkningsprosessen beskrives ofte som et spiralprinsipp, der den vekslende forståelsen og analysen mellom tekstens deler og helhet gir muligheter for en kontinuerlig utdypning av meningsforståelsen (Jacobsen, 2015, s. 198; Repstad, 2007, s. 121).

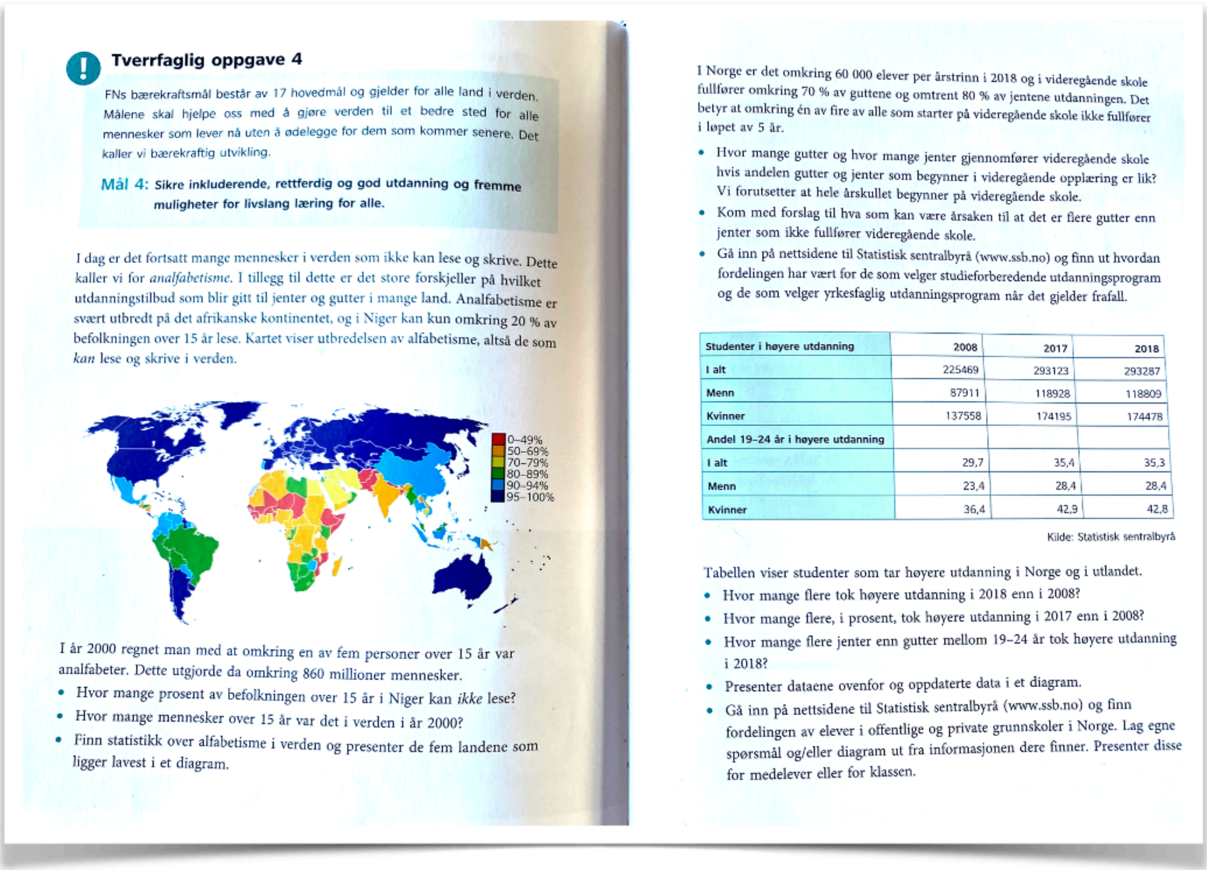
Vi har valgt å benytte oss av analyseverktøyet NVivo for å gjennomføre analysen av oppgavetekstene. Dette programmet hjalp oss å strukturere kategoriene våre på en oversiktlig måte, og det var enkelt å plassere de forskjellige delene av oppgavetekstene innunder de kategoriene vi mente de skulle tilhøre. Hver kodingsplassering som gjøres i NVivo telles som ett kodingstilfelle, og når all kodingen er gjort, kan vi få opptelt totalt antall kodingstilfeller per lærebok.

De utvalgte oppgavetekstene har varierende lengde og kompleksitet. En oppgave kan være alt fra en enkelt setning (se figur 5, s. 41) til en oppgave som går over to sider (se figur 6, s. 41). I tillegg kan én oppgave kodes under flere kategorier avhengig av oppgavetekstens ordlyd. Dette betyr at én oppgave kan bestå av minimum ett kodingstilfelle, eller den kan bestå av flere kodingstilfeller.

OPPGAVE 8.29

Tegn grafen til funksjonen $f(x) = x^2 - 4x$.

Figur 5: Eksempel på oppgave på én setning, Matemagisk 8 (Kongsnes & Wallace, 2020, s. 235).



Tverrfaglig oppgave 4

FNs bærekraftsmål består av 17 hovedmål og gjelder for alle land i verden. Målene skal hjelpe oss med å gjøre verden til et bedre sted for alle mennesker som lever nå uten å ødelegge for dem som kommer senere. Det kaller vi bærekraftig utvikling.

Mål 4: Sikre inkluderende, rettferdig og god utdanning og fremme muligheter for livslang læring for alle.

I dag er det fortsatt mange mennesker i verden som ikke kan lese og skrive. Dette kaller vi for *analfabetisme*. I tillegg til dette er det store forskjeller på hvilket utdanningstilbud som blir gitt til jenter og gutter i mange land. Analfabetisme er svært utbredt på det afrikanske kontinentet, og i Niger kan kun omkring 20 % av befolkningen over 15 år lese. Kartet viser utbredelsen av alfabetisme, altså de som *kan* lese og skrive i verden.

I år 2000 regnet man med at omkring en av fem personer over 15 år var analfabeter. Dette utgjorde da omkring 860 millioner mennesker.

- Hvor mange prosent av befolkningen over 15 år i Niger kan *ikke* lese?
- Hvor mange mennesker over 15 år var det i verden i år 2000?
- Finn statistikk over alfabetisme i verden og presenter de fem landene som ligger lavest i et diagram.

I Norge er det omkring 60 000 elever per årstrinn i 2018 og i videregående skole fullfører omkring 70 % av guttene og omtrent 80 % av jentene utdanningen. Det betyr at omkring én av fire av alle som starter på videregående skole ikke fullfører i løpet av 5 år.

- Hvor mange gutter og hvor mange jenter gjennomfører videregående skole hvis andelen gutter og jenter som begynner i videregående opplæring er lik? Vi forutsetter at hele årskullet begynner på videregående skole.
- Kom med forslag til hva som kan være årsaken til at det er flere gutter enn jenter som ikke fullfører videregående skole.
- Gå inn på nettsidene til Statistisk sentralbyrå (www.ssb.no) og finn ut hvordan fordelingen har vært for de som velger studieforberedende utdanningsprogram og de som velger yrkesfaglig utdanningsprogram når det gjelder frafall.

Studenter i høyere utdanning	2008	2017	2018
I alt	225469	293123	293287
Menn	87911	118928	118809
Kvinner	137558	174195	174478
Andel 19–24 år i høyere utdanning			
I alt	29,7	35,4	35,3
Menn	23,4	28,4	28,4
Kvinner	36,4	42,9	42,8

Kilde: Statistisk sentralbyrå

Tabellen viser studenter som tar høyere utdanning i Norge og i utlandet.

- Hvor mange flere tok høyere utdanning i 2018 enn i 2008?
- Hvor mange flere, i prosent, tok høyere utdanning i 2017 enn i 2008?
- Hvor mange flere jenter enn gutter mellom 19–24 år tok høyere utdanning i 2018?
- Presenter dataene ovenfor og oppdaterte data i et diagram.
- Gå inn på nettsidene til Statistisk sentralbyrå (www.ssb.no) og finn fordelingen av elever i offentlige og private grunnskoler i Norge. Lag egne spørsmål og/eller diagram ut fra informasjonen dere finner. Presenter disse for medelever eller for klassen.

Figur 6: Eksempel på oppgave som går over to sider, Matematikk 8 (Hjardar & Pedersen, 2020, s. 290-291).

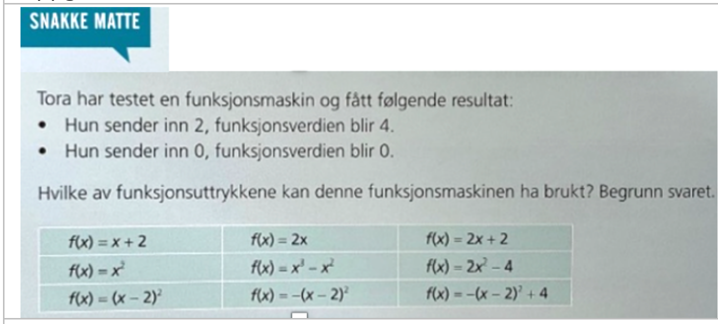
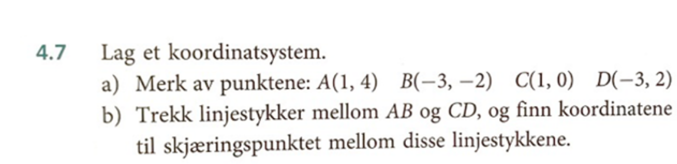
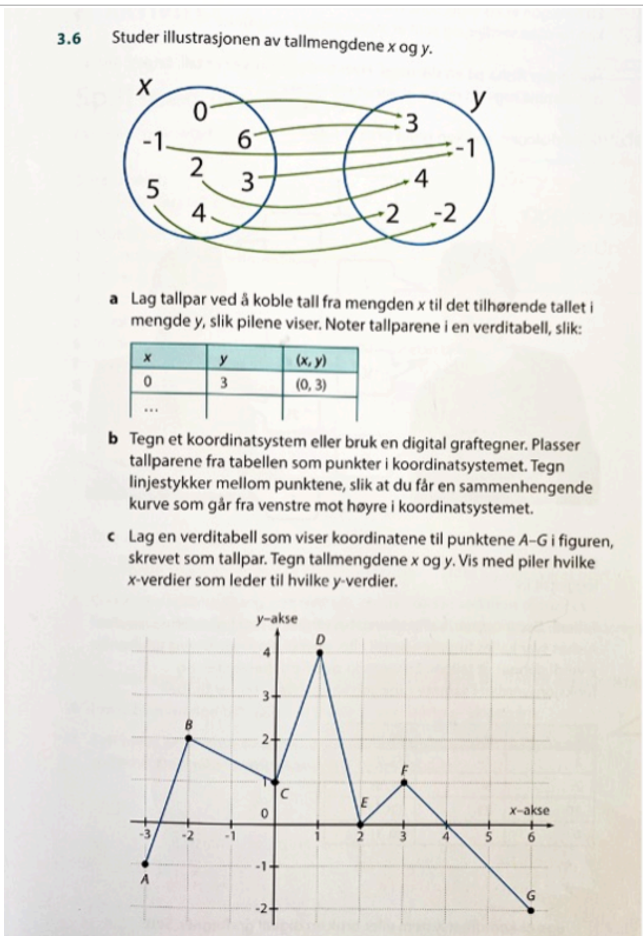
Vi har valgt at den minste kodingsenheten er på setningsnivå. For eksempel vil vi i den tverrfaglige oppgaven i figur 6 kode de to første spørsmålene «Hvor mange prosent av befolkningen over 15 år i Niger kan *ikke* lese?» og «Hvor mange mennesker over 15 år var det i verden i år 2000?» samlet under kategorien *tilfeller med tidligere gjennomgått eller kjent fremgangsmåte* fordi det er forventet at en elev på 8. trinn kan hente ut informasjon fra teksten og gjøre de beregningene som skal til for å finne svaret på dette. Det neste punktet i oppgaven kodes derimot under *utforsking -> undersøke,* fordi elevene må ut av læreboka og finne informasjonen de trenger andre steder, samt koble det til dagens situasjon. Dette utgjør dermed totalt to kodingstilfeller, hvor det ene vil bidra til å fremheve en utforskende tilnærming til matematikk.

Datamaterialet totalt består av 260 oppgaver fra funksjonskapitlene i de tre lærebøkene. Antall oppgaver er ikke jevnt fordelt mellom de tre lærebøkene, og dette er noe vi er nødt til å ta hensyn til når vi skal presentere resultatene våre og svare på forskningsspørsmålene og problemstillingen. Antall oppgaver vil til en viss grad påvirke antall kodingstilfeller vi ender opp med for hver lærebok. Som vist i tabell 2 (s. 36) har Matematikk 8 betydelig færre oppgaver i funksjonskapittelet enn Matemagisk 8 og Maximum 8. For å kunne sammenligne lærebøkene på likt grunnlag, vil det derfor være viktig at vi utjevner denne forskjellen ved å beregne andelen kodingstilfeller ut fra det totale antallet kodingstilfeller per lærebok. Dette vil vi gjøre gjennomgående i fremstillingen av resultatene våre.

3.4.1 Gjennomføring av analysen

Ved hjelp av en systematisk gjennomgang av oppgavetekstene som danner datagrunnlaget vårt, kunne vi ta hele eller utvalgte deler av oppgavetekstene og kode dem innunder de forhåndsdefinerte kategoriene. Oppgavetekstene for funksjonskapitlene fra hver lærebok er lagt inn i hver sine filer i NVivo.

Vi begynte med å kode tre oppgaver fra hver bok. Hensikten med å bytte mellom lærebøkene var at dette kunne bidra til at vi holdt et mer objektivt fokus hele veien og ikke lot oss påvirke av én bestemt bok sin måte å presentere eller skrive oppgavene på. Etter den innledende runden økte vi antallet oppgaver til fem fra hver bok. Vi anså dette som mer hensiktsmessig for å slippe så hyppige bytter mellom filene i NVivo, uten at dette så ut til å ødelegge for hensikten vår med å bytte mellom lærebøkene. Ettersom vi gjennomførte studien sammen så vi at vi hadde visse fordeler i analysearbeidet som kunne styrke både validiteten og reliabiliteten i studien. Vi valgte å utnytte fordelene ved å diskutere tolkningene våre av oppgavetekstene ut fra kriteriene og beskrivelsene vi hadde laget for de forskjellige kategoriene (se vedlegg 1). Dette kan anses som en form for *member checking* (Creswell, 2013; Johnson & Christensen, 2013; Saldaña, 2013), eller *intersubjektivitetsmetode* (Grønmo, 2016, s. 245-246), hvor vi underveis evaluerte kodingen opp mot tolkningen vår av oppgavetekstens ordlyd og kriteriene for de ulike kategoriene. I tillegg utførte vi individuell koding av én oppgave fra hver bok tre ganger underveis i analyseprosessen. Dette ble gjort på starten av den tredje runden av koding, omtrent midtveis i datamaterialet og på slutten av datamaterialet. Deretter sammenlignet vi de individuelle kodingene. Vi presenterte hver vår koding og begrunnelsen for den for hverandre, før vi diskuterte eventuelle forskjeller. Hensikten med dette var å sjekke studiens *intercoder reliability,* andelen av overensstemmelse eller variasjon i kodingen oss imellom (Neuendorf, 2017, s. 165-166). Dette kan fortelle oss noe om hvor presise kategoriene og kategorikriteriene våre er. Tabell 3 viser et eksempel på oppgavetekstene og den individuelle kodingen vi har gjort.

Oppgave	Koder A	Koder B
 SNAKKE MATTE Tora har testet en funksjonsmaskin og fått følgende resultat: • Hun sender inn 2, funksjonsverdien blir 4. • Hun sender inn 0, funksjonsverdien blir 0. Hvilke av funksjonsuttrykkene kan denne funksjonsmaskinen ha brukt? Begrunn svaret. $f(x) = x + 2$ | $f(x) = 2x$ | $f(x) = 2x + 2$ $f(x) = x^2$ | $f(x) = x^3 - x^2$ | $f(x) = 2x^2 - 4$ $f(x) = (x - 2)^2$ | $f(x) = -(x - 2)^2$ | $f(x) = -(x - 2)^2 + 4$	Hele oppgaven: Kommunikasjon -> forklare muntlig Utforsking -> sammenheng	Hele oppgaven: Kommunikasjon -> diskutere Kommunikasjon -> forklare muntlig Utforsking -> sammenheng Utforsking -> sammenligne
 4.7 Lag et koordinatsystem. a) Merk av punktene: $A(1, 4)$ $B(-3, -2)$ $C(1, 0)$ $D(-3, 2)$ b) Trekk linjestykker mellom AB og CD, og finn koordinatene til skjæringspunktet mellom disse linjestykkene.	Hele oppgaven: Tilfeller med tidligere gjennomgått eller kjent fremgangsmåte	Hele oppgaven: Tilfeller med tidligere gjennomgått eller kjent fremgangsmåte
 3.6 Studer illustrasjonen av tallmengdene x og y. a Lag tallpar ved å koble tall fra mengden x til det tilhørende tallet i mengde y, slik pilene viser. Noter tallparene i en verditabell, slik: x | y | (x, y) 0 | 3 | (0, 3) … b Tegn et koordinatsystem eller bruk en digital graftegner. Plasser tallparene fra tabellen som punkter i koordinatsystemet. Tegn linjestykker mellom punktene, slik at du får en sammenhengende kurve som går fra venstre mot høyre i koordinatsystemet. c Lag en verditabell som viser koordinatene til punktene A–G i figuren, skrevet som tallpar. Tegn tallmengdene x og y. Vis med piler hvilke x-verdier som leder til hvilke y-verdier.	Hele oppgaven: Tilfeller med tidligere gjennomgått eller kjent fremgangsmåte	Hele oppgaven: Tilfeller med tidligere gjennomgått eller kjent fremgangsmåte

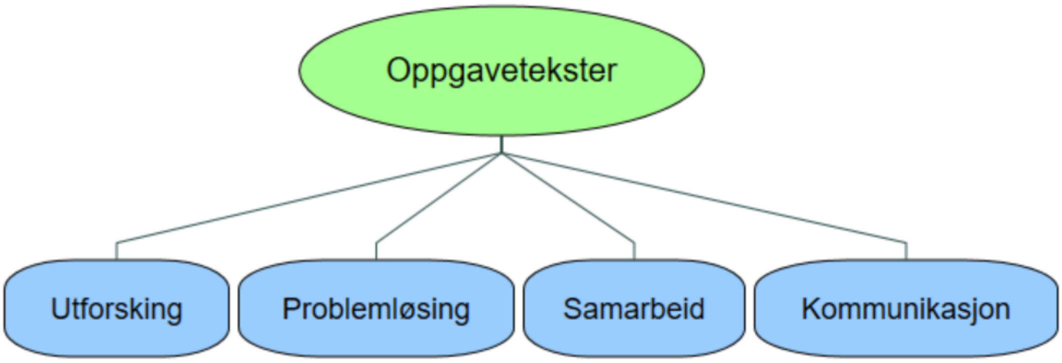
Tabell 3: Eksempel på individuell koding (Hjardar & Pedersen, 2020, s. 249; Kongsnes & Wallace, 2020, s. 206; Tofteberg et al., 2020, s. 159).

Oppgave 4.7 og 3.6 i tabell 3 (s. 43) er kodet innunder kategorien *tilfeller med tidligere gjennomgått eller kjent fremgangsmåte* fordi dette er oppgaver som gir elevene en steg-for-steg-instruksjon for gjennomføring med veldig tydelige eksempler rett før selve oppgaven. Oppgaven fra Matemagisk 8 i tabell 3 (s. 43) er en «snakke matte»-oppgave. På forhånd hadde vi satt opp kriterier som innebar at slike oppgaver skulle kodes inn under *kommunikasjon -> forklare muntlig,* men på bakgrunn av den individuelle kodingen endret vi kriteriet til at «snakke matte»-oppgavene skulle kodes under *kommunikasjon -> diskutere* med bakgrunn i at det stilles ganske åpne spørsmål som inviterer til diskusjon primært, slik vi tolker det. Det var også enighet om å fjerne oppgaven fra kategorien *utforsking -> sammenligne* fordi det ble tydelig under diskusjonen at oppgaven fokuserte på at elevene skulle se sammenhengene mellom det som sendes inn og kommer ut av maskinen, og funksjonsuttrykkene som er presentert i oppgaven. Etter sammenligningen av den individuelle kodingen gikk vi tilbake til å diskutere oss frem til en felles forståelse av oppgavetekstene og kodet dem ut fra dette. Midtveis og mot slutten av datamaterialet valgte vi på ny ut én oppgave fra hver bok som vi kodet hver for oss. Den helhetlige, felles forståelsen av oppgavetekstene som ble kodet ble større mot slutten av kodingsprosessen. Vi erfarte at det var større grad av samsvar på overordnet nivå, og at ulikhetene i koding ble mest synlig på det finmaskede kategorinivå 3, og spesielt når oppgavene var komplekse slik at de gikk innunder flere hovedkategorier. Dette kan indikere at vi ikke har vært tydelige nok i utgangspunktet når vi har laget kriteriene for de forskjellige underkategoriene. Disse individuelle kodingene førte dermed til at vi gikk tilbake og revurderte kriteriene vi hadde laget og omformulerte dem med hensikt å tydeliggjøre dem. Etter at alle oppgavetekstene var kodet gikk vi gjennom alle kategoriene og sjekket at kodingen samsvarte med den forståelsen vi satt igjen med etter å ha kodet alle oppgavetekstene. I gjennomføringen av denne sjekken la vi også til grunn memo-ene vi hadde skrevet i NVivo etter hver kodingsøkt. Saldaña (2013, s. 41-43) beskriver memo-er som notater eller strukturerte refleksjoner koblet opp mot datamaterialet, eller mer generelt, opp mot selve forskningsprosessen. Memo-ene våre inneholder detaljerte beskrivelser av hva vi har gjort i hver økt, og hvilke avgjørelser som eventuelt er tatt rundt spesielle deler av oppgavetekster. Underveis har de blitt brukt som støtte til å opprettholde konsekvens i kodingen.

3.4.2 Kategorier og koding

En sentral del av vår studie og analysen av oppgavetekstene var å finne relevante kategorier og fylle disse med meningsfulle enheter, for å kunne ha en komparativ tilnærming til de tre matematikklærebøkene og se på hva de ulike bøkene representerer. Kategorier kan bli til enten direkte gjennom begreper hentet fra teorien som er fundamentet til studien (deduktivt), direkte gjennom dataene man har samlet inn (induktivt), eller som en blanding av disse (Gibbs, 2002, s. 59).

På bakgrunn av studiens problemstilling som tar for seg kjerneelementet utforsking og problemløsing i et sosiokulturelt perspektiv, operasjonaliserte vi hovedbegrepene *utforsking, problemløsing, samarbeid* og *kommunikasjon*. Disse har gitt oss en tydelig ramme og formening om hva vi skal se etter i oppgavetekstene, og danner grunnlaget for den deduktive tilnærmingen til fremstillingen og utviklingen av kategoriene vi har kodet oppgavene innunder.

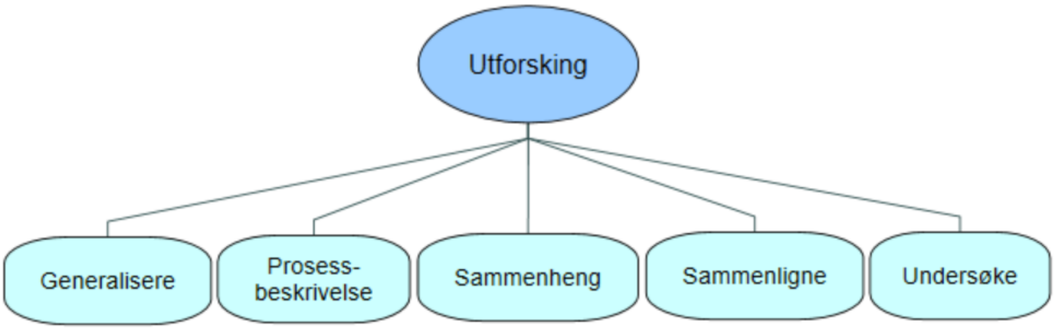


Figur 7: Teoribaserte hovedkategorier.

Vi støtter oss til Saldaña (2013, s.58) som anser kodingsprosessen som syklisk snarere enn lineær, og dette kommer tydelig frem i gjennomføringen av analysen. Vi har tatt utgangspunkt i Saldaña (2013, s. 58) sine to kodingssykluser i dannelsen av våre kategorier, der hver syklus går ut på å kode og re-kode dataene for å sikre overenstemmelse mellom koding og kategorier. I den første kodings-syklusen har vi i tråd med Saldaña (2013, s. 58) sine anbefalinger tatt eierskap i dataene ved å først sette oss grundig inn i teorien for deretter å operasjonalisere begrepene. Vårt valg om å gjennomføre en kategoripilotering som del av vår metode representerer deler av denne grundigheten. Som en intervjuer piloterer spørsmålene sine, piloterte vi kategoriene våre ved å gjennomgå 100 oppgaver fra et annet kapittel enn funksjonskapittelet i en av matematikklærebøkene.

Vi valgte å presentere dataene våre på to nivåer, gjennom hovedkategorier og underkategorier.

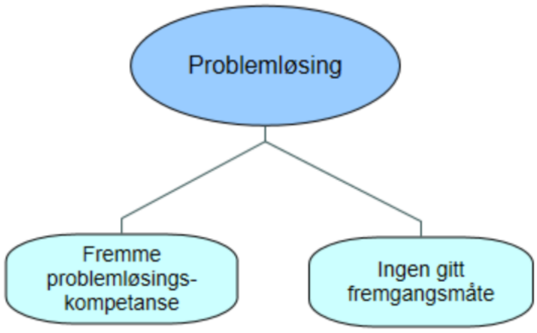
For å illustrere hvordan vi har gått frem i prosessen med å lage underkategorier, vil vi ta for oss hovedkategorien *utforsking. Utforsking* er et av hovedbegrepene i studien som vi ønsker å se etter i oppgavetekstene, og danner derfor en av de fire hovedkategoriene våre. Gjennom teorien har vi operasjonalisert begrepet i mindre bestanddeler som forklarer hva utforsking er (avsnitt 1, s. 20), og med disse som utgangspunkt laget vi underkategoriene til hovedkategorien *utforsking*.



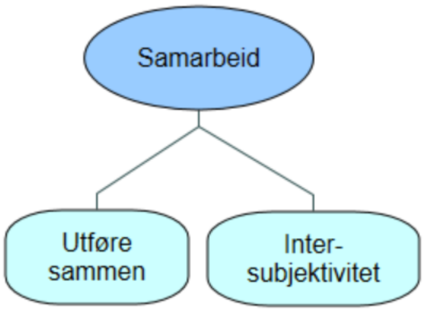
Figur 8: Hovedkategorien utforsking med underkategorier.

Vi overførte meningskondensering til oppgavetekstene og analyserte dem med hensikt å utvikle underkategorier basert på ordlyden i oppgavene (Kvale & Brinkmann, 2015, s.231-235). Dette ga oss mulighet til å bryte ned oppgavetekstene i deler på setningsnivå, og gjorde det mulig for oss å si noe om hva oppgavetekstene eksplisitt eller implisitt ønsker at elevene skal gjøre. Fremstillingen av underkategorier gjorde det lettere for oss å gå dypere inn i oppgavetekstene fra de ulike lærebøkene og besvare forskningsspørsmålene våre på et overordnet nivå, samtidig som det ga oss mulighet til dypdykk i dataene. For å vite hvilke oppgavetekster og hvilken ordlyd i oppgavetekstene som skal kodes innunder de forskjellige underkategoriene har vi benyttet oss av det vi vil anse som en form for omvendt meningskondensering (Kvale & Brinkmann, 2015, s. 231-235). Dette fordi vi gjennom piloteringen så på hvilke ordlyder i oppgavetekstene som ville være med på å danne kriteriene for hva som inngår i underkategoriene. I oppgavetekstene er eksempelvis ikke ordet generalisere brukt eksplisitt. Det brukes blant annet ordlyder som «lag en regel» eller at man skal kunne omforme noe til å gjelde for «alle tilfeller». Disse ordlydene får ikke sin egen underkategori, men inngår i beskrivelsen av, og kriteriene for, underkategorien *generalisere*. Dette fordi vi tolker den overordnede betydningen av disse ordlydene til å bety å generalisere. Vi har beskrevet generalisere som å «se etter mønster i en fremstilling for å kunne si noe generelt om lignende situasjoner. Ordlyder som "lag en regel" eller noe som skal gjelde for "alle tilfeller"» (vedlegg 1).

Vi har arbeidet på tilsvarende måte med alle hovedkategorier, og dette vises i figur 9, figur 10 og figur 11 (s. 48).

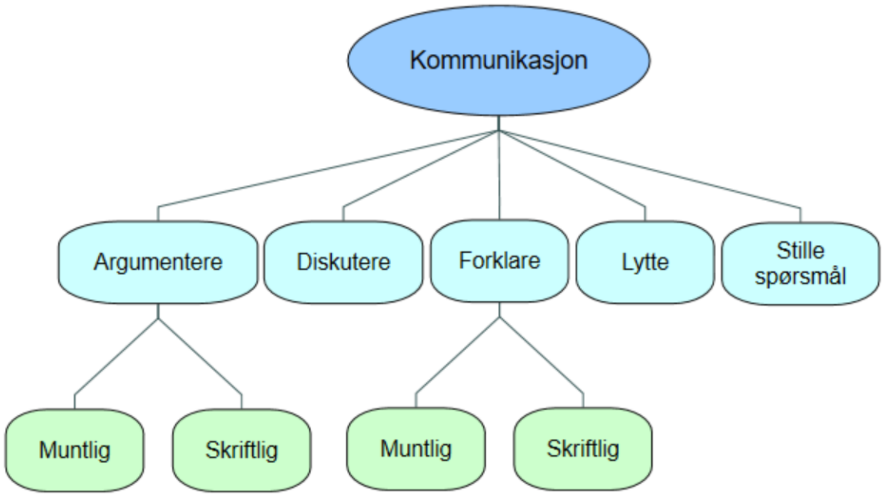


Figur 9: Hovedkategorien problemløsing med underkategorier.



Figur 10: Hovedkategorien samarbeid med underkategorier.

Underkategoriene er også deduktivt fremstilt da de hovedsakelig er teoridrevet (Berg & Lune, 2012, s. 352; Hsieh & Shannon, 2005, s. 1277), der blant annet Kongelf (2019) sine ni forhåndsdefinerte problemløsningsheuristikker er med på å danne et finmasket nett for hva vi legger i underkategorien *fremme problemløsingskompetanse* (se vedlegg 1). På bakgrunn av LK20 sin definisjon av problemløsing (Utdanningsdirektoratet, 2020b) la vi også til *vurdere* som en kodingskategori under hva som kan *fremme problemløsingskompetanse*. Re-kodingen vår har innslag av induktiv karakter, da denne gikk ut på å dobbeltsjekke om ordlyden i tekstene samsvarer med vår opprinnelige koding, samtidig som vi tok flere gjennomganger av kategoriene og deres innhold for å sikre kvaliteten og raffinere kategoriene ved behov. Gode diskusjoner og felles refleksjoner over kontekst underveis fungerte som member-checking og ga oss en dypere, felles forståelse av analysegrunnlaget vårt. I tråd med Saldañas (2013, s. 58) forespeiling vedrørende vanskelighetsgraden på den andre kodingssyklusen, opplevde vi denne som mest krevende av de to, grunnet de analytiske utfordringene. Det innebar eksempelvis grundig gjennomgang av kategoriene med hensikt å kontrollere integreringen av vårt teoretiske rammeverk gjennom operasjonalisering av begreper og innhold per kategori, samt prioriteringer vedrørende sammenslåing eller utelatelse av kategorier (Saldaña 2013, s. 58).

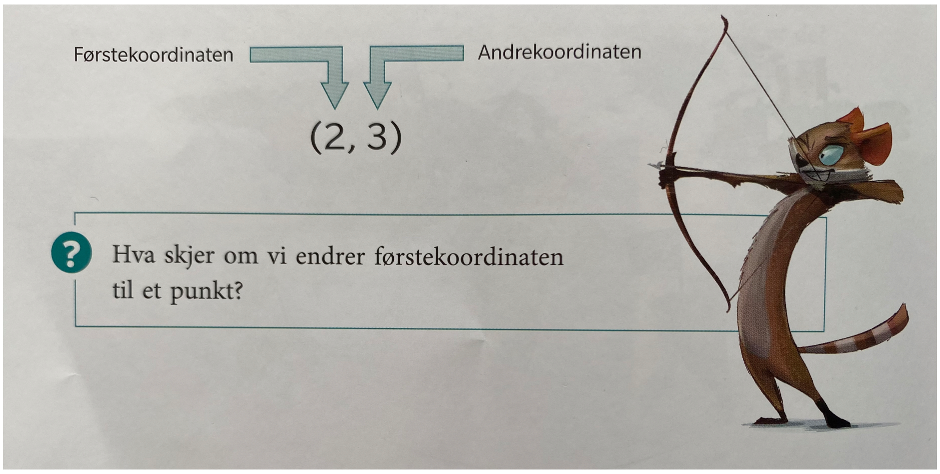


Figur 11: Hovedkategorien kommunikasjon med underkategorier og tredje nivå kategorier.

Under kategoritreet til hovedkategorien *kommunikasjon*, fremkommer et tredje nivå med kategorier. Oppgavetekstene er kodet under overordnet kategori *argumentere* eller *forklare* dersom det ikke fremkommer eksplisitt i teksten om dette skal gjøres *muntlig* eller *skriftlig.* Ved å legge til et finmasket kodingslag, muliggjør det ytterligere dypdykk når resultatene fra analysen skal fremstilles.

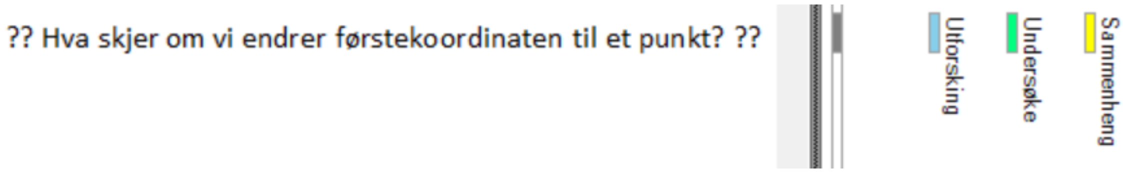
Vi forventet at dataene våre ville inneholde oppgavetekster som helt eller delvis ikke ville kunne kodes under hovedkategoriene *utforsking, problemløsing, kommunikasjon* og *samarbeid.* Vi laget derfor en siste kategori som vi har kalt *tilfeller med tidligere gjennomgått eller kjent fremgangsmåte.* Beskrivelsen av denne kategorien hentet fra vedlegg 1: «Oppgaver som inneholder en tydelig beskrivelse av fremgangsmåten elevene skal bruke for å løse oppgaven, eller oppgaver som etterfølger svært lignende oppgaver eller eksempler, hvor vi dermed kan anta at fremgangsmåten er kjent for elevene». Dette kan være hele eller deler av en oppgave som gir elevene muligheten til å sette seg inn i den rene matematikken og gi dem øvelse i det rent regnetekniske. Vi mener det er viktig å ha med denne kategorien slik at alle dataene våre kodes. Denne kategorien vil ikke presenteres i resultatene våre, men vil bidra til å gi oss et totalt antall kodingstilfeller som vi kan ta utgangspunkt i når vi skal si noe om hvor fremtredende kjerneelementet og det sosiokulturelle perspektivet er, eller i hvor stor grad dette belyses, i oppgavetekstene.

Under følger to eksempler på koding av oppgavetekster. Ved hjelp av begrunnelser for kodingen ønsker vi å tydeliggjøre tankegangen vår når det gjelder fortolkning og forståelse av oppgavetekstene. Denne fremgangsmåten har vi etter beste evne forsøkt å gjennomføre konsekvent på alle oppgavetekstene.



Figur 12: Oppgavetekst fra Matematikk 8 (Hjardar & Pedersen, 2020, s. 246).

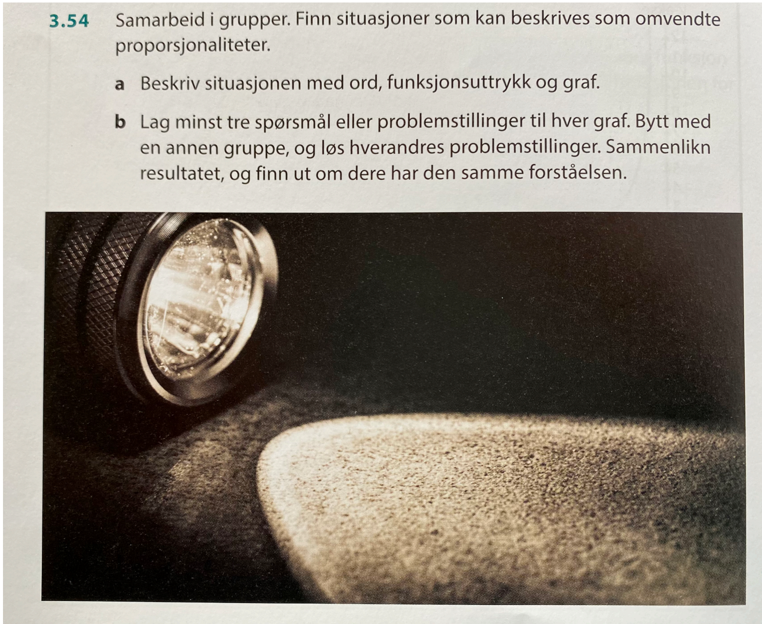
Oppgaven i figur 12 er hentet fra Matematikk 8. Den har vi kodet under hovedkategorien *utforsking* og underkategoriene *undersøke* og *sammenheng* slik utsnittet fra NVivo i figur 13 viser.



Figur 13: Utsnitt fra koding i NVivo av oppgaveteksten i Figur 12.

Dette er en kort oppgavetekst med lav kodingsdensitet. Spørsmålsformuleringen «hva skjer om vi», tolker vi til å implisere at elevene skal utforske eller undersøke konsekvenser ved utføring av endringer. Elevene må samtidig evne å se sammenhenger mellom de ulike koordinatene.

Oppgaven i figur 14 er hentet fra Maximum 8, og vi anser den for å være mer kompleks.



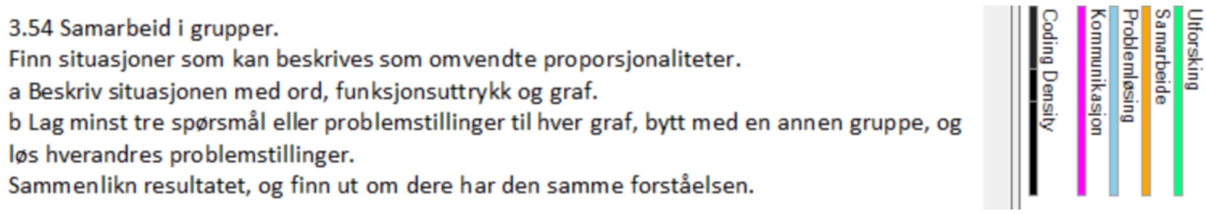
3.54 Samarbeid i grupper. Finn situasjoner som kan beskrives som omvendte proporsjonaliteter.

a Beskriv situasjonen med ord, funksjonsuttrykk og graf.

b Lag minst tre spørsmål eller problemstillinger til hver graf. Bytt med en annen gruppe, og løs hverandres problemstillinger. Sammenlikn resultatet, og finn ut om dere har den samme forståelsen.

Figur 14: Oppgave 3.54 fra Maximum 8 (Tofteberg et al., 2020, s. 194).

Denne har vi kodet under alle de fire hovedkategoriene *utforsking, problemløsing, samarbeid* og *kommunikasjon*, og den har derfor svært høy kodingsdensitet. I utsnittet fra NVivo (figur 15) fremkommer dette tydelig. Videre har vi tatt utgangspunkt i hele oppgaveteksten og fremstilt hvordan kodingen er utført gjennom underkategoriene våre i tabell 4.



Figur 15: Utsnitt fra koding i NVivo av oppgaveteksten i Figur 14.

Del av oppgaven	Utforsking	Problemløsing	Samarbeid	Kommunikasjon
Hele oppgaven	Undersøke	Fremme problemløsings-kompetanse -> tenke på et tilsvarende problem	Utføre sammen	
a)	Sammenheng			Forklare
b)	Sammenlikne		Intersubjektivitet	Stille spørsmål

Tabell 4: Koding av oppgave 3.54 fra Maximum 8 (Tofteberg et al., 2020, s. 194).

Ordlyden *samarbeid i grupper* legger premisset for at oppgaven som helhet skal gjennomføres i samarbeid med flere. Videre sier introduksjonen i oppgaven at de skal "finne situasjoner som kan beskrives som omvendte proporsjonaliteter", hvilket vi tolker dithen at elevene oppfordres til å undersøke omvendt proporsjonalitet, men også at de skal tenke på situasjoner som ligner på hverandre og som oppfyller de samme kriteriene for omvendt proporsjonalitet. Deloppgave a) ber elevene beskrive situasjonen først med ord, deretter med funksjonsuttrykk og med graf. De skal altså først forklare situasjonen, og deretter representere situasjonen ved hjelp av andre representasjonsmåter. Til slutt ber deloppgave b) elevene om å lage egne spørsmål som de deretter skal bytte med en annen gruppe, for så å sammenligne resultatene og oppnå felles forståelse. Dette kodes derfor under underkategoriene *stille spørsmål*, *sammenligne* og *intersubjektivitet*.

3.5 Kildekritiske vurderinger

Ved gjennomføring av innholdsanalyse bør man være kritisk til kildene og stille visse krav til dokumentene som skal analyseres (Grønmo, 2016). Dokumentenes tilgjengelighet, relevans, autentisitet og troverdighet trekkes frem som fire vurderinger man bør gjøre ved valg av dokumenter (Grønmo, 2016, s. 136-137). Innholdsanalysen blir aldri bedre enn dokumentene man arbeider med. Derfor gjennomgikk vi disse fire kildekritiske vurderingene for våre utvalgte dokumenter, matematikklærebøkene, sett opp mot vår studie.

Vurderingene av dokumentenes tilgjengelighet ble gjort i forkant av datainnsamlingen. De utvalgte lærebøkene er fysiske, utgitte bøker som er tilgjengelig for alle. Som tidligere nevnt falt valget på 8.trinns-lærebøkene fremfor et annet trinn, da bøkene for dette trinnet var ferdigstilte og utgitte fra alle de tre forlagene.

De utvalgte dokumentenes relevans for vår studie er det vanskelig å si seg uenig i, da det er lærebøkene for 8.trinn som skal undersøkes. Vi vurderer derfor kildene som høyst relevante for å kunne svare på problemstillingen og forskningsspørsmålene våre.

Dokumentenes autentisitet kan beskrives som å vurdere om dokumentene er ekte og faktisk er det de fremstår som (Grønmo, 2016). I vårt tilfelle er lærebøkene trykte, utgitte lærebøker i matematikk fra tre ulike, store, seriøse norske forlag tilgjengelig for offentligheten. Lærebøkene er tatt i bruk i flere klasserom over hele landet. Vi har lånt bøkene gjennom offentlig bibliotek, og det er dermed utenkelig at lærebøkene er falske eller noe annet enn det de utgir seg for å være, nemlig elevenes lærebok i matematikk for 8.trinn.

Troverdigheten til dokumentene skal belyse om vi har tillit til informasjonen gitt i dokumentene (Grønmo, 2016). I vår studie dreier dette seg om forfatterne av lærebøkene og forlagene som har utgitt dem. Alle forfatterne av de tre utvalgte lærebøkene har en solid matematikkdidaktisk bakgrunn, og samlet sett har de bred erfaring som matematikklærere på barne-, ungdoms- og videregående skolenivå (Aschehoug, 2021a; Cappelen Damm, 2021b; Gyldendal, 2021b). Begrunnelsen for troverdigheten til dokumentene med bakgrunn i forlagene vil være den samme som beskrevet i forrige avsnitt om autentisitet. Utover dette handler dokumentenes troverdighet også om sannsynligheten for at dokumentene har blitt eller kan endres på (Kongelf, 2019, s. 68). Ettersom vi ser på publiserte lærebøker vil ikke lærebøkene som vi har tilgjengelig endre seg før det eventuelt gis ut en ny utgave av dem. Vi anser dermed troverdigheten som høy.

3.6 Forskningsetiske betraktninger

Som forskere har vi en forforståelse og bakgrunn som preger vårt arbeid, og som sammen med våre tolkninger av teksten under analyseprosessen gjør at det er umulig å oppnå fullstendig objektivitet (Miles et al., 2020, s. 7; Tjora, 2017, s. 235) I vår studie har vi forholdt oss til tekster og ikke personer som forskningsobjekter. Personvern, med de etiske aspektene det medfører, har dermed ikke vært noe vi har måttet forholde oss til. Lærebøkene er skrevet av flere forfattere som vi ikke har noen relasjon eller tilknytning til. Tidlig i masteroppgaveprosessen ble vi gjort oppmerksomme på at en av veilederne våre har kjennskap til én eller flere av lærebokforfatterne. Vi ble eksplisitt bedt om å ikke undersøke dette nærmere, noe vi pliktoppfyllende har etterfulgt. Vi har forsøkt å være nøytrale underveis i prosessen og vært bevisste på å ikke la oss styre av personlige oppfatninger om de ulike bøkene under kodingen, analysen eller når diskusjonsdelen skulle skrives frem.

3.7 Reliabilitet og validitet

Reliabilitet refererer til datamaterialets pålitelighet, og det skilles gjerne mellom ekstern og intern reliabilitet (Grønmo, 2016, s. 240-241). Den eksterne reliabiliteten knyttes til repliserbarhet, og omhandler hvorvidt og i hvilken grad studien kan gjennomføres identisk av andre. Oppgavens kvalitative art gjør det vanskelig for andre å oppnå full repliserbarhet, grunnet vår personlige tolkningen av materialet. En fordel med innholdsanalysen vår er at vi unngår reaktivitet siden dokumentene som skal analyseres i vår studie er publiserte, tilgjengelige for allmenheten (Grønmo, 2016, s. 16, 180). Dette øker reliabiliteten ettersom dokumentene ikke påvirkes av at datainnsamlingen gjennomføres og tekstene blir ikke endret som følge av at de analyseres (Grønmo, 2016, s. 180). Vi har etterstrebet høy grad av transparens (Tjora, 2017, s. 248-249; Thagaard, 2018 s. 188-189) ved å beskrive fremgangsmåten og kodingskategoriene våre detaljert, i tillegg til at vi trekker frem eksempler for å tydeliggjøre kodingene våre.

Den interne reliabiliteten i prosjektet anser vi som høy, ettersom det har vært stor grad av samsvar mellom de involverte partenes forståelse knyttet til det anvendte datamaterialet (Thagaard, 2018, s. 188). Vi er to forskere i dette prosjektet og har aktivt benyttet oss av member checking for å forsikre oss om at vi har felles forståelse av kodingen (Creswell, 2013; Grønmo, 2016; Johnson & Christensen, 2013; Saldaña, 2013). I tillegg til individuell og felles koding, samt en ekstra gjennomgang av kodingen, har vi underveis også hatt en kontinuerlig og konstruktiv dialog med våre veiledere, som sammen med medstudenter har gitt konstruktive og kritiske tilbakemeldinger til arbeidet vårt. Summen av dette mener vi har bidratt til å øke studiens reliabilitet.

Validitet refererer til datamaterialets gyldighet med hensyn til problemstillingen som belyses (Grønmo, 2016, s. 251). Vi vil trekke frem innholdsvaliditet, på bakgrunn av at vi har brukt kvalitative data til å avklare kodingskategorier i vår studie (Grønmo, 2016, s. 254). Man kan spørre seg om det teoretiske rammeverket vårt, inkludert kodingskategoriene vi har kommet frem til, er et godt nok utgangspunkt for analysering av matematikkoppgavene. Vi anser antall læreverk og antall oppgaver vi har gjennomgått som tilstrekkelig, men for å øke validiteten ytterligere kunne det vært fordelaktig å ta for seg flere emneområder i bøkene. I oppgaven har vi redegjort for vårt teoretiske ståsted for å etterstrebe teoretisk transparens, noe som gjør at leseren kan vurdere våre tolkninger og resultater i lys av vårt ståsted.

Ekstern validitet beskrives ofte som studiens overførbarhet eller generaliserbarhet, og knyttes til i hvor stor grad forskningsresultatene kan overføres til andre reelle sammenhenger (Grønmo, 2016; Thagaard, 2018). Gjennom å analysere tre lærebøker, kan vi delvis argumentere for at vår studies eksterne validitet er bedre enn dersom vi hadde sett på to. Imidlertid valgte vi ut kun ett emneområde i matematikkfaget, og analyserte ikke lærebøkene i sin helhet, noe som bidrar til å svekke oppgavens validitet. En sentral målsetting for kvalitative studier er at enkeltstudier skal ha generell relevans, slik at andre skal kunne nyttiggjøre seg av resultater og funn (Grønmo, 2016, s. 254; Miles et al., 2020, s. 307-308). Dette er vanskelig å oppnå, da våre resultater er tett knyttet opp til den utvalgte delen av lærebøkene vi har analysert, og dermed ikke kan sies å ha noen direkte overføringsverdi til andre dokumenter. Vi anser likevel at vår studie kan ha relevans for skolesektoren i forbindelse med bevisstgjøring av skoleledere og lærere ved valg av lærebok som skal benyttes i undervisningen. Mange ungdomsskoler står trolig overfor valg av ny matematikklærebok i disse dager. Vi antar at vårt utvalg av lærebøkene til analyse er et representativt utvalg av de respektive lærebøkene som en helhet, slik at vår studie kan bidra til å vise hva de ulike lærebøkene representerer med tanke på utforsking, problemløsing, samarbeid og kommunikasjon.

4 Presentasjon av resultater

I dette kapittelet vil vi presentere resultatene som er utfallet av analysen vi har gjennomført. Resultatene blir presentert slik de er tenkt å kunne bidra til å besvare forskningsspørsmålene våre. Som nevnt i kapittel 3 (s. 43) er antall oppgaver som er utgangspunktet for analysen ulikt i hver lærebok. For at resultatene skal gi mening har vi dermed utjevnet denne forskjellen. Dette har vi gjort ved at vi har telt opp det totale antallet kodingstilfeller for hver lærebok som er oppnådd i NVivo. Ut fra dette kan vi dermed beregne hvor stor andel av det totale antallet kodingstilfeller per lærebok hvert resultat utgjør.

4.1 Forskningsspørsmål 1: Hvordan belyses og hvor fremtredende er utforsking og problemløsing i oppgavetekstene?

De kvantitative fremstillingene av resultatene vil brukes som inngangsport til å dykke ned i hovedkategoriene *utforsking* og *problemløsing* med de respektive underkategoriene, for å bidra til å besvare forskningsspørsmålet vårt. Dermed faller det seg naturlig å starte med å presentere kvantitative resultater som viser hvor fremtredende *utforsking* og *problemløsing* er i hver enkelt av de tre lærebøkene, og i lærebøkene samlet. Deretter vil vi trekke frem resultater som viser hvordan begrepene belyses i oppgavetekstene.

Utforsking er den hovedkategorien som har flest kodingstilfeller knyttet til seg. Når vi utjevner resultatene med hensyn på antall totale kodingstilfeller i funksjonskapittelet, viser det seg at det er forholdsvis stor likhet mellom de tre lærebøkene når det gjelder hvor fremtredende *utforsking* som hovedkategori er. Det er ingen av lærebøkene som i stor grad utpeker seg som mer eller mindre utforskende enn de andre.

	Utforsking	Andel av totale kodingstilfeller
Maximum 8	125	32,6 %
Matematikk 8	38	34,5 %
Matemagisk 8	123	36,6 %

Tabell 5: Antall totale kodingstilfeller i hovedkategorien utforsking, og utjevning ut fra antall totale kodingstilfeller, per lærebok.

Dersom vi tar for oss hvordan kodingstilfellene for *utforsking* er fordelt innunder de respektive underkategoriene viser det seg at det, totalt sett, er lagt størst vekt på at elevene skal se sammenhenger.

	Utforsking	Generalisere	Prosessbeskrivelse	Sammenheng	Sammenligne	Undersøke
Maximum 8	125	15	4	50	34	22
Matematikk 8	38	7	0	12	3	16
Matemagisk 8	123	11	11	60	17	24
Totalt	286	33	15	122	54	62

Tabell 6: Fordeling av kodingstilfellene til utforsking summert og fordelt i underkategorier per lærebok.

At det er lagt størst vekt på at elevene skal se sammenhenger er spesielt tydelig i Maximum 8 og Matemagisk 8 som har størst andel kodingstilfeller i nettopp denne underkategorien med respektive 50 av 125 (40%) og 60 av 123 (48,8%). Matematikk 8 har den laveste andelen med 12 av 38 (31,6%) kodingstilfeller. Maximum 8 utpeker seg ved å være den læreboka som legger størst vekt på å *sammenligne* som en del av utforsking. Kodingstilfellene i denne underkategorien utgjør 27,2% av totalt antall kodingstilfeller, mot 13,8% i Matemagisk 8 og 7,9% i Matematikk 8.

Etter underkategorien *sammenheng,* har Matemagisk 8 en ganske jevn fordeling av kodingstilfeller i de resterende underkategoriene, mens det i Maximum 8 og Matematikk 8 utpeker seg underkategorier med svært få kodingstilfeller. *Prosessbeskrivelse* er den underkategorien med færrest kodingstilfeller totalt, og er også den av underkategoriene som har færrest kodingstilfeller i Maximum 8 og ingen kodingstilfeller i Matematikk 8. Få kodingstilfeller i *prosessbeskrivelse* kan antyde at vektlegging av fremgangsmåtene i oppgaveløsingen generelt er lite fremhevet i dette kapittelet i lærebøkene. Matemagisk 8 står for 11 av de totalt 15 kodingstilfellene, og er dermed den læreboka av de tre, som i størst grad oppfordrer til bevisstgjøring rundt fremgangsmåter. Videre antyder resultatene at Matematikk 8 er den av lærebøkene som i størst grad har en undersøkende tilnærming når det kommer til utforsking i sine oppgavetekster. Dette vises ved at 42,1% av kodingstilfellene er plassert i underkategorien *undersøke*.

De kvantitative fremstillingene av resultatene for fordelingen av hovedkategorien *problemløsing* i de tre lærebøkene viser at denne delen av kjerneelementet i liten grad er vektlagt i funksjonskapitlene.

	Problemløsing	Andel av totale kodingstilfeller
Maximum 8	38	9,9 %
Matematikk 8	4	3,6 %
Matemagisk 8	29	8,6 %

Tabell 7: Oversikt over antall kodingstilfeller til hovedkategorien problemløsing, og utjevning ut fra antall totale kodingstilfeller, per lærebok.

Det er allikevel en antydning til at Matemagisk 8 og Maximum 8 har et noe større fokus på dette enn Matematikk 8, men i det totale bildet er forskjellen relativt liten.

Dersom vi ser på fordelingen av kodingstilfeller i de respektive underkategoriene, viser det seg at det totalt sett er stor overvekt av å *fremme problemløsingskompetanse*. Det er dermed få tilfeller av rene problemløsingsoppgaver i funksjonskapitlene i de tre lærebøkene.

	Problemløsing	Fremme problemløsings-kompetanse	Ingen gitt fremgangsmåte
Maximum 8	38	25	8
Matematikk 8	4	2	2
Matemagisk 8	29	19	8
Totalt	61	46	18

Tabell 8: Kodingstilfellene summert i hovedkategorien problemløsing og fordelt i underkategorier per lærebok.

De fire kodingstilfellene av *problemløsing* i Matematikk 8 er helt jevnt fordelt i hver av de to underkategoriene, mens det er en klar tendens i Matemagisk 8 og Maximum 8 at det er lagt mest vekt på å *fremme problemløsingskompetanse*.

På bakgrunn av studiens overordnede intensjon om å undersøke hvordan det legges til rette for kjerneelementet *utforsking og problemløsing* i oppgavetekstene, vil vi også trekke frem hvor stor del kjerneelementet samlet sett utgjør av det totale antallet kodingstilfeller for hver enkelt lærebok.

	Totalt antall kodingstilfeller	Utforsking og problemløsing samlet	Andel utforsking og problemløsing av totalt antall kodingstilfeller
Maximum 8	384	163	42,4 %
Matematikk 8	110	42	38,2 %
Matemagisk 8	336	152	45,2 %

Tabell 9: Utforsking og problemløsing samlet, som ett kjerneelement, sett i sammenheng med totalt antall kodingstilfeller per lærebok.

Resultatene viser at ingen av lærebøkene utpeker seg i betydelig grad når det gjelder å vektlegge *utforsking og problemløsing* samlet sett. Som et samlet kjerneelement viser resultatene at *utforsking og problemløsing* utgjør en stor andel av kodingstilfellene i alle de tre lærebøkene, og kan dermed i stor grad sies å være fremtredende i oppgavetekstene.

Hvordan *utforsking* og *problemløsing* belyses i lærebøkenes oppgavetekster vil være avhengig av ordlydene. I noen tilfeller bes elevene direkte for eksempel om å utforske, undersøke, sammenligne for å finne likheter og ulikheter, eller forklare hvordan de går frem eller tenker når de løser en oppgave. Dette anser vi da som lærebøkenes måte å direkte oppfordre elevene til utforsking. Et eksempel på en mer indirekte oppfordring til dette kommer til syne i oppgave 3.49 b) og c) i Maximum 8 (Tofteberg et al., 2020, s. 192).

3.49 Samarbeid to og to.

a Lag verditabell og tegn grafene til funksjonene uten digitale hjelpemidler.

1 $y = \frac{24}{x}$ **2** $y = \frac{2}{x}$ **3** $y = \frac{-8}{x}$

Ta utgangspunkt i grafene dere tegnet, og svar på spørsmålene i b og c.

b Hva skjer med grafen når verdien i telleren i brøken endrer seg fra positiv til negativ?

c Hva er forskjellen på grafen når telleren i brøken er et tall nær 0, og når telleren i brøken er et tall lenger unna 0?

Figur 16: Oppgave 3.49 fra Maximum 8 (Tofteberg et al., 2020, s. 192).

I oppgaven blir elevene bedt om å si noe om hva som skjer med grafen og hvordan den endrer seg dersom kriteriene endres.

En annen utforskende oppgavetype, er oppgavetekster som stiller spørsmål elevene ikke kan finne svar på ved å bruke læreboka. Dermed må elevene utforske ved å finne informasjonen de trenger for å løse oppgaven andre steder enn i læreboka. Et eksempel på en slik oppgave er:

Figur 17: Utforskende oppgave fra Matematikk 8 (Hjardar & Pedersen, 2020, s. 245) hvor elevene må ut av læreboka for å finne svaret.

Et typisk trekk ved alle de tre lærebøkene er at det i starten av kapittelet presenteres oppgaver som stiller åpne, utforskende spørsmål før temaet er inngående presentert eller gjennomgått.

Figur 18: Forside kapittel 9 i Matemagisk 8 (Kongsnes & Wallace, 2020, s. 238-239).

Kapittel 9 i Matemagisk 8 har en overskrift som forklarer hva det skal handle om, og bildene under viser tydelig forskjellige måter å arbeide med nettopp dette temaet på. Forsiden viser en klar undersøkende tilnærming gjennom spørsmålene under overskriften, som inviterer elevene til å se sammenhenger og undersøke, både ved hjelp av bilde og tekst.

Figur 19: Forside kapittel 4 i Matematikk 8 (Hjardar & Pedersen, 2020, s. 238-239).

I Matematikk 8 inneholder forsiden til funksjonskapittelet nøkkelbegreper og mål for temaet, samt et bilde som illustrerer hva som kommer i kapittelet med både praktiske og teoretiske tilnærminger. Den første oppgaven er plassert øverst på den etterfølgende siden.

▶ *Hvordan vil du forklare hvor de ulike brikkene er plassert?*

Bestemme et punkt

På et sjakkbrett har vi behov for å navngi ulike felt eller posisjoner. Hvert felt på sjakkbrettet har sin egen kode som forteller hvor på brettet feltet ligger. Koden består av én bokstav og ett tall, for eksempel A5. Bokstaven forteller hvor langs den vannrette siden feltet er, og tallet forteller hvor langs den loddrette siden feltet er. Bokstavene og tallene kaller vi *koordinater*.

Vi oppgir alltid koordinaten på den vannrette siden av sjakkbrettet først. Den kaller vi *førstekoordinaten*. Koordinaten på den loddrette siden av brettet kaller vi *andrekoordinaten*.

240 MATEMATIKK 8 GRUNNBOK

Figur 20: Første side etter forsiden av kapittel 4 i Matematikk 8 (Hjardar & Pedersen, 2020, s. 240).

Spørsmålet «Hvordan vil du forklare hvor de ulike brikkene er plassert?» (Hjardar & Pedersen, 2020, s. 240), er åpent og fordrer en utforskende tilnærming.

Figur 21: Forside kapittel 3 i Maximum 8 (Tofteberg et al., 2020, s. 154-155).

Forsiden til funksjonskapittelet i Maximum 8 består av et bilde av avansert teknologi for å representere funksjoner som tema. Videre har de trukket frem matematikkord som er typiske begreper elevene vil møte på i temaet. Introduksjonsoppgaven til kapittelet er plassert nederst på siden og tilsier at elevene kan undersøke, se sammenhenger og generalisere.

Selv om forsidene til funksjonskapitlene i hver av lærebøkene inneholder litt ulike elementer, vektlegger alle tre lærebøker en form for praktisk representasjon av temaet i bildet eller illustrasjonen som hører til. De fremmer en utforskende tilnærming til temaet før det er presentert mer inngående enn tittelen på kapittelet og tilhørende bilde eller illustrasjon, samt eventuelle mål og begreper.

Vedrørende *problemløsing* er dette et ord som ikke nevnes i funksjonskapitlenes oppgavetekster i noen av lærebøkene. Problemløsingsoppgaver er dermed ikke eksplisitt kalt problemløsingsoppgaver eller problemer, og det er heller ikke fremhevet at enkelte fremgangsmåter spesifikt kan hjelpe elevene med problemløsing eller bidra til økt problemløsingskompetanse. Problemløsing blir dermed å anse som noe elevene implisitt blir bedt om å gjøre, men det tydeliggjøres ikke direkte overfor dem gjennom ordlyden i oppgavetekstene. Dette kommer eksempelvis til syne ved at oppgavene enten ikke har noen tydelig fremgangsmåte i selve oppgaveteksten, eller at den ikke har noen tilsvarende oppgaver eller eksempler som er tidligere beskrevet for elevene. Et eksempel på en oppgave som verken har en tydelig fremgangsmåte eller eksempler med gitte metoder før oppgaven, og som i tillegg kan løses på flere ulike måter, er «snakke-matte»-oppgaven i figur 22.

SNAKKE MATTE

Arne mener at han nå har funnet ut at alle rette linjer er grafen til en funksjon.
Nina er uenig og vil vise at hun har rett ved å tegne en rett linje som ikke er grafen til en funksjon. Gi Nina råd om hvordan hun skal tegne en linje som viser at hun har rett.

Figur 22: Oppgave uten tydelig fremgangsmåte eller gitte metoder (Kongsnes & Wallace, 2020, s. 232).

Oppgaver som vi tolker til å være ment å fremme problemløsingskompetanse oppfordrer elevene direkte eller indirekte til å løse oppgaven ved hjelp av en bestemt metode. Direkte oppfordringer vedrørende fremgangsmåter er eksempelvis at elevene bes om å gjette og sjekke eller lage en figur, modell eller tegning av det oppgaven gir informasjon om, slik at de kan bruke denne til å løse oppgaven. Et eksempel på oppgavetekst som ber elevene illustrere informasjonen de får i oppgaveteksten er oppgave 3.31 a) og c) i Maximum 8 (Tofteberg et al. 2020, s. 179).

3.31 Samarbeid to og to.
En vanntank har form som et rett prisme. Tanken har disse målene: $l = 120$ cm, $b = 80$ cm og $h = 100$ cm. Tanken har en kran, og når denne er helt åpen, renner det ut 5 L vann per minutt.

a Lag en figur eller modell av vanntanken.

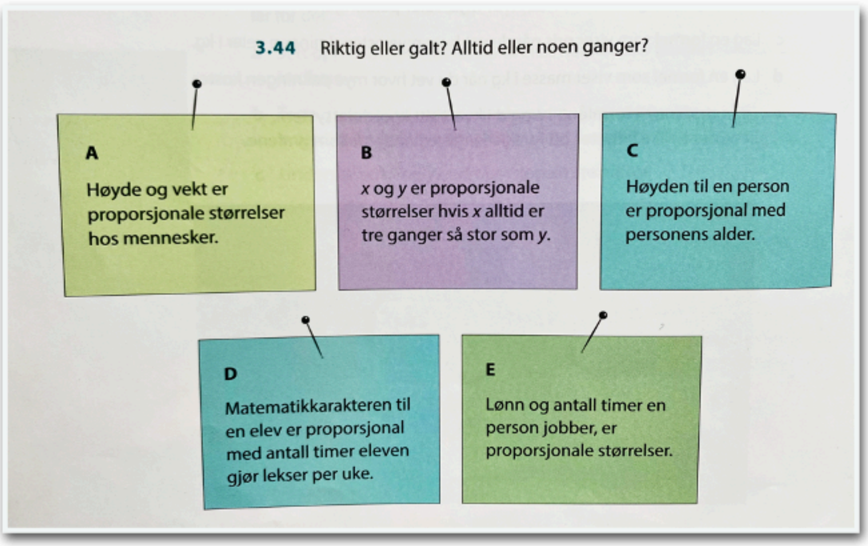
b Dere skal lage en matematisk modell som beskriver vannvolum i tanken som funksjon av tiden etter at kranen åpnes helt. Diskuter hvilke forutsetninger dere må gjøre for modellen. Lag et funksjonsuttrykk, og tegn grafen til funksjonen i et koordinatsystem. Lag tre spørsmål til grafen, og bytt oppgaver med en annen gruppe.

c Lag en tegning av tre andre tanker med andre mål. Disse har samme kran, som det renner like mye vann ut av per minutt. Fungerer modellen deres også for disse tankene?

Figur 23: Oppgave 3.31, eksempel på problemløsingsmetodene illustrere og vurdere (Tofteberg et al., 2020, s. 179).

Denne oppgaven innebærer også indirekte oppfordring til bruk av problemløsingsmetodene *vurdere,* ved at elevene skal diskutere hvilke forutsetninger som må gjelde for modellen, samt å svare på om modellen deres fungerer for de andre tankene.

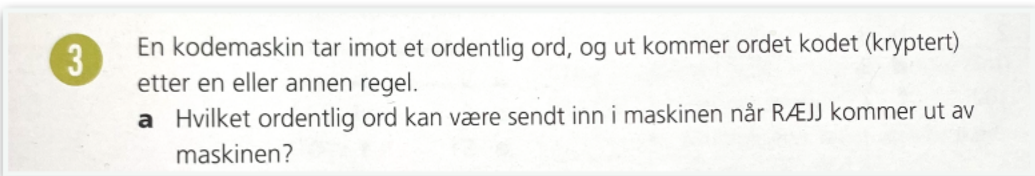
Et annet eksempel på oppgavetekst som indirekte oppfordrer til å benytte problemløsingsmetoder er oppgave 3.44 i Maximum 8.



Figur 24: Oppgave 3.44 med indirekte oppfordring til å benytte seg av problemløsingsmetoden vurdere (Tofteberg et al., 2020, s. 186).

Oppgaven stiller to spørsmål til påstandene som følger, uten å bruke ordet vurdere, selv om det er denne formen for problemløsingskompetanse elevene sannsynligvis skal trene på.

Andre eksempler på at lærebøkene indirekte ønsker å fremme problemløsingskompetanse er at elevene får svaret, og skal komme frem til hva utgangspunktet er, som vist i figur 25.



Figur 25: Eksempel på oppgave som fremmer problemløsingskompetanse ved at elevene skal arbeide baklengs (Kongsnes & Wallace, 2020, s. 211).

Resultatene som her er trukket frem viser at det totalt sett i de tre lærebøkene er en stor overvekt av *utforsking* sammenlignet med *problemløsing.* Videre er det å se *sammenheng* den mest fremtredende delen av *utforsking,* mens *prosessbeskrivelse* er den minst fremtredende.

Matemagisk 8 er den læreboka som fremhever seg mest ved å ha den jevneste fordelingen av kodingstilfeller mellom de fem underkategoriene, mens Maximum 8 utpeker seg som den læreboka av de tre som også vektlegger å *sammenligne* som en stor del av utforsking. Matematikk 8 er den læreboka som i størst grad har en undersøkende tilnærming i sine oppgavetekster, samtidig som den er den læreboka som i minst grad vektlegger fremgangsmåter ved at den ikke har noen kodingstilfeller i underkategorien *prosessbeskrivelse.* Videre viser resultatene at *problemløsing* utgjør en veldig liten del av oppgavetekstene vi har undersøkt. Av de tre lærebøkene er det Matemagisk 8 og Maximum 8 som har flest kodingstilfeller under denne hovedkategorien. Majoriteten av disse kodingstilfellene inngår i underkategorien å *fremme problemløsingskompetanse,* og det er dermed få tilfeller av rene problemløsingsoppgaver i kapitlene om funksjoner i de tre lærebøkene. For å fremme problemløsingskompetanse hos elevene blir de bedt direkte eller indirekte om å bruke problemløsingsmetoder for å besvare oppgaven, men det er ingen direkte henvisning til at metoden de blir bedt om å bruke er en problemløsingsmetode.

For å besvare forskningsspørsmålet vårt vil vi i diskusjonsdelen av masteroppgaven koble presentert teori opp mot funnene vi har gjort i vår analyse.

4.2 Forskningsspørsmål 2: Hvordan og i hvilken grad oppfordrer oppgavetekstene elevene til samarbeid og kommunikasjon?

Først vil vi presentere overordnede resultater kvantitativt for *Samarbeid* og *Kommunikasjon*, før vi går grundigere ned i den mer finmaskede analysen ved hjelp av underkategorier for å se hvilke resultater analysen vår antyder. I de kvantitative fremstillingene av resultatene kommer det tydelig frem i hvilken grad oppgavetekstene i de ulike lærebøkene oppfordrer til samarbeid og kommunikasjon, mens våre kvalitative resultater belyser hvordan samarbeid og kommunikasjon kommer til syne i oppgavetekstene.

	Samarbeid	Andel av totale kodingstilfeller
Maximum 8	67	17,4 %
Matematikk 8	2	1,8 %
Matemagisk 8	3	0,9%

Tabell 10: Oversikt over antall kodingstilfeller i hovedkategorien samarbeid, og utjevning ut fra antall totale kodingstilfeller.

I hovedkategorien *samarbeid* utpeker Maximum 8 seg spesielt sammenlignet med de to andre bøkene. Dette fremkommer også tydelig dersom vi ser på utjevningen, med utgangspunkt i antall kodingstilfeller for *samarbeid* av totalt antall kodingstilfeller. Vi ser dermed en klar tendens til at oppgavetekstene i Maximum 8 i stor grad oppfordrer til samarbeid når oppgavene skal løses. Dette kommer til syne gjennom ordlyden i oppgavetekstene i Maximum 8 som legger samarbeid som premiss for hele eller deler av oppgaven. Eksempler på ordlyder som eksplisitt oppfordrer til samarbeid fra Maximum 8 er: «samarbeid to og to», «jobb sammen to og to», «samarbeid to eller tre», «jobb to eller tre sammen», «arbeid i par eller små grupper», «samarbeid to og to, og bytt deretter spørsmål med et annet elevpar», «samarbeid i grupper» eller «samarbeid i grupper...bytt deretter med en annen gruppe» (Tofteberg et al., 2020, s. 154-213). Utover å sette premisser for elevene at de skal samarbeide, presiseres det i Maximum 8 hvor mange som skal samarbeide sammen.

		SAMARBEID	
	Samarbeid	Intersubjektivitet	Utføre sammen
Maximum 8	67	10	57
Matematikk 8	2	0	2
Matemagisk 8	3	0	3

Tabell 11: Kodingstilfellene til hovedkategorien samarbeid summert og fordelt i underkategorier.

De få kodingstilfellene som oppfordrer til samarbeid i Matemagisk 8 og Matematikk 8 representerer kun underkategorien *utføre sammen*. Maximum 8 derimot, har sin hovedvekt av kodingstilfeller i *utføre sammen,* men har samtidig 10 kodingstilfeller under *intersubjektivitet.* Boken oppfordrer implisitt til *intersubjektivitet* gjennom følgende eksempler på ordlyder i oppgavetekstene: «sammenlikn resultatet, og finn ut om dere har den samme forståelsen», «hvem er du enig med», «hvis begge er enige, bytter dere roller», «diskuter til slutt om dere alle fire er enige om svarene» (Tofteberg et al., 2020, s. 154-213). Dette kan indikere at Maximum 8 er den eneste av bøkene som har søkelys på at elevene gjennom samarbeid skal forsøke å opparbeide seg felles forståelse innen kapittelet funksjoner.

Under fordelingen av kodingstilfeller i hovedkategorien *kommunikasjon*, gir den kvantitative fremstillingen fra de tre bøkene oss en indikasjon på at Maximum 8 og Matemagisk 8 er noe sterkere representert innen denne hovedkategorien enn Matematikk 8.

	Kommunikasjon	Andel av totale kodingstilfeller
Maximum 8	91	23,7 %
Matematikk 8	15	13,6 %
Matemagisk 8	79	23,5 %

Tabell 12: Oversikt over antall kodingstilfeller i hovedkategorien kommunikasjon, og utjevning ut fra antall totale kodingstilfeller.

Ser vi derimot på antall kodede kommunikasjonstilfeller av totalt antall kodingstilfeller innen funksjonskapittelet, utjevnes forskjellen mellom bøkene noe. Imidlertid ser vi en klar tendens til at Maximum 8 og Matemagisk 8 vektlegger kommunikasjon i større grad enn Matematikk 8. Fordelingen av kodingstilfeller i underkategorier vist i tabell 13, gir oss informasjon om hva slags kommunikasjon lærebøkene legger opp til at elevene skal foreta seg:

		KOMMUNIKASJON				
	Kommunikasjon	Argumentere	Diskutere	Forklare	Stille spørsmål	Lytte
Maximum 8	91	17	25	38	10	1
Matematikk 8	15	0	0	13	2	0
Matemagisk 8	79	11	16	52	0	0

	Argumentere: Muntlig	Argumentere: Skriftlig	Forklare: Muntlig	Forklare: Skriftlig
Maximum 8	4	0	7	1
Matematikk 8	0	0	0	0
Matemagisk 8	6	0	12	0

Tabell 13: Antall kodingstilfeller summert i kommunikasjon med fordeling i underkategorier og nivå 3-kategorier.

Maximum 8 har flest antall kodingstilfeller i hovedkategorien *kommunikasjon*, og disse er fordelt med en hovedvekt på underkategoriene *forklare*, *diskutere* og *argumentere* i synkende rekkefølge. Videre er det 10 kodingstilfeller under å *stille spørsmål,* samt ett kodingstilfelle i underkategorien *lytte*. Ordlyder som oppfordrer elevene til å stille spørsmål i Maximum 8 er eksempelvis «diskuter to og to, og lag minst tre relevante spørsmål som kan besvares ut i fra grafene», «lag tre spørsmål til grafen, og bytt oppgaver med en annen elev», «samarbeid to og to om å lage minst fire relevante spørsmål til grafen» (Tofteberg et al., 2020, s. 154-213). Resultatene viser videre at Matemagisk 8 ikke har noen kodingstilfeller under *stille spørsmål* eller *lytte,* mens Matematikk 8 har to tilfeller av *stille spørsmål*, og de resterende kodingstilfeller er plassert i underkategorien *forklare.*

I oppgavetekstene fra Maximum 8 ser vi ofte at disse eksplisitt oppfordrer til både samarbeid og kommunikasjon i samme oppgavetekst. Dette vises eksempelvis i figur 26 gjennom oppgave 3.40 fra Maximum 8 (Tofteberg et al., 2020, s. 185), der elevene eksplisitt oppfordres til å studere uttrykkene i oppgaven og snakke sammen to og to.

3.40 Studer uttrykkene, og snakk sammen to og to. Hva kan dere si om dem, ut fra det dere har lært om funksjoner til nå?

a $f(x) = x - 4$ **c** $h(x) = 3x^2$ **e** $j(x) = \frac{5}{x}$

b $g(x) = -5x$ **d** $i(x) = \frac{1}{3}x$ **f** $k(x) = \frac{2x}{5}$

Figur 26: Samarbeid og kommunikasjon i oppgave 3.40 fra Maximum 8 som kan fremme begrepsbruk og matematisk forståelse (Tofteberg et al., 2020, s. 185).

På den måten oppfordres elevene til å sette ord kunnskapen og forståelsen de har opparbeidet seg så langt i funksjonskapittelet, gjennom å snakke sammen om de seks funksjonsuttrykkene oppgitt.

Maximum 8 er som nevnt eneste lærebok som har et kodingstilfelle i underkategorien *lytte.*

3.58 **Fra tekst til symboler og omvendt**

a Skriv funksjonene med symboler.
 1 Funksjonen legger 4 til tallet.
 2 Funksjonen ganger tallet med 5 og trekker fra 8.
 3 Funksjonen trekker 8 fra tallet og ganger svaret med 5.
 4 Funksjonen deler tallet på 4.

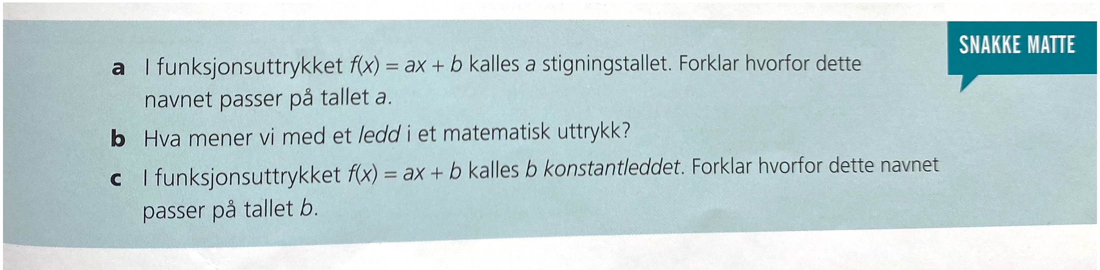
b Skriv funksjonene med ord.
 1 $f(x) = 3x + 1$
 2 $g(x) = x^2$
 3 $h(x) = (10 - x) \cdot 3$
 4 $i(x) = -2x + 7$

c Samarbeid to og to. Argumenter for løsningene dine i a og b, og lytt til den andres løsninger. Er dere enige, eller har dere ulike løsninger?

Figur 27: Oppgave 3.58 fra Maximum 8 (Tofteberg et al., 2020, s. 203)

Ser vi på oppgavens størrelse og ordlyd, fremstår ikke lytting som et hovedelementet, men lytting trekkes likevel eksplisitt frem mot slutten av oppgaven i deloppgave c): «...lytt til den andres løsninger» (Tofteberg et al., 2020, s. 203). Dersom vi ser dette resultatet opp mot helheten av datagrunnlaget vårt, gir det oss en tydelig indikasjon på at det å lytte utgjør en særdeles liten andel av det å kommunisere i lærebøkene.

En av årsakene til at Matemagisk 8 har hele 79 kodingstilfeller i hovedkategorien *kommunikasjon*, kan være at boken skiller seg ut fra de andre to ved at den legger opp til en egen serie oppgaver gjennomgående i hvert kapittel av boken som heter «snakke matte». «Snakke matte»-oppgavene i Matemagisk 8 beskrives i læreboken som oppgaver der elevene skal snakke matte med hverandre, hvor de kan trene på å forklare hvordan de tenker (Kongsnes & Wallace, 2020, s. 4). Alle «snakke matte»-oppgavene er kodet i underkategorien *forklare*, noe som også kan være med på å forklare hvorfor denne underkategorien har så mange tilfeller. En «snakke matte»-oppgave fra Matemagisk 8, der det tydelig kommer til syne at elevene skal forklare matematiske begrep og sette ord på egen matematisk forståelse presenteres i figur 28.



SNAKKE MATTE

a I funksjonsuttrykket $f(x) = ax + b$ kalles a stigningstallet. Forklar hvorfor dette navnet passer på tallet a.

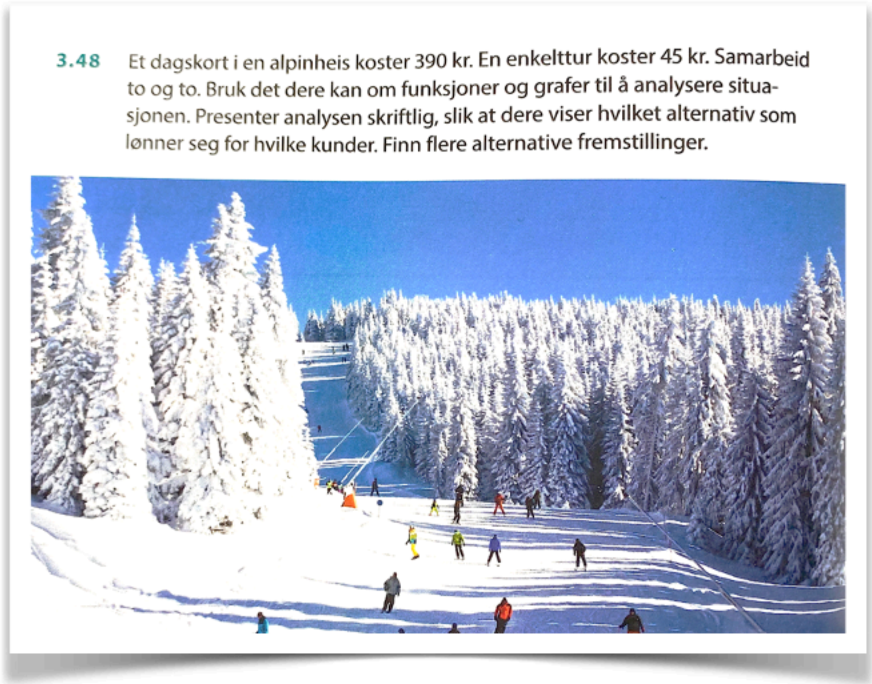
b Hva mener vi med et *ledd* i et matematisk uttrykk?

c I funksjonsuttrykket $f(x) = ax + b$ kalles b *konstantleddet*. Forklar hvorfor dette navnet passer på tallet b.

Figur 28: «Snakke matte»-oppgave fra Matemagisk 8 (Kongsnes & Wallace, 2020, s. 253).

I denne oppgaven er intensjonen at elevene skal sette ord på egen kunnskap og forståelse, og aktivt ta i bruk matematiske begreper gjennom «forklar hvorfor» i deloppgave a) og c), og gjennom «hva mener vi med...» i deloppgave b) (Kongsnes & Wallace, 2020, s. 253).

Den finmaskede kodingen på kategori 3-nivå i tabell 14 (s. 68), gir oss muligheten til å se hvorvidt lærebøkene eksplisitt oppgir om elevene skal uttrykke seg muntlig eller skriftlig i sin kommunikasjon. Tabellen viser at Matemagisk 8 presiserer muntlighet i størst grad av de tre lærebøkene, noe «snakke matte»-oppgavene i stor grad bidrar til, men har ingen eksplisitt oppgavelyd på skriftlig forklaring. Matematikk 8 ikke har ingen presisering om arbeidet skal gjøres skriftlig eller muntlig. I Maximum 8 presiseres imidlertid muntlighet i 11 av 91 oppgaver, og samtidig er det den eneste læreboken der elevene oppfordres eksplisitt til å forklare én av oppgavene skriftlig gjennom ordlyden «Presenter analysen skriftlig...» i oppgave 3.48 (Tofteberg et al., 2020, s. 190) vist i figur 29 (s. 71).


3.48 Et dagskort i en alpinheis koster 390 kr. En enkelttur koster 45 kr. Samarbeid to og to. Bruk det dere kan om funksjoner og grafer til å analysere situasjonen. Presenter analysen skriftlig, slik at dere viser hvilket alternativ som lønner seg for hvilke kunder. Finn flere alternative fremstillinger.

Figur 29: Oppgave 3.48 fra Maximum 8 (Tofteberg et al., 2020, s. 190) som fremhever skriftlighet.

Samlet sett representerer *samarbeid* og *kommunikasjon,* ut fra vårt ståsted i masteroppgaven, det sosiokulturelle perspektivet i lærebøkene.

	Totalt antall kodingstilfeller	Samarbeid og kommunikasjon samlet	Andel samarbeid og kommunikasjon av totalt antall kodingstilfeller
Maximum 8	384	158	41,1%
Matematikk 8	110	17	15,4%
Matemagisk 8	336	82	24,4%

Tabell 14: Samarbeid og kommunikasjon samlet, sett i sammenheng med totalt antall kodingstilfeller.

Eksemplene på oppgaver som er trukket frem her viser en tendens til at samarbeid og kommunikasjon sammenfaller og ofte utfyller hverandre i oppgavetekstene. Tabell 14 viser at Maximum 8, med 41,1%, utpeker seg som den med høyest prosentandel under *kommunikasjon* og *samarbeid* samlet sett av de tre bøkene, etterfulgt av Matamagisk 8 med 24,4% og Matematikk 8 med 15,4%.

5 Diskusjon

Hensikten med studien vår har vært å undersøke lærebøkenes formidling av tilnærmingen til matematikk i lys av LK20, gjennom kjerneelementet *utforsking og problemløsing* og det sosiokulturelle perspektivet. Resultatene vi presenterte i det foregående kapittelet, vil nå diskuteres i lys av forskningsspørsmålene våre og knyttes opp mot tidligere presentert teori.

5.1 Forskningsspørsmål 1: Hvordan belyses og hvor fremtredende er utforsking og problemløsing i oppgavetekstene?

Kjerneelementenes intensjon er å fremheve fagenes egenart, og på den måten bidra til elevenes gradvise progresjon i faget, samt å skape en opplevelse av relevans i faget overfor elevene (Karseth et al., 2020, s. 88; Meld. St. 28, 2015-2016, s. 34; Utdanningsdirektoratet, 2019). Kjerneelementet *utforsking og problemløsing* skal bidra til nettopp dette i matematikkfaget. Oppgaveløsing er og blir en sentral del av opplæringen i faget (Lidenskov, 2003, s. 15), og gjennom oppgavetekstenes ordlyder og oppfordringer til hvordan elevene skal gripe an en oppgave, kommuniseres fagets mål og dets sentrale verdier til elevene via læreboka (Alrø & Skovsmose, 2002; Blomhøj, 2016, s. 15; Kongelf, 2019, s. 22-23). Dette er utgangspunktet for å diskutere funnene i studien vår opp mot den aktuelle teorien.

5.1.1 Utforsking

Et tydelig funn i vår studie er at hovedkategorien *utforsking* fremhever seg som den kategorien med flest kodingstilfeller knyttet til seg. Dette gjaldt alle de tre lærebøkene, og andelen kodingstilfeller var også tilnærmet lik. Resultatet kan anses å støtte opp under at det fra politisk og forskningsmessig hold er ønsket en mer utforskende tilnærming til faget (Artigue & Blomhøj, 2013, s. 797; Blomhøj, 2016, s. 152; Dorier & Maass, 2014, s. 300). I tillegg ble begrepet utforsking ansett som retningsgivende for en fagfornyelse (Meld. St. 28, 2015-2016, s. 16) og går igjen i flere av kompetansemålene i matematikk (Utdanningsdirektoratet, 2020b). Videre tyder resultatene på at det i oppgavetekstene vektlegges og legges opp til en utforskende tilnærming til faget. Funnene våre antyder at dette skjer ved bruk av eksplisitte ordlyder som undersøke eller utforske*,* eller implisitt ved at elevene får spørsmål hvor de eksempelvis ikke kan bruke læreboka til å komme frem til svaret, men er nødt til å søke hjelp andre steder. I resultatene (s. 59) trakk vi frem et eksempel på dette gjennom en oppgave fra Matematikk 8 (Hjardar & Pedersen, 2020, s. 245), der elevene blir spurt om å finne koordinatene til hvor de befinner seg akkurat nå. Koblinger mellom matematikkfaget og den virkelige verden, slik at elevene kan se nytteverdien av faget, kan bidra til at elevene bedre forstår fagets relevans for egen del, og også være engasjerende og fremme nysgjerrighet som er en viktig del av en utforskende tilnærming (Dewey, 1938, s. 140; Harlen, 2015, s. 4; Karseth et al., 2020, s. 88; Skovsmose, 2001, s. 128-129).

En annen sentral del av en utforskende tilnærming til matematikk er å snu på den tradisjonelle måten å presentere nye temaer i faget på. I matematikklæreboka vil dette være knyttet til den strukturelle oppbyggingen. I stedet for å starte med en grundig gjennomgang av et nytt tema med både begreper, eksempler, forklaringer og fremgangsmåter ala *the exposition-examples-exercise model* (Love & Pimm, 1996, s. 386), viser forskning at det er mer hensiktsmessig å starte med å utforske før man deretter beveger seg over i den rene matematikken (Blomhøj, 2016, s. 46; Skovsmose, 2001, s. 129). Våre funn viser at de tre lærebøkene legger opp til en slik utforskende start av temaet funksjoner, ved at kapitlene starter med en åpen, utforskende oppgave. Dette tyder på at det har skjedd en endring i lærebøkenes strukturelle oppbygging i tråd med Blomhøj (2016, s. 46) og Skovsmose (2001) sine anbefalinger, som står i kontrast til Love & Pimm (1996, s. 386). Både Matemagisk 8 og Maximum 8 har plassert den utforskende oppgaveteksten på selve forsiden til kapitlene om funksjoner, mens Matematikk 8 har valgt å plassere den utforskende oppgaven øverst på første side etter kapittelforsiden (s. 60-63). Den tydeligste indikasjonen på en utforskende tilnærming til et nytt tema, mener vi kommer best til syne der den utforskende oppgaveteksten er plassert direkte på kapittelets forside. I Matemagisk 8 er den utforskende oppgaven med bilde av en gondolbane og landskapet rundt, koblet til en virkelig situasjon og oppgaven ber elevene først om å anta bratthet og beskrive med ord, før man trekker inn lengdemål og ber elevene på den måten beskrive ved hjelp av matematikk hvor bratt gondolbanen er. Denne tilnærmingsmåten ligger tett opp til den utforskende tilnærmingen Skovsmose (2001, s. 129) etterlyser, og kan bidra til å skape behov for matematiske metoder og begreper hos elevene, for å løse oppgaven, allerede ved oppstarten av det nye temaet (Blomhøj, 2016, s. 46). Ved hjelp av denne koblingen mellom matematikk og virkelige situasjoner i introduksjonen til et nytt tema, kan en slik type oppgave også fremme fagets relevans tydelig overfor elevene og på den måten medvirke til at elevene oppfatter faget som meningsfullt. Maximum 8 sin introduksjonsoppgave til temaet funksjoner fordrer i likhet med den nevnte oppgaven i Matemagisk 8, en utforskende tilnærming. Oppgaven i Maximum 8, er mer koblet til det matematiske, ved at den viser til en tallmaskin som gjør noe med tall som sendes inn i maskinen, og elevene bes om å forklare hva maskinen gjør med tallene. I tillegg har den elementer av problemløsing i seg, fordi den ikke har noen gitt fremgangsmåte, og den kan løses på flere måter, hvilket fremmer den ønskede utforskende tilnærmingen ytterligere (Skovsmose, 2001, s. 129). Matematikk 8 har derimot valgt å plassere den introduserende utforskende oppgaven på første side etter kapittelforsiden. Vi mener plasseringen kan bidra til at oppgavens utforskende intensjon mister noe av sin kraft ettersom det direkte under oppgaven kommer en forklaring hvor elevene enkelt kan finne svaret på spørsmålet. Dette kan hindre elevene å tenke selv (Karlsen, 2014, s. 20) og finne frem til tidligere ervervet kunnskap, fordi den nødvendige teorien følger direkte etter oppgaven. Selv om alle de tre lærebøkene starter opp temaet funksjoner med en utforskende oppgave, spiller altså oppgavens plassering inn på den totale oppfattelsen av den utforskende tilnærmingen til temaet. Det virker mest hensiktsmessig å plassere disse oppgavene på kapittelets forside uten noen videre eksempler eller teori lett tilgjengelig for å opprettholde den utforskende tilnærmingen til et nytt tema.

Innenfor hovedkategorien *utforsking* har vi fem underkategorier. Som trukket frem i resultatene, er det underkategorien *sammenheng* som er mest fremtredende i antall kodingstilfeller i de tre lærebøkene totalt sett. Dette resonnerer godt med LK20 sin vektlegging av det å se sammenhenger som en viktig del av å utvikle elevenes matematiske kompetanse (Utdanningsdirektoratet, 2020b). I tillegg kan dette bidra til å øke elevenes forståelse av det nye temaet, ved at de kan undersøke sammenhenger mellom funksjoner og praktiske situasjoner, eller mellom funksjoner, matematiske begreper og andre matematiske temaer som elevene tidligere har vært gjort kjent med. Dette kan igjen føre til at elevene blir mer aktive i egen læringsprosess fordi de må finne koblinger mellom nytt tema og tidligere kunnskap (Karlsen, 2014, s. 20; Skovsmose, 2001, s. 123). Ved sammenligning av de tre lærebøkene ser vi, utregnet fra tabell 6 (s. 56), at det er Matemagisk 8 med 48,8% og Maximum 8 med 40%, som i størst grad vektlegger *sammenheng* som det mest fremtredende innenfor utforsking. Resultatene våre indikerer samtidig at Matemagisk 8 er den læreboka som har jevnest fordeling av kodingstilfeller mellom de fem underkategoriene. Den er også den av lærebøkene som i størst grad fremhever *prosessbeskrivelse*. Av 15 kodingstilfeller hos alle de tre lærebøkene, finner vi 11 kodingstilfeller under *prosessbeskrivelse* i Matemagisk 8, mens Maximum 8 har 4, og Matematikk 8 har 0. Beskrivelsen av denne underkategorien innebærer at det i oppgaveteksten skal legges størst vekt på fremgangsmåten, eller at elevene bes om å forklare hvordan de har tenkt eller gått frem når de har forsøkt å løse oppgaven (se vedlegg 1). Vårt teoretiske rammeverk legger spesielt vekt på at utforsking skal ha fokus på prosess fremfor svar (Jensen & Wallace, 2017, s. 6; Utdanningsdirektoratet, 2020b), og at selve prosessen er det essensielle i utforsking (Dewey, 1938, s. 117). Dermed synes vi det er overraskende at underkategorien *prosessbeskrivelse* inneholder færrest kodingstilfeller når vi ser på resultatene fra lærebøkene samlet. Det kan være at denne delen av utforsking er mer til stede i oppgavetekstene i andre temaer i lærebøkene, men ut fra avgrensningen av vår studie har vi ikke grunnlag for å kunne si noe om dette. Vi mener det uansett er oppsiktsvekkende at det er lite eller ingen fokus på dette i henholdsvis Maximum 8 og Matematikk 8.

Et annet resultat som fremhever seg, finner vi i underkategorien *undersøke.* Hos Matemagisk 8 og Maximum 8 utgjør kodingstilfellene av *undersøke* henholdsvis 19,5% og 17,6% mot Matematikk 8 sine 42,1%. Dermed er det Matematikk 8 som i størst grad utpeker seg til å vektlegge en undersøkende tilnærming når det kommer til utforsking i sine oppgavetekster. Dette kan ha sin naturlige forklaring i at det er en jevnere fordeling av kodingstilfeller mellom de fem underkategoriene hos Matemagisk 8 og Maximum 8. Vi anser dermed at disse to lærebøkene har et bredere fokus i sin tilnærming til utforsking enn Matematikk 8, som i hovedsak vektlegger det å *undersøke* og se *sammenheng.* Selv om Matematikk 8 i all hovedsak legger mest vekt på *undersøke,* gjenspeiler dette samtidig godt at man bør ha en utforskende og undersøkende tilnærming til et nytt tema (Blomhøj, 2016, s. 46; Skovsmose, 2001, s. 129). Ettersom kapittelet om funksjoner i Matematikk 8 inneholder langt færre oppgaver enn hva det gjør hos Matemagisk 8 og Maximum 8, har Matematikk 8 også færre muligheter til å implementere mangfoldigheten i *utforsking* som helhet. Fokus på en undersøkende tilnærming til et nytt tema, kan bidra til at elevene opplever at det å løse oppgaver i matematikkfaget i stor grad innebærer undersøkelser og utforsking.

5.1.2 Problemløsing

Hovedkategorien *problemløsing* utgjør den andre halvdelen av kjerneelementet som er utgangspunktet for vår studie. Resultatene viser at denne delen av kjerneelementet har fått liten plass i kapitlene om funksjoner i alle de tre lærebøkene. På bakgrunn av tidligere presentert forskning og teori, ser vi det som rimelig å anta at temaet funksjoner er såpass nytt for elevene på 8. trinn at det i hovedsak er lagt vekt på den utforskende delen av kjerneelementet og dermed også en utforskende tilnærming til det nye temaet. Selv om problemløsing i liten grad viser seg i funksjonskapitlene, viser resultatene våre likevel en tendens til at Matemagisk 8 og Maximum 8 har et noe større fokus på dette enn Matematikk 8. Hovedsakelig vektlegges og fremmes problemløsingskompetanse. Vektleggingen av problemløsingskompetanse fremfor rene problemløsingsoppgaver kan tyde på at lærebøkene ønsker å fremme problemløsingskompetanser og –metoder overfor elevene, slik at elevene har verktøy å ta i bruk når de, for eksempel på høyere årstrinn i skolen, støter på problemer innenfor temaet funksjoner. I tillegg kan det tenkes at denne formen for tilnærming fra lærebøkenes side, også kan bidra til at elevene ser at de samme problemløsingsmetodene kan benyttes på tvers av temaer, slik at de etter hvert blir i stand til å møte ukjente problemer ved å ta i bruk problemløsingsmetodene de har lært (Kilpatrick et al., 2001, s. 124-126; Liljedahl et al., 2016, s. 12; Schoenfeld, 1982; Utdanningsdirektoratet, 2020b).

Når vi skal trekke frem resultater som viser hvordan problemløsing kommer til syne i oppgavetekstene, legger vi til grunn hva vi i teoridelen av denne oppgaven kom frem til at representerte problemløsingsoppgaver og problemløsingsmetoder eller –kompetanser. Kriteriene for at vi skulle kunne kalle en oppgave for en problemløsingsoppgave var at den ikke skulle ha noen gitt fremgangsmåte, verken direkte i oppgaveteksten, eller i tidligere gitte oppgaver eller eksempler i nær tilknytning til oppgaven (Karlsen, 2014, s. 34; Kongelf, 2019, s. 27). I resultatene (s. 64) trakk vi frem en «snakke matte»-oppgave i Matemagisk 8 (Kongsnes & Wallace, 2020, s. 232), hvor det fremkommer to påstander, og den ene skal motbevise den andres påstand. Denne måten å arbeide med matematikken på krever at elevene allerede har opparbeidet seg noe problemløsingskompetanse slik at det finnes problemløsingsstrategier og –metoder som kan anses som tilgjengelige og valgbare for elevene, eller som de kan bruke som grunnlag for å utvikle en metode å løse oppgaven på (Hagland et al., 2005, s. 28; Kongelf, 2019, s. 60-61; Pettersson & Wistedt, 2013, s. 17). Elevene må bruke det de har lært om funksjoner og grafen til en funksjon (den kjente delen av problemet) for å kunne bygge opp under rådene de blir bedt om å gi slik at Nina i oppgaven kan vise at hennes påstand er den riktige (løse den ukjente delen og vurdere gyldigheten til påstanden) (Utdanningsdirektoratet, 2020b). I tillegg er oppgaven definert som en «snakke matte»-oppgave, hvilket utfordrer elevene til å også ta i bruk språket i problemløsingsøyemed (Vygotsky, 1978, s. 25-28).

Videre innebærer problemløsing som kjerneelement også utviklingen av problemløsingsstrategier og –metoder. Derfor har vi sett etter direkte oppfordringer til fremgangsmåter å løse oppgaver på som treffer innunder Kongelf (2019, s. 60-61) sine problemløsingsheurestikker. Vi har trukket frem at oppfordringen til å benytte seg av spesifikke problemløsingsmetoder kan være direkte gjennom ordlyder som «gjett først og sjekk etterpå» (Kongsnes og Wallace, 2020, s. 265) eller «lag en figur eller modell» (Tofteberg et al., 2020, s. 179), men uten at ordet problemløsingsmetode eller problemløsingsstrategi nevnes. Dette kan bidra til å støtte oppunder oppfatningen om at problemløsingskompetanse oftest anses som et mål, og ikke integreres i selve faget (Artigue & Blomhøj, 2013, s. 802). Ettersom problemløsingskompetanse anses som svært viktig for elevenes fremtidige samfunns- og arbeidsliv (Pellegrino & Hilton, 2012; Rasmussen et al., 2020, s. 2) savner vi en tydeligere bevisstgjøring rundt problemløsingskompetanse i oppgavetekstene. I resultatene finnes oppgavetekster som indirekte fremmer en problemløsingsmetode (figur 25, s. 65). Her kunne oppgaven startet med ordlyden «arbeid baklengs» for å gi elevene en tydelig referanse til problemløsingsmetoden de skal øve på i oppgaven. Ved å skrive ordene problem eller problemløsingsmetode i oppgavetekstene, på samme måte som utforsk, undersøk eller lignende, kan viktigheten av problemløsingskompetanse tydeliggjøres bedre for elevene. Selv om oppgaven ikke bruker ordet problemløsingsmetode eller problemløsingsstrategi direkte, er allikevel oppbyggingen av oppgaven med på å gi elevene øvelse i og erfaring med, å legge opp til en strukturert og systematisk tilnærming til å løse oppgaven (Utdanningsdirektoratet, 2020b). Desto flere slike erfaringer og kunnskap om problemløsingsmetoder, jo flere måter å angripe et problem på vil elevene ha til rådighet etter hvert (Liljedahl et al., 2016, s. 12). I tillegg bygges elevenes problemløsingskompetanse opp ved at de blir kjent med måter å gå frem på for å løse oppgaver som de deretter kan anvende selv på andre områder (Utdanningsdirektoratet, 2020b). I de tidligere eksemplene ble problemløsingsmetodene gitt navn som direkte kan kobles til Kongelf (2019, s. 60-61) sine problemløsingsheuristikker. Ettersom oppgavetekstene ikke benytter seg av ordene problemløsing, problemløsingsstrategier, -metoder eller -kompetanse, overlates bevisstgjøringen rundt dette til de omkringliggende faktorene som befinner seg utenfor lærebøkene. Vi mener derfor problemløsing er for lite direkte til stede i lærebøkene.

5.2 Forskningsspørsmål 2: Hvordan og i hvilken grad oppfordrer oppgavetekstene elevene til samarbeid og kommunikasjon?

Med det vi anser som LK20 sin sosiokulturelle tilnærming til læring og utvikling som bakteppe, var et av våre formål med studien å se hvordan dette formidles til elevene i matematikkfaget (Kunnskapsdepartementet, 2017). Ettersom vi i vår studie ser på oppgavetekster i publiserte lærebøker, vil det sosiokulturelle perspektivet representeres gjennom oppgavetekstenes oppfordring til samarbeid og kommunikasjon i matematikklærebøkene. Oppgavetekstenes formulering kan bidra til å indikere overfor elevene hva som er viktig i matematikkfaget og hvilke arbeidsmetoder eller fremgangsmåter som kan og bør benyttes i arbeidet med faget.

Våre resultater under hovedkategorien *samarbeid* (tabell 10, s. 67) viser at Maximum 8 utpeker seg med 67 kodingstilfeller sammenliknet med Matematikk 8 med 2 kodingstilfeller og Matemagisk 8 med 3 kodingstilfeller. Funnene våre indikerer at Maximum 8, gjennom å eksplisitt oppfordre til samarbeid i hele eller deler av oppgavene, har en tydelig sosiokulturell forankring. Oppgavene legger i stor grad til rette for læring og utvikling hos elevene gjennom samarbeid, der kunnskap konstrueres ved samhandling med andre, og der elevenes individuelle matematiske forståelse både kan genereres og fremmes (Dysthe, 2001, s. 42; Vygotsky, 1978, s. 57; Wittek, 2012, s. 54). Ved at Maximum 8 konkret uttrykker hvor mange som skal arbeide sammen, mener vi læreboka kan bidra til økt læring hos elevene ettersom hvem elevene samarbeider med og variasjon i samarbeidsform er av stor betydning (Vygotsky, 1978). Gjennom oppgavetekstenes formuleringer og tydelige oppfordringer om samarbeid forstår vi det som at Maximum 8 verdsetter samarbeidets betydning for elevenes potensielle lærings- og utviklingsmuligheter (Bråthen & Thurmann-Moe, 1996, s. 125, Vygotsky, 1978 s. 86). Oppgaver som oppfordrer elevene til samarbeid to og to, muliggjør at elevene eksempelvis kan jobbe sammen med en læringspartner de er trygge på, som kan være en medelev med annen kompetanse, og åpner dermed for læring- og utvikling innen den proksimale utviklingssonen (Säljö, 2001, s. 126; Vygotsky 1978, s. 86). Når ordlyden i oppgavene lyder «å jobbe to eller tre sammen» kan gruppen utvides med en person og elevene utfordres dermed til å jobbe sammen med flere personer. Variasjon i den eksplisitte ordlyden i Maximum 8 for samarbeid som vi trakk frem i resultatene som «samarbeid to og to», «samarbeid i små grupper», «arbeid i par eller små grupper» (Tofteberg et al., 2020, s. 154-213), bidrar til variasjon i samarbeidet og kan medvirke til at flere elever får mulighet til å arbeide innenfor den proksimale utviklingssonen (Säljö, 2001, s. 126; Vygotsky, 1978, s. 86). Da kan elevene gjennom sine ulike kompetanser og kunnskaper fungere som gjensidige stillas og medierende redskaper for hverandre slik at deres lærings- og utviklingspotensiale øker (Bråthen & Thurmann- Moe, 1996, s. 125; Franke et al., 2007 s. 228; Mercer &Littleton, 2007, s.15; Säljö, 2001, s. 83; Schoenfeld, 2013, s.19-20; Vygotsky 1978, s. 20-26).

Samarbeid er i stor grad avhengig av kommunikasjon, og kommunikasjon er ikke mulig uten et språk. På den måten kommer språkets betydning for den matematiske samtalen og matematiske forståelsen tydelig frem gjennom oppgavetekstene som oppfordrer til *samarbeid* og *kommunikasjon*. Språket vil dermed fungere som elevenes intelligente medierende redskap og muliggjør kommunikasjonen i matematikkoppgavene (Säljö, 2002, s. 36; Vygotsky, 1978, s. 24). Det forutsettes at elevene evner å sette ord på egne tanker for å kunne kommunisere, noe som konkret gjenspeiler at språk og tanke er uløselig knyttet sammen og sammen utgjør en viktig del av læringen (Karlsen 2014, s. 30; Vygotsky, 1978; Vygotskij et al., 2001, s. 219-220; Wittek 2012, s. 57). Samarbeid, kommunikasjon og språkets sentrale rolle gjenspeiles også i underkategorien *å stille spørsmål,* der Matematikk 8 representert med 2 kodingstilfeller i Matematikk 8 og Maximum 8 med 10 kodingstilfeller. Når man stiller spørsmål kan det i et sosiokulturelt læringsperspektiv forstås som at man anvender språket som medierende redskap for å lære (Säljö, 2001, s. 76-78; 2016, s. 108; Vygotsky, 1978, s. 24, 40). Å stille relevante spørsmål krever refleksjon, og kan således bidra til å tydeliggjøre enhetsperspektivet der tanke og språk uløselig er knyttet sammen (Wittek, 2012, s. 57). Samtidig kan det å stille spørsmål bidra til å øke elevenes matematiske forståelse ved at de må strukturere kunnskapen sin og evne å sette ord på hva de ikke forstår. Vi mener derfor at det i større grad bør fremkomme eksplisitt i oppgavetekstene at elevene skal stille spørsmål, ettersom det vil kunne sette i gang en refleksjonsprosess hos elevene.

I våre resultater (s. 69) har vi har trukket frem oppgave 3.40 i Maximum 8 (Tofteberg et al., 2020, s. 185), ettersom det er en sammensatt oppgave som krever samarbeid, refleksjon, kommunikasjon, begrepskunnskap og stor grad av matematisk forståelse. Vi vil påstå at oppgaven er representativ for læring i et sosiokulturelt perspektiv, da den gjennomgående legger opp til samarbeid, reformulering og deling av kunnskap gjennom den matematiske samtalen (Maagerø & Skjelbred, 2010, s.153; Säljö, 2016, s. 105). Som en viktig del av læringsprosessen må elevene sette ord på egne tanker (Karlsen 2014, s. 30) og anvende språket for å formulere egen forståelse og fortolkninger av funksjonsuttrykkene, og på den måten nyttiggjøre seg av erfaringer sammen med en medelev (Säljö, 2016, s. 105; Vygotskij et al., 2001, s. 219-220; Wittek 2014, s. 87). Oppgaven er videre et godt eksempel på at språk og tanke uløselig er knyttet sammen, ettersom vi tenker ved hjelp av språket, samtidig som språket anvendes til å uttrykke tankene (Vygotsky, 1978; Wittek 2012, s. 57, Vygotskij et al., 2001, s. 219-220). Oppgavens plassering, tretti sider inn i funksjonskapittelet i læreboka, tilsier at elevene systematisk skal ha opparbeidet seg kunnskap både om funksjoner og vitenskapelige begreper de kan anvende, når de i fellesskap skal snakke om de seks funksjonsuttrykkene oppgitt i oppgaveteksten (Vygotskij, et al., 2001, s. 136-137). Utvikling av begrepsforståelse er som tidligere nevnt en kontinuerlig, utfordrende og tidkrevende prosess for elevene (Vygotsky, 1986, s. 194; Sfard, 1991, s. 18-19). Viktigheten av elevenes begrepsinnlæring og begrepsforståelse kommer tydelig frem i denne oppgaven, ettersom elevene har behov for de faglige begrepene for å kunne uttrykke seg presist overfor hverandre. Elevenes språk og innlærte fagbegreper vil fungere som medierende redskap i kommunikasjonen og interaksjonen, og spiller dermed en viktig rolle både for både deltakelsen og læringen (Franke et al., 2007, s. 228; Vygotsky, 1978, s. 24; Wells, 2007). Interaksjon og deltakelse gjennom oppgaver som oppfordrer elevene til å snakke faglig og samarbeide, gir elevene muligheten til å aktivere faglig kunnskap, begreper og på den måten egen læring, ettersom elevene ikke arbeider i et vakuum på egenhånd (Franke et al., 2007, s. 228; Schoenfeld, 2013, s. 19-20). På bakgrunn av dette mener vi at oppgaver som denne legger til rette for eksplorerende samtaler med kreativ felles tenkning, der elevene bidrar aktivt i samarbeidet slik at det kan føre til økt læring hos alle (Mercer & Littleton, 2007, s. 58-59; 2013, s. 106-107, Schoenfeld, 2013, s. 20; Wittek, 2014, s. 87). Ettersom vi oppfatter oppgave 3.40 i Maximum 8 (Tofteberg et al., 2020, s. 185) som omfangsrik med mange deloppgaver, og funksjonsuttrykkenes kompleksitet ser ut til å øke utover i oppgaven, burde den etter vår mening være utfordrende for selv de elevene med høy matematikkfaglig kompetanse. Dermed gir oppgaven elevene mulighet til å arbeide innenfor den proksimale utviklingssonen, være gjensidig stillas for hverandre og støtte hverandre i samtalen om de stadig mer kompliserte funksjonsuttrykkene oppgitt utover i deloppgavene (Mercer & Littleton, 2007, s. 15; Säljö, 2001, s. 126; Vygotsky, 1978, s. 86).

I resultatene (s. 70) har vi trukket frem en «snakke matte»-oppgave fra Matemagisk 8 (Kongsnes & Wallace, 2020, s. 253), der det indirekte legges stor vekt på begrepsforståelse og at elevene skal sette ord på egen matematisk kunnskap. Elevene skal forklare hvorfor nettopp navnet stigningstallet passer til tallet a i $f(x) = ax + b$, og hvorfor navnet konstantleddet passer til tallet b. Elevene blir også spurt om hva det menes med et ledd i et matematisk uttrykk. Vi anser oppgaven som et eksempel på det høye abstraksjonsnivået i det matematiske språket med kombinasjon av tall, symboler og matematiske begreper (Nilssen et al., 2017, s. 169-170). Ordlyden i oppgaven legger stor vekt på matematiske begreper som stigningstallet, konstantleddet og ledd, og elevene blir indirekte gjort oppmerksomme på at dette er viktige begreper de må mestre for at de skal kunne forstå den matematiske sammenhengen i funksjonene (Vygotsky 1986, s. 194; Sfard, 1991, s. 18-19). Oppgavens plassering i læreboka, femtitre sider inn i arbeidet med funksjoner for elevene, tilsier at det er en repetisjonsoppgave som trolig er tenkt å sikre elevenes kunnskap. Elevene skal snakke matte med hverandre i oppgaven og øve seg på å forklare hvordan de tenker, slik at enhetsperspektivet igjen blir fremtredende (Vygotsky, 1978; Vygotskij et al., 2001, s. 219-220; Wittek, 2012, s. 57). Når elevene engasjerer seg, bruker tid på å sette ord på egne tanker og idéer, og er aktive i meningsskapende samtaler som oppgaven oppfordrer til, kan det påvirke elevenes læring positivt i betydelig grad (Schoenfeld, 2013, s. 28). Oppgaver som denne «snakke matte»-oppgaven kan, dersom elevene lykkes med å lytte til hverandres idéer, argumenter og faglige betraktninger, bidra til at elevene utvikler en felles forståelse av funksjoner gjennom disse samtalene (Alrø et al., 2003, s. 36; Klaveness et al., 2019, s. 260).

Resultatene i kodingskategorien *kommunikasjon* viser i tabell 13 (s. 68) fordelingen mellom spesifikasjonen av muntlig og skriftlig fremstilling i vår finmaskede koding av oppgavetekstene. Maximum 8 og Matemagisk 8 er begge godt representert med henholdsvis 11 og 18 kodingstilfeller der muntlighet presiseres i oppgavetekstene. Matematikk 8 har derimot ingen presiseringer av muntlig eller skriftlig form i sine oppgavetekster. Maximum 8 skiller seg ut som boken med det eneste kodingstilfellet der skriftlig fremstilling presiseres, i oppgave 3.48 (Tofteberg et al., 2020, s. 190) som vi har trukket frem i våre resultater (s. 71). Oppgaveteksten presiserer at elevene skal presentere analysen skriftlig for å vise hvilket alternativ som lønner seg i alpinbakken. En skriftlig fremstillingsevne krever matematisk oversikt og kunnskap, evne til å formulere seg presist, som igjen fordrer god begrepsforståelse og evnen til å forene tanke og språk (Sfard, 1991, s. 18-19; Säljö, 2001, s. 83; Säljö, 2002, s. 40; Vygotsky, 1978, s. 40; Wittek, 2012, s. 57). Ettersom en stor del av matematikken foregår skriftlig, er dette kompetanse det er viktig for elevene å tilegne seg. Oppgaven presiserer at det er en analyse som skal presenteres skriftlig, hvilket tilsier at det skal være grundigere og mer detaljert enn en enkel svarsetning. Oppgaver som dette gir elevene mulighet til å øve på matematiske begrunnelser gjennom presise, skriftlige formuleringer.

5.2.1 Intersubjektivitet

Som det fremkommer av resultatene setter Maximum 8, som eneste lærebok, søkelyset på *intersubjektivitet* gjennom ordlyder i oppgavetekstene som «finn ut om dere har den samme forståelsen», «hvem er du enig med?» og «diskuter til slutt om dere alle fire er enige om svarene»

(Tofteberg et al., 2020, s. 154-213). Elevene oppfordres implisitt, gjennom oppgavelydene, til å ta andres perspektiv for å forstå andres synspunkter og meninger, og legger dermed til rette for at kunnskapsutviklingen blant annet skjer med utgangspunkt i motstridende meninger gjennom samarbeid (Dysthe, 2001, s. 14). Dialogiske interaksjoner gjennom samtaler og diskusjoner med ulike grupperinger av elever, vil kunne fremme elevenes forståelse (Vosniadou, 2012, s. 13) noe oppgavelydene nevnt ovenfor fordrer. Å ta andres perspektiv gjennom speiling er en kjent tilnærmingsmåte innenfor det sosiokulturelle læringsperspektivet for å oppnå intersubjektivitet, og kan forstås som å utveksle erfaringer gjennom deltakelse og kommunikasjon, slik det oppfordres til i oppgavetekstene (Mead, 1924, s. 276; Vaage, 2001, s. 129-142). Det kan være mer utfordrende å oppnå intersubjektivitet jo større gruppen er eller jo større variasjon det er i elevenes matematikkfaglige nivå. Dersom elevene gis mulighet til å øve på å forstå andres synspunkter eller ståsted i ulike elevsammensettinger, slik som Maximum 8 legger opp til, tror vi sjansene for at elevene etter hvert mestrer dette vil øke.

5.2.2 Lytting

Å *lytte* er en egen underkategori som kun har fått ett kodingstilfelle i våre resultater (s.69) gjennom Maximum 8, oppgave 3.58 (Tofteberg et al. 2020, s. 203), der det i deloppgave c) eksplisitt står at elevene skal lytte til den andres løsninger når de argumenterer for sine løsninger i tidligere deloppgaver. Vi mener det er sentralt at lytting fremheves spesifikt i oppgaveteksten, ettersom det er lett å glemme at en så viktig del av kommunikasjon også må trenes på. Oppgaven er etter vår mening et godt eksempel tilpasset LK20, der lytting trekkes frem i overordnet del som noe elevene må lære seg (Kunnskapsdepartementet, 2017, s. 10). Samtidig vil vi påstå at oppgaven også fremmer Bakhtins syn på den dialogiske kommunikasjonen, der forståelse og mening springer ut av samarbeidet mellom den som taler og den som lytter (Dysthe, 2001, s. 14). Videre støtter oppgaven at lytting anses som en sentral del av muntlige ferdigheter, og oppgavens kontekst fremhever at lytting og snakking er likeverdige (Garme, 2008, s. 101; Otnes, 2007, s. 97-98). Etter vår mening må elevene i større grad gjøres oppmerksomme på at det å lytte er en aktiv del av kommunikasjonen som er av stor betydning, selv om den er usynlig. De må gis muligheten til å lære å bli gode lyttere for å kunne leve seg inn i andres forklaringer, gi oppmuntrende blikk eller anerkjennende nikk underveis i andres utsagn, og på den måten bidra til utvikling av tanker og idéer i et fellesskap (Klaveness et al., 2019, s. 260; Otnes, 2007, s. 97-98). Dersom lytting kommuniseres direkte gjennom oppgavetekstene kan dette bidra til å øke elevenes forståelse av at lytting er en viktig del av kommunikasjon.

6 Avslutning

I denne studien har vi gjennom en komparativ innholdsanalyse, undersøkt hvordan oppgavetekster i funksjonskapitlene i de tre lærebøkene Matemagisk 8, Matematikk 8 og Maximum 8 legger til rette for kjerneelementet *utforsking og problemløsing* i et sosiokulturelt perspektiv. Ved hjelp av forskningsspørsmålene

1. *Hvordan belyses og hvor fremtredende er utforsking og problemløsing i oppgavetekstene?*
2. *Hvordan og i hvilken grad oppfordrer oppgavetekstene elevene til samarbeid og kommunikasjon?*

og det teoretiske rammeverket rundt kjerneelementet og det sosiokulturelle perspektivet har vi kodet og analysert oppgavetekstene for å kunne besvare den overordnede problemstillingen vår. I lys av dette vil vi i det følgende legge frem konkluderende kommentarer, samt trekke frem styrker og svakheter ved studien, samt hva som kan være interessant å undersøke videre med bakgrunn i funnene.

6.1 Konklusjon

Studien vår er ment å besvare problemstillingen:

Hvordan legger oppgavetekster i matematikklærebøker til rette for kjerneelementet utforsking og problemløsing i et sosiokulturelt perspektiv?

De samlede funnene våre viser at *utforsking og problemløsing* i et sosiokulturelt perspektiv i stor grad kommer til syne gjennom oppgavetekstene i de tre lærebøkene.

	Kjerneelementet utforsking og problemløsing	Sosiokulturelt perspektiv
Maximum 8	42,4 %	41,1 %
Matematikk 8	38,2 %	15,4 %
Matemagisk 8	45,2 %	24,4 %

Tabell 15: Utbredelsen av kjerneelementet og sosiokulturelt perspektiv i oppgavetekstene.

Resultatene viser allikevel en tydelig forskjell mellom de tre lærebøkene. Maximum 8 utpeker seg ved at en stor del av oppgavetekstene bærer preg av både kjerneelementet og det sosiokulturelle perspektivet. Fordelingen mellom kjerneelementet og det sosiokulturelle perspektivet i Maximum 8 er veldig jevn, hvilket indikerer at denne læreboka ser ut til å vektlegge dem likt. Dette antyder at Maximum 8 sin tilnærming til matematikkfaget i meget stor grad gjenspeiler det vi oppfatter som LK20 sine intensjoner med tanke på dette spesifikke kjerneelementet, samt at den vektlegger læring gjennom samarbeid og kommunikasjon hos elevene. Dersom vi kun tar for oss kjerneelementet og ser dette opp mot problemstillingen vår, er det Matemagisk 8 av de tre lærebøkene, som i størst grad legger til rette for *utforsking og problemløsing*. Samtidig antyder resultatene at Matemagisk 8, gjennom oppgavetekstene i temaet om funksjoner, i mindre grad legger til rette for læring i et sosiokulturelt perspektiv slik vi har tolket dette. Videre indikerer resultatene at Matematikk 8 har sin hovedvekt på kjerneelementet i oppgavetekstene, og at det er den læreboka som legger minst vekt på det sosiokulturelle perspektivet.

Ved innsamling av empiri ble det tydelig at lærebøkene hadde stor variasjon i antall oppgaver knyttet til temaet funksjoner. Analysen antyder at kompleksiteten i oppgavene varierer når vi ser lærebøkene opp mot hverandre.

Lærebok	Antall oppgaver funksjonskapittel	Andel av totalantall oppgaver	Antall totale kodingstilfeller	Gjennomsnittlig antall kodingstilfeller per oppgave
Matemagisk 8	144	20,4 %	336	2,3
Matematikk 8	55	10,7 %	110	2
Maximum 8	101	19,6 %	384	3,8

Tabell 16: Oversikt over totalt antall kodingstilfeller knyttet opp mot oppgaveantallet per lærebok.

Det gjennomsnittlige antallet kodingstilfeller per oppgave kan gjenspeile oppgavenes kompleksitet. Resultatene viser dermed en tydelig tendens til at oppgavene i Maximum 8 kan antas å være mer komplekse enn oppgavene i Matemagisk 8 og Matematikk 8. Videre representerer oppgavene i funksjonskapitlene i Matemagisk 8 og Maximum 8 begge om lag 20% av det totale antallet oppgaver, mens funksjonskapittelet i Matematikk 8 kun utgjør halvparten av dette. Dette kan fortelle oss at Matemagisk 8 og Maximum 8 vektlegger temaet funksjoner i større grad enn Matematikk 8.

Hvorvidt det helst bør legges opp til en direkte oppfordring til utforsking, problemløsing, kommunikasjon og samarbeid i oppgavetekstene i matematikklærebøker vil det nok være ulike meninger om. Fra vårt ståsted bidrar matematikklærebøkene i stor grad til å kommunisere matematikkfaget til elevene. Dette gir dermed grunnlag for et synspunkt som innebærer at lærebøkene, gjennom oppgavetekstene, formidler hvordan matematikk skal arbeides med til elevene, og hvilke arbeidsmetoder og fremgangsmåter som er hensiktsmessige og foretrukne. Vår teoretiske gjennomgang ga oss ytterligere innblikk i at en utforskende måte å tilnærme seg matematikken på er mest hensiktsmessig (Blomhøj, 2016, s. 46; Skovsmose, 2001, s. 129), samt at problemløsing og samarbeid er viktige kompetanser for det fremtidige samfunnet og arbeidslivet (Pellegrino & Hilton, 2012; Rasmussen et al., 2020, s. 2). Det er dermed oppløftende å se at funnene våre indikerer at lærebøkene støtter en utforskende tilnærming i stor grad, men det overrasket oss derimot at problemløsing ikke kom tydeligere frem i de nye lærebøkene i matematikk. Funnene våre samsvarer imidlertid med tidligere forskning vedrørende andelen problemløsingsoppgaver i matematikklærebøker (Fan & Zhu, 2007; Gracin, 2018; Jäder et. al, 2020; Resvoll, 2014; van Zanten & van den Heuvel-Panhuizen, 2018). Ytterligere savnet vi mer konkrete koblinger mellom oppgavetekstenes formuleringer og problemløsing, eksempelvis ved at ord som problemløsingsmetode eller problemløsing kunne vært tatt i bruk i oppgavetekstene. Dette kunne bidratt til å bevisstgjøre elevene på at de bygger opp problemløsingskompetanse. Videre er språket å anse som et av våre viktigste redskaper i læring (Säljö, 2001, s.76-78; 2016, s. 108; Vygotsky, 1978, 1986; Wells, 2007), samtidig som det danner grunnlaget for tanker. Begrepsdannelse, begrepsforståelse og kommunikasjon er dermed viktige elementer inn mot læring. At vi lærer best sammen med andre kan også anses som en veletablert antagelse og holdning i den norske skolen (Kunnskapsdepartementet, 2017, s. 10-11). En slik forståelse av læring kommer også til syne i oppgavetekstene i alle de tre lærebøkene, men det er Maximum 8 som i størst grad støtter dette. Videre ønsker vi å understreke at oppgavetekster i matematikk er svært sammensatte og informasjonsrike, og veldig ofte multimodale, hvilket også fordrer en god språklig kunnskap og begrepsforståelse. Alle disse forskjellige elementene skal gjerne fungere sammen på en sømløs måte slik at læring kan skje som ønsket. På bakgrunn av dette mener vi at matematikklærebøkene, gjennom tydelige ordlyder og bevisstgjøring knyttet til *utforsking og problemløsing*, samarbeid og kommunikasjon, best kan legge til rette for at elevene skal mestre dette i et mangfold av situasjoner, samtidig som matematikklærebøkene kan gjenspeile LK20 på en tydelig måte. Slik vi ser det legger en tydelig ordlyd aller best til rette for at elevene kan utforske og løse problemer gjennom samarbeid og kommunikasjon.

6.2 Kommentarer til studien

Studien av de tre lærebøkene er gjennomført med et begrenset datagrunnlag bestående av kun ett tema i matematikkfaget. Resultatene vi har fått og konklusjonene vi har trukket på bakgrunn av dette, trenger ikke nødvendigvis å være representative for alle temaene i lærebøkene. Allikevel kan resultatene våre ha bidratt til innsikt og faglige betraktninger rundt hvordan lærebøkene introduserer et nytt tema i matematikkfaget og hvordan faget kommuniseres til elevene gjennom oppgavetekstene. Resultatene våre understreker tydelig at alle de tre lærebøkene fremmer en utforskende tilnærming til temaet funksjoner, et tema som er nytt for elevene på 8. trinn. Dette mener vi antyder at lærebøkenes tilnærming er i tråd med både intensjonene i LK20 og forskning vi har vist til gjennom oppgaven.

På bakgrunn av at vi har gjort en innholdsanalyse av oppgavetekstene slik de fremstår i matematikklærebøkene, vil vi ikke kunne si noe om hvorvidt matematikklærebøkenes intensjon med oppgavetekstene når frem til elevene. Eksempelvis har Matemagisk 8 «snakke matte»-oppgaver, der intensjonen med oppgavene er at elevene skal snakke matte med hverandre og forklare hvordan de tenker (Kongsnes & Wallace, 2020, s. 4). Karlsen & Mortensen-Buan (2017) poengterer at elevene ikke nødvendigvis leser hele oppgavetekster, spesielt ikke når det er opplysninger i margen. Dermed kan intensjonen om at elevene skal snakke matte med hverandre gå tapt, selv om oppgaven heter «snakke matte». Oppgavetekstenes opprinnelige intensjon vil også kunne påvirkes av hvordan læreren setter oppgavene i spill i klasserommet. Med andre ord vil det være flere utenforliggende faktorer som kan påvirke elevenes oppfattelse av oppgavetekstene i matematikklærebøkene og hvordan utøvelsen av oppgavene faktisk blir i klasserommet.

Dersom forlagene og lærebokforfattere skulle lese masteroppgaven vår og finne mening i våre resultater og antagelser, vil studien vår kunne ha implikasjoner for fremtidig lærebokutvikling i matematikkfaget.

Videre har vi vært to forskere i denne studien. Vi har jobbet både sammen og hver for oss, men med utstrakt bruk av member checking mener vi det har vært en styrke i vår studie at vi har vært to som har utført analysearbeidet og gjennomført studien sammen. Vårt sosiokulturelle læringsperspektiv vil ha hatt påvirkning på hvordan vi tolket resultatene, fordi det har vært styrende for hvilken teoretisk plattform vi har laget for studien. Forskere med et annet ståsted vil kunne komme frem til andre kategorier som grunnlag for analysen, og trekke andre slutninger enn vi har gjort. Gjennom å tydeliggjøre både eget læringsperspektiv og fremgangsmåtene våre, og på den måten vektlegge transparens i studien, mener vi å ha grunnlag for å trekke de slutningene vi gjør.

Matematikkfaget i grunnskolen formidles hovedsakelig til elevene gjennom klasseromsundervisning, læreboka og eget arbeid med faget. Det vil være omkringliggende faktorer som påvirker hvordan lærebøkene og oppgavetekstene benyttes i selve undervisningen. Disse faktorene kan bestå av blant annet klasseromsdiskurs, læringsmiljø, læreren, klassesammensetning og -størrelse. Dette har vi ikke tatt for oss, og kan heller ikke uttale oss om ettersom vår studie kun tar for seg oppgavetekstene i lærebøkene.

6.3 Et blikk fremover

Vi mener det ville vært interessant å kunne analysere oppgavetekstene i alle temaene i lærebøkene for dermed å kunne si noe om den totale utbredelsen av kjerneelementet og det sosiokulturelle perspektivet, gjennom oppgavetekstenes tilnærming til matematikkfaget. Det kunne også vært spennende å trekke inn flere kjerneelementer og eventuelt analysere oppgavetekstene med utgangspunkt i andre læringsperspektiver enn det sosiokulturelle. I tillegg hadde det vært interessant å intervjue lærebokforfatterne om oppbygningen av lærebøkene og intensjonen bak oppgavetekstene. Videre kunne det vært en mulighet å intervjue både elever og lærere om deres oppfatning av oppgavetekster og bruken av lærebøkene.

Litteraturliste

Alrø, H. & Skovsmose, O. (2002). Dialogue and learning in mathematics education : intention, reflection, critique (Bd. v. 29). Kluwer Academic Publishers.

Alrø, H., Sokovsmose, O. & Skånstrøm, M. (2003). Læring gennem samtale. I M. Blomhøj (Red.), Kan det virkelig passe? -om matematikklæring (s. 25-37). L&R Uddannelse.

Artigue, M. & Blomhøj, M. (2013). Conceptualizing inquiry-based education in mathematics. ZDM : The International Journal on Mathematics Education, 45(6), 797-810. https://doi.org/10.1007/s11858-013-0506-6

Aschehoug. (2021a). Forfattere av Matemagisk 8. Hentet 14.05.2021 fra https://nettbutikk.undervisning.aschehoug.no/Asbjorn-Lero_Kongsnes

Aschehoug. (2021b). Våre lærebøker følger fagfornyelsen (LK20). Hentet 28.04.21 fra https://aunivers.lokus.no/marked/aktuelt/vaare-laereboeker-foelger-fagfornyelsen-lk20

Asdal, K. & Reinertsen, H. (2020). Hvordan gjøre dokumentanalyse : en praksisorientert metode (1. utg.). Cappelen Damm akademisk.

Berg, B. L. & Lune, H. (2012). An Introduction to Content Analysis. I Qualitative Research Methods for the Social Sciences (8. utg., s. 349-382). Pearson Education, Inc.

Blomhøj, M. (2016). Fagdidaktikk i matematikk. Frydenlund.

Bratberg, Ø. (2014). Tekstanalyse for samfunnsvitere. Cappelen Damm akademisk.

Bråthen, I. (1996). Om Vygotskys liv og lære. I I. Bråthen (Red.), Vygotsky i pedagogikken (s. 13-42). Cappelen Akademiske.

Bråthen, I. & Thurmann-Moe, A. C. (1996). Den nærmeste utviklingssonen som utgangspunkt for pedagogisk praksis. I I. Bråthen (Red.), Vygotsky i pedagogikken (s. 123-142). Cappelen Akademisk.

Cappelen Damm. (2021a). Matematikk 8-10 fra Cappelen Damm. Hentet 28.04.21 fra https://www.cappelendammundervisning.no/verk/Matematikk%208-10%20fra%20Cappelen%20Damm-153429

Cappelen Damm. (2021b). Matematikk 8-10 fra Cappelen Damm, Forfattere. Hentet 14.05.21 fra https://www.cappelendammundervisning.no/verk/Matematikk%208-10%20fra%20Cappelen%20Damm-153429#forfattere

Creswell, J. W. (2013). Qualitative inquiry & research design. Choosing among five approaches (3. utg.). SAGE Publications Inc.

Dewey, J. (1938). Logic: The Theory of Inquiry. Henry Holt and Company. https://academiaanalitica.files.wordpress.com/2016/10/john-dewey-logic-the-theory-of-inquiry.pdf

Dorier, J.-L. & Maass, K. (2014). Inquiry-Based Mathematics Education IS. Lerman (Red.), Encyclopedia of Mathematics Education (s. 300-303). Springer.

Dysthe, O. (2001). Dialog, samspel og læring. Abstrakt forl.

Fan, L. & Zhu, Y. (2007). Representation of problem-solving procedures: A comparative look at China, Singapore, and US mathematics textbooks. Educational studies in mathematics, 66(1), 61-75. https://doi.org/10.1007/s10649-006-9069-6

Fauskanger, J. & Mosvold, R. (2014). Innholdsanalysens muligheter i utdanningsforskning. http://hdl.handle.net/11250/280485

Franke, M. L., Kazemi, E. & Battey, D. (2007). Mathematics Teaching and Classroom Practice. I F. K. J. Lester (Red.), Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning (Bd. 1, s. 225-256). Information Age Publishing.

Garme, B. (2008). Tale er gull! I L. Bjar (Red.), Det er språket som bestemmer! Læring og språkutvikling i grunnskolen (s. 94-109). Fagbokforlaget Vigmostad & Bjørke

Gibbs, G. R. (2002). Qualitative Data Analysis. Explorations with NVivo. Open University Press.

Gilje, Ø., Ingulfsen, L., Dolonen, J. A., Furberg, A., Rasmussen, I., Kluge, A., Knain, E., Mørch, A., Naalsund, M. & Skarpaas, K. G. (2016). Med ARK&APP: Bruk av læremidler og ressurser for læring på tvers av arbeidsformer (978-82-569-7025-4). Universitetet i Oslo. https://www.uv.uio.no/iped/forskning/prosjekter/ark-app/arkapp_syntese_endelig_til_trykk.pdf

Gracin, D. G. (2018). Requirements in mathematics textbooks: a five-dimensional analysis of textbook exercises and examples. International journal of mathematical education in science and technology, 49(7), 1003-1024. https://doi.org/10.1080/0020739X.2018.1431849

Grepperud, G. & Skrøvseth, S. (2012). Undervisninslære: eksempler, ideer og refleksjoner. Gyldendal Akademisk.

Grevholm, B. (2017). Mathematics textbook, their content, use and influences. Cappelen Damm.

Grønmo, S. (2016). Samfunnsvitenskapelige metoder (2. utg.). Fagbokforlaget Vigmostad & Bjørke.

Gyldendal. (2021a). Maximum. Hentet 28.04.21 fra https://www.gyldendal.no/grs/maximum/c-183621/

Gyldendal. (2021b). Maximum 8, forfattere. Hentet 14.04.21 fra https://www.gyldendal.no/forfattere/tofteberg-grete-normann/a-18537-no/

Hagland, K., Hedrén, R. & Taflin, E. (2005). Rika matematiska problem - inspiration til variation. Lieber.

Harlen, W. (2015). Working with Big Ideas of Science Education. (W. Harlen, Red.). The Science Education Programme (SEP) of IAP.

Hennink, M., Hutter, I. & Bayley, A. (2020). Qualitative Research Methods (2. utg.). Sage.

Hjardar, E. & Pedersen, J.-E. (2020). Matematikk 8, Grunnbok. Cappelen Damm.

Hsieh, H.-F. & Shannon, S. E. (2005). Three Approaches to Qualitative Content Analysis. Qual Health Res, 15(9), 1277-1288. https://doi.org/10.1177/1049732305276687

Jacobsen, D. I. (2015). Hvordan gjennomføre undersøkelser? Innføring i samfunnsvitenskapelig metode (Bd. 3). Cappelen Damm.

Jensen, R. & Wallace, A. K. (2017). Matematikk i tre akter. Tangenten, 3, 2-6.

Johnson, R. B. & Christensen, L. (2013). Educational research: Quantitative, qualitative, and mixed approaches (5. utg.). SAGE Publications Inc.

Jäder, J., Lithner, J. & Sidenvall, J. (2020). Mathematical problem solving in textbooks from twelve countries. International journal of mathematical education in science and technology, 51(7), 1120-1136. https://doi.org/10.1080/0020739X.2019.1656826

Karlsen, L. (2014). Tenk det! Utforsking, forståelse og samarbeid - elever som tenker sjæl i matematikk. Ungdomstrinnet. Cappelen Damm Akademisk.

Karlsen, L. & Mortensen-Buan, A.-B. (2017). Leseferdighet og tekstoppgaver i matematikk. I H. Siljan, N. Askeland & K. Kverndokken (Red.), Kvalitet og kreativitet i klasserommet – ulike perspektiver på undervisning. Fagbokforlaget. Landslaget for norskundervisning.

Karseth, B., Kvamme, O. A. & Ottesen, E. (2020). Fagfornyelsens læreplanverk: Politiske intensjoner, arbeidsprosesser og innhold (EVA2020 Rapport nr. 1). https://www.uv.uio.no/forskning/prosjekter/fagfornyelsen-evaluering/publikasjoner/eva2020-delrapport-1.pdf

Kilpatrick, J., Swafford, J., Findell, B. & National Research, C. (2001). Adding it up : helping children learn mathematics. National Academy Press.

Kirke- og undervisningsdepartementet. (1987). Mønsterplan for grunnskolen : M 87. Kyrkje- og undervisningsdepartementet. https://urn.nb.no/URN:NBN:no-nb_digibok_2007080200101

Klaveness, E., Karlsen, L. & Kverndokken, K. (2019). 101 grep for å aktivisere elever i matematikk : matematikkdidaktikk i teori og praksis (1. utg.). Fagbokforlaget.

Kongelf, T. R. (2019). Matematisk innhold og matematiske metoder i lærebøker brukt på ungdomstrinnet i Norge : Gullgruve eller fallgruve for utvikling av matematisk kompetanse i problemløsning og algebra? [Doktorgradsavhandling]. Universitetet i Agder.

Kongsnes, A. L. & Wallace, A. K. (2020). Matemagisk 8 Lærebok. Aschehoug.

Krumsvik, R. J., Jones, L. Ø. & Røkenes, F. M. (2019). Kvalitativ metode i lærarutdanninga. Fagbokforlaget.

Kunnskapsdepartementet. (2017). Overordnet del - verdier og prinsipper for grunnopplæringen. Kunnskapsdepartementet. https://www.regjeringen.no/contentassets/53d21ea2bc3a4202b86b83cfe82da93e/overordnet-del---verdier-og-prinsipper-for-grunnopplaringen.pdf

Kvale, S. & Brinkmann, S. (2015). Det kvalitative forskningsintervju (T. M. Anderssen & J. Rygge, Overs.; 3. utg.). Gyldendal akademisk.

Lidenskov, L. (2003). Kan det være rigtigt at regne forkert og forkert at regne rigtigt? . I O. Skovsmose & M. Blomhøj (Red.), Kan det virkelig passe? - om matematiklæring (s. 9-23). L&R Uddannelse.

Liljedahl, P., Santos-Trigo, M., Malaspina, U. & Bruder, R. (2016). Problem Solving in Mathematics Education. I Problem Solving in Mathematics Education (s. 1-39). Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-319-40730-2_1

Love, E. & Pimm, D. (1996). «This is so»: a text on texts. . I A. J. Bishop, K. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick & C. Laborde (Red.), International handbook of mathematics education (Bd. 1, s. 371-409). Kluwer Academic Press.

Maugesten, M. & Nordbakke, M. (2019). Å identifisere dybdelæring i en undersøkende matematikkoppgave på ungdsomstrinnet. I K. Kverdnokken (Red.), 101 grep for å aktivere elever i matematikk - matematikkdidaktikk i teori og praksis (s. 57-76). Fagbokforlaget.

Maxwell, J. A. (2013). Qualitative research design : an interactive approach (3. utg., Bd. 41). Sage.

Mead, G. H. (1924). The Genesis of the Self and Social Control. International journal of ethics, 35, 251.

Meld. St. 28. (2015-2016). Fag – fordypning – forståelse : en fornyelse av Kunnskapsløftet. https://www.regjeringen.no/no/dokumenter/meld.-st.-28-20152016/id2483955/

Mellin-Olsen, S. (1991). Hvordan tenker lærere om matematikkundervisning? Bergen lærerhøgskole.

Mercer, N. & Littleton, K. (2007). Dialogue and the development of children's thinking : a sociocultural approach. Routledge.

Mercer, N. & Littleton, K. (2013). Interthinking. Putting talk to work. Routledge.

Meyer, E. & Land, R. (2003). Threshold Concepts and Troublesome Knowledge: Linkages to Ways of Thinking and Practising (Occasional Report 4). http://www.etl.tla.ed.ac.uk/docs/ETLreport4.pdf

Miles, M., Huberman, A. M. & Saldaña, J. (2020). Qualitative Data Analysis. A Methods Sourcebook. (4. utg.). SAGE Publications.

Maagerø, E. & Skjelbred, D. (2010). De mangfoldige realfagtekstene. Om lesing og skriving i matematikk og naturfag. Fagbokforlaget.

Neuendorf, K. A. (2017). The content analysis guidebook (2. utg.). SAGE Publications, Inc.

Nilssen, J. H., Michaelsen, E. & Tellefsen, H. K. (2017). Utvikling av relasjonell forståelse gjennom fagspesifikk lesing i matematikk. I M. B. Postholm, T. Dahl, E. Dehlin, G. Engvik, E. J. Irgens, A. Normann & A. Strømme (Red.), Ungdomstrinn i utvikling: Skoleutvikling, lesing, skriving og regning. Funn og fortellinger. Universitetsforlaget.

NOU 2015:8. (2015). Fremtidens skole - Fornyelse av fag og kompetanser. Kunnskapsdepartementet.

Oates, G., Paterson, J., Reilly, I. & Woods, G. (2016). Seeing Things From Others' Points of View: Collaboration in Undergraduate Mathematics. PRIMUS : problems, resources, and issues in mathematics undergraduate studies, 26(3), 206-228. https://doi.org/10.1080/10511970.2015.1094683

OECD. (2004). The PISA 2003 Assessment Framework – Mathematics, Reading, Science and Problem Solving Knowledge and Skills. OECD Publishing. https://www.oecd-ilibrary.org/content/publication/9789264101739-en

OECD. (2014). PISA 2012 Results: Creative Problem Solving (Volume V). OECD Publishing. https://www.oecd-ilibrary.org/content/publication/9789264208070-en

OECD. (2017). PISA 2015 Assessment and Analytical Framework: Science, Reading, Mathematic, Financial Literacy and Collaborative Problem Solving. OECD Publishing. https://www.oecd-ilibrary.org/content/component/9789264281820-8-en

Otnes, H. (2007). Følge med og følge opp : verbalspråklig lyttemarkering i synkrone nettsamtaler [Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet, Det historisk-filosofiske fakultetet, Institutt for språk- og kommunikasjonsstudier]. Trondheim.

Pellegrino, J. W. & Hilton, M. L. (2012). Education for life and work : developing transferable knowledge and skills in the 21st century. The National Academies Press. https://doi.org/10.17226/13398

Pettersson, E. & Wistedt, I. (2013). Barns matematiske evner -og hvordan de kan utvikles. Cappelen Damm Akademisk.

Pòlya, G. (2014). How to solve it: A new aspect of mathematical method. (Opprinnelig utgitt 1957)

Rasmussen, I., Kjærnsli, M., Jensen, F. & Ludvigsen, S. (2020). Problemløsing ved samarbeid i PISA 2015: En diskusjon av rammeverket og norske elevers resultater. Acta Didactica Norden, 14(1). https://doi.org/DOI: https://doi.org/10.5617/adno.7862

Repstad, P. (2007). Mellom nærhet og distanse: Kvalitative metoder i samfunnsfag. (4. utg.). Universitetsforlaget.

Resvoll, E. (2014). Lærebøker i matematikk og læreres bruk av dem: En analyse av karakteristiske trekk ved de mest brukte lærebøkene på ungdomstrinnet og hvordan de blir brukt av tre lærere til planlegging og gjennomføring av undervisning [Masteroppgave]. Høgskolen i Sør-Trøndelag.

Ryvold, T. E. S. (2018). Sammenligning av norske lærebøker i matematikk og matematikkoppgaver i TIMSS: En komparativ studie av matematikkoppgaver i to norske læreverk og matematikkoppgaver i TIMSS 2015 [Masteroppgave]. Universitetet i Tromsø.

Saldaña, J. (2013). The coding manual for qualitative researchers (2. utg.). Sage.

Schoenfeld, A. (1982). Some Thoughts on Problem-solving Research and Mathematics Education. I F. K. J. Lester & J. Garofalo (Red.), Mathematical Problem Solving. Issues in Research (s. 27-37). The Franklin Institute Press.

Schoenfeld, A. (2013). Reflections on Problem Solving Theory and Practice. The Mathematics Enthusiast, 10(1/2), 9.

Seidouvy, A. & Schindler, M. (2019). An inferentialist account of students' collaboration in mathematics education. Mathematics Education Research Journal. https://doi.org/10.1007/s13394-019-00267-0

Sfard, A. (1991). On the dual nature of mathematical conceptions: Reflections on processes and objects as different sides of the same coin. An International Journal, 22(1), 1-36. https://doi.org/10.1007/BF00302715

Skovsmose, O. (2001). Landscapes of investigation. ZDM - International Journal on Mathematics Education,ZDM - Mathematics Education, 33(4), 123-132. https://doi.org/10.1007/BF02652747

Smith, M. S. & Stein, M. K. (1998). Selecting and Creating mathematical Tasks: From Research to Practice. Mathematics teaching in the middle school, 3(5), 344-350.

Stein, M. K., Smith , M. S., Henningsen, M. A. & Silver, E. A. (2000). Implementing standards-based mathematics instruction: A casebook for professional development. Teachers College Press

Säljö, R. (2001). Læring i praksis. Et sosiokulturelt perspektiv (Bd. 10). Cappelens forlag AS

Säljö, R. (2002). Læring, kunnskap og sosiokulturell utvikling: mennesket og dets redskaper. I I. Bråthen (Red.), Ulike perspektiver på læring (s. 31-57). Cappelen Akademisk.

Säljö, R. (2016). Læring : en introduksjon til perspektiver og metaforer. Cappelen Damm akademisk.

Thagaard, T. (2018). Systematikk og innlevelse : en innføring i kvalitative metoder (5. utg.). Fagbokforlaget.

Tjora, A. (2017). Kvalitative forskningsmetoder i praksis (3. utg.). Gyldendal Akademisk.

Tofteberg, G. N., Tangen, J., Bråthe, L. T., Stedøy, I. & Alseth, B. (2020). Maximum 8, Matematikk for ungdomstrinnet (2. utg.). Gyldendal.

Tredal, H. M. S. (2020). Problemløsing i matematikklærebøker for 8.trinn: En undersøkelse av forekomsten av problemløsingsheuristikker i eksemplene i fire lærebøker tilknyttet to ulike læreplaner [Masteroppgave]. Universitetet i Agder.

Utdanningsdirektoratet. (2019). Kjerneelement i matematikkfaget Utdanningsdirektoratet. https://www.udir.no/lk20/mat01-05/om-faget/kjerneelementer

Utdanningsdirektoratet. (2020a). Innføring av nye læreplaner. Hentet 08.07.20 fra https://www.udir.no/laring-og-trivsel/lareplanverket/fagfornyelsen/innforing-av-nye-lareplaner/

Utdanningsdirektoratet. (2020b). Læreplan i matematikk 1.-10. trinn (MAT01-05). https://www.udir.no/lk20/mat01-05

van Zanten, M. & van den Heuvel-Panhuizen, M. (2018). Opportunity to learn problem solving in Dutch primary school mathematics textbooks. ZDM : The International Journal on Mathematics Education, 50(5), 827-838. https://doi.org/10.1007/s11858-018-0973-x

Vosniadou, S. (2012). Reframing the classical approach to conceptual change: Preconceptions, misconceptions and synthetic models. I Frazer, Tobin & McRobbie (Red.), Second International Handbook of Education (24. utg., s. 119-130). Springer.

Vygotskij, L. S., Roster, M. T., Bielenberg, T.-J., Skodvin, A. & Kozulin, A. (2001). Tenkning og tale. Gyldendal akademisk.

Vygotsky, L. S. (1978). Mind in society: The development og higher psychological processes. Harvard University Press.

Vygotsky, L. S. (1986). Thought and Language. The MIT Press

Vaage, S. (2001). Perspektivtaking, rekonstruksjon av erfaring og kreative læreprosessar: George Herbert Mead og John Dewey om læring. I O. Dysthe (Red.), Dialog, samspel og læring (s. 129-150). Abstrakt forlag.

Wells, G. (2007). Semiotic Mediation, Dialogue and the Construction of Knowledge. Human Development, 50(5), 244-274. https://doi.org/10.1159/000106414

Wittek, L. (2012). Læring i og mellom mennesker : en innføring i sosiokulturelle perspektiver (2. utg.). Cappelen Damm akademisk.

Wittek, L. (2014). Sosiokulturelle tilnærminger til læring. I L. Wittek (Red.), Pedagogikk - en grunnbok (s. 133-148). Cappelen Damm.

Oversikt over tabeller og figurer

Vedlegg 1 Kategoribeskrivelser

Navn	Beskrivelse
Utforsking	(Artigue & Blomhøj, 2013; Blomhøj, 2016; Dewey, 1938; Dorier & Maass, 2014, s.300-303; Harlen, 2015; Skovsmose, 2001; Utdanningsdirektoratet, 2020b).
Generalisere	Se etter mønster, lage en regel, med hensikt å generalisere.
Prosessbeskrivelse	Vektlegging av prosess/metoder. Forklare eller vise tankegang, fremgangsmåte, strategi, rekkefølge osv. (Jensen & Wallace, 2017, s. 6).
Sammenheng	Elevene skal se, forstå eller beskrive hvordan noe henger sammen, eksempelvis mellom ulike representasjonsformer, evne å se årsaker til likheter/ulikheter, slik at de kan få en helhetlig oppfattelse/øke sin forståelse.
Sammenligne	Se etter eller undersøke likheter/ulikheter, alternative løsninger.
Undersøke	Oppgaver som ber elevene direkte undersøke/utforske, eller der oppgaveteksten forstås som at det er behov for at elevene undersøker eller utforsker noe. Oppgaver der det er behov for andre kilder enn læreboka for å løse oppgaven.
Problemløsing	(Pòlya, 1957/2014).
Fremme problemløsingskompetanse	Oppgaver med gitt fremgangsmåte, der elevene blir direkte bedt om å løse oppgaven ved hjelp av spesifikke problemløsingsmetoder. Trening på bruk av problemløsingsmetoder
Arbeide baklengs	Sluttsvaret er kjent, utgangspunktet ukjent. Jobbe fra sluttsvar til utgangspunkt (Kongelf, 2019, s. 60-61).
Endre fremgangsmåte	Se oppgaven fra en annen vinkel, løse på en annen måte (Kongelf, 2019, s. 60-61).
Forenkle problemet	Anvende enklere tall/situasjoner uten å endre oppgaven matematisk (Kongelf, 2019, s. 60-61).
Gjette og sjekke	Gjøre kvalifisert gjetning, vurdere svaret, evt. repetere med tilpasninger/justeringer for å finne svaret (Kongelf, 2019, s. 60-61).
Illustrere	Visuell representasjon av problemet for å løse det (Kongelf, 2019, s. 60-61).
Lage en systematisk tabell	Konstruere systematisk liste/tabell som inneholder mulighetene for en gitt situasjon (Kongelf, 2019, s. 60-61).

Navn	Beskrivelse
Løse en del av problemet	Dele oppgaven i mindre deler/enheter, løse hver enhet for seg for å løse hele originaloppgaven (Kongelf, 2019, s. 60-61).
Se etter mønster	Se etter mønster med hensikt å løse oppgaven (Kongelf, 2019, s. 60-61).
Tenke på et tilsvarende problem	Bruke metoder/resultater fra et lignende problem/oppgave (Kongelf, 2019, s. 60-61).
Vurdere	Vurdere løsningens gyldighet, hentet fra LK20 (Utdanningsdirektoratet, 2020b). Vurdere hvilke strategier som er hensiktsmessige å bruke.
Ingen gitt fremgangsmåte	Oppgaver der elevene må tenke selv, finne egen strategi/fremgangsmåte/metode (Karlsen, 2014, s. 20; Maugesten & Nordbakke, 2019, s. 63).
Samarbeid	
Intersubjektivitet	Forstå en annens perspektiv (Dysthe, 2001, s. 14, 19; Vaage, s. 129, 136-142), oppnå felles forståelse (Kunnskapsdepartementet, 2017, s. 10). F.eks bytte roller, stille spørsmål på en annen måte for å oppnå dette.
Utføre sammen	Oppgaver der elevene bes om å arbeide med eller utføre oppgaven sammen med andre
Kommunikasjon	
Argumentere	Føre frem bevisgrunner/argumenter, fremme eget synspunkt, forståelse, løsningsmetode, fremgangsmåte og/eller matematisk kunnskap. Begrunne. Del av eksplorerende samtale (Mercer & Littleton, 2007, s. 59, 66-68; 2013, s. 37-38).
Muntlig	
Skriftlig	
Diskutere	Drøfte/utveksle oppfatninger, kunnskap, meninger, oppgaveløsninger for å påvirke hverandre og komme frem til enighet, «Snakke Matte»-oppgaver. Del av eksplorerende samtale (Mercer & Littleton, 2007, s. 59, 66-68; 2013, s. 37-38).
Forklare	Sette ord på og tydeliggjøre egne tanker, forståelse, slik at andre kan forstå. Del av eksplorerende samtale (Mercer & Littleton, 2007, s. 59, 66-68; 2013, s. 37-38). Meningsskapende samtaler (Franke et al., 2007, s. 228).
Muntlig	Snakke matematikk (alle Snakke Matte-oppgavene inkluderes her)

Navn	Beskrivelse
Skriftlig	
Lytte	Oppgaver som presiserer at elevene skal lytte (Alrø et al., 2003, s. 36; Garme, 2008, s. 101; Kunnskapsdepartementet, 2017, s. 10; Mercer & Littleton, 2007; Otnes, 2007, s. 97-98). (Dersom muntlig kommunikasjon foregår, fordrer dette lytting som en aktiv prosess hos tilhørerne.)
Stille spørsmål	Oppklare uklarheter i egen eller andres forståelse, lage egne spørsmål til oppgavene (Vygotsky, 1978; 1986; Wittek, 2012, s. 95).
Tilfeller med tidligere gjennomgått eller kjent fremgangsmåte	Oppgaver som inneholder en tydelig beskrivelse av fremgangsmåten elevene skal bruke for å løse oppgaven, eller oppgaver som etterfølger svært lignende oppgaver eller eksempler, hvor vi dermed kan anta at fremgangsmåten er kjent for elevene.