

**Gard Brekke**

**Forsking på omgrepsdanning i  
matematikk.**

Konsekvensar for arbeidsmåtar i  
lærarutdanninga

**Rapport 20/00  
Telemarksforsking-Notodden  
Desember 2000**



## **Telemarksforskning - Notodden**

**ISBN: 82-7463-064-5**

Det må ikke kopieres fra denne rapporten i strid med åndsverkloven  
eller i strid med avtaler om kopiering inngått med KOPINOR,  
interesseorgan for rettighetshavere til åndsverk

## **Innhald**

1. Forskingsfeltet .....	5
2. KIM-prosjektet .....	6
2.1 Dei diagnostiske oppgåvene .....	6
3. Omgrepsdanning (i grunnskulematematikken) .....	7
4. Konsekvensar for undervisning i grunnskulen og lærarutdanninga .....	9
4.1 Dilemma knytt til omgrepsdanning .....	10
5. Dilemma knytt til endring av arbeidsmåtar (for læraren og lærarstudenten) .....	12
Referansar .....	13

Denne rapporten er basert på ein førelasing halde på seminaret  
*Allmennlærerutdanningens Profesjons- og fagdidaktikk.*  
Arrangert av Høgskolen i Bodø: i Kabelvåg, august 1999.

# Forsking på omgrepsdanning i matematikk. Konsekvensar for arbeidsmåtar i lærarutdanninga

**Gard Brekke**

## 1. Forskingsfeltet

Matematikkdidaktisk forsking dei siste tiåra gjev indikasjonar på at det er eit stort forbetringspotensial av læringsutbytte ved alternative vektlegging av arbeidsmåtar enn det som tradisjonelt har prega faget. Eg ser det som svært viktig at lærarstudentar i si grunnutdanning sjølve får gjere erfaringar med slike endringar av vektlegging.

Det har vore gjennomført ei stor mengd forsking rundt korleis barn byggjer komplekse matematiske omgrep og ferdigheiter. For dei fleste omgrep i matematikk har ein på ulike måtar analysert kva tankar barn (og vaksne) har knytt til dei ein skilde omgrepa, om desse tankane heng saman med generell intellektuell utvikling, kva som er dei viktige hindringane i ei utvikling av omgrepet og så vidare.

Denne type forsking har sikta mot å finne fram til metodar som er effektive når det er tale om læring av ulike matematiske omgrep. Slike analysar av spesifikke omgrep - i motsetnad til analyse av utvikling av breie generelle prinsipp for læring - har vist seg å gje klare implikasjonar for vellukka matematikkundervisning og læring i faget.

Eit anna bidrag frå denne typen forsking er at den har danna basis for endringar av læreplanar, endringar som går på at ein ikkje berre tek omsyn til ei logisk-matematisk oppbygging av planane, men arbeidar mot ei oppbygging og undervisning basert på utviklingssekvensar hjå elevar som forskinga har observert. Med andre ord eit meir fenomenologisk-historisk-eksperimentelt utgangspunkt enn det som har vore tilfelle tidlegare.

Utover på 90-talet har det vore ei auka interesse av å knyte matematikkdidaktisk forsking til andre vitenskapsdisiplinar. Ein kan her spesielt nemne at ei auka interessa frå kognitiv psykologi har ført til nye problemstillingar i matematikkdidaktikk. På same vis har ein vorte meir oppteken av å studere korleis sosiale forhold både i klasserommet og utafor skulen påverkar læringa i faget. Dette har resultert i forsking som fokuserer på:

- Undervisningseksperiment der idear og teoriar blir testa ved at ein har basert aktuell undervisning på desse og evaluert utcome av denne undervisninga.
- Analyse av klasserom som eit sosialt system. Kva mekanismar (også implisitte) er det som organiserer relasjonar mellom elevar, lærarar og faginnhaldet.
- Studie av læraren sjølv - ikkje berre undervisningsstil, men også hans tankar og idear om undervisning i faget generelt, tankar om barns læring og om det emnet som blir undervist.

Mesteparten av bruk av matematikk involverer ein syklus av matematisering, manipulasjon og tolking. Det vil seie at ein må gjenkjenne relevansen av visse matematiske relasjonar i ein gjeven situasjon, uttrykkje denne relasjonen symbolsk, manipulere det symbolske uttrykket slik at ein kan avdekkje nye aspekt og så tolke det nye aspektet i høve til den opphavlege situasjonen. Tradisjonelt har mesteparten av den tida som elevane brukar til matematikk i klasserommet vore nytta til å lære seg

reglar for manipulasjon av tal og symbol. Forsking syner at den første fasen som er karakterisert i denne syklusen – det å kjenne igjen matematiske relasjonar i konkrete samanhengar – er minst like utfordrande for elevane som det å beherske symbolmanipulasjonen. Eit viktig element i denne samanheng er at elevane får høve til å byggje solide omgrep. Det er eit eintydig resultat frå ei rekkje undersøkingar at omgrepsdanning er langt meir kompleks enn ein tidlegare har trudd. Bell (1993) peikar på nokre viktige prinsipp å ta omsyn til når ein planlegg og gjennomfører undervisning. Desse prinsippa kviler på psykologiske prinsipp som: *connectedness, structural transfer across contexts, feedback, reflection and review, and intensity* (s.9). Prinsippa er brukt til å utvikle ein arbeidsmåte, kalla *diagnostisk undervisning*. Arbeidsmåten har synt seg å vere veilegna til å bygge solide omgrep i faget. Bell og hans medarbeidarar har gjennomført ei rekkje undervisningseksperiment basert på denne arbeidsmåten. Eit karakteristisk trekk ved funna som er gjorde i desse eksperimenta er at undervisning etter desse prinsippa klart fører til auka langtidslæring.

## 2. KIM-prosjektet

Prosjektet Kvalitet i matematikkundervisninga (KIM) byggjer på desse ideane. Prosjektet blir utført på oppdrag frå Kyrkje-, utdannings- og forskningsdepartementet av Telemarksforsking-Notodden (TFN) og Institutt for lærerutdanning og skoleutvikling (ILS), Universitetet i Oslo. Ei viktig oppgåve for prosjektet er å fokusere på dei problem elevar og lærarar møter i sitt arbeid med å byggje sentrale omgrep i skulematematikken. Prosjektet skal utvikle ei samling av diagnostiske oppgåver som kan vere tenlege når ein ønskjer å finne eit utgangspunkt for ei undervisning som byggjer på dei idear elevane har utvikla i høve til det undervisningstoffet som skal kome.

Til no er det utvikla seks samlingar av diagnostiske oppgåver for grunnskulen. Desse har fått nemningane: *Tal, Talrekning, Funksjonar, Algebra, Geometri og Måling og einingar*. Knytt til oppgåvesamlingane er det utvikla eit hefte som er ei innføring i ein arbeidsmåte i faget som vert kalla *diagnostisk undervisning*. Til kvar oppgåvesamling vil det verte utarbeida ei rettleiing for lærarar. Som grunnlag for diskusjonar i rettleingsmaterialet gjennomfører prosjektet ei nasjonal standardisering. For kvart samling deltek om lag 100 klassar med rundt 2000 elevar på kvar av dei aktuelle klassesetrinna. Skulane er tilfeldig utvalde mellom alle norske grunnskular. Det er teke omsyn til ei balansert fordeling på regionar og skulestorleik og skular som representerer ulike busetnadsmønster. Prosjektet har såleis svært store datamengder knytt til kva tankar elevar i norsk skule har om ei lang rekkje sentrale matematiske omgrep.

### 2.1 Dei diagnostiske oppgåvene

Ei god diagnostisk oppgåve er ei oppgåve som er laga slik at den gjev variert respons. Det er såleis viktig at elevane veit noko om hovudsiktemålet med ei diagnostisk prøve, og at denne skil seg frå vanlege prøver. Prøvene kan brukast på fleire måtar. Dei må oppfattast som ei *samling av diagnostiske oppgåver* som kan vere ein god reiskap til å vinne kunnskap om elevtenking hjå både den einskilde eleven og i klassen. Diagnostiske oppgåver gjev såleis rik informasjon for undervisning, både når dei blir løyst i samtale med læraren og når dei er del av ei skriftleg prøve. Det må understrekast at ei kvar diagnostisk oppgåve er knytt til eit bestemt problemområde. Diagnostiske prøver blir brukt til å:

- identifisere oppfatningar som elevane har utvikla, også **utan** at det treng å ha vore nokon formell undervisning i det ein vil undersøkje,
- gje læraren informasjon om løysingsstrategiar elevane brukar for ulike klassar av oppgåver,
- rette undervisninga mot å framheva og overvinna misoppfatningar og delvise omgrep, og å utvikle deira eksisterande strategiar,
- måle korleis undervisninga har hjelpt elevane til å overvinne misoppfatningane ved å bruke same prøven både før og etter undervisningssekvensen.

Materialet (dei diagnostiske oppgåvene og rettleiingshefta) skal vere til hjelp for læraren for å avgjere *om* eleven kan, og *kva* eleven kan om han ikkje kan det han burde kunne. Pedagogisk kviler arbeidsmåten på konstruktivismen. Aksepterer me denne læringsteorien, må me også akseptere at elevar vill gjere generaliseringar som ikkje er fagleg korrekte i alle situasjonar, og at mange av desse misoppfatningane vil verte verande skjulte dersom læraren ikkje spesifikt tek sikte på å avdekkje desse. Studiar syner at det å undervise på ein måte som skal unngå at misoppfatningar oppstår (av somme kalla “faultless communication”) ikkje er mogeleg. Askew & Wiliam (1995) gjev ei oversikt av forskning på læring i matematikk. Oversiktene er organisert rundt 20 påstandar som kan trekkjast frå slik forskning. Mellom desse påstandane er:

- *Learning is more effective when common misconceptions are addressed, exposed and discussed in teaching.*
- *Effective questioning can raise achievement.*
- *Pupils learn more when their teachers know their attainment and can act on this information.*

### 3. Omgrepsdanning (i grunnskulematematikken)

Eit karakteristisk trekk ved matematiske omgrep er at dei ikkje har vakse fram isolert, men eksisterer i eit nettverk av einskilde idear. Me kallar slike nettverk av idear for *omgrepsstrukturar*. Strukturane gjer matematikken meningsfull og stør under ferdigheitene. Det at slike strukturar eksisterer, syner seg mellom anna ved at ein har evne til å rette noko når ein har hugsa feil, og å overføre eller tilpasse prosedyrar ein har lært i ein samanheng, til nye situasjonar. Kunnskap er eit *personleg* eige, det er noko eksisterer i våre egne tanker. Det er derfor vanskeleg å beskrive kunnskap på same måte som fenomen som ein kan observere direkte. Kunnskapane til ein bestemt person er resultat av modning. Modninga skjer både som ein biologisk prosess og som ein prosess ved refleksjonar over erfaringar som den einskilde har gjort seg. Såleis vil eitt bestemt kunnskapsinnhald kunne variere frå person til person på grunn av ulike erfaringar knytt til dette omgrepet. Til ein viss grad er omgrepa også *situasjonsbestemte*. Den forma ein bestemt omgrepskunnskap til ein bestemt person får, vil slik være avhengig av den situasjonen denne kunnskapen vert teke i bruk i. Eit omgrep er såleis subjektivt og avhengig av den konteksten der det vert utvikla og brukt ved at ein reflekterer over dei handlingar (fysiske og mentale) ein har gjort.

For å kunne kommunisere er det viktig at innhalda i omgrepa menneska bruker seg i mellom blir så like som mogeleg. Dei matematiske omgrepa er presise, og det er dette innhaldet me ønskjer å sikte mot. Dette er ”det vitskaplege omgrepet.” Eg peikar i denne samanheng på følgjande sitat frå Balacheff (1990):

*Students have to learn mathematics as a social knowledge; they are not free to choose the meaning they construct.....Mathematics requires the confrontation of student's*

*cognitive model with that of other students, of the teacher, in the context of a given mathematical activity.*

Ei oppfatning er tankar eg har gjort meg ved at eg reflekterer over erfaringar og egne idear – eg set dette gjerne inn i ein heilskap av andre oppfatningar eg har. Nokre av desse oppfatningane heng saman fordi dei handlar om nærliggjande erfaringar på ulike måtar. Dei eksisterer altså i strukturar. Visse av oppfatningane mine dannar slik eit aspekt ved det aktuelle omgrepet mitt. Oppfatninga er mine tankar som eg har danna meg ut frå mine refleksjonar. Dei er slik eit aspekt ved mitt personlege omgrepsinnhald. På den andre sida er desse erfaringane bygde opp i vekselverknad med andre personar, omgrepsinnhaldet blir til ved ein sosial konstruksjon. Björkqvist (1993) skriv:

*Kännetecknande för social konstruktivism är att man studerar kollektiv kunskap och dess relation till personlig kunskap och till egenskaper hos den reella världen. Og vidare: Et kännetecken hos kollektiv kunskap är alltså att den har visat sig vara livskraftig. Det innebär att den upprepade gånger testas med avseende på vetenskapliga kriterier (som i sig kan vara kulturberoende och föränderliga). (s 11-12)*

Misoppfatningar er oppfatningar eller idear som ikkje passar med sosiale konvensjonar, og er slik ikkje i samsvar med dei sosial konvensjonane. Det er desse sosiale konvensjonane som ligg til grunn for det vitskaplege omgrepet. Om er ein lærar med eit konstruktivistisk syn på læring er det mi oppgåve å leggje til rette for aktivitetar i klasserommet, eller gjennom samtale, som utfordrar dei oppfatningar som elevane har danna, dersom desse strir mot deler av innhaldet i eit vitskapleg omgrep. Björkqvist (1993 s 15-16) skriv:

*Växelverknad med andra elever i matematiska sammanhang hjälper eleven att testa sin kunskap i avseende på livskraft. Og vidare: Läraren analyserar elevtänkande och förutser effekterna då det konfronteras med i samhället rådande sätt att tänka.*

Det er viktig å forstå skilnaden på dei feila elevane gjer, og dei misoppfatningane dei har. Ein feil kan kome meir eller mindre tilfeldig, fordi ein ikkje er merksam nok eller ikkje les oppgåva godt nok, osv. Misoppfatningar er ikkje tilfeldige. Bak dei ligg det ei bestemt tenking – ein idé – som ein bruker nokså konsekvent. Ofte er dette eit resultat av ei overgeneralisering av tidlegare kunnskapar til nye område der desse kunnskapane ikkje gjeld fullt ut.

Dette er ein diagnose av det matematiske innhaldet i eit omgrep som fortel meg noko om kva utfordringar som må takast opp i undervisninga. Heile tida – så lenge me lever – gjer me nye erfaringar, som i mange tilfelle fører til at me må revidere våre oppfatningar. Det er dette som er omgrepsutvikling. Det er skulen si oppgåve at ein stor del av bevisstgjeringa av desse erfaringane må skje i klasserommet – det er ikkje noko som er lett å trekkje ut av praktiske erfaringar utafør skulen, og sjølv om ein greier det kan det vere ein lang veg til forståing.

Ved ei kvar generalisering står ein i fare for å trekkje slutningar som ikkje gjeld fullt ut. Slike generaliseringar skjer både bevisst og ubevisst. Når alle eksempel ein møter i arbeidet med multiplikasjon dei første åra på skulen tyder på at svaret blir større når ein multipliserer, er dette ei oppfatning som følgjer med (som nissen på lasset). Dette problematiske når ein skal bruke matematikken i praktiske samanhengar er at slike idear ofte kan vinne over den logikken ein har utvikle. I KIM-prosjektet hadde me følgjande oppgåver:



c 1 kg pølser kostar 49,50 kr. Per kjøper 1,7 kg. Kor mykje kostar det?

$$49,50 \cdot 1,7 \quad 49,50 : 1,7 \quad 1,7 : 49,50 \quad 1,7 \cdot 49,50 \quad 49,50 - 1,7$$

d 1 kg kjøttdeig kostar 69 kr. Kari kjøper 0,6 kg. Kor mykje kostar det?

$$69 \cdot 0,6 \quad 69 : 0,6 \quad 0,6 : 69 \quad 0,6 \cdot 69 \quad 69 - 0,6$$

	7.klasse c)	7.klasse d)	9.klasse c)	9.klasse d)
Multiplikasjon	64	38	83	51
Divisjon	26	49	15	27

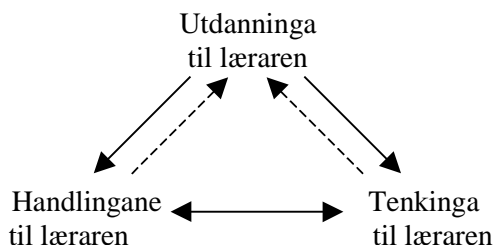
**Tabell 1:** Svarfordeling i prosent blant 2000 norske sjuende- og niendeklassingar

Me ser av tabell 1 at desse oppgåvene har nøyaktig lik struktur, men likevel er det ein stor del av elevane som multipliserer i oppgåve c og dividerer i oppgåve d. Eg tolkar dette slik at den tenkinga som elevane har demonstrert at dei beherskar når det gjeld val av rett rekneoperasjon i c-oppgåva vert overdøyd av andre erfaringar dei har gjort når dei skal løyse d-oppgåva. Nemleg erfaringa at divisjon gjer svaret mindre og multiplikasjon gjer større. Det er eit viktig poeng at me i undervisninga aldri kan hindre at slike overgeneraliseringar skjer, men me må gjere elevane merksame på det i undervisninga slik at det ikkje ”overstyrer” dei andre erfaringane dei har gjort.

Det har så vist seg at **ein** effektiv måte å gjere dette på er å leggje opp til aktivitetar der elevane opplever ein kognitiv konflikt mellom si oppfatning og det ein har opplevd i denne aktiviteten. (Sjå Brekke 1995). Det vil seie å bli merksam på eiga læring – ”før trudde eg det var slik men no fann eg ut at eg må tenkje slik”. Dette er med på å skape intensitet i erfaringane.

#### 4. Konsekvensar for undervisning i grunnskulen og lærarutdanninga

Endringar i fokus på sentrale element i matematikklæringa vil mellom anna krevje at læraren også endrar sitt syn på matematikkundervisninga. I den samanheng vil læraren si utdanning, grunnutdanning så vel som etterutdanning, vere av stor betydning. Clark og Peterson (1986) gjev følgjande modell for som illustrerer samspelet mellom lærarutdanninga, læraren sine tankar, og dei konkrete handlingar læraren gjer i si undervisning.



Retninga av linjene indikerer trongen for *utfordringar*. Lærarutdanninga må altså utfordre lærarane i høve til deira tanker om det konkrete lærestoffet og dei handlingar dei set i verk i løpet av undervisninga. Mousley & Sullivan (1997) hevdar at det er avgjerande at læraren (og lærarstudenten) får eit eigedomstilhøve til denne utviklinga.

Det nødvendig at dei får høve til å påverke utdanninga. Dette er indikert med stipla linjer i figuren.

Det vil vere fleire dilemma når ein ønskjer endring av siktemålet med undervisninga. Eit av desse er å identifisere kva tilnærmingar er mest velegna i høve til ulike aspekt ved lærarutdanninga. Samspelet mellom det som skjer i klasserommet og læraren sine tankar om dette kan truleg studerast best innan denne konteksten. I matematikkundervisninga er ideane samanfiltra. Problematiske situasjonar fører til at det er nødvendig at læraren har kunnskapar over alternative tankemodellar hjå elevane knytt til ulike aspekt ved faget enn det som er innhaldet i for eksempel eit bestemt matematisk omgrep. Det vil kunne vere fleire dilemma knytt til korleis ein kan takle slike utfordringar. I lærarutdanninga må ein ta opp slike problematiske situasjonar som set læraren (studenten) inn i ein situasjon der han blir merksam på at slike dilemma eksisterer og at ein må ta stilling til desse. Dilemma er her brukt i tydinga at undervisningssituasjonen er så kompleks at det eksisterer mange alternative "ruter" fram mot læringsmålet.

#### **4.1 Dilemma knytt til omgrepsdanning**

Å starte med eksisterande forskingsresultat og reprodusere desse og observere resultata har synt seg å vere ein nyttig måte å ta i bruk eksisterande forskingsresultat i skulen. Ikkje for å basere endringar på forskingsresultata, men for at ein kan oppleve korleis klassen sine resultat samsvarar med forskinga. Motivasjonen for mange lærarar til å arbeide slik heng ofte saman med at dei ser omfattande læringsproblem i sin eigen klasse.

I KIM-prosjektet byggjer me arbeidet med dei diagnostiske oppgåvene på ein arbeidsmåte som tek omsyn til forskingsresultat når det gjeld å lære ulike omgrep i matematikk. I rettleingshefta til lærarane som er knytte til prøvene i dei ulike områda av faget vert det synt resultat som illustrerer kor komplisert det er å hjelpe elevane til å utvikle solide omgrep. Dette reiser spørsmål om prioriteringar når det gjeld undervisning i matematikk. Det har vore ein sterk tradisjon at undervisninga legg meir opp til å utstyre elevane med fakta og ferdigheiter enn til å hjelpe dei til å byggje omgrepsstrukturar. Arbeid med for eksempel desimaltal eller grafisk framstilling involverer for det meste elevane i å utføre rekkjer av rutineoppgåver. Det blir då sjeldan nok tid til å stoppe for å diskutere og reflektere over meininga med det ein gjer og innhaldet i det ein har erfart. Dette er ein tradisjon som det synest vere vanskeleg å endre. Denne måten å arbeide på kan vere høveleg for å lære fakta og ferdigheiter, men det er tydeleg at han kjem til kort når det er tale om innlæring av omgrep.

Lærebøker har tradisjonelt lagt hovudvekta på *eksempel-regel-metoden* knytt til fakta og ferdigheiter. Øving på desse har vore rekna som det viktigaste. Lærebøkene er utforma slik mellom anna med tanke på å lette arbeidet for ein oppteken lærar. Av same grunn er språket gjort så enkelt som mogeleg. Oppgåvene vert då fragmenterte til små isolerte steg, der målet er å øve seg slik at ein kan meistre desse stega – eitt i gongen. På den måten vert aktivitetane til elevane i første rekkje retta mot dette, medan aktivitetar som rettar seg mot diskusjonar og refleksjonar om omgrep, kjem i andre rekkje.

Det eksisterer no ei stor mengd forskingsresultat om læring av matematikk som syner at for å forstå eit matematisk omgrep er det betre å arbeide grundig med eit fåtal

velvalde aktivitetar enn å gjennomføre ei lang rekkje med øvingar. Aktivitetane må på ein naturleg måte innehalde noko av dei sentrale ideane eit omgrep er sett saman av, og må vere slik at desse ideane kan diskuterast og taklast i djupn. Dette vert gjort for at elevane sine alternative strategiar og tankar rundt omgrepet skal koma fram i lyset og på den måten knytast til det faglege innhaldet i omgrepet.

Ein arbeidsmåte der me bevisst set søkjelyset på - og arbeider med - vanlege feil og misoppfatningar som elevar har, er kalla *diagnostisk - responsiv undervisning*, eller berre diagnostisk undervisning. I denne arbeidsmåten er det tale så vel om ei diagnostisering av *tankar* som einskilte elevar har utvikla rundt eit bestemt omgrep, som *det matematiske innhaldet av lærestoffet*. Føremålet med diagnostiseringa er å finne fram til kva erfaringar elevane treng å gjere gjennom undervisninga for å byggje opp det aktuelle omgrepet. Diagnostisk undervisning baserer seg såleis på at det i prinsippet er mogeleg å identifisere kva tankar elevane har gjort seg om det komande lærestoffet, og kva misoppfatningar og hindringar elevane vanlegvis møter når dei utviklar ulike omgrep i matematikken.

Skjematisk kan ein trekkje fram følgjande fasar i diagnostisk undervisning:

- 1 Identifisere misoppfatningar og delvis utvikla omgrep hjå elevane.
- 2 Tilretteleggje undervisning slik at eventuelle misoppfatningar eller delvise omgrep vert framheva. Ein kallar dette å skape ein *kognitiv konflikt*.
- 3 Løyse den kognitive konflikten gjennom diskusjonar og refleksjonar i undervisninga.
- 4 Bruke det utvida (eller nye) omgrepet i andre samanhengar.

Grunnlaget for det første punktet er dei diagnostiske oppgåvene som er utvikla. I rettleingshefta viser me strategiar som elevane brukar, og dei misoppfatningar og delvise omgrep som viser seg å ha stor utbreiing. Det er eit hovudpoeng i denne arbeidsmåten at ein spesiell aktivitet i undervisninga skal vere *intensiv*. Det vil seie at aktiviteten er retta mot å framheve misoppfatningar og omgrepsmessige hindringar. Målet med denne intensiteten er å skape ei reflekterande tenking på eit høgt nivå rundt det som i kvart høve er det sentrale ved eit omgrep. *Konfliktdiskusjonar* kan for eksempel hjelpe til med å rydde misoppfatningar or vegen. Ein let bevisst eleven møte problemstillingar som er slik at dersom eleven har ei bestemt misoppfatning, så skal aktiviteten bringe denne misoppfatninga fram i dagen ved å skape ein kognitiv konflikt. Diskusjonar eller refleksjonar rundt det motsetnadsfylte i denne konflikten skal så vere med på å rydde misoppfatninga or vegen. På tilsvarande vis er refleksjon over korleis nye idear eller utviding av eit omgrep er bunde saman med dei erfaringar ein har på feltet frå før, eit sentralt punkt i denne delen av arbeidet. Eit typisk eksempel på dette er korleis multiplikasjon og divisjon endrar innhald når ein går over frå å arbeide med naturlege tal til også å arbeide med desimaltal og brøkar.

Det har vist seg gjennom ei rekkje studiar at *berre å forklare* ikkje er ein effektiv metode til å danne omgrep. Derimot har konfliktdiskusjonar synt seg å ha denne effektiviteten. Dette er truleg slik fordi ein set søkjelys på misoppfatninga, og ein inviterer eleven til sjølv å innsjå det utilstrekkelege i eiga tenking. Metoden har altså ein "*destruktiv*" fase, med det siktemålet å gjere tydeleg at gamle idear er unøyaktige eller utilstrekkelege, og ein *løysingsfase*, der diskusjonar og refleksjonar omkring det ein har funne, er det sentrale.

Det har vore utført fleire studiar for å teste effektiviteten av undervisning som legg vekt på konfliktdiskusjonar. Birks (1987) testa elevane med den same prøva før eksperimentet, rett etter undervisninga og deretter då dei kom tilbake til skulen etter sommarferien. Eksempalet er handlar om spegling i geometrien i 5. klasse. I den eine klassa brukte læraren eit læreverk som i høg grad var individualisert og bygd opp av elevaktivitetar som i små steg tek eleven fram mot eit bestemt omgrep. I den andre klassa arbeidde elevane i grupper på tre eller fire med utfordrande oppgåver som var knytte til kjende misoppfatningar innafor dette emnet. Diskusjonane med læraren vart haldne innafor desse gruppene. Det kom tydeleg fram at dei elevane som blei engasjerte i diskusjonar av omgrepsmessig karakter, i første rekkje har tent på dette når det gjeld langtidslæring. Bassford (1988), utført ei tilsvarande samanlikning med det same læreverket som Birks i emnet brøk i 5. klasse. Gjennomsnitt i kvar klasse på dei tre prøvene er framstilt i tabellen nedafor:

	Før-prøve	Etter-prøve	Etter sommarferien
Lærebokgruppa	18,3	20,1	15,0
Konfliktgruppa	17,7	21,2	21,4

**Tabell 2:** Gjennomsnittleg poengsum i klassa. (Maksimum 40 poeng)

Me legg merke til at lærebokgruppa i undersøkinga til Bassford presterer lågare etter sommarferien enn før undervisninga. Dette blir forklart med at begge gruppene også hadde hatt undervisning om brøk tidlegare i skuleåret. Bassford gjorde følgjande observasjonar:

Lærebokgruppa:

- Få vanskar, lite stress, stille og godt arbeid.
- Ei endring frå entusiasme i starten til keisemd mot slutten.
- Mindre samarbeid mellom elevane enn vanleg, få høve til klassesdiskusjonar, men fleire lærar-elev-diskusjonar enn vanleg.
- Svake elevar fann tryggleik i å bruke klare reglar og metodar som læreboka sette opp.

Konfliktgruppa:

- Læraren var viktigare enn i lærebokgruppa. Metoden kravde kompetanse i å utvikle diskusjonar og å oppmuntre elevane til å delta.
- Elevane trong å skrive svar før diskusjonen.
- Elevane trong rettleiing i å diskutere faglege spørsmål.
- Aukande interesse og engasjement hjå elevane gjennom undervisningsperioden.
- Meir støy enn vanleg, og meir stressande for læraren enn i lærebokgruppa.

## 5. Dilemma knytt til endring av arbeidsmåtar (for læraren og lærarstudenten)

Eg vil meine at ein som lærar står over for eit dilemma når det er spørsmål om å endre arbeidsmåtar i faget. Dette gjeld både i høve til erfaringar ein har hatt som elev så vel som når det blir argumentert for endringar som eit resultat av ein pedagogisk debatt, ei planendring eller ei etter- eller vidareutdanning. I denne samanheng knyter eg dette til

ei forskyving frå mindre bruk av tid til å øve på ferdigheiter i klasserommet, til å arbeide med siktemål om å danne solide omgrep, spesielt dei sentrale omgrepa som organiserer andre omgrep rundt seg. Eksempel på slike vil vere talomgrepet, med alle sine faglege utvidingar, dei fire reknemåtane, variabelomgrepet, lengde-, areal- og volumomgrepet osv.

I utdanningsamanhengar (grunn-, etter- eller vidareutdanning) er det mogeleg å vinne erfaringar med læringsutbytte med ei endring av fokus på undervisinga slik eg har gjort grei for her ved å utgangspunkt i gode diagnostiske oppgåver (for eksempel KIM-oppgåver) som kan brukast til kartlegging av kva tankar einskildelevar eller grupper har knytt til omgrepet. Deretter konstruere undervisningsaktivitetar som rettar seg mot ei endring eller utviding av dei idear elevane har gjennom diskusjonar (KIM-materiellet har eksempel på slike). Ein refleksjon over læringsutbytte og faktorar som tidsbruk, motivasjon høyrer også med her.

Eit kinesisk ordtak seier at sjølv den lengste reisa startar med det første skritt. Eg snakkar her om å ta eit første skritt i ein litt ”ny” retning, for å sjå kva eg då finn i den retninga.

### Referansar

- Askew, M., & Wiliam, D. (1995). *Recent Research in Mathematics Education 5 - 16*. HMSO Publications. London. England.
- Balacheff, N. (1990). Beyond a psychological approach: the psychology of mathematics education. *For the learning of Mathematics*, **10** (3), pp 2-8.
- Bassford, D., (1988). *Fractions, A comparison of Teaching Methods*. Master of Education thesis. Shell Centre for Mathematical Education, University of Nottingham, England.
- Bell, A. W. 1993. Principles for the design of teaching. *Educational Studies in Mathematics* 24(1), 5-34.
- Birks, D., (1987). *Reflection: A Diagnostic Teaching Experiment*. Master of Education thesis. Shell Centre for Mathematical Education, University of Nottingham, England.
- Björqvist, O. (1993). Social konstruktivism som grund för matematikundervisning. *NOMAD*. **1** (1) pp 8-17.
- Brekke, G. (1995). *Introduksjon til Diagnostisk Undervisning*. Oslo: Nasjonalt Læremiddelsenter.
- Mousley, J. & Sullivan, P. (1997). Dilemmas in the professional education of mathematics teachers. I E. Pehkonen (red.), *Proceedings of the 21<sup>st</sup> conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* vol. 1, s. 31-45. Helsinki: University of Helsinki.